

A Aplicação do Ensino Exploratório no Cálculo I: Um Estudo sobre a utilização de Tarefas Matemáticas para o desenvolvimento Conceitual

João Victor da Silva¹,
Luiza Andrade Félix de Andrade²,

Resumo: Este trabalho investiga a aplicação de uma metodologia de ensino exploratório no contexto do Cálculo Diferencial e Integral, com foco em estudantes do primeiro semestre do curso de Ciência e Tecnologia (BC&T) da UFRSA. O objetivo da pesquisa é analisar o impacto dessa abordagem no desenvolvimento da compreensão dos conceitos de funções, limites e reta tangente. A pesquisa foi realizada por meio de tarefas exploratórias aplicadas em sala de aula, nas quais os alunos foram incentivados a discutir e resolver problemas de forma colaborativa. A metodologia incluiu a análise das respostas de duas tarefas principais, envolvendo o estudo de funções elementares e de uma parábola, além da interpretação de retas tangentes. Os resultados indicam que, embora os alunos apresentem conhecimento prévio sobre funções de segundo grau, muitos encontraram dificuldades na transição para a compreensão de limites e inclinação de retas tangentes. Observou-se que a abordagem exploratória foi eficaz na promoção de discussões entre os alunos, porém, em alguns casos, a falta de domínio prévio dificultou a internalização de conceitos mais abstratos. Conclui-se que a metodologia de ensino exploratório tem potencial, mas requer ajustes no tempo de execução e maior apoio conceitual para garantir a aprendizagem completa dos alunos.

Palavras-chave: Ensino exploratório; Calculo diferencial Integral; Funções; Aprendizagem colaborativa.

1. INTRODUÇÃO

A rede pública de ensino no Brasil enfrenta sérios desafios no que diz respeito ao ensino e à aprendizagem na Educação Básica, apresentando resultados insatisfatórios em diversas avaliações de desempenho realizadas pelo governo. Esses desafios se tornam cada vez mais evidentes na área de Matemática, uma vez que as dificuldades dos alunos são preocupantes. De acordo com dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) de 2021, apenas 5% dos estudantes do 3º ano do Ensino Médio da rede pública atingiram um nível adequado de aprendizado em Matemática, o que reflete uma grave deficiência na formação desses alunos em um dos principais pilares do conhecimento escolar. [1]

Essa fragilidade no ensino de Matemática na Educação Básica reflete diretamente no desempenho dos alunos ao ingressarem no Ensino Superior, especialmente em disciplinas que exigem um raciocínio mais abstrato, como o Cálculo Diferencial e Integral (CDI). A ausência de uma base sólida nos conceitos fundamentais impacta diretamente na forma como os estudantes chegam na universidade, sem preparação adequada para as demandas da disciplina, resultando em altas taxas de reprovação e evasão nos cursos de exatas.

O Cálculo diferencial integral é uma disciplina de suma importância para os cursos que envolvam ciências exatas e naturais, base expressiva para engenharia. Um exemplo disso é a Universidade Federal Rural do Semiárido (UFRSA), em que disciplinas como Cálculo apresentam altos índices de reprovação [2], especialmente nos cursos de Agronomia, Ciência da Computação, Ciência e Tecnologia, Engenharia Agrícola e Ambiental, Engenharia de Pesca e Engenharia Florestal. Trata-se de um componente obrigatório na grade curricular e pré-requisito para várias disciplinas subsequentes, o que interfere diretamente no progresso acadêmico dos alunos, muitas vezes atrasando a conclusão do curso e levando a casos de desistência.

O ensino de Matemática, especialmente do CDI, é frequentemente realizado de maneira expositiva e pouco dinâmica, desde o Ensino Médio para a maioria dos estudantes [3]. Predomina a ênfase na memorização de fórmulas e na resolução mecânica de exercícios. Embora essa abordagem possa ser eficaz para a rápida transmissão de conteúdo, ela raramente prepara os alunos para o desenvolvimento de raciocínio abstrato e a resolução de problemas mais complexos, habilidades essenciais para essas disciplinas.

Vale salientar que para entendimento claro do conteúdo, é necessário compreender conceitos como limites e derivadas, o que demanda uma metodologia de aprendizagem mais investigativa e reflexiva. O ensino exploratório, nesse contexto, mostra-se como uma alternativa eficaz para facilitar a transição dos alunos do convencional para algo prático e promover uma melhor compreensão dos conceitos centrais da disciplina. Essa metodologia incentiva o aprendizado ativo, no qual os estudantes são desafiados a investigar, questionar e descobrir, ao invés de apenas reproduzir soluções prontas, estimulando também o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico.

Diante desse cenário, o presente trabalho tem como objetivo investigar de forma detalhada o impacto do ensino exploratório no aprendizado de conceitos essenciais, como limites e derivadas, em duas turmas de Cálculo I. Para isso, serão aplicados questionários específicos focados nesses dois tópicos, com o intuito de identificar as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos e mapear suas percepções em relação ao processo de aprendizado. Além disso, o estudo contará com o acompanhamento direto dos professores da disciplina no curso de Ciência e Tecnologia da Universidade Federal Rural do Semiárido (UFERSA), possibilitando uma análise mais abrangente da dinâmica de ensino. A partir dessa abordagem, espera-se avaliar os benefícios de uma metodologia mais ativa e reflexiva, que promova maior engajamento dos estudantes e contribua na compreensão dos conceitos de cálculo, superando os desafios típicos enfrentados nessa disciplina.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1. Fundamentação teórica

2.1.1. Cálculo Diferencial e Integral

Os conceitos abordados no Cálculo I, como números reais, funções, limites, derivadas e integrais, têm sido amplamente investigados e analisados em pesquisas na área de Educação Matemática [4]. Essas pesquisas adotam diferentes perspectivas, incluindo aspectos cognitivos dos alunos, o contexto histórico do desenvolvimento do cálculo, suas implicações socioculturais, o currículo escolar, e a formação de professores. Essas variadas abordagens ajudam a compreender os desafios enfrentados no ensino e na aprendizagem de Cálculo, permitindo que novas metodologias, como o ensino exploratório, sejam propostas e aplicadas para aprimorar o processo educativo.

Entre os principais conceitos do Cálculo I, os limites e derivadas são fundamentais para o entendimento de taxas de variação e comportamento de funções. O limite de uma função em um ponto estabelece a base para a definição de derivada, que por sua vez mede a taxa de variação instantânea de uma função. Embora esses conceitos sejam centrais, muitos estudantes enfrentam dificuldades ao compreendê-los, principalmente quando o ensino é apresentado de forma mecânica e desconectada de suas aplicações práticas.

Vale salientar ainda que o fato de muitos alunos terem tido uma educação básica de matemática insatisfatória no ensino médio prejudica diretamente nas noções iniciais necessárias para resolução de exercícios e entendimento do assunto. Alinhado a isso, Douglas Santos [5], em sua avaliação do curso de Matemática na UNIVESP, relata que a ausência de uma disciplina de Pré-Cálculo antes ou simultaneamente à oferta de Cálculo I é considerada uma falha significativa. Ele argumenta que essa disciplina, que envolve o estudo aprofundado dos números reais e das funções elementares – como polinomiais, trigonométricas e exponenciais – é fundamental para preparar os estudantes para os desafios mais abstratos do Cálculo.

