



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
CURSO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

FRANCISCO LEONÉSIO CARNEIRO DUARTE

**SYSOBLÍQUA: UM SOFTWARE PARA GERAÇÃO DE DIAGRAMAS DE
INTERAÇÃO NA FLEXÃO COMPOSTA OBLÍQUA**

PAU DOS FERROS

2017

FRANCISCO LEONÉSIO CARNEIRO DUARTE

**SYSOBLÍQUA: UM SOFTWARE PARA GERAÇÃO DE DIAGRAMAS DE
INTERAÇÃO NA FLEXÃO COMPOSTA OBLÍQUA**

Monografia apresentada a Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Bacharel em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Prof. Me. Matheus Fernando de Araújo Silva

Co-orientador: Prof. Me. José Ferdinandy Silva Chagas

PAU DOS FERROS

2017

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

D812s

Duarte, Francisco Leonésio Carneiro .
SYSOBLÍQUA: Um software para geração de
diagramas de interação na flexão composta oblíqua
/ Francisco Leonésio Carneiro Duarte. - 2017.
62 f. : il.

Orientador: Matheus Fernando de Araújo Silva.
Coorientador: José Ferdinandy Silva Chagas.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e
Tecnologia, 2017.

1. Pilares. 2. Concreto Armado. 3. Flexão
Composta Oblíqua. 4. Sistema Computacional. 5.
SYSOblíqua. I. Silva, Matheus Fernando de Araújo,
orient. II. Chagas, José Ferdinandy Silva, co-
orient. III. Título.

FRANCISCO LEONÉSIO CARNEIRO DUARTE

**SYSOBLÍQUA: UM SOFTWARE PARA GERAÇÃO DE DIAGRAMAS DE
INTERAÇÃO NA FLEXÃO COMPOSTA OBLÍQUA**

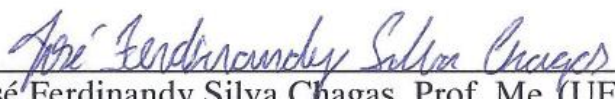
Monografia apresentada a Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Bacharel em Ciência e Tecnologia.

Defendida em: 23/10/2017.

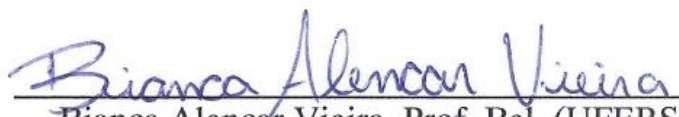
BANCA EXAMINADORA



Matheus Fernando de Araújo Silva, Prof. Me. (UFERSA)
Presidente



José Ferdinandy Silva Chagas, Prof. Me. (UFERSA)
Membro Examinador



Bianca Alencar Vieira, Prof. Bel. (UFERSA)
Membro Examinador

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me ajudado a superar as dificuldades.

A universidade e ao seu corpo docente e administrativo por ter proporcionado um bom ambiente de estudo.

Ao professor e orientador Matheus, pelo seu apoio na parte teórica sobre a FCO e realização de correções do trabalho.

Ao professor e co-orientador Ferdinandy pelo apoio nas correções e orientações na parte técnica de desenvolvimento.

Ao professor Leonardo por ter realizado a indicação do tema para o TCC e as primeiras orientações sobre o trabalho.

Aos meus pais, pelo amor, incentivo e apoio.

E a todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte da minha formação.

RESUMO

Os pilares de concreto armado são componentes indispensáveis para a maioria das estruturas por transmitirem as cargas verticais de diferentes níveis da edificação para o solo. Seu dimensionamento deve ser realizado com eficiência para que a estrutura, como um todo, não venha ao colapso. Estes elementos estruturais normalmente são submetidos à Flexão Composta Oblíqua, cujo dimensionamento é complexo devido à dificuldade de solução do problema de natureza não linear. Portanto, para facilitar este processo, o presente trabalho expõe o desenvolvimento de uma ferramenta chamada SYSOblíqua, cujo objetivo é atender a esta demanda, por meio da geração de diagramas de interação. A ferramenta foi comparada com outros sistemas que possuem finalidade semelhante, mostrando resultados compatíveis com os demais softwares do mercado, demonstrando, assim, que pode atender a demanda proposta inicialmente com aplicação na área acadêmica sobre o estudo deste tipo de esforço. Seu diferencial com relação aos demais softwares é a flexibilidade na geração de seções retangulares e circulares, sendo que, para as retangulares, é possível distribuir a armadura de maneira simples por meio do conceito de camadas. Além disso, o sistema permite trabalhar com qualquer tipo de seção poligonal.

Palavras-chave: Pilares. Concreto Armado. Flexão Composta Oblíqua. Sistema Computacional. SYSOblíqua.

ABSTRACT

The reinforced concrete pillars are indispensable components for most structures for transmitting the vertical loads from different levels of the building to the ground. Their sizing must be performed efficiently, so that the structure, as a whole, does not collapse. These structural elements are usually submitted to Unsymmetrical Bending, whose dimensioning is complex due to the difficulty of solving the problem of a nonlinear nature. Therefore, to facilitate this process, the present study exposes the development of a tool called SYSObliqua, whose objective is to meet this demand through the generation of interaction diagrams. The tool was compared with other systems that have similar purpose, showing results compatible with other software in the market, thus demonstrating that it can meet the demand initially proposed with application in the academic area on the study of this type of effort. Its differential in relation to other pieces of software is the flexibility in the generation of rectangular and circular sections, and for the rectangular, it is possible to distribute the armature in a simple way through the concept of layers. In addition, the system allows working with any type of polygon section.

Keywords: Pillars. Armed Concrete. Unsymmetrical Bending. Computational System. SYSObliqua.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Tipos de Flexão	13
Figura 2 - Esforços introduzidos no topo do pilar: M_{xd} e M_{yd} são os momentos flettores segundo as direções principais da seção; N_d é o esforço normal de compressão	15
Figura 3: Grupos de Pilares	15
Figura 4: Exemplo de Seção Transversal	17
Figura 5: Seção de Concreto Submetida ao Diagrama Retangular de Tensão	18
Figura 6: Exemplificação da Transladação da Origem do Sistema de Eixos	20
Figura 7: Dedução da Equação Para a Rotação dos Eixos Coordenados	21
Figura 8: Determinação da Altura Útil da Seção.....	22
Figura 9: Numeração dos Vértices da Seção Transversal	25
Figura 10: Determinação da Parte da Seção Comprimida.....	26
Figura 11: Tipos usuais de seções de pilares e número mínimo de barras longitudinais na seção	32
Figura 12: Tela Inicial do SYSOblíqua	35
Figura 13: Módulo Seção Retangular do SYSOblíqua.....	37
Figura 14: Exibição dos Parâmetros da Seção de concreto	38
Figura 15: Módulo Seção Circular do SYSOblíqua	40
Figura 16: Módulo Seção Poligonal Genérica do SYSOblíqua	41
Figura 17: Seção para validação do SYSOblíqua.....	43
Figura 18: Diagrama de interação de referência para $N_d = 70kN$	44
Figura 19: Diagrama de interação de referência para $N_d = 4900kN$	44
Figura 20: Diagrama de interação do PCalc!® para $N_d = 70kN$	45
Figura 21: Diagrama de interação do PCalc!® para $N_d = 4900kN$	46
Figura 22: Modelo do Diagrama Parábola-retângulo	47
Figura 23: Diagrama de interação do Oblíqua para $N_d = 70kN$	48
Figura 24: Diagrama de interação do Oblíqua para $N_d = 4900kN$	48
Figura 25: Diagrama de interação do TQSApp para $N_d = 70kN$	49
Figura 26: Diagrama de Interação do TQSApp para $N_d = 4900kN$	50
Figura 27: Seção para análise com tabelas de dimensionamento. Dimensões em [m].	52
Figura 28: Diagrama de interação para comparação com o método da tabela de dimensionamento.....	53
Figura 29: Seção Para Análise Por Meio de Ábacos. Dimensões em [m]	55
Figura 30: Resposta do SYSOblíqua para a área de aço obtida com o método do ábaco	55

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FCO	Flexão Composta Oblíqua
FCN	Flexão Composta Normal

LISTA DE SÍMBOLOS

®	Marca registrada
%	Porcentagem
‰	Por Mil
N_d	Esforço normal solicitante de cálculo
e_x	Excentricidade do esforço normal para o eixo y medida com relação ao eixo x
e_y	Excentricidade do esforço normal para o eixo x medida com relação ao eixo y
M_{xd}	Momento solicitante de cálculo com relação x
M_{yd}	Momento solicitante de cálculo com relação a y
x_i	Coordenada x da barra de aço com relação ao sistema de eixos $x - y$
y_i	Coordenada y da barra de aço com relação ao sistema de eixos $x - y$
A_{cc}	Área de concreto comprimida com tensão constante
σ_{cd}	Tensão constante que atua sobre a área de concreto
x_0	Profundidade da linha neutra
f_{cd}	Resistência de cálculo do concreto
S_{xc}	Momento estático com relação a x
S_{yc}	Momento estático com relação a y
σ_{sdi}	Tensão ao qual uma determinada barra de aço está submetida
C_x	Coordenada x do centroide da seção
C_y	Coordenada y do centroide da seção
C	Ponto que corresponde ao centroide da seção
h	Altura da seção de concreto armado avaliada com relação ao sistema $x' - y'$
$y'_{\max}$	Vértice mais comprimido da seção
$y'_{\min}$	Vértice mais tracionado da seção
y'_i	Coordenada da barra no sistema $x' - y'$
d_i	Distância de uma barra ao vértice mais comprimido
d	Altura útil da seção
ε_i	Deformação de uma barra de aço

E_s	Módulo da elasticidade
f_{yd}	Resistência de cálculo de aço
ε_{yd}	Deformação no estado limite último
n_{vc}	Número de vértices comprimidos
A_i	Área de uma determinada barra de aço
N_k	Esforço normal solicitante
M_{xk}	Momento solicitante com relação a x
M_{yk}	Momento solicitante com relação a y
f_{ck}	Resistência característica do concreto a compressão
f_{yk}	Resistência característica ao escoamento do aço
γ_c	Coeficiente de segurança para a resistência característica do concreto a compressão
γ_s	Coeficiente de segurança para a resistência característica ao escoamento do aço
γ_f	Coeficiente de segurança para os esforços solicitantes
ϕ	Diâmetro de uma barra de aço
$d_{\text{máx-agregado}}$	Diâmetro máximo característica do agregado graúdo
A_c	Área total de concreto
A_s	Área total de aço
$N_{\text{máx}}$	Esforço normal de cálculo máximo que a seção pode suportar
ρ	Taxa geométrica máxima da armadura
v	Esforço normal reduzido
μ_{xd}	Momento fletor reduzido com relação a x
μ_{yd}	Momento fletor reduzido com relação a y
ω	Taxa de armadura

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	13
2.1 Tipos de flexão e esforços em pilares	13
2.2 Procedimentos de cálculo para a verificação da capacidade resistente.....	16
2.2.1 Equações de Equilíbrio	16
2.2.2 Cálculo do Centróide de Uma Região Poligonal.....	19
2.2.3 Transladação da Origem do Sistema de Eixos Para o Centróide da Poligonal	20
2.2.4 Rotação do sistema de eixos.....	21
2.2.5 Determinação da Altura Útil da Seção	22
2.2.6 Cálculo das tensões nas barras da armadura.....	23
2.2.7 Determinação da parte da seção comprimida com o diagrama retangular de tensão	25
2.2.8 Determinação da profundidade da linha neutra.....	28
2.2.9 Resumo do procedimento para geração dos diagramas de interação	29
2.3 Prescrições da NBR 6118:2014 relativas à geometria e detalhamento de pilares de concreto armado	31
2.4 O MATLAB	33
3. APRESENTAÇÃO DO SYSOBLÍQUA.....	34
3.1 O módulo de tratamento de seção retangular.....	36
3.2 O módulo de tratamento de seção circular	39
3.3 O módulo de tratamento de seção poligonal genérica.....	40
4. VALIDAÇÃO DO SYSOBLÍQUA	43
4.1 Validação com o PCalc!®	45
4.2 Validação com o Oblíqua®.....	47
4.3 Validação com o aplicativo para Android TQS®.....	49
4.4 Comparação geral de todos os programas	50
4.5 Validação com o método de tabelas de dimensionamento	51
4.6 Validação com o método dos ábacos adimensionais.....	54
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	57
REFERÊNCIAS	59
Anexo I :Tabela de dimensionamento para análise na FCO	61

Anexo II: Ábaco para dimensionamento na FCO	62
--	-----------

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Mariano (2015), a primeira construção feita de concreto armado, foi um barco, construído em 1855 pelo francês Lambot. Seis anos depois, o francês Coignet publicou o primeiro trabalho descrevendo a sua utilização e aplicação, marcando, assim, o início da era do concreto armado.

Atualmente, devido à boa combinação entre o concreto e o aço, é possível obter concreto armado de preço acessível e de alta resistência a tração e compressão, sendo, então, utilizado em quase todas as construções civis, apresentando-se, principalmente, em vigas e pilares.

Nesse sentido, pilares são elementos estruturais submetidos, principalmente, à esforços axiais de compressão, geralmente dispostos na vertical. As seções transversais estão sujeitas à Flexão Composta Oblíqua (FCO), situação esta em que as seções possuem, além do momento fletor oblíquo, um esforço axial de compressão. O procedimento de dimensionamento para este tipo de solicitação, nos casos de estruturas de concreto armado, é manualmente oneroso por se tratar de um processo numérico iterativo. Existem alternativas para facilitar os cálculos manuais como a utilização de ábacos propostos por Montoya (1979) e Venturini *et al.* (1987), mas perde-se precisão e praticidade com estes meios. Estas alternativas são resultados numéricos tabulados em ábacos para disposições específicas de armaduras e seções transversais simples (retangular e circular).

Neste contexto, tem-se a necessidade de resultados precisos e com relativa rapidez, com o objetivo de diminuir o desperdício de material, o custo da obra e o tempo de elaboração de projeto. Já existem no mercado sistemas que possuem o objetivo de atender a esta demanda, podendo-se destacar: pCalc!, Oblíqua e TQS, contudo, estes podem apresentar dificuldades para usabilidade ou limitações na personalização do tipo de seção a ser estudada.

