



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Fabiana Monteiro Maia

**Reflexões sobre os sentidos da igualdade com um grupo de professores dos anos iniciais
da cidade de Mossoró-RN**

MOSSORÓ

2025

Fabiana Monteiro Maia

**Reflexões sobre os sentidos da igualdade com um grupo de professores dos anos iniciais
da cidade de Mossoró-RN**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional do Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino Básico de Matemática

Orientadora: Prof^ª. Dra. Kelyane Barboza de Abreu,

Coorientadora: Prof^ª. Dra. Mariana de Brito Maia.

MOSSORÓ

2025

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei n° 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei n° 9.610/1998. O conteúdo desta obra tornar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

M218r Maia, Fabiana Monteiro .
Reflexões sobre os sentidos da igualdade com
um grupo de professores dos anos iniciais da
cidade de Mossoró-RN / Fabiana Monteiro Maia. -
2025.
85 f. : il.

Orientadora: Kelyane Barboza de Abreu.
Coorientadora: Mariana de Brito Maia.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em
Matemática, 2025.

1. Pensamento algébrico. 2. Formação docente.
3. Modelo PIOT. I. Abreu, Kelyane Barboza de ,
orient. II. Maia, Mariana de Brito , co-orient.
III. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade
com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Biblioteca Campus Mossoró / Setor de Informação e Referência
Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva
CRB: 15/120

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBH-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

Fabiana Monteiro Maia

**Reflexões sobre os sentidos da igualdade com um grupo de professores dos anos iniciais
da cidade de Mossoró-RN**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional do Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino Básico de Matemática

Defendida em: 10 / 07 / 2025

BANCA EXAMINADORA

Prof^ª. Dra. Kelyane Barboza de Abreu (UFERSA)
Presidente e Orientadora

Prof^ª. Dra. Mariana de Brito Maia (UFERSA)
Coorientadora

Prof^ª. Dra. Luiza Helena Félix de Andrade (UFERSA)
Membro Examinador Interno

Prof. Dr. Wanderley de Oliveira Pereira (UECE)
Membro Examinador Externo

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me abençoado com saúde e discernimento durante toda esta jornada.

Agradeço à minha mãe pela sua imensa paciência e por ser meu porto seguro nos momentos mais complicados.

Agradeço aos meus familiares e amigos que nunca hesitaram em oferecer palavras de conforto e total compreensão.

Agradeço profundamente às minhas orientadoras pelas sugestões valiosas, pelo incentivo constante, pela atenção dedicada e pelo comprometimento com a evolução deste estudo.

Agradeço aos professores que moldaram minha trajetória no mestrado. Cada aula e cada obstáculo superados foram cruciais para aprimorar meu raciocínio matemático.

Agradeço aos amigos que conquistei no mestrado, especialmente Felipe, Talita, Luana e Ednardo. Obrigada pela companhia, pelas trocas de ideias, pelo suporte compartilhado e por tornarem esta fase mais agradável e memorável.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio concedido, que foi fundamental para o desenvolvimento desta pesquisa e para minha formação acadêmica.

Agradeço à Banca Examinadora pela análise minuciosa e pelas inestimáveis sugestões apresentadas.

EPÍGRAFE

“Deus é um matemático de altíssima ordem, e
Ele usou Matemática muito avançada na
construção do Universo”.

Paul Dirac

RESUMO

Este trabalho apresenta a temática sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico e a compreensão atribuída aos sentidos da igualdade, como bases essenciais para o ensino de matemática e defende a importância de inserir conceitos algébricos desde os anos iniciais, valorizando o significado e o raciocínio matemático em detrimento da manipulação simbólica. Nesta pesquisa, apresenta-se o objetivo de aplicar um roteiro de formação com foco no pensamento algébrico e na compreensão da igualdade, voltado para professores da educação básica da cidade de Mossoró-RN. Inserida dentro do campo da formação continuada de professores, a investigação teve como base o Modelo de Oportunidades de Aprendizagem Profissional para Professores (PLOT), que busca articular teoria e prática docente. A formação ocorreu em um único encontro presencial, com a participação de doze professores do ensino fundamental I, atuantes em três escolas municipais da cidade. As atividades da oficina foram fundamentadas nos três domínios do modelo metodológico PLOT: o papel e as ações do formador (PAF), as tarefas de aprendizagem profissional (TAP) e as interações discursivas entre os participantes (IDP), onde foram propostas tarefas exploratórias que envolviam análise de registros de alunos e discussão coletiva. A pesquisa ainda destaca o papel do Ensino Exploratório e das Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) na promoção de uma formação docente reflexiva, colaborativa e contextualizada. Revelam-se como contribuições a importância de ambientes colaborativos, a valorização da prática docente como objeto de análise e a potencialidade da oficina na ressignificação das práticas pedagógicas dentro do contexto escolar.

Palavras-chave: pensamento algébrico; formação docente; modelo PLOT.

ABSTRACT

This paper presents the development of algebraic thinking and the understanding of the meanings of equality as essential foundations for teaching mathematics. It advocates the importance of introducing algebraic concepts from the early years, valuing meaning and mathematical reasoning over symbolic manipulation. This research aims to implement a training plan focused on algebraic thinking and the understanding of equality for elementary school teachers in the city of Mossoró, Rio Grande do Norte. Within the field of continuing teacher education, the research was based on the Professional Learning Opportunities Model for Teachers (PLOT), which seeks to articulate teaching theory and practice. The training took place in a single in-person meeting with the participation of twelve elementary school teachers working in three municipal schools in the city. The workshop activities were based on the three domains of the PLOT methodological model: the role and actions of the trainer (PAF), professional learning tasks (TAP), and discursive interactions among participants (IDP). Exploratory tasks involving analysis of student records and collective discussion were proposed. The research also highlights the role of Exploratory Teaching and Professional Learning Tasks (TAP) in promoting reflective, collaborative, and contextualized teacher training. Contributions include the importance of collaborative environments, the appreciation of teaching practice as an object of analysis, and the workshop's potential for redefining pedagogical practices within the school context.

Keywords: algebraic thinking; teacher training; PLOT model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	–	Categorias do Mathematical Knowledge for Teaching – MKT.....	27
Figura 2	–	Domínios e subdomínios do MTSK.....	28
Figura 3	–	Modelo PLOT.....	31
Figura 4	–	Dimensões, componentes e características do modelo PLOT em seus três domínios.....	33
Figura 5	–	O que é igualdade?.....	46
Figura 6	–	Tarefa 1: Esportes Praticados.....	47
Figura 7	–	Definição de sentido.....	47
Figura 8	–	Definição do sentido operacional.....	47
Figura 9	–	Tarefa 2: Igualdades?.....	48
Figura 10	–	Definição do sentido de equivalência.....	48
Figura 11	–	Tarefa 3: Igualdades.....	49
Figura 12	–	Definição do sentido relacional.....	49
Figura 13	–	Tempestade de ideias.....	50
Figura 14	–	Professor A (TAP 1- 1ª parte)	54
Figura 15	–	Professor B (TAP 1- 1ª parte).....	55
Figura 16	–	Professor C (TAP 1- item E).....	56
Figura 17	–	Professor D (TAP 1- item E).....	56
Figura 18	–	Equipe X (TAP 1- 2ª parte).....	58
Figura 19	–	Equipe Y (TAP 1- 2ª parte).....	59
Figura 20	–	Equipe Z (TAP 1- 2ª parte).....	60
Figura 21	–	Equipe X (TAP 1- 3ª parte).....	61
Figura 22	–	Equipe X (TAP 2).....	64
Figura 23	–	Equipe Z (TAP 2).....	64
Figura 24	–	Equipe Z (TAP 2)	65
Figura 25	–	Equipe Y (TAP 3).....	66
Figura 26	–	Equipe Z (TAP 3)	67

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	–	Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) e seus objetivos.....	50
----------	---	--	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MKT	Mathematical Knowledge for Teaching
SIDM	Seminario de Investigación em Didáctica de la Matemática
CCK	Common Content Knowlegde
SCK	Specialized Content Knowlegdge
HCK	Horizon Content Knowlegdge
KCS	Knowledge of Content and Students
KCT	Knowledge of Content and Teaching
KCC	Knowledgeof of Content and Curriculum
MTSK	Mathematics Teacher's Specialized Knowledge
MK	Mathematical <i>Knowledge</i>
PCK	Pedagogical Content Knowledge
KoT	Knowledge of Topics
KSM	Knowledge of the Structure of Mathematics
KPM	Knowledge of Practices in Mathematics
KMT	Knowledge of Mathematics Teaching
KFLM	Knowledge of Features of Learning Mathematics
KMLS	Knowledge of Mathematics Learning Standards
PLOT	Professional Learning Opportunities for Teachers
OAP	Oportunidades de Aprendizagem Profissiona
PAF	Papel e Ações do Formador
TAP	Tarefas de Aprendizagem Profissiona
IDP	Interações Discursivas entre os Participantes
PROEXT-PG	Projeto de Extensão da Pós-Graduação
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
PPGCA	Programa de Pós-Graduação em Ciência Animal
PPGATS	Programa de Pós-Graduação em Ambiente, Tecnologia e Sociedade
PPGCTI	Programa de Pós-graduação em Cognição, Tecnologias e Instituições
PROFMAT	Mestrado Profissiona em Matemática em Rede Nacional
PPGD	Programa de Pós-Graduação em Direito
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

BNCC

Base Nacional Comum Curricular

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	ENQUADRAMENTO TEÓRICO	18
2.1	Pensamento Algébrico	18
2.2	O desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais.....	21
2.3	Conhecimento Profissional de Professores.....	24
2.4	Modelo PLOT	30
2.4.1	Abordagem Exploratória	33
2.4.2	Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP)	36
2.5	Formação Continuada de Professores.....	38
3	A EXPERIÊNCIA DE FORMAÇÃO	41
3.1	Metodologia da formação.....	41
3.2	O contexto da formação no âmbito do Proext-PG.....	42
3.3	Oficina - A Construção do Pensamento Algébrico e os Sentidos da Igualdade.....	45
3.4	Metodologia da Pesquisa.....	51
4	RELATOS SOBRE OS REGISTROS DAS TAREFAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES.....	53
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	69
	REFERÊNCIAS	71
	APÊNDICE A – OFICINA	79

1 INTRODUÇÃO

A matemática é uma linguagem universal presente em nossas vidas e que estrutura o raciocínio lógico e a resolução de problemas. Para sua assimilação é importante desenvolver o que se denomina pensamento algébrico, que está relacionado com a capacidade de discutir sobre as regularidades existentes em uma situação, ou seja, o fato de perceber, descrever, generalizar padrões e estruturas e, representar por meio de linguagem simbólica tais situações presentes em contextos matemáticos e cotidianos.

O pensamento algébrico é essencial no processo de escolarização dos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental, pois auxilia na formação da base para desenvolver o raciocínio matemático. É fundamental que desde os primeiros anos escolares, haja a inserção de conceitos algébricos, mesmo que de forma intuitiva, permitindo que os alunos aprendam a representar situações do cotidiano de maneira mais genérica.

Minha trajetória profissional como professora de matemática no ensino médio proporciona reflexões constantes sobre as dificuldades enfrentadas pelos estudantes no que diz respeito à compreensão de conceitos da álgebra. Ao longo dessa vivência, é perceptível como a ausência de uma base sólida para o desenvolvimento desse pensar matemático nos anos iniciais impacta diretamente a aprendizagem nas etapas posteriores.

Foi a partir desse olhar atento e inquieto que surgiu o interesse por investigar essa temática e, no âmbito da investigação, atuei como formadora em uma oficina destinada a professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, voltada ao desenvolvimento do pensamento algébrico e à compreensão dos sentidos da igualdade, o que possibilitou vivenciar, ainda que pontualmente, os desafios e potencialidades da formação docente nesse campo, enriquecendo minha compreensão sobre o ensino da álgebra desde os primeiros anos escolares e motivando a elaboração deste estudo.

Santos e Almeida (2015) defendem que se deve iniciar o ensino de Álgebra na educação básica desde os anos iniciais, dando sequência até o Ensino Médio, em que o pensamento algébrico deve guiar esse processo. Os autores afirmam que este ensino “deve estar voltado muito mais para a construção de significado e o desenvolvimento do pensamento algébrico, em detrimento da manipulação da linguagem algébrica.” (SANTOS; ALMEIDA, 2015, p. 546).

A Matemática, frequentemente referida como a “Rainha das Ciências”, também está associada a um fenômeno que afeta parte dos professores: a ansiedade matemática. Trata-se de uma forma de ansiedade generalizada, caracterizada por sensações de tensão que comprometem a capacidade de lidar com números e resolver problemas matemáticos, gerando

aversão e medo em atividades relacionadas à disciplina. Logo, percebemos que é crucial romper esse ciclo, dando atenção especial ao desenvolvimento do pensamento algébrico e à implementação de estratégias pedagógicas e psicológicas integradas.

