

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
CAMPUS CARAÚBAS
BACHARELADO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

MATHEUS NOBRE DE LIMA

SOBRE A MULTIFRACTALIDADE EM EXAMES DE ELETROENCEFALOGRAMA.

CARAÚBAS - RN
2017

MATHEUS NOBRE DE LIMA

SOBRE A MULTIFRACTALIDADE EM EXAMES DE ELETROENCEFALOGRAMA.

Projeto de pesquisa apresentado ao Conselho do Bacharelado em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, como requisito parcial para elaboração do trabalho de conclusão de curso, sob a orientação do Prof. Dr. Mackson Matheus França Nepomuceno.

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

Ls LIMA, MATHEUS NOBRE.
 SOBRE A MULTIFRACTALIDADE EM EXAMES DE
 ELETROENCEFALOGRAMA. / MATHEUS NOBRE
 DE LIMA. 2017.
 59 f. : il.

 Orientador: Mackson Matheus França
 Nepomuceno.

 Monografia (graduação) - Universidade Federal
 Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e Tecnologia,
 2017.

 1. Detrending moving average for multifractals.
 2. Expoente de Hurst. 3. Eletroencefalograma.
 4. Fonte de multifractalidade.
 5. Séries temporais.
 I. Nepomuceno, Mackson Matheus França, orient. II.
 Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

MATHEUS NOBRE DE LIMA

SOBRE A MULTIFRACTALIDADE EM EXAMES DE ELETROENCEFALOGRAMA.

Projeto de pesquisa apresentado ao Conselho do Bacharelado em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, como requisito parcial para elaboração do trabalho de conclusão de curso, sob a orientação do Prof. Dr. Mackson Matheus França Nepomuceno.

APROVADO EM:18/10/2017

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Mackson Matheus França Nepomuceno



Prof. Dr. Francisco Cesar de Medeiros Filho
(Membro)



Prof. Dr. Francisco de Assis Brito Filho
(Membro)

À minha querida mãe **Maria de Fátima
Nobre de Lima** (in memoriam) que
sempre me inspirou pela busca do
conhecimento verdadeiro.

AGRADECIMENTOS

Utilizo deste espaço para agradecer a todos aqueles que diretamente ou indiretamente contribuíram para este trabalho.

- Ao meu pai Silvano José de Lima, que através de seu suor e afeto me ajudou nesta caminhada.
- A minha irmã, Fernanda Nobre de Lima que desde o falecimento da minha mãe utiliza todas as ferramentas possíveis para me ver feliz.
- A minha família de modo geral, por ser meu alicerce.
- A minha companheira Victória Carrollany (moreco), por estar sempre ao meu lado independente de qualquer situação.
- A meu orientador Dr. Mackson Matheus França Nepomuceno, por me conceder a oportunidade e inspiração de se fazer ciência.
- Ao Prof. Dr. Carlos Barata pela correção gramatical, coesiva e textual desta pesquisa.
- Ao Prof. Me. Davi da Costa pela ajuda na elaboração da primeira fase desta obra.
- Ao Prof. Dr. Francisco César de Medeiros Filho pela disponibilidade na composição da banca avaliadora do presente trabalho.
- Ao Prof. Dr. Francisco de Assis Brito Filho pela disponibilidade na composição da banca avaliadora do presente trabalho.
- A todos os professores da UFERSA que contribuíram para minha formação intelectual.
- Aos meus amigos, fora e dentro da academia, por me proporcionarem filosofias que vão do microcosmo ao macrocosmo. Em especial aos grupos: Clube dos Caretas, Thuplá, Dusacoclan, Azilados 2.0, EOQ, Boboresbores e Chico's House.
- A Jah, por nunca deixar faltar.

“Nós somos feitos de poeira de estrelas.”

- Carl Sagan

RESUMO

Neste trabalho, investigamos o comportamento multifractal presente em séries temporais de eletroencefalograma (EEG) extraídas do banco de dados do Hospital Universitário de Bonn, a partir de um algoritmo estatístico intitulado *detrending moving average for multifractals* (MFDMA). Tais análises destinam-se a evidenciar a possibilidade de que séries fisiológicas podem fazer parte de uma classe complexa de processos dinâmicos não lineares, bem como encontrar a fonte de multifractalidade dos sinais nos pacientes epiléticos e utilizar o expoente de Hurst como indicador de crise epilética.

Palavras – chave: Detrending moving average for multifractals. Expoente de Hurst. Eletroencefalograma. Fonte de multifractalidade. Séries temporais.

ABSTRACT

This work aims at investigating the multifractal behavior present in time series of electroencephalogram (EEG) by using a statistical algorithm called detrending moving average for multifractals (MFDMA), the data being collected from the University Hospital of Bonn database. Such analyzes are intended to highlight the possibility that physiological series may form part of a complex class of a non-linear dynamic processes, as well as to find the source of multi-signaling in epileptic patients and to use the Hurst exponent as an indicator of epileptic crisis.

Key-words: Detrending moving average for multifractals. Electroencephalogram Source of multifractality. Exponent of Hurst. Time series.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIMBOLOS

DFA - Detrended Fluctuation Analysis

DMA - Detrended Moving Average

EEG – Eletroencefalograma

MFDFA - Detrended Fluctuation Analysis for multifractals

MFDMA - Detrending moving average for multifractals

q – Momentos de distribuição

H - Expoente de Hurst

$h(q)$ - Expoente generalizado de Hurst

α – Expoente de flutuação alfa

$\tau(q)$ - Expoente de escala de Renyi

$\alpha(q)$ - Expoente de Hölder

$f(\alpha)$ – Espectro de singularidade

$\eta(t)$ - Componente estocástica de uma série temporal

$p(t, \vec{P})$ - Componente determinística de uma série temporal

$\vec{P}$ – Série de Fourier

$\Delta\alpha$ – Grau de multifractalidade

$\langle x \rangle$ – Média

$\bar{\sigma}$ – Desvio padrão médio

$Y(j)$ – Perfil da série

$\tilde{Y}(j)$ – Série Residual

$Y_m(j)$ – Média móvel

$F_{DMA}(s)$ – Função de flutuação do método DMA

$F_q(s)$ – Função de flutuação da q-ésima ordem do método MFDMA

Θ – Posição da média móvel

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - NEURÔNIOS	5
FIGURA 2 - VASOS SANGUÍNEOS	6
FIGURA 3 - EGITO VISTO DO ESPAÇO	6
FIGURA 4 - FLOCO DE NEVE	6
FIGURA 5 - QUATRO PRIMEIRAS ITERAÇÕES DA CURVA DE KOCH.	7
FIGURA 6 - NA PARTE A É DEMONSTRADA UMA SÉRIE MULTIFRACTAL DEPENDENDO DE VÁRIOS FATORES DE Q. NA B, UMA SÉRIE MONOFRACTAL COM COEFICIENTE ANGULAR ÚNICO.	15
FIGURA 7 - ESQUEMA DAS LOCALIZAÇÕES DE ELETRODOS NA SUPERFÍCIE DE ACORDO COM O SISTEMA INTERNACIONAL 10-20	19
FIGURA 8 - ESQUEMA DE ELETRODOS INTRACRANIANOS PRÉ-CIRÚRGICOS.	19

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - VALORES DO EXPOENTE DE HURST PARA SÉRIE ORIGINAL DOS CONJUNTOS Z E S	25
TABELA 2 - VALORES DE ΔA E H APÓS APLICAÇÃO DOS MÉTODOS SHUFFLED E SURROGATE PARA O CONJUNTO Z.....	28
TABELA 3 - VALORES DE ΔA E H APÓS APLICAÇÃO DOS MÉTODOS SHUFFLED E SURROGATE PARA O CONJUNTO S.....	37

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 - EEG NORMAL (Z010)	10
GRÁFICO 2 - EEG EPILÉTICO (S060)	10
GRÁFICO 3 - MULTIFRACTALIDADE PRESENTE DA SÉRIE Z001	21
GRÁFICO 4 - SÉRIE Z075	26
GRÁFICO 5 - SÉRIE Z100	27
GRÁFICO 6 - SÉRIE S042	29
GRÁFICO 7 - SÉRIE S005	30
GRÁFICO 8 - SÉRIE S011	30
GRÁFICO 9 - SÉRIE S015	31
GRÁFICO 10 - SÉRIE S021	31
GRÁFICO 11 - SÉRIE S025	32
GRÁFICO 12 - SÉRIE S042	32
GRÁFICO 13 - SÉRIE S055	33
GRÁFICO 14 - SÉRIE S057	33
GRÁFICO 15 - SÉRIE S059	34
GRÁFICO 16 - SÉRIE S060	34
GRÁFICO 17 - SÉRIE S062	35
GRÁFICO 18 - SÉRIE S071	35
GRÁFICO 19 - SÉRIE S080	36
GRÁFICO 20 - SÉRIE S098	36
GRÁFICO 21 - SÉRIE S100	37

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS	3
2.1 OBJETIVO GERAL	3
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
3. JUSTIFICATIVA	4
4. REFERENCIAL TEÓRICO	5
4.1 COMPORTAMENTO FRACTAL E MULTIFRACTAL	5
4.1.1 Noções básicas.....	5
4.1.2 Autossimilaridade e Autoafinidade	7
4.2 SÉRIES TEMPORAIS	8
4.2.1 Noções Básicas	8
4.2.2 Fractalidade em séries temporais	9
4.2.3 Fontes de multifractalidade	11
4.3 MÉTODO DMA	11
4.3.1 Noções básicas.....	11
4.3.2 Definição Matemática.....	12
4.3.3 Expoente de escala α e seus indicadores	13
4.4 MÉTODO MFDMA	14
4.4.1 Noções básicas.....	14
4.4.2 Definição Matemática.....	15
4.4.3 Regimes do parâmetro θ	16
4.5 MÉTODOS SHUFFLED E PHASE-RANDOMIZED SURROGATES.....	17
4.5.1 Noções básicas.....	17
5. METODOLOGIA DA PESQUISA	18
5.1 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA	18
5.2 BANCO DE DADOS E TÉCNICAS DE GRAVAÇÃO	18

5.3 SINAIS DE ELETROENCEFALOGRAMA COMO SÉRIES TEMPORAIS.....	20
6. APLICAÇÃO DO MÉTODO MFDMA	21
6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS	21
6.1.1 Comportamento de escala e relações entre expoentes	21
6.1.2 Expoente de Hurst como indicador de crise epilética	23
6.1.3 Fonte de multifractalidade dos sinais epiléticos	25
7. CONCLUSÕES E PESPECTIVAS	39
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	41

1. INTRODUÇÃO

É possível ver a História enquanto dinâmica investigativa através dos séculos, com a humanidade à procura de possíveis explicações para os problemas de sua existência. Euclides (c. 330 a.C.) realizou estudos que geraram consequências no desenvolvimento das ciências exatas até hoje. Conhecido como “pai da geometria” sua principal obra, *Elementos*, falava sobre a teoria dos números e geometria plana (SOUSA, 2016).

Linhas, superfícies e volumes são bem definidos pela geometria euclidiana, pois possuem dimensão inteira. Ou seja, o conceito de espaço não se modifica em relação ao tempo, tratando-se apenas de figuras regulares. Todavia, na natureza é possível se encontrar configurações mais complexas e irregulares que possuem fragmentações na sua formação (SOUSA, 2016).

Tais problemas não conseguiram ser esclarecidos pelos pressupostos de Euclides. Foi em 1980 que o matemático Benoit Mandelbrot, dedicou-se a estudar as formas irregulares, percebendo que numerosas manifestações da natureza como nuvens, flocos de neve e até flutuações no mercado financeiro tinham comportamento fracionado. A esses fenômenos, Mandelbrot chamou fractais.

Fractal, do latim “fractus”, são estruturas que possuem dimensão geométrica fracionária e tem por características fundamentais autossimilaridade e autoafinidade. Em suma, seria a capacidade de reproduzir-se em respeito a um fator de escala onde uma porção de si é igual ao todo (MANDELBROT, 1969).

A partir do conhecimento trazido pela fractalidade foi concebível conhecer mais sobre configurações naturais e de séries temporais, viabilizando observações bem elaboradas para examinar propriedades significativas sobre os fenômenos estudados. Séries temporais são a disposição de uma grandeza em relação ao tempo. Nelas, são habituais a existência de oscilações e assimetrias. Através de uma análise fractal ou multifractal é possível se encontrar relações que evidenciam as características de seu sistema (KANTELHARDT, 2012).

No presente trabalho, será utilizado um método estatístico multifractal para análise nos sinais de eletroencefalograma, o “Detrending moving average for multifractals” (MFDMA) que, em livre tradução para o Português, significa método de destendenciamento por médias móveis para multifractais descrito no trabalho Gu; Zhou, (2010).

Por meio dessa técnica, é possível constatar correlações existentes na série explicitando os agentes que influenciam seu comportamento, como também a caracterização da dinâmica fractal da série. Assim sendo, sua utilização em séries temporais, como, por exemplo, no exame de eletroencefalograma, poderá apontar um possível identificador automático para patologias presentes nestes exames.

O presente estudo se mostra de grande valia para compreensão da natureza desses sinais no intuito de encontrar relações lógicas que indiquem desarmonias no funcionamento do cérebro humano.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Apresentar estatisticamente a distinção entre pacientes saudáveis e com crise epilética nos sinais de EEG a partir da aplicação do método MFDMA sobre as séries temporais derivadas dos mesmos sinais, na finalidade de caracterizar sua dinâmica multifractal e identificação de patologias presentes nos exames.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Investigar a eficiência do método MFDMA na análise dos sinais;
- Comparar os resultados alcançados pelo presente método com os obtidos a partir do método fractal DFA, feito por Adda; Benoudnine, (2016);
- Comparar os resultados atingidos pelo presente método com os adquiridos a partir do método multifractal MF-DFA feito por Wen et al., (2016);
- Identificar comportamento multifractal nos sinais de EEG;
- Implementar o parâmetro grau de multifractalidade na análise das séries de EEG;
- Identificar patologia a partir da análise do espectro de singularidade multifractal;
- Relacionar as fontes de multifractalidade nos sinais com fatores fisiológicos da patologia identificada.