Diante disso, este trabalho propõe o emprego de um sistema computacional desenvolvido para permitir a utilização de métodos de análise mais precisos e exatos em comparação com os processos gráficos presentes na literatura. Além disso, objetiva-se trazer uma usabilidade mais simples e uma maior maleabilidade na construção das seções transversais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

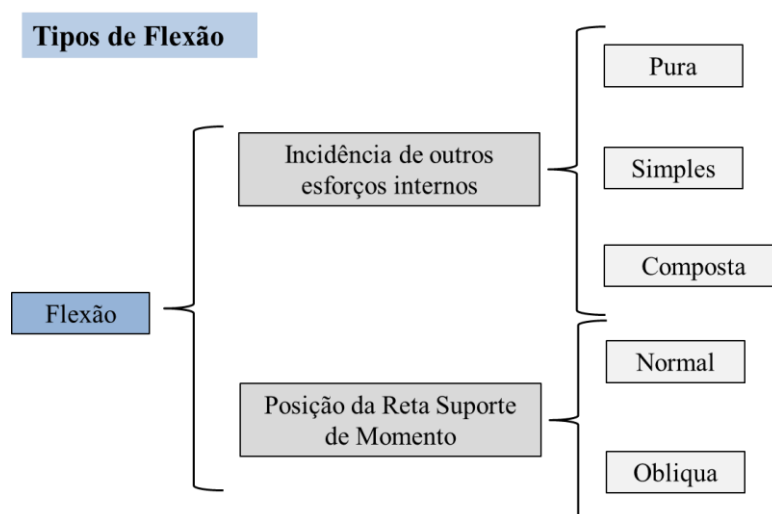
Esta seção tem por objetivo apresentar os tipos de flexão existentes, sendo exposto também os modelos existentes para o estudo de pilares (compressão centrada, FCN e FCO). Posteriormente será apresentado um procedimento detalhado para análise de pilares de concreto armado na FCO, procedimento este adotado no desenvolvimento do sistema proposto.

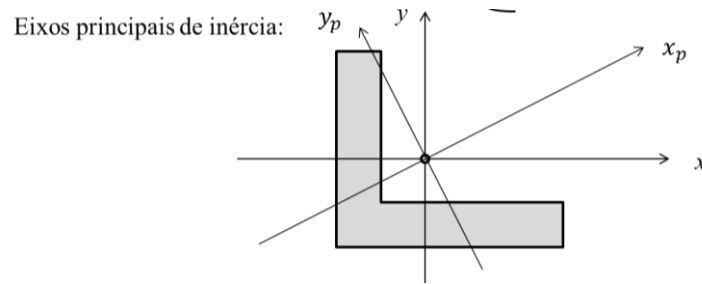
Em seguida, serão citadas algumas prescrições da NBR 6118:2014 relativas à geometria e detalhamento de pilares de concreto armado, as quais foram adotadas para validar as seções transversais construídas no programa. A seção será finalizada com uma breve apresentação do MATLAB, que foi a base para o desenvolvimento da aplicação.

2.1 Tipos de flexão e esforços em pilares

Morilla (2008) classifica a flexão de acordo com dois critérios, conforme esquematizado na Figura 1. O primeiro critério é relativo à ocorrência do momento fletor conjuntamente com outros esforços. O segundo critério diz respeito à posição relativa entre o plano do momento e o par de eixos central de inércia da seção, permitindo a subdivisão da flexão em Normal e Oblíqua.

Figura 1: Tipos de Flexão





Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

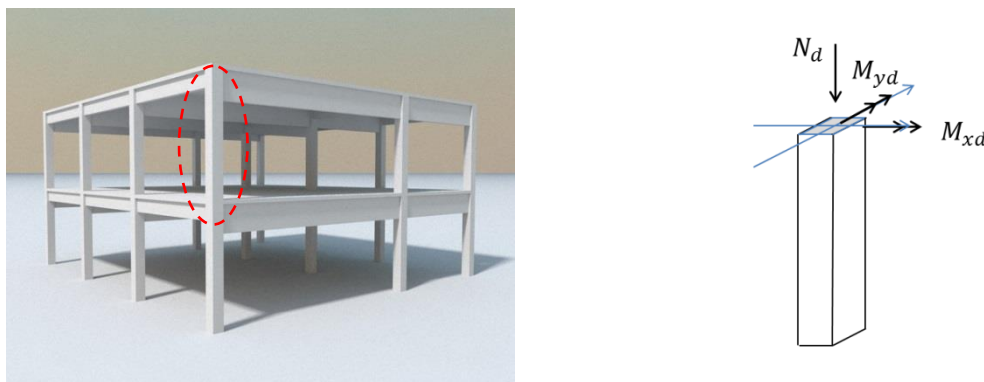
Com relação ao esforço solicitante que acompanham o momento fletor, a flexão pode ser dividida em três tipos: Pura, Simples e Composta. Na pura, o momento fletor é o único esforço solicitante que atua na seção. Para a flexão simples, além do momento fletor, atua também uma força cortante na seção. Por fim, na flexão composta, além do momento fletor, existe uma força normal que atua na seção.

Com relação a posição da reta suporte de momento, na Flexão Normal, o plano do momento contém um dos eixos centrais de inércia da seção. Na Oblíqua, entretanto, nenhum dos eixos centrais de inércia da seção estão contidos no plano do momento.

É importante ressaltar que os critérios de divisão da flexão são complementares e, por isso, é possível existir uma flexão composta normal ou uma flexão composta oblíqua, desde que seja combinado um tipo de flexão de cada critério de classificação.

Smaniotto (2005) ressalta que nos pilares pode atuar diversos tipos de solicitações, como: compressão, flexão, esforços cortantes e momento torsor, sendo que estes dois últimos são muito pequenos, e por isso são desprezados nas maiorias das análises de pilares existentes, conforme apresentado na Figura 2.

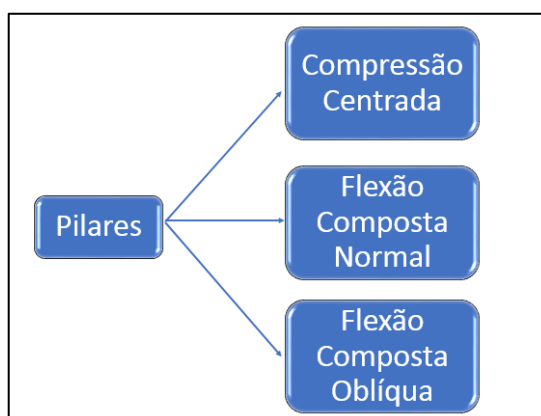
Figura 2 - Esforços introduzidos no topo do pilar: M_{xd} e M_{yd} são os momentos fletores segundo as direções principais da seção; N_d é o esforço normal de compressão



Fonte: <https://folhaazero.files.wordpress.com/2008/05/edificio2.jpg> (2017)

É possível dividir os pilares em três grupos, de acordo com as solicitações aos quais eles são submetidos e aos métodos específicos de análise. Esta divisão é representada na Figura 3.

Figura 3: Grupos de Pilares



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Para a compressão centrada, apenas o esforço de compressão é levado em conta na realização dos cálculos, sendo nesse caso, o momento fletor desconsiderado. Na flexão composta normal, são considerados a força normal e o momento fletor que atua sobre o plano de um dos eixos de inércia da seção transversal. Por sua vez na flexão oblíqua, que é a base deste trabalho, de maneira mais abrangente, são considerados uma força normal e um par de momentos que atuam sobre os dois eixos principais de inércia.

Araújo (2010) conceitua a flexão composta oblíqua (FCO) como uma solicitação constituída por um esforço normal de compressão que atua fora dos eixos de simetria da

seção, além disso ela pode ocorrer nas seguintes condições: quando o esforço normal atua em um único eixo de simetria da seção, mas a disposição das barras não é simétrica em relação a este eixo, ocorrendo também sempre quando a seção não possui eixo de simetria.

Para caracterizar a posição da linha neutra, é necessário saber a sua profundidade e inclinação, diferentemente da flexão composta normal (FCN), onde é necessário conhecer apenas a profundidade da linha neutra. Devido a este fator, a análise e dimensionamento na FCO se tornam mais complexos do que na FCN.

2.2 Procedimentos de cálculo para a verificação da capacidade resistente

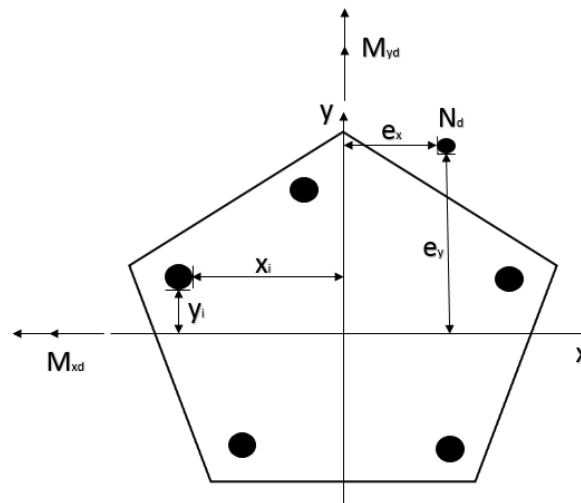
O processo de verificação da capacidade resistente consiste na geração de um diagrama de interação, que permite verificar se uma dada seção transversal de concreto armado suporta determinada combinação de esforços solicitantes (N_{dr}, M_{xdr}, M_{ydr}). Nesse aspecto, nessa subseção será apresentada uma formulação genérica para verificação da capacidade resistente de uma seção transversal poligonal de concreto armado, seguindo a metodologia proposta por Araújo (2010).

Em suma, na verificação da capacidade resistente, deve-se ter uma descrição inicial da armadura e da seção de concreto, e, com base nesta descrição, é necessário aplicar as equações de equilíbrio, de modo a determinar os pares de momentos (M_{xdr}, M_{ydr}), que, junto com o esforço normal, levam a seção ao estado limite último, para cada inclinação da linha neutra.

2.2.1 Equações de Equilíbrio

Na Figura 4 está representada uma determinada seção poligonal que será a base para caracterização do problema da FCO. Pode-se observar que a seção está sendo submetida a um esforço normal de cálculo N_d , cujas excentricidades são e_x e e_y em relação aos eixos y e x , respectivamente. A origem do sistema de eixos $x - y$ deve coincidir com o centroide da seção de concreto; logo, ao receber a caracterização da seção de concreto, o programa deve efetuar o cálculo do centroide desta seção e, assim, realizar a transladação da origem do sistema de eixos para este ponto, conforme será descrito em 2.2.2 e 2.2.3. Além disso, também são ilustrados os sentidos dos momentos que são considerados positivos; o esforço normal é considerado positivo quando de compressão.

Figura 4: Exemplo de Seção Transversal

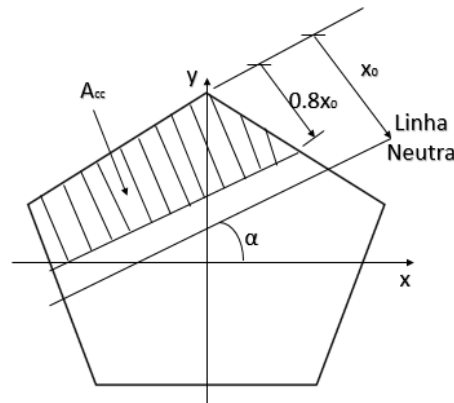


Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Neste caso, atuam os esforços N_d , M_{xd} e M_{yd} , sendo que estes dois últimos são os momentos solicitantes de cálculo, dados pelas fórmulas $M_{xd} = N_d e_y$ e $M_{yd} = N_d e_x$. A seção deve possuir n barras de aço, cujas coordenadas em relação ao sistema de eixos $x - y$, são x_i e y_i , cada uma possuindo uma área de aço dada por A_i .

Adicionalmente, na Figura 5 ilustra-se uma seção de concreto que está submetida a um bloco retangular de tensões, onde A_{cc} indica a área de concreto comprimida com a tensão constante σ_{cd} . Para o concreto, será desprezado a sua resistência a tração, sendo este esforço suportado apenas pela armadura. Além disso, será empregado o diagrama retangular de tensões simplificado, onde se considera que a tensão no concreto é igual a σ_{cd} , desde a borda mais comprimida da seção até a distância de $0,8 \times x_0$, onde x_0 é a profundidade da linha neutra. Essa é uma simplificação em relação ao diagrama parábola retângulo especificado pela NBR 6118:2014.

Figura 5: Seção de Concreto Submetida ao Diagrama Retangular de Tensão



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Ressalta-se que, σ_{cd} pode ser igual $0,85 f_{cd}$, quando a largura da seção, medida paralelamente a linha neutra, não diminuir à medida que se aproxima da borda mais comprimida da seção. Caso contrário σ_{cd} será $0,80 f_{cd}$. Como na FCO os dois casos podem ocorrer em uma mesma seção, dependendo da orientação da linha neutra, será adotado apenas o valor de $\sigma_{cd} = 0,80 f_{cd}$ para todos os casos, a fim de facilitar a realização dos cálculos e trazer mais segurança. Pelo equilíbrio das tensões normais na seção no aço e concreto, tem-se:

$$N_d = \int_{Acc} \sigma_{cd} dA + \sum_{i=1}^n A_i \sigma_{sdi} \quad (1)$$

Aplicando-se as equações de equilíbrio também para a flexão, segundo as direções principais, tem-se como resultado:

$$M_{xd} = \int_{Acc} \sigma_{cd} x dA + \sum_{i=1}^n A_i \sigma_{sdi} x_i \quad (2)$$

$$M_{yd} = \int_{Acc} \sigma_{cd} y dA + \sum_{i=1}^n A_i \sigma_{sdi} y_i \quad (3)$$

Adicionando as relações $A_{cc} = \int_{Acc} dA$, $S_{xc} = \int_{Acc} x dA$ e $S_{yc} = \int_{Acc} y dA$ nas Equações (1),

(2) e (3) é possível obter as relações (4), (5) e (6), estas relações indicam, respectivamente, a área e os momentos estáticos da parte de seção comprimida pelo bloco retangular de tensões.

$$N_d = A_{cc} \sigma_{cd} + \sum_{i=1}^n \sigma_{sdi} A_i \quad (4)$$

$$M_{xd} = S_{xc} \sigma_{cd} + \sum_{i=1}^n \sigma_{sdi} x_i A_i \quad (5)$$

$$M_{yd} = S_{yc} \sigma_{cd} + \sum_{i=1}^n \sigma_{sdi} y_i A_i \quad (6)$$

Para resolver o problema da verificação da capacidade resistente, deve-se fixar um valor para a inclinação α da linha neutra e resolver iterativamente a Equação (4) para encontrar x_0 . Posteriormente, calcula-se os momentos resistentes por meio das Equações (5) e (6). Após a realização desta operação, deve-se continuar alterando a inclinação da linha e encontrando a sua profundidade, bem como os outros momentos resistentes. No final, existirá um conjunto de pontos que são os pares de momentos que levam a seção ao estado limite último. Quando eles são plotados, dão origem ao diagrama de interação na FCO.

A fim de facilitar o cálculo das tensões nas barras da armadura e resolver as integrais destacadas anteriormente, deve-se fazer uma rotação do sistema de eixos $x - y$ para $x' - y'$, onde x' é paralelo à linha neutra. Este processo será descrito posteriormente em 2.2.4.