É fundamental adotar metodologias que promovam a construção ativa e significativa desse conhecimento, pois estudos como o de Altintas, Sidekli e Yorulmaz (2017), mostram que, à medida que o pensamento matemático se fortalece, a ansiedade dos professores tende a diminuir, resultando em um aprendizado mais significativo para os alunos.

Segundo Greenwood (1984) *apud* Bekdemir (2010, p. 312), a metodologia utilizada por alguns professores é uma das causas desse transtorno, especialmente quando o ensino se limita à repetição e memorização, sem incentivar o pensamento criativo e a compreensão conceitual. Essa condição de saúde, se não for enfrentada, pode acompanhar os alunos ao longo de sua vida escolar e, em muitos casos, até mesmo no ensino superior. De acordo com Wood (1988) *apud* Bekdemir (2010, p. 313), professores que atuam nos anos iniciais e apresentam altos níveis de ansiedade matemática tendem a transmitir essa sensação aos seus alunos, criando um ciclo negativo no processo de ensino-aprendizagem.

Diante dessas reflexões, emerge a seguinte questão: Quais contribuições uma oficina pedagógica pode oferecer para a formação docente no que se refere ao pensamento algébrico e aos sentidos da igualdade? Essa problemática guia o presente estudo, que se baseia na vivência formativa para investigar possibilidades de aprimoramento profissional no contexto da Educação Matemática.

O modelo teórico-metodológico que embasa este trabalho é o de Oportunidades de Aprendizagem Profissional para Professores (Modelo PLOT), que “foi concebido com o propósito de fornecer parâmetros para organizar e desenvolver processos formativos que visem efetivar oportunidades de aprendizagem ao professor” (RIBEIRO; PONTE, 2020, p. 4), articulando o estudo teórico com a prática docente. A adoção do modelo PLOT na investigação visa potencializar a construção de saberes dos professores a partir da análise crítica de situações reais de ensino, promovendo o desenvolvimento profissional por meio da problematização, do estudo colaborativo e da ressignificação da prática.

Dentro do modelo PLOT há métodos de desenvolvimento e aplicação nomeados por Ensino Exploratório e Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), que nesta pesquisa se justificam, pois promovem uma aprendizagem participativa dos professores, contextualizada e ancorada na reflexão da prática.

O ensino exploratório é uma abordagem pedagógica que valoriza a investigação, onde a ideia é que se aprende melhor, quando estamos envolvidos no processo de descoberta de forma ativa. Nessa abordagem, “em que a comunicação se sustenta em processos de discussão

e negociação” (Guerreiro *et al.*, 2015, p. 280), as oportunidades de uma aprendizagem mais significativa, em um ambiente colaborativo, onde há o compartilhamento de ideias e estratégias de resolução de problemas, são destacadamente superiores ao modelo tradicional de ensino, cujo centro está na resolução por parte do aluno e na correção por parte do professor. Essa metodologia foca em problemas contextualizados, que em contrapartida, promove uma interação mais dinâmica entre os alunos, possibilitando o uso de diversas estratégias de ensino que busquem atender às necessidades deles.

As tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), por sua vez, são tarefas elaboradas com o intuito de promover aprendizagens específicas aos professores em contextos formativos. Segundo Smith (2001), Ball e Cohen (1999), Ribeiro e Ponte (2019), bem como Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020), essas tarefas utilizam registros da própria prática docente, como por exemplo, resoluções feitas por estudantes, propostas curriculares, planos de ensino, diálogos entre professores e entre professor e estudantes. Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020), afirmam que ao combinar esses registros com a construção da TAP, obtemos ferramentas relevantes para a formação de professores.

A formação continuada dos professores é, portanto, um elemento essencial nesta proposta e segundo Gatti (2009), para desempenhar seu papel com competência, o professor precisa dominar um saber específico, que articule o conhecimento matemático, a didática e as condições de aprendizagem dos alunos. A Unesco (2016, p. 4) também enfatiza que uma formação docente eficaz demanda uma “visão holística, que equilibre conhecimento de conteúdo com habilidades pedagógicas, experiências práticas e suporte *in loco*.”

Pesquisas apontam, que o professor e o seu conhecimento possuem um papel relevante na aprendizagem dos alunos e geram nesse processo de aprendizado, um impacto maior que qualquer outro (NYE; KONSTANTOPOULOS; HEDGES, 2004). Compreendendo o impacto que o conhecimento do professor gera no desempenho dos alunos, este trabalho surge com a proposta de aplicar uma oficina, onde a presente pesquisa estabeleceu como objetivo geral aplicar um roteiro de formação baseado no desenvolvimento do pensamento algébrico e na compreensão dos sentidos da igualdade, voltado para professores dos anos iniciais da educação básica na cidade de Mossoró-RN e os objetivos específicos são:

- Construir o aporte teórico;
- Analisar as contribuições que uma oficina pedagógica pode oferecer para a formação docente no que se refere ao pensamento algébrico e aos sentidos da igualdade;
- Elaborar e aplicar a oficina com base no Modelo PLOT;
- Apresentar relatos sobre alguns registros escritos obtidos na formação;

- Propor um roteiro formativo.

A pesquisa se justifica por promover a formação continuada de professores, buscando amenizar a ansiedade matemática e favorecer a construção significativa do conhecimento algébrico.

A relevância deste estudo se manifesta em múltiplas dimensões. Para a pesquisadora, representa uma oportunidade de qualificar sua própria prática como professora e formadora, promovendo reflexões sobre metodologias e conteúdos matemáticos. No campo profissional, contribui para o fortalecimento da formação continuada dos docentes da rede municipal, propondo um modelo reflexivo e colaborativo. Do ponto de vista acadêmico, o estudo colabora com a Educação Matemática ao documentar uma experiência formativa ancorada em referenciais teóricos consolidados, podendo servir de base para novas práticas e estudos voltados ao pensamento algébrico.

Este trabalho está organizado em capítulos. No primeiro capítulo, apresentamos a introdução, apontando a problemática que motivou nosso estudo. No segundo capítulo, se concentra o enquadramento teórico, com ênfase no pensamento algébrico, no conhecimento profissional de professores, no modelo teórico utilizado e na formação continuada. O terceiro capítulo descreve a experiência formativa, mostrando o contexto e as ações desenvolvidas, detalhamos a oficina aplicada e relatamos sobre a metodologia utilizada, incluindo os métodos e os procedimentos para a coleta e análise dos dados. No quarto capítulo fizemos relatos e expomos alguns registros produzidos durante a realização da formação. O quinto capítulo apresenta as considerações finais, destacando as contribuições e possibilidades para pesquisas futuras.

Assim, com este estudo busca-se a promoção de práticas pedagógicas para um melhor ambiente educacional, onde os professores possam ressignificar seus trabalhos docentes e possibilitar aos alunos experiências autênticas, investigativas e emancipatórias.

2 ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Para compor um panorama geral da literatura que ampara teoricamente este trabalho, escolhemos explicar sobre o pensamento algébrico, essencialmente, seus conceitos e as dificuldades de aprendizagem relacionadas ao tema. Na sequência, discutimos sobre o desenvolvimento desse pensamento nos anos iniciais, apresentando detalhes do processo da construção desse conhecimento. Posteriormente, argumentamos a respeito do conhecimento profissional de professores, mostrando considerações acerca da aprendizagem profissional, dando enfoque na forma como o professor aprende. Por fim, apresentamos o modelo PLOT e evidenciamos alguns pontos relevantes sobre a formação continuada.

2.1 Pensamento Algébrico

A álgebra é considerada como forma de pensar e agir a partir de objetos, relações, estruturas e situações matemáticas. Blanton e Kaput (2005, p. 413), dois dos pioneiros de pesquisas sobre *Early Algebra*¹, descrevem o pensamento algébrico como o “processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade”.

De acordo com Kieran (2004), citada por Cardoso (2010), o pensamento algébrico

[...] envolve o desenvolvimento de modos de pensar através de actividades para as quais o simbolismo da álgebra pode ser usado como ferramenta, mas que não são exclusivas da álgebra e que podem ser abordadas sem qualquer uso de simbolismo algébrico, tais como, analisar relações entre quantidades, detectar a estrutura, estudar a mudança, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, provar e prever (Kieran, 2004, p. 149 *apud* Cardoso (2010)).

Uma das raízes das dificuldades em não se desenvolver o pensamento algébrico está em fixar-se em casos particulares ao invés de buscar generalizações, e

Encontrar um modo de ensinar Álgebra de forma que os alunos realmente se apropriem de seus significados é um dos principais objetivos de todo pesquisador em Educação Algébrica, e certamente um dos objetivos de todo professor que ensina matemática (Barbosa, 2009, p. 26).

Sobre a necessidade de desenvolver o pensamento algébrico, em consonância com as ideias de Kirnev e Savioli (2017), Santos e Almeida (2015) afirmam que, a partir dos anos 1990, pesquisadores como Rômulo Lins, James Kaput, Dario Fiorentini, Maria Ângela

¹Neste trabalho, o termo *Early Algebra* é usado para expressar conceitos elementares da álgebra.

Miorim, Antônio Miguel, Abraham Arcavi e Maria Blaton, destacaram que um requisito fundamental para o aprendizado da álgebra é cultivar, desde o início da escolaridade, uma maneira peculiar de pensar, referida como pensamento algébrico.

O tradicionalismo em que se utiliza na álgebra, na aprendizagem de regras para a manipulação de símbolos, na simplificação de expressões algébricas, entre outros, torna a sua compreensão mais complexa e Kaput (1999) reitera a ideia de que “a Álgebra escolar tem tradicionalmente sido ensinada e aprendida como um conjunto de procedimentos desconexos de outros conhecimentos matemáticos e do mundo real dos estudantes (KAPUT, 1999 *apud* SAVIOLI, 2009, p.7).

Savioli (2009), reforça a ideia que,

O que acontece é a memorização de procedimentos que consideram apenas operações sobre sequências de símbolos, a resolução de problemas artificiais sem significado para o aluno, a avaliação de acordo com a capacidade de produzir a correta sequência de símbolos e não de acordo com a compreensão dos conceitos e do raciocínio matemático (Savioli, 2009, p. 8).

Usando como base as declarações de Fiorentini, Miguel e Miorin (1993), os autores Kirnev e Savioli (2017, p. 534), apontam que o ensino de Álgebra tende à “redução do pensamento algébrico à linguagem algébrica. Isto é, são trabalhadas a resolução de atividades que consistem em converter a linguagem corrente em linguagem simbólica e aplicar algoritmos para a resolução (de problemas)”.

Em relação ao currículo, a partir das afirmações de Kaput (1999),

A álgebra deve ser entendida de uma forma muito mais ampla, profunda e rica do que acontece tradicionalmente [...]. Mas, como “algebrizar” a atividade matemática na escola? Promovendo hábitos de pensamento e de representação em que se procure a generalização, sempre que possível, tratando os números e as operações algebricamente – prestar atenção às relações existentes (e não só aos valores numéricos em si) como objetos formais para o pensamento algébrico (Savioli, 2009, p. 7).

Cardoso (2010), afirma que na perspectiva de autores como Kriegler (2008) e Heirdsfield (2002), um dos pilares para se construir e desenvolver o pensamento algébrico é o desenvolvimento de técnicas de cálculo sustentadas na compreensão, que possibilite a “descoberta de padrões e relações que suscitem e aprofundam a compreensão da estrutura numérica subjacente” (p. 116). E um meio para se alcançar esse requisito é analisar estratégias adaptadas para cada problema, focando no entendimento do funcionamento dos números e das conexões entre relações e as propriedades existentes.

Conforme Kaput (2008), o pensamento algébrico possui dois aspectos centrais. O primeiro é definido por Canavarro (2007, p. 88) como a “generalização e a sua expressão

gradual em sistemas de símbolos convencionais”. Smith (2008) explica que esse aspecto está relacionado ao pensamento representacional, no qual é possível construir significado dentro de um sistema de representação. O segundo aspecto, também descrito por Canavarro (2007, p. 88), corresponde ao “raciocínio e ação sintaticamente orientados sobre as generalizações expressas em sistemas de símbolos organizados”. Segundo Smith (2008), esse segundo aspecto se vincula ao pensamento simbólico, no qual o indivíduo compreende e utiliza um sistema de símbolos e suas regras.

A partir desses dois aspectos, originam três vertentes do pensamento algébrico: a “aritmética generalizada ou pensamento quantitativo”, a “modelação” e o “pensamento funcional”.

Nos anos iniciais, a aritmética é trabalhada, na maior parte das vezes, no campo da contagem e dos algoritmos. Já a aritmética generalizada ou pensamento quantitativo, nos leva a ideia de associar a generalização à aritmética, permitindo que deixemos de lado o foco exclusivo em “encontrar o resultado final” e passemos a entender as relações que sustentam a estrutura matemática presente em cada problema. De acordo com Kaput (2008), a generalização acerca das operações aritméticas e suas propriedades e o pensamento sobre relações entre números, representam o coração da álgebra como aritmética generalizada.

