



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO DEPARTAMENTO DE
CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
(PROFMAT)

ROZENILTO JOSÉ DE LIMA

UMA PROPOSTA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES NO 6º ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL

MOSSRÓ
2021

ROZENILTO JOSÉ DE LIMA

**UMA PROPOSTA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES NO 6º ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós- Graduação em Matemática (PROFMAT) da Universidade Federal Rural do Semiárido (UFERSA), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

ORIENTADORA: Profa. Dra. Andrea Maria
Ferreira Moura

MOSSORÓ

2021

ROZENILTO JOSÉ DE LIMA

Dissertação submetida à banca do Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT) da Universidade Federal Rural do Semiárido (UFERSA), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

BANCA EXAMINADORA

Andréa Maria
Ferreira Moura

Assinado de forma digital por
Andréa Maria Ferreira Moura
Dados: 2022.03.23 14:17:52
-03'00'

Prof.ª. Dra. Andrea Maria Ferreira Moura
(UFERSA) ORIENTADORA E PRESIDENTE DA
BANCA

ANTONIO RONALDO GOMES
GARCIA:27476273818

Assinado de forma digital por ANTONIO
RONALDO GOMES GARCIA:27476273818
Dados: 2022.03.23 14:45:30 -03'00'

Prof. Dr. Antonio Ronaldo Gomes Garcia
(UFERSA) EXAMINADOR INTERNO



Prof. Dr. Edivan da Silva Nunes Júnior
(UEPB) EXAMINADOR EXTERNO

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

L732p Lima, Rozenilto José de.
Uma proposta de ensino e aprendizagem de
frações no 6º ano no ensino fundamental /
Rozenilto José de Lima. - 2021.
63 f. : il.

Orientadora: Profa. Dra. Andrea Maria Ferreira Moura.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em
Matemática, 2021.

1. Frações. 2. Ensino. 3. Aprendizagem I.
Moura Andrea Maria Ferreira, Orient. II. Título

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em
conformidade com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a).
Biblioteca Campus Mossoró / Setor de Informação e Referência
Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva
CRB: 15/120

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela vida que ele me concedeu e pôr está sempre presente, porquesem ele nada seria possível.

A minha orientadora Prof.^a Dr^a. Andrea Maria Ferreira Moura que apesar da intensa rotina de sua vida acadêmica aceitou me orientar nesta dissertação. As suas valiosasindicações fizeram toda a diferença.

Agradeço aos meus pais José Severo (in memoriam) e Eliza Alzira (in memoriam) quando em vida me incentivaram a lutar pelos meus ideais. A eles devo todo o meu amor, respeito e a minha própria existência.

Aos meus irmãos, que me apoiaram nos momentos mais difíceis da minha vida.Dando-me força para superar tudo com a cabeça erguida.

A minha esposa Lucivânia, por todo carinho, compreensão, fraternidade e apoio.Sempre contribuindo para o meu sucesso.

Aos meus filhos Gabriel e Ana Luiza que se tornaram à luz que me guia e a força queme faz viver.

Aos meus amigos Flank Delan, Júnior, Edipo, Wendel e Uelder entre outros, pela fielamizade e companheirismo.

A todos os meus colegas do curso de graduação que compartilharam dos inúmerosdesafios que enfrentamos, sempre com o espírito colaborativo e em especial aos colegas Roberto, José Rilke e Diego Rabelo que contribuíram para o alcance dessaformação.

Ao coordenador do curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional(Profmat) Professor Dr. Walter Martins e a todos os professores por sua atenção e dedicação para a realização deste trabalho. Meu muito obrigado.

Também quero agradecer à Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA eo seu corpo docente que demonstrou estar comprometido com a qualidade e excelência do ensino, em especial ao Professor Dr. Fabrício de Figueredo peladedicação.

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho com todo meu amor à minha querida mãe Eliza Alzira (in memoriam), cujo empenho em me educar sempre veio em primeiro lugar. Aqui estão os resultados dos seus esforços, com muita gratidão e ao meu pai José Severo (in memoriam), que me ensinou como se reerguer diante das adversidades da vida. Por tudo que fizeram por mim ao longo de minha vida. Desejo poder ter sido merecedor do esforço dedicado por vocês em todos os aspectos, especialmente quanto à minha formação.

RESUMO

É notória a importância da matemática no cotidiano de muitas pessoas. Historicamente, a matemática, está presente em nossas vidas, visto que é praticamente impossível encontrar algo que não se correlacione com sua aplicação. Durante a formação básica dos alunos, o conhecimento matemático é extremamente importante, pois ajuda na melhoria da sociedade de uma forma ampla e geral. Desse modo, objetivou-se com este trabalho construir um conjunto de atividade direcionadas aos professores do Ensino Fundamental, com base nos artigos publicados em Revistas especializadas que colaborem para melhoria do ensino de frações. Esse estudo foi importante para auxiliar na confecção de um manual de boas práticas de ensino, que poderá ser usado para melhorar tanto o ensino de frações em sala de aula quanto o aprendizado por parte dos alunos. Para isso, foi realizada uma revisão da literatura sobre o ensino/aprendizado de frações para alunos do 6º ano do ensino fundamental, usando as principais bases de dados disponíveis, sendo o Scientific Electronic Library Online (SciELO), Portal de Periódicos CAPES, Google Acadêmico, e a Biblioteca Brasileira de Dissertações e Teses, relacionados ao tema “ensino/aprendizagem de frações pelos alunos do 6º ano do ensino fundamental”. A busca foi realizada adotando as seguintes combinações de palavras-chave: “ensino de frações no 6º ano; frações no ensino fundamental; aprendizagem de frações”. Os principais objetivos com este trabalho foram analisar alguns obstáculos no processo de aprendizagem de frações dos alunos, especialmente, do 6º ano do ensino fundamental, assim como apresentar, como sugestão aos professores, um manual didático voltado ao ensino de frações para facilitar a aprendizagem por parte dos alunos. O levantamento dos principais problemas relacionados a aprendizagem de frações enfrentados pelos alunos em sala de aula apontados nesta pesquisa, podem contribuir para a tomada de decisão dos professores nas escolas, principalmente, para mudanças na forma de ensinar e cobrar mais atenção dos alunos para as questões operacionais com frações e despertar atitudes.

PALAVRAS-CHAVE: Estudo. Ensino. Frações. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

Historically, it is practically impossible not to correlate the application of mathematics to people's lives. Based on this thought, electing as audience students of the 6th grade of elementary school, the objective of this work was to build a set of tasks for teachers of elementary school, based on articles published in specialized magazines that contribute to improving the teaching of fractions. This study was important to help prepare a manual of good teaching practices, which can be used to improve both the teaching of fractions by teachers and the learning by students. To this end, a literature review was performed on the teaching and learning of fractions for 6th grade students in the main databases available: the Scientific Electronic Library Online (SciELO), Portal de Periódicos CAPES, Google Acadêmico, and the Brazilian Library of Dissertations and Theses. The main search terms were the following combinations of keywords: "teaching fractions in 6th grade"; "fractions in elementary school"; "learning fractions". The main objectives of this work were to analyze some obstacles in the process of learning fractions by students, especially in 6th grade, and to present, as a suggestion to teachers, a didactic manual aimed at teaching fractions to facilitate learning by students. The survey of the main problems related to the learning of fractions, presented in this research, can contribute to the decision making by teachers in schools, especially with regard to how to teach and to demand more attention from students to operational issues with fractions, besides awakening attitudes.

KEY WORDS: Study. Teaching. Fractions. Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 01	Descrição dos números Egípcios.	19
FIGURA 02	Números fracionários 1	20
FIGURA 03	Número fracionário 2	20

SUMÁRIO

1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	11
1.1	DELIMITAÇÃO DO TEMA	11
1.2	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	14
1.2.1	Caracterização da pesquisa	14
1.2.2	Revisão da literatura	14
1.2.3	Análise dos dados	15
1.3	JUSTIFICATIVA	16
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1	HISTÓRICO DAS FRAÇÕES	18
2.2	A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC) E O ENSINO DE FRAÇÕES	21
2.3	O ENSINO DE FRAÇÕES E A ASSOCIAÇÃO COM SITUAÇÕES COTIDIANAS	23
2.4	PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES	26
2.5	OS NÚMEROS FRACIONÁRIOS E FRAÇÕES EQUIVALENTES	31
2.6	COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES E FRAÇÃO DE UMA QUANTIDADE	32
2.7	ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES	33
3	ALTERNATIVAS METODOLÓGICAS PARA O ENSINO DE FRAÇÕES	35
4	MANUAL DE ENSINO DE FRAÇÕES: UMA ANÁLISE DOS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	40
4.1	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE FRAÇÕES	40
4.2	MANUAL DE MATEMÁTICA: PRIMEIROS PASSOS	42
4.3	“BRINCANDO COM AS FRAÇÕES”: UM MATERIAL COMO ALTERNATIVA METODOLÓGICA	44
4.4	CONCEITUANDO FRAÇÕES	46
4.5	COMPARANDO AS FRAÇÕES	46
4.6	EQUIVALÊNCIA DE FRAÇÕES	48
4.7	ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES	49
4.8	A LUDICIDADE NO ENSINO DE FRAÇÕES	55
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
	REFERÊNCIAS	59

1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Desde os tempos mais remotos e, principalmente, nos dias atuais, a necessidade de buscar por alternativas para a melhoria do ensino e aprendizagem de conhecimentos matemáticos em sala de aula se faz relevante para o professor. A aquisição de competências matemáticas por parte dos alunos, além de promover seu desenvolvimento cognitivo, possibilita a criação de uma visão crítica com relação à sociedade e formas de melhorias. Na busca de construir esses conhecimentos matemáticos, é necessário que os docentes desta disciplina busquem se renovar, no sentido de conduzir o ensino por meio de metodologias atraentes que possam motivar os estudantes em sala de aula.

1.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA

A discussão sobre o tema ensino/aprendizagem de frações para alunos do Ensino Fundamental, tem sido recorrente em estudos acadêmicos voltados para a Educação Matemática (GOMES, 2019, p.3). Essas investigações relatam as dificuldades encontradas pelos alunos no estudo desse conteúdo, dos quais procuramos destacar alguns deles, que discutem e refletem sobre o ensino de frações.

A partir dessas experiências de leitura, a pesquisa em pauta refere-se ao ensino e aprendizagem das frações por parte dos alunos no 6º ano do Ensino Fundamental por meio de estudos publicados na Literatura. De acordo com a BNCC, os alunos desenvolvam a capacidade de utilização da matemática para solucionar problemas das situações cotidianas, por meio da aplicação de conceitos e interpretação conforme o contexto ao qual está relacionado (BRASIL, 2018, p.265).

De uma forma geral, nas aulas de matemática, os professores começam o ensino das frações pelo modelo parte-todo, e só na sequência são introduzidas outras aplicações, objetivando o aprofundamento da temática. O bom entendimento do conceito e aplicabilidade das frações no cotidiano pode permitir durante os outros estágios da escolaridade, melhor compreensão de novos conhecimentos por parte dos alunos (ALVES, 2018, p.20).

O ensino de frações requer muita habilidade do professor, visto que o aluno aprende por etapas, e se o aluno não compreender de forma adequada uma dessas

etapas, todo o processo de aprendizagem é comprometido. Normalmente, o professor inicia o ensino de frações pela conceituação, seguindo com a comparação de frações e ordenamento, equivalência e simplificação. Em seguida, as operações com frações são, de uma forma geral, compreendidas pela memorização de suas regras e procedimentos (CARVALHO, 2010, p.8). Percebe-se que tal método se apresenta ineficaz a longo prazo, uma vez que a simples memorização provoca limitações cognitivas e inibe a progressão do estudante na aprendizagem de novos conhecimentos.

É importante que o professor de matemática oportunize no estudo dos conteúdos, no caso das frações, exemplos de ordem prática e do cotidiano do aluno, no sentido de que este possa compreender a função do conteúdo na vida cotidiana. Para Padovan (2008, p. 35):

o professor não pode deixar de explorar oportunidades onde aparecem frações, como por exemplo: um copo e $\frac{1}{2}$ de leite ou suco de 12 limões. Partindo de exemplos do dia-a-dia, é possível discutir com as crianças o significado dessas informações, a maneira de escrever, sem precisar falar em conceitos ou dar uma aula sobre o tema.

O trecho de Padovan nos faz compreender que, cada vez mais, o aluno deve ser incluído dentro da sua realidade, abordando exemplos do seu cotidiano, de modo que a aprendizagem possa acontecer com base num ensino de matemática contextualizado. As dificuldades enfrentadas durante a aprendizagem da matemática, em especial, das frações, muitas vezes também passam pelo ato de ensinar, ocasionando a criação barreiras cognitivas para o aluno. Alguns fatores podem justificar estas dificuldades, como por exemplo a aprendizagem de números até então desconhecidos, representando um tipo de divergência nas ideias construídas durante a aprendizagem dos números naturais. Essa ruptura de ideias é conhecida como obstáculos didáticos, ou seja, correspondem aos obstáculos epistemológicos vivenciados no ambiente escolar. Carvalho (2010, p.35) explica que:

o obstáculo epistemológico como sendo uma espécie de contra pensamento, uma dificuldade de adaptar conhecimentos anteriores, ou seja, uma forma de resistência do próprio pensamento ao pensamento.

Tal entendimento retrata a realidade de parte dos alunos em relação a aprendizagem das frações, que de certa forma, confunde o aprendizado dos números naturais. Diante deste cenário, o professor assume a função de mediar esta transição no processo de ensino/aprendizagem de frações.

Pensando em contribuir com a melhoria do ensino de frações, este trabalho objetiva construir um conjunto de atividades direcionadas aos professores do Ensino Fundamental, com base nos artigos publicados em Revistas especializadas, que colaborem para melhoria desse ensino. Para isso, delimita-se alguns objetivos específicos: (i) realizar um levantamento das principais dificuldades enfrentadas pelos alunos durante a aprendizagem das frações na série em estudo; (ii) analisar as estratégias utilizadas para facilitar o ensino de frações e suas relações com as dificuldades de aprendizagem; (iii) Possibilitar aos professores de matemática uma alternativa de ensino de frações com o uso de material concreto.

1.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Toda e qualquer pesquisa precisa ser planejada e articulada de acordo com a realidade de cada contexto de pesquisa. Estabelecer caminhos, delimitar objetivos e métodos de trabalho torna-se extremamente relevante para a realização da pesquisa, desde seu planejamento até sua execução. Fonseca (2002) nos lembra que a metodologia é um estudo sistemático, o resultado da organização, dos caminhos traçados que serão percorridos no decorrer da pesquisa. Assim, a metodologia é muito mais do que simplesmente descrever os procedimentos metodológicos, no sentido de escolher os caminhos teóricos que conduzem a pesquisa e a produção do conhecimento científico. Fonseca (2002, p. 11) reforça que:

O conhecimento científico é produzido pela investigação científica, através de seus métodos. Resultante do aprimoramento do senso comum, o conhecimento científico tem sua origem nos seus procedimentos de verificação baseados na metodologia científica. É um conhecimento objetivo, metódico, passível de demonstração e comprovação.