2.2.2 Cálculo do Centróide de Uma Região Poligonal

O cálculo do centróide de um polígono fechado sem interseções pode ser realizado de maneira simples. Neste processo, será considerado um polígono de p vértices, com cada vértice numerado de 1 até $p + 1$, sendo que o último ($p + 1$) é o mesmo que o primeiro, para que o polígono seja fechado. Para este trabalho será definido o valor de n como o número de vértices do polígono fechado, que por sua vez, é igual a $(p + 1)$.

O primeiro passo para encontrar a posição do centróide é calcular a área do polígono por meio da Equação (7). Por fim, são calculadas as posições C_x e C_y , por meio das Equações (8) e (9), que são, respectivamente, a posição x e y do centróide da seção poligonal.

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \quad (7)$$

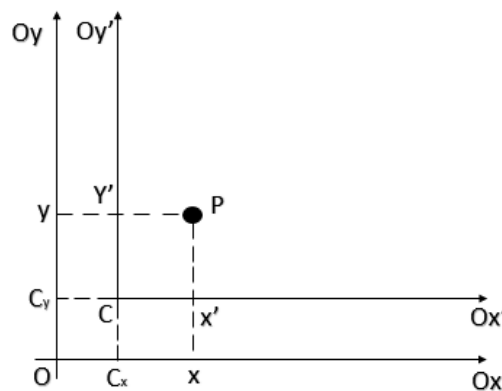
$$C_x = \frac{1}{6A} \sum_{i=1}^{n-1} (x_i + x_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \quad (8)$$

$$C_y = \frac{1}{6A} \sum_{i=1}^{n-1} (y_i + y_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \quad (9)$$

2.2.3 Transladação da Origem do Sistema de Eixos Para o Centroide da Poligonal

Na Figura 6 é ilustrado o processo de translação dos eixos cartesianos, onde a origem do sistema $x - y$ O , será transladada para $C(C_x, C_y)$, por meio das Equações (10) e (11). Neste caso, C é o centroide da seção e todos os outros pontos da mesma e de sua armadura deverão ser convertidos para o novo sistema de eixos.

Figura 6: Exemplificação da Transladação da Origem do Sistema de Eixos



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

$$x' = x - C_x \quad (10)$$

$$y' = y - C_y \quad (11)$$

Neste contexto, será considerado que as coordenadas dos vértices da seção são armazenadas em uma matriz $(n \times 2)$, onde n é o número de vértices do polígono fechado e a primeira coluna equivale à coordenada x , com a segunda coluna sendo a coordenada y de cada ponto. Todos os valores das coordenadas devem ser atualizados para o novo sistema de eixos.

O mesmo deve ser feito para as coordenadas das barras de aço, sendo estas armazenadas em uma matriz $n \times 3$, onde n é o número de barras. A primeira e a segunda

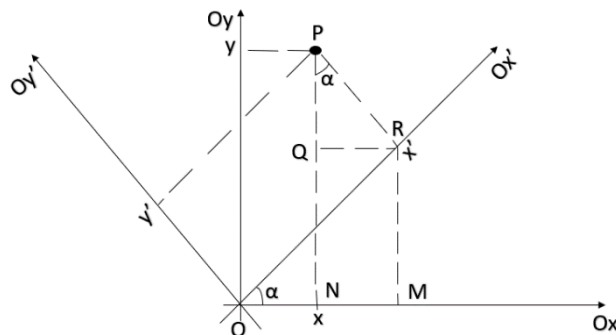
colunas representam respectivamente as coordenadas x e y das barras, e a terceira coluna expressa a área de cada uma delas (A_i).

2.2.4 Rotação do sistema de eixos

Nesta parte do trabalho, é importante destacar que, devem ser armazenadas duas matrizes, com as coordenadas originais dos vértices da seção e das barras. Este procedimento é necessário, pois ao aplicar repetidamente a rotação e desrotação do sistema de eixos na mesma matriz é adicionada uma imprecisão razoável nos cálculos, devido aos truncamentos realizados pela CPU. Portanto, no geral, a desrotação só deve ser empregada na determinação da parte da seção comprimida, e por sua vez a rotação deve ser sempre empregada com base nas matrizes de *backup*.

Na Figura 7 tem-se o sistema de eixos $x - y$ rotacionado para o sistema $x' - y'$ em um ângulo α em torno da origem. Com base nesta imagem e na trigonometria básica, é possível obter equações de conversão das coordenadas entre estes dois sistemas.

Figura 7: Dedução da Equação Para a Rotação dos Eixos Coordenados



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Percebe-se na análise da Figura 7, que as coordenadas x e y são dadas pelas equações a seguir.

$$x = OM - NM \quad (12)$$

$$y = NQ + QP \quad (13)$$

Obtendo-se a medida de cada segmento anterior, com base em senos e cossenos, é possível obter as Equações (14) e (15) que permitem a conversão de coordenadas do sistema

$x'-y'$ para $x-y$, enquanto as Equações (16) e (17) fazem o contrário. Estas últimas equações são as que permitirão a rotação do sistema de eixos e facilitarão o processo de cálculo.

$$x = x' \cos(\alpha) - y' \sin(\alpha) \quad (14)$$

$$y = x' \sin(\alpha) + y' \cos(\alpha) \quad (15)$$

$$x' = x \cos(\alpha) + y \sin(\alpha) \quad (16)$$

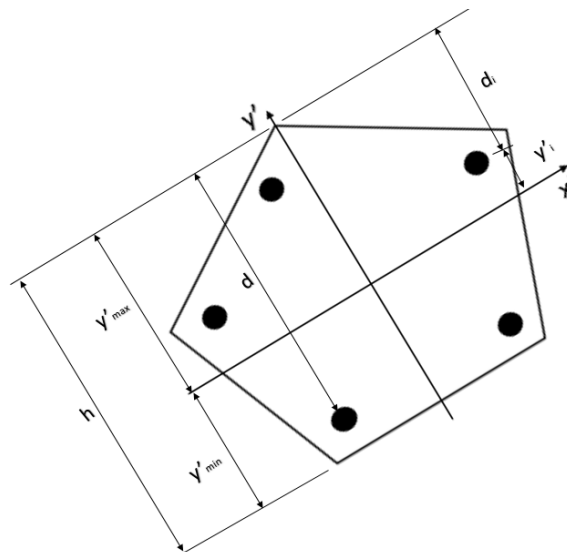
$$y' = -x \sin(\alpha) + y \cos(\alpha) \quad (17)$$

2.2.5 Determinação da Altura Útil da Seção

De acordo com a Figura 8, a altura da seção de concreto armado avaliada com referência ao sistema de eixos $x' - y'$ é dada pela expressão abaixo.

$$h = y'_{\max} - y'_{\min} \quad (18)$$

Figura 8: Determinação da Altura Útil da Seção



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Onde $y'_{\max}$ representa o maior valor de y' bem como o vértice mais comprimido, por sua vez $y'_{\min}$ representam o menor valor de y' e o vértice mais tracionado. A distância d_i de uma barra ao vértice mais comprimido é dado pela Equação (19), onde y'_i é a coordenada da barra no sistema $x' - y'$.

$$d_i = y'_{\max} - y'_i \quad (19)$$

Por sua vez, a altura útil da seção d medida em $x'-y'$ é o maior valor de d_i , analisando-se todos os seus valores para cada barra de aço da seção. Tendo-se como base os valores de h , d e todos os valores de d_i pode-se entrar nos domínios de dimensionamento encontrando assim as deformações da armadura. Computacionalmente, convém armazenar todos os valores de d_i em um único vetor.

2.2.6 Cálculo das tensões nas barras da armadura

Para o cálculo das tensões nas barras de aço é necessário, inicialmente, que sejam encontrados os valores das suas respectivas deformações. As fórmulas para se obter estas deformações podem ser deduzidas do diagrama de limites entre os domínios de deformação, por meio da aplicação da semelhança de triângulos. A seguir apresenta-se a descrição de qual equação utilizar para cada domínio de deformação no qual a barra de aço possa ser encontrada.

Para que as barras estejam no domínio 2, a profundidade da linha neutra (x_0) deve se encontrar no intervalo definido na Equação (20). Estando as barras neste domínio, suas deformações serão dadas por ε_i , cujo valor pode ser obtido por meio da Equação (21), onde d é a altura útil e d_i é a distância obtida pela Equação (19).

$$0 \leq x_0 < \frac{3,5}{13,5} d \quad (20)$$

$$\varepsilon_i = 10 \left(\frac{x_0 - d_i}{d - x_0} \right) \% \quad (21)$$

Para os domínios 3, 4 e 4a, x_0 deve estar no intervalo definido em (22), sendo que as deformações nestes casos são obtidas por meio da Equação (23).

$$\frac{3,5}{13,5} d \leq x_0 \leq h \quad (22)$$

$$\varepsilon_i = 3,5 \left(\frac{x_0 - d_i}{x_0} \right) \% \quad (23)$$

Por fim no domínio 5, x_0 deve satisfazer a relação (24), onde h representa a altura da seção, e as deformações para este caso são calculadas por meio da Equação (25).

$$h < x_0 < \infty \quad (24)$$

$$\varepsilon_i = 14 \left(\frac{x_0 - d_i}{7x_0 - 3h} \right) \% \quad (25)$$

Desta maneira, com base na profundidade da linha neutra (x_0), e para cada uma de suas inclinações (inclinação da seção em relação à posição indeformada provocada pela curvatura da peça) é possível encontrar o domínio e determinar as deformações das barras de aço. Com base nestas deformações, é possível entrar no diagrama tensão-deformação do aço (modelo constitutivo do aço), obtendo-se assim os valores das tensões em cada barra σ_{sdi} , cujos valores são utilizados para resolver as Equações (4), (5) e (6).

Para encontrar as tensões, com base nas deformações, é necessário, inicialmente, calcular a deformação no estado limite-último, a priori, pode ser calculada com base na Lei de Hooke, dada pela Equação (26), onde E_s é o módulo da elasticidade. Caso o módulo da deformação em uma barra seja maior ou igual a este valor a respectiva tensão será f_{yd} ou $-f_{yd}$, conforme a barra esteja tracionada ou comprimida. Caso contrário, por meio da aplicação da semelhança de triângulo no diagrama de tensão-deformação do aço a tensão será obtida por meio da Equação (27).

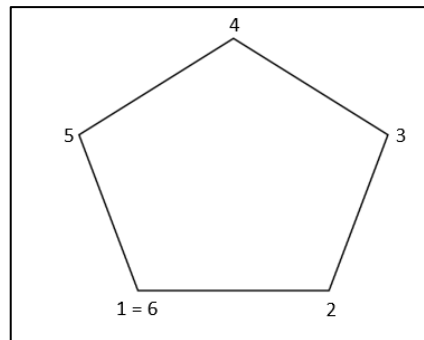
$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (26)$$

$$\sigma_{sdi} = f_{yd} \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{yd}} \neq f_{yd} \quad (27)$$

2.2.7 Determinação da parte da seção comprimida com o diagrama retangular de tensão

Para continuar a realização dos cálculos, deve-se determinar a parte da seção transversal que está comprimida por meio da tensão constante σ_{cd} . Portanto, deve-se numerar os vértices da seção no sentido anti-horário e, além disso, é necessário fazer com que o último vértice coincida com o primeiro, com a finalidade de fechar a região poligonal, conforme apresentado na Figura 9.

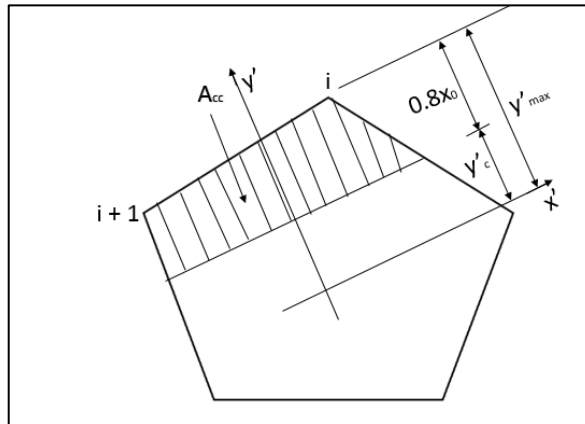
Figura 9: Numeração dos Vértices da Seção Transversal



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Neste processo, as coordenadas dos vértices da seção já devem estar no sistema de eixos $x'-y'$. Para definir a área de seção comprimida, será observado um exemplo genérico de área comprimida na Figura 10, bem como os seus limites definidos na mesma de acordo com o modelo do diagrama retangular de tensões.

Figura 10: Determinação da Parte da Seção Comprimida



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Após a alteração do sistema de eixos, deve-se procurar os pontos de interseção da reta $y'_c = y'_{\max} - 0,8x_0$ com os lados da seção de concreto, o que fornecerá a parte inferior da área comprimida, conforme pode ser visualizado na Figura 10. Por sua vez um lado genérico do polígono, que vai do vértice i até o $i+1$ é determinado pela Equação (28), onde $\Delta y' = y'_{i+1} - y'_i$ e $\Delta x' = x'_{i+1} - x'_i$.

$$y' = y'_i + (x' - x'_i) \frac{\Delta y'}{\Delta x'} \quad (28)$$

Para encontrar os pontos de interseção é necessário igualar y'_c com a Equação (28), obtendo-se assim a Equação (29), onde x'_t é a coordenada x do ponto de interseção. Caso $\Delta y' = 0$, o lado estará paralelo à reta definida por $y'_c = y'$ e, portanto, não existirá uma interseção entre y'_c e y' . Caso $\Delta y'$ seja diferente de zero é possível empregar Equação (29) para calcular x'_t , havendo interseção se este situar-se entre as posições x dos dois vértices que compõem o lado em análise.

$$x'_t = x'_i + (y'_c - y'_i) \frac{\Delta x'}{\Delta y'} \quad (29)$$

Havendo interseção, ela será identificada pelo ponto (x'_t, y'_c) , o qual deve ser adicionado à matriz de coordenadas dos vértices da seção transversal, de acordo com o que será descrito a seguir.

Por meio de uma matriz de coordenadas temporária é necessário adicionar as linhas de 1 até i (primeiro vértice onde foi detectado a existência de uma interseção) da matriz original na temporária. Com isto feito, deve-se adicionar as coordenadas do ponto de interseção e por fim adicionar todos os outros valores da matriz original que ainda não estão na matriz temporária, ou seja as linhas de $i + 1$ até o último vértice. Com a finalização do processo de adição do vértice de interseção, é necessário fazer com que a matriz original receba os valores da temporária, tendo-se no final do processo um vértice a mais na seção.