Já para Canavarro (2007)

[...] é a partir da estrutura da aritmética que se pode construir os aspectos sintáticos da álgebra, o que implica analisar as expressões aritméticas não em termos do valor numérico obtido por meio do cálculo, mas em termos da sua forma (por exemplo, concluir que $33 + 8 = 8 + 33$ não porque ambos representam 41, mas porque na adição a ordem das parcelas é indiferente) (Canavarro, 2007, p.89).

A Modelação pode ser entendida como uma componente do pensamento algébrico que está associada à resolução de problemas, em que as quantidades envolvidas podem ser até conhecidas. Essa vertente é usada para expressar e formalizar as generalizações e visa expressar situações em representações matemáticas convencionais. Conforme Kaput (2008), modelar significa usar a linguagem e as regras da álgebra para representar situações diárias ou problemas matemáticos. Esse processo pode envolver desde contextos mais simples, ligados à aritmética, até situações mais complexas, próprias da álgebra, como o estudo de relações funcionais. Assim, a modelagem atua como uma ponte que conecta diferentes níveis de abstração, permitindo transitar do cálculo numérico para a compreensão de padrões e relações.

O Pensamento funcional pode ser associado ao hábito de pensar matematicamente em situações que envolvam o entendimento das estruturas matemáticas, sustentadas por relações funcionais entre elementos de conjuntos disjuntos. Aqui a generalização surge por meio da

ideia de função, assunto que será abordado formalmente nos anos finais do ensino fundamental.

O aspecto sintático da álgebra surge aqui para descrever regularidades por meio de símbolos ou para alterar a forma das expressões que traduzem regularidades, para comparar diferentes expressões relativas à mesma regularidade ou para determinar valores particulares de uma função motivada, por exemplo, pela necessidade de previsão (Canavarro, 2007, p.90).

2.2 O desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais

O Pensamento algébrico, assim como outras formas de pensar, é algo que se constrói e se desenvolve ao longo do tempo. Para Lutaif Bianchini e Loureiro de Lima (2023, p.81), “assumir essa mudança da perspectiva de ensinar para desenvolver, leva à necessidade de um conhecimento especializado matemático e pedagógico da nossa parte enquanto professores.” Tal afirmação fortalece a necessidade de uma formação docente que contemple tanto os aspectos conceituais quanto metodológicos da matemática, de modo que o professor se torne agente ativo na mediação do conhecimento.

A base do desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser fomentada nos anos iniciais, por se tratar de uma fase relevante para desenvolver habilidades cognitivas que subsidiarão os alunos na compreensão de conceitos algébricos mais complexos futuramente. Com relação ao momento em que se deve introduzir o simbolismo algébrico, pautada em Arcavi (1994), Savioli (2009, p. 11), afirma-se que este “deve ser introduzido desde o início, em situações que os alunos possam apreciar o poder dos símbolos na expressão de generalizações e justificações de fenômenos aritméticos”.

Ainda considerando as afirmações de Savioli (2009, p. 11), ele afirma que “a educação algébrica deve ter duas metas essenciais: permitir que os estudantes sejam capazes de produzir significados para a álgebra e possibilitar que eles desenvolvam a habilidade de pensar algebricamente”.

Ao analisarmos os documentos oficiais curriculares brasileiros (BRASIL, 1997,2012, 2013), constatamos que a álgebra, principalmente, o pensamento algébrico, se apresenta somente em documentos mais recentes. No que se refere aos *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCN), que por sua vez, são diretrizes que visam orientar o ensino no nosso país, contemplando várias etapas da educação básica, de acordo com Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2016), nesse documento não há referências claras ao ensino da álgebra nos anos iniciais, mas faz menção à “pré-álgebra”, apontando que deve ser desenvolvida nos primeiros anos escolares e com maior frequência nos anos finais do Ensino Fundamental.

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1997, p.39).

Ainda conforme Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2016), nos documentos do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e na primeira proposta da BNCC, os eixos Pensamento Algébrico e Álgebra e Funções, respectivamente, foram mencionados em diálogo com os conteúdos que costumam ser trabalhados no cotidiano escolar, que são: Números e Operações, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade.

Embora as referências ao pensamento algébrico no ensino dos anos iniciais tenham sido incorporadas mais recentemente ao currículo oficial brasileiro, há algum tempo estudos nacionais e internacionais, já apontam fundamentos que sustentam a viabilidade de introduzir esse trabalho com alunos no início da escolarização (Blanton; Kaput, 2005; Brizuela, 2007; Canavarro, 2007; Carraher *et al.*, 2006; Cyrino; Oliveira, 2011; Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993; Freire, 2011; Russell; Schifter; Bastable, 2011; Schliemann, A. D.; Carraher, D. W.; Brizuela, B. M., 2007 E Silva, D. P.; Savioli, A. M. P. D. 2012).

Quando falamos em desenvolver o pensamento algébrico nos anos iniciais, não estamos sugerindo apenas adicionar novos conteúdos ao currículo. Na verdade, trata-se de repensar a prática já existente, ampliando seus objetivos. Isso significa incluir novas formas de pensar a matemática, agregando ao trabalho já feito com a aritmética, como explorar padrões, fazer generalizações e incentivar os alunos a justificarem suas ideias (Canavarro, 2007; Mestre; Oliveira, 2011; Molina, 2009).

Nesse período da etapa escolar, tal pensamento deve ser introduzido de maneira intuitiva e contextualizada, por meio da exploração de padrões e regularidades apresentados em situações problemas, jogos e brincadeiras, nas quais sejam trabalhados elementos que promovam o raciocínio algébrico. É importante que o professor estimule as crianças a verbalizar suas formas de raciocinar, com o objetivo de auxiliá-las na construção do pensamento algébrico, conhecimento este, que será crucial na transição para a simbologia formal da álgebra nos anos escolares seguintes, visto que o aluno estará habituado a lidar com competências que fortalecem o raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas.

Branco e Ponte, afirmam que

Nos primeiros ciclos de ensino é importante que os alunos generalizem e modelem situações usando linguagem natural e representações pictóricas antes de se introduzir

a simbologia algébrica ou os gráficos. O ensino deste tema deve seguir uma abordagem que possibilite aos alunos a utilização de estratégias informais, por meio das quais eles descubram e verifiquem as soluções, e adotando progressivamente estratégias mais formais. A determinação de soluções pode ser informada pela identificação de relações lineares envolvendo quantidades desconhecidas. Os alunos não têm necessariamente que começar a resolução de um problema com a representação da informação por meio de símbolos (Branco e Ponte, 2011, p. 63).

De acordo com as investigações de Kieran (2011), nos primeiros anos da educação básica, especialmente no 1º e 2º ciclos, o ensino da álgebra deve se concentrar no modo de pensar. Conforme Kieran (2011, p. 591), tais maneiras de pensar incluem “pensar sobre o geral no particular, pensar sobre a regra geral em padrões, pensar relacionalmente sobre a quantidade, número e operações numéricas, pensar representacionalmente sobre as relações em situações-problema, e pensar conceitualmente sobre o procedimento”.

Sobre a importância da álgebra nos anos iniciais, Blanton *et al.* (2007) afirmam que

Early algebra é uma forma de pensar que traz um novo significado, profundidade e coerência à compreensão matemática das crianças por mergulhar mais profundamente em conceitos que já estão a ser ensinados para que haja oportunidade de generalizar relações e propriedades em Matemática (Blanton *et al.*, 2007, p. 7).

Para Russell *et al.* (2011), a *early algebra*, não só fortalece a integração entre álgebra e aritmética, como também faz dessa articulação algo indispensável para o aprendizado da própria aritmética. Quando ideias algébricas básicas são expostas de maneira intuitiva e acessível aos alunos desde os primeiros anos escolares, há um impacto significativo na capacidade de raciocínio dos alunos, tornando a transição mais fácil para os conceitos formais da álgebra.

Blanton *et al.* (2007, pág. 9) apontam aspectos relevantes para trabalhar no campo da *early algebra* nos primeiros anos escolares:

- Descrever, simbolizar e justificar propriedades e relações aritméticas;
- Desenvolver uma visão algébrica e relacional da igualdade;
- Usar representações apropriadas, logo no primeiro ano de escolaridade, que suportem a exploração de relações funcionais em dados;
- Identificar e simbolizar relações funcionais;
- Progredir da construção de argumentos empíricos para a construção de justificações usando contextos do problema e aprender a raciocinar com generalizações para construir argumentos gerais;
- Aprender a comparar quantidades abstratas de medidas físicas (por exemplo, comprimento, área, volume), de modo a desenvolver relações gerais (por exemplo, propriedades transitiva da igualdade) sobre essas medidas.

Logo, podemos observar a necessidade da construção do pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental de forma gradual e intencional, fundamentado em atividades que favoreçam o desenvolvimento do raciocínio lógico, da análise de padrões e da compreensão relacional dos conceitos matemáticos.

2.3 Conhecimento Profissional de Professores

Diversos autores discutem os conhecimentos matemático e didático, necessários ao professor que leciona matemática (Ball *et al.*, 2008; Ponte, 2012; Shulman, 1986; 1987). No Brasil, a matemática que é ensinada nos anos iniciais, ainda está muito centrada no uso operacional das quatro operações utilizando métodos algorítmicos. Tal fenômeno decorre do entendimento dos professores que acreditam “que o que deveriam ensinar às crianças eram os números e as operações” (Curi, 2004, p. 179).

Muitos professores que lecionam matemática priorizam em suas aulas o desenvolvimento de habilidades algorítmicas e memorização de regras, esse foco excessivo no ensino operacional pode ser atribuído, em parte, ao fato de os professores não compreenderem conceitualmente certos conteúdos da matemática básica, como apontam pesquisas de Attorps (2003), Ball (1990), Barbosa (2009) e Ribeiro (2007), entre outras.

Para melhorar esse cenário, estudos sugerem que a aprendizagem profissional deve ocorrer dentro de uma perspectiva coletiva. Ball e Cohen (1990) e White *et al.* (2013), afirmam que a promoção de situações em que os professores possam aprender uns com os outros, compartilhando conhecimentos e experiências, rompendo dessa forma com o isolamento característico da profissão e expandindo as possibilidades de aprendizado colaborativo. Assim como outros autores, Bransford *et al.* (1999) reforçam essa ideia, ao considerar que os professores aprendem a partir: (i) da experiência prática, (ii) da troca de conhecimentos e experiências com outros professores, (iii) do auxílio de formadores de professores, (iv) de cursos de graduação e programas semelhantes e (v) da sua vida diária.

Nesse contexto teórico, destaca-se o conhecimento matemático necessário ao ensino do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Segundo Canavarro (2007, p.114) “As práticas de sala de aula centradas no modelo de explicação por parte do professor seguida de aplicação e treino por parte dos alunos, não são um contexto favorável ao desenvolvimento do pensamento algébrico”.

Na década de 1980, Lee Shulman (1986), investigou as formas de comportamento do professor que geram uma aprendizagem mais significativa nos alunos. Sua análise partiu de testes de competência que eram usados no século passado para selecionar professores em

estados como Colorado, Califórnia, Massachussets, Michigan e Nebraska, nos Estados Unidos da América. Ele verificou que os exames priorizavam o que os professores deveriam saber para ensinar e constatou que o conhecimento do conteúdo era a principal característica desses instrumentos avaliativos. Quando analisou modelos de testes de professores que foram publicados na década em que ocorria o estudo, Shulman observou uma discordância com os anteriores, pois os testes mais recentes focavam na capacidade de ensinar, reduzindo o foco no domínio do conteúdo. Então, a partir de suas investigações o autor buscou a resposta para a pergunta: *por que há uma distinção nítida entre o conteúdo e o processo pedagógico?*

Shulman (1986), constatou com base em suas pesquisas, que essa diferenciação entre conhecimento e a pedagogia não representava uma tradição, mas um desenvolvimento mais recente e chamou essa falta de ênfase no conteúdo de ensino “*missing paradigm*” (paradigma perdido). Com isso, ele investigou os conhecimentos dos professores sobre os conteúdos de ensino, fazendo uma busca de onde e quando tais conhecimentos foram adquiridos, como e por que esses conteúdos sofreram transformações durante a época de formação, bem como eram aplicados em sala de aula. Para isso, ele acompanhou de perto um programa de formação de professores, onde realizava entrevistas e coletava esses dados.

Diante dessas observações, Shulman (2004, *apud* Almeida; Biajone, 2007) afirmou que o ponto de partida era o conhecimento base (*Knowledge base*), que se refere ao domínio do professor sobre a matéria que está sendo ensinada, ou seja, o conhecimento do conteúdo. Aqui, o professor deve dominar os conceitos fundamentais da álgebra, como generalização, representação simbólica, manipulação de expressões, entre outros.

