



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO  
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIAS – DENG  
CURSO DE INTERDISCIPLINAR EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

RONALDO ROBERTO OLIVEIRA DE SOUZA

**ESTUDO NUMÉRICO DA INSTABILIDADE GLOBAL EM PERFIS ESTRUTURAIS  
DE AÇO**

ANGICOS

2019

RONALDO ROBERTO OLIVEIRA DE SOUZA

**ESTUDO NUMÉRICO DA INSTABILIDADE GLOBAL EM PERFIS ESTRUTURAIS  
DE AÇO**

Monografia apresentada a Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, Campus Angicos, para obtenção do título de Bacharel em Ciências e Tecnologia.

Orientador (a): Prof Dr. Wendell Rossine Medeiros de Souza

ANGICOS – RN

2019

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

S719e Souza, Ronaldo Roberto Oliveira de .  
ESTUDO NUMÉRICO DA INSTABILIDADE GLOBAL EM  
PERFIS ESTRUTURAIS DE AÇO / Ronaldo Roberto  
Oliveira de Souza. - 2019.  
63 f. : il.

Orientador: Wendell Rossine Medeiros de Souza.  
Monografia (graduação) - Universidade Federal  
Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e  
Tecnologia, 2019.

1. Flambagem. 2. Scilab. 3. Códigos. 4. Aço.  
I. Souza, Wendell Rossine Medeiros de , orient.  
II. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

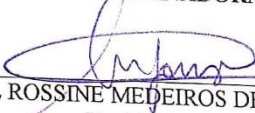
RONALDO ROBERTO OLIVEIRA DE SOUZA

ESTUDO NUMÉRICO DA INSTABILIDADE GLOBAL EM PERFIS ESTRUTURAIS DE  
AÇO

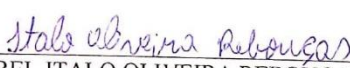
Monografia apresentada à Universidade  
Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA,  
Campus Angicos, para obtenção do título de  
Bacharel em Ciência e Tecnologia.

Defendida em: 07 / 08 / 2019.

**BANCA EXAMINADORA**

  
Prof. Dr. WENDELL ROSSINE MEDEIROS DE SOUZA (UFERSA)  
Presidente

  
Prof. Dr. KLEBER CAVALCANTI CABRAL (UFERSA)  
Membro Examinador

  
BACHAREL ITALO OLIVEIRA REBOUÇAS (UFERSA)  
Membro Examinador

---

Dedico este trabalho àqueles que sempre estiveram ao meu lado, nos momentos bons e difíceis desta caminhada acadêmica. Em especial aos meus pais e minha irmã por todo incentivo para que isso fosse possível.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, por tudo que já realizou e tem realizado em minha vida, pela família e amigos que tenho, por me dar forças em momentos em que tudo parecia perdido e pela minha fé em continuar esta caminhada.

Ao meu pai, Reinaldo Roberto de Souza, por ser fonte de inspiração e admiração, é um modelo para mim como homem e pai, sempre esteve ao meu lado em todos os momentos, especialmente os mais difíceis, sem ele nada disso seria possível. A minha mãe Maria da Conceição Oliveira de Souza, que sempre cuidou de mim com muito amor e carinho, me aconselhando quando necessário e a minha irmã Rayane Carla Oliveira de Souza que como irmã mais velha não poderia ter alguém melhor, um espelho para mim de inteligência, humildade, força e fé. Todos estiveram sempre ao meu lado em todos os momentos, sendo minha base e fonte de sabedoria. Sempre realizando todos os esforços possíveis para me ajudar. Os amos com todo amor que posso ofertar.

A todos aqueles que conheci por meio da UFERSA e que tornaram os dias mais felizes. Meus amigos: Roberto Karson Soares dos Santos, Régio Matheus Pimentel de Lima, Edson Freire Targino, Francisco Euzilmar Torres de Farias, Kaio Henrique Gomes Leite, Ana Carolina Vieira da Silva, Matheus da Silva Davi, Paulo Rodolpho dos Santos Teixeira, Érika Oliveira dos Santos, Francisco Cleiton do Nascimento Medeiros, Rayssa Darling Oliveira da Costa, Gabriel Francisco Costa Freire, Layane Silva de Araujo.

Ao meu amigo, Edson Cândido Alves Júnior, pela ajuda em partes da realização desse trabalho. Larissa Hellen Alves Fernandes, por tudo: pela paciência, motivação, por ser ouvidos quando precisava conversar, pelos conselhos e ajuda em seguir com a finalização deste trabalho na reta final, agradeço de coração.

Agradeço a meu orientador, Prof (a) Dr. Wendell Rossine Medeiros de Souza, por toda disponibilidade e direcionamento, possibilitando assim a conclusão do referente trabalho.

Ao professor doutor Kleber Cavalcanti Cabral e ao bacharel Italo Oliveira Rebouças, por aceitarem a fazer parte da banca examinadora, e contribuírem com meu trabalho.

Por fim, agradeço a toda comunidade UFERSA- CAMPUS ANGICOS. Desde o excelente corpo docente, que agregou e muito meus conhecimentos ajudando na formação de bacharel em Ciências e Tecnologia, em especial os professores Dakson Camara da Fé, Silas Sarmiento Pedrosa, Vanessa Danielle Santos Ferreira, Klaus André de Sousa Medeiros e Marcilene Vieira da Nóbrega, até os demais servidores que permitem o funcionamento da universidade.

*“O próprio Senhor irá à sua frente e estará com você; ele nunca o deixará, nunca o abandonará. Não tenha medo! Não se desanime!”*

*(Deuteronômio 31:8)*

## RESUMO

Nas construções civis, a utilização do aço como protagonista tem sido cada vez mais frequente. Uma vez que este material apresenta inúmeras vantagens. Perfis são utilizados em colunas ou pilares. Com isso, o projeto destas peças deve ter uma análise crítica, para evitar problemas que as danifiquem. Assim, a utilização de ferramentas computacionais auxilia os engenheiros no dimensionamento. Por isso, o presente trabalho teve por objetivo o desenvolvimento de três códigos para um estudo numérico da flambagem em peças estruturais de aço. Cada um destes com especificações a serem cumpridas. Foram utilizadas o método de Euler, a norma americana (baseada no AISC) e a brasileira (fundamentada na ABNT NBR 8800), permitindo um contraponto entre estas duas. Tal propósito se deu a partir da utilização do software Scilab® 6.0.2, que além da linguagem de programação, forneceu uma interface própria. O desenvolvimento da rotina, foi feito a partir da teoria presente em livros de resistência dos materiais e estruturas de aço. Portanto, foram selecionados alguns exercícios e executados comparativos numéricos e literais, sendo constatado a eficiência dos códigos, com resultados satisfatórios e diferenças justificáveis. Ainda, utilizou-se da interface sobre a norma brasileira para um teste de cargas resistentes em diferentes comprimentos de um mesmo pilar, levando em consideração como limite o índice de esbeltez limitado em 200. É válido ressaltar também que as ferramentas criadas neste trabalho poderão futuramente integrar um único software próprio.

**Palavras-chave:** Flambagem. Dimensionamento. Scilab. Códigos.



## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                    |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Tabela 1</b> - Comparação dos resultados da carga crítica e erro gerado pelo código de Euler .. | 45 |
| <b>Tabela 2</b> - Comparação dos resultados e erro gerado pelo código AISC .....                   | 49 |
| <b>Tabela 3</b> - Comparação dos resultados e erro gerado pelo código NBR 8800:2008.....           | 52 |
| <b>Tabela 4</b> - Resultados Perfil 200x59 (H) .....                                               | 52 |
| <b>Tabela 5</b> - Resultados Perfil 150x22,5 (H) .....                                             | 52 |
| <b>Tabela 6</b> - Resultados Perfil 360x120 (H) .....                                              | 53 |

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Figura 1</b> - Estados de equilíbrio de um corpo.....                                                     | 17 |
| <b>Figura 2</b> - Flambagem em uma coluna ideal biarticulada .....                                           | 17 |
| <b>Figura 3</b> - Modelo de barras conectadas por uma mola.....                                              | 19 |
| <b>Figura 4</b> - Reações internas da barra BC .....                                                         | 19 |
| <b>Figura 5</b> - Análise matemática da instabilidade na barra .....                                         | 21 |
| <b>Figura 6</b> - Valores do coeficiente de comprimento efetivo .....                                        | 25 |
| <b>Figura 7</b> - Testes laboratoriais com o aço.....                                                        | 26 |
| <b>Figura 8</b> - Gráfico do fator de redução em função do índice de esbeltez reduzido.....                  | 30 |
| <b>Figura 9</b> - Valores teóricos e recomendados para o comprimento efetivo segundo a Norma 8800:2008 ..... | 32 |
| <b>Figura 10</b> - Interface criada para a utilização do método de Euler.....                                | 36 |
| <b>Figura 11</b> - Interface criada para o código de projeto de colunas de aço, baseado no AISC ..           | 37 |
| <b>Figura 12</b> - Interface criada para a implementação do método das tensões admissíveis. ....             | 39 |
| <b>Figura 13</b> - Fluxograma para a utilização dos códigos.....                                             | 40 |
| <b>Figura 14</b> - Elemento estrutural de aço A-36 com perfil W200 x 46. ....                                | 41 |
| <b>Figura 15</b> - Solução para o exemplo 13.2 apresentado em Hibbeler (2010). ....                          | 43 |
| <b>Figura 16</b> - Elemento estrutural do problema 13.10 do Hibbeler (2010) .....                            | 44 |
| <b>Figura 17</b> - Solução do exercício 13.10 pelo código do método de Euler.....                            | 45 |
| <b>Figura 18</b> - Elemento estrutural W250 x 149 de aço A-36. ....                                          | 46 |
| <b>Figura 19</b> - Solução para o exemplo 13.8 apresentado em Hibbeler (2010). ....                          | 47 |
| <b>Figura 20</b> - Coluna AB com perfil de aço laminado .....                                                | 48 |
| <b>Figura 21</b> - Resolução do problema 10.3 do Beer (2011) pelo código AISC .....                          | 49 |
| <b>Figura 22</b> - Barra de perfil laminado submetida a carregamento axial de compressão.....                | 50 |
| <b>Figura 23</b> - Solução para o exemplo 5.4 segundo o código NBR 8800:2008 .....                           | 51 |
| <b>Figura 24</b> - Carga resistente para um pilar com 300 cm de comprimento .....                            | 54 |
| <b>Figura 25</b> - Carga Resistente para um pilar com 400 cm de comprimento .....                            | 55 |
| <b>Figura 26</b> - Carga Resistente para um pilar com 500 cm de comprimento .....                            | 56 |
| <b>Figura 27</b> - Carga Resistente para um pilar com 600 cm de comprimento .....                            | 57 |
| <b>Figura 28</b> - Carga Resistente para um pilar com 700 cm de comprimento .....                            | 58 |
| <b>Figura 29</b> - Carga Resistente para um pilar com 800 cm de comprimento .....                            | 59 |
| <b>Figura 30</b> - Carga Resistente para um pilar com 900 cm de comprimento .....                            | 60 |

|                                                                                    |    |
|------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Figura 31</b> - Carga Resistente para um pilar com 1000 cm de comprimento ..... | 61 |
|------------------------------------------------------------------------------------|----|

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

|                 |                                          |
|-----------------|------------------------------------------|
| AISC -          | American Institute of Steel Construction |
| GUI<br>BUILDER- | Graphic User Interface Builder           |
| NBR -           | Norma Brasileira                         |
| ABNT -          | Associação Brasileira de Normas Técnicas |
| SSRC -          | Structural Stability Research Council    |
| UFERSA-         | Universidade Federal Rural do Semiárido  |