Deve-se repetir este processo por todos os lados do polígono, a fim de determinar todas as interseções existentes na seção. Por fim deve-se separar os vértices comprimidos dos não comprimidos. Para tanto, deve-se fazer a verificação se a coordenada y do respectivo vértice é maior ou igual à y'_c . Sendo esta condição verdadeira o vértice estará comprimido.

Com os vértices comprimidos separados em uma matriz específica, é necessário retorná-los ao sistema de eixos $x-y$, por meio das Equações (14) e (15). Além disso, é necessário fazer com que o último vértice comprimido também seja o primeiro, a fim de fechar a região poligonal. Isto faz com que esta matriz possua $nvc + 1$ vértices onde nvc é o número de vértices comprimidos.

Com base nesta informação, é possível calcular a área e os momentos estáticos do polígono de compressão por meio do emprego do teorema de Green. Com isto a área comprimida e os momentos estáticos com relação a x e y podem ser calculados respectivamente por meio das Equações (30), (31) e (32), onde $\Delta x_k = x_{k+1} - x_k$ e $\Delta y_k = y_{k+1} - y_k$.

$$A_{cc} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{nvc} \Delta y_k (2x_k + \Delta x_k) \quad (30)$$

$$S_{xc} = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^{nvc} \Delta y_k (3x_k x_{k+1} + \Delta x_k^2) \quad (31)$$

$$S_{yc} = -\frac{1}{6} \sum_{k=1}^{nvc} \Delta x_k (3y_k y_{k+1} + \Delta y_k^2) \quad (32)$$

2.2.8 Determinação da profundidade da linha neutra

O processo de determinação da profundidade da linha neutra consiste em resolver iterativamente a Equação (33) que foi obtida com base na Equação (4). Neste caso, o esforço normal é conhecido e as outras variáveis podem ser calculadas para cada posição da linha neutra. Portanto o objetivo desta etapa é encontrar a profundidade da linha neutra, para cada inclinação considerada, caracterizando um processo iterativo que faz com que o valor de $f(x_0) = 0$. Em outras palavras, deve-se encontrar a profundidade da linha neutra respectiva ao esforço normal dado.

$$f(x_0) = N_d - A_{cc} \sigma_{cd} - \sum_{i=1}^n \sigma_{sdi} A_i \quad (33)$$

A profundidade pode ser encontrada por meio de um algoritmo para aproximar os zeros de uma função com base no método da falsa posição, com $0 \leq x_0 < \infty$ abrangendo todos os domínios da flexo-compressão. Antes de aplicar o algoritmo para aproximação é necessário definir um intervalo finito de iteração. Isto pode ser realizado de acordo com os seguintes passos:

1. Escolhe-se um intervalo finito $[\varepsilon_0, \varepsilon_u]$, onde $\varepsilon_0 = 0$ (limite inferior do intervalo) e ε_u (limite superior do intervalo) é um valor superior, como por exemplo 10;
2. Calcula-se com base na Equação (33), $f_0 = f(\varepsilon_0)$ e $f_u = f(\varepsilon_u)$;
3. Obtêm-se o produto $p = f_0 f_u$;
4. Caso $p \leq 0$, então a função passa de um valor positivo para um negativo ou vice-versa no intervalo $[\varepsilon_0, \varepsilon_u]$, como esta é uma função contínua, então neste intervalo existe um zero e, portanto, este deve ser o intervalo escolhido para iterar;
5. Caso $p > 0$, então a função mantém o sinal entre o intervalo escolhido, portanto entre $[\varepsilon_0, \varepsilon_u]$ não existe raiz, então deve-se alterar o intervalo de iteração fazendo com que por exemplo $\varepsilon_0 = \varepsilon_u$ e $\varepsilon_u = \varepsilon_u \times 10$;

6. O processo deve ser repetido até que $p \leq 0$.

Com o intervalo $[\varepsilon_0, \varepsilon_u]$ definido, é necessário aplicar nele o algoritmo da falsa posição, onde a primeira aproximação pode ser calculada pela Equação (34), que constitui uma espécie de “média ponderada” da função com sua imagem, sendo também a interseção da reta que passa pelos pontos (ε_0, f_0) e (ε_u, f_u) com o eixo das abscissas.

$$x_0 = \frac{\varepsilon_0 f_u - \varepsilon_u f_0}{f_u - f_0} \quad (34)$$

Em seguida deve-se calcular $f_1 = f(x_0)$ e testar se o resultado convergiu para a solução. Para tanto deve-se definir a tolerância estabelecida para a convergência (tol), que foi adotada para este trabalho o valor de 0,001. Caso $|f_1| < tol$ então a convergência foi alcançada e, portanto, x_0 é a profundidade da linha neutra que se desejava descobrir.

Caso a convergência não seja alcançada, é necessário reduzir o intervalo da solução e iterar novamente. Para que isto seja realizado, é necessário avaliar o produto $p_1 = f_0 f_1$; caso ele seja maior que 0, indicará que entre $[\varepsilon_0, x_0]$ não existe raiz alguma, portanto deve-se fazer com que $\varepsilon_0 = x_0$ e $f_0 = f_1$, afim de definir o novo intervalo de iteração para $[x_0, \varepsilon_u]$.

Quando o produto for menor que zero, então tem-se que o f_0 e f_1 são opostos com relação ao seu sinal e é possível garantir que entre $[\varepsilon_0, x_0]$ existe uma raiz, portanto deve-se fazer com que $\varepsilon_u = x_0$ e $f_u = f_1$ com a finalidade de levar o algoritmo a iterar no intervalo $[\varepsilon_0, x_0]$.

Após a determinação do novo intervalo, que deve ser menor que o anterior, deve-se empregar novamente a Equação (34) com o objetivo de obter um novo valor para x_0 , sendo necessário repetir o procedimento até que a convergência seja atingida e, conseqüentemente, o valor aproximado da profundidade da linha neutra seja encontrado.

2.2.9 Resumo do procedimento para geração dos diagramas de interação

Inicialmente, é necessário conhecer as coordenadas dos vértices que formam a seção de concreto, bem como a posição e diâmetro de cada barra da armadura. Além disso, deve ser informado os esforços solicitantes (normal N_k e momentos em x e y , M_{xk} e M_{yk}), bem

como as propriedades mecânicas do aço e concreto: resistência característica do concreto à compressão f_{ck} , módulo da elasticidade do aço E_s e resistência característica ao escoamento do aço f_{yk} . É necessário também conhecer os coeficientes de segurança para os materiais (concreto e aço) e para os esforços solicitantes, que são respectivamente: γ_c , γ_s e γ_f .

Após o usuário informar os dados anteriormente mencionados, é necessário obter os esforços e tensões de cálculo que são: esforço normal solicitante de cálculo N_d , Momentos solicitante de cálculo em x e y M_{xd} e M_{yd} , resistência de cálculo do concreto f_{cd} e a resistência de cálculo do aço f_{yd} . Todas estas informações podem ser obtidas respectivamente pelas equações abaixo, as quais são utilizadas para trazer mais segurança ao dimensionamento devido às incertezas envolvidas.

$$N_d = \gamma_f N_k \quad (35)$$

$$M_{xd} = \gamma_f M_{xk} \quad (36)$$

$$M_{yd} = \gamma_f M_{yk} \quad (37)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (38)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (39)$$

Com a obtenção destes dados, é necessário aplicar os itens 2.2.2 e 2.2.3 para calcular o centroide da seção e posicionar a origem do sistema de eixos neste centróide. Posteriormente é necessário iniciar o processo iterativo, escolhendo-se inicialmente um valor para a inclinação da linha neutra, e com base nesta inclinação é necessário aplicar uma rotação no sistema de eixos, com posterior aplicação do que está descrito no item 2.2.8 para determinar a posição da linha neutra neste caso. Para que isto seja realizado torna-se necessário executar também grande parte das recomendações dos itens 2.2.4 até 2.2.7 para que seja possível determinar a área comprimida e as tensões e deformações nas barras de aço.

Com a profundidade da linha neutra conhecida, é possível aplicar as Equações (5) e (6) para encontrar o par de momentos resistentes respectivos a inclinação da linha neutra escolhida. Para cada inclinação da linha neutra avaliada é possível encontrar um par de

momentos solicitantes. Portanto variando-se esta inclinação de 0 até 2π rad, é possível obter vários pares destes momentos, que podem ser plotados obtendo-se uma curva fechada que constitui a região resistente da seção para as condições informadas, sendo também um diagrama de interação para a FCO.

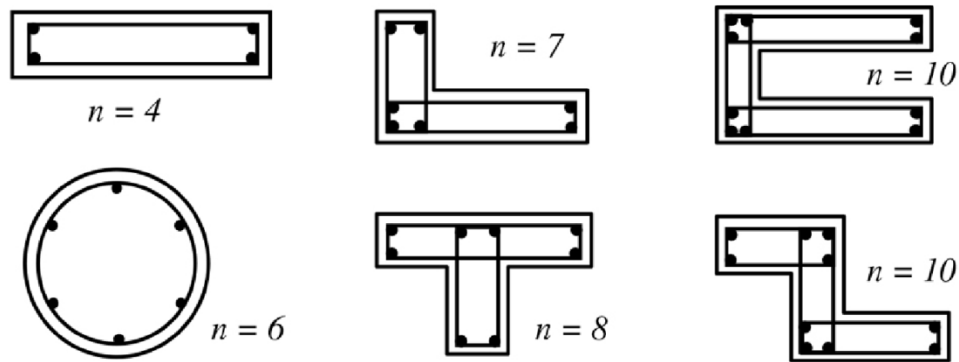
Plotando-se o par de momentos solicitantes M_{xd} e M_{yd} no mesmo plano da região resistente é possível verificar imediatamente se a seção resistirá aos esforços de cálculo. Caso o ponto referente aos momentos solicitantes esteja dentro da região resistente, a segurança estará garantida, já que os esforços solicitantes são inferiores aos esforços resistentes.

Caso o ponto caia fora da envoltória, a segurança não pode ser garantida, já que as solicitações são superiores aos momentos resistentes, sendo necessário aumentar a área de aço ou ainda as dimensões da seção transversal para resolver este problema. Por fim, se o ponto cair sobre a envoltória da região, então a segurança estará garantida e a seção estará na configuração ideal, visto que os esforços solicitantes igualam-se aos resistentes no Estado Limite Último (ELU) e, portanto, não está ocorrendo desperdício de material.

2.3 Prescrições da NBR 6118:2014 relativas à geometria e detalhamento de pilares de concreto armado

De acordo com Alva (2008) *et al.* nos edifícios os pilares têm como função transmitir as ações verticais bem como as solicitações horizontais provocadas pelos ventos, trazendo assim uma maior estabilidade para a estrutura. Nos edifícios, os pilares normalmente estão submetidos a flexo-compressão, podendo estarem presentes em vários formatos de seção de acordo com a arquitetura do projeto, mas normalmente eles são encontrados na forma retangular, quadrada ou circular, algumas vezes aparecendo em formato de L, T e U. Na Figura 11, são apresentados alguns tipos clássicos de seção transversal de pilares, além da quantidade mínima de barras longitudinais que devem ser dispostas na seção.

Figura 11: Tipos usuais de seções de pilares e número mínimo de barras longitudinais na seção



Fonte: Climaco (2016), pág. 227.

A NBR 6118:2014 traz as recomendações necessárias para um dimensionamento adequado dos pilares e de outras estruturas de concreto armado. Tendo em vista a necessidade de seguir estas recomendações, esta seção tem por objetivo apresentar as principais considerações desta norma com relação ao dimensionamento de pilares, as quais foram utilizadas para validação das seções transversais geradas no SYSOblíqua.

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, o diâmetro mínimo das barras longitudinais da seção não deve ser inferior a 10 mm e não pode ser superior a 1/8 da menor dimensão da seção, ou seja: $10 \leq \phi \leq \frac{1}{8}b$, onde b é a menor dimensão da seção.

O espaçamento livre mínimo entre as faces das barras longitudinais deve satisfazer a relação a seguir, com a medida realizada no plano da seção transversal, sem contar a região de emenda. Nesta relação ϕ representa o diâmetro da barra e $d_{\text{máx-agregado}}$ representa o diâmetro máximo característico do agregado graúdo que é de 19 mm.

$$a_L \geq \begin{cases} 20\text{mm} \\ \phi \\ 1.2d_{\text{máx-agregado}} \end{cases} \quad (40)$$

Por sua vez o espaçamento máximo entre os eixos das barras deve ser menor ou igual ao dobro da menor dimensão da seção transversal no trecho considerado, sem exceder 400 mm. A Equação (41) define a taxa geométrica da armadura, que consiste na razão entre A_s (Soma das áreas das seções transversais das barras de aço) e A_c área da seção de concreto.

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} \quad (41)$$

Com base neste valor da taxa geométrica a norma estabelece a quantidade máxima e mínima de armadura que deve conter uma seção de concreto armado. Esta taxa deve ser de no mínimo 0,4% e de no máximo 4% nas regiões fora das emendas por traspasse.

2.4 O MATLAB

O Matlab foi escolhido como base para desenvolvimento do sistema devido a sua praticidade e facilidade de uso para elaboração de rotinas de cálculo estrutural, bem como da sua flexibilidade e facilidade na geração de interfaces gráficas, com possibilidade de realizar desenhos e plotagens em um sistema de eixos cartesiano. Além disso, conforme destaca Wiik e Bostrom (2016), o Matlab tem como principal objetivo oferecer suporte para aplicações de computação numérica oferecendo uma linguagem mais adequada para a manipulação de matrizes.

Gilat (2006) destaca que o “MATLAB é uma linguagem poderosa em termos de computação técnica”. O nome Matlab vem das palavras MATrix e LABoratory (Laboratório de Matrizes), estas palavras remetem ao fato de que o sistema funciona com base em matrizes.

Atualmente esta ferramenta está sendo bastante empregada na faculdade e nas indústrias para a realização de pesquisas avançadas, provendo serviços para realização de cálculos matemáticos, modelagens e simulações pelo (SIMULINK), geração de gráficos, com a possibilidade de utilizar funções adicionais de (toolboxes) projetados para resolver diversos tipos de problemas específicos.