A definição de derivada pode ser representando, segundo Rodrigo Marques [6], como sendo: Sejam $X \subset \mathbb{R}$, $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ uma função e $a \in X \cap X_0$. Dizemos que f é derivável em a quando existir o limite:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad (\text{equação 01})$$

No caso afirmativo, o limite $f'(a)$ chama-se a derivada de f no ponto a . Quando f é derivável em todo ponto de $X \cap X_0$, dizemos que f é derivável.

Essa é a maneira típica pela qual os alunos entram em contato com os conceitos de limites e derivadas, geralmente apresentados por meio de gráficos de funções, em uma abordagem expositiva e unilateral, onde o conhecimento flui do professor para o aluno. Tais conceitos estão intimamente ligados à lógica matemática e ao entendimento de funções e seus domínios.

Anacleto [7] destaca que as principais dificuldades enfrentadas pelos estudantes nas disciplinas que envolvem os conceitos de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) e à assimilação de seus conceitos essenciais: derivada, integral e continuidade. Mesmo que os alunos consigam entender a relação entre as operações de derivação e integração, isso não garante que eles desenvolvam a habilidade necessária para identificar a conexão entre conceitos como área e taxa de variação.

2.1.2. Ensino exploratório

Existem diferentes metodologias de ensino aplicadas em sala de aula, e os professores de Cálculo I frequentemente utilizam abordagens expositivas como base na sua didática. Essa prática é justificada pela crença de que o ensino de cálculo se resume à compreensão e reprodução de conceitos já desenvolvidos por estudiosos ao longo dos séculos. Tradicionalmente, essa abordagem expositiva tem raízes no comportamentalismo, com foco em ensinar o aluno por meio da apresentação de definições, seguidas por exemplos e exercícios que replicam esses

modelos. Nesse formato, o papel do estudante é passivo, limitado à resolução de problemas semelhantes aos já discutidos pelo professor. Segundo a crítica de especialistas em didática, essa metodologia pode resultar em um aprendizado mecânico, no qual a compreensão profunda dos conceitos fica em segundo plano. [8]

Para fugir dessa perspectiva, há várias discussões que permeiam os estudos da didática e metodologias de ensino que professores tem aplicado na educação que para impulsionar um desenvolvimento mais dinâmico e consolidado. Para romper com essa perspectiva limitada, surgem discussões sobre metodologias que proporcionem uma aprendizagem mais dinâmica e reflexiva. De acordo com George Polya [9], uma das formas de promover essa transição é incentivar o pensamento crítico por meio da resolução de problemas. Nessa abordagem, o aluno é incentivado a participar ativamente do processo investigativo, indo além da simples aplicação de fórmulas decoradas. Ao invés de chegar a uma resposta meramente numérica e desconectada do contexto real, o aluno deve interpretar os problemas de forma algébrica e realista. Isso transforma o processo de aprendizagem, pois, para resolver um problema, o aluno precisa construir seu próprio entendimento, utilizando os conhecimentos prévios de maneira crítica e reflexiva.

Em uma concepção cognitivista baseada em Vygotsky [8], sendo a aprendizagem centrada no aluno, enquanto o professor desempenha o papel de orientador e mediador no processo de ensino-aprendizagem. O erro não é visto como motivo para punição, mas sim como uma parte essencial do processo, permitindo ao professor avaliar como os alunos estão assimilando os conteúdos estudados.

Na abordagem exploratória, o processo de aprendizado se dá não pelas explicações diretas do professor, mas pelo trabalho ativo do aluno ao realizar tarefas e pela reflexão que ele faz sobre essas atividades, estimuladas pelas perguntas do professor. Nesse contexto, o docente apresenta uma tarefa para a qual os alunos ainda não possuem um procedimento predefinido, mas são capazes de resolvê-la utilizando seus conhecimentos prévios e habilidades cognitivas. Ainda nesse viés, segundo Alessandra Marin [14], o ensino exploratório, além de promover uma perspectiva que favorecer a participação dos alunos no desenvolvimento da aula, torna-os protagonistas na construção do conhecimento matemático e exige do professor um planejamento mais detalhado sobre ações específicas para a gestão da aula e a promoção da aprendizagem matemática dos alunos.

Assim, uma vez apresentado o problema e distribuídos os materiais necessários, os alunos começam a explorar diferentes estratégias de resolução. Durante essa fase, os estudantes manipulam o material e testam suas hipóteses, o que lhes proporciona uma experiência de exploração direta. Para o professor, esse momento é crucial para garantir que todos os alunos compreendam a situação-problema e tenham a oportunidade de interagir com os objetos de estudo. Esse tipo de interação ativa, como observa Gisele Cristiane [4], estimula o desenvolvimento cognitivo e permite uma aprendizagem mais rica e profunda.

Pensando nisso, este trabalho busca apresentar uma alternativa de ensino em que o aluno se torne um agente ativo, participando ativamente da sua própria aprendizagem. Ao invés de se limitar à repetição de regras e fórmulas, o aluno é desafiado a compreender o "porquê" por trás desses conceitos. Como destaca Carvalho [9], ao propor um problema, o professor deve ter o cuidado de não sugerir a solução de forma explícita, seja por palavras ou gestos, para permitir que o aluno desenvolva sua própria linha de raciocínio. Nesse viés, o Cálculo Diferencial e Integral, sendo um dos pilares das ciências exatas, exige justamente essa postura reflexiva e investigativa, tornando o ensino exploratório uma estratégia adequada para superar as dificuldades comuns enfrentadas nessa disciplina.

2.2. Materiais e métodos

O presente estudo seguiu uma abordagem de pesquisa qualitativa interpretativa para investigar as dificuldades e desafios enfrentados pelos estudantes no aprendizado de conceitos fundamentais do Cálculo I, como limites e derivadas. A pesquisa foi realizada na Universidade Federal Rural do Semiárido (UFERSA), no campus de Mossoró, Rio Grande do Norte, durante o período letivo de 2024.1, com estudantes da disciplina de Cálculo I do curso de Bacharelado em Ciência e Tecnologia (C&T).