## SUMÁRIO

|          |                                                                                                                        |           |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO.....</b>                                                                                                 | <b>13</b> |
| <b>2</b> | <b>OBJETIVOS .....</b>                                                                                                 | <b>15</b> |
| 2.1      | OBJETIVO GERAL .....                                                                                                   | 15        |
| 2.2      | OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....                                                                                            | 15        |
| <b>3</b> | <b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>                                                                                     | <b>16</b> |
| 3.1      | FLAMBAGEM E ESTABILIDADE DE COLUNAS.....                                                                               | 16        |
| 3.2      | MÉTODO PARA A DETERMINAÇÃO DA CARGA E TENSÃO CRÍTICA, TENSÃO<br>ADMISSÍVEL E CARGA RESISTENTE .....                    | 18        |
| 3.2.1    | Determinação da carga crítica pelo método de Euler .....                                                               | 18        |
| 3.2.2    | Carga e tensão admissível dos projetos de colunas de aço, baseadas nas fórmulas do AISC .....                          | 25        |
| 3.2.3    | Determinação da carga resistente no dimensionamento de barras comprimidas segundo norma<br>brasileira 8800:2008. ....  | 28        |
| 3.3      | SCILAB .....                                                                                                           | 33        |
| <b>4</b> | <b>ROTINA DE PROGRAMAÇÃO PARA OS CÓDIGOS CRIADOS.....</b>                                                              | <b>34</b> |
| 4.1      | CRIAÇÃO DO MÉTODO DE EULER PARA O ESTUDO DA FLAMBAGEM EM PERFIS DE<br>AÇO.....                                         | 34        |
| 4.2      | CRIAÇÃO DO CÓDIGO PARA A DETERMINAÇÃO DA TENSÃO ADMISSÍVEL PELAS<br>EQUAÇÕES DE PROJETO DO AISC (NORMA AMERICANA)..... | 36        |
| 4.3      | IMPLEMENTAÇÃO DO CÓDIGO PARA DIMENSIONAMENTO DE BARRAS COMPRIMIDAS<br>CONFORME A NORMA BRASILEIRA ABNT NBR 8800 .....  | 38        |
| 4.4      | FLUXOGRAMA.....                                                                                                        | 39        |
| <b>5</b> | <b>RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>                                                                                     | <b>41</b> |
| 5.1      | RESULTADOS DO CÓDIGO DE DETERMINAÇÃO DA CARGA CRÍTICA PELA EQUAÇÃO<br>DE EULER .....                                   | 41        |
| 5.2      | RESULTADOS DO CÓDIGO PARA A TENSÃO ADMISSÍVEL PELAS EQUAÇÕES DE<br>PROJETO ESTABELECIDAS PELO AISC .....               | 45        |
| 5.3      | RESULTADOS DA CARGA RESISTENTE PELO CÓDIGO DA NORMA ABNT NBR<br>8800:2008.....                                         | 49        |
| 5.4      | UTILIZAÇÃO DO CÓDIGO ABNT NBR 8800:2008 PARA DESCOBRIR CARGA RESISTENTE<br>EM PILARES .....                            | 52        |
| <b>6</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>                                                                                       | <b>62</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>                                                                                 | <b>63</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Cada vez mais no Brasil as estruturas de aço se tornam protagonistas na construção civil, sendo utilizadas em grandes projetos, exigindo um dimensionamento preciso (ALVES *et al.*, 2018). Trabalhar com este tipo de material traz muitas vantagens, por exemplo, a eficácia na obra e economia na execução de fundações, por causa da relação entre a resistência e o peso próprio ser alto, conquistando grandes vazios e alturas (MARTINS, 2000).

Um ótimo exemplo dessas estruturas está nas colunas ou pilares utilizados na construção civil. Os perfis estruturais das barras que compõe o pilar ou coluna vão estar diretamente sujeitas a carregamentos axiais de compressão, que pode ser centrada ou não, podendo ocasionar uma falha por instabilidade global ou local, dando origem a flambagem (SILVA *et al.*, 2005).

Este fenômeno deve necessariamente ser levado em consideração no dimensionamento das peças de aços. Ele é um desvio lateral que acontece no eixo onde o momento de inércia possui menor valor (LIMA, 2013).

Para evitar este fenômeno, existem normas e especificações a serem seguidas. O Brasil segue a ABNT NBR 8800:2008, que trata do “Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios”. Criada na década de 80, a ABNT NBR 8800:1986, transformou positivamente o cenário das estruturas de aço no Brasil, pois trouxe com ela uma metodologia de cálculo mais moderna e sofisticada (método dos estados-limites), substituindo o método das tensões admissíveis, que já estava obsoleto (FAKURY, 2007).

Já para os padrões americanos segue-se as especificações da Structural Stability Research Council (SSRC) e American Institute of Steel Construction (AISC). E é a partir destas recomendações que o dimensionamento é feito, encontrando a carga crítica, ou seja, aquela que a estrutura suporta na iminência de flambar e as tensões críticas, também sendo o valor máximo que o perfil sustenta sem comprometer a peça (HIBBELER, 2010).

Por isso, neste trabalho serão obtidos numericamente, soluções por meio de códigos desenvolvido no programa Scilab® 6.0.2, contendo os valores da carga crítica e tensão admissível. Primeiro utilizando a fórmula de Euler, que é uma equação desenvolvida inicialmente para barras bi apoiadas, mas que através do comprimento efetivo, se expande para as demais situações de apoio. Segundo com perfis estruturais de aço baseado nas

literaturas que possuam problemas com projeto de aço, ou seja, com o AISC e a ABNT NBR 8800 e assim será feito um comparativo entre os resultados.

A utilização de softwares e ferramentas numéricas para resolução de problemas envolvendo questões de engenharia tem sido cada vez mais frequente e importante. Elas ajudam o engenheiro a ter um resultado mais preciso, além de poupar tempo (LIMA, 2013).

Porém, na maioria das vezes o usuário se vê perdido com a interface do programa ou tem que adquirir uma licença e não consegue usá-lo. Isto se deve em muitos casos por não ter uma versão em português do Brasil, pelas inúmeras abas existentes ou até mesmo porque a maior parte deles são pagos.

Assim, os códigos criados para este trabalho visam o estudo numérico da flambagem global em peças de aço, prometendo uma interface simples e de fácil entendimento, gratuita através do scilab e totalmente em português, além de apresentar resultados coerentes.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 OBJETIVO GERAL

O presente trabalho tem por objetivo um estudo numérico através da criação de três códigos, utilizando o Scilab® 6.0.2, que consiga solucionar problemas existentes nas literaturas, apresentando não apenas a resposta final, mas também partes do desenvolvimento do cálculo, que ofereça uma interface de fácil manuseio, além de comparar e analisar os resultados obtidos pelos códigos com os dos livros.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Criar um código que calcule a carga crítica e a tensão admissível utilizando a fórmula de Euler;
- Criar um código baseado nas normas de projeto de coluna de aço americanas para estudar a instabilidade global da peça;
- Criar um código baseado na norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 para o dimensionamento de barra comprimidas;
- Aproveitar exemplos de literaturas para avaliação dos resultados;
- Calcular por meio do código da ABNT NBR 8800:2008, cargas resistentes para comprimentos usuais de colunas com perfil (H);



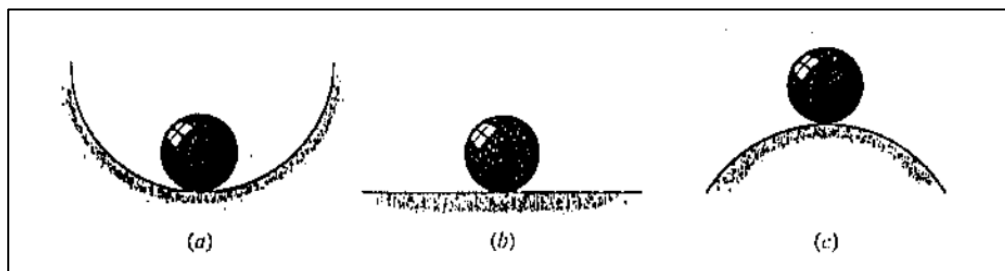
### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será mostrado a teoria básica que engloba o fenômeno da flambagem, desde casos ideais até os práticos, mostrando quais as considerações a serem feitas para o dimensionamento de pilares ou colunas feitas de aço. Nele também será notório as abordagens de solução dos problemas utilizando a equação de Euler para elementos esbeltos, as expressões para projetos baseados na norma americana do AISC e SSRC, além da norma brasileira 8800:2008.

#### 3.1 FLAMBAGEM E ESTABILIDADE DE COLUNAS

Elementos estruturais longos e finos submetidos a cargas axiais de compressão poderão sofrer a flambagem, ou seja, um desvio lateral que com alta ocorrência causa uma falha repentina e dramática. Sendo assim estas peças precisam ser bem projetadas a fim de satisfazer requisitos específicos de segurança (HIBBELER, 2010). Por isso, de acordo com Gere (2003) as tensões e deformações máximas tem que estar dentro dos padrões toleráveis. Logo, a resistência e a rigidez são de suma importância.

A flambagem não é ocasionada pela decomposição do material utilizado na estrutura, porém pela alteração consequente da mudança de estado de equilíbrio, saindo do estável para o instável. Existem três estados de equilíbrio: estável, neutro e instável. Para melhor entendimento considera-se a Figura (1), onde (a) a esfera está em uma localização em que ela permanece constante, pois caso haja alteração a força gravitacional a trará de volta a sua origem. Já em (b) a esfera está neutra sobre um plano, uma vez que se manterá na nova posição caso se mova, não voltando, nem indo para frente. Por fim em (c) está em uma posição passiva de alteração, aqui a força da gravidade agirá movendo-a para distante da sua posição inicial até que se estabilize em uma nova (RILEY, 2003).

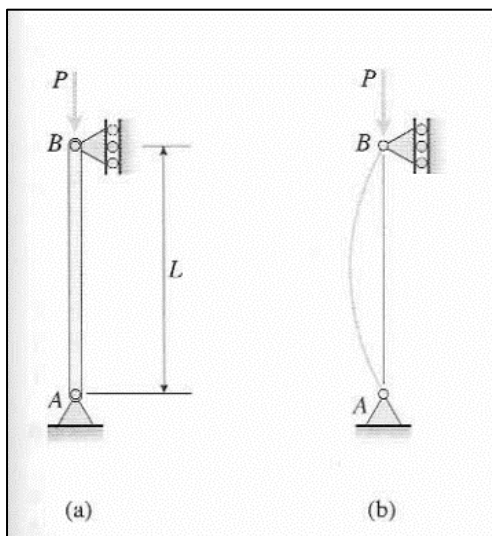
**Figura 1** - Estados de equilíbrio de um corpo

**Fonte:** Riley (2003)

É válido ressaltar que, o evento da flambagem não é exclusivo das colunas, existe em diversas outras estruturas e com várias formas. Para fins didáticos é possível demonstrar esta falha ao aplicar compressão em uma régua de plástico ou ao pisar no alto de uma lata de alumínio vazia, as superfícies da mesma poderão se romper (GERE, 2003).

Conforme Gere (2003) Pesquisadores mostraram que a falha ocorrida em uma grande ponte a alguns anos atrás foi por flambagem de uma placa fina de aço. Este fato mostra que este desvio lateral é uma das maiores razões de imperfeições nas estruturas.

Para ilustrar a teoria vista até aqui considere a Figura (2). Na (a), tem-se um sistema em equilíbrio suportando uma carga  $P$ . Se ele não ultrapassar o valor crítico a barra sempre irá voltar ao seu posicionamento inicial, caso contrário ela terá uma nova posição, tornando-se instável como é observável na (b) (BEER, 2011).

**Figura 2** - Flambagem em uma coluna ideal biarticulada

**Fonte:** Gere (2003)

De acordo com Hibbeler (2011) a ação externa máxima de compressão que uma coluna suporta sem flambar é chamada carga crítica e qualquer perturbação a mais fará a coluna flambar.

Existem diversos modos utilizados para encontrar esta carga crítica e assim prevenir a flambagem fazendo um dimensionamento correto. Tais métodos vão levar em consideração as propriedades geométricas da peça, o tipo de perfil utilizado e o material. Além disso o local de aplicação da força também deverá ser levado em consideração, ou seja, se está no centroide da peça ou possui uma excentricidade (distância) do mesmo (LIMA, 2013).

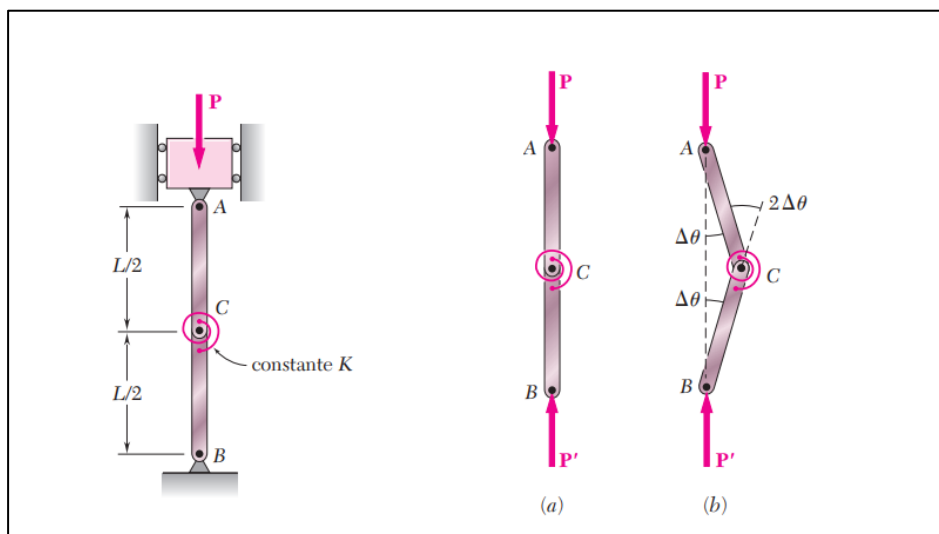
Neste trabalho o estudo numérico se embasará em três métodos principais. O primeiro considera exemplos ideais e com carregamento concêntrico e para isso a fórmula de Euler será utilizada, o segundo parte das especificações americanas para projeto de colunas de aço desenvolvidas pelo AISC e por fim tem-se a norma brasileira 8800:2008.