3. JUSTIFICATIVA

Existem consideráveis estudos sobre sinais fisiológicos estáveis, como por exemplo Ivanov et al., (1999) e He et al., (2007), possuírem estrutura temporal multifractal. Nesta perspectiva, qual seria a importância de uma análise multifractal nos exames de eletroencefalograma? Assim, também nos perguntamos o que é uma investigação fractal e multifractal, como ela se aplica aos sinais fisiológicos, e, por fim, se é possível, a partir dessa avaliação, criar padrões probabilísticos que permitam a realização de diagnósticos mais precisos sobre as doenças cerebrais.

Este trabalho visa estudar a atividade elétrica cerebral de modo que seu comportamento possa ser parte de uma classe de processos complexos, tais como os processos com dinâmica multifractal.

O desenvolvimento dessa pesquisa possibilita uma interpretação matemática do funcionamento cerebral colaborando para a detecção e probabilidade futura em pacientes que apresentem indícios de epilepsia.

Vem também agregar valor no campo biotecnológico mostrando a importância de se fazer ciência aplicada nesse ramo, que é essencial para o aperfeiçoamento e manutenção da vida.

Além disso, contribui para o avanço de melhores observações por parte dos médicos e profissionais que trabalham e pesquisam sobre doenças cerebrais; uma vez que auxilia tais resultados, permitindo desenvolver séries probabilísticas sobre o funcionamento do órgão cerebral, mostrando seus atributos saudáveis ou não saudáveis. Tal experimento permite que os clínicos tomem providências antecipadas para tentar salvar vidas, ajudando-os e contribuindo para a sua longevidade.

4. REFERENCIAL TEÓRICO

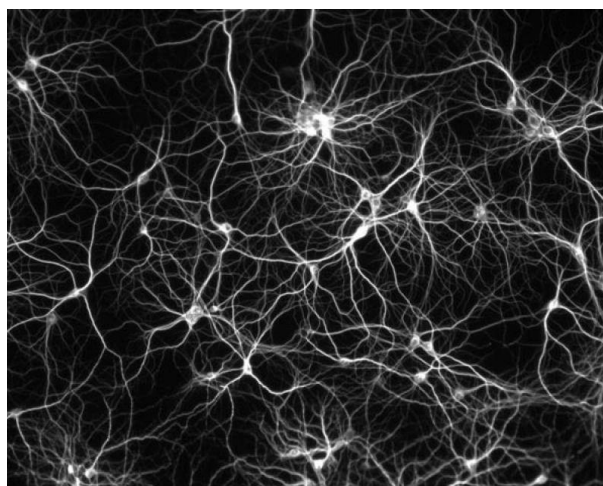
4.1 COMPORTAMENTO FRACTAL E MULTIFRACTAL

4.1.1 Noções básicas

As pesquisas sobre fractalidade tiveram início por volta de 1980, com o matemático Benoit que introduziu o respectivo termo: “Um fractal é uma forma feita de partes que, de alguma maneira, são similares à forma original” (FORNARI, 2016). Tal concepção caracteriza importantes propriedades dessas estruturas, a saber: autossimilaridade e autoafinidade. Mandelbrot (1998, p. 207), ao consolidar sua teoria fractal, afirmou também que: a “Geometria Fractal é o estudo de diversos objetos, tanto matemáticos como naturais, que não são regulares, mas rugosos, porosos, ou fragmentados, sendo-o no mesmo grau e em todas as escalas”.

Isto é, trata-se de estruturas desordenadas e possuem irregularidades em sua formação de tal forma que não podem ser mensuradas por métodos comuns aplicáveis a objetos euclidianos. São comumente encontrados na natureza das mais diversas formas e para comprovar de forma mais ilustrativa, abaixo oferecemos algumas imagens representativas do conceito.

Figura 1 - Neurônios



Fonte: Página Metamorfose Digital

Figura 2 - Vasos Sanguíneos



Fonte: Página Metamorfose Digital

Figura 3 - Egito visto do espaço



Fonte: Página Metamorfose Digital

Figura 4 - Floco de neve



Fonte: Página Metamorfose Digital

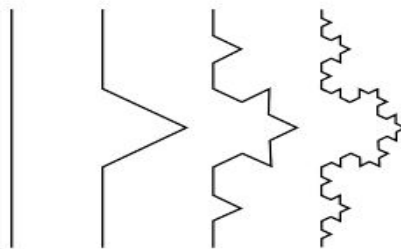
4.1.2 Autossimilaridade e Autoafinidade

A autossimilaridade e autoafinidade são particularidades intrínsecas da fractalidade. Essas propriedades representam como acontece a variação da estrutura fractal em relação aos seus fatores de escala.

A autossimilaridade é, dita de outra forma: aquilo que é similar a si mesmo, diz respeito da reprodução geométrica da forma estudada em relação a apenas um fator de escala. Ao ampliar ou reduzir esse objeto, se notará que a sua alteração se refere a ela mesma em outra proporção. (NUNES, 2006). Podemos ver um exemplo na Figura 5, que apresenta a curva de Koch, invariante em forma, mesmo para escalas diferentes.

Alguns conjuntos não podem ser bem definidos apenas por um fator de escala, o que também é habitualmente identificado no cosmos. Autoafinidade é o atributo de reprodução referente a mais de um fator de escala, onde temos como exemplos as Figuras de 1 a 4, que apesar de apresentarem grande semelhança em escalas diferentes, não são necessariamente iguais. Os parâmetros matemáticos e estatísticos das definições dessas duas propriedades são formulados por Feder, (1988) em seu trabalho sobre fractais.

Figura 5 - Quatro primeiras iterações da curva de Koch.



Fonte: FORNARI, (2016).

4.2 SÉRIES TEMPORAIS

4.2.1 Noções Básicas

Segundo Nepomuceno, (2016). Uma série temporal nada mais é que a avaliação de uma determinada medida ao longo de um período de tempo. No momento que essa disposição se dá de forma constante, temos uma série temporal discreta. Também é válido acrescentar que, na maioria das técnicas que utilizam a análise desse tipo de grandeza, utilizam-na na forma contínua. No estudo de séries, é importante se destacar três componentes que estabelecem padrões de identificação da mesma. Esses parâmetros são: ciclos, sazonalidade e tendência.

Os ciclos são compostos pelas oscilações positivas ou negativas ao longo do eixo da tendência. A longo prazo, a forma que os dados apresentação configuração de crescimento, decrescimento ou estacionariedade é denominada de tendência. No subtítulo 4.4 compreenderemos a importância da remoção desta componente para o funcionamento correto de alguns métodos de análise em séries temporais. A repetição de tais flutuações presentes na série define a sazonalidade. Através do conhecimento desses elementos é possível conhecer o comportamento da série como a probabilidade futura de um passo da mesma.

Existe uma imensa variedade de áreas para a aplicação de séries temporais, tais como: Crescimento populacional, mercado financeiro, sinais fisiológicos, índices pluviométricos, sequenciamento de DNA, astrofísica de ondas gravitacionais entre outros.

Para a definição formal de uma série temporal, as características de tendência e sazonalidade são parte de uma mesma componente determinística. Ou seja, podem ser descritas por uma equação matemática que dita seu comportamento.

Contudo, em séries temporais derivadas de medidas reais identifica-se também a presença de uma componente estocástica, o ruído. Este elemento ao contrário de uma grandeza determinística não pode ser completamente definido por uma equação matemática, contudo sua conduta em geral pode depender de suas frequências.

Matematicamente, uma série temporal pode exibir dois elementos. A primeira uma função determinística $p(t, \vec{P})$ que é dependente de uma série de Fourier dada por $\vec{P}$ e o segundo um membro estocástico representado por $\eta(t)$ que está associado ao ruído (CARTER; WINN, 2009). Este, é estipulado como a superposição de um

processo de ruídos gaussianos estacionários e descorrelacionados. Também é importante destacar que a componente estocástica está associada a distribuição estatística de seus valores e a presença ou não de persistência. (FREITAS et al., 2016)

Neste contexto, uma série temporal discreta generalizada $x(t)$ é exemplificada pela equação (1).

$$x(t) = p(t, \vec{P}) + \eta(t) \quad (1)$$

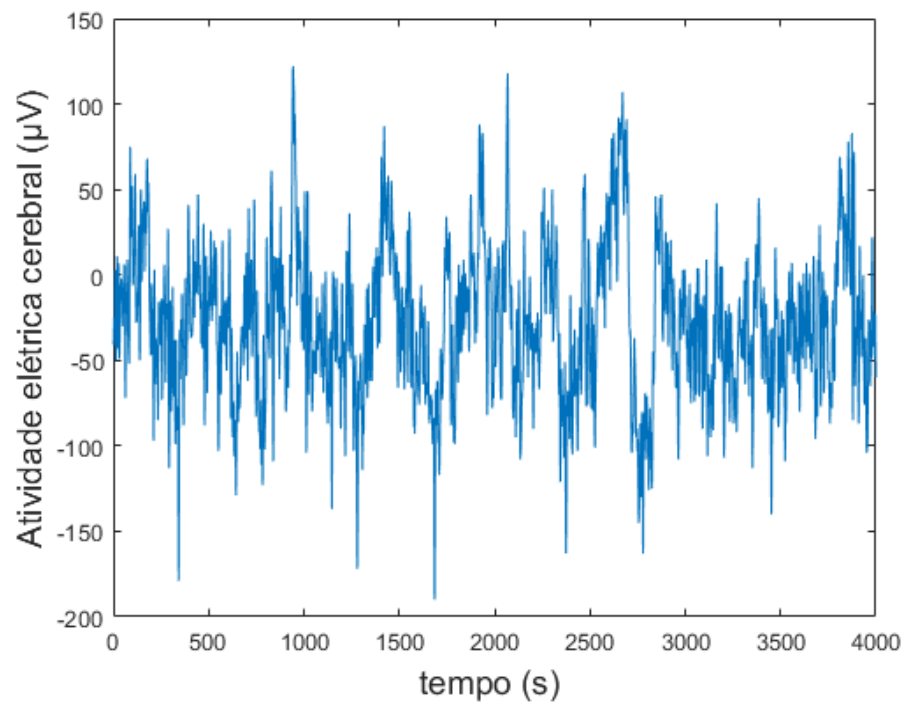
4.2.2 Fractalidade em séries temporais

Nas primeiras abordagens sobre fractalidade, conhecemos mais sobre suas definições e propriedades, como também ilustrações de sua representação prática voltada para formas geométricas de objetos presentes na natureza. Porém, é importante se destacar o comportamento de sistemas dinâmicos e suas peculiaridades, que é o escopo deste trabalho. Uma série não é um objeto palpável e consequentemente não apresenta uma geometria fractal ou multifractal em si, no entanto pode apresentar um comportamento desse tipo ao decorrer do seu eixo temporal.

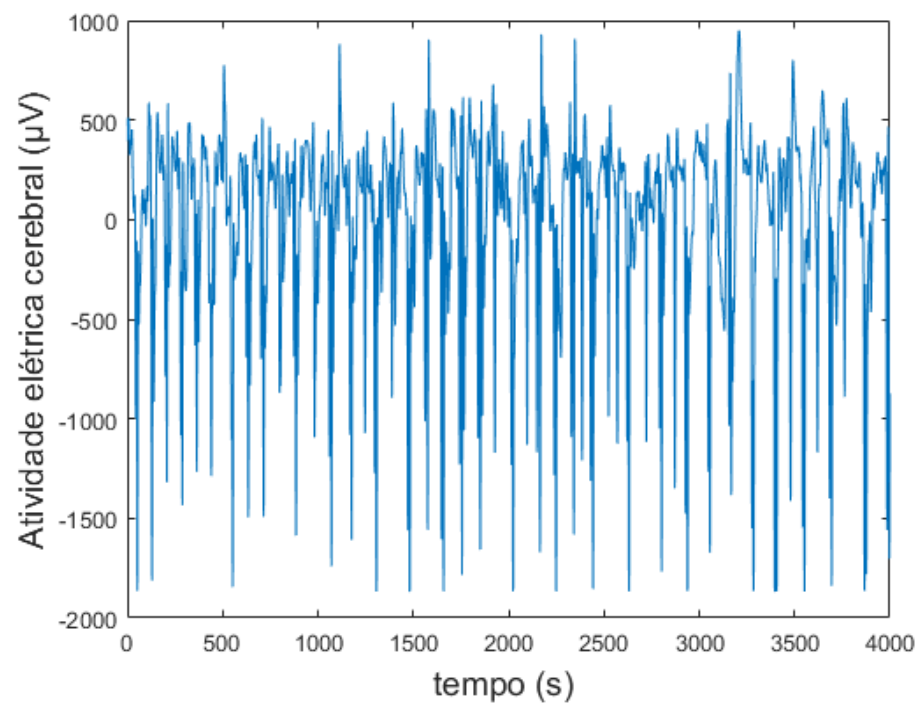
Mandelbrot, (1963) realizou um estudo pioneiro com esses atributos no qual seu objetivo era verificar a atuação dos preços em situações especulativas.

Se pudermos pegar uma pequena fração d e uma série fractal ou multifractal e compará-la com sua porção total, veremos que ela será bastante similar. Isso acontece por que o fenômeno da fractalidade também está presente em dados temporais. São esses atributos que permitem desenvolver métodos estatísticos que consigam explorar essas características colaborando para uma análise satisfatória e pertinente (BATISTA, 2016).

Nos gráficos 1 e 2 exemplificamos séries multifractais de EGG.

Gráfico 1 - EEG normal (Z010)

Fonte: Autoria própria

Gráfico 2 - EEG epilético (S060)

Fonte: Autoria própria

4.2.3 Fontes de multifractalidade

Agora, visto o conhecimento sobre o comportamento fractal e multifractal de séries temporais, perguntamo-nos quais fatores originam uma dinâmica multifractal. Para Freitas et al., (2016), Tanna; Pathak, (2014) e Grech; Pamula, (2008) existem dois tipos de fontes de multifractalidade em séries temporais, a saber:

- (i) Presença de diferentes correlações de longo alcance, ligada a comportamentos periódicos na série examinada. Essa conduta também pode ser intitulada de *memória*.
- (ii) Extensão da cauda na função de distribuição de probabilidades, relacionada a presença de não linearidades na série temporal.