A população do estudo foi composta por alunos do curso de Bacharelado em Ciência e Tecnologia (C&T), que, após a conclusão do bacharelado interdisciplinar, optam por continuar seus estudos em cursos específicos. Esses alunos foram escolhidos por estarem majoritariamente em trajetórias acadêmicas ligadas às ciências exatas e engenharias, áreas que exigem uma compreensão sólida dos conceitos abordados em Cálculo I. Esse grupo é de particular interesse, pois representa uma diversidade de percursos acadêmicos, tornando os resultados relevantes para outras áreas afins. Além disso, como a disciplina de Cálculo I faz parte do primeiro semestre da grade curricular, os alunos são desafiados logo no início de suas formações, quando ainda estão se adaptando ao ambiente universitário, conforme Gomes relata em seu trabalho sobre a disciplina:

Ministrada no início do curso, [cálculo I] passa a ser o primeiro contato, para o aluno, com uma Matemática “diferente” daquela que trabalhava no Ensino Médio. Somada às novidades do ser universitário, muitas vezes, a imaturidade e as algumas deficiências trazidas do processo educacional anterior, a reprovação

Foram desenvolvidas duas tarefas exploratórias focadas em limites e derivadas, que fazem parte dos tópicos centrais do Cálculo I. Essas tarefas foram elaboradas para permitir que os estudantes explorassem de forma ativa os conceitos matemáticos, estimulando a formulação de conjecturas e o desenvolvimento de estratégias de resolução. A escolha das tarefas se deu com base em tópicos frequentemente identificados como problemáticos, tanto por alunos quanto por professores da disciplina. A experiência docente confirmou que as maiores dificuldades estavam relacionadas ao domínio de funções, trigonometria e a compreensão de limites.

A escolha dos temas e construção de tarefas foi de suma relevância visto que para aplicação do ensino exploratório, segundo Quaresma [13] se fundamenta na seleção criteriosa de tarefas que estejam ao alcance dos alunos, mas que também apresentem desafios capazes de promover seu aprendizado, além de uma comunicação eficaz em sala de aula, que deve ocorrer ao longo de todo o processo, desde a introdução da tarefa, passando pelo momento de trabalho autônomo dos estudantes, até a discussão coletiva e a síntese final dos conceitos trabalhados.

A aplicação das tarefas foi baseada na experiência de ensino exploratório aplicada por Ribeiro e Paulin [12] em sua pesquisa, dividindo em três fases: apresentação, resolução e discussão. Na apresentação, o professor introduziu os problemas sem fornecer pistas diretas sobre como resolvê-los, podendo envolver uma pequena discussão sobre termos ou ideias constantes no enunciado que os alunos não conhecem, além de estimular os alunos a refletirem sobre os conceitos prévios que poderiam aplicar. Esse momento envolveu breves revisões de tópicos já estudados, com o objetivo de conectar os novos desafios às noções anteriores de funções e limites.

Durante a resolução, os estudantes trabalharam individualmente, pares ou em grupos pequenos, enquanto o professor circulava pela sala para observar as estratégias utilizadas e as suas dificuldades. Nas suas interações com os alunos, o professor não lhes indica qual o caminho a seguir, pois isso seria, mais uma vez, colocar-se na posição de resolver a tarefa no lugar dos alunos, mas lhes faz perguntas que os ajudam a pensar. O papel do professor foi o de orientar, sem interferir diretamente nas resoluções, buscando estimular o pensamento crítico dos alunos por meio de perguntas que os levassem a reconsiderar suas abordagens ou explorar novos caminhos.

A terceira fase da aula exploratória é a discussão coletiva que encerrou a aplicação das tarefas. Nesse momento, os estudantes foram incentivados a apresentar suas soluções e argumentar sobre as escolhas feitas, permitindo que diferentes estratégias fossem comparadas. Este debate permitiu uma análise profunda das resoluções corretas e incorretas, destacando não só as respostas finais, mas também os processos de pensamento envolvidos. Esse processo vai além de uma simples “correção” da tarefa, indicando a resolução correta, ou a apresentação de diferentes resoluções, trata-se de analisar a razão por que umas resoluções estão corretas e outras não, e comparar a qualidade matemática de diferentes resoluções.

Nesse sentido, o uso do “por que” desempenha um papel fundamental na construção do raciocínio crítico dos alunos. Ao trabalhar com tarefas sobre limites e derivadas, é comum o professor questionar, por exemplo, “Por que o limite dessa função existe quando x tende a um valor específico?” ou “Por que a derivada neste ponto é zero?”. Essas perguntas incentivam os estudantes a refletirem sobre as propriedades das funções e a justificarem seus passos, ao invés de apenas aplicarem mecanicamente fórmulas. Como Ribeiro e Paulin [12] salientam em sua experiência sobre a importância do uso dos porquês no processo de discussão:

A etapa das “explicações causais (porque)” é diretamente vinculada à etapa anterior. A discussão prossegue quando o professor questionar o porquê do resultado obtido. Contudo, nem sempre somente pelo “porquê” se obtém, de imediato, uma explicação. O professor deve ouvir com paciência o que seu aluno explica e, em seguida, refazer a pergunta para que ele possa reformular seu argumento. [12]

A coleta de dados foi realizada por meio de observação participante, com foco nos protocolos dos alunos durante a execução das tarefas. Foram registradas as principais dificuldades encontradas e os erros mais comuns cometidos durante a atividade matemática. Esse procedimento foi essencial para identificar as lacunas de aprendizagem e os obstáculos enfrentados pelos estudantes ao lidarem com conceitos abstratos, como a derivada e o limite.

O apoio dos professores foi essencial para a aplicação e análise das tarefas durante o ensino exploratório da disciplina. Três docentes, responsáveis por ministrar aulas em diferentes turmas da disciplina na UFERSA, estiveram diretamente envolvidos no processo. Reunimo-nos durante a fase de construção das tarefas sobre limites, onde foram discutidas as melhores abordagens para estimular a reflexão dos alunos e promover o aprendizado ativo. Após a aplicação das tarefas, os professores compartilharam as respostas dos estudantes e relataram suas percepções sobre a experiência em sala de aula. Suas contribuições foram valiosas para entender como os alunos lidaram com as atividades e quais desafios emergiram durante o processo de ensino, fornecendo *insights* fundamentais para a análise dos dados. O objetivo de análise de cada tarefa consistiu em compreender como os

alunos processaram os conceitos durante a execução das atividades e quais desafios surgiram na prática do ensino exploratório. A análise dos dados permitiu identificar padrões de erro e dificuldades específicas, proporcionando *insights* valiosos para futuras intervenções pedagógicas.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

As tarefas foram aplicadas em dois momentos distintos da disciplina de Cálculo I, com o objetivo de proporcionar aos alunos uma experiência exploratória no aprendizado dos conceitos de limites e derivadas. A primeira tarefa foi elaborada para trabalhar o conceito de limites, enquanto a segunda abordou o conceito de derivadas. Cada uma delas visava introduzir, aplicar e validar os conceitos discutidos em sala de aula, desafiando os alunos a desenvolver uma compreensão mais aprofundada por meio da resolução de problemas e análise de funções.

A primeira tarefa, centrada no conceito de limites, foi composta por três partes principais: (i) a primeira parte envolvia a análise de funções e seus domínios, com foco em entender como as funções se comportam quando seus valores de entrada (x) tendem a valores infinitamente grandes ou pequenos. Um exemplo clássico utilizado foi a função $f(x) = 1/x$, onde os alunos foram orientados a construir tabelas com valores predeterminados para x e observar o comportamento da função à medida que x se aproximava de zero tanto pela direita quanto pela esquerda; (ii) na segunda parte, os alunos deveriam interpretar o comportamento assintótico da função com base nos valores tabulados, estabelecendo uma relação entre o comportamento da função quando x tende a $+\infty$ e $-\infty$, introduzindo, assim, o conceito de limite no infinito; (iii) por fim, a terceira parte envolvia uma situação-problema no qual os estudantes precisavam aplicar o conceito de limite para resolver questões envolvendo o comportamento de funções em torno de pontos de descontinuidade ou onde o limite não existia de maneira intuitiva, preparando o terreno para discussões mais formais sobre continuidade e limites indeterminados.