Desse modo, quando lidamos com o conhecimento científico, percebemos que a produção desse tipo de conhecimento requer a necessidade um planejamento

adequado a cada situação, tendo em vista os diversos tipos de pesquisa científica. Para isso, no próximo subtópico será feita a caracterização da pesquisa.

1.2.1 Caracterização da pesquisa

Este trabalho traz como proposta uma contribuição para o processo de ensino de frações por meio de um manual de boas práticas elaborado com base nas dificuldades enfrentadas pelos estudantes na aprendizagem desta temática, constatadas na pesquisa. Todas essas análises foram essenciais para a elaboração deste manual, no sentido de que este possa vir a ser utilizado nas mais diversas salas de aula de matemática, considerando as devidas e necessárias adaptações.

Nesse sentido, este trabalho se caracteriza como uma pesquisa bibliográfica qualitativa, objetivando o aprofundamento das metodologias que dizem respeito ao ensino de frações em sala de aula. Segundo Goldenberg (1997, p. 34), a pesquisa qualitativa busca explicar o porquê das coisas, mostrando o que pode ser feito, sem qualquer tipo de qualificação, de modo que o pesquisador é, ao mesmo tempo, pesquisador e sujeito da pesquisa. Levando em consideração que este trabalho parte da realidade do ensino de frações no ensino fundamental, é preciso levar em consideração a experiência do profissional docente.

1.2.2 Revisão da literatura

Ao se iniciar um trabalho de pesquisa, é necessário conhecer o terreno onde pisamos, no sentido de compreender não só a relevância da pesquisa, como também a realização desta. Assim, qualquer tipo de pesquisa, exige do pesquisador um conhecimento prévio acerca da temática e da carga teórica que cerca a pesquisa.

Torna-se extremamente relevante um levantamento teórico acerca da temática a ser pesquisada, neste caso sobre o ensino de frações na sala de aula. Essa revisão da literatura foi feita usando as principais bases de dados disponíveis, sendo o Scientific Electronic Library Online (SciELO), Portal de Periódicos CAPES, Google Acadêmico, e a Biblioteca Brasileira de Dissertações e Teses, relacionados ao tema “*ensino/aprendizagem de frações pelos alunos do 6º ano do ensino fundamental*”. A busca foi realizada adotando as seguintes combinações de palavras-chave: “ensino de frações no 6º ano; frações no ensino fundamental; aprendizagem de frações”.

Nesse sentido, buscamos alguns trabalhos que versam sobre a temática, no sentido de reforçar a importância desse trabalho investigativo, bem como mostrar que se trata de uma temática sempre em evidência nos estudos acadêmicos. O primeiro trabalho que destacamos sobre essa temática intitula-se “Ensino-aprendizagem de frações: um olhar para as pesquisas e para a sala de aula (SILVA, 2017), em que o autor faz uma análise de como tem sido o ensino de frações e qual a aproximação da pesquisa com a sala de aula. O referido trabalho buscou dados através de questionário aberto à 25 professores do Ensino Fundamental, da disciplina de Matemática, composto com 10 perguntas. A pesquisa apontou que o material pesquisado, no que se refere ao ensino de frações, mostra a importância de trabalhar com outras representações de frações, como as figuras geométricas, materiais manipuláveis e barra fracionária.

O segundo trabalho que se traz aqui é “A aprendizagem de números racionais na forma fracionária no 6º ano do Ensino Fundamental: análise de uma proposta de ensino” (PATRONO, 2011). Nesta dissertação, a autora faz um estudo acerca das dificuldades enfrentadas por alunos e professores no ensino-aprendizagem das frações, a partir de uma proposta de ensino direcionada ao 6º ano do Ensino Fundamental, por meio de coletas de dados por diários de campo, caderno dos alunos e entrevista com o docente. A pesquisa indicou que os conceitos de representação e leitura de frações foram compreendidos pelos alunos, porém, algumas dificuldades foram identificadas no cálculo de adição e subtração e na aplicação da equivalência.

Sendo assim, a pesquisa científica deve ser um trabalho bem feito, que busque a verdade dos fatos, embora não se trate de uma verdade absoluta, mas que instigue o questionamento e ao aprofundamento de outras tantas pesquisas.

1.2.3 Análise dos dados

Entendida como atividade básica da ciência, a pesquisa está ligada ao pensamento e a ação. Nesse sentido, quando se propôs investigar sobre o ensino de frações no ensino fundamental, considerando a realidade do ano trabalhado, é preciso pensar na análise dos dados, tendo em vista que subsidiarão a Sequência Didática proposta neste trabalho acerca da temática. Sobre o processo de análise dos dados, Gil (1999, p. 168) lembra que:

A análise tem como objetivo organizar e sumariar os dados de tal forma que possibilitem o fornecimento de respostas ao problema proposto para investigação. Já a interpretação tem como objetivo a procura do sentido mais amplo das respostas, o que é feito mediante sua ligação a outros conhecimentos anteriormente obtidos.

O manual de ensino de frações será nosso objeto da pesquisa, de modo que abordaremos nele os procedimentos metodológicos adotados para trabalhar com as frações em sala de aula. Esse é o momento de consolidar, de interpretar o que o pesquisador tem em mãos, no sentido de contribuir com o melhoramento da aprendizagem das frações.

1.3 JUSTIFICATIVA

Pensar em justificar o desenvolvimento de uma pesquisa, significa levar em consideração que deve-se apresentar, claramente, os motivos que embasam esta pesquisa. Cervo e Bervian (1992, p. 172), refletindo sobre o processo de justificar, é importante pontuar que procura-se aqui demonstrar a legitimidade, pertinência, o interesse e acapacidade do aluno em lidar com o referido tema. Assim, compreende-se que justificar é mostrar, não só o porquê da realização da pesquisa, como também a importância da pesquisa para o campo teórico a qual ela se liga. A relevância desta pesquisa está na possibilidade de desenvolver atividades relacionadas ao ensino de frações, que possam contribuir na orientação dos professores e todos os envolvidos no processo de aprendizagem.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Estruturalmente, este trabalho está dividido da seguinte forma: neste primeiro capítulo é feita a apresentação geral do trabalho, com seus objetivos e organização estrutural. No segundo capítulo, encontra-se a fundamentação Teórica, que faz um brevehistórico das frações, origem, desenvolvimento e aplicabilidade desse tema nas diferentes civilizações que se tem registro. Segue com o processo de ensino aprendizagem das frações, identificando as principais carências do ensino e as limitações mais comuns do aprendizado. Continua com o destaque da importância do ensino de frações conforme a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), identificando suas principais orientações que possam facilitar a aprendizagem dos

alunos. Finaliza-se esse tópico com a aplicabilidade das frações no cotidiano, evidenciando a necessidade de compreender adequadamente, visto que as mesmas são fundamentais para o dia a dia.

O terceiro capítulo traz a metodologia do trabalho, a caracterização da pesquisa, destacando as dificuldades durante o processo de aprendizagem de frações. Na sequência é apresentado o passo a passo de como a revisão da literatura foi realizada. O quarto capítulo apresenta os dados obtidos analisados, abordando as dificuldades no aprendizado de frações: Números Fracionários, Frações Equivalentes, Comparação de Frações, Fração de uma quantidade, Adição e Subtração de Frações, através da análise do manual de frações.

O quinto e último capítulo traz o pensamento sobre esse trabalho e seus resultados, reforçando o dizer a importância da temática para o ensino de matemática no ensino fundamental.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, ancora-se as reflexões na teoria que sustenta este trabalho, buscando enfatizar desde os primeiros relatos sobre as frações (histórico), passando pelo processo de ensino aprendizagem e suas principais limitações. Ainda reflete sobre a importância do ensino de frações de acordo com as recomendações da BNCC, até chegarmos a aplicabilidade das frações no cotidiano.

2.1 HISTÓRICO DAS FRAÇÕES

Optamos por iniciar com o resgate histórico das Frações, pois consideramos ser de extrema relevância conhecer sobre a origem da matemática e sua importância para a evolução da humanidade. As frações têm se configurado um tema de interesse crescente pela comunidade científica, algo que se comprova, diante das diversas fontes e publicações já acessíveis com essa temática. Baroni e Nobre (1999), defendem que a História da Matemática é um elemento guia na elaboração de atividades, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos, além de possibilitar ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos. Por isso, mesmo de forma breve, passamos a conhecer um pouco do resgate histórico das Frações, de modo a despertar a curiosidade dessa temática, tanto por parte dos professores como dos alunos.

Na busca de tentar trilhar o caminho que levou ao surgimento dos números fracionários, remetem-se aos primórdios do desenvolvimento da matemática. As primeiras formas de escrita denotam que a maior motivação para a criação dos números foi a necessidade em registrar quantidades, não apenas para o controle dos rebanhos, como comumente encontramos nos livros didáticos, mas também para o registro das quantidades dos insumos de subsistência (ROQUE; PITOMBEIRA, 2012, p.2). Os números fracionários surgiram como os naturais das necessidades de registros, no início das civilizações.

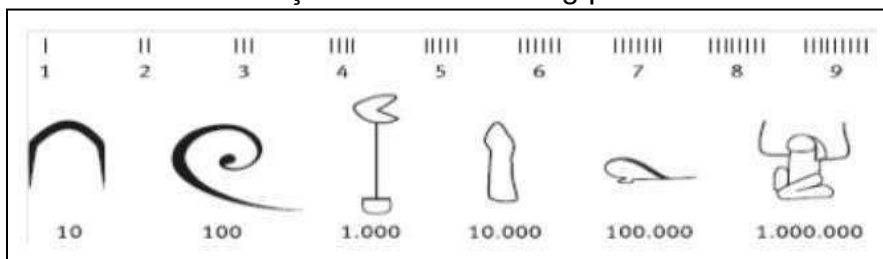
Historicamente, as primeiras evidências do registro sobre frações ocorreram no antigo Egito, por volta de 3000 a.C. e, majoritariamente, eram frações unitárias, que surgiram em função da necessidade de medidas que não podiam ser representadas pelos números inteiros que dispunham na época (GUELLI, 1998). Por volta de 2000

a.c., à medida que acontecia inundações do rio Nilo, as terras eram divididas, mas o sistema de medidas usado não dava conta de tantas divisões. Assim, os egípcios criaram os números fracionários, trabalhando com as frações unitárias e vendo a fração como parte de um todo (SCIPIONE, 2002). Para Roque e Pitombeira (2012), no ano 3.000 a.C., aproximadamente, os egípcios já tinham desenvolvido o seu sistema de numeração, que se tratava de um sistema decimal assim como o que usamos atualmente, porém não posicional, como se constata no trecho que segue:

O número 1 era representado por uma barra vertical e os números consecutivos de 2 a 9 eram obtidos pela soma de um número correspondente de barras. Em seguida, os números são múltiplos de dez e, por essa razão, dizemos que o sistema é decimal. O número dez é uma alça; cem, uma espiral; mil, a flor de lótus; dez mil, um dedo; cem mil, um sapo e um milhão, um deus com as mãos levantadas (ROQUE; PITOMBEIRA, 2012, p.25).

Como podemos ver, os números eram representados por símbolos que variam de barras verticais alça, a espiral. A figura 01 faz uma demonstração de como eram representados os números nesse contexto:

FIGURA 01: Descrição dos números Egípcios.



FONTE: Roque e Pitombeira (2012, p.25).

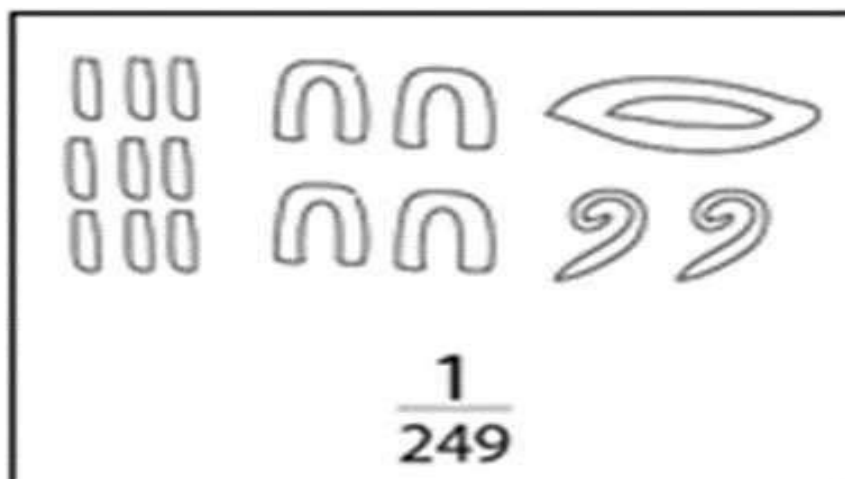
De acordo com Santos (2019, p.21), “as frações eram representadas escrevendo-se os números inteiros com uma elipse em cima”, sendo denominados números fracionários (Figura 02) e “quando o denominador era extenso, não sendo possível escrevê-los sobre o sinal da ‘boca’, colocavam o excedente na sequência”, denominados números fracionários 2 (Figura 03).

FIGURA 02: Números fracionários 1

escrita egípcia	nossa escrita
	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{21}$

FONTE: Adaptado de Santos (2019, p.22).

FIGURA 03: Número fracionário 2



FONTE: Adaptado de Santos (2019, p.22).

Seguindo com os dados histórico na Grécia antiga, por volta do século III d.C, foi estabelecida uma escrita para as frações gregas, sendo descritas colocando o "denominador" em cima do "numerador" (CONTADOR, 2012, p. 12):

Dando sequência, verifica-se que foram os povos babilônios os primeiros a atribuírem uma notação racional às frações, os quais executaram operações com frações mais facilmente que os egípcios, e dessa forma, chegaram a determinar uma aproximação para a $\sqrt{2}$ (IFRAH, 2010).

Percebe-se, assim, que as frações estão presentes no cotidiano da humanidade desde do início das civilizações e que sua utilização surge da necessidade de situações ligadas ao mundo real, especialmente com relação às divisões de terras.

Conhecer essa origem e a fundamentação históricas das frações torna-se relevante, no sentido de que o aluno possa compreender a importância da aprendizagem matemática para a sua vida.