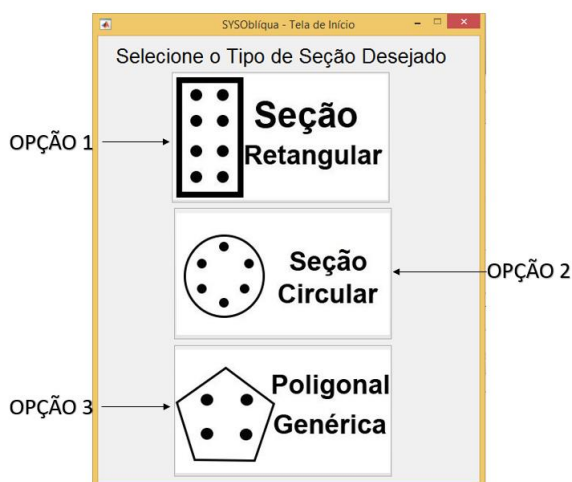
3. APRESENTAÇÃO DO SYSOBLÍQUA

Esta seção tem por objetivo apresentar a aplicação SYSOblíqua, destacando assim como ocorreu o seu desenvolvimento e quais programas foram utilizados nesta fase. Será apresentado também seus requisitos de hardware e software para que ela possa ser executada sem problemas. Por fim será exposto um tutorial sobre como utilizá-la sendo destacado também algumas peculiaridades na sua implementação (validação de esforço normal máximo, representação da seção circular e a disposição automática das barras na seção retangular).

A aplicação foi desenvolvida no software MATLAB r2016a e encontra-se disponível para download gratuitamente no endereço (<http://www.cent.byethost13.com/sysobliqua/>), sendo compatível com o sistema operacional Windows 7, 8, 8.1 e 10 com arquitetura de 64 bits. A mesma pode ser encontrada em duas versões: a primeira (Portátil) pode ser executada diretamente sem a necessidade de instalação, mas requer que o software MATLAB ou o *Matlab Compiler Runtime* já esteja previamente instalado. A segunda versão, constitui de um instalador para a aplicação, que por sua vez instalará também o *Matlab Compiler Runtime*, o qual permite a execução de programas construídos no MATLAB em máquinas que não o possuem previamente instalado. É recomendável a execução do sistema em uma resolução de pelo menos 1300 x 900.

Ao iniciar o sistema é apresentado a tela ilustrada na Figura 12 que possui as Opções 1, 2 e 3, as quais direcionam o usuário, respectivamente, para os módulos de tratamento de seções retangular, circular e poligonal genérica.

Figura 12: Tela Inicial do SYSOblíqua



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Nas próximas subseções, será exemplificado o funcionamento de cada módulo bem como as suas peculiaridades de implementação. É importante salientar que, para todos os módulos, fez-se a verificação da taxa geométrica máxima e mínima da seção, conforme especificado em 2.3, sendo apresentado uma mensagem de advertência juntamente com o resultado do dimensionamento, caso o valor esteja em desacordo com o estabelecido na norma.

Além disso, em todos os módulos, foi adicionada uma verificação da força normal máxima que a seção transversal dada pode suportar. A normal máxima pode ser obtida por meio da Equação (42) correspondente a reta “b” do Domínio 5 de deformação, onde A_c é a área de seção de concreto e A_s é a área total de aço, sendo que o sistema realiza a validação da entrada do usuário emitindo uma mensagem de advertência caso o esforço normal de cálculo exceda o valor da normal máxima, impedindo assim o prosseguimento dos cálculos até que este valor seja válido.

$$N_{m\acute{a}x} = 0,8 f_{cd} A_c + \frac{2\text{‰}}{\epsilon_{yd}} f_{yd} A_s \quad (42)$$

Esta restrição foi adicionada para caso o esforço normal máximo seja ultrapassado. Caso isto ocorra a seção transversal não suportará nem mesmo o esforço normal, portanto, não existirá uma região resistente que o programa possa encontrar, fazendo com que ele apresente um comportamento inesperado.

Todos os módulos possuem um menu, na parte superior, com as opções de “Arquivo”, “Voltar” e “Ajuda”. A opção “Arquivo” abre um sub-menu com as opções de “Abrir”, “Salvar” e “Salvar Como”, funcionando de maneira similar aos outros programas. O “Salvar Como” permite ao usuário salvar, em um local especificado, as configurações da seção construída no programa; a opção “Abrir” permite carregar um destes arquivos gerados pelo “Salvar Como”, importando as configurações da seção construída anteriormente. Por sua vez, o botão “Salvar”, permite salvar as alterações realizadas nas configurações da seção de um arquivo anteriormente carregado pelo botão “Abrir”, ou caso isto não tenha sido realizado funcionará como a opção “Salvar Como”.

A opção “Voltar” retornará o sistema para a Tela da Figura 12. A opção “Ajuda” abre um sub-menu com as opções “Manual” e “Procedimentos de cálculo e convenções”, esta primeira opção abre uma página da web com o manual do sistema desenvolvido e a segunda opção abre outra página da web com uma explicação sobre os procedimentos de cálculo e convenções utilizados no sistema.

Para a geração do diagrama de interação, foram obtidos em todos os módulos 100 pontos de par de momentos resistente, variando-se a inclinação da linha neutra de 0 até 2π .

3.1 O módulo de tratamento de seção retangular

Na Figura 13, é apresentada a janela deste módulo. É importante destacar que os itens 10, 11 e 15 (coeficientes de segurança) bem como o item 14 (módulo da elasticidade) já vem preenchidos com os valores padrões apresentados na figura, sendo que isto ocorre para todos os módulos do sistema.

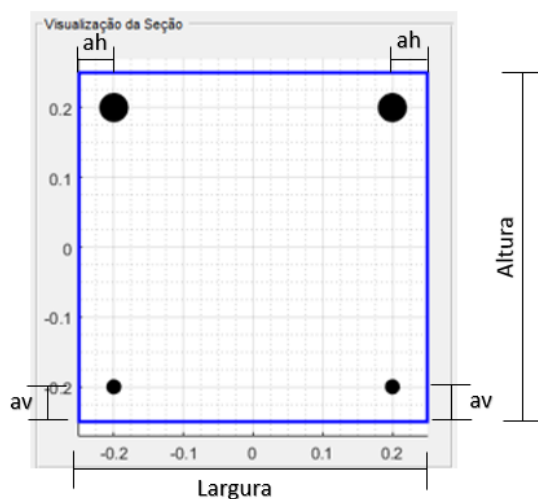
Figura 13: Módulo Seção Retangular do SYSOblíqua

Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Para iniciar o uso do módulo, deve-se preencher os valores do Paine 1 (P1), que possui as informações sobre a seção de concreto. Deve-se começar informando os valores dos campos 1 e 2, que são, respectivamente, a largura e a altura da seção transversal de concreto armado. Após o preenchimento destes campos, o P5 será alterado dinamicamente de forma a representar a seção com as dimensões informadas.

Em seguida é necessário preencher os campos 3 e 4 que são, respectivamente, o afastamento horizontal e vertical da armadura. O afastamento horizontal é a distância máxima à direita e à esquerda da seção medida do centro das barras mais próxima das extremidades até a extremidade da seção. O afastamento vertical funciona de maneira similar ao horizontal, sendo aplicado para a distância máxima para a extremidade superior e inferior. A Figura 14 exemplifica a utilização destes parâmetros, onde ah é o espaçamento horizontal e av é o espaçamento vertical.

Figura 14: Exibição dos Parâmetros da Seção de concreto



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

O próximo passo para o uso da ferramenta é preencher o Painel 2 com as informações da armadura. Neste módulo a armadura é criada com base no conceito de camadas que é basicamente um conjunto de barras dispostas horizontalmente de maneira homogênea. Para criar uma determinada camada é necessário informar os campos 5 e 6 que são, respectivamente, a quantidade de barras da respectiva camada e o diâmetro de cada uma delas. Por fim, deve-se clicar no botão 7 para adicionar a camada na seção, o que provoca, automaticamente, a atualização de P5 para representar a camada adicionada.

Pode-se repetir este processo de adição até obter-se a armadura requerida, sendo que para cada camada adicionada é realizada uma redistribuição vertical destas de modo a dispô-las uniformemente nesta direção. Ainda em relação a Figura 13, a tabela apresentada por 8 representa em cada uma de suas linhas as informações de cada camada que foram adicionadas ao projeto, permitindo também a edição destas informações. Caso seja necessário apagar alguma camada é necessário selecionar a linha correspondente e clicar no botão apontado por 9.

Em seguida, deve-se preencher as informações de P3 com os tipos de materiais: concreto e aço que serão utilizados. Os campos 10, 11 e 14 embora já venham preenchidos com os valores que normalmente são empregados podem também ser alterados. Para este painel, portanto é indispensável preencher os valores de 12 e 13 que são respectivamente a resistência característica do concreto a compressão e a resistência característica ao escoamento do aço que serão utilizados na construção.

Posteriormente é necessário preencher os campos de P4 com as informações referentes às solicitações aplicadas à seção, caso necessário o valor padrão de 15 pode ser alterado. Os campos 16, 17 e 18 devem ser preenchidos respectivamente com os esforços solicitantes normal, e momentos em y e x . Para finalizar o dimensionamento deve-se clicar no botão 19, o que iniciará o procedimento de análise que ao final apresentará o resultado em P6, a mensagem em 20 indica se a seção suportará ou não os esforços nestas condições.

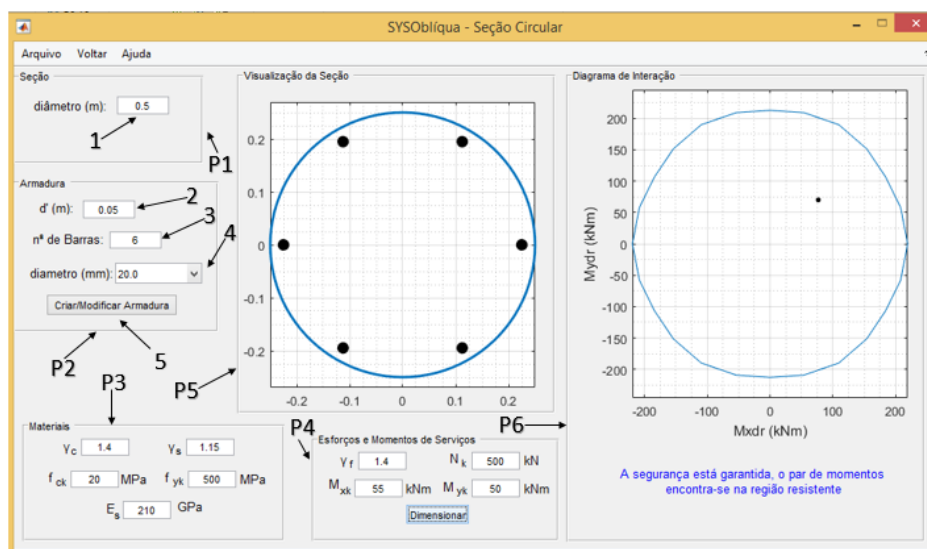
Foram realizadas algumas verificações da seção antes de realizar o dimensionamento. Uma destas verificações é se a mesma constitui um pilar-parede, ou seja, sua largura é maior que cinco vezes a altura ou então sua altura é maior que cinco vezes a largura. Caso a seção seja um pilar-parede o dimensionamento é abortado sendo informado ao usuário que o programa não trabalha com este tipo de seção, visto que o método de análise utilizado não é válido para este caso.

Foi realizada a verificação do diâmetro mínimo e máximo das barras de aço definida pela NBR 6118 conforme descrito em 2.3, sendo emitida uma mensagem caso este limite seja desrespeitado. Foram realizadas também verificações do espaçamento entre as barras de aço de acordo com as recomendações desta mesma norma.

3.2 O módulo de tratamento de seção circular

Na Figura 15 é apresentada a interface deste módulo. Para iniciar a sua utilização deve-se inserir o valor 1 que é o diâmetro da seção, fazendo com que P5 seja alterado e passe a exibir um detalhe da seção de concreto. Posteriormente deve-se preencher P2 com as informações da armadura para a seção, sendo necessário informar os valores 2, 3 e 4 que são respectivamente o afastamento do centro das barras da armadura em relação ao limite da seção, o número total de barras e o diâmetro de cada uma delas. Após informar estes valores deve-se clicar no botão representado por 5 para criar a armadura e exibi-la em P5.

Figura 15: Módulo Seção Circular do SYSOblíqua



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Os demais campos não mencionados funcionam de maneira semelhante ao que foi apresentado para a seção retangular. Como o método de análise apresentado é utilizado apenas para polígonos, a seção circular teve que ser aproximada por um polígono de 100 pontos. Este conjunto de pontos que correspondem a seção foram obtidos por meio das Equações (43) e (44), que fornecem a coordenada x e y do ponto para cada ângulo θ e raio r obtido com base no diâmetro informado pelo usuário. Para a geração destes pontos θ foi alternado de 0 à 2π , com um passo de $\pi/50$.

$$x = r \cos \theta \quad (43)$$

$$y = r \sin \theta \quad (44)$$

Neste módulo foi realizada a verificação do número mínimo de barras que uma seção circular deve conter de acordo com o que foi especificado em 2.3.

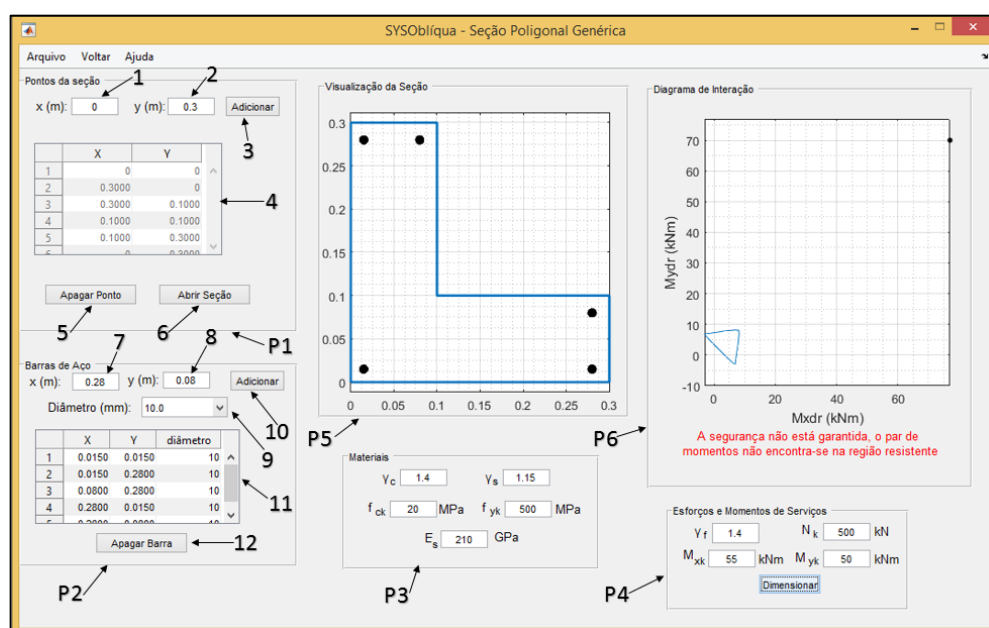
3.3 O módulo de tratamento de seção poligonal genérica

Este módulo tem por objetivo permitir a criação e análise de qualquer tipo de seção poligonal no sistema. Por este motivo os pontos que constituem a seção devem ser previamente fornecidos pelo usuário, que pode obter os pontos manualmente com base em

uma imagem da seção ou pode utilizar algum software como o GeoGebra® para desenhar a seção e verificar facilmente qual o conjunto de coordenadas de pontos que a constituem.