A segunda tarefa focou no conceito de derivadas e foi estruturada em três partes, visando consolidar o entendimento dos alunos após a introdução teórica em sala de aula: (i) a primeira parte concentrou-se no estudo da função do segundo grau, onde os alunos foram solicitados a compreender seu comportamento, analisar suas características principais, como vértices e concavidades, e identificar pontos de interesse a partir da equação quadrática; (ii) na segunda parte, o foco foi no conceito de derivada como a inclinação da reta tangente ao gráfico de uma função em um ponto específico. Os alunos precisaram interpretar graficamente o significado da tangente, visualizando como a derivada representa a taxa de variação local da função, o que lhes permitiu explorar o comportamento instantâneo da função em determinados pontos; (iii) por fim, na terceira parte, a tarefa desafiou os alunos a, a partir da equação da reta, identificar a inclinação da mesma, estabelecendo uma conexão prática com o conceito de derivada. Essa etapa reforçou o entendimento de como a derivada pode ser utilizada para descrever e prever o comportamento linear em situações específicas, como a inclinação de uma reta tangente a uma curva.

As duas tarefas, embora distintas em seus enfoques, foram complementares no desenvolvimento das habilidades dos estudantes em Cálculo I. Enquanto a primeira tarefa proporcionou uma base sólida no entendimento de limites e do comportamento de funções à medida que se aproximam de um valor específico, a segunda tarefa desafiou os alunos a aplicarem suas habilidades em derivadas, tanto de maneira teórica quanto prática, por meio da resolução de problemas. Essas atividades buscaram incentivar a aprendizagem ativa e exploratória, permitindo que os alunos não apenas memorizassem fórmulas, mas também entendessem profundamente o comportamento matemático subjacente.

Os dados recolhidos dessas tarefas constituem a base para a análise subsequente, onde o foco será identificar como os estudantes internalizaram os conceitos de limites e derivadas, bem como as dificuldades encontradas durante o processo de resolução das tarefas. Ao estruturar as atividades de maneira progressiva, foi possível observar uma evolução no raciocínio matemático dos alunos, desde a construção de tabelas e gráficos para analisar limites até a aplicação de derivadas em contextos mais complexos. Essa abordagem exploratória revelou-se uma ferramenta eficaz no ensino de Cálculo I, destacando não só as conquistas dos estudantes, mas também áreas que ainda precisam ser desenvolvidas.

3.1. Análise da Tarefa 01: Limites

Durante a realização das tarefas, os conhecimentos mobilizados e desenvolvidos pelos estudantes em relação aos conceitos matemáticos mostraram-se bastante diversificados. Um aspecto relevante foi o conhecimento prévio dos alunos sobre o conceito de função, essencial para o progresso na disciplina. As tarefas propostas incentivaram os alunos a esboçar gráficos de diferentes funções elementares, como funções lineares, quadráticas e racionais, além de identificar pontos no plano cartesiano, o que auxiliou na compreensão visual do comportamento das funções. Ademais, as atividades frequentemente exigiam a determinação do domínio das

funções, o que contribuiu para que os alunos aprofundassem sua compreensão sobre as restrições impostas aos valores de x , conforme a natureza de cada função.

Um ponto de destaque foi a habilidade dos estudantes em realizar substituições simples de valores de x nas funções, um procedimento básico, mas essencial para a resolução dos problemas propostos. Todos os alunos que realizaram essas substituições o fizeram de maneira correta, chegando a resultados coerentes. Contudo, quando se tratava da compreensão do domínio das funções, observou-se uma certa dificuldade entre alguns estudantes. Aproximadamente 10% dos alunos tiveram dificuldade em identificar o domínio correto de determinadas funções, como no caso de funções racionais onde o resultado não está definido em $x=0$. Mesmo quando reconheciam que o valor 0 não fazia parte do domínio, esses alunos frequentemente demonstravam dificuldade em expressar essa restrição de maneira formal, utilizando uma notação matemática adequada.

Um exemplo específico, representado pela análise da Figura 1, mostra que quatro alunos não conseguiram identificar corretamente que $x=0$ não podia ser incluído no domínio da função definida por $f(x)=1/x$. Isso revela uma fragilidade no entendimento de como o comportamento de uma função pode ser afetado por pontos de descontinuidade. A dificuldade em formalizar essa exclusão do domínio demonstra que, apesar de alguns compreenderem conceitualmente a limitação, outros estudantes ainda carecem de fluência na representação simbólica das restrições, o que é fundamental para a resolução de problemas mais complexos em Cálculo.

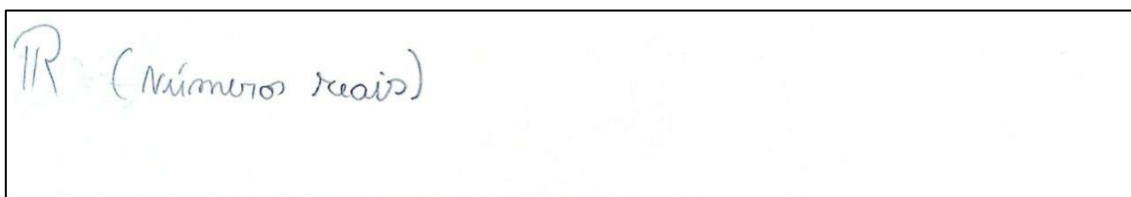


Figura 1. Resposta de aluno sobre domínio da função (tarefa 01).

Quando foi solicitado aos estudantes que analisassem o comportamento da função, especificamente sem a necessidade de esboçar o gráfico, a maioria, de maneira espontânea, optou por desenhar o gráfico a partir dos pontos fornecidos, na tentativa de compreender melhor o comportamento da curva quando o valor de x aumentava ou diminuía. Esse comportamento sugere que os alunos associam a análise do comportamento da função com uma representação gráfica, mesmo quando não explicitamente solicitado, o que demonstra um esforço para visualizar as funções e obter uma compreensão mais profunda de seu comportamento.

Entretanto, apesar de muitos alunos terem construído corretamente os valores das funções em x , ou seja, alcançado os resultados corretos ao substituir valores de x e encontrar os correspondentes valores de $f(x)$, observou-se uma lacuna significativa na conexão entre esses resultados numéricos e a construção de um gráfico coerente. Na prática, essa desconexão entre a análise numérica e a representação gráfica ficou evidente em diversos casos. Um exemplo notável foi de um estudante que, ao representar graficamente a função $f(x)=1/x$, desenhou uma reta, indicando que ele não havia compreendido adequadamente a natureza da função, conforme Figura 2.