Quando o processo de ensino-aprendizagem envolve o contexto e a realidade do aluno, percebe-se o uso prático da matemática, tornando-a algo que faça sentido na vida do estudante. Essa conexão com situações reais é uma característica marcante nas instruções da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como veremos no tópico que segue.

2.2 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC) E O ENSINO DE FRAÇÕES

Na busca de uma melhor compreensão sobre o ensino e aprendizagem de fração, propõe-se, na sequência, uma reflexão sobre como essa temática é abordada pela BNCC, o atual normativo que norteia o currículo escolar. A BNCC apresenta os conteúdos mínimos que deverão ser trabalhados pelas redes de ensino, os quais são divididos por ano escolar, unidades temáticas, objetos do conhecimento, competências e habilidades.

Conforme orientações da BNCC, as noções matemáticas são retomadas ano a ano, com ampliação e aprofundamento crescentes. Desse modo, a introdução de conceitos elementares de fração deve ser iniciada a partir do segundo ciclo do Ensino Fundamental, especificamente no 4º ano e, gradativamente, deve ser aprofundado até o 8º ano (BRASIL, 2018, p.280). Nos anos finais do Ensino Fundamental, o conceito e definição de frações está bem mais estabelecido, o que possibilita que os alunos iniciem os processos de comparação e operação com as frações.

Considerando o processo progressivo de aprendizagem das frações, percebe-se ao longo dos anos uma crescente extruturação e formalização dos conceitos. Por exemplo, especificamente para o 6º ano, que é foco desse estudo, o ensino de frações é mais voltado para apresentação do significado, com os alunos tendo contato, principalmente, com apenas duas aplicações diferentes de frações que são parte/todo e quociente, além disso, também são introduzidas as operações de adição e subtração de frações, assim como a resolução de problemas que contemplam a temática (BRASIL, 2018, p. 280-319). Para os demais anos do ensino fundamental, a BNCC propõe que o ensino deste conteúdo seja intensificado, em que:

[...] No 7º ano, os alunos ampliam o conhecimento sobre as diversas formas de aplicação de frações, passando a utilizá-las na representação de parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. Neste ano, são introduzidas as operações de multiplicação, divisão e potenciação de frações, bem como a resolução de problemas que necessitam destas operações. No 8º ano, já tendo consolidado o conceito de fração, suas representações e operações, são propostas aplicações destes conceitos como na obtenção de fração geratriz de dízima periódica e cálculos de porcentagem. No 9º ano, as frações são aplicadas no cálculo de potências com expoentes fracionários” (BRASIL, 2018, p. 300-339).

Ainda sobre as recomendações da BNCC sobre o ensino de frações, Benincá (2020) analisando este documento, tece o seguinte comentário:

[...] é importante destacar que mesmo a BNCC apresentando habilidades relacionadas diretamente ao conceito de frações, ela não propõe um estudo isolado deste conceito, ou seja, as frações possuem diversas aplicações em diversas áreas da matemática básica como álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística, bem como da matemática superior. Além disso, as frações possuem aplicações em contextos diversos do dia a dia. E, portanto, sua aprendizagem se faz necessária já nos anos iniciais do ensino fundamental (BENINCÁ, 2020, p.27).

O processo de formação do professor deve incluir a compreensão do conceito de fração, por exemplo, e de como deve ocorrer seu processo de ensino na sala de aula. Garcez (2013), enfatiza que o ensino de fração está coberto por grandes desafios, como a compreensão dos números racionais que, por sua vez, são diferentes dos números naturais. Para Santos (2014), o aluno precisa sentir que o professor está seguro da aula, de modo que os conteúdos estudados na disciplina de Matemática possam estar de acordo com a realidade de cada um, especialmente, abordando situações reais de existência, na resolução de problemas a partir daquilo que eles, os alunos, vivenciam.

Fica claro que a importância da contextualização no ensino de frações, tanto internamente para matemática, como para compreensão de situações do dia a dia. Assim, espera-se que os alunos sejam estimulados a aprender frações na prática e que na medida que vão avançando na escolaridade, possam evoluir para uma abordagem mais abstrata. Do contrário, quando embasamos o ensino de frações apenas na memorização, sabemos que a aprendizagem poderá não ser viável. Nunes *et al* (2009) lembra que aprender frações por meio de regras que, geralmente, não entendemos, não leva o aluno a lugar algum, pois é preciso que este compreenda

também a utilização desse conteúdo no cotidiano.

Por isso, se faz relevante a compreensão das frações, considerando a sua aplicabilidade no contexto dos alunos, pois com isso, a aprendizagem acontece rompendo a barreira entre os números naturais e os números racionais, de modo que o professor, dentro do seu processo formativo, possa também compreender a realidade do aluno, reconhecendo a individualidade de cada um no processo de aprendizagem das frações.

2.3 O ENSINO DE FRAÇÕES E A ASSOCIAÇÃO COM SITUAÇÕES COTIDIANAS

Se debruçar sobre a temática das frações e a vida cotidiana, não é difícil encontrar situações que os conecte. As frações estão presentes no nosso dia a dia em circunstâncias as mais diversas possíveis, como por exemplo, quando cortamos um bolo em pedaços ou dividimos uma pizza estamos usando, apesar de inconscientemente, os elementos de fração (JESUS, 2013).

Contudo, se focar a atenção ao ensino de fração, em sua grande maioria, utiliza-se a figura geométrica, principalmente, de um retângulo dividido em partes iguais, em vez de situações reais em que, no cotidiano, fazemos uso das frações em atividades de compra e venda, por exemplo. Seguindo nesta mesma linha do raciocínio, Smole e Diniz (2016) atribui a forma como frações vem sendo ensinada ao fracasso dos alunos na compreensão dessa temática, como é possível perceber no trecho que segue:

[...] o ensino tem sido responsabilizado por esse fracasso, principalmente, por se ater a representações de frações na forma de retângulos e círculos em textos didáticos que associam aos desenhos a escrita da fração, sem qualquer contexto de significados para a criança (SMOLE; DINIZ, 2016, p.24).

Não resta dúvida de que as frações possuem diferentes aplicações em diversos contextos do dia a dia, de forma que é extremamente importante e necessário que seu ensino aconteça de forma conectado a essas situações não só nos primeiros anos de ensino, mas no decorrer de toda escolaridade. Meier (2011, p. 12) lembra que “cabe ao professor a tarefa de buscar alternativas didáticas para desenvolver um trabalho no qual o aluno seja capaz de demonstrar interesse para investigar”. Sendo as aulas de matemática atrativas, por exemplo, os alunos podem se interessar mais pelo conteúdo

e, conseqüentemente, pela aprendizagem. Assim, o professor de matemática precisa, constantemente, se reciclar, buscando alternativas pedagógicas que possam estar de acordo com o contexto social de cada um.

Quando o professor coloca o aluno para investigar e analisar situações corriqueiras, coloca em cena a compreensão de que os conteúdos estão, cotidianamente, presentes em nosso meio, nas mais diversas situações de cunho social e cultural. De acordo com Dante (2013), as frações podem ser compreendidas como a representação de uma determinada quantidade, ou seja, uma dada representação numérica, por isso, elas fazem parte das nossas atividades que desenvolvemos diariamente.

Ainda sobre essa ligação com cotidiano Aquino (2013) chama a atenção para o fato, que a contextualização no ensino de frações é bem comum na abordagem parte-todo, mas ressalta que essa não é a única interpretação para as frações:

[...] é natural explorar o conceito de fração no que se refere às situações com relação, parte do todo, caso das tradicionais divisões de uma pizza em partes iguais. Entretanto, a relação parte-todo aparece quando um todo se divide em partes, nesse caso a fração indica a relação existente entre um número de partes e o total de partes. Outro significado das frações é o de quociente, baseado na divisão de dois números naturais (AQUINO, 2013, p.28).

Embora seja uma estratégia válida e muito comum no ensino de frações, mostrar para o aluno situações corriqueiras do dia a dia, a abordagem contextualizada não pode ficar restrita apenas ao usual exemplo de figuras divididas. Na verdade, deve servir para esclarecer diversas situações da vida, ou mesmo outros assuntos da própria matemática. O ensino contextualizado facilita a compreensão e aplicabilidade das frações, por parte dos alunos e não cause uma limitação de compreensão. Assim, existem diversas situações vivenciadas pelos alunos em que as frações devem aparecer, como as situações de compra e venda de algum objeto, a divisão em partes de um determinado elemento, quando precisamos comparar dados numéricos, na medição de determinadas áreas, nas receitas culinárias, enfim, em muitas situações, extremamente comuns a vida social de cada aluno da sala de aula.

Seguindo essa mesma linha de pensamento, para além da forma mais simplista de abordagens contextualizadas, Figueiredo (2018) esclarece que, mesmo utilizando-se do exemplo da divisão em partes, existem situações diferentes de serem trabalhadas,

por exemplo:

[..] dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 chocolates para 3 pessoas. Outra situação diferente das anteriores é aquela em que a fração é utilizada como comparação entre duas quantidades de uma grandeza, ou seja, quando é interpretada como razão (FIGUEIREDO, 2018, p.15).

Os exemplos citados por Figueiredo fazem parte de situações cotidianas do uso da matemática em nossas vidas. Contudo, quando o conteúdo das frações é trabalhado na sala de aula, parece existir certa resistência por parte dos alunos, porque, geralmente, este ensino está voltado para uma perspectiva de ensino de regras tradicionais, descontextualizado e fora da realidade do aluno. Trabalhar de forma concreta o ensino das frações, requer do professor estudo e planejamento, pensando no contexto social em que os alunos estão inseridos. Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) lembram que o ensino da matemática se faz relevante porque ela está presente em nosso meio, e olhar para a matemática por esse lado, é reconhecer que o ensino-aprendizagem desta disciplina ganha sentido quando reconhecemos seu valor.

Nesse contexto, Carvalho (2010), enfatiza que durante o Ensino Fundamental, é necessário explorar os quatro conteúdos das frações, que são: parte-todo, razão, quociente e representação numérica que envolvem sua aplicabilidade. Referente a esse tema, Alves (2018) relata que:

Normalmente os professores iniciam o ensino das frações através do modelo parte-todo, o qual deve ser o pontapé inicial, e posteriormente são introduzidas outras aplicações buscando o aprimoramento do conceito de fração, sem necessariamente ser apresentado aos alunos este tipo de classificação (ALVES, 2018, p.17).

Percebe-se que essas diferentes possibilidades, nas quais o conceito e a representação de frações são usados, raramente é explicado e apresentado ao aluno. De forma geral, as frações são apresentadas de forma única como a representação de quantidades não inteiras, sem trabalhar as diferenciações de contexto das diversas utilizações. Para Santos *et al* (2007, p. 26 “alguns alunos adquirem noções incompletas dos conceitos, vaga ideia do algoritmo, podendo aprender como somar ou dividir frações, mas de forma mecânica, sem verdadeira compreensão do que estão fazendo”. Entretanto, o entendimento de que, o ensino das frações, assim como

outro conteúdo da matemática, é importante que esteja contextualizado e considerar a realidade social de cada aluno e do uso que eles fazem da matemática no seu cotidiano, se faz necessário. Cabe ao professor diversificar a metodologia de ensino, procurando alternativas lúdicas e interessantes que possam conquistar o aluno no caminho da aprendizagem. Bertoni (2005, p. 16) lembra que “é preciso encontrar caminhos para levar o aluno a identificar quantidades fracionárias em seu contexto cotidiano e a apropriar-se da ideia do número fracionário correspondente, usando-os de modo significativo”.

Na mesma linha dos questionamentos, Ferreira Filho (2012), ratifica a importância do ensino das frações, e já chama a atenção para a forma de ensino deste conteúdo, ressaltando ser necessário uma maior dedicação ao estudo e aplicabilidade prática. O aprendizado de fração precisa estar relacionado com diferentes significados e possibilidades para melhor compreensão. Sendo assim, é extremamente importante e necessário a modernização e dinamização do conhecimento pelo educador para melhorar a aprendizagem do educando quanto ao conteúdo de frações, especialmente nas séries do Ensino Fundamental (FERREIRA FILHO, 2012; FIGUEIREDO, 2018, p.13).

Com isso, entende-se que as abordagens que possam melhorar o aprendizado e aplicabilidade de frações são bem-vindas em sala de aula, de modo que possam apresentar significados para os conceitos que estão sendo estudados, e que vá além de situação simplistas, tão fortemente rebatida, quando limita a abordagem contextualizada de frações a situação de figuras dívidas.

2.4 PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

Nesta seção buscam-se alguns trabalhos acadêmicos, com intuito de entender melhor as principais dificuldades presentes no ensino e aprendizagem de frações, enfrentadas pelos alunos e professores do Ensino Fundamental. Para Mendes e Chaquiam (2016), entre os conteúdos de matemática do Ensino Fundamental, na grande maioria das vezes, as frações é o conteúdo com menor nível de aprendizagem pelos alunos. Reforçando esse pensamento, Figueiredo (2018, p.17), enfatiza que dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de frações são relatadas tanto por parte dos alunos quanto por parte do professor.

É do conhecimento de todos que o ensino-aprendizagem de matemática como

um todo é algo conflituoso, que as dificuldades de aprendizagem não se limitam ao ensino de fração. Sobre estes aspectos Aquino (2013) reporta em seu trabalho, intitulado de “Frações: uma abordagem pedagógica”, um trecho que representa muito bem a realidade do ensino de matemática

O aluno não consegue entender a matemática que a escola lhe ensina, muitas vezes é reprovado nesta disciplina, ou então, mesmo que aprovado, sente dificuldades em utilizar o conhecimento "adquirido"(...). O professor, por outro lado, consciente de que não consegue alcançar resultados satisfatórios junto a seus alunos e tendo limitações de repensar satisfatoriamente seu fazer pedagógico procura novos elementos - muitas vezes, meras receitas de como ensinar determinados conteúdos - que, acredita, possam melhorar este quadro. AQUINO (2013, p.12)

Seguindo essa mesma linha, Caixeta (2020, p. 31), retrata que os alunos encaram a matemática como uma “disciplina tradicional” e nada “inovadora”. Eles enxergam a matemática como uma disciplina que se resume em “decorar e aplicar fórmulas”. Assim, os alunos consideram que o ensino de matemática é feito de forma repetitiva e mecanizada, o que faz com que os eles se sintam desmotivados, diante dos assuntos apresentados.

Nesse processo, é senso comum que o ensino e aprendizagem de matemática é algo que precisa ser revisto, refletido e aprimorado. Intitular a atenção para o fato de que, dentro desse universo problemático, a temática de frações merece relativo destaque, devido ser um assunto que causa desconforto tanto de quem ensina (professores) como quem aprende (alunos). Antes de entrar propriamente nos aspectos específicos das dificuldades de aprendizagem de fração, é relevante pautar a importância de uma mudança na forma de ensinar matemática, e neste ponto, nos reportamos a Schmengler *et al.* (2013) ao destacar a centralidade do professor nessa mudança.