Para a investigação de tais propriedades são utilizados dois métodos de estudo que estão dispostos no subtítulo 4.5.

4.3 MÉTODO DMA

4.3.1 Noções básicas

Quando existe a presença de memória de longo alcance, isto é correlação de longo alcance, pode-se reconhecer se uma série temporal é fractal. A utilização do termo *memória* está ligado propriedade da série conseguir *lembrar* dos acontecimentos passados que influenciam a probabilidade de um passo futuro da mesma (SOUSA, 2016).

Eventos probabilísticos que apresentam memória de longo prazo geralmente podem ser caracterizados por expoentes de escala que são relacionados a uma lei de potência, como por exemplo o expoente H (Expoente de Hurst) proposto pelo próprio em Hurst, (1956) ou o expoente α (Expoente alfa) apresentado por Peng, (1994) e com esses parâmetros podemos conhecer mais dos processos que controlam sua dinâmica.

Originalmente proposto por Alessio et al., (2002). O método DMA é utilizado para encontrar presença de correlações de longo alcance em séries temporais, sendo bastante utilizado em séries não-estacionárias, devido sua propriedade de retirar a

tendência da mesma com a aplicação de uma média móvel. Esse procedimento compreende o reagrupamento das medidas da série, bem como na retirada da sua média, adicionando um novo dado e retirando o antigo.

Essa peculiaridade da técnica acrescenta-lhe mais precisão, uma vez que outros métodos de análise, como o DFA, por exemplo, necessitam da intervenção do pesquisador para a escolha de um polinômio de ajuste que pode influenciar a maiores quantidades de erros no estudo.

Também é de alta relevância a ampla gama de possíveis campos de aplicação para essa ferramenta de estudo, como: Econometria, física de estado sólido, sinais elétricos, fisiológicos etc.

4.3.2 Definição Matemática

Seja uma série temporal unidimensional e não-estacionária ($\langle x \rangle$ e $\bar{\sigma}$ variam) x_i com $i = 1, 2, 3 \dots, N$. Temos que seu perfil $Y(j)$, representado pela relação (2), será definido pela somatória das sucessivas subtrações entre cada medida da série e sua média total.

$$Y(j) = \sum_{i=1}^j (x_i) \quad j = 0, 1, 2 \dots N \quad (2)$$

Se o valor entre as medidas e a média não for nulo é necessário integrar a equação (2) da forma $x_i - \langle x \rangle$.

O próximo passo é aplicar a média móvel $Y_m(j)$ para os N dados com o propósito de identificar e remover sua tendência local. Abaixo, na equação (3) é determinada a média móvel:

$$Y_m(j) = \frac{1}{s} \sum_{k=0}^{s-1} Y(j-k) \quad (3)$$

Ao identificar a tendência em cada segmento, sua remoção é feita através da subtração do perfil original por a média móvel, que é intitulada de série residual e representada pela relação (4), a fim de se obter o destendenciamento da mesma.

$$\tilde{Y}(j) = Y(j) - Y_m(j) \quad (4)$$

Obtida então a série residual, a dividiremos em N janelas de tamanho inteiro s , respeitando a relação (inteiro) $\frac{N}{s}$. Como na maioria das análises é comum ter uma quantidade de dados que não esteja exatamente definido dentro do intervalo $\frac{N}{s}$, alguns dados no final da série podem ficar fora da investigação, o que faz necessário também realizar este procedimento do final para o início atingindo $2N_s$ de modo que todos os dados estejam incluídos dentro da exploração.

Posteriormente, deve-se calcular a variância da série com o intuito de obter sua flutuação média e assim variar os tamanhos da escala s com o objetivo de averiguar a conduta da função de flutuação $F_{DMA}(s)$ disposta na equação (5).

$$F_{DMA}(s) = \sqrt{\frac{1}{n-s} \sum_{j=n}^s [\tilde{Y}(j)]^2} \quad (5)$$

Se a relação acima citada estabelece uma lei de potência. A natureza de seu expoente de escala é finalmente explicitada por:

$$F_{DMA}(s) \sim s^\alpha \quad (6)$$

E a partir de uma simples linearização log-log o valor de α é definido onde podemos visualizar que matematicamente ele é igual ao coeficiente angular do determinado ajuste.

$$\log[F_{DMA}(s)] = \alpha \log[s] \quad (7)$$

4.3.3 Expoente de escala α e seus indicadores

A partir do expoente de escala α podemos compreender o comportamento da série temporal analisada e assim fazer as devidas conclusões a respeito de seu estudo.

- $\alpha = 0,5$ significa que não existe correlação entre os dados da série temporal ou se existirem, apenas em curto alcance. Em outras palavras os dados são aleatórios.

- $\alpha > 0,5 \leq 1$ mostra que os dados são correlacionados a longo-alcance, ou seja, apresentam persistência. Isso determina que valores negativos ou positivos presentes na série apresentam uma probabilidade maior que 50% de serem sucedidos de uma flutuação negativa ou positiva, respectivamente.
- $\alpha < 0,5 \geq 0$ aponta anti-correlação de longo prazo do tipo anti-persistente. Implica na probabilidade maior que 50% de um valor negativo ou positivo ser sucedido de uma flutuação positiva ou negativa, respectivamente.
- $\alpha > 1$ indica uma média local não estacionária. Para tal resultado não teremos estudos promissores uma vez que a alma do presente método está na estacionariedade da série.

É importante destacar que dentro do intervalo $(0,1)$ podemos aproximar o valor do expoente α ao expoente H , como visto abaixo.

$$\alpha \approx H \quad (8)$$

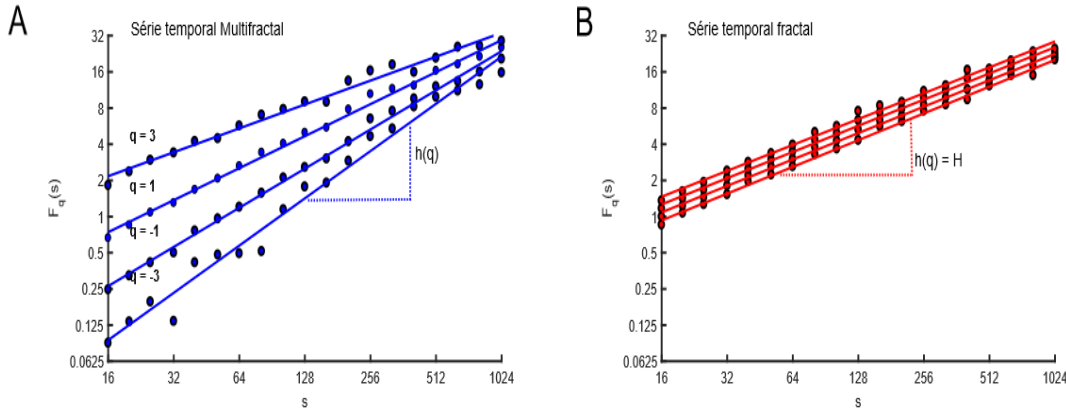
4.4 MÉTODO MFDMA

4.4.1 Noções básicas

O método de destendenciamento por médias móveis para multifractais (MFDMA) nada mais é que uma generalização do DMA. Ele é necessário por existir comportamentos desiguais que necessitam de mais de um expoente de escala para caracterizar a devida série. Isso acarreta dizer que a mesma possui diferentes desempenhos durante o passar do tempo. Este método é uma alternativa útil para desvendar tais condutas através da ponderação dos elementos presentes no objeto de estudo, conforme Nepomuceno, (2016).

Na figura 6 é feita a distinção entre uma série fractal e multifractal.

Figura 6 - Na parte A é demonstrada uma série multifractal dependendo de vários fatores de q . Na B, uma série monofractal com coeficiente angular único.



Fonte: NEPOMUCENO, (2016).

O desenvolvimento do MFDMA é baseado no formalismo multifractal padrão, também descrito no trabalho de Nepomuceno, (2016) que traz a dependência do seu expoente de escala aos momentos de q , generalizando-o para diferentes distribuições. A diferença entre os dois métodos é que a análise padrão não funciona para séries não-estacionárias, então, o MFDMA chega para corrigir tal lacuna com sua técnica de destendenciamento.

A generalização proposta por Gu; Zhou, (2010) atribui alguns passos a mais, dos quais os primeiros já conhecemos, e serão definidos posteriormente.

4.4.2 Definição Matemática

A priori será acrescentado a média móvel o parâmetro de posição θ que definirá a maneira que a mesma será calculada, reorganizada na relação (9).

$$Y_m(j) = \frac{1}{s} \sum_{k=-[(s-1)\theta]}^{[(s-1)(1-\theta)]} Y(j-k). \quad (9)$$

Agora teremos que determinar a variância para cada parcela v respeitando a condição: $[s - [(s-1)\theta]] \ll i \ll N - [(s-1)\theta]$ que resulta na expressão:

$$F_v^2 = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s \{\tilde{Y}(j)\}^2. \quad (10)$$

Calculando a média sobre todos os elementos conseguimos a função de flutuação de ordem q descrita abaixo:

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^s [F_v^2(s)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}}. \quad (11)$$

Por último, tem de se examinar o comportamento de escala da função de flutuação que é correlacionado com a lei de potência de longo-alcance. $h(q)$ é intitulado expoente generalizado de Hurst.

$$F_q(s) \sim s^{h(q)} \quad (12)$$

O indicador $h(q)$ está relacionado com alguns parâmetros como o expoente de escala de Renyi $\tau(q)$, expoente de Hölder $\alpha(q)$ e o espectro multifractal $f(\alpha)$ que também foram deduzidos a partir do formalismo multifractal padrão e serão utilizados nesta pesquisa.

4.4.3 Regimes do parâmetro θ

- $\theta = 0$: Significa que a média móvel está sendo computada do início do sinal para o fim. Trabalhos recentes como Wang; Wu; Pan, (2011), bem como Freitas et al., (2016), mostram que este valor aponta para um melhor desempenho no tratamento de séries longas, como é o caso do nosso estudo. Portanto, a análise feita na presente pesquisa utiliza-se deste regime.
- $\theta = 0.5$: Quer dizer que a média móvel será calculada do centro da série para suas extremidades.
- $\theta = 1$: Expressa o cálculo da média no sentido do fim para o início.

4.5 MÉTODOS SHUFFLED E PHASE-RANDOMIZED SURROGATES

4.5.1 Noções básicas

Como visto no subtítulo 4.2.3, existem dois métodos para detecção da fonte de multifractalidade em uma série temporal, onde cada um está relacionado a eliminação da mesma.

O primeiro deles é o *shuffled*, que, em português, significa embaralhado. Seu procedimento delimita-se a destruir a presença de correlações de longo alcance para pequenas e grandes flutuações preservando a sua distribuição original da série. De outra maneira, a função de distribuição dos dados não se altera, mas, em contrapartida, há um deslocamento do expoente H para o regime $\sim 0,5$ indicando agora a aleatoriedade dos mesmos.

Se existir apenas multifractalidade devido a fonte (i), a aplicação desta técnica retornara uma conduta monofractal. Entretanto, se, por acaso, após a aplicação desta metodologia ainda existir presença de multifractalidade, deparamo-nos com duas situações: A primeira é a inalteração no grau de multifractalidade, indicando que apenas a fonte (ii) é responsável por sua dinâmica. A segunda é a atenuação do valor do grau de multifractalidade indicando a possibilidade de que as duas fontes (i) e (ii) estejam presentes no instrumento de avaliação. Logo, é necessária a aplicação do segundo método.

Este, por sua vez, é chamado *surrogate*, que, em português, significa substituto. Ele tem por objetivo eliminar os termos não lineares existentes por intermédio da alteração da série original por sua transformada de Fourier de tal feitio que suas amplitudes sejam preservadas, porém suas fases sejam aleatorizadas (NOROUZZADEHA et al., 2007). De forma análoga ao *shuffled*, na hipótese da nova série possuir um comportamento monofractal. Apenas a fonte (ii) será responsável pela multifractalidade presente na série.

5. METODOLOGIA DA PESQUISA

5.1 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

Primeiramente, foi feito um estudo bibliográfico da temática proposta a fim de consolidar ampla gama de conhecimento a partir da literatura, periódicos, monografias, dissertações e teses. Tais leituras foram necessárias para o embasamento teórico necessário à implantação do método proposto com o interesse de confirmação da hipótese.

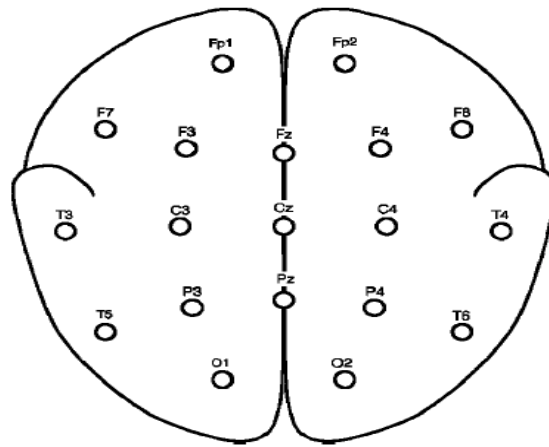
5.2 BANCO DE DADOS E TÉCNICAS DE GRAVAÇÃO

Após o levantamento bibliográfico, foi selecionado um banco de dados do Hospital Universitário de Bonn contendo sinais de eletroencefalograma como séries temporais. Os mesmos, foram publicados através do artigo *Indications of nonlinear deterministic and finite-dimensional structures in time series of brain electrical activity: Dependence on recording region and brain state* (ANDRZEJAK et al., 2001).

Analizamos dois conjuntos, Z e S, que apresentam características saudáveis e patológicas, respetivamente, de 5 voluntários e 5 pacientes. Cada grupo contém um canal único de 100 segmentos que foram recortados de forma contínua a partir das gravações dos EEG com duração de 23,6 segundos.