Os professores devem não apenas ser capazes de definir para os estudantes as verdades aceitas em um domínio. Eles devem também ser capazes de explicar por que uma proposição particular é considerada justificada, por que vale a pena conhecer, e como se relaciona com outras proposições, tanto no âmbito da disciplina ou fora dela, tanto na teoria quanto na prática (Shulman, 1986, p. 13).

Quanto ao conhecimento docente, Shulman (1986) designa por *subject knowledge matter* (conhecimento específico do conteúdo), que trata das compreensões do professor sobre a parte estrutural da disciplina, de como ele organiza os objetos de ensino. Já o conhecimento pedagógico do conteúdo *pedagogical knowledge matter*, combina o conhecimento do conteúdo com a compreensão de como ensinar esse conteúdo de forma eficaz e compreensível. Nesta fase, há o uso de estratégias didáticas para apresentar conceitos abstratos de forma acessível aos alunos. Por fim, o conhecimento curricular do conteúdo,

*curricular knowledge matter*², relaciona-se ao conhecimento sobre o currículo, incluindo os objetivos de conteúdo. Aqui também é necessário que o professor compreenda a progressão dos conteúdos de álgebra ao longo da escolarização e sua relação com outras áreas da matemática. Em síntese, corresponde ao “conjunto de programas elaborados para o ensino de assuntos específicos e tópicos em um nível dado, a variedade de materiais instrucionais disponíveis relacionados a estes programas” (Shulman, 1986, p. 9).

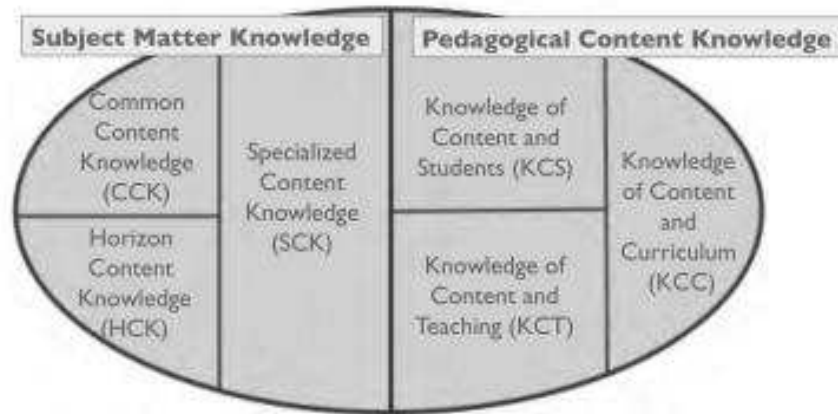
Em relação ao conhecimento da experiência que Shulman denomina por *teacher knowledge*, ele classifica os conhecimentos necessários para o professor. Tais conhecimentos nascem “das formas do saber dos professores” (Shulman, 1986, p. 10), com base em suas experiências e são categorizados em três, o conhecimento proposicional, (relacionado à investigação didática), o conhecimento de casos (situações específicas que facilitam a teoria) e o conhecimento estratégico (relacionado com a capacidade de agir em situações contraditórias). Esses aspectos influenciam diretamente a prática docente e os instrumentos avaliativos utilizados para compreender a ação dos professores, quer dizer o domínio dos conhecimentos da ação.

O modelo apresentado por Shulman aponta, de uma forma geral, o conhecimento base para ensinar, porém não foca em nenhuma área como física, geografia ou matemática. Diante disso, Deborah Ball e sua equipe, na Universidade de Michigan, apresentam ampliações às categorias definidas por Shulman (1986) e propõem a teoria *Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT, que por sua vez, foram introduzidas por Ball, Thames e Phelps (2008).

A construção deste modelo foi apoiada por uma intensa análise de vídeos da prática docente (Ball; Bass, 2002; Ball; Hill; Bass, 2005; Ball; Thames; Phelps, 2008; Hill; Ball; Schilling, 2008). A partir dessa investigação foi possível elaborar uma reconfiguração, dando ênfase a duas categorias de Shulman: o *conhecimento específico do conteúdo* e o *conhecimento pedagógico do conteúdo*. Neste contexto, Ball e sua equipe subdividem o conhecimento específico do conteúdo apresentado por Shulman (1986), em *Common Content Knowledge* (CCK) e *Specialized Content Knowledge* (SCK) e, em seguida, nela foi inserido o *Horizon Content Knowledge* (HCK). Já o conhecimento pedagógico do conteúdo é dividido em *Knowledge of Content and Students* (KCS), *Knowledge of Content and Teaching* (KCT) e *Knowledge of Content and Curriculum* (KCC). A Figura 1 apresenta os domínios do modelo MKT:

²Os termos categorizados por Shulman (1986) podem ser traduzidos de diversas formas para a língua portuguesa e neste trabalho escolhemos as formas indicadas acima no texto.

Figura 1: Categorias do *Mathematical Knowledge for Teaching*– MKT



Fonte: Adaptação de Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403)

Para deixar claro, a diferença entre alguns domínios do modelo MKT, pode se expressar da seguinte forma:

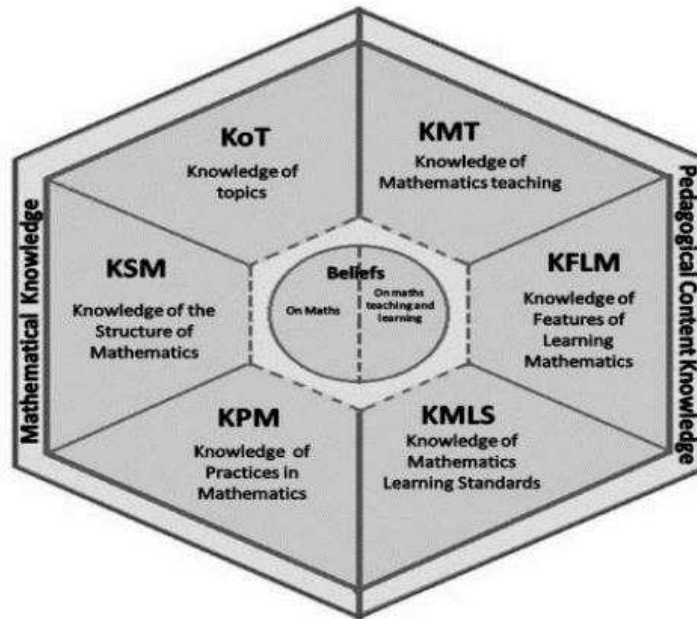
reconhecer uma resposta errada é um conhecimento comum do conteúdo (CCK); dimensionar rapidamente a natureza de um erro, especialmente aqueles que não são familiares, é um conhecimento especializado do conteúdo (SCK); ter familiaridade com os erros comuns e saber por que diversos alunos os cometem é um conhecimento de conteúdo e de estudantes (KCS); selecionar uma abordagem de ensino que seja eficiente para superar certas dificuldades e/ou explorar certos aspectos de um conteúdo é um conhecimento do conteúdo e de seu ensino (KCT) (Ribeiro, 2012, p.542).

Nos estudos de Ball e seus colaboradores, a ênfase está no que os professores necessariamente precisam saber de determinado conteúdo, para possibilitar o ato de ensinar. Esses autores procuraram investigar: “o que os professores fazem ao ensinar Matemática e como fazer, o que eles fazem demanda raciocínio matemático, percepções, compreensão e habilidade?” (Ball; Thames; Phelps, 2008, p. 4).

Contudo, o grupo Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática – SIDM gerenciado por José Carrillo, notou limitações do MTK, algumas até apontadas por Deborah Ball e seus colaboradores (Carrillo *et al.*, 2013). Identificaram delimitação dos subdomínios *Specialized Content Knowledge* (SCK) e *Common Content Knowledge* (CCK) e visando superá-las, José Carrillo e o grupo SIDM propõem a elaboração de outro modelo teórico (Ball; Thames; Phelps, 2008; Rowland, 2013; Shulman, 1986). Daí surge o modelo teórico intitulado *Mathematics Teacher’s Specialized Knowledge* – MTSK, trazendo a ideia de que todo conhecimento deve ser especializado, ao invés de ter apenas uma parte com essa característica, como apresentava o MKT. Ele é composto por dois domínios – *Mathematical*

Knowledge (MK) e *Pedagogical Content Knowledge* (PCK), onde cada um deles é dividido em três subdomínios.

Figura 2: Domínios e subdomínios do MTSK



Fonte: Carrillo-Yañez et al. (2018, p. 241)

Com base nas afirmações de Graff e Ribeiro (2024) e Ribeiro e Almeida (2023), definiremos os domínios e subdomínios do MTSK e o que nos cumpre saber sobre a igualdade. O domínio *Mathematical Knowledge* (MK) corresponde à habilidade de produzir e compreender matemática, valorizando a necessidade de o professor percebê-la como um conjunto integrado e coerente de saberes. Ele possui três subdomínios: *Knowledge of Topics* (KoT), *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) e *Knowledge of Practices in Mathematics* (KPM).

O *Knowledge of Topics* (KoT) diz respeito ao conhecimento que o professor possui sobre cada tópico matemático, abrangendo tanto o conteúdo em si quanto a forma como o compreende. Inclui, ainda, uma compreensão mais aprofundada do que se espera que os alunos aprendam, com um nível mais elevado de formalismo matemático. Esse conhecimento sobre os sentidos da igualdade, envolve compreender que a igualdade só pode ser abordada em contextos numéricos e que pode ser interpretada sob diferentes perspectivas. Implica reconhecer que, em uma expressão, elementos ausentes podem representar incógnitas ou variáveis, bem como conhecer os três sentidos da igualdade: **operacional**, **equivalência** e **relacional**. O sentido operacional está ligado a realizar operações; o de equivalência, à

comparação das quantidades em ambos os lados da igualdade; e o relacional, à igualdade de expressões que estabelecem uma relação funcional entre dois conjuntos disjuntos.

O *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) refere-se ao entendimento que o professor tem sobre a organização da matemática, envolvendo um conhecimento amplo e aprofundado de um tópico e a capacidade de estabelecer relações entre diferentes tópicos. Sobre os sentidos da igualdade, aqui é fundamental conhecer as conexões entre determinar valor(es) desconhecidos e a veracidade da igualdade, assim como as relações funcionais estabelecidas entre os elementos de dois conjuntos disjuntos; perceber a associação entre o sentido de equivalência e os métodos aplicados na resolução de equações e inequações; identificar o vínculo entre o sentido relacional e a generalização em contextos de regularidades; além de compreender a ligação entre a igualdade no campo dos Números e Operações, a congruência e a equivalência de figuras geométricas.

O *Knowledge of Practices in Mathematics* (KPM) diz respeito ao conhecimento que o professor possui sobre as diferentes formas de demonstrar, justificar, definir, realizar deduções e induções, apresentar exemplos e interpretar contraexemplos. Nesse subdomínio, é essencial utilizar uma linguagem matemática apropriada para expressar os sentidos da igualdade, compreender a possibilidade de generalizar os signos matemáticos e conhecer diversas maneiras de validar uma igualdade que contenha termos desconhecidos.

Ainda conforme Graff e Ribeiro (2024), no contexto do MTSK, o *Pedagogical Content Knowledge (PCK)* tem como foco exclusivo a matemática, não abrangendo conhecimentos pedagógicos gerais aplicados a essa área. Trata-se, especificamente, do conhecimento pedagógico em que o próprio conteúdo matemático orienta e define o processo de ensino e aprendizagem. Ele também possui três subdomínios *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT), *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM) e *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS).

O *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT) abrange o conhecimento do professor diretamente relacionado ao ensino de cada tópico matemático, excluindo elementos do conhecimento pedagógico geral comuns a outras áreas. Esse conhecimento pode ser construído a partir da literatura em Educação Matemática, da própria prática docente e de experiências prévias. Dentro desse subdomínio, é importante reconhecer que os símbolos pictóricos são um recurso eficaz para trabalhar incógnitas ou variáveis. Deve-se iniciar as discussões sobre igualdade com exemplos que envolvam quantidades conhecidas em uma mesma operação, e somente depois incluir situações com termos desconhecidos, mantendo o mesmo tipo de operação. No contexto de atribuir significado ao sinal de igualdade envolvendo quantidades naturais, positivas ou nulas, é recomendável utilizar peças de cores

diferentes para representar os valores em cada lado da igualdade. Além disso, é fundamental conhecer estratégias que potencializem as discussões, como apresentar uma determinada quantidade como um primeiro conjunto ou lado da igualdade e pedir aos alunos que a representem de diversas formas, construindo também a representação do outro lado.

O *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM) é um subdomínio do PCK que engloba o conhecimento sobre características próprias da aprendizagem matemática, concentrando-se no conteúdo em si, e não nas particularidades do aluno. Nesse tópico é preciso compreender que os alunos enfrentam dificuldades para perceber que a igualdade vai além do sentido operacional e também é importante reconhecer que eles têm dificuldade em atribuir significado aos signos matemáticos representados como termos desconhecidos nas expressões, frequentemente realizando uma interpretação literal sem considerar o contexto das operações envolvidas na situação.