No que concerne ao fazer pedagógico, Schmengler *et al.* (2013, p.22) afirmam que é fundamental a discussão sobre práticas pedagógicas do educador. Esse olhar voltado para o professor é realmente importante, pois cabe a ele o papel de mediador, facilitador do conhecimento, portanto, espera-se que seja ele o possuidor de potencialidades capazes de reverter esse quadro que traz certo desconforto para ambos, professores e alunos. Bassani (2014, p. 02) coloca que “as frações são conteúdos fundamentais para a estruturação do conhecimento matemático, devido sua necessidade na resolução de diversos problemas práticos enfrentados pela

humanidade há milhares de anos”.

É importante que os professores reconheça as dificuldades encontradas em sala de aula, no sentido de facilitar o processo de ensino-aprendizagem, não somente das frações, mas dos conteúdos de matemática como um todo. É preciso considerar que os professores não são os donos dos saberes e, por isso, apresentam falhas, mas acima de tudo, eles não podem exercer esse papel docente sozinhos. Assim, é preciso considerar as frações como objetos de ensino na sala de aula. Nunes (2018, p. 02) lembra que:

Quando bem escolhidos ajudam o aluno em várias etapas do processo de aprendizagem como a relacionar novos conhecimentos com os que já sabiam fazer e testar hipóteses, pensar onde aplicar o que estão aprendendo, expressar-se por meio de várias linguagens, aprender novos métodos, novos conceitos, e a ser crítico.

O que Nunes expressa é que o professor ao pensar no conteúdo como objeto de ensino, ele cogita o bem do aluno e, desse modo, torna-se as aulas de matemática mais atraentes, no sentido de passar conhecimento, mas considerando os conhecimentos que os alunos já possuem. Assim, as frações podem e devem ser trabalhadas de forma mais lúdica e, por isso, deve se iniciar nos anos iniciais e aprofundar-se nos anos finais. Monteiro e Groenwald (2014) destacam que o ensino de frações gera dificuldades de aprendizagens aos alunos, de modo particular, porque, no geral, os alunos não compreendem a diferença entre os números naturais e os números racionais.

Nesse sentido, D'Ambrosio e Lopes (2015, p.270) defende que é extremamente importante uma nova visão sobre o conhecimento da Matemática. Os autores reportam a necessidade de romper de forma categórica com o ensino por meio de regras e, buscar propostas que permitam o confronto com problemas oriundos de contextos diversos e a ousadia na busca de novos procedimentos matemáticos. Ainda de acordo com os autores, essa dimensão de trabalho pedagógico viabiliza um fazer matemático que contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo dos alunos. Assim, é importante que o professor oportunize aulas com atividades concretas, que possam fazer sentido na vida dos alunos fora da escola. Tornar a aprendizagem das frações mais atrativa não é tarefa fácil, pois “muitos são os obstáculos encontrados no ensino e na aprendizagem do conteúdo de frações” (MAGINA, BEZERRA E SPINILLO, 2009, p.414, apud BOLOGNANI, 2015, p. 15).

Para Caixeta (2020, p.32) a prática pedagógica do professor é um dos fatores relevantes no processo de ensino e aprendizagem do aluno. Sendo fundamental que o docente reflita sobre a condução da sua didática em sala de aula para obtenção de melhores resultados e que o aprendizado, acima de tudo, tenha praticidade e qualidade.

Ao pensar na realidade do ensino de frações, é possível elencar algumas dificuldades presentes neste ensino, como por exemplo: a não explicação e apresentação dos diferentes tipos de significados e possibilidades de utilização das frações; a limitação de contextualizações, apenas a situação de parte-todo, o que pode levar a interpretação errada, que essa é a única possibilidade de representação de frações. Outro aspecto importante é levantado por Bertoni (2009, p.12), ao retrata que: “na verdade há muita coisa poluindo e escondendo o cristal puro que é a fração, um número, uma ideia matemática associada à quantificação”. Assim, temos o posicionamento de Gomes Júnior e Oliveira (2016), os quais, defendem que os alunos têm dificuldade em perceber as frações como números, o que conseqüentemente, dificulta a aprendizagem deles. Para Smole e Diniz (2016, p.24) os aspectos dificultadores para a compreensão das frações por parte dos alunos, estão na forma tradicional como o assunto ainda é abordado em sala aula pelos professores, dando “ênfase excessiva na nomenclatura introduzindo-se termos como numerador, denominador, frações equivalentes, frações próprias e impróprias, antes mesmo da compreensão do significado e dos usos do número fracionário”. Ainda para esses autores existe uma “inadequação do tempo de ensino e aprendizagem dedicado aos números racionais na escola”.

Destacamos aqui quatro dificuldades relacionadas ao ensino aprendizagem de frações, no que se refere ao seu aspecto conceitual : a primeira está na identificação das frações como números; a segunda diz respeito às limitações a abordagens simplistas de parte-todo quando se trabalha frações de forma contextualizada; a terceira corresponde a não clareza sobre as diferentes possibilidades de utilização/significados das frações; a quarta se refere aos problemas conceituais que geram problemas na interpretação dos algoritmos operatórios de frações. Brolezzi (1996, p.1) defende que é possível e extremamente necessário “estabelecer na mente dos alunos um conceito de número Racional que possibilite futuramente a sua utilização. No entanto, as operações utilizando números racionais quando muito mecanizadas, de uma forma geral, são confundidas umas com as outras”. Sobre

a mera memorização e a dificuldade de aprendizagem do conceito das operações com frações. Assim, “[...] a dificuldade nesta memorização será muito grande e a insegurança ficará clara diante de um problema: quando ele não for capaz de se decidir sobre qual operação realizar ou como realizá-la (SANTOS, 2019, p.14).

Pensando sobre o ensino de frações, Lopes (2008, p. 20) lembra que ele “tem sido praticado como se nossos alunos vivessem no final do século XIX, um ensino marcado pelo mecanicismo, pelo exagero na prescrição de regras e macetes, aplicações inúteis, conceitos obsoletos, “carroções”, cálculo pelo cálculo”. Para isso, é bom lembrar que uma boa formação para os professores ajuda nos desafios encontrados em sala de aula, pois esses precisam compreender suas próprias realidades, para entender a realidade dos seus alunos. Para Patrono (2011), onde relata que:

[...] as dificuldades em relação aos números Racionais, principalmente quando representados por frações, geralmente acompanham o aluno durante todo o ensino básico, além de estarem relacionadas, em partes à construção do conceito (PATRONO, 2011, p.11).

Seguindo essa mesma lógica, Figueiredo (2018, p.12) diz que a dificuldade no aprendizado de frações “são percebidos desde a apresentação, estendendo-se até as operações básicas como soma e subtração, sobretudo, quando trabalhadas com denominadores diferentes”.

Diante de todas essas problemáticas presentes no ensino de frações, este assunto costuma ser temido por muitos alunos e até mesmo alguns professores, contudo, vale ressaltar que o pleno entendimento sobre o conceito de frações é extremamente importante, pois essa compreensão é fundamental para que consigam desenvolver vários outros conceitos aritméticos. Portanto, dificuldades no domínio desse assunto, tanto no que se refere ao conceito, quanto as operações, irá causar deficiências em todo o processo de aprendizado do aluno, o qual conseguirá apenas memorizar regras básicas.

Com base nessas reflexões, a pesquisa em questão faz estudo de um trabalho voltado para os professores de matemática, especialmente sobre o conteúdo das frações, no sentido de contribuir para as mudanças no processo de ensino-aprendizagem deste conteúdo em sala de aula, evidenciando uma proposta com base em resolução de problemas e materiais concretos.

2.5 OS NÚMEROS FRACIONÁRIOS E FRAÇÕES EQUIVALENTES

Quando se pensar no ensino de frações, logo vem a mente os conceitos fechados que sempre foram vistos nas aulas de matemática. Bertoni (2009, p. 21) ratifica que o conceito formado do que os números fracionários quantificam, bem como suas relações com os números naturais, conduz à várias percepções. A autora ainda afirma que com as frações há uma ampliação do que era suscetível de ser quantificado, ou seja, sem os fracionários, só se podia quantificar coleções constituídas apenas de objetos inteiros.

Os números fracionários, é possível quantificar coleções formadas por unidades e partes delas, oriundas de divisões em partes iguais. Além disso, é possível comparar, em termos das quantidades que representam esses números entre si e com os números naturais, partindo do reconhecimento de que os novos números se entremeiam entre os números naturais. De acordo com Silva (2017, p.107-110), tarefas que associam o significado de fração como medidas são fundamentais para trabalhar com frações maiores que a unidade, assim como introduzir a notação de número misto, adição com denominador comum, introdução de equivalência entre números fracionários, fundamentada no reconhecimento de que a mesma parte pode receber nomes diferentes, em função de novas divisões da unidade e a ordenação dos fracionários que auxiliará, mais tarde, na conceituação do conjunto dos números racionais.

Os números fracionários surgiram da necessidade de representar uma medida que não tem uma quantidade inteira de unidades, isto é, da necessidade de repartir a unidade de medida de forma mais precisa (SILVA, 2019, p.62). Assim, é preciso lembrar da utilidade e dos tipos de números fracionários que existem, como as frações equivalentes.

Desse modo, as frações que representam a mesma parte de um inteiro são chamadas de frações equivalentes. Já o número fracionário é o número, único (embora com várias representações) associado a toda uma classe de frações equivalentes. Expressa o resultado da divisão de dois números naturais. É um número positivo (BERTONI, 2009, p.23). Para Lopes (2008, p.15) explica que frações equivalentes, comparação, adição e subtração simples, contribui para que sejam introduzidas ideias importantes como aproximação, arredondamento, limites e ainda que se possam explorar distintas representações, é uma boa oportunidade para se

explorar a calculadora como ferramenta de investigação.

De fato, a reflexão sobre a prática pedagógica do ensino de frações, deve se voltar para o planejamento de novas alternativas de ensino dos números fracionários. Silvestre (2009, p. 129) coloca a importância de entender as frações equivalentes, e lembra que serão amplamente utilizadas no trabalho com as operações com frações de denominadores diferentes, principalmente, a adição e a subtração. Essa reflexão do autor nos faz pensar ainda que as frações equivalentes podem ser construídas a partir da observação e comparação das representações geométricas e também com o número pelo qual se multiplicam ou se dividem o numerador e o denominador da fração dada por um mesmo número diferente de zero.

2.6 COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES E FRAÇÃO DE UMA QUANTIDADE

Para realizar comparações de frações, o aluno necessita utilizar os seus conhecimentos sobre o significado das frações e a ideia de frações equivalentes, pois uma das aplicações da ideia de frações equivalentes se manifesta, quando se quer comparar duas frações e determinar se uma é menor, igual ou maior que outra (LINARES; SÁNCHEZ, 1988). Assim, a comparação de frações trabalha também a ideia de ordem. Monteiro e Groenwald (2014, p.132), estudando as dificuldades na aprendizagem de frações, a partir de uma experiência utilizando testes adaptativos, concluiu em sua pesquisa que a principal dificuldade no conteúdo sobre comparação de frações estava no fato de que os alunos trataram numerador e denominador de forma independente, como se fossem dois números.

Os alunos apresentaram um bom desempenho nos conceitos envolvendo as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com frações. Nesta mesma linha de raciocínio, Silvestre (2009, p.140) afirma que é comum, quando os alunos se deparam com uma situação de comparação de frações, transportem equivocadamente os conceitos dos números naturais para as frações. Bertoni (2009) lembra que a construção dos números fracionários exige a apresentações de situações reais, já que os números naturais, por si só, não respondem a divisão. Nunes et al (2009, p. 158) ressalta que:

muitos alunos não estabelecem uma conexão clara entre frações e o raciocínio multiplicativo. Nossa hipótese é que essa dificuldade resulta de um ensino inadequado do conceito de fração. Muitas vezes o

conceito de fração é ensinado apenas como a rotulação de partes de um inteiro.

Nesse sentido, quando pensamos no ensino tradicional voltada para os conceitos fechados sobre frações, é preciso pensar nas formas de conhecimento matemáticos fora da escola que, conseqüentemente, fazem parte do cotidiano dos alunos. Assim, ao desenvolver uma sequência de atividades, deve-se pensar na inserção de alternativas sobre o ensino de frações que podem ser desenvolvidas na sala de aula de matemática, de forma que possa permitir o aluno uma aprendizagem autônoma e prática.

O cálculo da fração de uma quantidade se dá a partir da multiplicação da fração pela quantidade. Bertoni (2009, p.86) relata que a importância de entender processos multiplicativos de números fracionários, ou racionais positivos, a autora ainda reporta um ponto importante é o de interpretar essa multiplicação, compreendendo que é possível utilizá-la para o cálculo de fração de uma quantidade. Nesse sentido, o número fracionário é visto como um operador.

2.7 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES

O conceito de adição e subtração de frações para muitos é o mesmo que unir ou separar partes iguais de um ou mais inteiros. Porém, para Llinares e Sánchez (1988) pode conectar os algoritmos relativos às operações com as frações aos processos de resolução de problemas, e a um manejo dos símbolos.

Desse modo, inicia-se o caminho de introdução à Álgebra, sendo o conjunto dos Números Racionais o primeiro caso de conjunto numérico manejado pelos alunos em que as quatro operações não têm restrições. No entanto, Bertoni (2009, p.17) constatou que os símbolos são obstáculos à compreensão inicial do significado das frações pela criança, o que leva a sugerir um tempo inicial de aprendizagem não simbólica das frações. Apesar da dificuldade de interpretação em algumas questões, como nas que envolviam resolução de problemas, Monteiro e Groenwald (2014, p.120) comprovam que é possível identificar que os alunos cometeram um dos erros comuns na adição e subtração de frações, que consiste na soma independentemente dos numeradores e dos denominadores.

A origem do erro pode estar na semelhança de notação que existe entre as frações e os Números Naturais, ou, se os alunos já foram apresentados ao algoritmo da

multiplicação, podem estar mesclando ambos os algoritmos (LLINARES; SÁNCHEZ, 1988, p.161). Gomes (2019, p.35) alerta para alguns detalhes importantes, como por exemplo, quando soma ou subtraí frações, a primeira coisa a ser analisada são os denominadores, se eles não forem comuns não se consegue unir ou desmembrar partes da fração. Sabe-se que essa representação, não pode ser considerada uma fração, pois suas partições não possuem o mesmo tamanho, por este motivo nunca deve somar ou subtrair os denominadores. Analisando pela definição, o denominador representa na fração quantas partes é dividido o inteiro, então quanto mais partes dividir um inteiro, menores elas serão, vice-versa.