Esse erro em particular revela uma dificuldade em interpretar funções racionais e entender como elas se comportam visualmente no plano cartesiano, especialmente em relação a funções que apresentam assíntotas. A função $f(x)=1/x$ tem um comportamento muito distinto de uma reta, apresentando uma curva que tende ao infinito positivo quando x se aproxima de zero pela direita e ao infinito negativo quando x se aproxima de zero pela esquerda. No entanto, o aluno em questão optou por uma reta, o que pode indicar uma falta de entendimento sobre o conceito de descontinuidade e o comportamento assintótico da função.

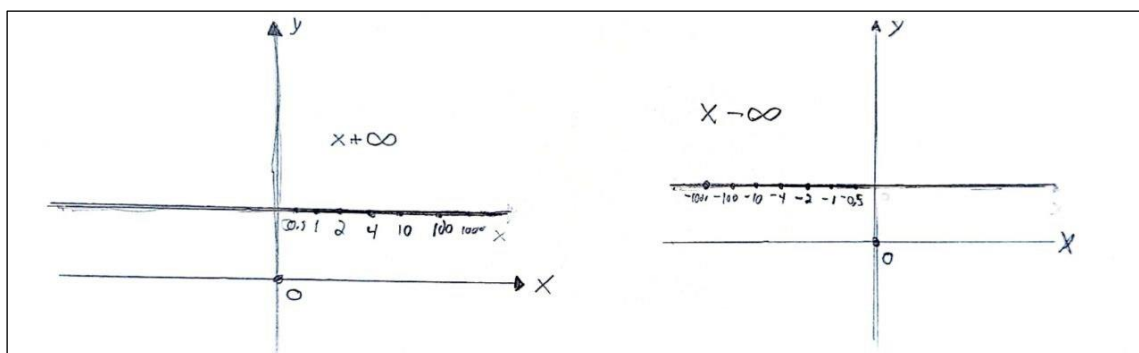
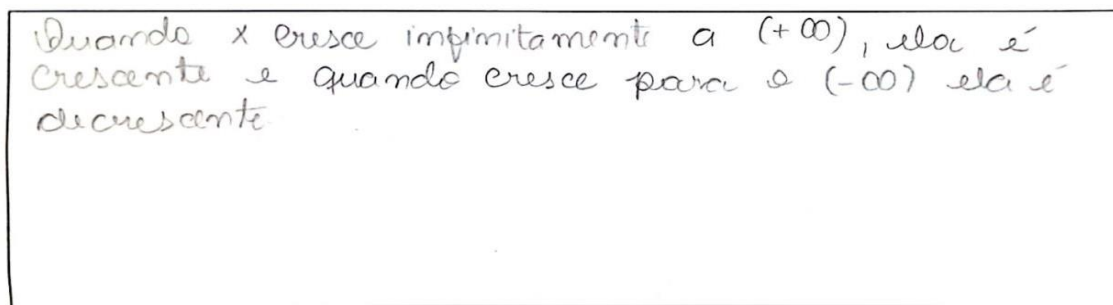


Figura 2. Resposta de aluno sobre gráfico da função (tarefa 01).

A compreensão do domínio da função $f(x)=1/x$ é essencial para interpretar corretamente o comportamento da curva, principalmente em relação ao conceito de limite. No contexto da questão 1, os alunos foram solicitados a analisar o comportamento da função quando x tende a $+\infty$ e $-\infty$. O objetivo era que eles compreendessem que,

tanto graficamente quanto pelos dados coletados na tabela de valores, a função se aproxima cada vez mais de zero, quando x tende a $+\infty$ e $-\infty$.

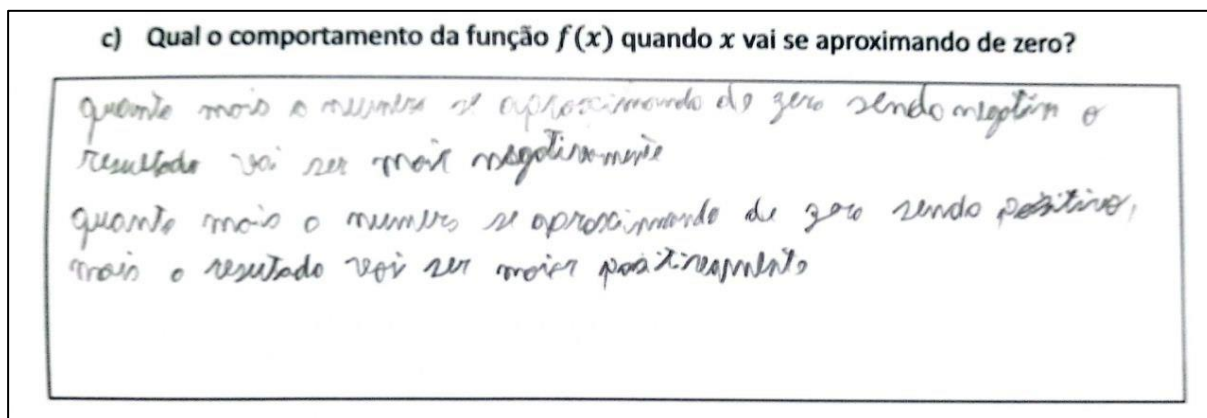


Quando x cresce infinitamente a $(+\infty)$, ela é crescente e quando cresce para o $(-\infty)$ ela é decrescente.

Figura 3. Resposta de aluno sobre comportamento a função.

Ao analisar as respostas dos alunos, constatou-se que, apesar de muitos terem representado corretamente o comportamento gráfico da função, com a curva se aproximando do eixo x conforme tendia a zero, houve uma dificuldade generalizada na explicação formal desse comportamento matemático. Diversos estudantes tiveram dificuldades em compreender o comportamento da função quando x tende a $-\infty$. Embora a função se aproxime de zero, a confusão residiu na interpretação dos valores negativos, onde os alunos não conseguiram expressar adequadamente como a função se aproxima de zero à medida que se afasta no sentido negativo de x , revelando uma falta de entendimento sobre o comportamento assintótico da função.

Essa confusão reflete uma dificuldade comum no entendimento de como os números negativos se comportam em relação ao conceito de limite. Ao invés de associar corretamente o comportamento da função com a ideia de que ela “diminui” quando x tende a $-\infty$ (pois os valores absolutos se tornam menores), alguns alunos interpretaram erroneamente que os valores estavam “aumentando” devido ao fato de que os números negativos se aproximavam da linha das abscissas x . Assim, ao invés de expressarem que a função se aproximava de zero pelo lado negativo, eles associaram esse comportamento com um aumento dos valores, conforme é mostrado na resolução do aluno na Figura 4.



c) Qual o comportamento da função $f(x)$ quando x vai se aproximando de zero?
quanto mais o número se aproximando de zero sendo negativo, o resultado vai ser mais negativo;
quanto mais o número se aproximando de zero sendo positivo, mais o resultado vai ser mais positivo.

Figura 4. Resposta de aluno item c.

Na segunda questão, o foco ainda era o conceito de limites, porém, com um ajuste significativo na abordagem. Enquanto a primeira questão permitia aos alunos construir os resultados da função e obter a forma do gráfico a partir dos dados, a segunda tarefa apresentou um novo desafio ao fornecer o gráfico de uma função sem revelar a sua expressão algébrica, conforme Figura 05. A função utilizada foi $f(x) = 1/(x-1)$ que possui um comportamento similar à função $f(x) = 1/x$ mas com algumas modificações, principalmente devido à translação da curva para a direita, em função da presença de $x-1$ no denominador.