O *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS) diz respeito ao conhecimento que o professor possui sobre os tópicos matemáticos a serem ensinados em qualquer nível de ensino, assim como à sua capacidade de selecionar quais tópicos utilizar para desenvolver habilidades consideradas essenciais nas orientações curriculares, ou seja, cumpre-nos conhecer o que os alunos devem aprender em cada etapa escolar, definido pela BNCC e os Currículos.

Também temos o domínio *Beliefs*, que se refere ao conjunto de crenças a respeito da matemática e de seu ensino e aprendizagem (Figura 2). As classificações discutidas ao longo dessa seção auxiliam na compreensão de como os professores podem integrar seu conhecimento sobre o conteúdo e sobre a pedagogia para melhorar a eficácia do ensino e facilitar a aprendizagem dos alunos, tornando o aprendizado significativo.

2.4 Modelo PLOT

Um modelo denominado Oportunidades de Aprendizagem Profissional para Professores (PLOT), que conforme Ribeiro e Ponte (2020, p. 3), “optamos por manter o acrônimo PLOT da designação em inglês (*Professional Learning Opportunities for Teachers*) por entendermos que a sonoridade da pronúncia, mesmo em português, nos parece agradável.”, foi desenvolvido por Ribeiro e Ponte (2020), onde afirmam que

[...] constitui um modelo teórico-metodológico para (i) organizar o design de processos formativos que objetivem promover aprendizagem aos professores e (ii) gerar oportunidades para os professores aprenderem durante processos formativos a partir de três domínios: (a) Papel e Ações do Formador (PAF), (b) Tarefas de

Aprendizagem Profissional (TAP), e (c) Interações Discursivas entre os Participantes (IDP) (Ribeiro e Ponte, 2020, p. 2).

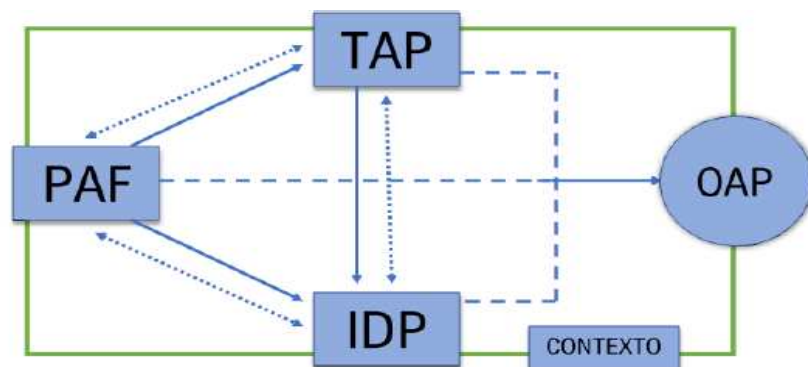
Esse modelo apresenta como finalidade a organização de um esboço de processos formativos com a ideia de favorecer a aprendizagem de professores e possibilitar a análise de como se constroem as oportunidades de aprendizagem profissional de professores.

Os autores organizaram o modelo em três fases:

- (1) Organização: momentos em que o formador elabora o processo formativo (seja no todo ou em partes) e constrói o design da(s) TAP e das potenciais IDP.
- (2) Desenvolvimento: momentos em que os participantes (formador e formandos) passam a interagir entre si, mediados pelo uso da(s) TAP e pela concretização das IDP.
- (3) Finalização: momento em que, por meio processo aglutinador entre as três dimensões (PAF, TAP e IDP), se efetiva a(s) OAP [Oportunidades de Aprendizagem Profissional] (Ribeiro; Ponte, 2020, p. 4).

A figura 3 resume o modelo e suas conexões:

Figura 3: Modelo PLOT



Fonte: Ribeiro e Ponte (2020, p. 4)

Há uma lógica que evidencia a conexão entre os três domínios do processo, ilustrados por meio de flechas, conforme a figura acima. O sentido apresenta o movimento entre os domínios que por sua vez, é dinâmico e se transforma ao longo das diferentes fases de operacionalização. As flechas de linha contínua indicam a fase de organização; as flechas com linha pontilhada correspondem à fase de desenvolvimento; as flechas tracejadas simbolizam a integração dessas duas fases e implicam em oportunidade(s) de aprendizagem do professor, representada por um círculo. Já o retângulo em verde, que cobre as demais componentes, representa o contexto (Ribeiro; Ponte, 2020).

Os autores apontam que a literatura referente à formação de professores, tanto no aspecto geral quanto no campo da Educação Matemática, tem se dedicado majoritariamente à

análise dos domínios de forma isolada. Essa tal ausência de integração traz uma lacuna nas investigações existentes e foi o principal impulso para a proposta de unificação dos domínios em um modelo único.

Ribeiro e Ponte, (2020), afirmam que o domínio Papel e Ações do Formador (PAF) contempla os componentes: Aproximação, Articulação, Gestão e Orquestração que levam em consideração a necessidade de estabelecer um vínculo entre a matemática acadêmica e a escolar, enfatizando a importância de alinhar a matemática e a didática, tanto no ensino, como na prática docente. Nesse campo há uma ênfase do papel do formador no design e na implementação dos momentos formativos, pois seu papel é proporcionar um ambiente de ensino-aprendizagem exploratório.

O PLOT não é exclusivo da Educação Matemática e tem como premissa de que o professor aprende com sua prática diária e na troca entre pares, por meio de tarefas elaboradas com características próprias para a formação. As Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), se constituem em tarefas desenhadas e implementadas em processos formativos, objetivando contribuir na geração de Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP).

Considerando o domínio TAP segundo o modelo PLOT, destacamos que tal domínio é composto por duas dimensões: conceitual e operacional. Enquanto a dimensão conceitual, constituída pelas componentes, *conhecimento profissional* e *ensino exploratório*, se vale da organização de um corpo de conhecimentos teóricos e práticos que favorecem a aprendizagem profissional, a dimensão operacional, constituída pela *tarefa matemática* e pelos *registros de prática*, indica os instrumentos e meios pelos quais se busca atingir esta aprendizagem (Ribeiro & Ponte, 2020).

No âmbito das Interações Discursivas entre os Participantes (IDP), destaca-se o momento de discussões coletivas em que, de forma colaborativa, os professores trocam experiências e há um grande potencial nesse compartilhamento de vivências para a aprendizagem de professores.

Como mostrado na figura 4, o modelo apresentado nessa seção, possui três domínios, cada um composto por quatro componentes, organizados em duas dimensões: a conceitual (abrange a estrutura e os fundamentos teóricos) e a operacional (guia a aplicação prática do modelo). “Assim, essas duas dimensões, quando tomadas em conjunto, têm por objetivo organizar um processo de formação de professores e / ou identificar e compreender se e como surgem oportunidades de aprendizagem profissional para os professores” (Ribeiro; Ponte, 2020, p. 5).

Figura 4: Dimensões, componentes e características do modelo PLOT em seus três domínios

Dimensão conceitual			Dimensão operacional	
	Componente	Característica	Componente	Característica
Papel e Ações do Formador (PAF)	Aproximação	Favorecer a aproximação da Matemática Acadêmica (MA) à Matemática Escolar (ME) e vice versa.	Gestão	Promover o gerenciamento de um ambiente de ensino aprendizagem exploratório com as diferentes fases desta abordagem.
	Articulação	Estimular a articulação entre as dimensões matemática e didática do conhecimento profissional para ensinar.	Orquestração	Preparar e desenvolver a orquestração de discussões matemáticas e didáticas entre todos os participantes.
Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP)	Conhecimento profissional	Explorar os conhecimentos matemáticos e didáticos dos professores, relacionados à/s TME.	Tarefa matemática	Contemplar tarefa/s matemática/s dos estudantes (TME), de alto nível cognitivo.
	Ensino exploratório	Possuir estrutura que propicie um ambiente de ensino aprendizagem exploratório.	Registros de prática	Envolver diferentes tipos de registros de prática, organizados em forma de Vignettes
Interações Discursivas entre os Participantes (IDP)	Discussões matemáticas e didáticas	Contemplar, de forma articulada, as discussões matemáticas e didáticas relacionados às TME.	Linguagem matemática	Contemplar a utilização de linguagem matemática e didática adequada e pertinente ao nível de ensino das TME.
	Argumentação e justificação	Envolver argumentação e justificação matemáticas e didáticas válidas.	Comunicação dialógica	Promover a comunicação dialógica e integrativa entre todos os participantes.

Fonte: Ribeiro e Ponte (2020, p. 7)

2.4.1 Abordagem Exploratória

A abordagem exploratória ou ensino exploratório fomenta momentos de discussão e sistematização de conceitos, em que a escolha dessa metodologia objetiva apresentar meios de como desenvolver o pensamento algébrico e compreender os sentidos da igualdade.

Como o ensino exploratório se baseia na aprendizagem ativa e em tarefas com questões abertas, que permitem o uso de diferentes abordagens e soluções, Abrantes (1988) defende que, na resolução de problemas matemáticos, há diferentes tipos de tarefas matemáticas: exercícios, problemas de palavras, problemas para equacionar, problemas para demonstrar, problemas para descobrir, problemas da vida real e situações-problemas.

As tarefas têm a proposta de explorar conceitos e ideias matemáticas, pelo que “mais do que contexto para aplicar conceitos já aprendidos, estas tarefas servem principalmente para promover o desenvolvimento de novos conceitos e para aprender novas representações e procedimentos matemáticos” (Ponte *et al.*, 2012, p. 10).

Segundo Ponte (2005), é de suma importância a diversidade do tipo de tarefas, para que se possa constituir um percurso de aprendizagem coerente, por meio das diferentes experiências de aprendizado proporcionadas.

O ensino exploratório é composto por uma organização em três etapas (Canavarro, 2011; Stein *et al.*, 2008): introdução, realização e discussão. Para se desenvolver tarefas matemáticas dentro do contexto do ensino exploratório, deve-se incluir um planejamento detalhado das ações, a implementação da tarefa em sala de aula e ainda uma fase final de discussão coletiva para o fechamento da ação (Canavarro, 2011). A intenção de explorar tarefas dessa natureza é pelo fato de requererem interpretação da situação trabalhada, permitindo clarificar ou reformular as ideias envolvidas.

Ruthven, Hofmann e Mercer (2011), sugerem que na discussão coletiva aconteça um momento de abordagem dialógica que estimule os professores a expor suas falas de modo exploratório, amparando o desenvolvimento da compreensão. Além disso, para estes autores é relevante que os professores realizem a tarefa de modo individual no início do processo, para depois seguir com a discussão coletiva.

Ponte (2011) enfatiza que o formador deve incentivar a participação de todos os professores, encorajando momentos de debate e argumentação, e oportunizando também, momentos de sistematização e formalização de ideias matemáticas que emergem da tarefa proposta.

Tanto a interação coletiva, quanto o trabalho autônomo são fundamentais para a reflexão sobre o trabalho desenvolvido, onde o envolvimento dos participantes na reflexão das tarefas propostas visa não só a discussão, mas também a clarificação do que aprendem. Os momentos de discussão e reflexão, tendo por base o trabalho realizado pelos professores, devem proporcionar “a sistematização de conceitos, a formalização e o estabelecimento de conexões matemáticas” (Ponte, 2005, p. 24).

No momento destinado a discussão, em que os professores apresentam seus trabalhos, expõem suas ideias e discutem suas conclusões, se faz importante que o formador antecipe possíveis respostas e conheça tais respostas para orquestrar a discussão. Canavarro (2011) afirma que:

o propósito das discussões não é realizar um desfile de apresentações separadas de diferentes respostas ou estratégias de resolver uma dada tarefa; o propósito das

discussões é relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento coletivo de ideias matemáticas poderosas que sintetizam as aprendizagens matemáticas dos alunos (Canavarro, 2011, p. 16).

As discussões coletivas devem permitir a análise e a troca de ideias matemáticas e suas respectivas estratégias, sendo o formador, a pessoa responsável por selecionar as contribuições dadas e destacar as conexões entre elas (Ruthven, 1989; Stein *et al.*, 2008). Nos momentos de argumentação, a interação entre formador e formandos contribui para a melhoria da comunicação matemática e ao seguir a abordagem exploratória, teremos por objetivo propiciar a experiência de uma aula mais dinâmica e consequentemente, promover uma aprendizagem com compreensão e significado, oportunizando aos professores levar esses conhecimentos para sua prática em sala de aula, onde o foco é na construção do pensamento algébrico e desenvolvimento de potencialidades matemáticas.