### 3.2 MÉTODO PARA A DETERMINAÇÃO DA CARGA E TENSÃO CRÍTICA, TENSÃO ADMISSÍVEL E CARGA RESISTENTE

Este tópico consiste na apresentação da metodologia teórica para a obtenção de situações críticas, ou seja, o máximo que o projeto pode suportar sem sofrer danos. Estes casos serão exemplificados, tanto quando ocorrem, quanto como proceder para a solução. Portanto, é aqui que se tem a base fundamental para o entendimento do funcionamento dos códigos.

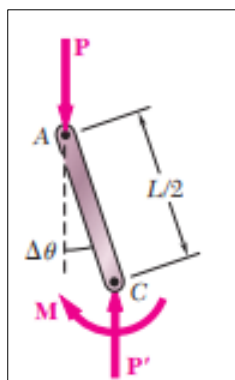
#### 3.2.1 Determinação da carga crítica pelo método de Euler

Para melhor entendimento da equação de Euler, primeiro é necessário fazer algumas considerações. A Figura (3) mostra um modelo simples de duas barras articuladas por um pino e uma mola. Esta peça é uma coluna ideal, ou seja, impecavelmente reta, feita com apenas um material e a carga é centrada na seção transversal. Assim, tais condições tornam o exemplo teórico, pois na prática elas não seriam todas cumpridas. Portanto, conforme Hibbeler (2010), Beer (2011), Gere (2003) e Riley (2003) tem-se:

**Figura 3** - Modelo de barras conectadas por uma mola**Fonte:** Beer (2011)

Caso não haja perturbação nas barras e as forças estejam na mesma linha de aplicação o sistema se manterá constante. Contudo se há uma modificação mesmo que minimamente para a direita surgirá um ângulo  $\Delta\theta$  com a vertical.

Ao analisar a barra de AC é possível notar a presença de dois momentos, um formado por  $p * \left(\frac{L}{2}\right) * \sin \Delta\theta$  afastando a barra e o outro da mola tentando trazer a peça para a posição inicial definido por  $K * (2 * \Delta\theta)$ . Caso este último seja maior o sistema estará estável, do contrário estará instável. Como mostrado anteriormente o valor que equilibra os dois momentos é a carga crítica  $P_{cr}$ . Como mostrado na Figura (4).

**Figura 4** - Reações internas da barra BC**Fonte:** Beer (2011)

Ao igualar os momentos, tem-se:

$$P_{cr} * \left(\frac{L}{2}\right) * \sin \Delta\theta = K * (2 * \Delta\theta) \quad (3.1)$$

E como para ângulos pequenos  $\sin \Delta\theta \approx \Delta\theta$ , o  $P_{cr}$  fica:

$$P_{cr} = \frac{4K}{L} \quad (3.2)$$

Na equação (3.2), tem-se que a carga crítica aumenta proporcionalmente com a rigidez e inversamente proporcional com o comprimento.

Em suma ao passo que a carga  $P$  aumenta de zero até um valor grande é observável que:

Quando ( $0 < P < P_{cr}$ ), a peça está em austeridade.

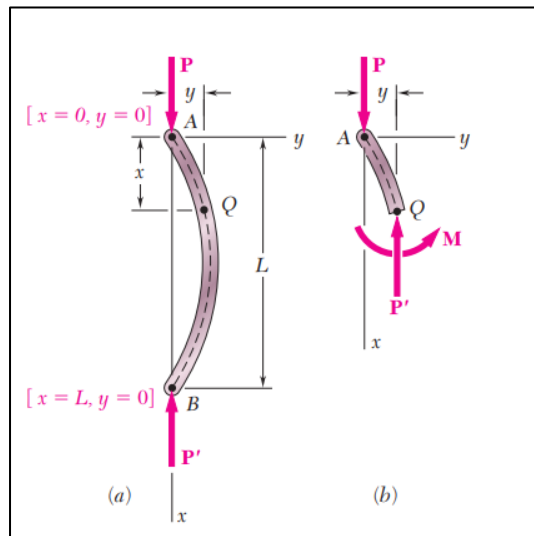
Quando ( $P > P_{cr}$ ), o equilíbrio é instável e não permanece, qualquer movimento ocasionará a flambagem.

Quando ( $P = P_{cr}$ ), a barra está equilibrada seja qual for o ângulo  $\theta$  desde que pequeno incluindo  $\theta = 0$ . Está em equilíbrio neutro.

Retomando a dedução da fórmula de Euler, ao tomar um ponto “Q” qualquer da peça, tem-se que a distância de A até Q é “x”. A deflexão é dada por “y”. Assim, o eixo x será vertical e o y horizontal (a). Ao analisar o diagrama de corpo livre (b) AQ conclui-se que o momento fletor em Q é:

$$M = -P * y \quad (3.3)$$

Para ilustrar, considera-se a Figura (5):

**Figura 5** - Análise matemática da instabilidade na barra**Fonte:** Beer (2011)

Substituindo o momento encontrado na relação momento-curvatura, lembrando que esta relação só pode ser utilizada quando a curva elástica for pequena e os desvios da posição natural ocorram somente por flexão, obtém-se:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} = -\frac{P}{EI} * y \quad (3.4)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{EI} * y = 0 \quad (3.5)$$

Essa é uma equação diferencial linear homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes. Utilizando manipulações de EDO, encontra-se:

$$P^2 = \frac{P}{EI} \quad (3.6)$$

Reescrevendo a equação:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P^2 * y = 0 \quad (3.7)$$

Neste caso a solução geral é dada por:

$$y = A * \sin p * x + B * \cos p * x \quad (3.8)$$

Onde A e B são constantes. Utilizando as condições de contorno nos vínculos, tem-se,  $x = 0$ ,  $y = 0$  e  $B = 0$ . Substituindo  $x = L$ ,  $y = 0$ . Tem-se:

$$A * \sin pL = 0 \quad (3.9)$$

A condição é satisfeita se  $A = 0$ , ou se  $\sin p * L = 0$ . Para o primeiro caso na equação (3.8), obtém-se:

$$y = 0 \text{ (coluna reta)} \quad (3.10)$$

Para o segundo deve-se ter que  $P * L = n * \pi$ , onde “n” é o número de ondas na forma defletida da coluna. Fazendo estas duas alterações a equação (2.11) é definida como:

$$P = \frac{n^2 * \pi^2 * E * I}{L^2} \quad (3.11)$$

Portanto o menor valor de P é obtido considerando o valor de n igual a um. Na prática valores alternativos para n, como n=2, tornando a carga crítica quatro vezes maior que a definida não existirão. Evidenciando a expressão final, conhecida como fórmula de Euler em homenagem ao famoso matemático suíço Leonhard Euler que apresentou seus estudos acerca deste tema em 1757:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 * E * I}{L^2} \quad (3.12)$$

Onde,

$P_{cr}$  = Carregamento crítico ou esforço externo axial máximo no pilar na iminência da flambagem. Ela não deve ser suficiente a ponto de exceder o limite de escoamento do material. A unidade deve estar em Newtons (N).

E = Módulo de Young, característico do material utilizado na fabricação da peça. A unidade deve estar em Pascal (Pa).

I = Menor momento de inércia para a área da seção transversal da coluna. A unidade deve estar em metros elevado a quarta ( $m^4$ ).

L = comprimento da barra, cujas extremidades estejam com articulações. A unidade deve estar em metros (m)

É válido ressaltar que o  $P_{cr}$  não depende da resistência do material e por isso peças feitas com aço de alta resistência não possuem vantagens se comparadas com as de baixa.

Colunas eficientes são dimensionadas visando grande parte da área da seção transversal localizada completamente distante dos eixos principais do centroide, isto se dá pela proporcionalidade direta entre o momento de inércia e a carga crítica.

Sendo assim, é notório que as seções vazadas são mais satisfatórias do que as densas. As seções de abas largas e colunas com perfis U, cantoneiras, placas são melhores. Todavia, simplificar a espessura de um tubo e acrescentar lateralmente aumenta o peso e consequentemente a força crítica, pois o momento de inércia torna-se maior. Quando isto acontece, surge uma flambagem localizada, necessitando de apurações mais detalhadas.

Uma das variáveis mais importantes para este estudo é o momento de inércia por isso segundo Riley (2003), seu valor precisa ser o menor obtido entre os eixos em torno do qual acontece a flexão. Beer (2011) complementa que para uma coluna com seção circular ou quadrada, o momento de inércia em relação a qualquer um dos eixos será igual, ou seja, poderá flambar em qualquer um, contudo, deverá ser levado em consideração as restrições dos apoios. Assim, Hibbeler (2010) conclui que os engenheiros tentam um equilíbrio entre os eixos mantendo os momentos de inércia em todas as direções aproximadamente iguais.

O conceito de tensão é um dos primórdios da resistência dos materiais. Logo, conforme Beer (2011) a tensão associada à carga crítica existe e é chamada de tensão crítica, representada por  $\sigma_{cr}$ . E para finalidade de projeto utiliza-se o conceito de raio de giração, sendo assim ao substituir o momento de inércia por este termo, é obtido:

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 * E * I}{A * L^2} \quad (3.13)$$

Reajustando os termos:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 * E}{\left(\frac{L}{r}\right)^2} \quad (3.14)$$

Sendo  $L/r$  um valor sem dimensão, conhecido como coeficiente (ou razão) de esbeltez:



$$\text{Razão de esbeltez} = \frac{L}{r} \quad (3.15)$$

Esta expressão será importante mais adiante, pois ela é parâmetro para definir o tamanho do pilar, se vai ser comprimido, médio ou curto. Uma observação importante feita por Gere (2003), mostra que esta razão depende exclusivamente do tamanho da coluna, ou seja, quando grande e esbelta a razão é alta e consequentemente a tensão crítica é baixa, isto se dá pela relação de proporcionalidade inversa.

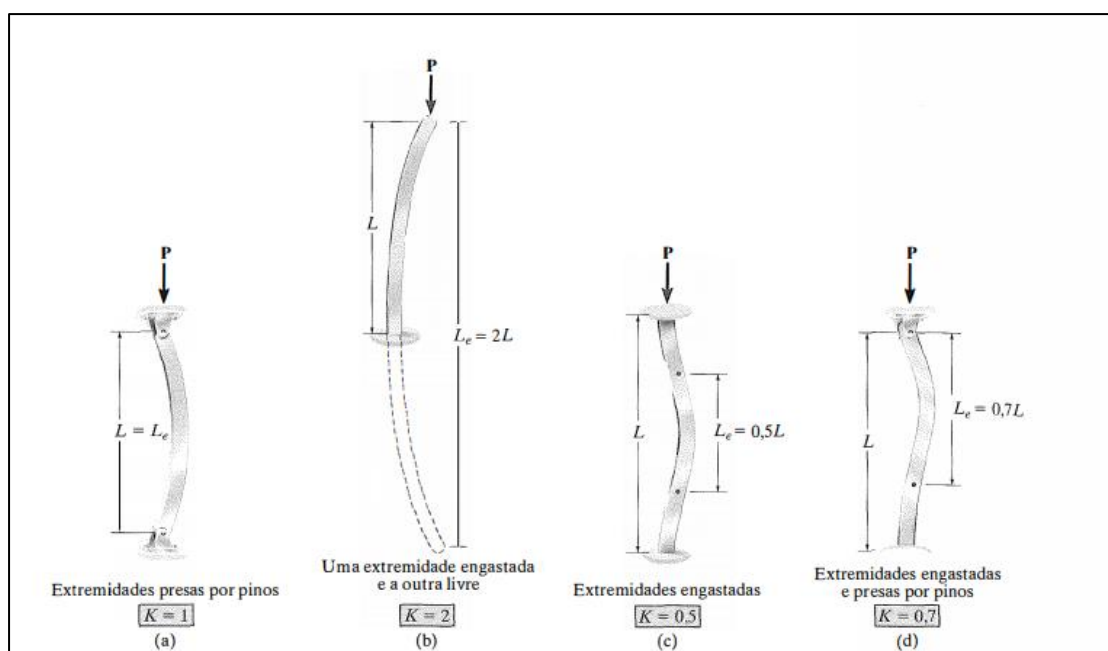
Retomando a equação (3.14) é importante destacar que sua validade está apenas no regime linear elástico. Além do mais a tensão de escoamento é a utilizada para restringir o valor, uma vez que é mais fácil de medir em relação ao limite de proporcionalidade (RILEY, 2003).