O objetivo dessa mudança foi estimular os alunos a fazerem uma comparação crítica entre o comportamento da nova função e o da função da tarefa anterior, incentivando a discussão em grupo e a análise colaborativa. Com o gráfico em mãos, os estudantes foram levados a identificar semelhanças entre as duas funções, utilizando o conhecimento já adquirido sobre assíntotas, comportamento assintótico, e domínio. A tarefa não demandava mais a construção dos resultados da função ou a dedução da forma do gráfico; em vez disso, o foco era a interpretação visual do gráfico fornecido e o reconhecimento de padrões semelhantes.

Adicionalmente, a tarefa exigia que os estudantes encontrassem novamente o domínio da função, determinando que o ponto $x=1$ não pertence ao domínio, assim como $x=0$ na função anterior. Outra parte importante da análise envolvia o comportamento da função quando x tendia a $+\infty$ e $-\infty$. Aqui, os alunos deveriam reconhecer que, assim como na função anterior, os valores de $f(x)$ se aproximam de zero conforme x tende a mais infinito e menos infinito, mas que a descontinuidade em $x=1$ introduz um comportamento assintótico adicional

que deveria ser discutido e compreendido.

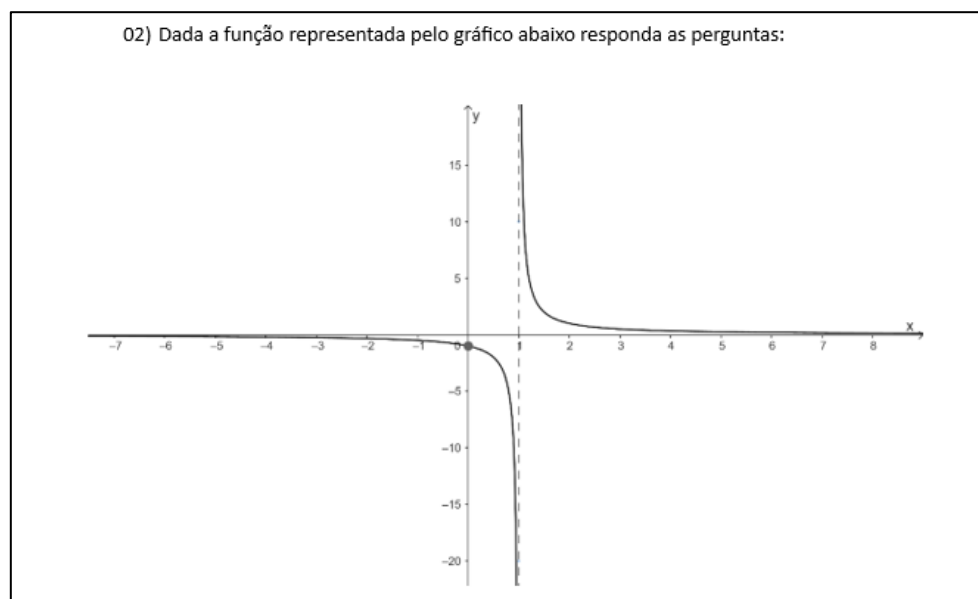


Figura 5. Gráfico da função da questão 02.

Ao analisar as respostas da questão 2 da atividade, observou-se que muitos alunos enfrentaram dificuldades em compreender e descrever corretamente o comportamento da função, mesmo com o gráfico fornecido. Houve confusão significativa em relação aos conceitos de crescimento e decrescimento da função, que eram o foco central desta questão. A função $f(x) = 1/(x-1)$ apresenta características específicas, como o crescimento abrupto conforme x se aproxima de 1 pela direita e o fato de tender a menos infinito no caso contrário. No entanto, muitos estudantes interpretaram erroneamente esse comportamento, concentrando-se apenas no comportamento da função quando x tendia a $+\infty$ ou $-\infty$, sem atentar para o que ocorre conforme x se aproxima da assíntota vertical em $x=1$.

Quando $f(x)$ cresce a função decresce
Quando $f(x)$ decresce a função cresce.

Figura 6. Resposta de aluno item d (Tarefa 01).

No item d), que solicitava uma análise mais detalhada do comportamento da função em relação à proximidade da assíntota e ao crescimento ou decrescimento da função, muitos alunos apresentaram respostas invertidas, afirmando que $f(x)$ crescia no qual, na realidade, decrescia e vice-versa (Figura 06). Essa confusão revela uma dificuldade em assimilar como o comportamento da função muda próximo da assíntota vertical, onde $f(x)$ tende ao infinito positivo ou negativo dependendo da aproximação pela direita ou pela esquerda.

Além disso, observou-se que mais de 50% da turma não conseguiu concluir a atividade por completo, deixando partes da questão em branco ou incompletas. De acordo com os professores que acompanharam a aplicação das atividades, esse desempenho pode ser atribuído à natureza do ensino exploratório, que exige mais tempo e reflexão por parte dos alunos devido ao processo de discussão e construção coletiva de conhecimento que ele envolve.

3.2. Tarefa 02: Derivadas

Durante a execução da Tarefa 2, muitos alunos apresentaram dificuldades significativas no que diz respeito à compreensão e aplicação do conceito de reta tangente em um ponto específico de uma função do segundo grau. A primeira questão desta tarefa focou no entendimento básico de uma função quadrática e seu comportamento, utilizando como exemplo a função $y = x^2 - 4x + 3$. Nessa questão, os alunos foram instruídos a encontrar as raízes,

o vértice da função, e esboçar o gráfico correspondente.

A maioria dos estudantes demonstrou um domínio sólido dos conceitos fundamentais da função quadrática. Eles conseguiram encontrar corretamente as raízes, identificando os pontos de interseção da parábola com o eixo x , e localizaram o vértice da função, evidenciando conhecimento prévio suficiente para resolver a equação e compreender os principais pontos de uma parábola. Este resultado foi importante para avaliar o nível de entendimento da turma e preparar o terreno para conceitos mais avançados, como a análise da reta tangente.

No entanto, um ponto de atenção relevante emergiu ao observar as representações gráficas da função. Apesar da maioria dos alunos ter calculado corretamente os vértices e as raízes, como ilustrado na Figura 7, muitos cometeram erros ao desenhar a parábola no plano cartesiano. O equívoco mais comum foi na construção visual da parábola: mesmo com os valores corretos dos pontos, alguns alunos desenharam a curva de forma distorcida, indicando uma dificuldade em traduzir os resultados numéricos para uma representação gráfica precisa.