3 ALTERNATIVAS METODOLÓGICAS PARA O ENSINO DE FRAÇÕES

Quando pensamos numa sala de aula, especialmente de matemática, sabemos que os alunos quando adentram a ela, já trazem consigo uma série de conhecimentos empíricos adquiridos das experiências sociais e culturais vivenciadas no cotidiano de cada um. No entanto, no que diz respeito os números racionais, por mais que façam parte da realidade social dos alunos, existe uma grande dificuldade de compreendê-los, em termos formais, por meio dos métodos tradicionais de ensino. Essa constatação é confirmada por Bertoni (2009, p. 18) ao destacar “que o uso das frações, ao longo do tempo, tem sido muito mal compreendido em sala de aula”. Diante disto, no estudo dos números fracionários, a busca por outras alternativas de ensino é sempre bem vindo, ideias práticas e inovadoras que possam trazer a professores e alunos, bons rumos na construção consistente do número fracionário, possibilitando seu reconhecimento e uso em situações do mundo real, ou seja, do nosso cotidiano.

Nesse sentido, este trabalho de pesquisa traz sugestões para o ensino de frações, com o objetivo de auxiliar no aprofundamento do conceito de fração e seus variados tipos, bem como suas operações. O material didático tenta minimizar as dificuldades de aprendizagem dos alunos verificadas pelos pesquisadores citados no capítulo anterior, no sentido de tornar o ensino mais dinâmico e prático. Para Lopes (2008), um dos maiores equívocos dos professores no trabalho com frações é priorizar o ensino baseado em memorização de regras, dificultando a aprendizagem significativa dos conceitos.

Formar o aluno pensando na sua vida social, é enfrentar desafios diários na sala de aula, lidar com as diferentes realidades que uma sala de aula pode oferecer e buscar alternativas diferentes de ensino sobre os mais variados conteúdos na área da matemática. Freire (1996) lembra que o professor tem um papel preponderante no processo de ensino-aprendizagem, se tornando um mediador do conhecimento, criando um vínculo de proximidade com o aluno, no sentido de motivá-lo para vencer os desafios. Daí, é importante que o professor adote uma postura diferenciada, lembrando que ele não é o único detentor do saber, fazendo com que o aluno aprenda a partir da sua mediação.

Nessa perspectiva, o professor pode apresentar ao aluno novas estratégias de ensino de frações que diminuam a distância entre eles e aprendizagem desse conteúdo. Contudo, os métodos de ensino podem variar, de acordo com o nível de

ensino da turma. É comum nas aulas de matemática surgirem dificuldades quando o conteúdo a ser trabalhado é o de frações, pois em alguns casos, o tratamento de ensino estão voltadas para as metodologias tradicionais, de modo que, no processo de inovação dessas estratégias, leva-se em consideração os problemas já existentes em relação ao aprendizado das frações. Walle (2009) destaca ainda que existem algumas formas de se trabalhar as frações em sala de aula, como formas circulares, retangulares, que podem ser representadas por algum tipo de material. Assim, quanto mais o professor encontrar alternativas diferentes de se trabalhar com as frações, maior será a oportunidade de os alunos aprenderem o conteúdo.

Mesmo o livro didático de hoje trazendo muitas estratégias de ensino que envolvem o trabalho com frações, o professor deve criar alternativas, além das que estão no livro didático, buscando situações problemas do cotidiano dos alunos, como por exemplo: o professor pode sugerir que os alunos tragam modelos de receita de cozinha, jogos de peças em formato circular, retangular, triangular, entre outros materiais, que podem facilitar o aprendizado do conteúdo, por parte dos alunos.

No trabalho com as frações nas aulas de matemática, a resolução de problemas tem sido uma alternativa de aprendizagem. Pozo (1998, p.48) coloca que:

[...] se há uma área do currículo na qual parece desnecessário justificar a importância que possui a Resolução de Problemas, ela é sem dúvida a área de Matemática. Durante muito tempo, quando um estudante afirmava que estava solucionando um problema, entendia-se que estava trabalhando em uma tarefa relacionada à Matemática.

Como podemos ver através de Pozo, a aceitação das situações problemas são muito bem vindas nas aulas de Matemática, especialmente aquelas que envolvem situações do cotidiano do aluno. As situações problemas estão presentes na sociedade nas mais variadas situações e, devido a isso, a matemática evoluiu ao longo dos anos. Além do mais, as escolhas feitas pelo professor acerca das metodologias aplicadas nas aulas de matemática, podem variar de acordo com o tipo de conteúdo. É importante que os alunos exponham suas dificuldades, no constante diálogo com o professor, mostrando de forma clara seus maiores obstáculos em relação a aprendizagem de frações. Micotte (1999, p. 65) ressalta que:

ao contrário da orientação tradicional que visa resultados imediatos, essas propostas consideram a elaboração do conhecimento um

processo dependente do ritmo do aprendiz. Cabe ao trabalho didático integrar as relações entre o saber científico e o contexto pedagógico.

Esse entendimento de Micotte leva a pensar que a busca por novas opções de ensino de frações, bem como de outros conteúdos nas aulas de matemática, não só promovem o dinamismo em sala de aula, como também desperta o aluno para se aprofundar na matemática. Mesmo que essa disciplina tenha sido, por muito tempo, considerada difícil, essa visão mudou bastante, em virtude das inúmeras pesquisas já desenvolvidas a partir dos problemas metodológicos de aprendizagem da matemática em sala de aula. Dante (2000, p. 10) reforça esse pensamento quando coloca:

fazer o aluno pensar produtivamente, desenvolver o raciocínio do aluno, ensinar o aluno a enfrentar situações novas, dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática, tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras, equipar o aluno com estratégias para resolver problemas, dar uma boa base matemática às pessoas

Com todas as mudanças ocorridas na sociedade, com as inovações tecnológicas que revolucionaram os modos de vida e com as novas concepções de ensino surgidas nas últimas décadas, é relevante ensinar hoje levando em consideração o pensamento do aluno. Assim como nas demais áreas do conhecimento, o professor de matemática deve fazer o aluno questionar, pensar, refletir, enfrentar as situações que ele vivencia fora da escola, de modo que a matemática, igualmente às demais disciplinas do currículo escolar, possa fazer sentido na prática cotidiana.

Quando os conhecimentos matemáticos são trabalhados de forma contextualizada, o aluno pode ser capaz de estruturar seu pensamento, de resolver as mais variadas situações do seu cotidiano. Essa forma metodológica de ensino, o aluno para “compreender e interpretar situações, deve se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação” (BRASIL, 1998, p. 108), Embora os PCN não sejam um documento tão novo, dado os mais de vinte anos de sua publicação, ele já menciona a necessidade de inovar o ensino, sem considerar o aluno como mero sujeito passivo das suas ações. Refletindo sobre essa necessidade de adquirir novas opções de ensino da matemática, Alarcão (2003, p. 17) lembra que:

Nesta era da informação e da comunicação, que se quer também a erado conhecimento, a escola não detém o monopólio do saber. O professor não é o único transmissor do saber e tem de aceitar situar-senas suas novas circunstâncias que, por sinal, são bem exigentes. O aluno também já não é mais o receptáculo a deixar-se recheiar de conteúdos. O seu papel impõe-lhe exigências acrescidas. Ele tem de aprender a gerir e a relacionar informações para transformá-las no seu conhecimento e no seu saber. Também a escola tem de ser uma outra escola. A escola, como organização, tem de ser um sistema aberto, pensante e flexível. Sistema aberto sobre si mesmo, e aberto à comunidade em que se insere. (ALARCÃO, 2003, p.17).

A fala de Alarcão só reforça o pensamento de que, cabe ao professor dar oportunidade ao aluno de resolver problemas, procurando caminhos alternativos, de modo que adquira condições de tomar decisões, de refletir sobre o que faz e de verificar os resultados obtidos. Com as frações não pode ser diferente, é a partir do ensino contextualizado que o aluno pode associar diferentes realidades, de forma que o conteúdo das frações não seja visto como algo difícil de aprender. Para Ramos (2004, p. 02):

O processo de ensino-aprendizagem contextualizado é um importantemeio de estimular a curiosidade e fortalecer a confiança do aluno. Por outro lado, sua importância está condicionada à possibilidade de (...) ter consciência sobre seus modelos de explicação e compreensão da realidade, reconhece-os como equivocados ou limitados a determinados contextos, enfrentar o questionamento, colocá-los em cheque num processo de desconstrução de conceitos e reconstrução/apropriação de outros.

Sendo a escola um importante espaço de aprendizagem, a sala de aula também precisa ser um espaço de troca de conhecimentos e experiências diferentes e mais reais, tendo em vista os variados contextos encontrados na sala de aula. Dessa forma, quando refere-se as aulas de matemática, com um ensino voltado para as formas prontas e acabadas, percebe-se o quanto é relevante mudar essa realidade nas aulas de matemática, especialmente quando falamos do ensino de frações. Segundo o PCN (BRASIL, 1998, p. 19), “a atividade matemática escolar não é olhar para coisas prontas e definitivas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade”. Os números naturais não dão conta de resolver determinados problemas, daí a necessidade de relacionar o número de partes com o todo, como umas das formas de estudar o conceito de frações.

Sendo assim, encontrar meios, caminhos e alternativas, as mais diversas para o ensino de frações na sala de aula de matemática, no sentido de que o excesso de regras e formalismo, por si só, pode dificultar a aprendizagem. Refletir sobre novos procedimentos torna-se cada vez mais uma necessidade no processo de ensino-aprendizagem da matemática, especialmente quando falamos do ensino de frações. O próximo capítulo traz os procedimentos metodológicos deste trabalho de pesquisa.

4 MANUAL DE ENSINO DE FRAÇÕES: UMA ANÁLISE DOS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Todas as reflexões traçadas até aqui teoricamente neste trabalho, foi no sentido de contribuir para a construção de um material didático alternativo para o professor sobre ensino de frações, que pode ser utilizado como uma proposta de aplicação não convencional sobre o ensino de frações, considerando a realidade da série trabalhada. Embora o manuseio de calculadoras muito modernas tem facilitado o uso das frações no cotidiano da sociedade, é possível pensar em metodologias de ensino que se voltem para a realidade do aluno, pois a aprendizagem dos números racionais serve como base para o entendimento de outras situações vividas no cotidiano da sociedade.

Este trabalho propoe situações inovadoras que possam estimular o educando a aprender determinados conceitos discutidos nessa faixa de ensino. Com isso, este capítulo traz uma proposta de ensino de frações, apresentando a resolução de problemas e o ensino lúdico como metodologias relevantes nesse processo de ensino.

4.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE FRAÇÕES

A necessidade de inserir o processo de resolução de problemas na exposição de tópicos matemáticos tornou-se bastante questionada no ensino de matemática, descrito como ponto inicial na abordagem de determinada atividade matemática a ser desenvolvida, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) sobre o ensino de matemática. A ideia de se trabalhar com a resolução de problemas no ensino de frações é fazer o aluno pensar, ou seja, buscae o conhecimentoatravés de oportunidades dadas pelo professor, no sentido de compreender os números e suas operações. Assim, na busca por aulas mais dinâmicas, o professor deve fazer com que o aluno crie gosto pelas aulas, no estudo de frações, analisando e resolvendo problemas.

É importante que o aluno entenda que o estudo da matemática proporciona a capacidade de desenvolvimento, de discussão, de formulação de problemas para a formação da capacidade cognitiva do aluno. Em relação a resolução de problemas

nas aulas de matemática, explicita que: “o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos tem situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução” (BRASIL, 1998, p. 20),. Na verdade, o conhecimento matemático leva o aluno a organiza seu pensamento, procurando respostas para uma determinada situação problema. Para Dante (2009, p. 23), a resolução de problemas pode proporcionar no aluno: pensar de forma produtiva; desenvolvimento do raciocínio; enfrentamento de novas situações; aulas de matemática mais atrativas; entre outros que o autor evidencia. Conversando com Dante e refletindo acerca dessa dinamicidade das aulas de matemática, Silva (1997, p. 203) diz que “aprender e ensinar frações, pode ser muito simples, desde que não façamos algo mecânico e sim algo pensado”.

A partir dessa perspectiva, através de exemplos de atividades sugeridas, apresentamos as frações as mostrando diferentes ideias (parte/todo, quociente de uma divisão e comparação entre duas quantidades) relacionadas ao seu conceito, conforme os objetos de conhecimento relacionados às habilidades EF06MA07, EF06MA08, EF06MA09 e EF06MA10 da BNCC. É importante também que tratemos dos conceitos de frações equivalentes, comparação de fração e as operações de adição e subtração de números fracionários, também presentes na BNCC nas habilidades citadas.

Desse modo, o manual que ora trazemos traz sugestões de trabalho com as frações em sala de aula do 6º ano do ensino fundamental, o que não quer dizer que, com as devidas adaptações, as atividades aqui propostas possam ser desenvolvidas em outras turmas dessa esfera de ensino. O professor deve ser uma figura mediadora entre o conhecimento e o aluno, no sentido de despertar nele o interesse. Souza Junior e Barbosa (2013, p. 202) ressaltam que “o professor deve interpretar e modelar as questões matemáticas para a realidade do aluno, para que ele tenha condições de utilizar e ampliar os conhecimentos matemáticos”. Assim, uma aprendizagem pautada na melhoria do ensino pode se dar, à medida que, ao trabalharos conteúdos com a realidade social dos alunos, o professor deve atingir seus objetivos, o que nos leva a compreender que os conteúdos matemáticos devem ser compreendidos muito além da simples decoreba de regras e normas, de modo que a matemática possa fazer significado na vida social do aluno.

Consequentemente, se a escola assume esse papel transformador, ocorre uma aprendizagem satisfatória, não só em relação ao ensino de frações, mas acerca dos

demais conteúdos da disciplina de Matemática, trabalhados no ensino fundamental. Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 37), “quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado”. Cabe ao professor levar em consideração a capacidade intelectual do aluno, valorizando o conhecimento que esse aluno adquire fora da escola. Assim, apresentamos neste manual algumas sugestões de trabalhos com as frações em sala de aula, que podem ser levadas para a aula de matemática, levando em consideração a realidade individual de cada turma.

4.2 MANUAL DE MATEMÁTICA: PRIMEIROS PASSOS

Como forma de sistematizar o ensino de frações, orientamos que o professor de matemática, dentro da sua realidade, siga as instruções deste manual, embora não as veja como regras fixas, mas apenas como sugestões, que podem ser adotadas ou modificadas de acordo com a realidade em que deve ser trabalhada.