Toda a fundamentação descrita anteriormente foi baseada em um exemplo ideal, onde se tinha uma coluna bi-rotulada, porém na prática os casos são diversos e não pode se limitar desse jeito, por isso a fórmula de Euler assume outras versões a depender dos vínculos da estrutura trabalhada. Assim, é adicionado um novo conceito: o comprimento efetivo. Portanto, conforme Hibbeler (2010), Beer (2011), Gere (2003) e Riley (2003) tem-se:

O momento fletor nas extremidades do exemplo utilizado anteriormente (coluna bi apoiada) é inexistente e por essa definição pode-se afirmar que o comprimento “L” na expressão (3.12) é a longitude entre pontos em que o momento fletor é nulo. Assim, um coeficiente é adicionado multiplicando o valor de “L”, conhecido como fator de comprimento efetivo “K”, portanto:

$$L_e = KL \quad (3.16)$$

A Figura (6) mostra os valores relativos de “K” para cada situação:

**Figura 6** - Valores do coeficiente de comprimento efetivo

**Fonte:** Hibbeler (2010)

### 3.2.2 Carga e tensão admissível dos projetos de colunas de aço, baseadas nas fórmulas do AISC

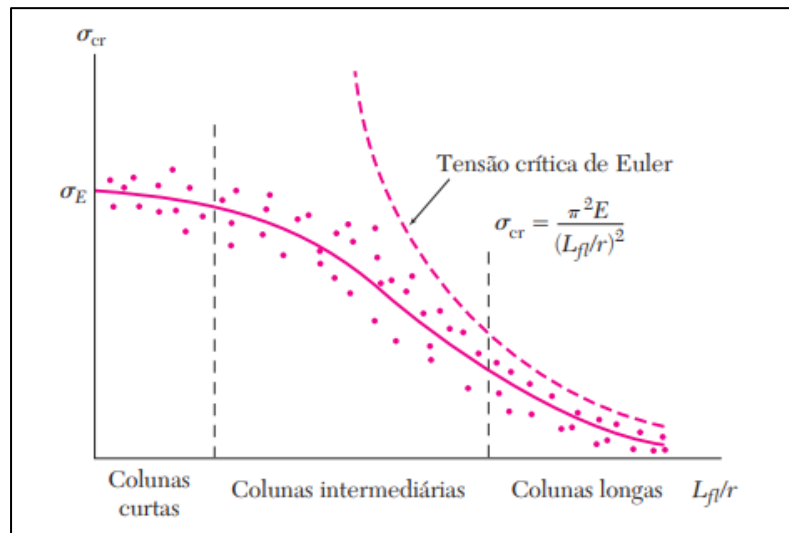
Como dito anteriormente, este trabalho visa um estudo computacional da flambagem em perfis de colunas de aço, portanto, a partir deste tópico inicia-se a abordagem dos casos práticos, começando pelas especificações norte-americanas do AISC. Segundo Hibbeler (2010), na realidade as peças estruturais ideais vistas até aqui não existem, pois elas possuem tensões residuais obtidos mediante sua fabricação não constante durante o resfriamento causando imperfeições na sua linearidade. Para equilibrar tais efeitos existem muitos códigos e manuais de projeto que especificam fórmulas experimentais.

Beer (2011) complementa que os projetos são dimensionados a partir de fórmulas experimentais obtidas de vários testes laboratoriais. A Figura (7) mostra os resultados utilizando o aço, com carregamento centrado frequentemente aumentado até a falha. O eixo  $y$  apresenta a tensão crítica, ao passo que o  $x$  mostra o índice de esbeltez. É observável três regiões de falha diferentes.

Segundo Gere (2003), existe uma aproximação das curvas para resultados pequenos da razão de esbeltez utilizando os modelos experimentais, isso no regime

inelástico, e assim, para os valores grandes usar a expressão de Euler (regime elástico). Por isso um fator de segurança deve ser aplicado.

**Figura 7** - Testes laboratoriais com o aço



**Fonte:** Beer (2011)

Para colunas longas, com o índice de esbeltez grande, a imperfeição é prevista coerentemente com a fórmula de Euler e a tensão crítica varia com o módulo de Young e não com a tensão de escoamento. Nas peças muito curtas a falha ocorre por causa do escoamento,  $\sigma_{cr} \approx \sigma_E$ . Os com comportamento intermediário a imperfeição depende tanto de  $\sigma_E$ , quanto de  $E$ . Usar uma única fórmula para todos os valores do índice de esbeltez é impraticável.

A diversidade do comportamento, devido os diferentes tamanhos, gera várias expressões diferentes nos códigos e manuais para dimensionamento, por isso o coeficiente de esbeltez é de suma importância aqui (HIBBELER, 2010).

Para os projetos de aço estrutural, hoje em dia os pilares são dimensionados de acordo com as fórmulas do Structural Stability Research Council (SSRC). Coeficientes de segurança são aplicados pelo American Institute of Steel Construction (AISC) para construções de prédios (HIBBELER, 2010). De acordo com Beer (2011) o método mais utilizado para projetar é o método da tensão admissível, para um carregamento no centroide do perfil.

Para a tensão admissível, Gere (2003) complementa informando que ela é encontrada por uma razão entre a tensão máxima e um coeficiente de segurança e a tensão máxima é o valor total que o perfil suporta de carregamento.

As deduções a seguir são baseadas em Gere (2003), Riley (2003) e Hibbeler (2010). Para um índice de esbeltez com um alto valor, a tensão máxima é feita conforme a hipérbole de Euler, equação (3.14). Porém existe um limitante, isso só é verdade se as tensões reais da peça forem menores que as limite de proporcionalidade, que é uma condição satisfeita na maioria das vezes.

Uma exceção é o caso dos perfis de flange largo (aço laminado) que possuem tensões residuais significativas. Por isso o limite de proporcionalidade só é alcançado quando a tensão máxima for igual à metade da tensão de escoamento:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = 0,5 * \sigma_e \quad (3.17)$$

Para o menor valor do índice de esbeltez que a equação de Euler (3.14) é ativa, essa exceção deve ser considerada. Assim, encontra-se a razão de esbeltez crítica, este termo define o limite entre a flambagem elástica e inelástica para perfis de aço laminado. Portanto:

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{\sigma_e}} \quad (3.18)$$

A expressão de Euler pode ser mostrada em forma de razão com a tensão de escoamento e manipulada com o índice de esbeltez crítico:

$$\frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_e} = \frac{\pi^2 E}{\sigma_e \left(\frac{KL}{r}\right)^2} = \frac{\left(\frac{KL}{r}\right)^2_c}{2 \left(\frac{KL}{r}\right)^2} \quad \frac{KL}{r} \geq \left(\frac{KL}{r}\right)_c \quad (3.19)$$

Quando a razão de esbeltez for menor que a razão de esbeltez crítica, ou seja, na região onde a flambagem é inelástica o projeto é feito com base no seguinte modelo matemático:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \left[ 1 - \frac{\left(\frac{KL}{r}\right)^2}{2 \left(\frac{KL}{r}\right)^2_c} \right] * \sigma_e \quad \frac{KL}{r} \leq \left(\frac{KL}{r}\right)_c \quad (3.20)$$

O AISC definiu dois fatores de segurança, correspondente para as duas condições mostradas anteriormente. Sendo:

$$n_1 = \frac{5}{3} + \frac{3 \left( \frac{KL}{r} \right)}{8 \left( \frac{KL}{r} \right)_c} - \frac{\left( \frac{KL}{r} \right)^3}{8 \left( \frac{KL}{r} \right)_c^3} \quad KL/r \leq \left( \frac{KL}{r} \right)_c \quad (3.21)$$

$$n_2 = \frac{23}{12} \approx 1,92 \quad KL/r \geq \left( \frac{KL}{r} \right)_c \quad (3.22)$$

As especificações AISC limitam o coeficiente de esbeltez em 200. Logo, as fórmulas finais considerando os fatores de segurança ficam:

$$\sigma_{adm} = \frac{12\pi^2 E}{23 \left( \frac{L}{r} \right)^2} \quad \left( \frac{KL}{r} \right)_c \leq \frac{KL}{r} \leq 200 \quad (3.23)$$

$$\sigma_{adm} = \frac{\left[ 1 - \frac{\left( K * \frac{L}{r} \right)^2}{2 * \left( \frac{KL}{r} \right)_c^2} \right] * \sigma_e}{\left( \frac{5}{3} \right) + \left[ \left( \frac{3}{8} \right) * \left( \frac{\frac{KL}{r}}{\left( \frac{KL}{r} \right)_c} \right) \right] - \left[ \frac{\left( \frac{KL}{r} \right)^3}{8 * \left( \left( \frac{KL}{r} \right)_c \right)^3} \right]} \quad \left( \frac{KL}{r} \right)_c \geq \frac{KL}{r} \quad (3.24)$$

### 3.2.3 Determinação da carga resistente no dimensionamento de barras comprimidas segundo norma brasileira 8800:2008.

O conceito de barras comprimidas já foi definido nos tópicos anteriores presentes neste trabalho. Segundo Pfeil (2009), as solicitações compostas de compressão aumentam a dobradura natural que a maioria das peças possuem advindas do processo de fabricação, ocasionando a flambagem por flexão, sendo o oposto das forças de tração que tendem a consertar estas falhas.

As estruturas encontradas nestes casos são os: sistemas de treliças, travejamentos, sistemas contraventados de edifícios, comumente em colunas de edificações quaisquer (CHAMBERLAIN *et al.*, 2013).

Conforme Pfeil (2009) quando a instabilidade global é desconsiderada a solicitação resistente é dada pela equação (3.25):

$$N_{d\ res} = \frac{N_c}{\gamma_{a1}} = \frac{A_g f_c}{\gamma_{a1}} \quad (3.25)$$

Onde,

$f_c$  = Tensão última. A unidade deve estar em Newtons (N)

$A_g$  = Área bruta da seção transversal. A unidade deve estar em metros (m)

$\gamma_{a1}$  = Coeficiente de ponderação do aço. 1,10 para combinações normais de ações.

Porém neste trabalho a flambagem é o principal objeto de estudo, logo a carga resistente da fórmula (3.25) não será utilizada.

Uma das primeiras considerações a serem feitas é a existência de um momento, comumente chamado de segunda ordem, consequente da excentricidade ocasionada pela flambagem elástica em perfis perfeitamente retos, que ocorre após a perda de estabilidade da peça. Assim a força resistente fica:

$$N_{d\ res} = \frac{A_g}{\gamma_{a1}} \left( f_c - \frac{Mc}{I} \right) \quad (3.26)$$

O momento irá reduzir o valor da capacidade de carga em comparação de acordo com:

$$N_{d\ res} < \frac{A_g f_c}{\gamma_{a1}}$$

A segunda consideração a ser feita é que como já dito na prática as barras já possuem imperfeições de fábrica. Com isso, existe também um momento chamado de primeira ordem. Portanto:

$$N_{d\ res} = \frac{A_g}{\gamma_{a1}} \left( f_c - \frac{M_{1^\circ} c}{I} - \frac{M_{2^\circ} c}{I} \right) \quad (3.27)$$

Onde, os dois momentos de primeira e segunda ordem presentes entre os parênteses são substituídos por um fator de redução, que a NBR 8800:2008 chama de “chi”, uma letra grega representada por  $\chi$  (CHAMBERLAIN *et al.* 2013). Logo:

$$N_{d\,res} = \frac{A_g f_c}{\gamma_{a1}}(\chi) \quad (3.28)$$

Este fator de redução está associado inteiramente à resistência a compressão. Varia de 0 a 1. Não podendo ser maior que 1, pois com instabilidade global não se pode ganhar resistência apenas perder. E a norma também apresenta um gráfico para determinar este valor em casos que o índice de esbeltez não ultrapasse 3,0. Como mostra a figura (8) (CHAMBERLAIN *et al.*, 2013).

**Figura 8** - Gráfico do fator de redução em função do índice de esbeltez reduzido



**Fonte:** Chamberlain et al. (2013)

O índice de esbeltez reduzido  $\lambda_0$  vai definir se a flambagem vai ocorrer em regime inelástico, ou seja, depois do escoamento de parte da seção ou em regime elástico, antes do escoamento de parte da seção e ele é definido pela equação (CHAMBERLAIN *et al.*, 2013):

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_c}{N_e}} \quad (3.29)$$

Onde,

$N_e$ = Força axial de flambagem elástica; A unidade deve estar em Newtons (N)

$Q$  = Flambagem local, sempre menor que 1. Como está no radical diminui o valor de  $\lambda_0$ .

Para Pfeil (2009) e Chamberlain *et al.* (2013) É importante ressaltar que para trabalhar com o  $N_e$ , tem-se de considerar as cargas nos três eixos possíveis, ou seja, existe o  $N_{ex}, N_{ey}, N_{ez}$ .

Onde, normalmente o eixo x é o de maior inércia, y o de menor e o z vai representar a flambagem por torção.