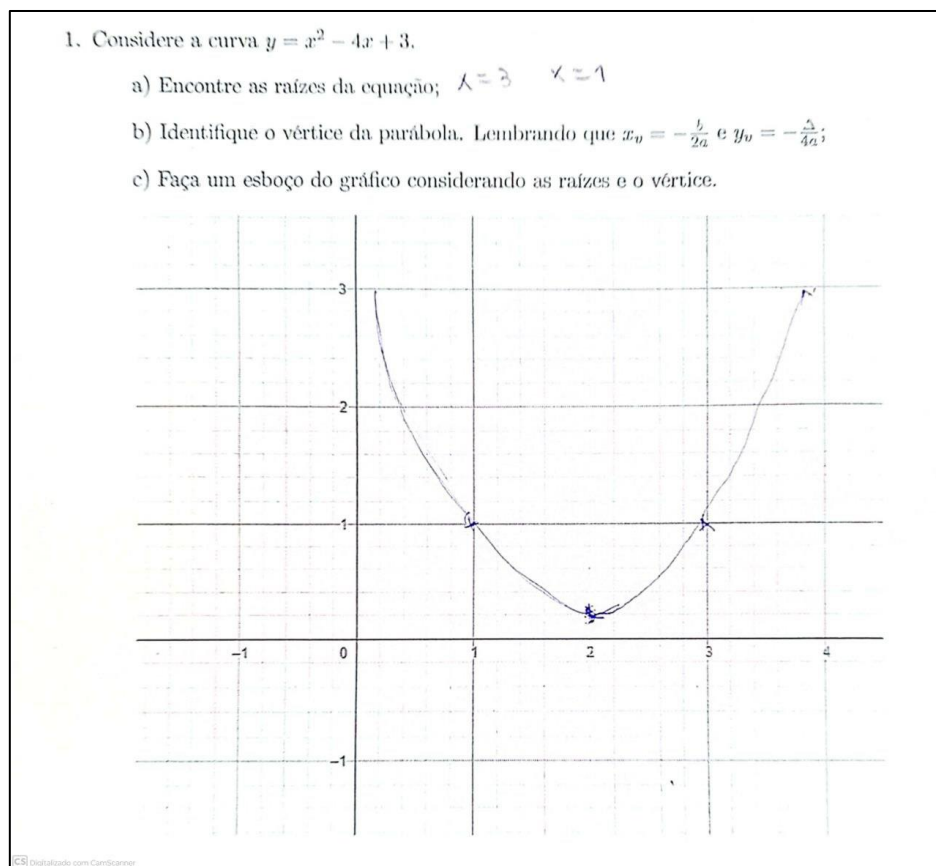


Figura 7. Gráfico do segundo grau feito por aluno (Tarefa 02).

Na segunda questão, conforme Figura 8, o objetivo era aprofundar a análise da curva explorada na questão anterior, mas desta vez com foco na construção da equação da reta tangente a partir da definição do coeficiente angular (inclinação da reta). A proposta inicial envolvia a construção da equação de uma reta que passasse por dois pontos específicos: (4, 3) e (3, 0). A partir desse ponto, os alunos deveriam calcular a inclinação da reta (coeficiente angular), que é a taxa de variação da função, essencial para compreender o comportamento da reta tangente.

Após essa primeira etapa, foi solicitado que os alunos determinassem a inclinação de uma reta que passasse pelo ponto (3, 0) e por um ponto genérico $(p, f(p))$, onde $p > 3$. Essa parte da atividade foi essencial para que eles percebessem como a inclinação da reta variava conforme o ponto p se afastava ou se aproximava de $x=3$. A dinâmica visava não apenas reforçar o conceito de inclinação da reta, mas também promover a visualização da relação entre as variações de p e a inclinação da reta que passa por (3, 0) e $(p, f(p))$. O objetivo era que, à medida que o ponto p se aproximasse cada vez mais de $x=3$, os alunos percebessem o comportamento limite da inclinação.

Essa abordagem foi planejada para preparar os alunos para o conceito de derivada como a inclinação da reta tangente em um ponto específico da curva. Ao aproximar p de 3, eles deveriam observar que a inclinação da reta também mudava e que, quando p se tornava muito próximo de 3, a inclinação da reta diminuía. Isso corresponderia ao comportamento da reta tangente à curva no ponto (3, 0).

Entretanto, ao avaliar as respostas, observou-se que a maioria dos alunos teve dificuldades significativas em desenvolver o que a questão pedia. A transição entre a inclinação de uma reta que passa por dois pontos e o conceito de inclinação como limite de uma sequência de retas tangentes foi confusa para muitos. Muitos não conseguiram descrever corretamente o comportamento da inclinação à medida que o ponto p se aproximava de 3,

o que dificultou a compreensão do conceito de inclinação nula no ponto de tangência.

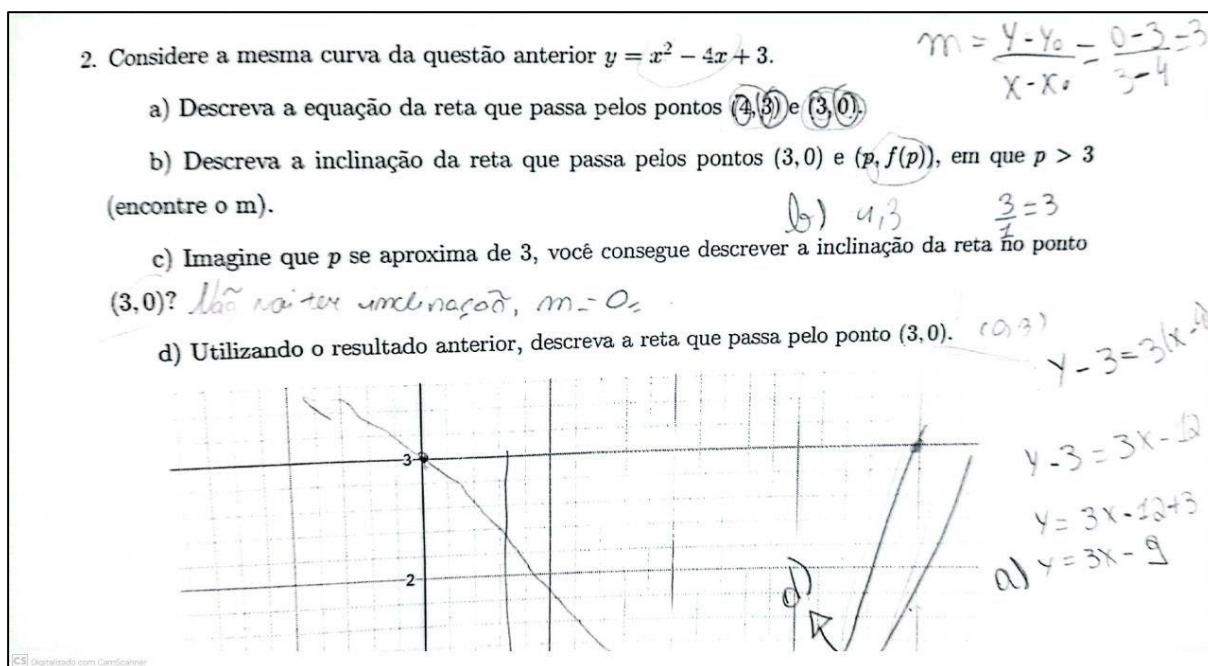


Figura 8. Resposta de aluno questão 02 (Tarefa 02).