Levando em consideração a perspectiva de Stein *et al.* (2008), na gestão do momento é necessário que o professor antecipe o entendimento das resoluções que os alunos usam, acompanhe as soluções dos alunos enquanto realizam seu trabalho autônomo de exploração, selecione as soluções resultantes desses acompanhamentos, para partilhar e discutir com a turma, organize a apresentação e discussão das soluções selecionadas, com o objetivo de explorar ideias matemáticas que o professor considera relevante para a aprendizagem pretendida. Por fim, estabeleça conexões com as estratégias apresentadas e os objetivos que o professor pretende alcançar com as discussões. As autoras defendem que o uso destas práticas pelo professor visa contribuir para melhorar as discussões em sala de aula.

Uma alternativa que tem se mostrado viável para desenvolver o pensamento algébrico nos anos iniciais é a adoção da abordagem de ensino exploratório. Inicialmente, este trabalho tratou dessa perspectiva no âmbito da formação de professores, uma vez que o formador assume o papel de mediar as discussões, observar os registros produzidos e orquestrar a aprendizagem profissional. Entretanto, quando trazemos essa abordagem para o espaço da sala de aula, o foco desloca-se dos professores para os alunos, mantendo, porém, a mesma lógica de valorização da investigação, da comunicação matemática e da construção coletiva do conhecimento.

Segundo Ponte e Quaresma (2016), essa abordagem se configura por meios dos seguintes elementos: (i) “lançamento da tarefa”, onde são esclarecidas possíveis dúvidas e os participantes tomam conhecimento da tarefa proposta; (ii) “exploração”, aqui o professor/formador interage com a turma, circula pela sala e observa o desenvolvimento da tarefa proposta; (iii) “discussão e sintetização”, momento que há a discussão coletiva com toda a turma, a partir das resoluções apresentadas para a tarefa; e (iv) “orquestração”, o

professor/formador garante a qualidade matemática e didática das discussões, fazendo as intervenções necessárias.

2.4.2 Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP)

Para uma boa proficiência em matemática, é essencial compreender conceitos, conhecer procedimentos e dominar estratégias. Neste contexto, saber escolher uma boa tarefa para aplicar em sala de aula é fundamental para garantir a qualidade do processo de ensino.

As Tarefas de Aprendizagem Profissional são tarefas planejadas e executadas dentro de processos educativos, que por sua vez, têm o intuito de contribuir para a aprendizagem dos formandos. Silver *et al.* (2007) as definem como sendo:

... organizados em torno de artefatos de prática, tais como materiais curriculares, vídeos ou registros narrativos de episódios de ensino em sala de aula e amostras de trabalho de alunos ... As TAPs são tarefas complexas que criam oportunidades para que os professores ponderem os problemas pedagógicos e suas soluções potenciais através de processos de reflexão, compartilhamento de conhecimento e construção de conhecimento (Silver *et al.*, 2007, p. 262).

Conforme Smith (2001), uma de suas maiores características é o estabelecimento de objetivos, estes relacionados ao processo formativo como um todo. Assim como as tarefas matemáticas têm um papel importante na atividade do aluno e conseqüentemente em seu aprendizado, as Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), dependendo da forma como foram elaboradas e implementadas em uma formação, também desempenham um papel similar.

Aguiar e Ribeiro (2022) afirmam que o desenvolvimento da aprendizagem profissional de professores está conectado à prática de sala de aula, em que as Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP) são construídas através de discussões coletivas motivadas pelas Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP). Segundo o modelo PLOT, o domínio TAP é dividido em duas dimensões: conceitual e operacional, conforme apresentado na figura 4, na seção 2.4. A dimensão conceitual é composta pelos componentes conhecimento profissional e ensino exploratório e a dimensão operacional é composta pela tarefa matemática e pelos registros de prática (Ribeiro e Ponte, 2020).

O componente conhecimento profissional do domínio TAP, é caracterizado pela exploração dos conhecimentos de professores, tanto matemáticos como didáticos, contrastando com a abordagem tradicional de que matemática e a forma de ensinar são vistos separadamente (Silver *et al.*, 2007; Watson & Mason, 2007).

Um componente já apresentado nesse trabalho, na seção 2.4.1., é o ensino exploratório, que está relacionado ao modo de como é implementado, possibilitando que os professores explorem, examinem e reflitam a própria prática e a dos colegas de profissão.

A tarefa matemática se enquadra em categorias, conforme a abertura e os desafios que podem gerar. Quando uma tarefa é considerada fechada, temos “claramente dito o que é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta é que comporta um grau de indeterminação” (Ponte, 2005, pp. 17). O grau de exigência está diretamente ligado ao nível de dificuldade de uma tarefa, onde a demanda exigida está associada a como a tarefa matemática é proposta, desenvolvida e debatida, permitindo que o desafio seja maior ou menor (Stein e Smith, 1998).

Tarefas matemáticas em uma TAP se fundamentam, pois favorecem “múltiplas abordagens, entre as quais o uso de diferentes representações e ferramentas” (NCTM, 2014, p. 17), permitindo aplicar diferentes estratégias, representando assim, um instrumento potencializador de aprendizagens. Temos que ressaltar que esse componente se relaciona com o ensino exploratório, pois em um momento de discussão com o grupo de participantes, o formador pode utilizar as soluções feitas pelos professores, para promover reflexão e o debate através da socialização do raciocínio usado nas soluções da tarefa matemática proposta. Também é possível utilizar as ideias obtidas dessas reflexões em um processo formativo e desenvolver modelos com base nessas tarefas para seus próprios alunos.

Outro componente do domínio TAP, são os registros de prática, que trazem para o ambiente formativo elementos do cotidiano do professor, tais como planos de aula, tarefas propostas aos alunos, análise de vídeos de momentos em sala de aula, entre outras ações realizadas, que por sua vez, são instrumentos que permitem refletir sobre diferentes momentos (Ball *et al.*, 2014), permitindo uma análise maior das experiências práticas de outros colegas de profissão. As vivências decorrentes das práticas em sala de aula possibilitam discussões importantíssimas através desses registros.

Assim, deve haver um objetivo claro para a implementação de uma TAP (Smith, 2001), com o intuito de promover Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP) (Ribeiro e Ponte, 2019), dando ênfase aos conhecimentos matemáticos e didáticos de forma indissociada (Ponte, 2012), refletindo sobre a prática docente (Silver *et al.*, 2007), tendo como elementos norteadores para a análise, os registros de prática (Ball *et al.*, 2014) para que os professores por meio das experiências compartilhadas possam analisar e refletir a própria prática (Ball e Cohen, 1999) e estabelecendo uma conexão direta com a maneira como é realizada (ensino exploratório) (Stein *et al.*, 2008).

Em síntese, para elaborar Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), é preciso definir o objetivo formativo da atividade, selecionar uma situação-problema que mobilize

conhecimentos matemáticos relevantes e que permita múltiplas estratégias de resolução, organizar a tarefa em etapas claras e propor momentos de discussão coletiva. Além disso, é importante considerar tanto os aspectos conceituais quanto os didáticos, de modo que se favoreça a reflexão do professor sobre o conteúdo, sua prática de ensino e as aprendizagens dos alunos.

2.5 Formação Continuada de Professores

Quando se fala de formação de professores, Bekdemir (2010), Kaskens *et al.* (2020), *apud* Santos (2021), defendem que

As experiências negativas relacionadas à matemática vividas por eles em seus anos escolares (Bekdemir, 2010), o baixo conhecimento e habilidades restritas no entendimento de conceitos matemáticos por parte desses professores do Ensino Fundamental e Educação Infantil (Kaskens *et al.*, 2020), contribuem para o desenvolvimento ou perpetuação da ansiedade relacionada a essa disciplina, de inseguranças e convicções restritivas (Bekdemir, 2010, Kaskens *et al.*, 2020, *apud* Santos, 2021, p.31).

O aumento de disponibilidade de materiais didáticos, formação continuada e ferramentas tecnológicas, oferecem grandes oportunidades para enriquecimento do ensino. Sendo que para muitos pesquisadores da área da Educação (Fonseca, 2011; Ladd, 2008; Rivkin; Hanushek; Kain, 2005), a qualidade da formação é um dos principais fatores, ou talvez o mais importante, visto que, contribui para a melhoria da aprendizagem do aluno.

Para Van Es *et al.* (2014),

a aprendizagem de professores é mais provável de acontecer quando grupos de professores se envolvem em desequilíbrio produtivo por meio de autorreflexão, diálogo colegiado e análise contínua da prática de ensino e da aprendizagem dos alunos (Van Es *et al.*, 2014, p. 343).

Autores como D'Ambrosio (1996), Paiva (1997), Pires (2000), Ponte (1992), Smole (2000), entre outros ressaltam a relevância de uma formação pautada na articulação entre teoria e prática, relacionando saber específico com saber pedagógico. Tais afirmações são resultados de pesquisas sobre o processo formativo com professores. Shulman (1987 *apud* Attorps, 2003, p. 55) valida esses argumentos ao declarar que “o ensino para compreensão depende de professores com conhecimento matemático e habilidades pedagógicas”.

No tocante aos conhecimentos matemáticos que são necessários para a docência, trabalhar com padrões é um componente essencial no ensino e na aprendizagem da álgebra, pois inclui o trabalho com conjecturas, argumentações, generalizações e regularidades (Vale; Pimentel, 2011). Desse modo, cabe aos processos formativos “integrar TAP que explorem

diferentes tipos de padrões e regularidades, nos quais se utilizem de diferentes representações para se expressar as generalizações de professores de matemática” (Ribeiro *et al.*, 2020, p. 5).

A docência deve ir além da transmissão de conteúdos, é preciso capacitar os profissionais para promoverem uma compreensão crítica e significativa do conhecimento, de tal modo que

os professores devem não apenas ser capazes de definir para os estudantes as verdades aceitas em um domínio. Eles devem também ser capazes de explicar por que uma proposição particular é considerada justificada, por que vale a pena conhecer, e como se relaciona com outras proposições, tanto no âmbito da disciplina ou fora dela, tanto na teoria quanto na prática (Shulman, 1986, p. 13).

Alguns autores defendem que a formação de professores deve estar ligada a um processo de investigação que trate dos desafios reais enfrentados na prática docente (Ball e Cohen, 1999; Borko e Koellner, 2008; Desimone e Pak, 2016; Darling-Hammond *et al.*, 2017; Gibbons e Cobb 2017).

Muitos estudos que se concentram nos processos formativos de alta qualidade e conforme defendem Garet *et al.* (2001), Desimone (2009), Kennedy (2016), Darling-Hammond *et al.* (2017) e FCC (2017), para que um processo formativo seja realmente eficaz, é fundamental que algumas características estejam presentes: (i) ênfase no conteúdo, garantindo o domínio do conhecimento da disciplina e a compreensão de como os alunos compreendem esse conteúdo; (ii) aprendizagem ativa, na qual os professores participam ativamente da construção do conhecimento e do desenvolvimento de habilidades; (iii) coerência, assegurando que a formação esteja alinhada com o currículo, os objetivos educacionais, as experiências e crenças prévias dos professores, além de estar contextualizada na realidade em que atuam; (iv) duração, oferecendo oportunidades regulares e aprofundadas ao longo do tempo; e (v) participação coletiva, promovendo a colaboração entre grupos de professores que compartilham interesses comuns e formam uma comunidade de aprendizado interativa.

Além dessas características, são adicionadas outras, como: (i) a utilização de modelos (registros) de práticas, que podem incluir exemplos de trabalhos dos alunos, análise de vídeos, entre outros (Borko e Koellner, 2008; Gibbons e Cobb 2017; Ribeiro e Ponte, 2020) e (ii) a oferta de feedback com apoio especializado, visando facilitar as discussões em grupo, “para que os professores pensem, recebam sugestões e façam mudanças em suas práticas. O feedback e a reflexão ajudam os professores a se moverem em direção a visões especializadas da prática” (Darling-Hammond *et al.*, 2017, p. vi).

Kennedy (2016) aponta a importância que a motivação dos professores que participam de programas de formação desempenha no papel decisivo dos resultados obtidos. Tal

motivação está diretamente relacionada à percepção de relevância do conteúdo abordado, à possibilidade de aplicação prática no cotidiano escolar e ao reconhecimento do próprio papel como agente de transformação na aprendizagem dos alunos. Assim, processos formativos que consideram não apenas o domínio do conteúdo e das metodologias, mas também o engajamento e as necessidades reais dos professores tendem a gerar impactos mais duradouros. Em síntese, a literatura converge para a ideia de que uma formação de qualidade deve articular saberes teóricos e práticos, favorecer a reflexão crítica, promover a colaboração entre pares, sustentar-se ao longo do tempo e, sobretudo, motivar os docentes a ressignificarem suas práticas, contribuindo para uma educação matemática mais significativa e emancipadora.