Para utilizar o módulo, deve-se preencher os valores de P1, informando todos os pontos da seção. Para tanto, deve-se preencher os campos 1 e 2 que correspondem as coordenadas x e y do ponto determinado que se deseja adicionar. Posteriormente deve-se clicar no botão indicado por 3 para confirmar a adição do ponto informado na seção. Este processo deve ser repetido até que todos os pontos da seção sejam adicionados.

Figura 16: Módulo Seção Poligonal Genérica do SYSOblíqua



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

O objeto 4 aponta para uma tabela com todos os pontos da seção que já foram adicionados, possibilitando assim a edição de suas coordenadas e até mesmo a exclusão de um ponto, bastando selecionar a linha respectiva e clicar no botão 5. Com a finalização da adição de todos os pontos da seção deve-se clicar no botão indicado por 6, que neste momento deve estar com o nome Fechar Seção.

O botão 6 tem como objetivo fechar a seção poligonal fazendo com que o último vértice coincida com o primeiro, além disso ele bloqueia a edição da tabela apontada por 4, sendo que caso seja necessário alterar os pontos da seção depois de tê-la fechado é necessário clicar novamente no botão apontado por 6 que neste momento deve estar com o nome abrir seção, após as alterações terem sido realizadas deve-se clicar novamente no botão para fechar a seção.

Em seguida, devem-se preencher os valores de P2 com as informações de cada barra de aço que constitui a armadura. Primeiro deve-se informar os valores indicados por 7, 8 e 9, que são respectivamente a coordenada x, y e o diâmetro da barra que se deseja adicionar. Com estas informações preenchidas é necessário clicar no botão indicado por 10 para confirmar a adição da respectiva barra na seção.

A tabela identificada por 11 apresenta todas as informações das barras que já foram adicionadas na seção, permitindo assim a edição e exclusão delas, por meio da seleção da linha correspondente com um posterior clique no botão indicado por 12. Os demais campos e botões não mencionados funcionam de maneira similar aos outros módulos.

Com isto tem-se apresentado todas as funcionalidades da aplicação desenvolvida, sendo transmitido informações suficientes para que seja possível utilizá-la sem dificuldade e sem a ocorrência de problemas.

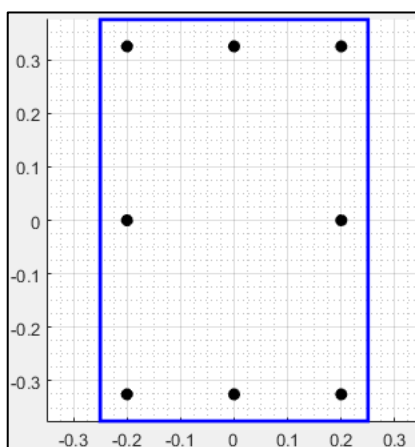
4. VALIDAÇÃO DO SYSOBLÍQUA

Para validar o programa desenvolvido, foi realizada a geração do diagrama de interação para a seção apresentada na Figura 17 submetida aos esforços: $N_d = 70kN$, $M_{xd} = 77kNm$ e $M_{yd} = 70kNm$, e com o $f_{ck} = 20MPa$ e o $f_{yk} = 500MPa$. Cada barra de aço possuía 20 mm de diâmetro. O diagrama de interação gerado pelo SYSOblíqua para esta seção e este caso está apresentado na Figura 18.

Foi realizada a criação de outro diagrama (Figura 19) para a mesma seção e os mesmos esforços e características apresentados anteriormente com exceção do N_d que para este caso foi de $4900kN$. Optou-se por usar estes dois casos de comparação, pois o primeiro foi gerado por um esforço normal pequeno e no segundo o esforço normal foi próximo ao limite máximo que esta seção suporta nestas condições que é de aproximadamente $5341kN$.

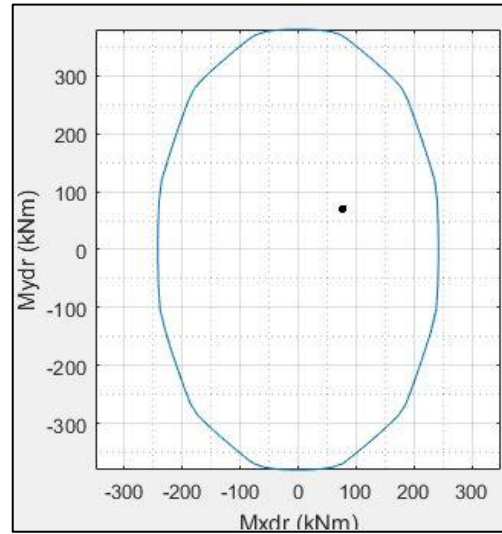
Nos próximos tópicos será apresentado a comparação entre estes diagramas e os gerados pelas aplicação Oblíqua®, PCalc!®, e o aplicativo para Android TQS®, sendo também realizado comparações de usabilidade e de funcionalidades que estes sistemas dispõem. Por fim, o programa desenvolvido será comparado com os resultados obtidos por meio dos ábacos adimensionais de Pinheiro *et al* (2009) e das tabelas de dimensionamento de Araújo (2010). É importante ressaltar que os programas testados apresentam convenções de sentido para os momentos inversa a deste trabalho, por isso em alguns exemplos os diagramas podem parecer invertidos com relação ao do SYSOblíqua

Figura 17: Seção para validação do SYSOblíqua



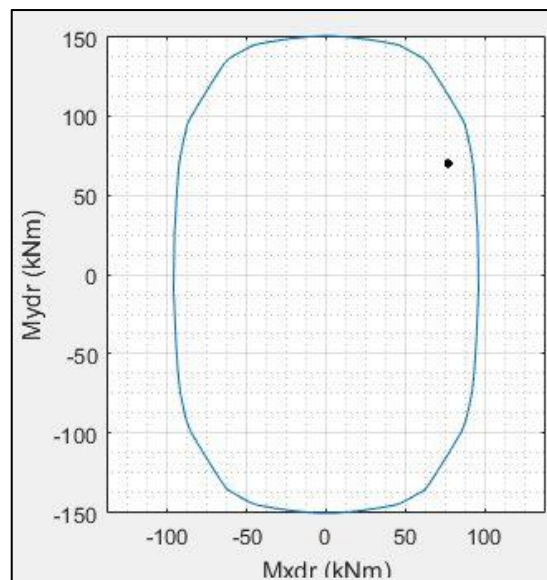
Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Figura 18: Diagrama de interação de referência para $N_d = 70kN$



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Figura 19: Diagrama de interação de referência para $N_d = 4900kN$



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

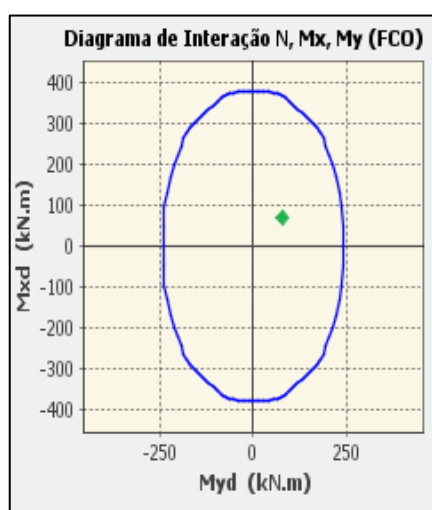
4.1 Validação com o PCalc!®

De acordo com Júnior e Kimura (2013) o Sistema PCalc!® foi desenvolvido por meio da linguagem Java® com o objetivo de permitir a análise de pilares submetidos à flexão composta oblíqua com a consideração da não linearidade física e geométrica, dando a possibilidade de o usuário escolher entre os quatro métodos propostos pela ABNT NBR 6118 para análise dos efeitos de segunda ordem. O mesmo encontra-se disponível no site: (<http://www.pcalc.com.br/>) e trabalha apenas com seções retangulares ou circulares do tipo vazadas ou não-vazadas.

Seu principal diferencial com relação ao SYSOblíqua é a possibilidade de análise dos efeitos de 2ª ordem. No geral ele apresenta uma interface bastante intuitiva, com as informações de entrada bem distribuída em janelas respectivas a cada tipo de informação. As informações de saída são dadas em diagramas com a possibilidade de interação com zoom e movimentação com o *mouse*. Ainda é possível exportar os resultados para o formato PDF e analisar diversas combinações de solicitações simultaneamente.

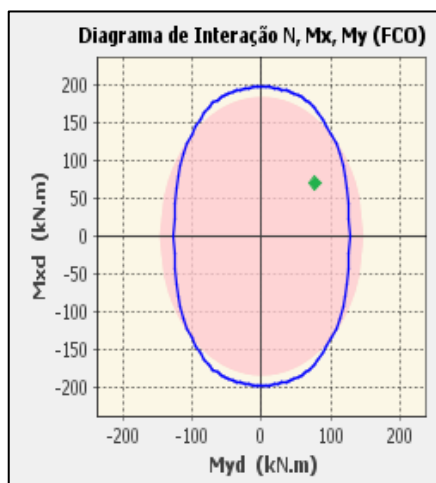
A geração do diagrama de interação para a seção da Figura 17, foi realizada para a versão 1.4 deste software e resultou nas Figura 20 e Figura 21 respectivas aos esforços de $N_d = 70kN$ e $N_d = 4900kN$.

Figura 20: Diagrama de interação do PCalc!® para $N_d = 70kN$



Fonte: Software PCalc! ®

Figura 21: Diagrama de interação do PCalc!® para $N_d = 4900\text{ kN}$



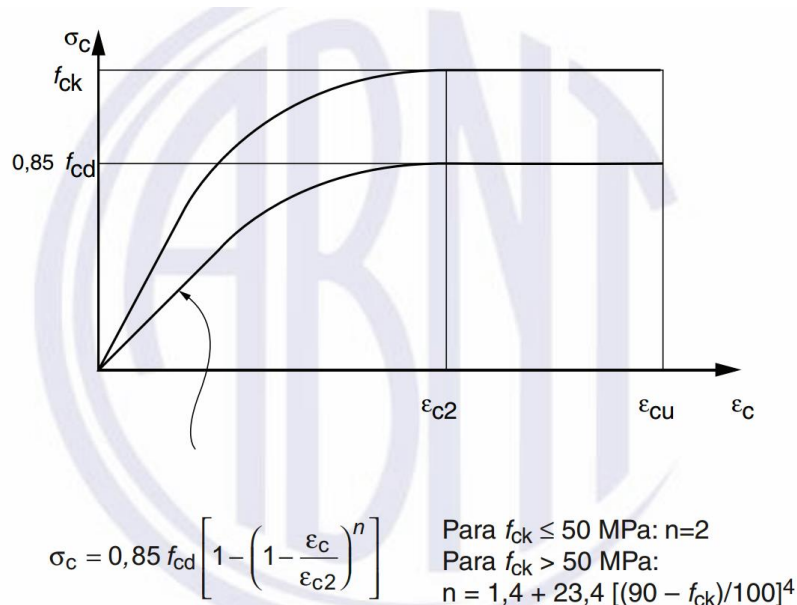
Fonte: Software PCalc!®

Comparando-se o diagrama da Figura 20 com o da Figura 18 de maneira mais aprofundada, percebeu-se que os diagramas são praticamente iguais para $N_d = 70\text{ kN}$ obtendo uma diferença de no máximo $0,60\text{ kNm}$ com relação ao momento em y , quando o momento em x é zero. Por sua vez para $N_d = 4900\text{ kN}$ percebeu-se uma diferença de aproximadamente 47 kNm com relação a mesma referência.

Constatou-se que para esforços normais pequenos os diagramas são praticamente os mesmos com uma diferença máxima de $0,16\%$ com relação ao software desenvolvido, com o PCalc apresentando-se um pouco mais a favor da segurança. Por sua vez, a medida que o esforço normal vai se aproximando do máximo que a seção pode suportar, os resultados dos programas divergem ligeiramente entre si com uma diferença máxima de $31,23\%$, sempre com o SYSOblíqua apresentando resultados mais a favor da segurança.

Analisando-se o procedimento de cálculo do sistema desenvolvido por Júnior e Kimura (2013) é possível inferir que o fato do sistema SYSOblíqua ser mais conservador está ligado ao diagrama retangular de tensões de compressão no concreto com σ_{cd} igual $0,80 f_{cd}$. No sistema desenvolvido por Júnior e Kimura (2013) é utilizado o modelo do diagrama parábola-retângulo que tende a levar a resultados mais precisos e menos a favor da segurança se comparado com o outro modelo.

Figura 22: Modelo do Diagrama Parábola-retângulo



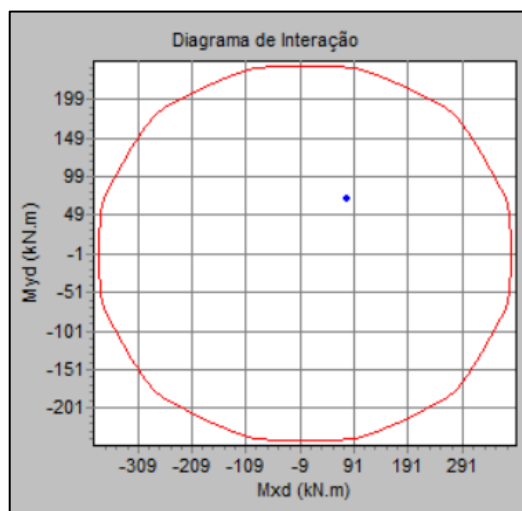
Fonte: ABNT NBR6118 (2014), pág. 44.

4.2 Validação com o Oblíqua®

O Oblíqua® 1.0 foi desenvolvido pelo Centro de Estudos de Engenharia Civil (CESEC) da UFPR em 2001 e encontra-se disponível para *download* no endereço (<http://ricardodolabella.com/downloads/Obliqua.exe>). Por ser um programa um pouco antigo, sua interface não é muito intuitiva, sendo possível que ocorra algum tipo de dificuldade para utilizar este sistema pela primeira vez.