Para as flambagens presentes nos eixos x e y, o cálculo é praticamente igual mudando apenas os eixos das variáveis. Sendo assim, tem-se:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2} \quad (3.30)$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2} \quad (3.31)$$

Já para a instabilidade global no eixo z, ou seja, a torção do perfil, serão introduzidos novos termos de propriedades geométricas. Sendo:

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] \quad (3.32)$$

Onde,

$$r_0 = \text{é o raio de giração polar, definido por } r_0 = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2}$$

$C_w$  = Constante de empenamento. A unidade deve estar em metros elevado a sexta ( $m^6$ )

$G$  = Módulo de Elasticidade Transversal. A unidade deve estar em Pascal ( $Pa$ )

$J$  = Constante de Torção. A unidade deve estar em metros elevado a quarta ( $m^4$ )

Para o comprimento de flambagem (comprimento efetivo, já definido nos tópicos anteriores) a norma traz além dos valores teóricos, os valores recomendados conforme a Figura (9) (ABNT NBR 8800:2008):



**Figura 9** - Valores teóricos e recomendados para o comprimento efetivo segundo a Norma 8800:2008

|                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                    |                                                                                     |                                                                                     |
|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem | (a)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | (b)                                                                               | (c)                                                                               | (d)                                                                                | (e)                                                                                 | (f)                                                                                 |
|                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |  |  |  |  |
| Valores teóricos de $K_x$ ou $K_y$                     | 0,5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,7                                                                               | 1,0                                                                               | 1,0                                                                                | 2,0                                                                                 | 2,0                                                                                 |
| Valores recomendados                                   | 0,65                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,80                                                                              | 1,2                                                                               | 1,0                                                                                | 2,1                                                                                 | 2,0                                                                                 |
| Código para condição de apoio                          |  Rotação e translação impedidas<br> Rotação livre, translação impedida<br> Rotação impedida, translação livre<br> Rotação e translação livres |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                    |                                                                                     |                                                                                     |

**Fonte:** ABNT NBR 8800:2008 (Tabela E.1)

A carga de flambagem utilizada para o cálculo da esbeltez reduzida será a menor dentre os três. E com o valor de  $\lambda_0$  definido, basta consultar a Figura (8) e determinar o valor do fator de redução.

A curva é definida por duas regiões distintas, uma representa a flambagem inelástica e a outra a flambagem elástica. O valor que divide as duas regiões é chamado de esbeltez limite, definido com o valor de 1,5. Assim:

Para  $\lambda_0 \leq 1,5$ , tem-se:

$$\chi = 0,658^{\lambda_0^2} \quad (3.33)$$

Para  $\lambda_0 > 1,5$ , tem-se:

$$\chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} \quad (3.34)$$

Outra consideração importante é que como a norma AISC, a ABNT NBR 8800:2008 também limite o índice de esbeltez em 200.

Por fim, a carga resistente será encontrada através da seguinte expressão:

$$NcRd = \frac{\chi * Q * Ag * Fy}{1.1} \quad (3.35)$$

### 3.3 SCILAB

Scilab é um software gratuito e livre, logo seu alcance é muito grande, uma vez que para utilizá-lo basta o usuário ter acesso a internet. É um software de código aberto disponível sobre a licença pública. Está disponível para Linux, no Mac OS X e no Windows XP / Vista / 7/8/10. Começou focado em soluções computacionais com finalidade de ajudar em aplicações científicas e no ramo da engenharia.

Possui diversas funções que permitem, por exemplo, visualizações em duas e três dimensões para gráficos matemáticos, criação de algoritmos que otimizem as soluções de problemas, desenvolvimento de aplicativos, modelagens de aparelhos dinâmicos, entre outros.<sup>1</sup>

Para Dellacqua *et al.* (2016), esta ferramenta possui um ambiente de trabalho excelente para fins matemáticos, por ser aberto ao público e montar configurações iterativas para resoluções de problemas científicos. Por isso, é frequentemente aplicada em inúmeros setores industriais e educacionais.

---

<sup>1</sup> Disponível em: <<https://www.scilab.org/about/>>. Acesso em: 10 de Maio de 2019.

## 4 ROTINA DE PROGRAMAÇÃO PARA OS CÓDIGOS CRIADOS

Este capítulo fundamenta-se em uma abordagem sobre a lógica de programação utilizada na criação dos códigos já citados no começo do trabalho. De forma breve, os mesmos foram feitos a partir de uma extensão do Scilab, que é a interface gráfica GUIBUILDER. Os três códigos construídos possuem uma interface de fácil uso e permite o cálculo das cargas e tensões críticas necessárias para um projeto de perfil de aço.

### 4.1 CRIAÇÃO DO MÉTODO DE EULER PARA O ESTUDO DA FLAMBAGEM EM PERFIS DE AÇO

A equações de Euler para encontrar a carga e a tensão crítica para situações com carregamento no centroide foram demonstradas no capítulo anterior.

Para implementação da mesma, criou-se primeiramente um “popupmenu”, que é um botão que quando acionado mostra um menu com uma determinada listagem. Neste caso o menu mostra alguns dos principais perfis de aço, com o intuito do usuário ter acesso as propriedades geométricas de um determinado perfil, tais como: momento de inércia e raio de giração nos eixos x e y, além da área da seção transversal. Assim, o usuário não irá precisar pesquisar tais valores, trazendo maior comodidade para o mesmo. Portanto, para atender tais proposições, foi criado um “switch/case”.

Em seguida foi criado um “pushbutton”, que é um botão retangular com a função de um retorno de chamada (call-back), ou seja, ele será responsável por unir o código, sintetizando a resposta final e é sob ele que a rotina será feita. A tag usada foi “Pb\_1” e a string, ou seja, o nome que a interface exibirá, foi “calcular”, com isto feito o botão está pronto. Os demais serão criados usando a função “edit”. Esta função permite a criação de uma zona editável, portanto é nela que os valores são inseridos, pois caso ocorra um erro ao digitar um número, o mesmo poderá ser retificado. Assim, as tags criadas variam de “edit\_1” a “edit\_5”, onde “edit\_1” recebe o valor módulo de elasticidade; “edit\_2” recebe a área da seção transversal; “edit\_3” recebe o comprimento da peça; “edit\_4” recebe o fator de comprimento efetivo e por fim, o “edit\_5” recebe o menor valor do momento de inércia. Já os “edit\_6” e “edit\_7” têm a função apenas de exibir os resultados finais de carga e tensão crítica, respectivamente.

São utilizados também botões do tipo “text”, que acompanham os botões “edit”, com a única função de nomear cada botão, com as suas respectivas variáveis.

Com as variáveis declaradas, o código GUI é gerado. Como já dito toda a rotina de programação será feita abaixo da função que representa o “pushbutton”. Os valores colocados nas caixas do tipo “edit” são armazenados nas variáveis a, b, c, d, e. Em seguida são convertidos para valores numéricos utilizando “strtod” (String to decimal), transformando assim, valores que o software reconhece como letras para números efetivamente, só assim as contas podem ser efetuadas com sucesso. Posteriormente as duas fórmulas são declaradas, a carga crítica armazenada em “P” e a tensão admissível em “T”. Como foi apresentado na teoria a tensão admissível não pode ser superior a tensão de escoamento do aço, logo foi necessário a criação de um sistema condicional, que a linguagem do programa reconhece como “if”, “else”, “elseif” e “then”. Então o laço é aberto com um “if” (se) a tensão crítica “T” for maior que a tensão de escoamento “Te”, “then” (então),  $T = T_e$ , ou seja a tensão crítica será a tensão de escoamento, por outro lado “elseif” (se não, se), a condição passada não ocorrer a tensão crítica será a apresentada pelo software normalmente.

Para que os valores sejam apresentados nos “edit\_6” e “edit\_7” deve-se declarar “handles.edit\_6.string=string(evstr(P))” e “handles.edit\_7.string=string(evstr(T))”. O próximo passo é salvar e executar o código como é vista na figura 10.

**Figura 10** - Interface criada para a utilização do método de Euler.

**Fonte:** Autoria própria (2019).

#### 4.2 CRIAÇÃO DO CÓDIGO PARA A DETERMINAÇÃO DA TENSÃO ADMISSÍVEL PELAS EQUAÇÕES DE PROJETO DO AISC (NORMA AMERICANA)

Como mostrado no capítulo 3, no tópico 3.2.2, para projeto de perfis de aço, as normas americanas utilizam expressões baseadas no AISC para carregamento concêntrico.

A lógica de programação utilizada aqui é parecida com a do método de Euler, uma vez que possui o mesmo “popupmenu” com a lista de perfis de aço e o “pushbutton” com a string de calcular. As caixas “edit” também foram utilizadas para receberem os valores de suas respectivas variáveis, aqui, porém, ocorreram mudanças com a entrada do raio de giração (que deve ser o menor valor entre os dois eixos). A rotina continua sendo feita abaixo do call-back “pb\_1”, as variáveis de armazenamento do tipo “string” foram a, b, c, d, g com as variáveis de transformação para decimal K, L, r, E, T, respectivamente.

Posteriormente foram adicionadas as fórmulas de índice de esbeltez e índice de esbeltez críticos (vide as equações 3.15 e 3.18, respectivamente). Para índice de esbeltez, a variável utilizada para sua representação foi a letra “L”, sendo utilizada a função “sqrt”, que é

como o programa reconhece uma raiz quadrada, além da “%pi”, para a atribuição do valor de pi, já presente no programa, evitando arredondamentos. Já para o índice de esbeltez crítico a variável escolhida foi “Lc”. Cabe ressaltar que, para estas duas variáveis foram acrescentadas a função “printf” na linha imediatamente abaixo das atribuições, com o intuito do usuário ter acesso a estes dois resultados a partir do terminal do programa, visando um melhor acompanhamento da resolução e evitando erros.

De acordo com as equações 3.23 e 3.24, foi notória a necessidade da criação de um laço condicional, caracterizado pelo uso de “if”, “elseif”, “else” e “then”. Eles representam o “se”, “senão se”, “senão” e “então”, respectivamente. Tais condições devem analisar estes valores dentro do que as especificações pedem, ou seja, caso o L seja maior ou igual ao o índice de esbeltez crítico Lc e menor ou igual a duzentos a tensão admissível será conforme a equação 3.23, caso contrário será conforme a 3.24. As duas fórmulas estão declaradas no código. A caixa “edit\_6” ficou responsável por exibir o resultado.

A Figura 11 mostra o código finalizado.

**Figura 11** - Interface criada para o código de projeto de colunas de aço, baseado no AISC

A interface gráfica, intitulada "Janela gráfica número 2", apresenta um layout organizado para a entrada de dados e cálculo. No topo, há uma barra de título com ícone, texto e botões de controle. O corpo da janela contém seis campos de entrada distribuídos em uma grade: "Fator de comprimento", "Raio de Giração (Menor)", "Escolha o perfil" (menu suspenso), "Comprimento", "Módulo de Elasticidade" e "Tensão de Escoamento". Abaixo desses campos, há um campo rotulado "A tensão admissível é:" e, no rodapé central, um botão "Calcular".

**Fonte:** Autoria própria (2019)

### 4.3 IMPLEMENTAÇÃO DO CÓDIGO PARA DIMENSIONAMENTO DE BARRAS COMPRIMIDAS CONFORME A NORMA BRASILEIRA ABNT NBR 8800

A presente metodologia, foi desenvolvida para projetos de barras com perfis de aço que possuam carregamento axial e compressão, seguindo a norma brasileira para o dimensionamento destas peças.

Para a implementação desse código, os conceitos já apresentados foram novamente utilizados, então o mesmo “pushbutton”, “popupmenu” e as caixas do tipo “edit” estão presentes aqui. As alterações estão nas variáveis utilizadas. Para armazenamento utilizou-se as letras a, b, c, d, e, g, h, i, j, l, m, o, representando o comprimento efetivo, o comprimento da peça, o módulo de elasticidade, a constante de empenamento, a constante de torção, o módulo de elasticidade transversal, a carga atuante, a flambagem local, o momento de inércia em x, em y, área bruta, respectivamente, bem como as variáveis que transformam o formato “string” para “decimal” são K, L, E, Cw, J, G, Fy, Q, Ix, Iy, ro, Ag. Em seguida foram declaradas as expressões que representam os carregamentos nos eixos x, y, e z, mostrados nas equações 3.30, 3.31, 3.32.

Foi previsto também, para o usuário, a verificação do índice de esbeltez, uma vez que a norma o limite no valor de 200. Sendo assim foi aberta uma condição onde o índice é calculado conforme já visto na equação 13.15 e se for menor que 200, no terminal do programa aparecerá “O índice de esbeltez é permitido”, caso contrário mostrará “o índice de esbeltez não é permitido”.

Posteriormente foi aberto uma estrutura condicional de “if”, “elseif”, “else” e “then”, pois como dito na seção 3.2.3 o dimensionamento é feito no eixo com menor valor, logo se  $N_{ex}$  for menor que  $N_{ez}$  e  $N_{ey}$ , ele será o valor utilizado em  $N_e$  e assim sucessivamente. Estes valores são apresentados, caso o usuário queira verificar, no terminal do programa através do comando “printf”. Também foram previstos os casos que não consideram a instabilidade em um dos três eixos. Para isto, ainda nesta estrutura de repetição é considerado que se um dos três resultados de  $N_e$  for zero, o programa não deve assumir este valor, evitando problemas no cálculo do índice de esbeltez reduzido e sim deve retornar e escolher o menor dos outros dois.

Prosseguindo o próximo atributo é o índice de esbeltez reduzido calculado conforme a equação 3.29. Aqui outro sistema condicional é montado, uma vez que se o índice de esbeltez reduzido for menor ou igual a 1,5, o fator de redução usado segue a equação 3.33. Se não, se for maior que 1,5 segue a equação 3.34. O valor pode ser conferido no terminal do programa.

Por último a equação 3.35 é definida para apresentar a resposta final. a caixa “edit\_10” foi a usada para receber e exibir o valor.