O conjunto Z consiste em segmentos de EEG que foram obtidos na superfície craniana de voluntários saudáveis que estavam relaxados e com os olhos abertos, usando um esquema padrão de eletrodos como ilustra a figura 7.

Figura 7 - Esquema das localizações de eletrodos na superfície de acordo com o sistema internacional 10-20.



Fonte: ANDRZEJAK et al., (2001).

O conjunto S compõe-se de EEG's com eletrodos intracranianos pré-cirúrgicos (ilustrados na figura 8) de pacientes que possuem epilepsia e estavam em atividade de convulsão no momento das gravações.

Figura 8 - Esquema de eletrodos intracranianos pré-cirúrgicos.



Fonte: ANDRZEJAK et al., (2001).

Todos os eletroencefalogramas foram obtidos com o mesmo sistema de amplificação de 128 canais, usando uma referência comum-comum. É necessário que o sinal seja amplificado devido a flutuação elétrica no cérebro estar comumente na ordem de μV a mV . Posteriormente, depois de uma conversão analógica-digital de 12 bits, os dados foram escritos em um disco de computador com um sistema de aquisição de dados a uma taxa de amostragem de 173,61 Hz.

Aponta-se ainda que os sinais incluídos nesses conjuntos são randomizados em relação ao contato de gravação, ao tempo e ao paciente ou voluntário. Ou seja, estão dispostos de forma aleatória para evitar possíveis tendências por parte dos pesquisadores, caracterizando assim uma análise cega.

Por fim, os agrupamentos foram submetidos ao Software MATLAB® que integra análise numérica de processamento de sinais, a partir de uma lógica de programação que automatiza os processos estatísticos já citados, para obtenção dos parâmetros necessários a investigação do problema.

5.3 SINAIS DE ELETROENCEFALOGRAMA COMO SÉRIES TEMPORAIS

Foi realizada uma análise quantitativa dos parâmetros obtidos pelo programa em 15 segmentos de cada um dos dois grupos, indicando quais as singularidades e correlações presentes na série. Com esse conhecimento podemos comparar os resultados com os estudos teóricos e classificar o sistema segundo eles, determinando se o funcionamento da atividade cerebral apresenta anomalias ou não e ainda investigar as possíveis fontes de multifractalidade presentes nestes sinais.

6. APLICAÇÃO DO MÉTODO MFDMA

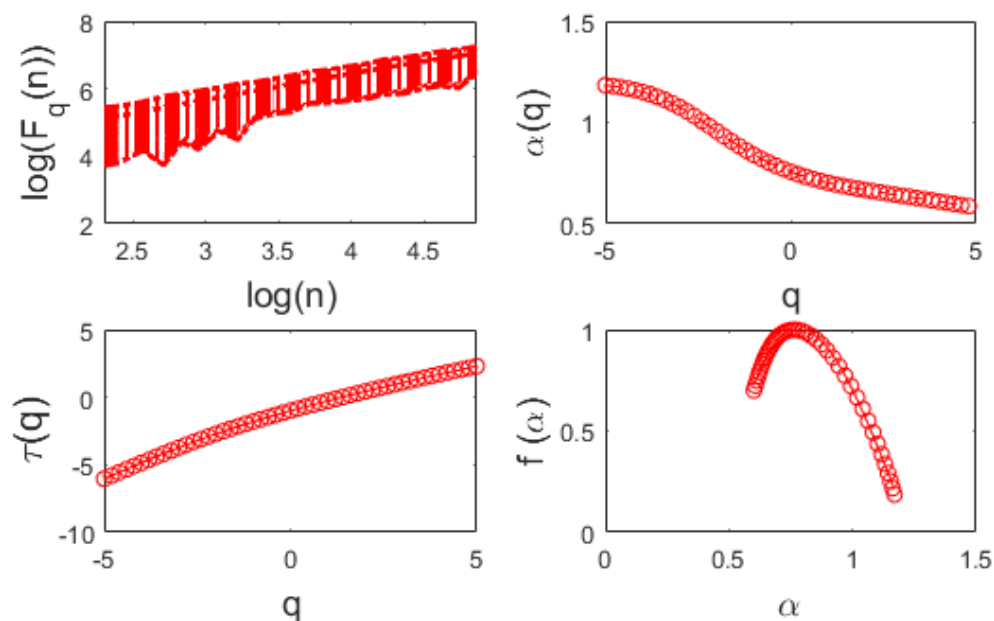
6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A partir do método apresentado por Gu; Zhou, (2010), comprovando o melhor desempenho do método MFDMA para escolha do regime em que $\theta = 0$. Aplicamos o presente método nas séries temporais dos dois grupos estudados no software MATLAB® R2016b onde pudemos constatar a dinâmica multifractal para ambos. Tal afirmação é válida segundo as correlações lógicas que serão apresentadas ao longo desta seção.

6.1.1 Comportamento de escala e relações entre expoentes

Devido ao comportamento multifractal estar presente em todas as séries analisadas, utilizaremos o segmento Z001 do grupo de pacientes saudáveis para exemplificar sua conduta de escala, visto que para as demais análises as mesmas terão explicações análogas.

Gráfico 3 - Multifractalidade presente da série Z001



Fonte: Autoria própria

No painel superior esquerdo do gráfico 3, temos o comportamento de escala da função de flutuação média de q -ésima ordem como visto na relação (12) por $F_q(s) \sim s^{h(q)}$ e aqui apresentada em um gráfico log-log. A mesma oscila dentro do intervalo estabelecido para q igual a: $[-5,5]$, com um passo de 0,2, onde o traço central entre este período indica o valor de $q = 0$. Como essa distribuição não consiste em um formato linear, significa dizer que ela não possui dependência única com os momentos de q , modificando o seu valor ao longo da própria. Isso decore devido as diferentes inclinações da função estudada, sinalizando a existência de diferentes valores de H para diversas escalas. Em resumo, a função de flutuação não é completamente definida por apenas um expoente de Hurst o que nos mostra a primeira evidência do comportamento multifractal da série analisada.

Observada então a dependência do expoente de Hurst com q , necessitamos investigar outra relação existente, baseado no gráfico $\alpha(q)$ versus q , presente no segundo quadro. Tendo em mente que a relação entre o expoente $\alpha(q)$, intitulado expoente de Hölder, e o parâmetro q é dado pela equação (13).

$$\alpha = \frac{d}{dq} \tau(q) \quad (13)$$

Percebemos que um comportamento fractal retorna apenas um valor para $h(q)$ e conseqüentemente um valor para α . Então, para este gráfico, esperaríamos uma reta constante com independência nos valores de q . Porém, como o comportamento é de dependência entre os parâmetros, temos mais um indicador da multifractalidade presente na série. Essa ideia ficará mais clara após a explicação do painel inferior esquerdo.

No painel inferior esquerdo, temos o expoente de escala de Renyi $\tau(q)$ que é definido a partir da relação (14), detalhada no formalismo multifractal padrão, em função do parâmetro q e o expoente generalizado de Hurst.

$$\tau(q) = h(q)q - 1 \quad (14)$$

Haja visto que o expoente de Renyi está em função dos fatores q e $h(q)$ qualquer formato gráfico que se distancie de uma reta, indicará presença de multifractalidade.

Pois como já visto, séries temporais fractais são um caso particular em que q é igual a 2.

Percebida então a ligação entre o expoente de Renyi e o expoente generalizado de Hurst, podemos visualizar mais claramente sua associação com o expoente de Hölder. Se não existe dependência de $h(q)$ com q , ou seja, H é uma constante. Logo a derivada do expoente de Renyi em relação a q , será igual zero, evidenciando uma conduta monofractal.

Para o último caso, temos o espectro de singularidade $f(\alpha)$. Sua relação (15) é dada entre o expoente de Hölder e o expoente de Renyi., definida como:

$$f(\alpha) = q\alpha - \tau(q) \quad (15)$$

Este é o gráfico que mais nos apresenta informações sobre a conduta da série. Onde α variará de um valor mínimo ao seu máximo. A diferença entre esses valores ($\Delta\alpha$) resultam no grau de multifractalidade da série, exposto por Freitas et al., (2016). Se a mesma fosse fractal, este indicador tenderia a zero e o seu gráfico seria resumido a um único ponto (deterministicamente), o que não acontece. Então quanto maior este grau, maior o comportamento multifractal da série.

A frente de todas essas informações que nos foram trazidas, podemos provar com clareza e nitidez a dinâmica multifractal das séries de EEG aqui dispostas.

Neste caso, metodologias fractais de análise como utilizado no artigo base de Adda; Benoudnine, (2016), não são interessantes podendo não revelar com clareza os fenômenos que estão por trás do objeto de pesquisa utilizado. Como também, a probabilidade de maiores erros na análise pelo referido método, devido a interferência gerada pela escolha do seu polinômio de ajuste, citado anteriormente na seção 4.3.1.

6.1.2 Expoente de Hurst como indicador de crise epilética

Corroborando com os resultados das pesquisas de Adda; Benoudnine, (2016) e Wen et al., (2016), confirmamos o expoente de Hurst como possível identificador crise epilética. Após 15 segmentos de cada conjunto serem submetidos a análise, obtemos um valor de H para cada um a partir do valor de $h(q)$ quando $q=2$.

Relembrando os intervalos citados na seção 4.3.3. O conjunto com pacientes saudáveis apresentou 100% dos valores de H no regime de correlação persistente ($H > 0,5$), destacado em **laranja**. Enquanto o grupo epilético exibiu-se 100% no regime de correlação anti-persistente ($H < 0,5$), destacado em **roxo**. Isso permite, estatisticamente, fazer a diferenciação entre um sinal epilético do saudável apenas pelo expoente de Hurst e assim correlacionar uma característica estatística e fisiológica.

Na tabela 1, estão presentes os conjuntos analisados bem como seus respectivos valores do expoente de Hurst.

Tabela 1 – Valores do expoente de Hurst para série original dos conjuntos Z e S

ORIGINAL HURST	
CONJUNTOS	H
Z	Z001 0,6669
	Z010 0,8302
	Z020 0,6171
	Z027 0,6746
	Z030 0,9184
	Z050 0,6735
	Z055 0,7299
	Z063 0,7337
	Z065 0,6821
	Z070 0,5734
	Z075 0,7328
	Z082 0,6600
	Z085 0,5544
	Z090 0,7354
	Z100 0,8506
S	S005 0,2458
	S011 0,2405
	S015 0,3973
	S021 0,2775
	S025 0,2254
	S042 0,0793
	S055 0,3680
	S057 0,1416
	S059 0,3808
	S060 0,2521
	S062 0,3721
	S071 0,1152
	S080 0,1059
	S098 0,0672
	S100 0,4648

Fonte: Autoria própria

6.1.3 Fonte de multifractalidade dos sinais epiléticos

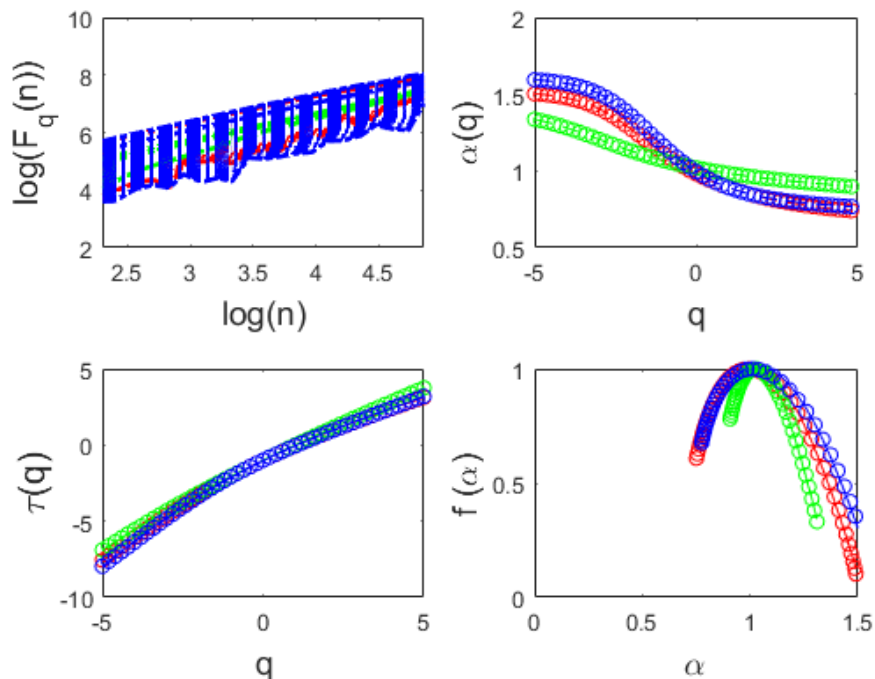
Indo um pouco além dos resultados obtidos pelos dois artigos bases, utilizados nesta pesquisa, conseguimos identificar a fonte de multifractalidade presente nas séries temporais do conjunto S (pacientes epiléticos).

Partindo das informações dispostas no subtítulo 4.5.1. Após feita a aplicação dos métodos *shuffled* e *surrogate* obtemos resultados satisfatórios que evidenciam somente a fonte (i) como causadora da multifractalidade presente nos sinais das pessoas epiléticas.