Inicialmente, deve ser apresentado o número fracionário seguindo a relação **parte/todo, quociente de uma divisão e comparação entre duas quantidades**, estabelecendo o processo de resolução de problemas como ponto de partida. A sugestão é de que o professor possa indagar os estudantes com alguns questionamentos iniciais, com a finalidade de despertar a curiosidade sobre o tema a ser abordado no problema.

SUGESTÃO (SUGESTÕES DE QUESTIONAMENTOS INICIAIS) : Você sabe o que é uma fração? Já ouviu falar? Sabe para que serve uma fração? Poderia dizer onde ela aparece no seu dia a dia? Na situação problema a seguir veremos alguns exemplos que ajudarão a responder essas perguntas!

SITUAÇÃO PROBLEMA

- Aproveitando a chegada do meio do ano, uma escola organizará uma festa junina com as turmas de 6^{os} anos, e todos estão muito animados e envolvidos com os preparativos. No entanto, existe uma preocupação com a confirmação da presença dos estudantes, pois 15 deles não confirmaram a participação no evento, sabendo que

o total de alunos convidados é de 60 estudantes. Levando em conta a degustação de comidas típicas, a professora de matemática trouxe 15 espigas de milho cozidos para distribuir entre os presentes. Além disso, existe uma apreensão entre os organizadores: o estacionamento para veículos não é tão amplo e, comparando o espaço ocupado por um carro, percebe-se que é o mesmo ocupado por 5 motos. Neste evento, o porteiro da escola percebeu que todos os convidados vieram de carro e/ou moto, sendo todos os veículos com a ocupação máxima, de modo que haviam 05 carros no estacionamento, preenchendo todas as vagas daquele espaço com o restante das motos.

A partir da situação problema apresentada, sugerimos alguns questionamentos, lembrando que outros questionamentos podem surgir, a depender do contexto em que a situação esteja sendo trabalhada.

Questionamentos

- 1) Descreva situações apresentadas no problema que exemplifique as idéias de relação:
 - i) Parte/todo.
 - ii) Quociente de uma divisão.
 - iii) Comparação entre duas quantidades.
- 2) Ao ler o problema, escreva as possíveis frações que podemos extrair da situação acima, descrevendo o significado do numerador e do denominador.
- 3) Feito o item anterior, se possível, simplifique as frações encontradas.

A situação problema apresentada se relaciona a algo muito corriqueira na vida dos alunos, que são as festas juninas. Quando os alunos se veem diante de uma situação em que precisam dividir uma quantidade de lanches menor que a quantidade de alunos, eles estão diante de uma situação real. Compreendido o problema, o aluno está apto para tentar solucioná-lo. Polya (1995, p. 8) refletindo sobre a resolução de problemas, enfatiza que o aluno deve partir da primeira etapa:

Compreensão do problema – o aluno precisa compreender o problema e também desejar resolvê-lo. O problema deve ser bem escolhido, interessante e o enunciado verbal precisa ficar bem entendido para que o aluno tenha condições de identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, a condicionante.

Como vemos, a aula de matemática, quando bem planejada, a resolução de problema pode ser uma alternativa no ensino de frações, uma vez que, além de lidar com a questão da leitura e da interpretação, o aluno tem a possibilidade de refletir, pensar, tomar decisões, geralmente em grupo, no sentido de encontrar uma resposta adequada para o problema.

Além disso, a situação problema relata sobre a questão do estacionamento, onde existem mais motos do que carros, em relação ao número de convidados para a festa da escola. São de situações práticas do cotidiano que a resolução de problemas pode contribuir significativamente para o ensino de frações.

O objetivo das atividades sugeridas é desconstruir o conceito de fração associado apenas a divisão de figuras em partes iguais, geralmente ministrado no ensino básico. Deseja-se que as ideias associadas ao conceito de fração, apresentadas através de situações problemas direcionadas a cada aspecto envolvido, possibilitem intuitivamente uma percepção singular pelos

educandos das diferentes representações relacionadas ao conceito de fração no ensino fundamental de forma contextualizada, possibilitando, assim, uma aprendizagem mais significativa

4.3 “BRINCANDO COM AS FRAÇÕES”: UM MATERIAL COMO ALTERNATIVA METODOLÓGICA

Outro importante direcionamento sobre o ensino de tópicos matemáticos é a abordagem lúdica, muitas vezes, distante dos livros didáticos. Uma percepção relevante sobre o lúdico é a elaboração das aulas de matemática. Quando elaboradas, e seus conteúdos não se conectam à realidade dos estudantes, essas aulas podem promover um enorme despreço, visto que o educando não vê sentido naquele objeto de conhecimento estudado.

É nessa conjuntura que a utilização de jogos surge como uma ferramenta relevante na busca da atenção e despertar da curiosidade dos alunos, com a finalidade de aperfeiçoar o aprendizado e tornar o ensino mais prazeroso, sempre

pautado na realidade dos discentes. Introduzir jogos nas aulas de matemática possibilita diminuir bloqueios apresentados por estudantes que classificam o componente como maçante, repetitivo e sem significado (BORIN, 1996). Seguindo essa linha, os jogos promovem um aprendizado lúdico que relaciona prática e teoria, demonstrando aos estudantes que o estudo das frações está inserido em seu cotidiano.

Neste tópico apresentamos o material didático, “Brincando com as frações”, em que o manuseio das peças por parte dos alunos, vai possibilitar a criação de alguns conceitos iniciais sobre frações, de modo que os alunos, juntos ao professor, possam refletir sobre as definições com relação a comparação de frações, as frações equivalentes e adição e subtração de frações.

- O material didático possui dez fileiras de peça(s), da qual cada fileira possui cor única das demais. A primeira fileira possui apenas uma peça, a segunda possui duas peças de mesmo tamanho, a terceira possui três peças também de mesmo tamanho e, assim, sucessivamente. A décima fileira possui dez peças com o mesmo tamanho. Vejamos nas figuras abaixo:

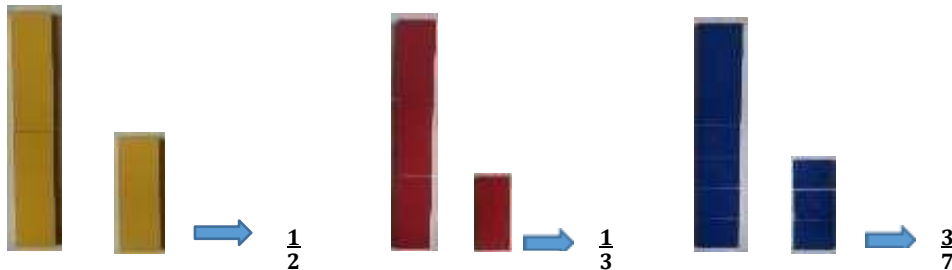


SUGESTÃO: Oriente os alunos a formarem grupos de cinco, de forma que, ao dar início a brincadeira, peça que os alunos se familiarizem com o material, possibilitando ao mesmo tempo, a alegria de estar entre os colegas e poder brinc

- Apresentamos didaticamente nos tópicos seguintes, os conteúdos citados acima utilizando o material didático “Brincando com as frações”.

4.4 CONCEITUANDO FRAÇÕES

Após a formação dos grupos, sugerimos que o professor faça a seguinte pergunta: Como podemos formar frações utilizando esse material? Espera-se que os alunos formem as frações, de modo que o professor deve passar nos grupos, orientando e exemplificando com uma fração, do tipo:



- Espera-se que, a partir daí, que os alunos possam criar novas frações e ao mesmo tempo, irem nomeando cada uma delas.

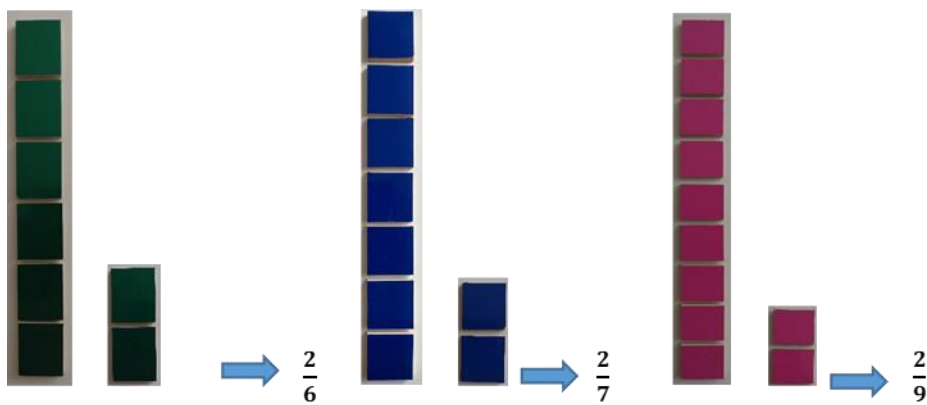
4.5 COMPARANDO AS FRAÇÕES

- Na sequência, e aproveitando a formação das frações anteriores por parte dos alunos, sugerimos que o professor faça a seguinte pergunta: Qual das frações representa uma maior quantidade e uma menor quantidade?

- Espera-se que os alunos busquem visualizar as peças montadas, fazendo um comparativo do tamanho, de modo que possam indicar a menor fração e a maior. Os alunos farão, possivelmente, as comparações da seguinte forma de acordo com os



- Tendo em vista que os alunos identifiquem, visualmente, através das peças, o professor deve pedir que os alunos construam frações que possuam o mesmo numerador e que façam novas comparações. Exemplos de possíveis construções:



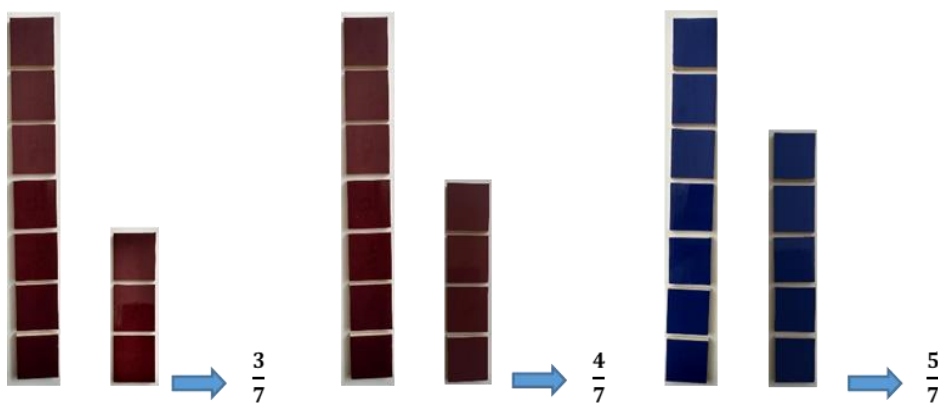
Assim, os alunos devem tirar as seguintes conclusões:



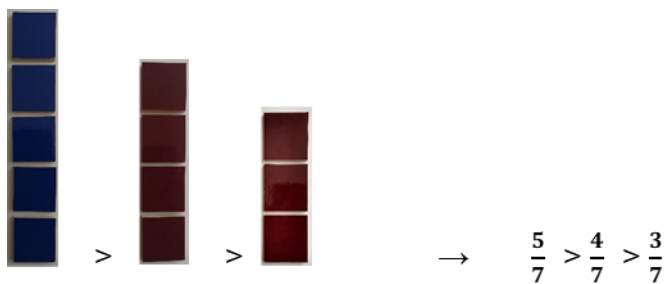
- Na sequência, o orientador, juntamente com os alunos, podem concluir que:

Quando as frações têm numeradores iguais, a maior é a que tem menor denominador.

Após essa definição, o professor deve pedir que os alunos construam frações com o mesmo denominador, e que façam novas comparações. Possíveis construções:



Acredita-se que os alunos devem chegar à seguinte conclusão.



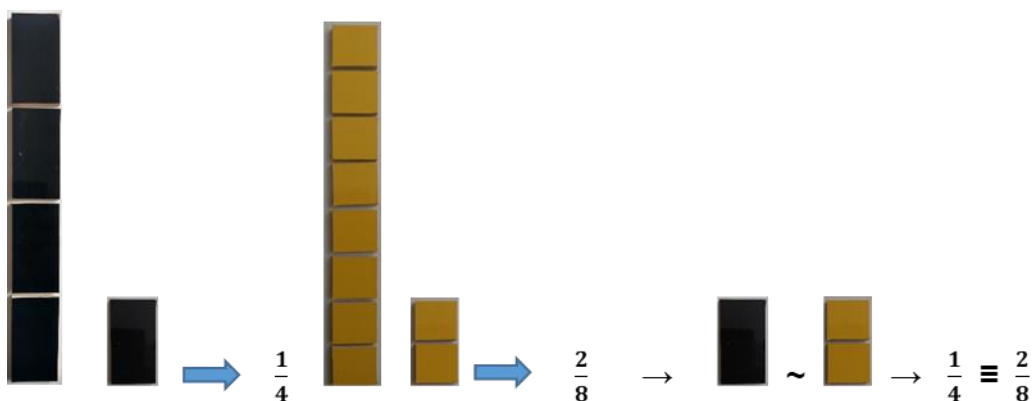
- Neste momento, o orientador, juntamente com os alunos concluem que:

Quando as frações têm denominadores iguais, basta compararmos somente o valor dos numeradores.

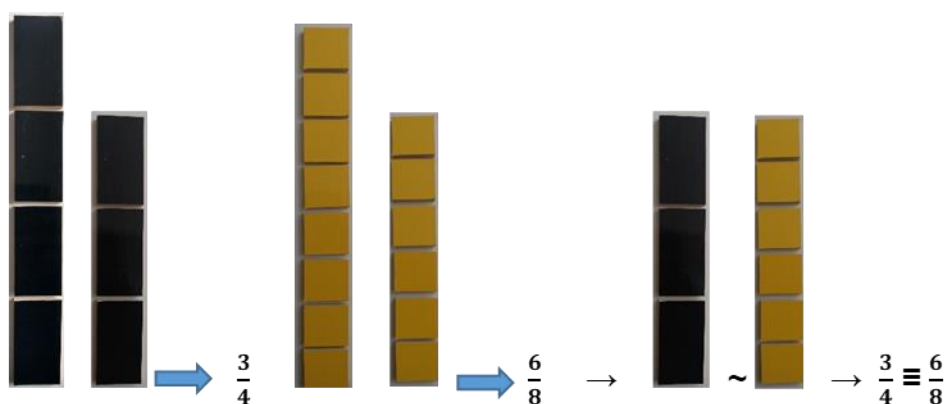
O professor deve questionar os alunos sobre como fariam, se caso nem os numeradores e nem os denominadores fossem iguais. Os alunos recorreriam as visualizações das peças e, a partir daí, o professor deve ressaltar que é preciso escrever essas frações com o mesmo denominador. Para isso, o próximo tópico traz uma reflexão acerca da equivalência das frações.