**Figura 12** - Interface criada para a implementação do método das tensões admissíveis.

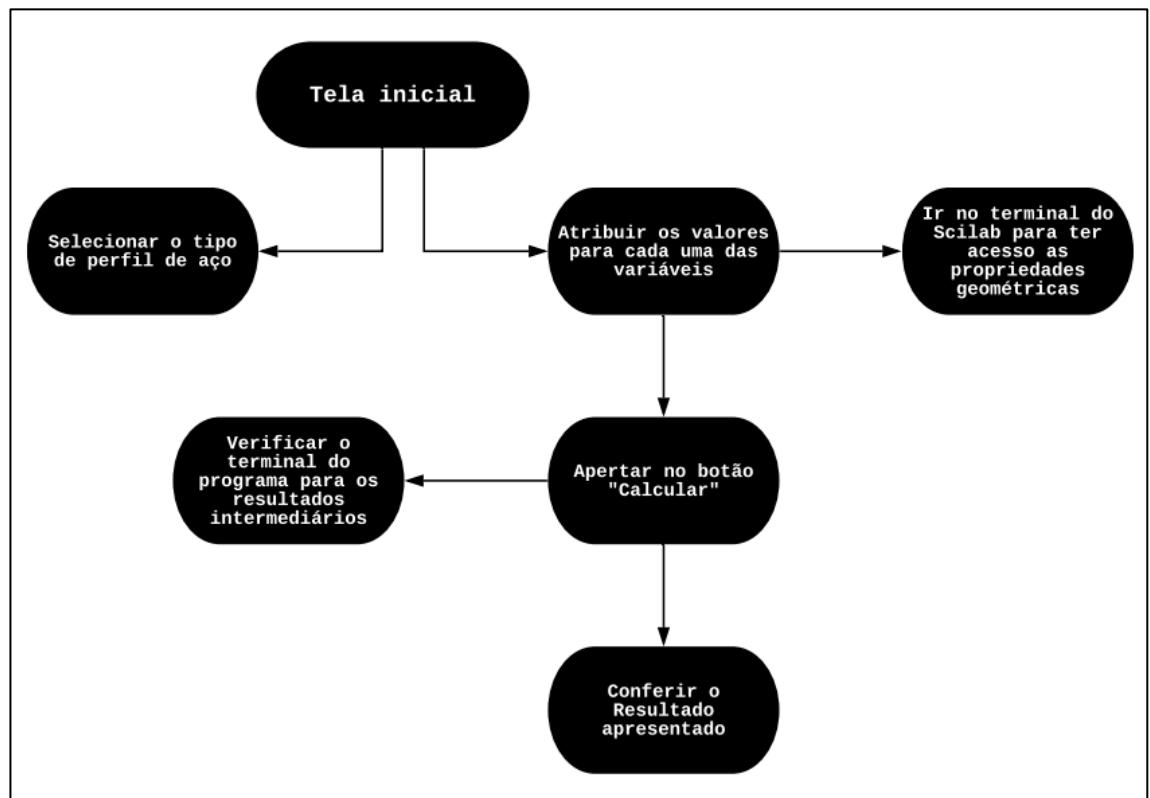
**Fonte:** Autoria própria (2019)

#### 4.4 FLUXOGRAMA

A Figura 13 remete a um fluxograma criado com o objetivo de auxiliar o usuário na utilização do código, demonstrando quais os procedimentos que devem ser tomados para o funcionamento correto deles.



**Figura 13** - Fluxograma para a utilização dos códigos



**Fonte:** Autoria própria (2019).

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

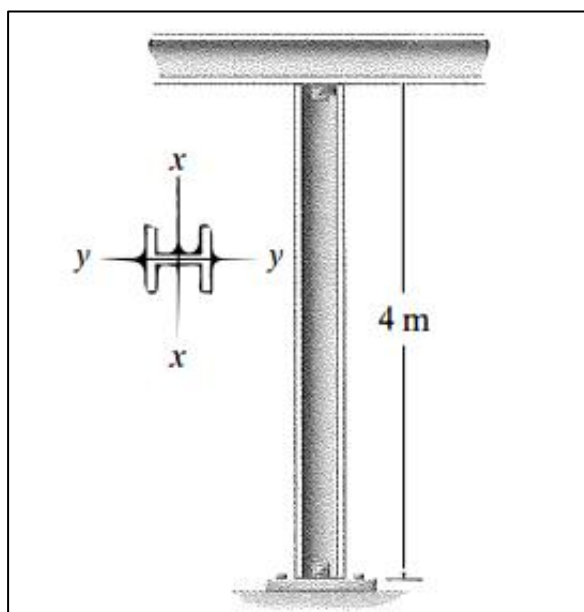
Neste capítulo, estão presentes os resultados e as discussões acerca da utilização dos códigos para o estudo da instabilidade global em perfis de aço. A primeira seção mostra os exemplos resolvidos com o método de Euler, a segunda mostra com as especificações americanas para projeto de coluna e por último o dimensionamento de barras comprimidas com a norma brasileira. Os exemplos utilizados foram retirados de literaturas. As discussões estão sobre a funcionalidade dos códigos para com os resultados obtidos, se estão coerentes, se houve mudança no valor e por quê.

### 5.1 RESULTADOS DO CÓDIGO DE DETERMINAÇÃO DA CARGA CRÍTICA PELA EQUAÇÃO DE EULER

Utilizando primeiramente o exemplo resolvido 13.2, do Hibbeler (2010), é mostrado a seguinte situação problema, envolvendo o estudo da flambagem:

O elemento estrutural W200 x 46 de aço A-36 mostrado na Figura 14 deve ser usado como uma coluna acoplada por pinos. Determine a maior carga axial que ele pode suportar antes dele começar a sofrer flambagem ou antes que o aço escoe.

**Figura 14** - Elemento estrutural de aço A-36 de com perfil W200 x 46.



**Fonte:** Hibbeler (2010)

### Solução do problema - Hibbeler (2010):

Analisando o problema, é perceptível que a expressão de Euler pode ser utilizada, uma vez que a carga no perfil é centrada e o problema não pede a utilização do código AISC. Sendo assim o código a ser utilizado é o “Método de Euler”.

De acordo com Hibbeler (2010), os valores para a carga e a tensão críticas nesse referido problema são:

$$P_{cr} = 1.887,6 \text{ kN}$$

$$\sigma_{cr} = 320,5 \text{ N/mm}^2$$

### Solução pelo código desenvolvido:

O exercício diz que o perfil é W200 x 46, selecionando este tipo de perfil na interface do código são obtidos os seguintes dados:

$$A = 5890 \text{ e} - 3 \text{ m}^2$$

$$I_x = 45.5 \text{ e} - 6 \text{ m}^4$$

$$r_x = 0.0879 \text{ m}$$

$$I_y = 15.3 \text{ e} - 6 \text{ m}^4$$

$$r_y = 0.051 \text{ m}$$

Além disso, a questão diz que a coluna é acoplada por pinos, logo:

$$K = 1$$

Por fim, tem-se:

$$L = 4 \text{ m}; E = 200 \times 10^9 \text{ Pa (A} - 36); \sigma_e = 250 \times 10^6 \text{ Pa}$$

**Figura 15** - Solução para o exemplo 13.2 apresentado em Hibbeler (2010).

The screenshot shows a software window titled "Janela gráfica número 3". It contains the following fields:

- W200 x 46** (dropdown menu)
- Módulo de Elasticidade**: 200E9
- Área da Seção Transversal**: 5890E-6
- Comprimento da Peça**: 4
- Fator de Comprimento**: 1
- Momento de Inércia**: 15.3E-6
- Carga Crítica**: 1887561.8
- Tensão Crítica**: 3.205D+08
- Calcular** (button)

**Fonte:** Autoria própria (2019).

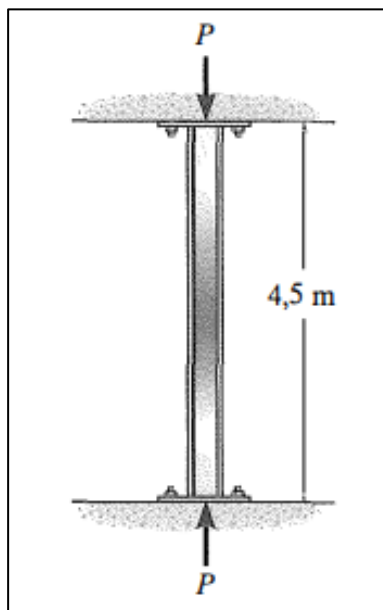
A diferença entre as respostas está na unidade, o livro soluciona em KN (quilo-newtons), enquanto o código mostra o resultado em Newtons.

O segundo exemplo foi uma adaptação do problema proposto 13.10, presente no Hibbeler (2010), onde o enunciado diz o seguinte:

O elemento estrutural W250 x 67 é feito de aço A-36 e usado como uma coluna de 4,5 m de comprimento. Se considerarmos que suas extremidades estão apoiadas por pinos e que ela é submetida a uma carga axial de 500 kN, determine o fator de segurança em relação à flambagem.

O elemento estrutural é mostrado na Figura 16.

**Figura 16** - Elemento estrutural do problema 13.10 do Hibbeler (2010)



**Fonte:** Hibbeler (2010)

#### **Solução do problema - Hibbeler (2010):**

Analisando o problema, é visto que se trata de uma questão simples, solucionada pela carga crítica da fórmula de Euler.

O livro fornece o seguinte valor como carga crítica:

$$P_{cr} = 2.116,7 \text{ kN}$$

#### **Solução pelo código desenvolvido – Método de Euler:**

O problema solicita o fator de segurança a ser utilizado para este caso, todavia este não é o objeto de estudo do código desenvolvido, logo esta variável foi desconsiderada. No entanto, se o usuário quiser encontrar o valor basta efetuar uma simples divisão entre o resultado obtido no Scilab ® 6.0.2, pelo carregamento fornecido na questão. O valor gerado por esta razão será o fator de segurança.

Pela Figura 5.4 verifica-se que o resultado foi:

$$P_{cr} = 2116703 \text{ N ou } P_{cr} = 2.116703 \text{ kN}$$

**Figura 17** - Solução do exercício 13.10 pelo código do método de Euler

The image shows a graphical user interface for calculating the critical load using Euler's method. The window is titled "Janela gráfica número 0". It contains several input fields and a calculation button. The inputs are as follows:

- W250 x 67** (selected from a dropdown menu)
- Comprimento da Peça**: 4.55
- Módulo de Elasticidade**: 200e9
- Fator de Comprimento**: 1
- Área da Seção Transversal**: 8560e-6
- Momento de Inércia**: 22.2e-6
- Carga Crítica**: 2116703
- Tensão Crítica**: 2.473D+08

A **Calcular** button is located at the bottom center of the interface.

**Fonte:** Autoria Própria (2019)

### Erro gerado entre os resultados

**Tabela 1** - Comparação dos resultados da carga crítica e erro gerado pelo código de Euler

| RESULTADOS DA LITERATURA (N) | RESULTADOS OBTIDOS NOS CÓDIGOS (N) | ERRO (%) |
|------------------------------|------------------------------------|----------|
| 1887600                      | 1887561,8                          | 0,002024 |
| 2116700                      | 2116703                            | 0,000142 |

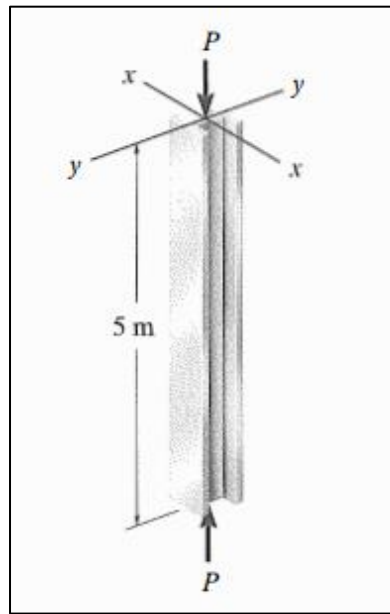
**Fonte:** Autoria própria (2019)

## 5.2 RESULTADOS DO CÓDIGO PARA A TENSÃO ADMISSÍVEL PELAS EQUAÇÕES DE PROJETO ESTABELECIDAS PELO AISC

O primeiro exemplo é o exercício resolvido 13.8 do Hibbeler (2010) o exemplo resolvido 13.8, onde a questão pede a resolução através das equações AISC. Logo, o código a ser utilizado é o “AISC”. O enunciado é o seguinte:

Um elemento estrutural W250 x 149 de aço A-36 é usado como uma coluna apoiada por pinos (Figura 18). Usando as fórmulas de projeto do AISC, determine a carga que ele pode suportar com segurança.  $E_{aço} = 200(10^3) \text{ MPa}$ ,  $\sigma_e = 250 \text{ MPa}$ .