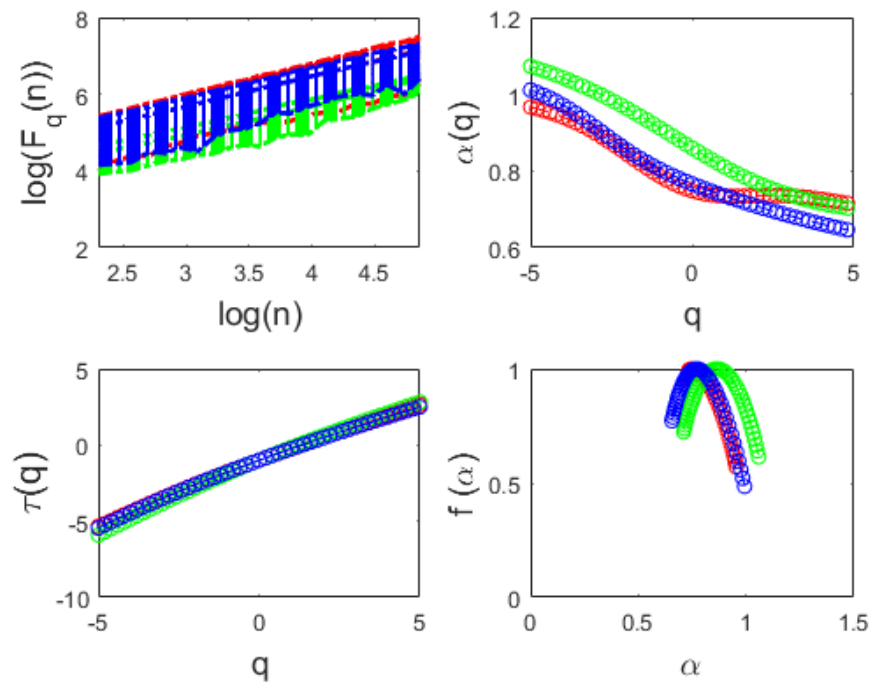
Para uma melhor compreensão e com o propósito de comparação, utilizaremos os gráficos 4 e 5 que remetem ao grupo Z (pacientes saudáveis) para demonstrar a não eficiência destes métodos nesse conjunto.

Logo, nestes gráficos e nos demais a seguir, as curvas em **vermelho** representam a aplicação do MFDMA na série original. Em **verde** a série após a utilização do *shuffled* e a série **azul** com o emprego do *surrogate*, ambas submetidas ao método MFDMA.

Gráfico 4 - Série Z075



Fonte: Autoria própria

Gráfico 5 - Série Z100

Fonte: Autoria própria

Analogamente como feito no subtítulo 6.1.1 realizaremos a mesma avaliação, mas agora destacando o efeito na aplicação do *shuffled* e *surrogate*.

No primeiro painel dos gráficos 4 e 5 podemos observar diferentes inclinações nas curvas da função de flutuação para o intervalo $[-5,5]$ de q mostrando assim seu comportamento multifractal.

No segundo, o gráfico $\alpha(q)$ versus q indicando diferentes valores de q para o expoente de Hölder, expondo uma dependência entre esses parâmetros e consequentemente multifractalidade na série.

No terceiro, a evolução do expoente de Renyi com os q -momentos também exibindo linearidade entre si. Relembrando que a relação entre o expoente de escala de Renyi com o expoente de Hurst generalizado $h(q)$ está na equação (4.13).

No quarto, o espectro de singularidade com graus de multifractalidade relativamente próximos em ambos os métodos e distantes de zero, o que não mostra destruição dos mesmos pelas técnicas.

Na tabela 2, veremos com mais detalhes os valores numéricos dos parâmetros investigados pelo *shuffled* e *surrogate*.

Tabela 2 – Valores de $\Delta\alpha$ e H após aplicação dos métodos shuffled e surrogate para o conjunto Z

CONJUNTO	SHUFFLED		SURROGATE	
	$\Delta\alpha$	H	$\Delta\alpha$	H
Z001	0,3216	0,7332	0,2626	0,6852
Z010	0,4029	0,9556	0,8088	0,8330
Z020	0,1250	0,6564	0,5980	0,5982
Z027	0,5520	0,7686	0,7810	0,7132
Z030	0,2196	0,9976	0,3026	0,9195
Z050	0,2636	0,7279	0,3902	0,6749
Z055	0,5325	0,8673	0,5363	0,7211
Z063	0,4560	0,9195	0,6953	0,7428
Z065	0,3349	0,8228	0,4512	0,6944
Z070	0,1066	0,6660	0,6510	0,5314
Z075	0,4208	0,8166	0,4904	0,7313
Z080	0,3400	0,7570	0,2469	0,9901
Z082	0,2326	0,6342	0,4001	0,6632
Z090	0,3477	0,7694	0,3368	0,7077
Z100	0,3024	0,9631	0,6280	0,8383

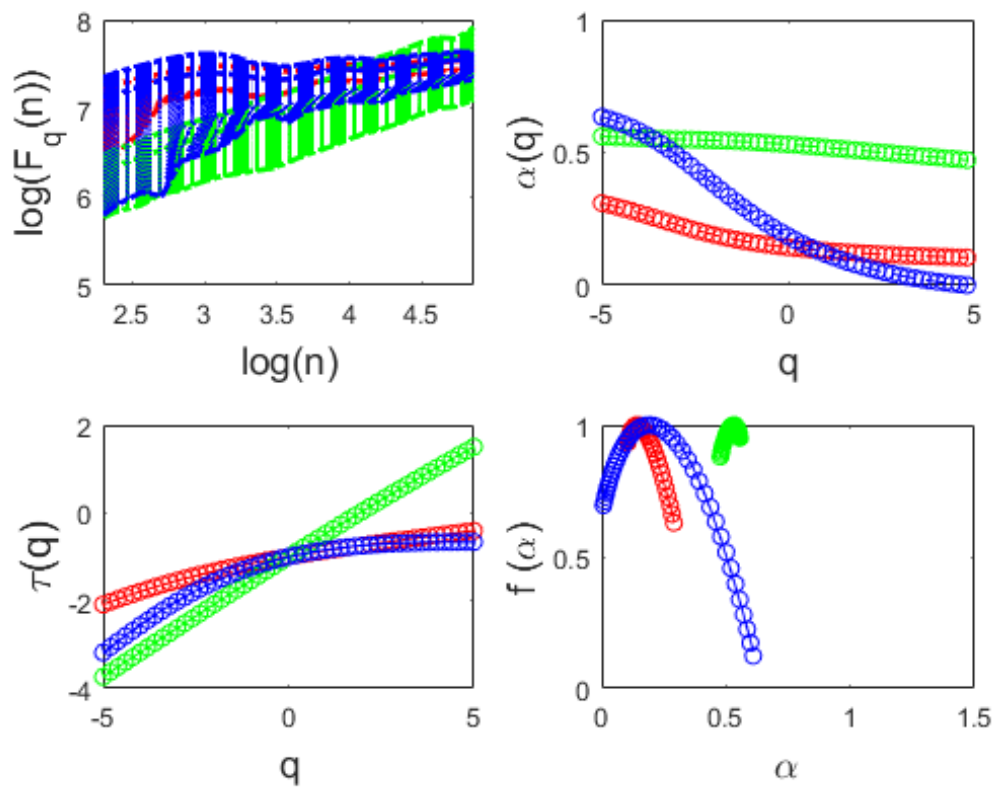
Fonte: Autoria Própria

Nesta tabela, podemos perceber que $\Delta\alpha$ não apresenta pequenos valores na utilização do *shuffled* e principalmente para o *surrogate*, como também H não tende para 0,5.

Então, com esse respaldo é perceptível visualizar a falha dos métodos quanto a descobrir apenas uma fonte como originadora de multifractalidade no conjunto saudável. Pois, como visto no subtítulo 4.5.1 as duas são causadoras da mesma simultaneamente, o que já era de se esperar partindo do pressuposto que sinais fisiológicos estáveis possuem uma dinâmica multifractal forte ligada a ambas as fontes.

Em contrapartida, para os sinais epiléticos a série com o *shuffled* apresenta comportamento fractal o que indica a fonte (i) como geradora de sua multifractalidade.

Com as mesmas observações anteriormente feitas, podemos visualizar seu desempenho sendo contrário ao que nos foi exposto. No gráfico 6 distinguimos isso.

Gráfico 6 - Série S042

Fonte: Autoria própria

Está muito explícito o grau de linearidade da série com o *shuffled* quando o comparamos com as demais curvas e mais fortemente ainda ao analisarmos o último painel do gráfico 6.

Neste caso, como forma de aprofundar mais a discussão desse resultado, destacaremos o gráfico do espectro de singularidade multifractal para todas nossas amostras do grupo S. Isso decorre pela razão da origem de multifractalidade da série estar diretamente ligada com este grau como visto do subtítulo 4.5.1.

Então, podemos notar nos gráficos 7 a 21 e nos valores numéricos detalhados na tabela 3, que o *shuffled* leva os graus de multifractalidade (valores em **azul**) a valores muito baixas, próximas a zero e o H (valores em **vermelho**) a aproximadamente 0,5 indicando a aleatoriedade dos mesmos.