3. CONCLUSÕES

Ao longo deste trabalho, foi possível explorar, através de tarefas matemáticas aplicadas, o ensino exploratório de conceitos matemáticos, especialmente no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral. A pesquisa mostrou que a abordagem exploratória oferece aos alunos a oportunidade de construir conhecimento de forma ativa, engajando-os na resolução de problemas e na investigação de comportamentos matemáticos por meio de discussão e reflexão coletiva.

A análise das respostas dos alunos revelou desafios a serem superados. As atividades desenvolvidas, centradas em conceitos fundamentais como o comportamento de funções, o domínio, o limite e a inclinação de retas tangentes, permitiram identificar não só o nível de compreensão prévia dos alunos, mas também as dificuldades persistentes, principalmente no que diz respeito à representação gráfica e à transição entre diferentes conceitos, como o limite e a derivada.

Na primeira tarefa, que envolveu o estudo de funções elementares e seus gráficos, observou-se que a maioria dos alunos demonstrou compreensão adequada dos conceitos de domínio e comportamento assintótico, embora tenham surgido dificuldades no momento de formalizar matematicamente suas conclusões e ao relacionar o comportamento gráfico com os coeficientes da função. Isso se tornou mais evidente na questão relacionada ao entendimento da função $1/x$, onde as confusões em torno da interpretação de crescimento e decrescimento sugerem que a abstração de conceitos de comportamento de funções precisa ser mais cuidadosamente trabalhada.

Já na segunda tarefa, que se concentrou na função quadrática e no conceito de reta tangente, os alunos exibiram um entendimento sólido sobre os elementos básicos de uma função do segundo grau, como raízes e vértices. No entanto, ao avançar para a construção e interpretação da reta tangente, grande parte deles demonstrou dificuldade em internalizar a ideia de inclinação variável, especialmente quando solicitados a aproximar pontos cada vez mais próximos de um ponto específico da função. Essa dificuldade reforça a necessidade de mais tempo e de uma abordagem progressiva para a compreensão plena do conceito de derivada, que é fundamental no estudo do cálculo.

Por meio da metodologia exploratória aplicada neste trabalho, foi possível perceber que, ao serem estimulados a trabalhar colaborativamente, os alunos se envolveram em discussões mais profundas, muitas vezes tentando construir o conhecimento com base em intuições e interações entre pares. Esse processo, embora produtivo, revelou também que a exploração conceitual pode exigir mais tempo e direcionamento para que os alunos superem a barreira inicial de abstração.

Portanto, os resultados obtidos ao longo deste estudo indicam que o ensino exploratório, no contexto de Cálculo I, apresenta uma eficácia, desde que algumas adaptações sejam consideradas. Embora essa abordagem ofereça um potencial notável para o desenvolvimento cognitivo dos alunos, ajustamentos na carga horária e na forma de apresentação das tarefas se mostram essenciais para garantir que todos os alunos consigam acompanhar o ritmo da turma de maneira homogênea. Além disso, é importante destacar que as explicações diretas fornecidas

pelos professores ao final de cada atividade investigativa foram fundamentais para consolidar o entendimento dos conceitos apresentados, especialmente em tópicos complexos, como o comportamento das funções, limites e derivadas.

O ensino exploratório, quando aliado a explicações mediadas e orientações claras, demonstrou ser uma metodologia para promover o engajamento e o aprendizado ativo dos alunos. No entanto, a liberdade investigativa oferecida por essa abordagem precisa ser equilibrada com o suporte necessário para garantir que os alunos não se percam durante o processo de exploração. Assim, conclui-se que o ensino exploratório, com um planejamento adequado e suporte contínuo dos professores, pode contribuir significativamente para a formação de estudantes mais críticos e bem preparados para enfrentar os desafios do Cálculo e da Matemática em geral.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BRASIL. Ministério da Educação. Relatório: resultados do Saeb 99. Brasília, DF: Inep, 1999. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/resultados>>. Acesso em: 7 outubro 2024.
- [2] PEREIRA, Matheus Vinícius Costa. Análise sobre os índices de reprovação nos cursos de cálculo I da UFERSA. 2018.
- [3] DE AZEVEDO, Eliane Bihuna. Cálculo Diferencial e Integral sob a perspectiva da Resolução de Problemas.
- [4] ALVES, Gisele Cristiane Silva. Sequência de ensino por investigação: uma proposta para o ensino de conhecimentos físicos e matemáticos. 2023.
- [5] DE ABREU PESTANA, Douglas Manoel Antonio et al. ESTUDO DAS POSSIBILIDADES E LIMITAÇÕES DA DISCIPLINA CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL. **Revista de Estudos Multidisciplinares UNDB**, v. 3, n. 2, 2023.
- [6] DA SILVA, Rodrigo Marques Faustino. **Uma abordagem da Derivada: dos conceitos de Newton e Leibniz até os conceitos modernos de derivada**. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Campina Grande.
- [7] ANACLETO, Grácia Maria Catelli et al. **Uma investigação sobre a aprendizagem do Teorema Fundamental do Cálculo**. 2007. Tese de Doutorado. Dissertação em Educação Matemática. 2007, 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)–Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- [8] SANTOS, Anderson Oramisio; JUNQUEIRA, Adriana Mariano Rodrigues; DE OLIVEIRA, Guilherme Saramago. TEORIAS DA APRENDIZAGEM E CONHECIMENTO MATEMÁTICO: APORTES TEÓRICOS A PRÁTICA DOCENTE. *Perspectivas em Psicologia*, v. 19, n. 1, 2015, p.184.
- [9] POLYA, G. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro, Interciência, 2006.
- [10] CARVALHO, A. M. P. O Ensino de Ciências e a proposição de Sequências de Ensino Investigativas. In: CARVALHO, A. M. P. (org.). *Ensino de ciências por investigação: condições*
- [11] WROBEL, J. S; ZEGERINO, M. V. C; CARNEIRO, T. C. J. Um mapa do ensino de cálculo nos últimos dez anos do COBENGE. In: XLI CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, Gramado, 2013.
- [12] RIBEIRO, Alessandro Jacques; PAULIN, Juliana França Viol. Uma experiência de ensino por meio do uso de tarefas: limites e possibilidades para a aprendizagem de Matemática em um contexto universitário. *Acta Scientiae*, Santo André, v. 22, n. 2, p. 67-85, 2020. Recebido em: 17 set. 2019. Aceito em: 21 fev. 2020. Disponível em: ,<https://www.periodicos.com.br/actascientiae>.> Acesso em: 6 out. 2024.
- [13] QUARESMA, Marisa Alexandra Ferreira et al. Apropriação pelos Futuros Professores de Matemática da abordagem do Ensino Exploratório em processo de Estudo de Aula. **Zetetike**, v. 32, p. e024005-e024005, 2024.
- [14] MARINS, Alessandra Senes; TEIXEIRA, Bruno Rodrigo; SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores. Práticas de ensino exploratório de matemática ea mobilização/desenvolvimento do conhecimento matemático para o ensino por participantes do PIBID. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 35, n. 69, p. 314-342, 2021.