**Figura 18** - Elemento estrutural W250 x 149 de aço A-36.



**Fonte:** Hibbeler (2010)

**Solução do problema pelas fórmulas AISC - Hibbeler (2010):**

$$\sigma_{adm} = 110,85 \text{ MPa}$$

**Solução pelo código desenvolvido para a norma americana AISC:**

A partir das informações do texto, escolhendo o perfil pedido retira-se os seguintes valores:

Como o perfil é W 250 x 149, as propriedades geométricas são:

$$A = 19000 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$r_x = 0.117 \text{ m}$$

$$r_y = 0.0674 \text{ m}$$

$$I_x = 259 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_y = 86.2 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

Além disso como a coluna é apoiada por apoios, deduz-se que:

$$K = 1$$

**Figura 19** - Solução para o exemplo 13.8 apresentado em Hibbeler (2010).

Janela gráfica número 0

|                      |                         |                      |
|----------------------|-------------------------|----------------------|
| Fator de comprimento | Raio de Giração (Menor) | W250 x 149           |
| 1                    | 67.4e-3                 |                      |
| Comprimento          | Módulo de Elasticidade  | Tensão de Escoamento |
| 5                    | 200e9                   | 250e6                |

A tensão admissível é:

1.108D+08

Calcular

**Fonte:** Autoria própria (2019).

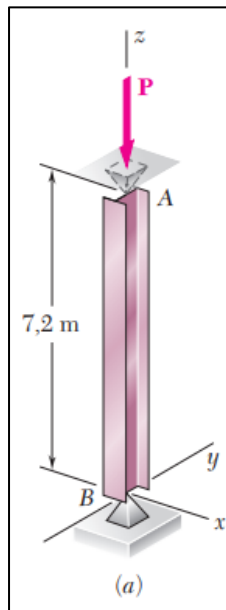
Em comparação com o valor apresentado na literatura, existe uma diferença entre os valores e esta diferença se dá pela precisão de casas dos índices de esbeltez, uma vez que o programa calculou com seis casas decimais e o livro utilizou apenas duas.

O segundo exemplo, foi uma adaptação do problema resolvido 10.3, do Beer (2011), onde o item (a) foi utilizado no código, com o intuito de comparar o valor da tensão admissível que está presente na literatura. O enunciado da questão diz:

A coluna AB consiste em um perfil laminado de aço laminado W 250 x 58 feito com uma classe de aço para a qual  $\sigma_e = 250 \text{ MPa}$  e  $E = 200 \text{ GPa}$ . Determine a força centrada  $P$  admissível (a) se o comprimento de flambagem da coluna for de 7,2 m em todas as direções.



**Figura 20** - Coluna AB com perfil de aço laminado



**Fonte:** Beer (2011)

**Solução do problema pelas fórmulas AISC - Beer (2011):**

De acordo com Beer (2011), a tensão admissível é:

$$\sigma_{adm} = 50,6 \text{ MPa}$$

**Solução pelo código desenvolvido para a norma americana AISC:**

A partir das informações do texto, escolhendo o perfil pedido retira-se os seguintes valores:

Como o perfil é W 250 x 58, as propriedades geométricas são:

$$A = 7400 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$r_x = 0.109 \text{ m}$$

$$r_y = 0.0504 \text{ m}$$

$$I_x = 87.3 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_y = 18.8 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

Além disso como a coluna é apoiada por pinos, deduz-se que:

$$K = 1$$

**Figura 21** - Resolução do problema 10.3 do Beer (2011) pelo código AISC

Janela gráfica número 1

Fator de comprimento: 1

Comprimento: 7.2

Raio de Giração (Menor): 0.0504

Módulo de Elasticidade: 200e9

W250 x 58

Tensão de Escoamento: 250e6

A tensão admissível é:

50463716

Calcular

**Fonte:** Beer (2011)

### Erro gerado entre os resultados

**Tabela 2** - Comparação dos resultados e erro gerado pelo código AISC

| RESULTADO DA LITERATURA (Pa) | RESULTADO OBTIDO NO CÓDIGO (Pa) | ERRO (%) |
|------------------------------|---------------------------------|----------|
| 110850000                    | 110800000                       | 0,045106 |
| 50600000                     | 50463716                        | 0,269336 |

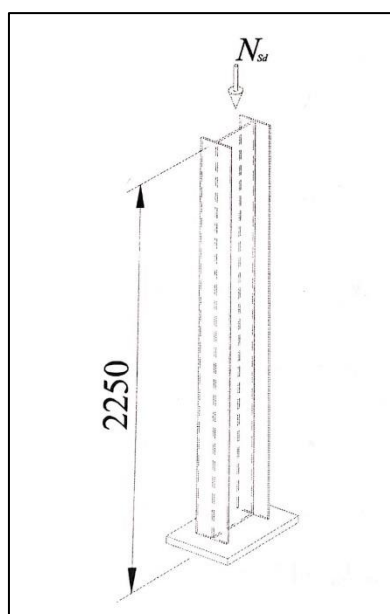
**Fonte:** Autoria própria (2019)

### 5.3 RESULTADOS DA CARGA RESISTENTE PELO CÓDIGO DA NORMA ABNT NBR 8800:2008

Para a aplicação do dimensionamento de barras de aço comprimidas pela norma brasileira envolvendo o estudo da instabilidade no perfil, é utilizada inicialmente o primeiro exercício resolvido da seção 5.4 do Chamberlain *et al.* (2013). O enunciado diz o seguinte:

Para exemplo, são apresentados os tópicos verificados para definição da capacidade à compressão de um perfil laminado W150x18, submetido a esforço puramente axial, com base engastada e seguindo as prescrições da norma ABNT NBR 8800:2008. A Figura 4.5 ilustra as condições da coluna.

**Figura 22** - Barra de perfil laminado submetida a carregamento axial de compressão



**Fonte:** Chambelain *et al.* (2013)

#### **Solução do problema, apresentada por Chamberlain (2013):**

O resultado fornecido na literatura, correspondente ao valor da variável  $N_{c,Rd}$ , foi:

$$N_{c,Rd} = 95,41 \text{ kN}$$

#### **Solução pelo código desenvolvido para norma ABNT NBR 8800:**

Como o problema diz que o perfil usado é o laminado W150x18, pelo código tem-se as seguintes propriedades geométricas:

$$\begin{aligned} A_g &= 2290 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \\ I_x &= 9.19 \times 10^{-6} \text{ m}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 r_x &= 0.0633 \text{ m} \\
 I_y &= 1.26 \times 10^{-6} \text{ m}^4 \\
 r_y &= 0.0235 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Os seguintes valores são obtidos pelas propriedades do material, são eles:

$$\begin{aligned}
 C_w &= 6.683 \times 10^{-12} \text{ m}^6 \\
 J &= 4,34 \times 10^{-8} \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

E, por fim, como a coluna é biarticulada:  $K = 1$ .

**Figura 23** - Solução para o exemplo 5.4 segundo o código NBR 8800:2008

The screenshot shows a software window titled "Janela gráfica número 0" with a standard Windows interface (minimize, maximize, close buttons). The window is divided into several sections for inputting data:

- Top Left:** A dropdown menu showing "W150 x 18".
- Left Column:**
  - Fator de Comprimento: Input field with value "2".
  - Comprimento da peça: Input field with value "225".
  - Módulo de Elasticidade: Input field with value "20000".
  - Constante de Empenamento: Input field with value "6683".
- Top Middle:** "Elasticidade Transversal" label above an input field with value "4.34".
- Middle Middle:** "Tensão de Escoamento" label above an input field with value "770".
- Bottom Middle:** "Flambagem Local" label above an input field with value "1".
- Bottom Middle:** "Raio de Giração Polar" label above an input field with value "6.75".
- Right Column:**
  - Constante de Torção: Input field with value "939".
  - Momento de Inércia em x: Input field with value "939".
  - Momento de Inércia em y: Input field with value "126".
  - Área Bruta: Input field with value "23.4".
- Bottom:**
  - A label "A Carga Resistente é:" followed by an input field showing the result "97.922427".
  - A blue button labeled "CALCULAR" with a dotted border.

**Fonte:** Autoria própria (2019)

**Erro gerado entre os resultados**

**Tabela 3** - Comparação dos resultados e erro gerado pelo código NBR 8800:2008

| RESULTADO DA LITERATURA (N) | RESULTADO OBTIDO NO CÓDIGO (N) | ERRO (%) |
|-----------------------------|--------------------------------|----------|
| 95410                       | 97922,427                      | 2,565732 |

**Fonte:** Autoria própria (2019)

#### 5.4 UTILIZAÇÃO DO CÓDIGO ABNT NBR 8800:2008 PARA DESCOBRIR CARGA RESISTENTE EM PILARES

Para esta seção, o código do dimensionamento de barras comprimidas conforme a norma brasileira, foi utilizado para calcular as cargas resistentes em pilares, mediante a comprimentos usuais. Assim, foram usados três perfis (H).

Algumas considerações feitas: o raio de giração usado foi o menor entre os dois eixos, os resultados foram coletados apenas para os pilares que atenderam o limite de esbeltez (no caso os valores menores que 200), a flambagem por torção foi desconsiderada, a peça não foi travada em nenhum ponto e o comprimento utilizado foi do eixo que correspondente ao menor momento de inércia.

A Tabela 4, 5 e 6 mostram os valores obtidos.

**Tabela 4** - Resultados Perfil 200x59 (H)

| PERFIL 200x59 (H) |                         |
|-------------------|-------------------------|
| COMPRIMENTOS (Cm) | CARGAS RESISTENTES (kN) |
| 300               | 1885,7066               |
| 400               | 1554,0414               |
| 500               | 1211,8468               |
| 600               | 892,23068               |
| 700               | 655,51642               |
| 800               | 501,87976               |
| 900               | 396,54697               |
| 1000              | 321,20305               |
| 1100              | -                       |

**Fonte:** Autoria própria (2019)

**Tabela 5** - Resultados Perfil 150x22,5 (H)

| PERFIL 150x22,5   |                         |
|-------------------|-------------------------|
| COMPRIMENTOS (Cm) | CARGAS RESISTENTES (kN) |
| 300               | 559,37523               |

|     |           |
|-----|-----------|
| 400 | 378,99857 |
| 500 | 243,61701 |
| 600 | 169,17848 |
| 700 | 124,29439 |
| 800 | -         |

**Fonte:** Autoria própria (2019)

**Tabela 6 - Resultados Perfil 360x120 (H)**

| <b>PERFIL 360x120 (H)</b> |                                |
|---------------------------|--------------------------------|
| <b>COMPRIMENTOS (CM)</b>  | <b>CARGAS RESISTENTES (kN)</b> |
| 300                       | 4174,0804                      |
| 400                       | 3660,67                        |
| 500                       | 3092,2498                      |
| 600                       | 2515,9545                      |
| 700                       | 1971,7198                      |
| 800                       | 1511,5408                      |
| 900                       | 1194,3039                      |
| 1000                      | 967,38614                      |
| 1100                      | 799,49268                      |
| 1200                      | 671,79593                      |

**Fonte:** Autoria própria (2019)

As Figuras 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31 mostram como o código foi utilizado, bem como os valores obtidos para cada comprimento. O perfil utilizado para exemplificar foi o W200x59.

**Figura 24** - Carga resistente para um pilar com 300 cm de comprimento

| Input Field              | Value            |
|--------------------------|------------------|
| W 200 x 59,0 (H)         | W 200 x 59,0 (H) |
| Fator de Comprimento     | 1                |
| Comprimento da peça      | 300              |
| Módulo de Elasticidade   | 20000            |
| Constante de Empenamento | 0                |
| Raio de Giração do Eixo  | 5.18             |
| Elasticidade Transversal | 0                |
| Tensão de Escoamento     | 35               |
| Flambagem Local          | 1                |
| Raio de Giração Polar    | 10.37            |
| Constante de Torção      | 0                |
| Momento de Inércia em x  | 6140             |
| Momento de Inércia em y  | 2041             |
| Área Bruta               | 76               |
| A Carga Resistente é:    | 1885.7066        |

**CALCULAR**

**Fonte:** Autoria própria (2019)

Sendo os valores intermediários fornecidos pelo programa:

*Índice de esbeltez permitido*

*Valor de Nex:* 13466.526894

*Valor de Ney:* 4476.413907

*Valor de Nez:* 0.000000

*Valor de Ne:* 4476.413907

*Valor de Lo:* 0.770860

*valor de X:* 0.779803

**Figura 25** - Carga Resistente para um pilar com 400 cm de comprimento

The screenshot shows a software window titled "Janela gráfica número 0" with a standard Windows interface (minimize, maximize, close buttons). The window contains several input fields and a calculation button. The inputs are organized into three columns. The first column contains a dropdown menu for "W 200 x 59,0 (H)", and several text boxes for "Fator de Comprimento" (1), "Comprimento da peça" (400), "Módulo de Elasticidade" (20000), "Constante de Empenamento" (0), and "Raio de Giração do Eixo" (5.18). The second column contains text boxes for "Elasticidade Transversal" (0), "Tensão de Escoamento" (35), "Flambagem Local" (1), and "Raio de Giração Polar" (10.37). The third column contains text boxes for "Constante de Torção" (0), "Momento de Inércia em x" (6140), "Momento de Inércia em y" (2041), and "Área Bruta" (76). At the bottom, a text box displays the result "A Carga Resistente é: 1554.0414", and a blue button labeled "CALCULAR" is positioned to its right.