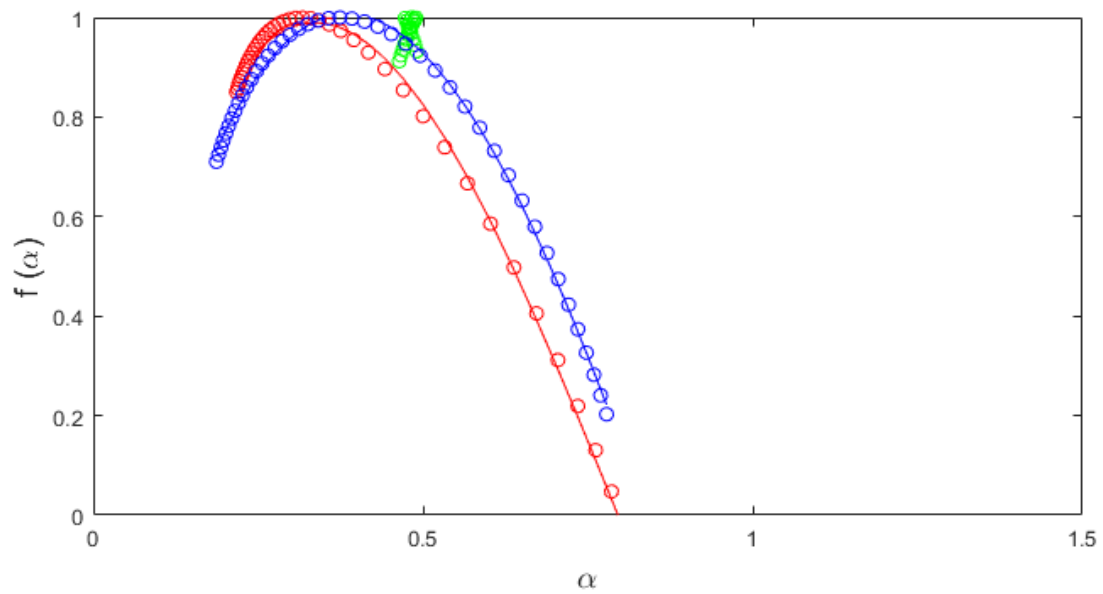
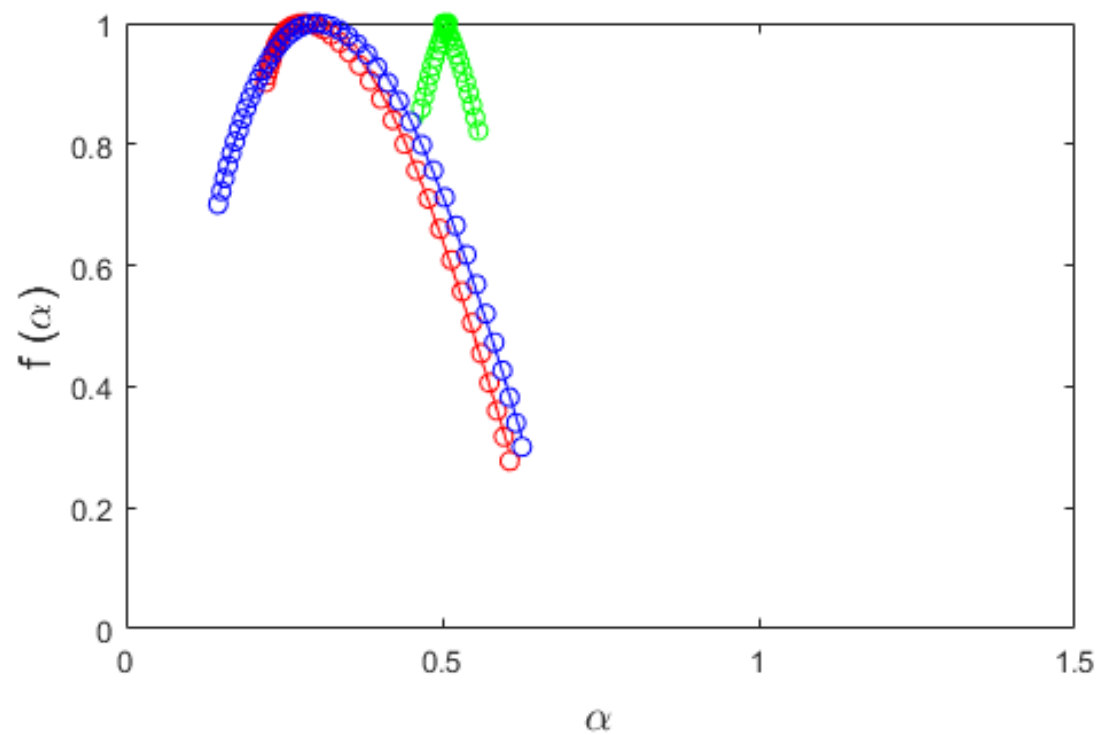
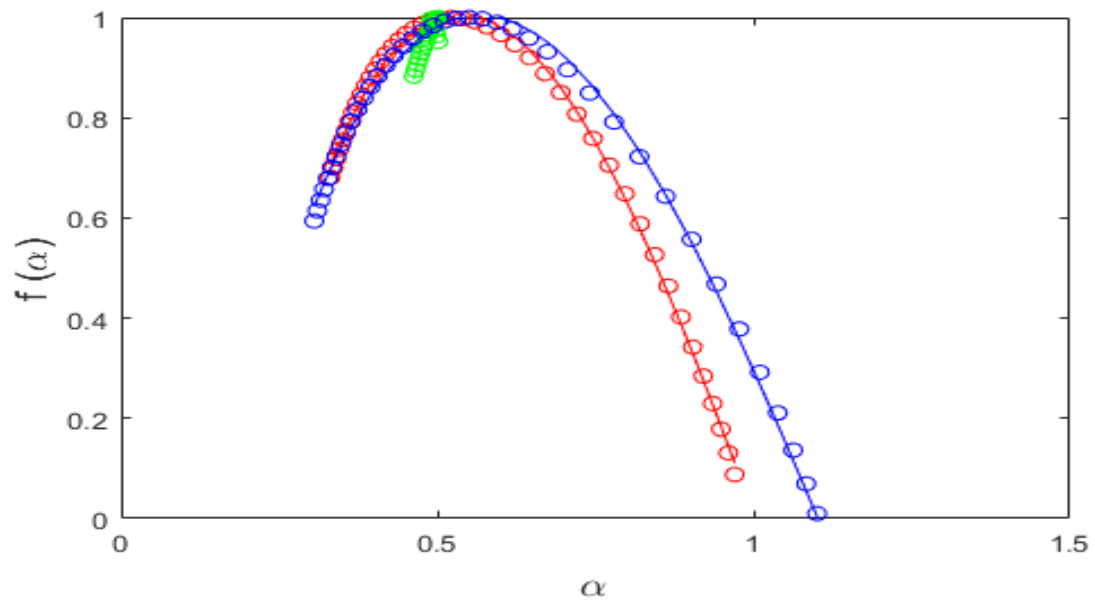
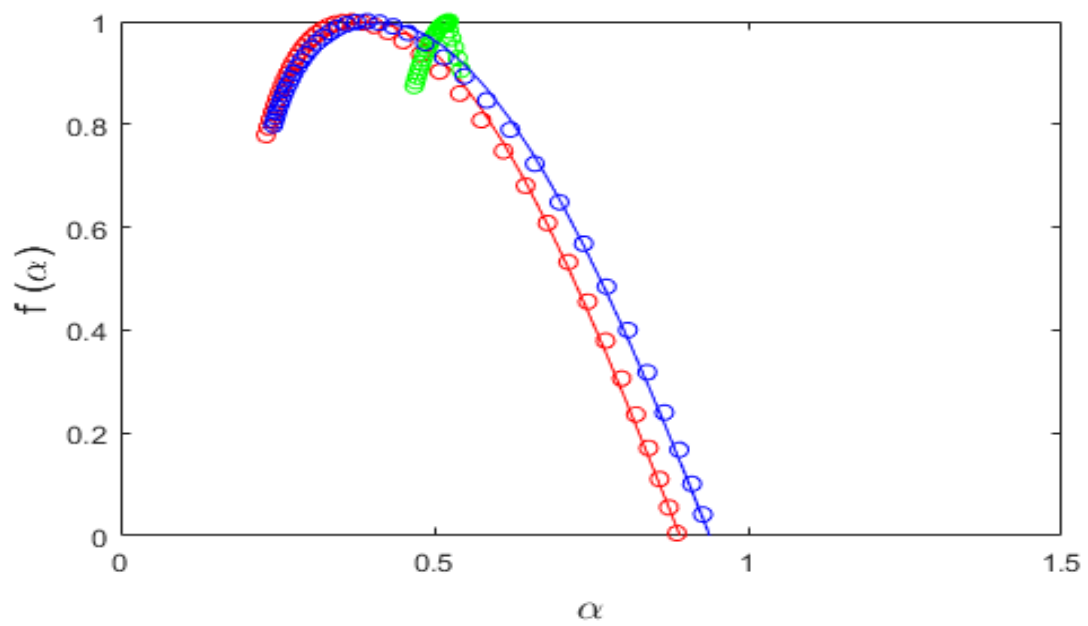
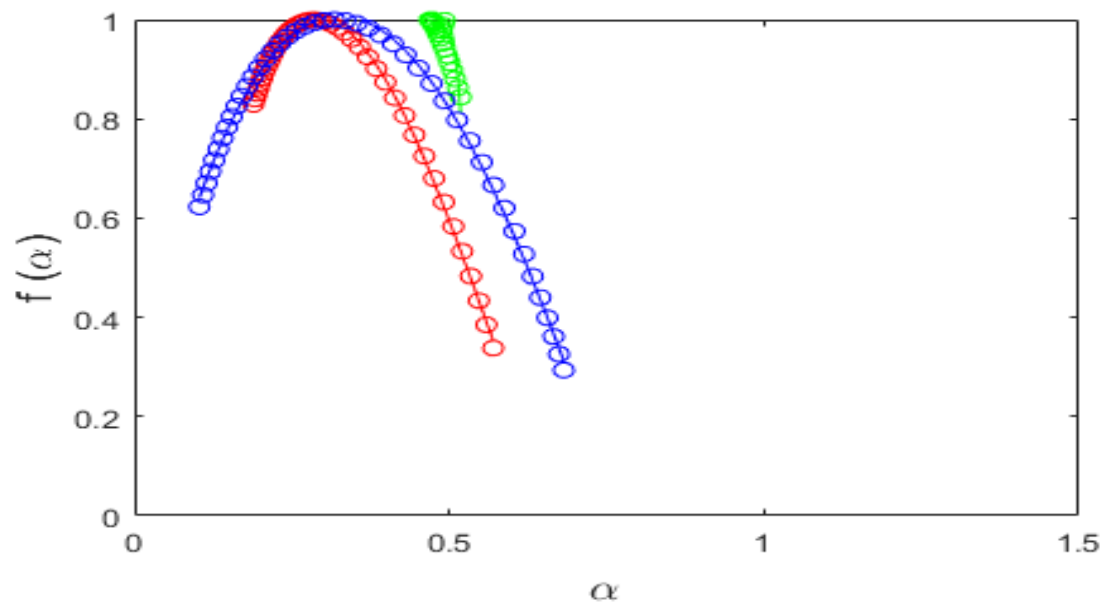
Gráfico 7 - Série S005**Fonte:** Autoria própria**Gráfico 8 - Série S011****Fonte:** Autoria própria