4.6 EQUIVALÊNCIA DE FRAÇÕES

SUGESTÃO: O professor deve requisitar de cada grupo a criação de uma fração qualquer, usando o material didático. Em seguida, solicitar aos grupos que encontrem uma fração diferente, mas que tenham as peças representativas do mesmo tamanho da fração anterior. É interessante notar alguns possíveis casos descritos pelos



Podemos ainda citar outras possíveis construções realizadas pelos alunos:



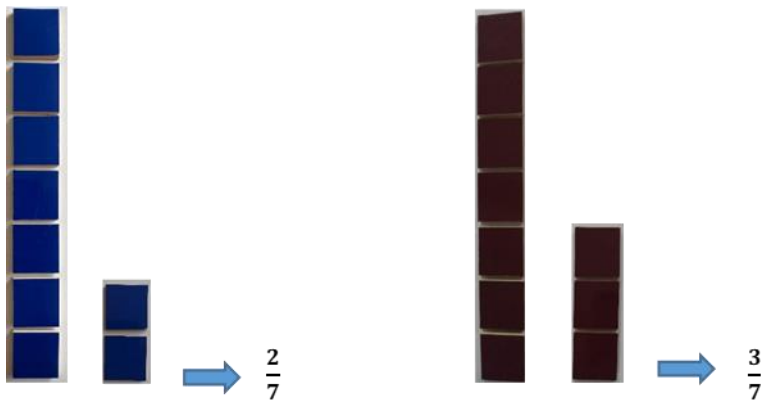
- Ao visualizar geometricamente as possíveis construções dos alunos, o professor/orientador deve expor as frações no quadro e motivá-los a perceber que tanto os numeradores como os denominadores foram multiplicados por um mesmo número natural.

- Neste contexto, o professor, percebendo que os alunos entenderam que tais construções dessas frações são nomeadas como frações equivalentes, juntamente com os alunos, devem entender que:

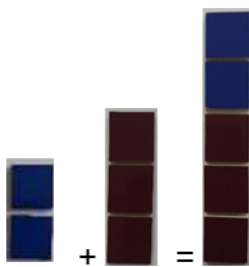
As **frações equivalentes** são aquelas escritas de maneiras diferentes, mas que expressam o mesmo valor matemático, representando a mesma parte de um todo. Para isso, deve-se multiplicar tanto o numerador quanto o denominador pelo mesmo número natural, diferente de um e de zero.

4.7 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES

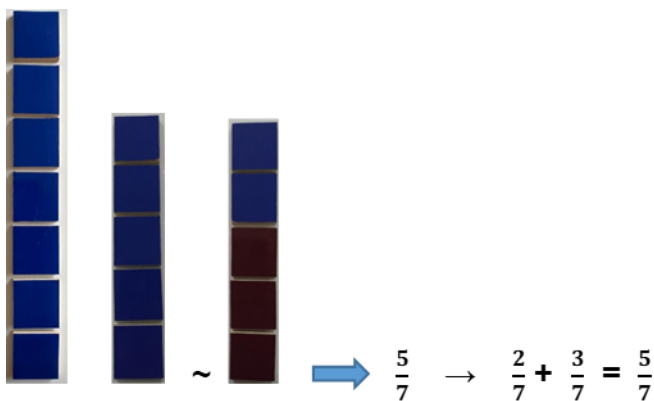
SUGESTÃO: O professor deve propor que, para dar início a adição e subtração de frações, mantenha os mesmos grupos, solicitando que os alunos construam geometricamente duas frações de mesmo denominador com o material didático, em que mais adiante essas frações serão somadas. Supomos que em um determinado grupo as escolhas das duas frações tenham sido como no exemplo a seguir:



- Para juntar essas frações, o professor deverá orientar os alunos a colocar uma acima da outra, pois será a representação geométrica da soma dessas frações. Vejamos.



Espera-se encontrar uma fração que represente geometricamente o mesmo tamanho das duas frações juntas, de modo que os alunos deverão encontrar a representação geométrica descrita abaixo:

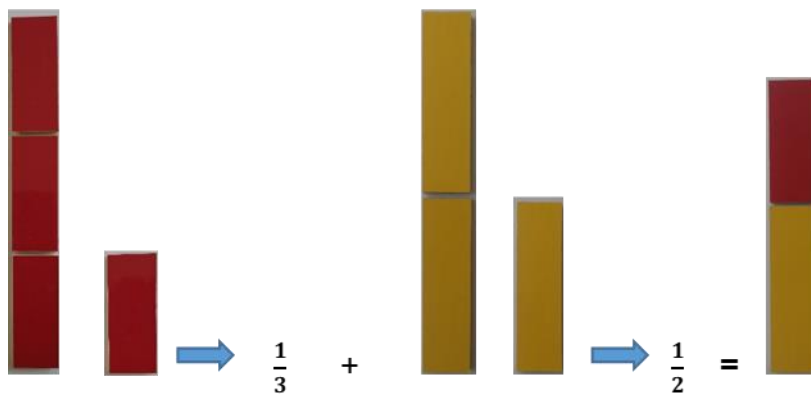


Sugere-se que o professor questione: O que vocês observaram quando somaram frações com o mesmo denominador?

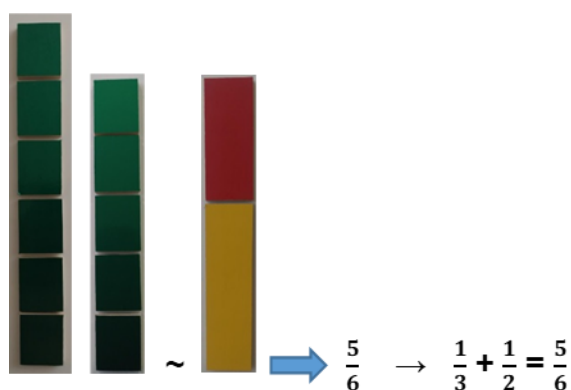
- Espera-se que os alunos percebam que soma-se os numeradores (termos de cima) e conserva-se os denominadores (termos de baixo). Junto com o professor, os alunos observam que:

Na **adição de fração de mesmo denominador**, devemos somar os numeradores e repetir o denominador

SUGESTÃO: O professor deve motivar os alunos para criação de novas adições de frações, usando esse material com denominadores diferentes. É provável que os alunos construam novas frações, como essas:

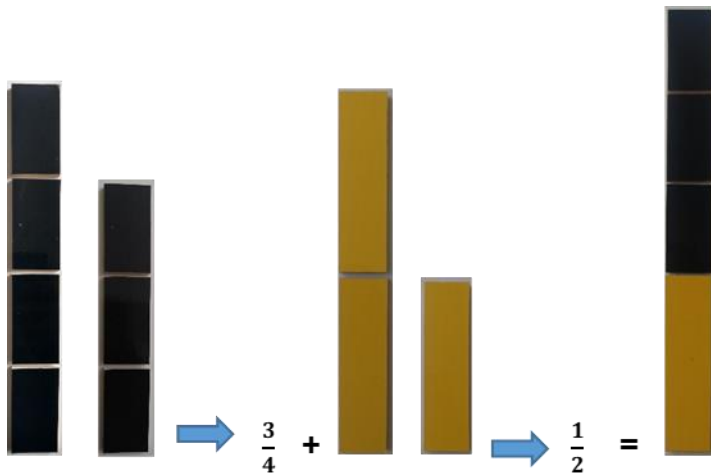


- Deve-se identificar qual fileira de peças representa o mesmo tamanho geométrico do resultado da soma acima, de modo que a procura por essa fileira fica bem fácil. Presume-se que os alunos possam encontrar uma fileira como a da figura abaixo:

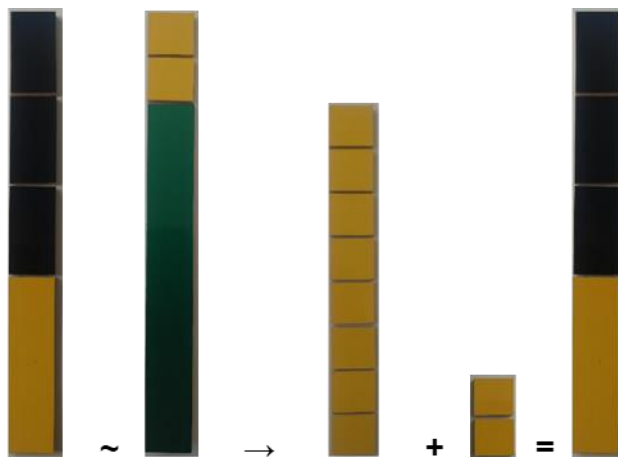


- É presumível que, em algum dos grupos, formem frações que, quando somadas

geometricamente, resultem em uma fileira maior que as existentes no material, ou seja, maior que o inteiro. É nesse momento que o professor pode explorar os conhecimentos sobre números mistos, como na demonstração abaixo:



SUGESTÃO: O professor deve ressaltar que se trata de um caso que ultrapassa um inteiro, quando comparado com a fileira de um inteiro, verificando qual parte ainda falta para chegar ao resultado desejado



- Com isso, podemos concluir que a soma das frações acima será dada por

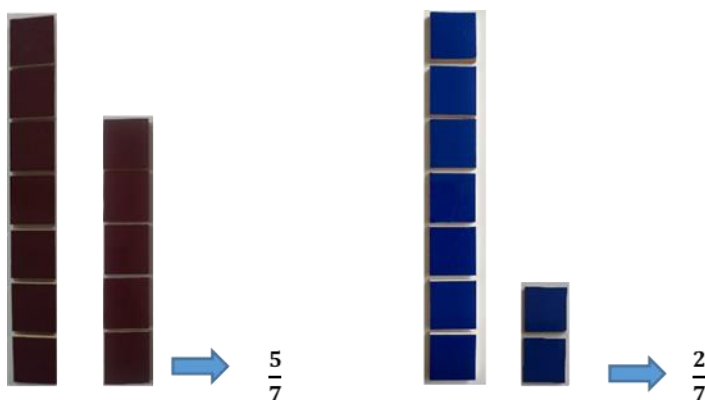
$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{8}{8} + \frac{2}{8} = \frac{10}{8}$$

É possível ainda chamar a atenção do aluno, no sentido de que tal fração pode

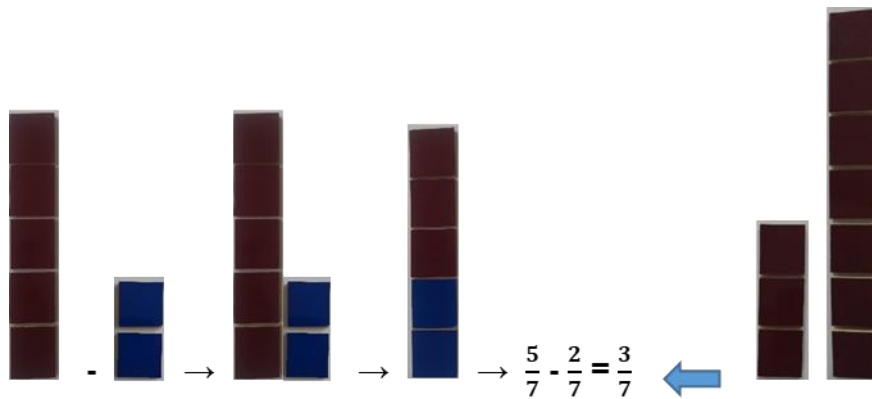
ser representada pelo número misto $1\frac{2}{8}$. Com isso, o professor pode realizar algumas atividades para aprimorar os conhecimentos sobre números mistos. É aconselhável que o professor questione o que acontece quando se tem denominadores diferentes. Caso os alunos não percebam que aquele denominador resultante da soma das frações, é o mínimo múltiplo comum (M.M.C) dos denominadores das frações somadas, o professor deve despertar os alunos para esse entendimento. É possível que professor e aluno cheguem ao seguinte entendimento:

- Na adição de frações com denominadores diferentes, devemos obter frações equivalentes com mesmo denominador. Para isso, recorremos ao mínimo múltiplo comum (M.M.C) de seus denominadores das frações somadas.

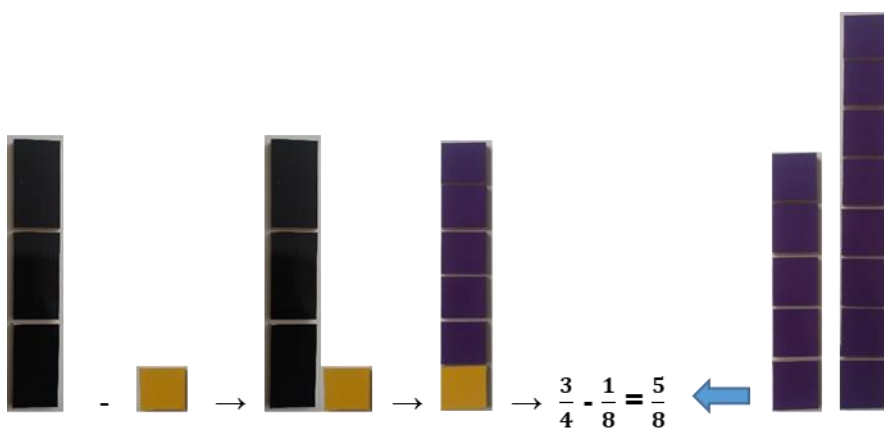
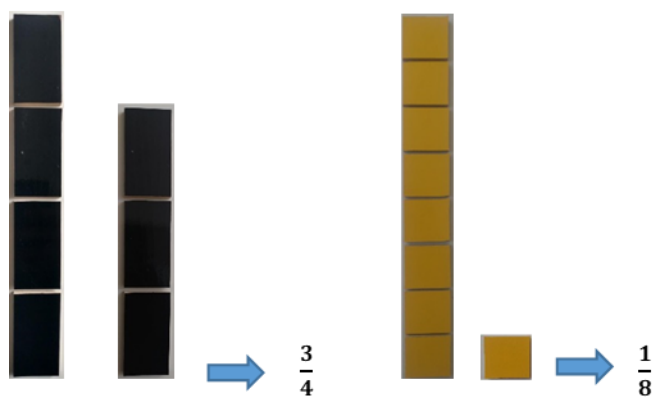
SUGESTÃO: Para efetuar a subtração de frações usando o material didático aqui sugerido, o professor deve manter os grupos, no sentido de formar novas frações geometricamente, além de escrevê-las. Nesta subtração, deve-se subtrair a menor fração da maior e, para isso, as peças que representam essas frações, devem ser colocadas uma ao lado da outra, como mostra a ilustração abaixo:



- Para realizar essa subtração, deve-se colocar uma ao lado da outra, de forma que a diferença nos tamanhos será o resultado dessa subtração:



- Abaixo, podemos observar uma demonstração de grupos que construíram frações de denominadores diferentes:



- O professor deve questionar o que acontece quando os denominadores são iguais, assim como aconteceu na adição. Espera-se que os alunos respondam de forma correta, visto que observaram anteriormente, chegando também a conclusão que quando os denominadores são diferentes, devemos encontrar o mínimo múltiplo comum (M.M.C) de seus denominadores.