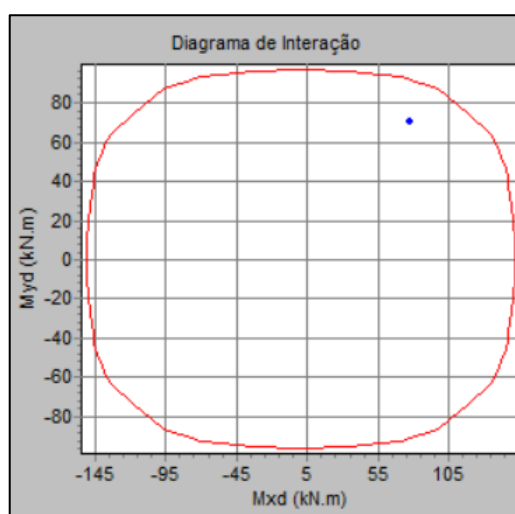
Mesmo com este problema, ele é capaz de avaliar vários tipos de formato de seção de concreto armado, entre eles estão: retangular, forma de **H**, forma de **U**, forma de **T**, forma de **L**, trabalhando também com o formato poligonal genérico. Neste programa para o esforço $N_d = 70 \text{ kN}$ foi gerado o diagrama apresentado na Figura 23 e para $N_d = 4900 \text{ kN}$ foi gerado o diagrama da Figura 24. O programa foi configurado para σ_{cd} ser $0,80 f_{cd}$.

Figura 23: Diagrama de interação do Oblíqua para $N_d = 70kN$



Fonte: Software Oblíqua

Figura 24: Diagrama de interação do Oblíqua para $N_d = 4900kN$



Fonte: Software Oblíqua

Comparando-se por meio da ferramenta de zoom estes dois diagramas com os gerados pelo SYSOblíqua, percebe-se que de maneira geral eles são parecidos, pois no primeiro caso ocorreu uma diferença máxima de 0,32%, enquanto no segundo caso 0,33%.

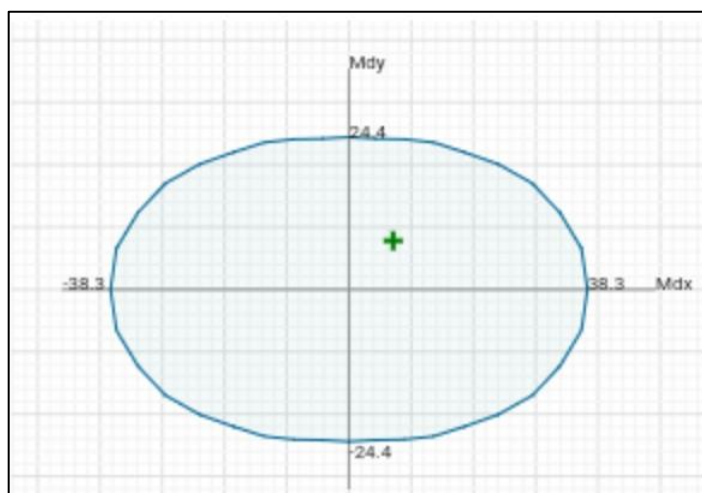
É importante destacar que na realização dos testes o programa apresentou algumas falhas na ferramenta de zoom, que algumas vezes apresentava apenas um único número em um eixo e outros testes apresentava números repetidos. Percebeu-se um problema nos botões de maximizar e minimizar que algumas vezes funcionava e outras vezes não. Os testes foram realizados no sistema operacional Windows 10 x64.

4.3 Validação com o aplicativo para Android TQS®

De acordo com TQS (2016), o TQSApp é constituído de diversas calculadoras que podem ser utilizadas no projeto de estruturas de concreto armado e protendido. As principais calculadoras disponíveis são: verificação de seção submetida à força cortante juntamente com momento torsor, viga, seção submetida à flexão simples e, por fim, seção submetida a flexão composta oblíqua. Sua principal vantagem é a possibilidade de trabalhar com outros tipos de solicitações para elementos estruturais usuais. Além disso, por ser um aplicativo móvel, é possível levá-lo e acessá-lo de qualquer local, bastando apenas ter um celular compatível. Sua desvantagem é que necessita de uma conexão com a internet para efetuar os cálculos, além de não ser possível visualizar informações mais precisas ao dar zoom nos diagramas de interação. Este App trabalha apenas com seções retangulares e circulares não vazadas.

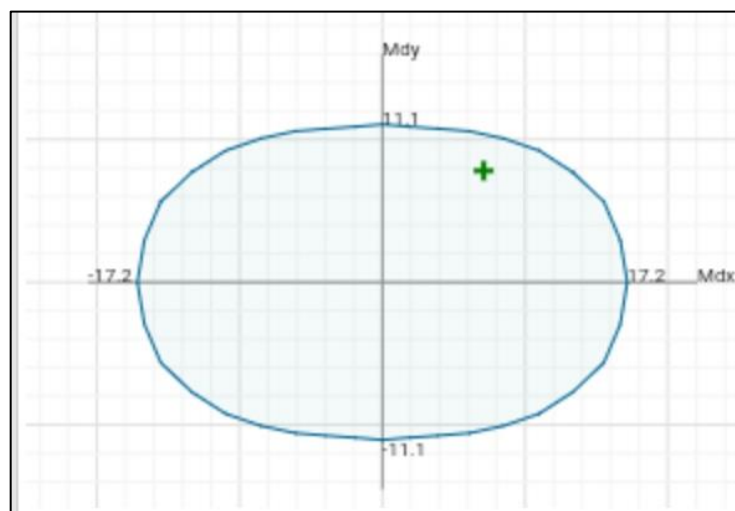
Para $N_d = 70kN$ o aplicativo gerou o diagrama da Figura 25 e para $N_d = 4900kN$ ele gerou o diagrama ilustrado na Figura 26. É importante ressaltar que os momentos destes diagramas são apresentados na unidade $tf \cdot m$.

Figura 25: Diagrama de interação do TQSApp para $N_d = 70kN$



Fonte: TQSApp

Figura 26: Diagrama de Interação do TQSApp para $N_d = 4900\text{ kN}$



Fonte: TQSApp

Comparando os diagramas para $N_d = 70\text{ kN}$ e realizando as devidas conversões de unidades percebe-se uma diferença de até $4,2\text{ kNm}$ com relação ao momento na direção y para o momento na direção x zero, sendo que o TQS apresenta resultados mais conservadores. Para o esforço $N_d = 4900\text{ kN}$ percebeu-se uma diferença de até $18,17\text{ kNm}$ para o mesmo parâmetro, sendo que o SYSOblíqua se apresentou mais favorável a segurança.

Não foi possível localizar a documentação que especifica as considerações de cálculo utilizadas neste aplicativo. Então não foi possível explicar o motivo desta divergência, mas foi possível concluir que os resultados para estes dois softwares são bastante próximos, visto que no primeiro caso ocorreu uma diferença máxima de 1,11% e no segundo ocorreu uma diferença máxima de 12,07%.

4.4 Comparação geral de todos os programas

No Quadro 1 é apresentado um resumo com a porcentagem de divergência entre os resultados dos programas analisados e os do SYSOblíqua, para os dois casos de esforço normal. O SYSOblíqua apresentou no primeiro caso $M_{ydr\text{m}\acute{a}x} = 379,8\text{ kNm}$ e no segundo caso $M_{ydr\text{m}\acute{a}x} = 150,5\text{ kNm}$. Para esta comparação adotou-se as convenções de sentido para o momento expostas neste trabalho, realizando-se as devidas correspondências com os sentidos adotados pelos outros programas.

Quadro 1: Resumo comparativo dos *softwares* com o sistema desenvolvido

Programa	1ª Caso		2ª Caso	
	$M_{ydm\acute{a}x}$	Divergência	$M_{ydm\acute{a}x}$	Divergência
PCalc!	379,2kNm	0,16%	197,5kNm	-31,23%
Oblíqua	381,0kNm	-0,32%	151,0kNm	-0,33%
TQSApp	375,6kNm	1,11%	168,67kNm	-12,07%

Fonte: Elaborado pelo Autor (2017)

Percebe-se então que para ambos os casos, o programa que apresentou resultados mais compatíveis com o sistema desenvolvido foi o Oblíqua, em segundo lugar tem-se o TQSApp e por fim tem-se o PCalc!. Analisando-se apenas o primeiro caso verifica-se que o PCalc! apresentou resultados mais próximo, já para o segundo caso foi o oblíqua. É importante ressaltar que para o Oblíqua não foi possível obter com precisão os momentos máximos, devido ao bug na escala do sistema de eixos.

4.5 Validação com o método de tabelas de dimensionamento

Para as tabelas de dimensionamento à flexão composta oblíqua encontradas em Araújo (2010), são definidas três variáveis adimensionais: ν , μ_{xd} , μ_{yd} , que refletem, respectivamente, o nível de força normal no pilar, momento fletor na direção x e na direção y , todos com valores de cálculo. Essas variáveis adimensionais são chamadas de esforços reduzidos e são dadas por:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \sigma_{cd}} \quad (45)$$

$$\mu_{xd} = \frac{M_{xd}}{A_c h_x \sigma_{cd}} \quad (46)$$

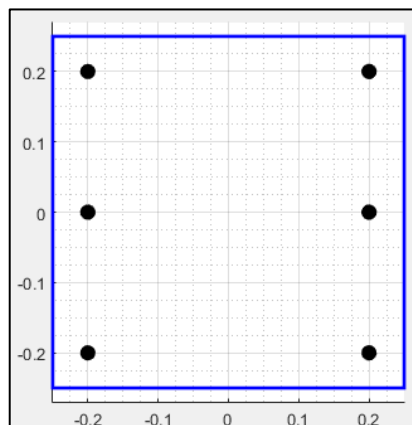
$$\mu_{yd} = \frac{M_{yd}}{A_c h_y \sigma_{cd}} \quad (47)$$

onde A_c é a área de concreto, h_x é a dimensão da seção na direção x e h_y é a dimensão da seção na direção y .

Com os esforços reduzidos e o uso de uma tabela adequada à situação, pode-se encontrar a taxa de armadura necessária para resistir à situação de projeto. Trata-se, portanto, de uma situação de dimensionamento. Ao contrário dos programas apresentados e do desenvolvido, os ábacos são utilizados para encontrar a taxa de armadura mecânica de aço para uma dada seção transversal. Assim é necessário encontrar na tabela por meio de interpolações lineares o valor da taxa de armadura para esta combinação, com base nesta taxa é possível calcular a área de aço que faria com que os momentos resistentes fossem iguais aos momentos solicitantes.

Para efeito de comparação, foi adotada uma seção quadrada conforme ilustrado na Figura 27, submetida aos esforços $N_k = 2300 \text{ kN}$, $M_{xk} = 55 \text{ kN} \cdot \text{m}$ e $M_{yk} = 50 \text{ kN} \cdot \text{m}$, com os coeficientes de segurança tendo os valores padrões e $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ e $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$.

Figura 27: Seção para análise com tabelas de dimensionamento. Dimensões em [m].



Fonte: Elaborado Pelos Autor

Para esta condição: $\nu \cong 1,13$, $\mu_{xd} \cong 0,05$ e $\mu_{yd} \cong 0,05$.

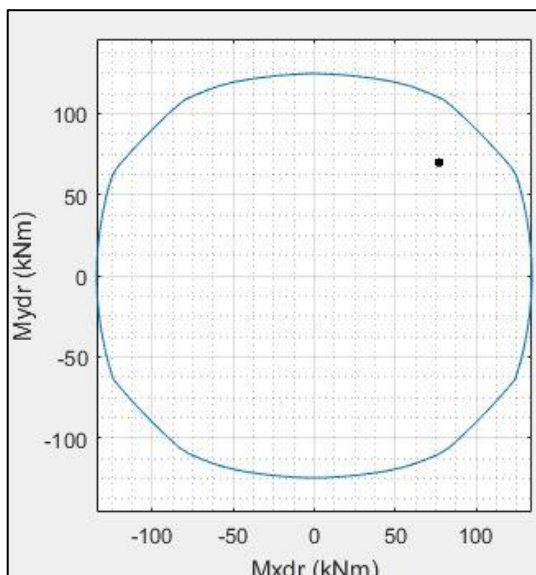
As tabelas adequadas para a análise desta seção encontram-se disponível no Anexo I. O mesmo não possui informações para $\nu = 1,13$ então é necessário realizar múltiplas interpolações com os dados para $\nu = 1,0$ e $\nu = 1,2$ para encontrar o valor de ω desejado.

Após a devida realização destes procedimentos encontra-se que $\omega = 0,35$. Utilizando a Equação (48) é possível estimar a área de aço que faz com que os esforços solicitantes sejam iguais aos resistentes. Para este caso foi encontrado o valor de $A_s = 22,98 \text{ cm}^2$.

$$A_s = \frac{\omega A_c \sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (48)$$

Configurando no SYSOblíqua a seção definida na Figura 27 e forçando o programa a utilizar um diâmetro de barra de 22,08 mm com a finalidade de fazer com que a área total de aço corresponda ao valor encontrado anteriormente, foi possível obter o diagrama apresentado na Figura 28. Percebe-se nele que os momentos solicitantes ficaram próximos da região resistente conforme esperado. Além disso, pela análise do problema, poder-se-ia adotar uma área de aço menor em comparação com as tabelas para atender ao ELU da seção transversal.

Figura 28: Diagrama de interação para comparação com o método da tabela de dimensionamento



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Realizando-se várias simulações no SYSOblíqua percebeu-se que um diâmetro de 20,1 mm seria suficiente para atender ao problema, o que implicaria em uma economia de 17,13% em área de aço se comparada com a utilização da área obtida com a tabela de

dimensionamento. Na prática a utilização destes dois métodos para esta seção não provocaria nenhuma discrepância para escolha da armadura final, visto que o diâmetro comercial que deveria ser adotado para ambos os casos seria de 25 mm.

Esta diferença entre a área prevista pelo SYSOblíqua e a prevista pela tabela pode ser explicada devido as aproximações e interpolações realizadas no ábaco para obter a área de aço final.

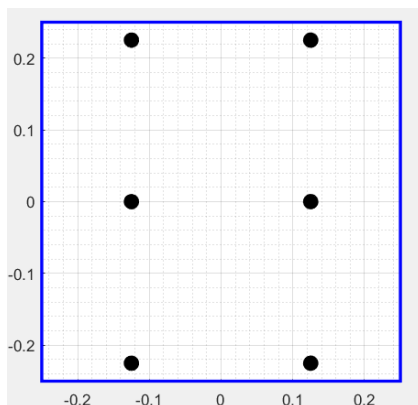
4.6 Validação com o método dos ábacos adimensionais

Para avaliar o diagrama de interação gerado pelo sistema desenvolvido foi feita ainda uma comparação com os ábacos adimensionais obtidos por Pinheiro et al. (2009).

Neste caso deve-se utilizar as mesmas grandezas adimensionais obtidas pelas equações (45), (46) e (47), sendo que a convenção de momentos adotada pelo autor é diferente da adotada neste trabalho. Para haver concordância entre trabalhos, onde se lê M_{xd} deve-se ler M_{yd} ; e onde se lê M_{yd} deve-se ler M_{xd} .