Gráfico 9 - Série S015

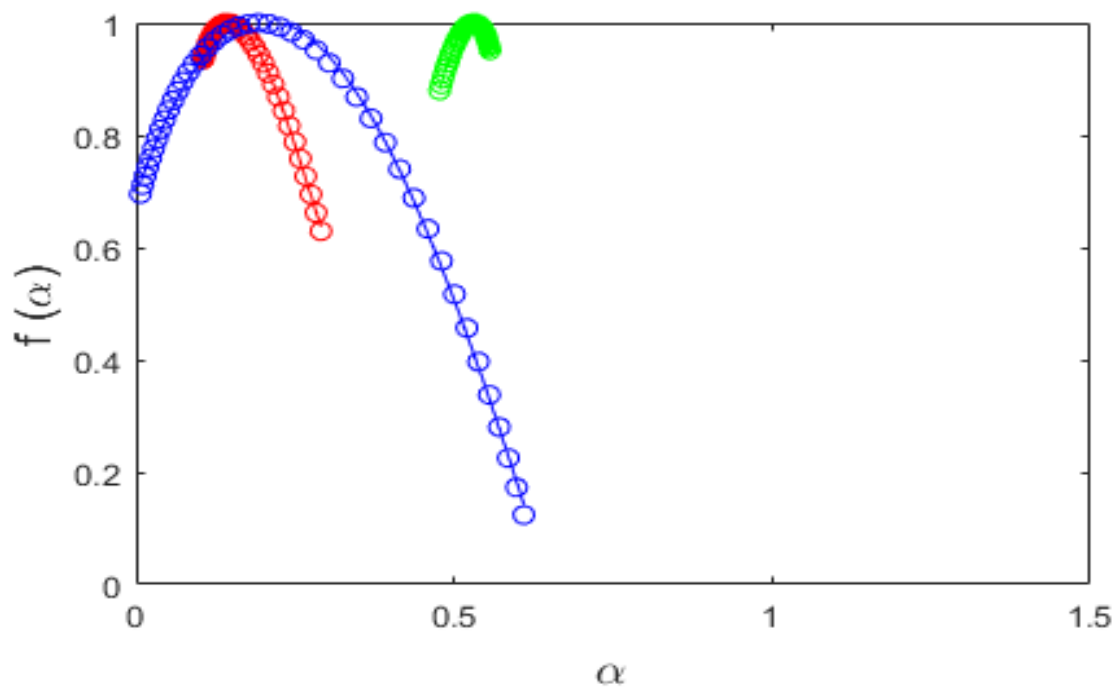
Fonte: Autoria própria

Gráfico 10 - Série S021

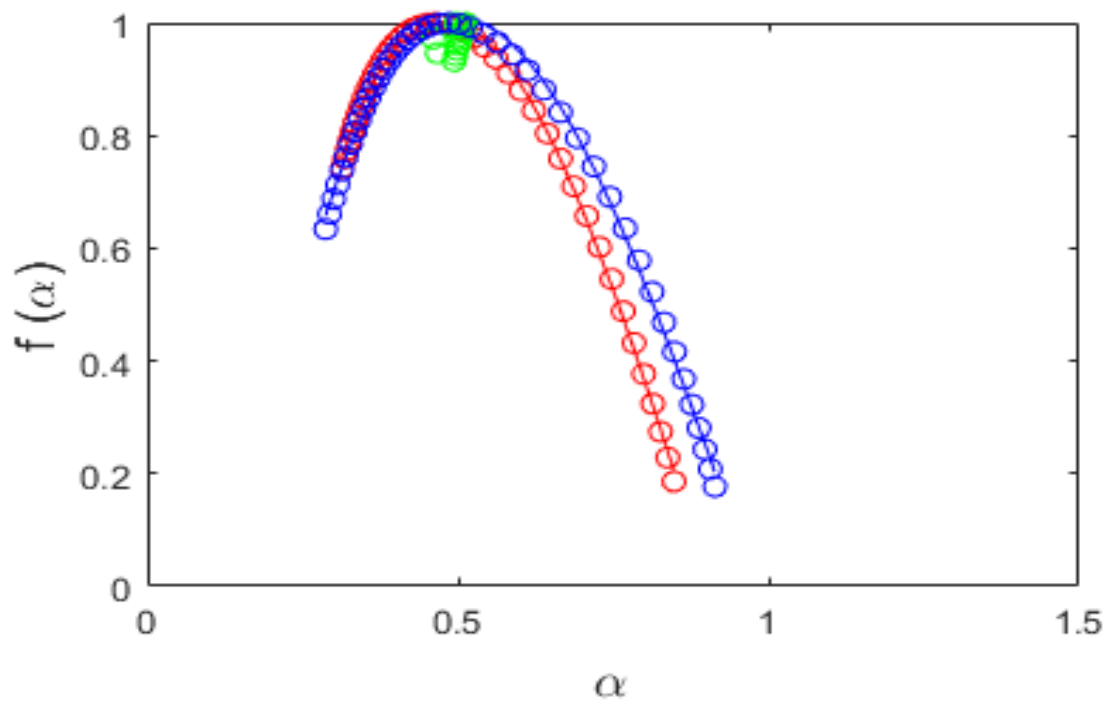
Fonte: Autoria própria

Gráfico 11 - Série S025

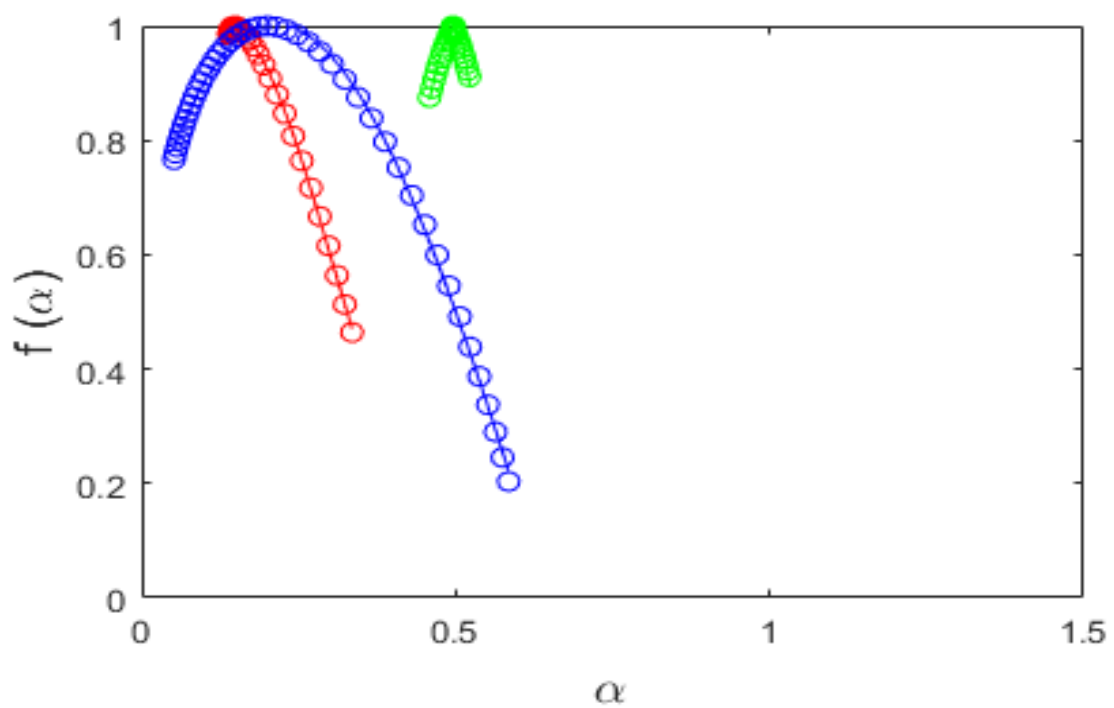
Fonte - Autoria própria

Gráfico 12 - Série S042

Fonte: Autoria própria

Gráfico 13 - Série S055

Fonte: Autoria própria

Gráfico 14 - Série S057

Fonte: Autoria própria

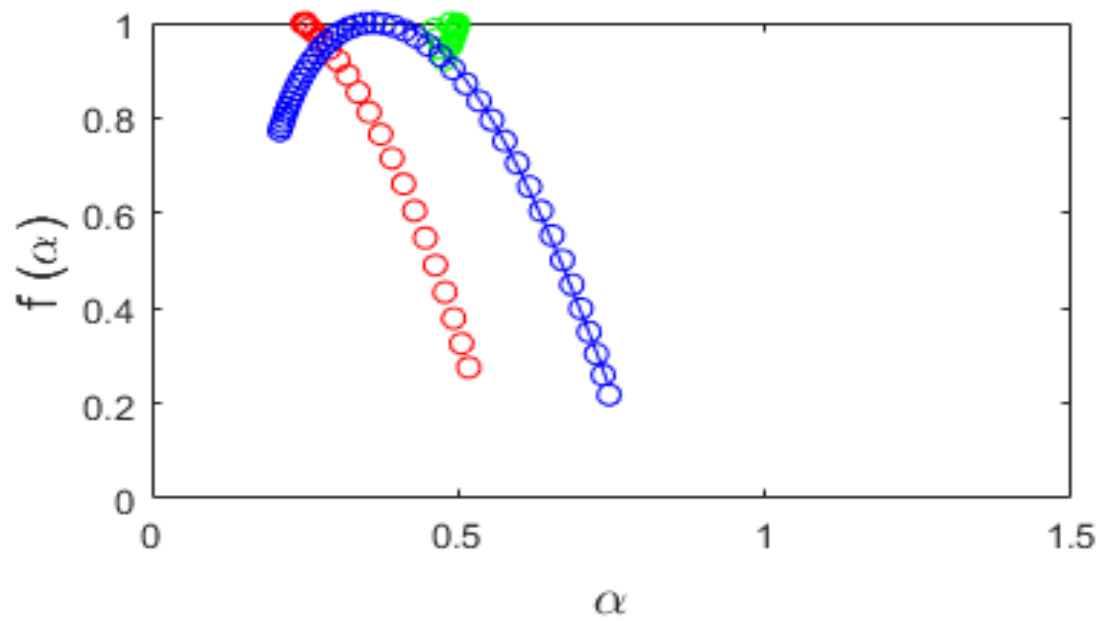
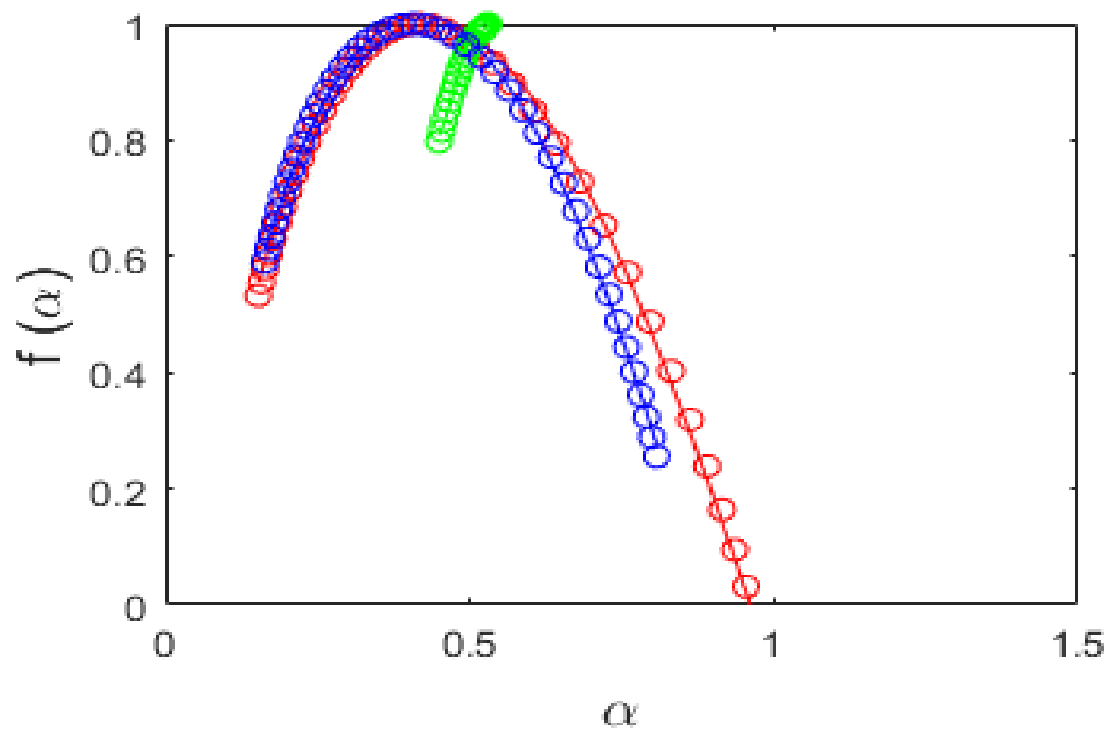
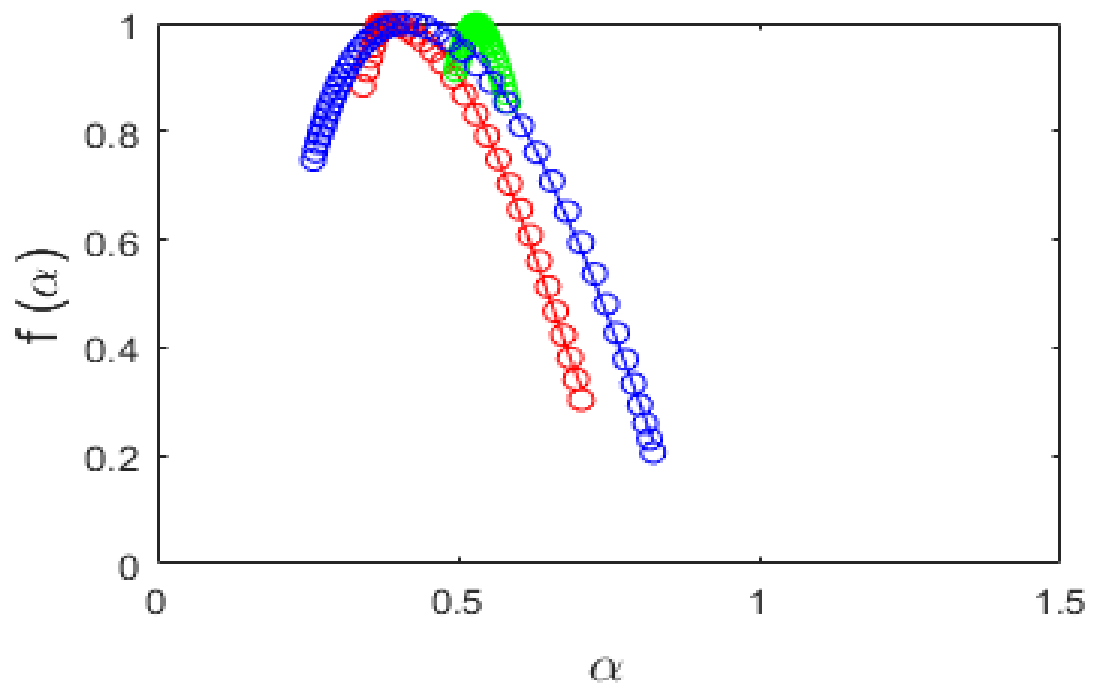
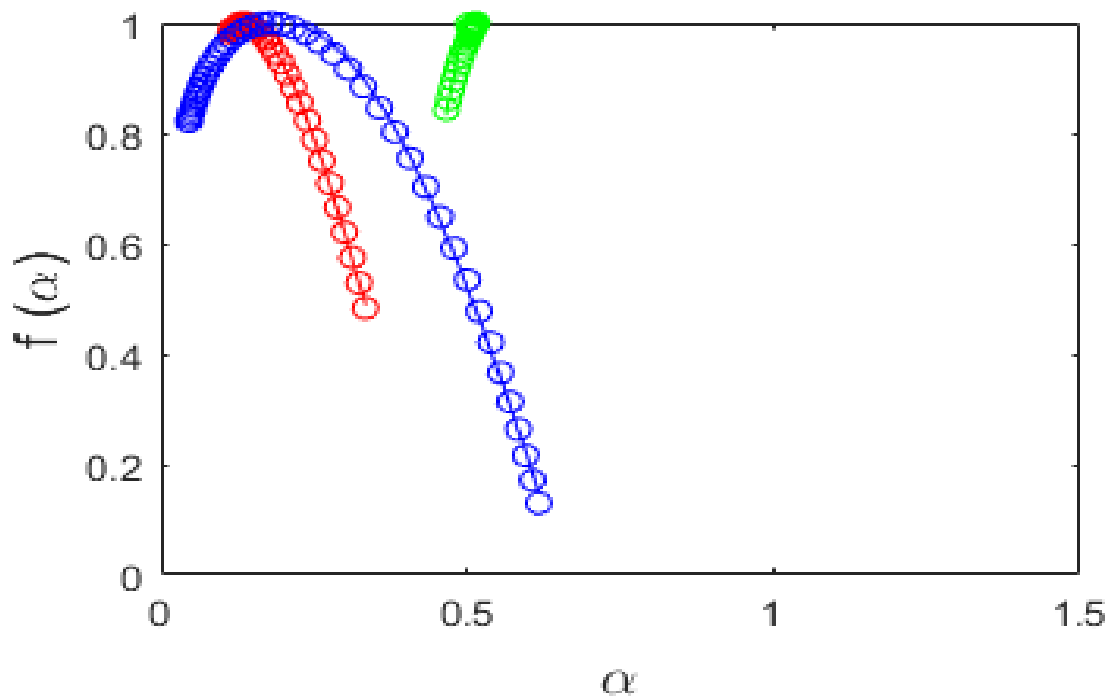
Gráfico 15 - Série S059**Fonte:** Autoria própria**Gráfico 16 - Série S060****Fonte:** Autoria própria