4.8 A LUDICIDADE NO ENSINO DE FRAÇÕES

Este material didático sugerido neste trabalho pode ser entendido como uma alternativa em sala de aula, diferente das formas tradicionais do ensino de frações. Este material didático é uma metodologias de trabalho que pode ser adotada nas aulas de matemática, considerando a realidade contextual em que ele possa se inserir.

O lúdico pode ser considerado como uma ferramenta de grande necessidade nesse processo de aprendizagem, tendo em vista que “a dimensão lúdica envolve desafio, surpresa, possibilidade de fazer de novo, de querer superar os obstáculos iniciais e o incômodo por não controlar todos os resultados” (SMOLE, DINIZ & CÂNDIDO, 2007, p. 12).

Acredita-se que o lúdico facilita o entendimento e a relação entre os conteúdos estudados na disciplina de matemática, já que o aluno aprende envolvido pela brincadeira e pela ludicidade. Quando o professor um material didático como esse para a sala de aula, desperta a atenção para a sua relevância enquanto recurso pedagógico, pois espera-se que as atividades lúdicas proporcionem uma aprendizagem valorativa e interacional entre os alunos. Romanatto e Passos (2010, p. 54) colocam que:

A compreensão de frações e, por extensão, a dos números racionais, alarga a consciência que os estudantes têm sobre a utilidade e o poder dos números e amplia o seu conhecimento sobre o sistema numérico. Nos níveis elementares de escolaridade é fundamental o desenvolvimento de ideias e de relações que funcionarão como alicerces para noções e capacidades mais avançadas

A presença desse tipo de material didático na sala de aula de matemática pode ampliar a capacidade de observação dos alunos, de forma que eles possam refletir, questionar, levantar hipóteses, desenvolver o raciocínio. Além disso, ele pode ser utilizado como ferramenta de ensino em diferentes situações, bem como no estudo de diversos conteúdo nas aulas de matemática.

A resolução de problema estimula os alunos a trabalhar em grupo, uma vez que proporciona momentos de reflexão sobre o que eles estão aprendendo. Branca (1997, p. 05) esclarece que “nesta interpretação são os métodos, os procedimentos, as estratégias e as heurísticas que os alunos usam na resolução de problemas”.

Por fim, acreditamos que uma proposta de ensino que valorize uma

aprendizagem significativa de frações, deve levar em consideração todas as reflexões traçadas até aqui, no sentido de que, ao se diferenciar das aulas tradicionais, essas novas estratégias de ensino possam servir de modelo para a construção dos conhecimentos matemáticos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Reconhecer que a Matemática, enquanto disciplina do currículo do ensino fundamental, pode ser trabalhada através da resolução de problemas, principalmente quando nos referimos ao ensino e ao trabalho com frações, já é o primeiro passo para desmistificar o ensino de matemática que, durante anos se fez de forma tradicional.

Pensar o ensino de frações subsidiado por um material didático como o que analisamos neste trabalho, significa reconhecer uma forma metodológica que o professor pode oferecer nas aulas de matemática, no sentido de motivar os alunos para uma aprendizagem mais significativa.

Nesse sentido, refletimos acerca das estratégias de ensino voltadas para o trabalho com as frações em turmas de 6º ano do ensino fundamental, analisando uma proposta de manual de matemática, elaborado pelo pesquisador, tendo em vista reflexões teóricas abordadas no decorrer da pesquisa.

Dadas as reflexões teóricas e a análise do manual de matemática produzido, analisamos alguns obstáculos no processo de aprendizagem de frações. Compreendemos que o manual de matemática se caracteriza como um material didático como alternativa metodológica, pois elenca uma série de orientações no trabalho com as frações em sala de aula.

Iniciamos com a caracterização do surgimento e evolução das frações ao longo da história, algumas estratégias de ensino do conceito e das operações dos números fracionários, apontado os principais obstáculos enfrentados pelos alunos na aprendizagem das frações. Em seguida, traçamos algumas reflexões acerca dos processos teóricos que subjazem o ensino das frações, das metodologias inovadoras acerca do ensino da matemática, levando a discussão para o ensino das frações no ensino fundamental.

O professor é uma figura essencial nesse processo de ensino, de modo que ele é o responsável pela criação de um espaço adequado para as aulas de matemática, criando alternativas em que o aluno possa se sentir útil na sala de aula. Acreditamos que o trabalho com a resolução de problemas no ensino de frações, tendo em vista o material didático analisado, possa fazer o aluno:

- Pensar de forma produtiva, já que vai lidar com situações reais de uso dos números racionais em sala de aula;
- Desenvolver um raciocínio mais lógico e real, uma vez que as situações problemas

fazem com que os alunos reflitam na busca por respostas adequadas;

- Ter a oportunidade de trabalhar, ao mesmo tempo, as operações matemáticas, compreendendo a função dos números naturais e racionais no ensino de frações;
- Ser motivado a participar das aulas de matemática com maior interesse, uma vez que as metodologias de ensino tradicional são substituídas por alternativas interessantes em sala de aula.

Por último, acreditamos que este trabalho se configure como um incentivo a outras pesquisa da mesma natureza, no sentido de levar o ensino da matemática paraa reflexão acadêmico-científica sobre um processo de ensino-aprendizagem mais prático e voltado para a realidade do aluno.

REFERÊNCIAS

- ALARCÃO, I. **Professores reflexivos numa escola reflexiva**. São Paulo: Cortez, 2003.
- ALVES, T. T. R. **A aprendizagem das frações e seus obstáculos**. 2018. 67p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) ➤ Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, Paraíba, 2018.
- AQUINO, J. P. G. **Frações: uma abordagem pedagógica**. 2013. 63p. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural do Semiárido, Mossoró, Rio Grande do Norte, 2013.
- BENINCÁ, M. **Investigando a aprendizagem de frações nas séries iniciais do ensino fundamental II**. 2020. 120p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, Espírito Santo, 2020.
- BERTONI, N. E. **Módulo IV: Educação e Linguagem Matemática IV**. 1. ed. Brasília, Distrito Federal: Universidade de Brasília, 95p. 2009.
- BERTONI, N. E. **Frações, Números Fracionários, Números Racionais – dificuldades e novos paradigmas na aprendizagem**. In: V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática(CIBEM), Porto, 2005. Anais... Porto, 2005.
- BOLOGNANI, Ana Carla de A. **Ensino e aprendizagem de frações mediados pela tecnologia: uma análise à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud**. Itajubá, 2015. Disponível em: https://repositorio.unifei.edu.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/112/dissertacao_bolognani_2015.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 01 jun. 2018.
- BRASIL-MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.
- BROLEZZI, A. C. **Frações decimais: História e significado**. CAEM/USP, 1996.
- CAIXETA, A. G. **As dificuldades enfrentadas pelos professores de matemática no ensino médio: Uma análise das produções científicas sobre o processo de ensino, aprendizagem e avaliação**. 2020. 276p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal de Goiás, Catalão, Goiás, 2020.
- CARVALHO, J. B. P. F. **Matemática Ensino Fundamental**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. 248p.: il (Coleção Explorando o Ensino; v.17).
- CONTADOR, P. R. M. **Matemática, uma breve história**, volume 1. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Org). **Ousadia Criativa nas Práticas de Educadores Matemáticos**. 1. ed. Campinas-SP: Mercado de Letras, 288 p. 2015.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**. 5 série. SP: Ática, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. São Paulo: Ática, 2009

DANTE, Luis Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo, SP: Ática, 2000.

FARIA, L. C.; GALVÃO, D. L.; SILVA, S. C. R.; SHIMAZAKI, E. M. **Tendências em Educação Matemática: Uma análise das concepções e experiências dos professores**. V Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia. II Semana Acadêmica da Licenciatura Interdisciplinar em Ciências Naturais, 2016.

FERREIRA FILHO, L. N. **O uso das tecnologias da informação e da comunicação pelos professores da rede pública estadual do estado do Ceará**. 2012. 100p. Dissertação (Mestrado Profissional em Gestão e Avaliação da Educação Pública) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, Minas Gerais, 2012.

FIGUEIREDO, J. V. **O ensino de frações mediado por jogos de aprendizagem: Uma proposta para o ensino**. 2018. 64p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Floriano, Piauí, 2018.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002.

FREIRE, Paulo. **Educação e mudança**. 12ª Edição. São Paulo: Paz e Terra, 1986. Disponível em: <http://www.dhnet.org.br/direitos/militantes/paulofreire/paulofreireeducacaoemudanca.pdf>. Acesso em 5 jul. 2021.

GARCEZ, Wagner Rohr. **Tópicos sobre o ensino de frações: Equivalência**. [dissertação] Rio de Janeiro, 2013. Disponível em Acesso em: 24 abr. 2018

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**. Rio de Janeiro: Record, 1997.

GOMES JÚNIOR, E. L.; OLIVEIRA, D. P. A. **Uma proposta para a construção do conceito de fração centrada na cultura da antiga civilização egípcia**. 15º Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia, Florianópolis, Santa Catarina, 2016.

GOMES, A. E. M. **O estudo de frações em seus diferentes contextos: Um diagnóstico com alunos de 6º ano da rede municipal de ensino de Alto Santo – CE**. 2019. 56p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal Rural do Semiárido, Mossoró, Rio Grande do Norte, 2019.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5.ed. São Paulo: Atlas, 1999

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000, 239p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2000.

GUELLI, O. **Contando a História da Matemática**: a invenção dos números. 9. Ed. São Paulo: Ática, 1998.

IFRAH, G. **Os Números**: a história e uma grande invenção. 11. ed. Trad. STELLA MARIA DE FREITAS SENRA. São Paulo: Globo, 2010.

LINARES, S.; Garcia, M. V. S. **Fracciones**, Madrid: Editorial Sintesis, 1988.

LOPES, A. J. O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando tentamos lhes Ensinar Frações. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro-SP, v. 21, n. 31, p. 1–22, 2008.

JESUS, A. B. M. **Uma proposta de ensino de frações voltada para a construção do conhecimento**. 2013.72p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Lavras, Lavras, Minas Gerais, 2012.

MEIER, Melissa. **Modelagem Geométrica e o Desenvolvimento do Pensamento Matemático no Ensino Fundamental**. 2012.

MENDES, I. A.; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. Belém: SBHMat, 1ª edição. Belém, Pará, Brasil. 124p. 2016.

MONTEIRO, A. B.; GROENWALD, C. L. O. Dificuldades na aprendizagem de frações: reflexões a partir de uma experiência utilizando testes adaptativos. Alexandria: **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.7, n.2, p.103-135, 2014.

MOREIRA, Plinio Cavalcanti.; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. **A Formação Matemática do Professor**: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. 116 p.

NUNES, Terezinha (et al.). **Educação matemática**: números e operações. São Paulo: Cortez, 2009.

NUNES, Terezinha. et al/ **Educação Matemática**: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2009

NUNES, E. V. **Construção de objetos de aprendizagem acessível**: foco na aprendizagem significativa. Disponível em:

<http://seer.ufrgs.br/index.php/cadernosdeinformatica/article/view/v6n1p245-> Acesso em 12 de maio de 2018.

PATRONO, R. M. **A aprendizagem de Números Racionais na forma fracionária no**

6º ano do Ensino Fundamental: Análise de uma proposta de Ensino. 2011. 185p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Minas Gerais, 2011. Disponível em <https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/2437/1/DISSERTA%c3%87%c3%a3%20acesso%20em%2013%20de%20outubro%20de%202021> acesso em 13 de outubro de 2021.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RAMOS, M. N. **A contextualização no currículo do Ensino Médio:** a necessidade da crítica na construção do saber científico. Mimeo, 2004.

ROMANATTO, Mauro Carlos; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion.: um olhar para além da Aritmética. São Carlos: **A Matemática na formação de professores dos anos iniciais** EdUFSCar, 2010

ROQUE, T.; PITOMBEIRA, J. B. **Tópicos de História da Matemática.** 1. ed. Rio de Janeiro-RJ: SBM, 2012. 269p.

SANTOS, Maria José Batista de Souza. **O ensino e a aprendizagem de frações utilizando materiais manipuláveis concretos.** 2014. 45 p. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.

SANTOS, J. A; FRANÇA, K.V. e SANTOS, L. S. B dos. **Dificuldades na aprendizagem de Matemática.** Monografia (Licenciatura em Matemática). Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007

SANTOS, E. S. **Um long play sobre formação de professores que ensinam matemática.** 2016. 42p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, Mato Grosso do Sul, 2016.

SANTOS, S. F. **O uso do Tangram como proposta no ensino de frações.** 2019. 116p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal de Goiás, Jataí, Goiás, 2019.

SANTOS, Maria José Batista de Souza. **O ensino e a aprendizagem de frações utilizando materiais manipuláveis concretos.** 2014. 45 p. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.

SCHMENGLER, A. R.; PERLIN, P.; POZEBON, S.; LOPES, A. R. L. V. **Situações lúdicas para o ensino de frações de quantidades.** VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática, Canoas, Rio Grande do Sul, 2013.

SILVA, M. J. F. da. **Investigando Saberes de Professores do Ensino Fundamental com Enfoque em Números Fracionários para a quinta série.** 2. ed. São Paulo - SP: Editora Edgard Blücher Ltda, 2017. 282 p.

SILVA, L. A. G. **História da prática docente no ensino de matemática em colégios militares de Pernambuco**. 2016. 175p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, Paraíba, 2016.

SILVA, Paulo Henrique Freitas. Ensino-aprendizagem de frações: um olhar para as pesquisas e para a sala de aula. **Dissertação de Mestrado**. Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande – PB, 2017. Disponível em <file:///C:/Users/Usu%C3%A1rio/Downloads/PDF%20-%20Paulo%20Henrique%20Freitas%20Silva.pdf> acesso em 12 de outubro de 2021.

SILVA, M. J. F. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. São Paulo: PUC. Dissertação de Mestrado, 1997

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org). **Materiais manipulativos para o ensino de frações e números decimais**. 1. ed. Porto Alegre, Rio Grande do Sul: Penso, 23p. 2016.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Jogos de matemática de 1o a 5o ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007. (Série cadernos do Mathema – Ensino Fundamental).

WALLE, J. A. V. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.