3 A EXPERIÊNCIA DE FORMAÇÃO

A base desta investigação traz um conjunto de orientações relativas à formação realizada com professores dos anos iniciais de escolas públicas, selecionadas na cidade de Mossoró-RN, no que diz respeito ao ensino da Matemática, em particular da Álgebra. Neste capítulo apresentamos as informações gerais da experiência de formação, que assumem uma abordagem exploratória no trabalho em sala, tendo em conta o contexto de formação e o curricular, este centrado em uma oficina sobre a construção do pensamento algébrico e o entendimento sobre os sentidos da igualdade e, apresentamos a oficina aplicada.

Além disso, expomos a metodologia da pesquisa, em que explicamos e justificamos as escolhas metodológicas e os referenciais teóricos que fundamentam este estudo e o processo de coleta de dados decorrentes da oficina. Já o relato dessas informações encontra-se no capítulo 4.

3.1 Metodologia da formação

O processo formativo foi construído tendo em vista um diálogo entre a formação proposta e as formas pelas quais os professores aprendem, buscando compreender as condições que podem apoiar e promover esta aprendizagem. A metodologia utilizada inclui oficinas e rodas de conversa, envolvendo docentes das escolas municipais de Mossoró, onde essas ações visam promover a elaboração de materiais e ferramentas que atendam à saúde única.

Nessa investigação, atuamos simultaneamente como professora e investigadora, onde conduzimos uma experiência de ensino alinhada com uma abordagem qualitativa de caráter exploratório e interpretativo, estruturada a partir do modelo teórico-metodológico Oportunidades de Aprendizagem Profissional para Professores (PLOT), desenvolvido por Ribeiro e Ponte (2020). O modelo PLOT orienta a organização e o desenvolvimento da formação docente, tendo como princípio a criação de oportunidades significativas de aprendizagem para os professores, este foi apresentado no capítulo 2 com mais detalhes. A implementação foi estruturada em três fases: organização, desenvolvimento e finalização, no que diz respeito à compreensão dos sentidos da igualdade e do significado, e desenvolvimento do trabalho com o pensamento algébrico.

Na fase de organização, foram planejadas as atividades e selecionadas as estratégias metodológicas mais adequadas para promover um ambiente exploratório de ensino-aprendizagem. Esta etapa teve como base o PAF, considerando os componentes

Aproximação, Articulação, Gestão e Orquestração, buscando estabelecer vínculos entre a matemática acadêmica e a escolar, bem como entre a didática e a prática docente.

A fase de desenvolvimento contemplou a execução da oficina, na qual as Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) foram implementadas. Essas tarefas foram planejadas de forma a criar oportunidades de aprendizagem profissional (OAP), estimulando a reflexão sobre o ensino da matemática e incentivando a análise de práticas pedagógicas. A interação entre os participantes teve um papel central, com discussões colaborativas promovendo a troca de experiências e favorecendo a aprendizagem por meio do compartilhamento de vivências.

Por fim, na fase de finalização, foi realizada a sistematização das experiências e reflexões dos professores, considerando os aspectos provenientes das interações discursivas. Os registros obtidos na realização da oficina foram coletados por meio da observação dos participantes, e anotações em folhas que continham as tarefas. O relato desses dados está apresentado no capítulo 4 e seguiu uma abordagem de tratamento descritiva, buscando identificar padrões e tendências nas falas e interações dos professores ao longo da oficina.

Dessa forma, a metodologia adotada permitiu ter a ideia de como acontece o processo de compreensão dos professores dos anos iniciais, como constroem conhecimentos sobre pensamento algébrico e qual significado atribuem aos sentidos da igualdade. Após a escuta ativa, as partilhas e os questionamentos feitos, analisamos os impactos da oficina nas suas práticas pedagógicas, contribuindo para futuras formações docentes no campo da Educação Matemática.

3.2 O contexto da formação no âmbito do Proext-PG

A iniciativa da oficina está inserida num projeto abrangente, que combina atividades de extensão e investigação, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e reúne os programas de pós-graduação da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (Ufersa), que são eles: PPGCA (Ciência Animal), PPGATS (Ambiente, Tecnologia e Sociedade), PPGCTI (Cognição, Tecnologias e Instituições), PROFMAT (Matemática em Rede Nacional) e PPGD (Direito).

O PROEXT-PG (Projeto de Extensão da Pós-Graduação) tem como proposta principal a produção de extensão na pós-graduação, visando promover a saúde única no ambiente escolar. A “Uma Só Saúde” ou “Saúde Única” é um conceito que interliga a saúde humana, animal e ambiental, defendendo que há uma conexão entre a saúde dos seres vivos e o ecossistema.

No contexto do PROFMAT são membros do projeto:

- Aylla Gabriela Araújo (docente UERN);
- Denilson Menezes de Jesus (docente UFERSA);
- Etienne Lautenschlager (docente UFERSA);
- Fabrício Figueredo Oliveira (docente UFERSA);
- Kelyane Barboza de Abreu (docente UFERSA);
- Luíza Helena Félix de Andrade (docente UFERSA);
- Mariana de Brito Maia (docente UFERSA);
- Valdenize Lopes do Nascimento (docente UFERSA);
- Fabiana Monteiro Maia (discente UFERSA).

No processo de preparação para as oficinas, os membros dessa equipe participaram de uma formação conduzida por pesquisadores com ampla experiência na área. A professora Etienne Lautenschlager, doutora em Neurociência e Cognição pela Universidade Federal do ABC e mestre em Educação Matemática pela Universidade Bandeirante de São Paulo e o professor Alessandro Jacques Ribeiro, licenciado em matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Mestre e doutor em Educação Matemática pela mesma instituição, foram responsáveis por orientar e fundamentar a equipe no que se refere às dimensões teóricas e metodológicas da proposta.

Essa formação teve como objetivo alinhar conhecimentos matemáticos e didáticos à abordagem exploratória, ao uso das Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), além de garantir a articulação com o modelo PLOT, assegurando que os formadores estivessem preparados para mediar reflexões e práticas voltadas ao desenvolvimento dos saberes de cada oficina realizada, e entre elas, a do pensamento algébrico e os sentidos da igualdade, tema central dessa pesquisa.

Durante os três anos de duração, as atividades acontecerão em 09 Escolas Municipais de Ensino Fundamental da cidade de Mossoró. As selecionadas para participar são:

- Escola Municipal André Luiz;
- Escola Municipal Heloísa Leão de Moura;
- Escola Municipal Nossa Senhora das Graças;
- Escola Municipal Professor Francisco Morais Filho;
- Escola Municipal Antônio Soares de Aquino;
- Escola Municipal Monsenhor Mota;
- Escola Municipal Professor Antônio Amorim;
- Escola Municipal Marineide Pereira da Cunha;
- Escola Municipal São Romão.

Para o primeiro ano do projeto, selecionamos três escolas para as atividades, sendo elas as Escolas Municipais Professor Francisco Morais Filho, Antônio Soares de Aquino e Professor Antônio Amorim. Essa escolha considerou um critério chave: o IDEB³, onde optamos por instituições com índices baixo, mediano e satisfatório.

Analisando os dados do INEP e o censo escolar de 2022, a Escola Municipal Professor Antônio Amorim, situada no bairro Aeroporto, conta com 10 professores, atende 185 alunos e tem 37% dos alunos do 5º ano no nível adequado. A Escola Municipal Antônio Soares de Aquino, no bairro Costa e Silva, possui 5 professores, atende 92 alunos e 42% dos alunos do 5º ano alcançaram o nível adequado. Já a Escola Municipal Professor Francisco Morais Filho, localizada no Bom Jardim, tem 16 professores, atende 331 alunos e 77% dos alunos do 5º ano estão no nível adequado.

Em 8 de junho de 2024, reunimos os professores de matemática das escolas participantes nas próprias escolas para apresentar as oficinas e criar uma conexão com os educadores. Investigamos as crenças matemáticas deles com a dinâmica “Para mim, matemática é ...”, e com base nas respostas e dificuldades mencionadas, definimos os temas das oficinas.

Em 13 de junho de 2024, realizamos a primeira oficina na UFERSA, focada na união entre teoria e prática no ensino de Grandezas, Medidas e Geometria. O objetivo era aprofundar o saber dos professores, otimizar a aplicação pedagógica dos conceitos e promover a troca de experiências. Os participantes se mostraram muito engajados e confiantes para aplicar os conceitos aprendidos em suas turmas. A iniciativa destacou a relevância de práticas pedagógicas bem estruturadas para o aprendizado dos alunos, e os participantes se sentiram mais seguros para ensinar esses conteúdos, mostrando que a oficina contribuiu para o fortalecimento de suas práticas docentes em matemática.

No dia 14 de setembro de 2024, a UFERSA sediou a segunda de quatro reuniões planejadas. O encontro focou na análise dos conceitos de Campo Aditivo e Multiplicativo, com o objetivo de consolidar o entendimento dos participantes sobre adição e multiplicação, unindo teoria e prática no ensino, e criar métodos eficientes para aplicar tarefas matemáticas. Na ocasião, notou-se grande participação dos presentes, visível nas discussões e perguntas pertinentes. Assim, os professores exibiram progresso na compreensão dos conceitos matemáticos tratados, aperfeiçoando a capacidade de usá-los no dia a dia da sala de aula, e temas como a distinção entre 2×3 e 3×2 e os diversos sentidos da adição e multiplicação foram estudados.

³Criado em 2007 pelo Inep, o IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) avalia a qualidade do aprendizado no Brasil, orientando a criação e execução de estratégias para otimizar esse aprendizado.

Em 19 de outubro de 2024, também na UFERSA, ocorreu a terceira oficina, com ênfase na conexão entre Geometria e Frações, utilizando o tangram como ferramenta para investigar conceitos matemáticos de forma conjunta. Os participantes puderam aprofundar o aprendizado por meio de atividades exploratórias, buscando desenvolver formas de investigar o tema. A atividade foi dividida em três partes: apresentação dos princípios da Geometria, exploração prática com o tangram e elaboração de cartazes para pensar sobre a relação entre frações e a criação de novas figuras. Os professores foram convidados a definir o quadrado do tangram como um todo e a usar suas partes para construir outras representações fracionárias. Os principais objetivos foram expandir o conhecimento sobre frações e figuras planas, promover debates sobre a formação dos quadrados e criar métodos de investigação para identificar frações no tangram. Durante a oficina, os participantes enfrentaram dificuldades iniciais para reconhecer o todo e as frações representadas, mas as discussões favoreceram a compreensão de que a soma das frações das peças deveria resultar em 1. Ao final, os professores relataram desafios pessoais no ensino de frações e reconheceram o tangram como um recurso didático valioso para abordar esse conteúdo em sala de aula. A compreensão progressiva das frações nas peças do tangram – partindo do quadrado e seus triângulos até o paralelogramo e outras formas – demonstrou a efetividade da oficina na integração entre teoria e prática.

A quarta e última oficina deste primeiro ano de PROEXT-PG aconteceu no dia 12 de abril de 2025, esta que é o tema central desse trabalho, tratou sobre o pensamento algébrico, no qual o objetivo era contribuir para a formação docente e aprimorar o uso de estratégias de ensino da matemática nos anos iniciais, alinhando-se às diretrizes interdisciplinares do projeto. A oficina buscou promover uma compreensão mais profunda sobre o pensamento algébrico e os sentidos da igualdade, fortalecendo as habilidades atreladas à temática e incentivando um ambiente de aprendizado colaborativo dentro da prática da disciplina.

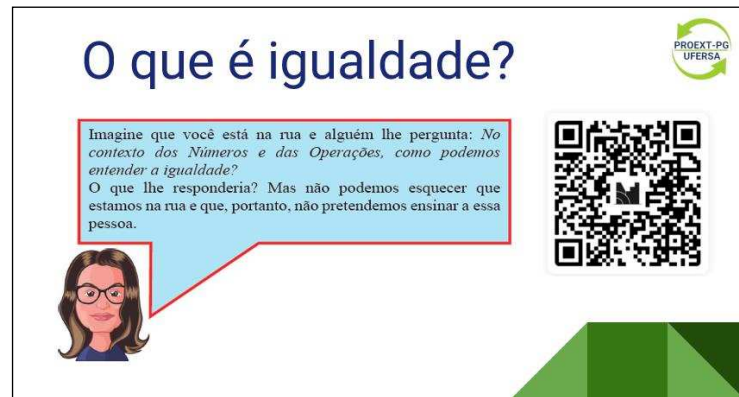
3.3 Oficina - A Construção do Pensamento Algébrico e os Sentidos da Igualdade

A formação sobre a construção do pensamento algébrico apresenta-se em três etapas: o trabalho individual, orientado pelo formador; a discussão em pequenos grupos e a discussão coletiva/exploratória de ideias matemáticas, que envolve a exposição das respostas, a discussão sobre as possíveis resoluções e a sistematização de conceitos dentro do assunto trabalhado.

Para isso, implementamos ações que possibilitassem a identificação de conhecimentos matemáticos e didáticos, voltada para professores de matemática dos anos iniciais.

No início da oficina, propomos o questionamento: O que é Igualdade? Os professores acessaram essa pergunta por meio de um Qr code e registraram suas respostas, gerando uma tempestade de ideias.