| Parameter                | Value            |
|--------------------------|------------------|
| W 200 x 59,0 (H)         | W 200 x 59,0 (H) |
| Fator de Comprimento     | 1                |
| Comprimento da peça      | 400              |
| Módulo de Elasticidade   | 20000            |
| Constante de Empenamento | 0                |
| Raio de Giração do Eixo  | 5.18             |
| Elasticidade Transversal | 0                |
| Tensão de Escoamento     | 35               |
| Flambagem Local          | 1                |
| Raio de Giração Polar    | 10.37            |
| Constante de Torção      | 0                |
| Momento de Inércia em x  | 6140             |
| Momento de Inércia em y  | 2041             |
| Área Bruta               | 76               |
| A Carga Resistente é:    | 1554.0414        |

**Fonte:** Autoria própria (2019)

Os valores intermediários mostrados no terminal do programa foram:

*Índice de esbeltez permitido*

*Valor de Nex 7574.921378*

*Valor de Ney 2517.982823*

*Valor de Nez 0.000000*

*Valor de Ne 2517.982823*

*Valor de Lo 1.027814*

*valor de X 0.642649*



**Figura 26** - Carga Resistente para um pilar com 500 cm de comprimento

The screenshot shows a software window titled "Janela gráfica número 0" with a standard Windows interface (minimize, maximize, close buttons). The window contains a grid of input fields for structural parameters. The inputs are as follows:

| Parameter                    | Value            |
|------------------------------|------------------|
| W 200 x 59,0 (H)             | W 200 x 59,0 (H) |
| Fator de Comprimento         | 1                |
| Comprimento da peça          | 500              |
| Módulo de Elasticidade       | 20000            |
| Constante de Empenamento     | 0                |
| Raio de Giração do Eixo      | 5.18             |
| Elasticidade Transversal     | 0                |
| Tensão de Escoamento         | 35               |
| Flambagem Local              | 1                |
| Raio de Giração Polar        | 10.37            |
| Constante de Torção          | 0                |
| Momento de Inércia em x      | 6140             |
| Momento de Inércia em y      | 2041             |
| Área Bruta                   | 76               |
| <b>A Carga Resistente é:</b> | <b>1211.8468</b> |

At the bottom right, there is a button labeled "CALCULAR".

**Fonte:** Autoria própria (2019)

Os valores intermediários mostrados no terminal do programa foram:

*Índice de esbeltez permitido*

*Valor de Nex 4847.949682*

*Valor de Ney 1611.509007*

*Valor de Nez 0.000000*

*Valor de Ne 1611.509007*

*Valor de Lo 1.284767*

*valor de X 0.501140*

**Figura 27** - Carga Resistente para um pilar com 600 cm de comprimento

The screenshot shows a software window titled "Janela gráfica número 0" with the following input fields and values:

| Parameter                    | Value            |
|------------------------------|------------------|
| W 200 x 59,0 (H)             | W 200 x 59,0 (H) |
| Fator de Comprimento         | 1                |
| Comprimento da peça          | 600              |
| Módulo de Elasticidade       | 20000            |
| Constante de Empenamento     | 0                |
| Raio de Giração do Eixo      | 5.18             |
| Elasticidade Transversal     | 0                |
| Tensão de Escoamento         | 35               |
| Flambagem Local              | 1                |
| Raio de Giração Polar        | 10.37            |
| Constante de Torção          | 0                |
| Momento de Inércia em x      | 6140             |
| Momento de Inércia em y      | 2041             |
| Área Bruta                   | 76               |
| <b>A Carga Resistente é:</b> | <b>892.23068</b> |

A "CALCULAR" button is located at the bottom right of the window.

**Fonte:** Autoria própria (2019).

Os valores intermediários mostrados no terminal do programa foram:

*Índice de esbeltez permitido*

*Valor de Nex 3366.631723*

*Valor de Ney 1119.103477*

*Valor de Nez 0.000000*

*Valor de Ne 1119.103477*

*Valor de Lo 1.541721*

*valor de X 0.368968*

**Figura 28** - Carga Resistente para um pilar com 700 cm de comprimento

The screenshot shows a software window titled "Janela gráfica número 0" with a standard Windows interface (minimize, maximize, close buttons). The window contains a grid of input fields for structural parameters. The inputs are as follows:

| Parameter                    | Value            |
|------------------------------|------------------|
| W 200 x 59,0 (H)             | W 200 x 59,0 (H) |
| Fator de Comprimento         | 1                |
| Comprimento da peça          | 700              |
| Módulo de Elasticidade       | 20000            |
| Constante de Empenamento     | 0                |
| Raio de Giração do Eixo      | 5.18             |
| Elasticidade Transversal     | 0                |
| Tensão de Escoamento         | 35               |
| Flambagem Local              | 1                |
| Raio de Giração Polar        | 10.37            |
| Constante de Torção          | 0                |
| Momento de Inércia em x      | 6140             |
| Momento de Inércia em y      | 2041             |
| Área Bruta                   | 76               |
| <b>A Carga Resistente é:</b> | <b>655.51642</b> |

At the bottom right, there is a button labeled "CALCULAR".

**Fonte:** Autoria própria (2019)

Os valores intermediários mostrados no terminal do programa foram:

*Índice de esbeltez permitido*

*Valor de Nex 2473.443715*

*Valor de Ney 822.198473*

*Valor de Nez 0.000000*

*Valor de Ne 822.198473*

*Valor de Lo 1.798674*

*valor de X 0.271078*

**Figura 29** - Carga Resistente para um pilar com 800 cm de comprimento

The screenshot shows a software interface with the following fields and values:

| Parameter                | Value            |
|--------------------------|------------------|
| W 200 x 59,0 (H)         | W 200 x 59,0 (H) |
| Fator de Comprimento     | 1                |
| Comprimento da peça      | 800              |
| Módulo de Elasticidade   | 20000            |
| Constante de Empenamento | 0                |
| Raio de Giração do Eixo  | 5.18             |
| Elasticidade Transversal | 0                |
| Tensão de Escoamento     | 35               |
| Flambagem Local          | 1                |
| Raio de Giração Polar    | 10.37            |
| Constante de Torção      | 0                |
| Momento de Inércia em x  | 6140             |
| Momento de Inércia em y  | 2041             |
| Área Bruta               | 76               |
| A Carga Resistente é:    | 501.87976        |

A button labeled "CALCULAR" is located at the bottom right of the form.

**Fonte:** Autoria própria (2019)

Os valores intermediários mostrados no terminal do programa foram:

*Índice de esbeltez permitido*

*Valor de Nex 1893.730344*

*Valor de Ney 629.495706*

*Valor de Nez 0.000000*

*Valor de Ne 629.495706*

*Valor de Lo 2.055628*

*valor de X 0.207544*

**Figura 30** - Carga Resistente para um pilar com 900 cm de comprimento

The screenshot shows a software window titled "Janela gráfica número 0" with a standard Windows interface (minimize, maximize, close buttons). The window contains a grid of input fields for structural parameters. The parameters and their values are as follows:

| Parameter                | Value            |
|--------------------------|------------------|
| W 200 x 59,0 (H)         | W 200 x 59,0 (H) |
| Fator de Comprimento     | 1                |
| Comprimento da peça      | 900              |
| Módulo de Elasticidade   | 20000            |
| Constante de Empenamento | 0                |
| Raio de Giração do Eixo  | 5.18             |
| Elasticidade Transversal | 0                |
| Tensão de Escoamento     | 35               |
| Flambagem Local          | 1                |
| Raio de Giração Polar    | 10.37            |
| Constante de Torção      | 0                |
| Momento de Inércia em x  | 6140             |
| Momento de Inércia em y  | 2041             |
| Área Bruta               | 76               |
| A Carga Resistente é:    | 396.54697        |

At the bottom right, there is a button labeled "CALCULAR".

**Fonte:** Autoria própria (2019)

Os valores intermediários mostrados no terminal do programa foram:

*Índice de esbeltez permitido*

*Valor de Nex 1496.280766*

*Valor de Ney 497.379323*

*Valor de Nez 0.000000*

*Valor de Ne 497.379323*

*Valor de Lo 2.312581*

*valor de X 0.163986*

**Figura 31** - Carga Resistente para um pilar com 1000 cm de comprimento

The screenshot shows a software window titled "Janela gráfica número 0" with a standard Windows interface (minimize, maximize, close buttons). The window contains a grid of input fields and a calculation button. The inputs are as follows:

| Parameter                    | Value            |
|------------------------------|------------------|
| W 200 x 59,0 (H)             | W 200 x 59,0 (H) |
| Fator de Comprimento         | 1                |
| Comprimento da peça          | 1000             |
| Módulo de Elasticidade       | 20000            |
| Constante de Empenamento     | 0                |
| Raio de Giração do Eixo      | 5.18             |
| Elasticidade Transversal     | 0                |
| Tensão de Escoamento         | 35               |
| Flambagem Local              | 1                |
| Raio de Giração Polar        | 10.37            |
| Constante de Torção          | 0                |
| Momento de Inércia em x      | 6140             |
| Momento de Inércia em y      | 2041             |
| Área Bruta                   | 76               |
| <b>A Carga Resistente é:</b> | <b>321.20305</b> |

At the bottom right, there is a button labeled "CALCULAR".

**Fonte:** Autoria própria (2019)

O próximo comprimento que seria 1100 cm, ultrapassa o índice de esbeltez permitido, por isso não foi considerado. Logo, é observável que os resultados são coerentes uma vez que ao aumentar o comprimento da peça, diminui-se a carga resistente.

Os valores intermediários mostrados no terminal do programa foram:

*Índice de esbeltez permitido*

*Valor de Nex 1211.987420*

*Valor de Ney 402.877252*

*Valor de Nez 0.000000*

*Valor de Ne 402.877252*

*Valor de Lo 2.569534*

*valor de X 0.132828*

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a utilização do software Scilab® 6.0.2, tornou-se possível a criação dos códigos, com suas respectivas especificações de cálculo das cargas críticas e tensões admissíveis. Concluiu-se, portanto, que este trabalho alcançou seus objetivos no auxílio de estudos envolvendo instabilidade global em perfis de aço, uma vez que foi comprovada sua eficiência na resolução dos problemas propostos e os resultados foram condizentes com os das literaturas, apresentando precisões consideráveis.

Vale ressaltar também, que os códigos desenvolvidos podem vir a tornar-se um software próprio, que apresente os três métodos e que possa resolver questões com carregamento excêntrico.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS ABNT NBR 8800:2008 – **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, 2008.

BEER, F. P. e JOHSTON JR., E. R. **Resistência dos Materiais**. 5ª ed. Makron Books do Brasil Editora Ltda., 2011.

CHAMBERLAIN PRAVIA, Zacarias M. **Projeto e Cálculo de Estruturas de Aço – Edifício Industrial Detalhado**. Elsevier. Rio de Janeiro, 2013.

DELLACQUA, G. S. et al. Desenvolvimento lógico-matemático no ensino de física com o software Scilab. **VII Encontro Científico de Física Aplicada**, Alegre, ES, Brasil, 2016. Disponível em:  
[https://www.researchgate.net/publication/311786321\\_Desenvolvimento\\_logico-matematico\\_no\\_ensino\\_de\\_fisica\\_com\\_o\\_software\\_Scilab](https://www.researchgate.net/publication/311786321_Desenvolvimento_logico-matematico_no_ensino_de_fisica_com_o_software_Scilab). Acesso em: 15 jul. 2019.

GERE, J. M. – **Mecânica dos Materiais** – Pioneira Thomson Learning Ltda., 2003;

HALLAL FAKURY, Ricardo. **Sobre a revisão da norma brasileira de projeto de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto, a NBR 8800**. Rem: Revista Escola de Minas, vol. 60, núm. 2, abril-junio, 2007, pp. 233-239 Escola de Minas Ouro Preto, Brasil

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. 7ª ed. Prentice Hall Brasil, 2010.

LIMA, Nataniel Wontoon Barbosa. **Ferramenta numérica Para o estudo da flambagem de colunas**. 2013. Monografia (BACHARELADO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA) - Universidade Federal Rural do Semiárido, Mossoró, 2013.

MARTINS, Michele Mendonça. **Dimensionamento de estruturas de aço em situação de incêndio**. 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2000.

PFEIL, W., PFEIL M. **Estruturas de Aço – Dimensionamento Prático**. 8º ed. Rio de Janeiro, 2009.

RILEY, W.F., STURGES, L. D., MORRIS, D. H. **Mecânica dos Materiais**. 5ª ed. LTC, 2003.

Scilab. **Sobre o Scilab**. Disponível em: <<https://www.scilab.org/about/>>. Acesso em: 10 de maio de 2019.

SILVA, Ana Lydia R. Castro e et al. **Estudo Numérico da instabilidade local de perfis estruturais de aço de seção aberta submetidos à compressão centrada**. Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, Passo Fundo, v. 2, n. 2, p.71-86, maio/ago. 2005.