Gráfico 17 - Série S062



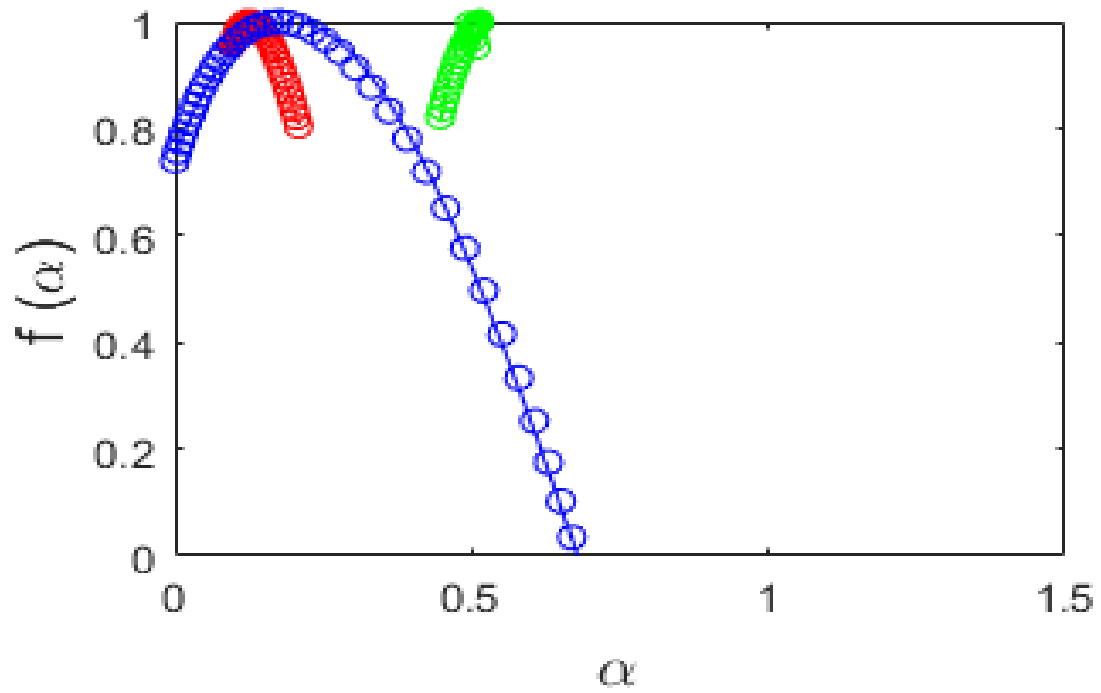
Fonte: Autoria própria

Gráfico 18 - Série S071



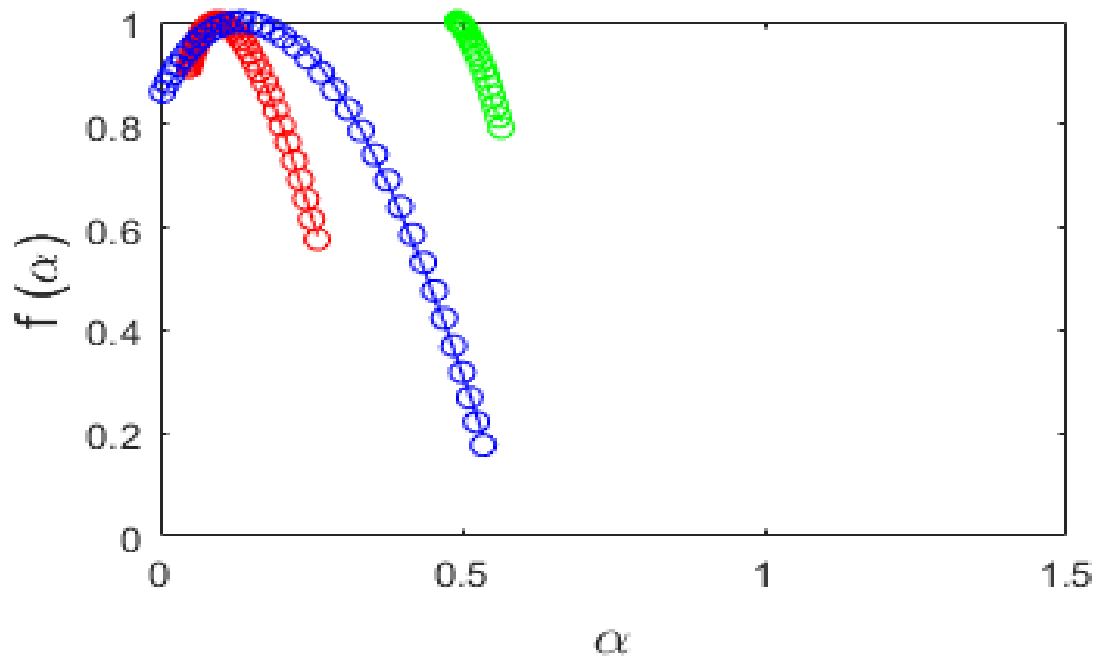
Fonte: Autoria própria

Gráfico 19 - Série S080

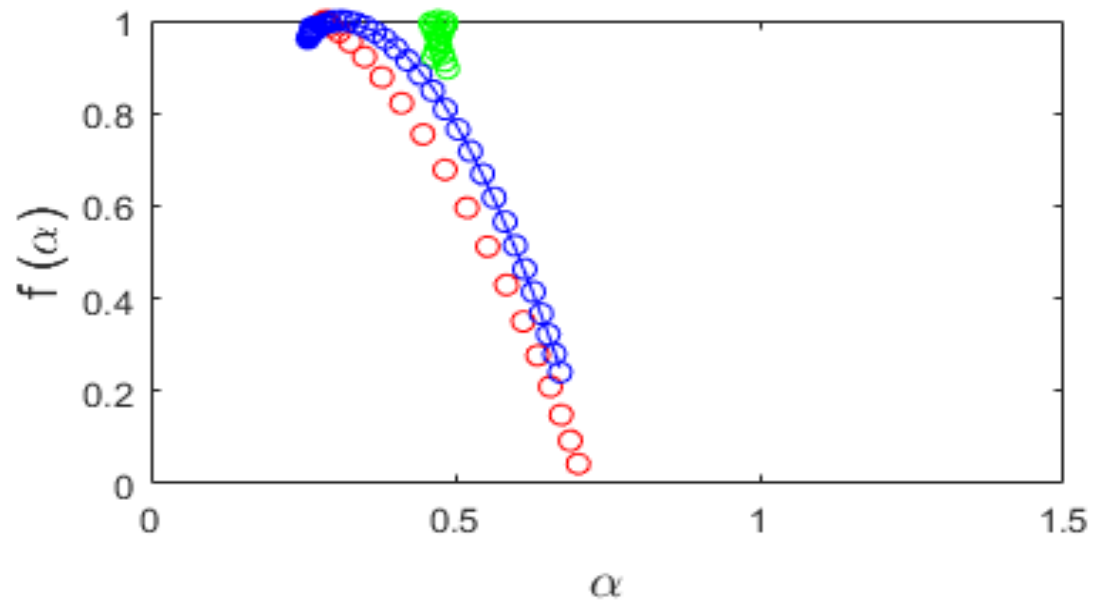


Fonte: Autoria própria

Gráfico 20 - Série S098



Fonte: Autoria própria

Gráfico 21 - Série S100

Fonte: Autoria própria

Tabela 3 - Valores de $\Delta\alpha$ e H após aplicação dos métodos *shuffled* e *surrogate* para o conjunto S.

CONJUNTO		SHUFFLED		SURROGATE	
		$\Delta\alpha$	H	$\Delta\alpha$	H
S	S005	0,0276	0,4902	0,5916	0,2427
	S011	0,0904	0,5073	0,4803	0,2128
	S015	0,0392	0,4946	0,7950	0,3882
	S021	0,0745	0,4982	0,6843	0,2789
	S025	0,0502	0,4999	0,5787	0,1830
	S042	0,0793	0,5060	0,6026	0,0688
	S055	0,0810	0,5164	0,6266	0,3684
	S057	0,0635	0,4929	0,5329	0,0974
	S059	0,0584	0,5040	0,5365	0,2520
	S060	0,0815	0,5004	0,6436	0,2476
	S062	0,0873	0,5185	0,5634	0,3121
	S071	0,0326	0,4946	0,6498	0,0543
	S080	0,0668	0,4922	0,6811	0,0513
	S098	0,0730	0,5047	0,5860	0,0148
	S100	0,0370	0,4910	0,4140	0,2592

Fonte: Autoria própria

Á vista disso, o grau de multifractalidade das séries do conjunto S com o *shuffled* foi drasticamente reduzido quando comparado ao conjunto Z e, portanto, revelando a sua fonte originadora. Neste caso, a aplicação do método *shuffled* sendo eficaz na destruição do comportamento multifractal da série, aponta apenas a fonte de multifractalidade ligada a presença de *memória* de longo prazo, na atividade elétrica cerebral anormal durante período de convulsão em pacientes com epilepsia. Este resultado também exclui a presença de termos não lineares, que geralmente estão associados com flutuações de alta magnitude com baixa ocorrência ao longo da série analisada.

Como observado no Gráfico 2, o EEG de um paciente com epilepsia durante convulsão, apresenta alto grau de repetição de um certo padrão. Esta repetição em termos de série temporal, reflete-se como a presença de *memória* de longo prazo. Já em termos fisiológicos, é um indicador de falta de resposta a estímulos externos, visto que durante a convulsão o paciente perde a consciência e passa a agir de forma repetitiva seguindo os principais sintomas de uma convulsão, que são: perda de consciência, espasmos musculares involuntários e repetitivos, movimentos rápidos dos olhos, entre outros.

Ao passo que conseguimos detectar a fonte de multifractalidade para pacientes sofrendo convulsão, a presença de memória na série temporal pode estar associada com o padrão repetitivo da série de EEG destes pacientes, que por sua vez, apresentam comportamento fisiológico de repetição sintomática referentes a essa patologia.

7. CONCLUSÕES E PESPECTIVAS

A identificação de patologias com o apoio das análises de sinais fisiológicos vem se tornando um procedimento cada vez mais automatizado e presente na comunidade científica. Isto deve-se em grande parte à possibilidade de diminuir erros humanos nos diagnósticos elaborados pelos profissionais da área. No contexto desse estudo, sistemas estocásticos complexos, como a atividade elétrica no cérebro, não podem ser examinados por métodos convencionais, que por sua vez, não são capazes de investigar com excelência sua dinâmica propriamente dita. Neste sentido, através de poderosas ferramentas estatísticas que encontram conexões e padrões entre a conduta física do sinal analisado e suas propriedades matemáticas, este trabalho contribui para minimização destas falhas bem como o conhecimento do comportamento multifractal em séries fisiológicas derivadas de exames de eletroencefalograma.

O método MFDMA serviu para caracterizar esses dados a partir dos parâmetros desenvolvidos pelo formalismo multifractal padrão, que assim serviram para ser analisados por essa pesquisa no intuito de se confirmar este comportamento. Corroborando resultados anteriores de que séries fisiológicas são parte de um processo complexo não linear. Estes dados, que compreendem as flutuações elétricas no cérebro de pessoas saudáveis e patológicas foram adquiridos pelo Hospital Universitário de Bonn na Alemanha.

Especificamente, a conduta multifractal ficou evidenciada pela necessidade de vários expoentes de escala, como também pela variação do seu comportamento de escala ao decorrer da série e intensa dependência de seus outros parâmetros com as distribuições de q .

Também pudemos, estatisticamente, corroborar a possibilidade do expoente de Hurst como um indicador de crise epilética, conseguindo diferenciar sinais saudáveis dos patológicos. Em especial, utilizando um método mais robusto e preciso em nossa exploração que é o MFDMA.

E por fim, esta análise mostrou sua eficácia, juntamente com a contribuição do *surrogate* e principalmente o *shuffled*, na identificação da fonte de multifractalidade. Resultando em uma análise inédita, onde se evidencia que a fonte de multifractalidade dos sinais epiléticos é ligada apenas a memória. Uma conclusão importantíssima para

se compreender mais sobre a atividade elétrica anormal no momento de convulsão de pacientes com epilepsia.

Como perspectivas deste trabalho, deve-se investigar uma possível dependência entre o expoente de Hurst e sinais de EEG de pacientes com epilepsia, porém fora do período de convulsão. Outro avanço seria avaliar se a fonte de multifractalidade para as séries de pessoas com epilepsia, porém sem a convulsão, também é somente devido a memória de longo prazo. Se este resultado se confirma, a fonte de multifractalidade também poderá ser interpretado como indicador não só da convulsão, mas também da epilepsia propriamente dita.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADDA, A.; BENOUDNINE, H. *Detrended fluctuation analysis of eeg recordings for epileptic seizure detection*. 2016. In: International conference on bio-engineering for smart technologies. Disponível em: <
<http://dx.doi.org/10.1109/biosmart.2016.7835461>>. Acesso em 13 de setembro de 2017.

ALESSIO, E. et al. Second-order moving average and scaling of stochastic time series. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, Springer, v. 27, n. 2, p. 197–200, 2002.

ANDRZEJAK, Ralph G. Et al. Indications of nonlinear deterministic and finite-dimensional structures in time series of brain electrical activity: Dependence on recording region and brain state. *Physical Review e*, [s.l.], v. 64, n. 6, p.1-8, 20 nov. 2001. *American Physical Society (APS)*. Disponível em: <
<http://dx.doi.org/10.1103/physreve.64.061907>> Acesso em 13 de setembro de 2017.

BATISTA, Carlos André. *Métodos emergentes de física-estatística aplicados às séries temporais*. 2016. 69 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Biometria, Departamento de Estatística e Informática, Universidade Rural Federal do Pernambuco, Recife, 2016.

Carter, J. A., & Winn, J. N. 2009, *ApJ*, 704, 51

CASTIGLIONI, Paolo et al. Local-Scale Analysis of Cardiovascular Signals by Detrended Fluctuations Analysis: Effects of Posture and Exercise. 2007. *29th Annual International Conference Of The IEEE Engineering In Medicine And Biology Society*, [s.l.], p.5035-5038, ago. 2007. Disponível em: <
<http://dx.doi.org/10.1109/iembs.2007.4353471>>. Acesso em 13 de setembro de 2017.

FEDER, J. *Fractals*, 1988. [S.l.]: Plenum Press, New York, 1988.

FORNARI, G. *Estudo de técnicas fractal e multifractal para análise de irregularidades na ionosfera equatorial*. São José dos Campos (SP). 2016. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE).

FREITAS, D. de et al. New suns in the cosmos. iii. multifractal signature analysis. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 831, n. 1, p. 87, 2016.

Grech, D., & Pamula, G. 2008, *PhyA*, 387, 4299

GU, G.-F.; ZHOU, W.-X. Detrended fluctuation analysis for fractals and multifractals in higher dimensions. *Physical Review E*, APS, v. 74, n. 6, p. 061104, 2006.

GU, G.-F.; ZHOU, W.-X. et al. Detrending moving average algorithm for multifractals. *Physical Review E*, APS, v. 82, n. 1, p. 011136, 2010.

HE, Aijun et al. Multifractal Analysis of Epilepsy in Electroencephalogram. 2007. In: *IEEE/ICME International Conference On Complex Medical Engineering*, [s.l.], p.1417-1420, maio 2007. IEEE. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/iccme.2007.4381978>>. Acesso em 13 de setembro de 2017.

HURST, G. S. et al. Techniques of Measuring Neutron Spectra with Threshold Detectors—Tissue Dose Determination. *Review Of Scientific Instruments*, SI, p.153-156, 1956.

IVANOV, Plamen Ch. et al. Multifractality in human heartbeat dynamics. *Nature*, Londres 3 jun. 1999, v. 399, n. 6735, p.461-465, Springer Nature. <http://dx.doi.org/10.1038/20924>.

KANTELHARDT, J. W. *Fractal and multifractal time series*. In: Mathematics of complexity and dynamical systems. [S.l.]: Springer, 2012. p. 463–487.

MANDELBROT, B. The variation of certain speculative prices. *The Journal of Business*. V.36, n.4, p.394, out. 1963.

MANDELBROT, B. B.; WALLIS, J. R. *Robustness of the rescaled range r/s in the measurement of noncyclic long run statistical dependence*. Water Resources Research, Wiley Online Library, v. 5, n. 5, p. 967–988, 1969.

MANDELBROT, Laurent et al. Perinatal HIV-1 Transmission. *Jama*, [s.l.], v. 280, n. 1, p.55-60, 1 jul. 1998. American Medical Association (AMA). <http://dx.doi.org/10.1001/jama.280.1.55>.

NEPOMUCENO, M. *Natureza fractal e multifractal da onda gravitacional GW150914 detectada pelo ligo*. 2016. Tese (Doutorado em Física). Departamento de física teórica e experimental, UFRN. Natal (RN).

Norouzzadeha, P., Dullaert, W., & Rahmani, B. 2007, *PhyA*, 380, 333

NUNES, R. S. R. *Geometria fractal e aplicações*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 1 2006. 9, 10

PENG, C. et al. Mosaic organization of DNA nucleotides. *Physical Review E*, S.i, v. 49, n. 2, p.1686-1689, 20 out. 1993.

RÊGO, C. R. C. et al. *Multifractalidade dos rios brasileiros*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Amazonas, 2012.

SOUSA, P. *Análise fractal em séries temporais de temperatura em uma bancada didática de ensaios de refrigeração*. 2016. TCC (Bacharelado em Ciência e Tecnologia). Departamento campus Caraúbas, UFERSA. Caraúbas (RN).

TANNA, H.; PATHAK, K. Multifractality due to long-range correlation in the I-band ionospheric scintillation s 4 index time series. *Astrophysics and Space Science*, Springer, v. 350, n. 1, p. 47–56, 2014.

WANG, Y.; WU, C.; PAN, Z. Multifractal detrending moving average analysis on the us dollar exchange rates. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 390, n. 20, p. 3512–3523, 2011.

WEN, Tingxi et al. WITHDRAWN: *Automatic epileptic seizure detection in EEGs based on MF-DFA and SVM*. *Computerized Medical Imaging And Graphics*, [s.l.], p.1-7, set. 2016. In: *Elsevier BV*.