Utilizando-se uma seção parecida com a definida na Figura 27, com o cuidado de alterar os afastamentos verticais e horizontais da armadura de modo a corresponder ao que está definido no Anexo II, fazendo assim com que a seção adquirisse o formato da Figura 29. Tomando-se também os mesmos esforços solicitantes considerados anteriormente é possível obter os seguintes coeficientes adimensionais para o problema: $\nu \cong 1,13$, $\mu_{xd} \cong 0,05$ e $\mu_{yd} \cong 0,05$.

Figura 29: Seção Para Análise Por Meio de Ábacos. Dimensões em [m]

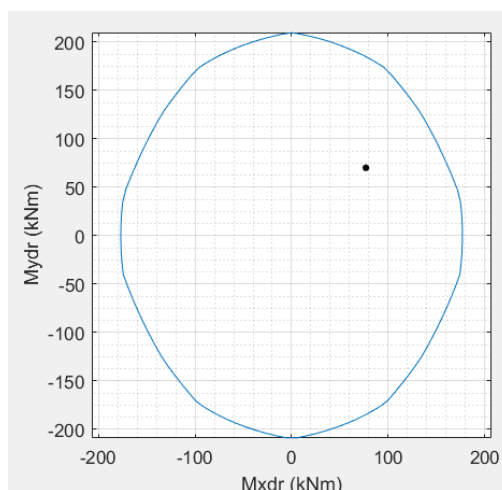


Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Como o Anexo II não possui informações para $\nu = 1,13$ é necessário encontrar o valor de ω para $\nu = 1,0$ e $\nu = 1,2$ e por fim realiza uma interpolação para encontrar o valor desejado. A utilização deste ábaco mostrou-se ser mais simples que a da tabela de dimensionamento, visto que foi necessário realizar uma menor quantidade de interpolações.

Após a aplicação da interpolação foi encontrado o valor de $\omega = 0,50$ o que resulta em uma área de aço necessária de $32,83\text{cm}^2$. Configurando o SYSOblíqua para representar a seção da Figura 29 e forçando o sistema a utilizar um diâmetro de barra de aço de 26.39 mm de modo a alcançar a área de aço encontrada, resultou no diagrama da Figura 30.

Figura 30: Resposta do SYSOblíqua para a área de aço obtida com o método do ábaco



Fonte: Elaborado Pelo Autor (2017)

Para este caso verificou-se que o ponto correspondente ao par de momentos solicitantes ficou um pouco mais longe da região resistente, se comparado com o caso

anterior, sendo que o sistema desenvolvido apontou que um diâmetro de barra de 20,7 mm já seria suficiente para atender ao problema o que proporcionaria uma economia teórica de área de aço de cerca de 38,47%. Na prática para o SYSOblíqua dever-se-ia adotar uma barra de aço de 25 mm enquanto para o ábaco seria necessário adotar o diâmetro de 32 mm, o que resultaria em uma economia de área de aço de cerca de 38,96%.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Percebeu-se que a metodologia de análise da FCO tem um alto grau de dificuldade de compreensão para pessoas que não tiveram contato prévio com os princípios básicos do concreto armado, mas após um maior contato com estes conceitos sua compreensão se torna mais acessível.

Com a compreensão dos procedimentos de cálculo propostos por Araújo (2010), pode-se concluir imediatamente que o emprego destes procedimentos de maneira manual é praticamente inviável, visto que é necessário realizar várias passos e operações matemáticas o que implicariam numa grande probabilidade para ocorrência de erros.

Por sua vez a utilização de um sistema computacional é a melhor maneira para resolver este problema, uma vez que todas as operações matemáticas e procedimentos podem ser executados quase instantaneamente e com uma probabilidade quase nula de ocorrência de erros, trazendo mais precisão e confiança ao dimensionamento.

Com a realização da comparação da ferramenta desenvolvida com os demais softwares analisados, percebeu-se que o SYSOblíqua apresentou resultados compatíveis com estes, sendo muitas vezes mais favorável a segurança para esforços normais altos devido a utilização do modelo de diagrama de tensão retangular para o concreto.

Com relação ao modelo de estudo da FCO com ábacos e tabelas de dimensionamento, percebeu-se que o SYSOblíqua apresentou resultados também compatíveis. É também importante destacar, a agilidade na sua utilização, se comparada com a utilização dos ábacos, visto que no software basta informar as características da seção e as propriedades dos materiais e por fim pressionar um botão. Por sua vez nos ábacos e tabelas deve-se ter o trabalho de pesquisar algum que se adeque a seção estudada e depois realizar interpolações para chegar no resultado desejado.

Percebeu-se que o sistema desenvolvido conseguiu atender aos objetivos estabelecidos inicialmente de gerar os diagramas de interação para verificar a capacidade resistente de uma seção transversal de concreto armado, possuindo uma boa flexibilidade e usabilidade. Portanto ele pode ser aplicado na área acadêmica para o estudo da FCO em vários tipos de seções que se possa imaginar.

Como trabalhos futuros, é possível propor a utilização do modelo parábola-retângulo para representar a tensão no concreto, a fim de obter resultados mais próximos da realidade e com uma maior economia de material. Outra proposta seria de criar uma nova rotina com base na desenvolvida, com o objetivo de encontrar uma determinada configuração de seção

transversal que seja a mais barata possível e possa atender as solicitações informadas pelo usuário. Esta rotina teria como finalidade automatizar o dimensionamento de pilares, para que o usuário não precise ficar realizando vários testes de seção até conseguir encontrar a ideal.

Seria também possível coletar, na literatura, ensaios de compressão aplicados em pilares de concreto armado. Estes ensaios poderiam ser comparados com os resultados teóricos obtidos com o programa, de modo a verificar o quanto eles se aproximam da realidade.

REFERÊNCIAS

- ALVA, G. M. S. *et al.* **Concreto armado: projeto de pilares de acordo com a NBR 6118:2003**. USP – São Carlos, 2008. Disponível em: <<http://www.gdace.uem.br/romel/MDidatico/EstruturasConcretoII/Projeto%20de%20pilares%20segundo%20a%20NBR%2061182003%20-%20Alva;%20El%20Debs;%20Giongo%20-%20Fev2008.pdf>>. Acesso em: 02 ago. 2017.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. 3.ed., v. 3. Rio Grande: Editora Dunas, 2010.
- Clímaco, J. C. T. S. **Estruturas de concreto armado: Fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação**. 3. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2016.
- GILAT, A. **MATLAB com aplicações em engenharia**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.
- JÚNIOR, S. D. C.; KIMURA, A. E. **Sistema computacional para análise não linear de pilares de concreto armado**. In: 55º Congresso Brasileiro do Concreto–CBC2013, ISSN. p. 2175-818.
- MARIANO, M. A. **Concreto Armado da UFPR 2015**. Paraná: Departamento de construção civil da UFPR, 2015.
- MONTOYA, P. J. **Hormigon Armado: abacos para el cálculo de secciones em el estado último de agotamiento**. Barcelona, 1979.
- MORILLA, J. C. **Flexão**. Universidade de Santa Cecília, 2008. Disponível em: <<http://cursos.unisanta.br/mecanica/ciclo5/flexao.pdf>>. Acesso em: 31 jul. 2017.
- NBR, ABNT. 6118: **Projeto de Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro, 2014.
- PINHEIRO, L. M.; *et al.* **Estruturas de concreto: ábacos para flexão oblíqua**. Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, EESC-USP. São Carlos, SP, 2009.
- SMANIOTTO, A. **Dimensionamento e detalhamento automático de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.
- TQS I.L. **Lançamento do TQS App**. Disponível em: <<http://www.tqs.com.br/noticias/1194-lancamento-do-tqs-app>>, 2016. Acesso em: 14. Ago. 2017.
- VENTURINI, W. S. *et al.* **Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta**. EESC-SET, 1987.

WIIK, J.; BOSTRÖM, P. **Contract-based verification of MATLAB-style matrix programs**. Formal Aspects of Computing, v. 28, n. 1, p. 79, 2016.

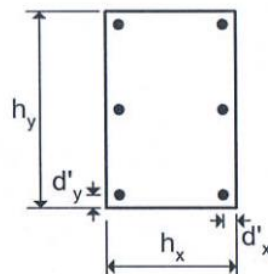
ANEXO I :TABELA DE DIMENSIONAMENTO PARA ANÁLISE NA FCO

Flexo-compressão oblíqua - Aço CA-50 ($n = 6$)

$$d'_x/h_x = d'_y/h_y = 0,10 \quad \sigma_{cd} = 0,80 f_{cd}$$

$$A_c = h_x h_y \quad v = \frac{N_d}{A_c \sigma_{cd}} \quad \mu_x = \frac{M_{xd}}{A_c h_x \sigma_{cd}}$$

$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{A_c h_y \sigma_{cd}} \quad A_s = \frac{\omega A_c \sigma_{cd}}{f_{yd}}$$



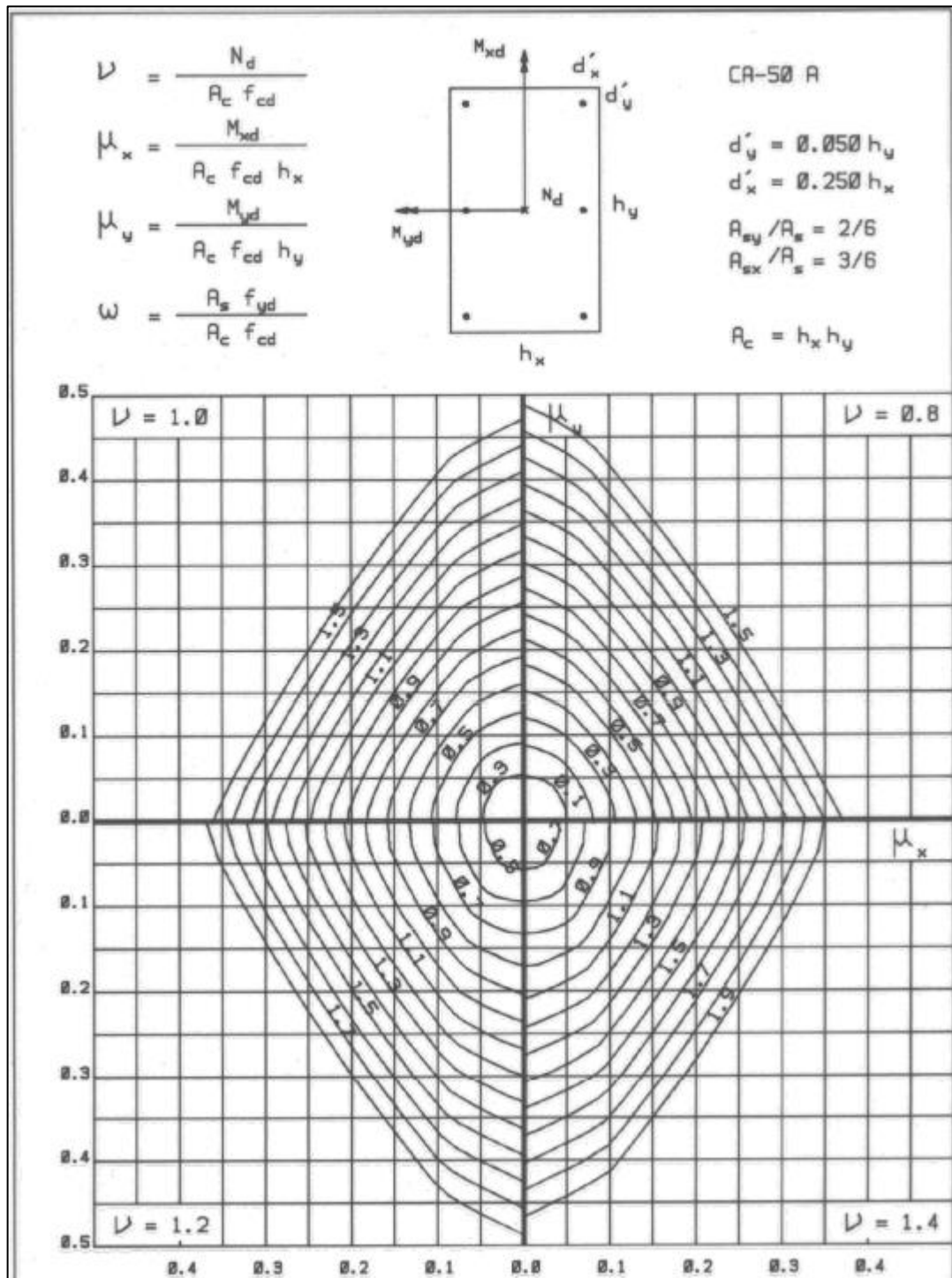
Valores de ω para $\nu = 1,0$

$\mu_x \downarrow$									
$\mu_y \downarrow$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80
0,00	0,00	0,24	0,52	0,81	1,09	1,36	1,63	1,90	2,16
0,10	0,26	0,39	0,66	0,95	1,23	1,50	1,76	2,01	2,26
0,20	0,62	0,74	0,97	1,23	1,50	1,76	2,01	2,25	2,50
0,30	1,01	1,12	1,34	1,58	1,82	2,07	2,32	2,56	2,81
0,40	1,40	1,49	1,70	1,93	2,17	2,41	2,65	2,89	3,13
0,50	1,77	1,85	2,06	2,29	2,51	2,75	2,98	3,22	3,46
0,60	2,14	2,22	2,41	2,63	2,86	3,09	3,32	3,55	3,79
0,70	2,51	2,59	2,76	2,98	3,20	3,43	3,66	3,89	4,12
0,80	2,88	2,95	3,10	3,32	3,55	3,77	4,00	4,22	4,45

Valores de ω para $\nu = 1,2$

$\mu_x \downarrow$									
$\mu_y \downarrow$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80
0,00	0,22	0,44	0,70	0,98	1,26	1,53	1,80	2,07	2,33
0,10	0,47	0,57	0,82	1,10	1,37	1,64	1,91	2,17	2,42
0,20	0,79	0,89	1,11	1,36	1,62	1,88	2,14	2,40	2,65
0,30	1,17	1,26	1,47	1,71	1,95	2,20	2,45	2,70	2,94
0,40	1,55	1,63	1,84	2,06	2,30	2,54	2,78	3,02	3,26
0,50	1,93	2,01	2,20	2,42	2,65	2,88	3,12	3,35	3,59
0,60	2,30	2,38	2,55	2,77	3,00	3,22	3,46	3,69	3,92
0,70	2,67	2,75	2,90	3,12	3,34	3,57	3,80	4,03	4,26
0,80	3,04	3,11	3,25	3,47	3,69	3,91	4,14	4,37	4,59

ANEXO II: ÁBACO PARA DIMENSIONAMENTO NA FCO



Fonte: Pinheiro *et al.* (2009), pág. 21.