Figura 5: O que é igualdade?



Fonte: Adaptação de Ribeiro e Almeida (2023, p.31)

Posteriormente, foi entregue a primeira parte da Tarefa 1, intitulada *Esportes praticados*, de autoria própria, cuja produção buscou explorar o sentido operacional da igualdade em uma atividade contextualizada. Os participantes tiveram 10 minutos para resolvê-la individualmente e, em seguida, formaram três grupos de quatro pessoas cada, organização considerada essencial para a dinâmica do processo formativo.

Na sequência, receberam a segunda parte da Tarefa 1, denominada *Explorando aspectos didáticos relativos à Tarefa “Esportes praticados”*, elaborada a partir da adaptação das propostas de Barboza, Pazuch e Ribeiro (2020; 2021), dispondo de 20 minutos para sua resolução.

Por fim, a terceira parte, intitulada *Trabalhando com registros acerca da aplicação da Tarefa “Esportes praticados”*, também adaptada de Barboza, Pazuch e Ribeiro (2020; 2021), foi entregue para conclusão, com mais 20 minutos para execução. Esta última se apoiou em registros coletados previamente em uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental de uma escola de Mossoró-RN, o que proporcionou aos professores a análise de produções reais de alunos. Esse momento foi finalizado com uma discussão coletiva, em um debate de aproximadamente 20 minutos, a partir dos registros obtidos, reforçando o vínculo entre teoria e prática na formação docente.

Figura 6: Tarefa 1: Esportes Praticados

Tarefa 1: Esportes praticados

NA EMPRESA XYW TRABALHAM 50 FUNCIONÁRIOS E FOI FEITA UMA PESQUISA, PARA SABER QUAIS ESPORTES ALGUNS DESSES FUNCIONÁRIOS PRATICAM, CONFORME A TABELA ABAIXO DESCREVE.

ESPORTES PRATICADOS POR FUNCIONÁRIOS NA EMPRESA XYW	
ESPORTE	QUANTIDADE DE FUNCIONÁRIOS PRATICANTES
VÔLEI	7
SURF	13
FUTEBOL	11
BOXE	12
NATAÇÃO	5

Fonte: Própria autoria

A. QUANTOS FUNCIONÁRIOS PRATICAM VÔLEI? ____ FUNCIONÁRIOS.

B. QUAL É O ESPORTE MAIS PRATICADO PELOS FUNCIONÁRIOS? ____

C. JOÃO É O PROFESSOR DE VÔLEI E DE FUTEBOL. QUANTOS ALUNOS JOÃO TEM? ____ ALUNOS.

D. QUANTOS FUNCIONÁRIOS NÃO PRATICAM ESPORTES? ____ FUNCIONÁRIOS.

E. QUANTOS FUNCIONÁRIOS PRATICAM NATAÇÃO OU BOXE? ____ FUNCIONÁRIOS.

Fonte: Autoria própria

Na etapa seguinte, definimos sentido e fizemos o questionamento: “Qual sentido da igualdade foi abordado nessa tarefa 1?”. Os professores fizeram a exposição de suas ideias, culminando na definição do sentido operacional.

Figura 7: Definição de sentido

Denominamos sentido de uma operação as distintas formas como ela pode ser interpretada. Tais interpretações são propiciadas pela formulação de problemas que permitem atribuir significado a esses sentidos, e onde fica evidente que os raciocínios que se empregam para a resolução da operação neles envolvidos são distintos.

Fonte: Ribeiro e Almeida (2023, p.92)

Figura 8: Definição do sentido operacional

Sentido Operacional

Associa-se à ação de “fazer a operação” que se encontra de um lado para indicar o resultado do outro lado do sinal.

Fonte: Ribeiro e Almeida (2023, p.93)

Na sequência, os participantes receberam a Tarefa 2, elaborada por Ribeiro e Almeida (2023), com o objetivo de explorar o sentido de equivalência da igualdade. Eles tiveram 10 minutos para resolvê-la em grupo, registrando suas estratégias e reflexões iniciais. Em seguida, iniciou-se uma plenária de aproximadamente 20 minutos, na qual cada grupo apresentou suas respostas e discutiu suas conclusões. Durante esse momento, foram feitas intervenções e questionamentos que incentivaram os professores a analisar a igualdade como uma relação entre os dois membros da expressão, indo além do simples cálculo. O encerramento desta etapa consolidou a conceituação do sentido de equivalência, promovendo uma discussão coletiva sobre formas de introduzir esse conceito nos anos iniciais do Ensino Fundamental e ressaltando sua importância para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Figura 9: Tarefa 2: Igualdades?

Tarefa 2: Igualdades?

Observe cada expressão da tabela seguinte e assinale como verdadeira ou falsa cada uma das expressões. Justifique sua escolha.

	V	F	Justifique
$23 + 8 = 8 + 23$			
$23 + 8 = 43 - 12$			
Três mais quatro mais onze é igual a quatro mais onze mais três			
$\Delta - 32 = \Delta - 27 - 5$			
$0 + \odot = \odot$			
$\odot + \odot = 0$			

Fonte: Ribeiro e Almeida (2023, p.40)

Figura 10: Definição do sentido de equivalência

Sentido de Equivalência

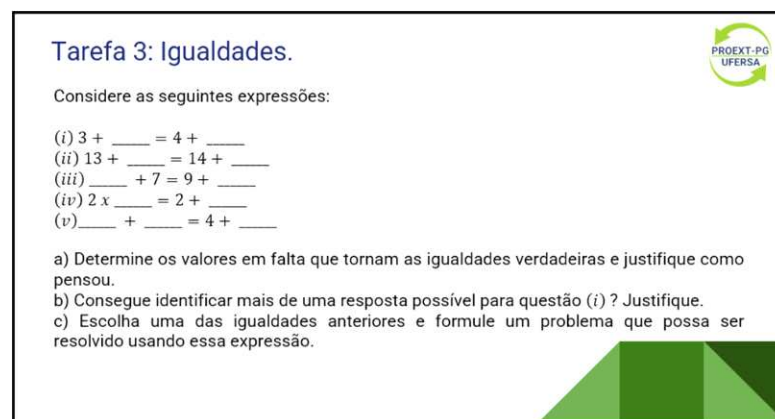
Associa-se a contextos em que se busca uma comparação entre as quantidades de ambos os lados do sinal, de modo a manter uma igualdade em termos das quantidades envolvidas.

Fonte: Ribeiro e Almeida (2023, p.93)

Dando continuidade à oficina, foi aplicada a Tarefa 3, também elaborada por Ribeiro e Almeida (2023), cujo objetivo foi trabalhar o sentido relacional da igualdade. As equipes

tiveram 10 minutos para resolvê-la, registrando suas estratégias de resolução. Na sequência, realizou-se uma nova discussão em plenária, seguindo o mesmo formato das tarefas anteriores, em que os grupos apresentaram suas respostas e refletiram coletivamente sobre as relações expressas pelas igualdades propostas, dentro de 20 minutos. As intervenções realizadas nesse momento possibilitaram aprofundar a compreensão de que a igualdade envolve uma relação entre expressões equivalentes, favorecendo a análise de padrões e generalizações matemáticas. O fechamento da atividade trouxe a formalização do sentido relacional, destacando sua relevância para a construção do pensamento algébrico desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Figura 11: Tarefa 3: Igualdades



Tarefa 3: Igualdades.

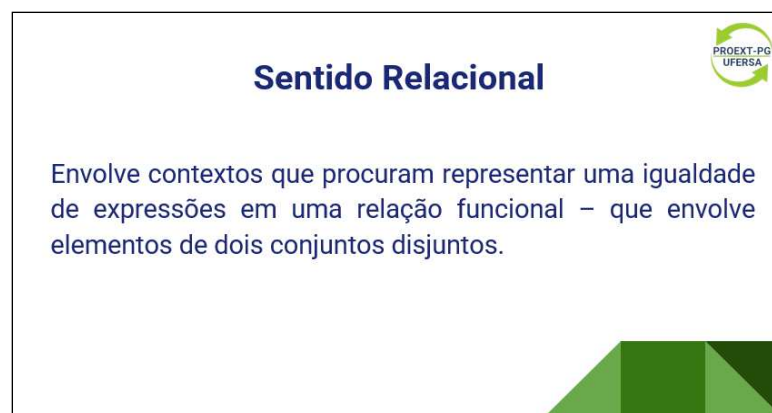
Considere as seguintes expressões:

- (i) $3 + \underline{\hspace{1cm}} = 4 + \underline{\hspace{1cm}}$
- (ii) $13 + \underline{\hspace{1cm}} = 14 + \underline{\hspace{1cm}}$
- (iii) $\underline{\hspace{1cm}} + 7 = 9 + \underline{\hspace{1cm}}$
- (iv) $2x \underline{\hspace{1cm}} = 2 + \underline{\hspace{1cm}}$
- (v) $\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = 4 + \underline{\hspace{1cm}}$

a) Determine os valores em falta que tornam as igualdades verdadeiras e justifique como pensou.
 b) Consegue identificar mais de uma resposta possível para questão (i)? Justifique.
 c) Escolha uma das igualdades anteriores e formule um problema que possa ser resolvido usando essa expressão.

Fonte: Ribeiro e Almeida (2023, p.138)

Figura 12: Definição do sentido relacional



Sentido Relacional

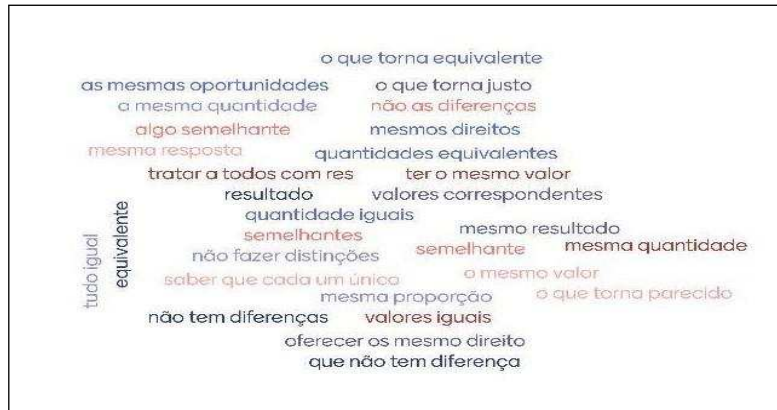
Envolve contextos que procuram representar uma igualdade de expressões em uma relação funcional – que envolve elementos de dois conjuntos disjuntos.

Fonte: Ribeiro e Almeida (2023, p.93)

Na sequência, conversamos sobre as diretrizes da BNCC a respeito do pensamento algébrico e os sentidos da igualdade e para encerrar, realizamos um momento de troca e reflexão, no qual os participantes compartilharam seus feedbacks sobre o processo formativo

e retomamos à tempestade de ideias proposta no início, revisitando as ideias iniciais sobre o pensamento algébrico e os sentidos da igualdade, e refletimos sobre as concepções ampliadas ao longo da formação.

Figura 13: Tempestade de ideias



Fonte: Autoria própria

No decorrer da oficina, foram elaboradas e aplicadas cinco Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), sendo a tarefa 1, dividida em três partes, a tarefa 2 e a tarefa 3. Todas tiveram como finalidade favorecer reflexões e promover oportunidades de aprendizagem aos professores participantes acerca do pensamento algébrico e dos sentidos da igualdade. Cada TAP foi planejada a partir de diferentes referenciais, de modo a contemplar situações variadas de análise, discussão e sistematização de conceitos. A seguir, apresenta-se um quadro com a síntese das tarefas utilizadas e seus respectivos objetivos no contexto da formação.

Quadro 1 – Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) e seus objetivos

TAP	Origem/Autoria	Objetivo principal no contexto da formação
TAP 1 1ª parte	Autoria própria	Trabalhar o sentido operacional da igualdade, discutindo sua interpretação restrita ao cálculo.
TAP 1 2ª parte	Adaptação de Barboza, Pazuch e Ribeiro (2020; 2021)	Explorar aspectos didáticos relativos à tarefa “Esportes praticados” proposta na TAP 1, analisando possibilidades pedagógicas.
TAP 1 3ª parte	Adaptação de Barboza, Pazuch e	Refletir sobre registros de alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, a partir da aplicação da tarefa “Esportes praticados”, promovendo a análise da

	Ribeiro (2020; 2021)	prática escolar.
TAP 2	Ribeiro e Almeida (2023)	Trabalhar especificamente o sentido de equivalência da igualdade, relacionando-o à comparação entre expressões matemáticas e à validação de igualdades.
TAP 3	Ribeiro e Almeida (2023)	Explorar o sentido relacional da igualdade, estimulando a compreensão da igualdade como relação entre expressões equivalentes e o avanço para representações mais abstratas.

Fonte: Autoria própria

3.4 Metodologia da Pesquisa

A metodologia da pesquisa tem como objetivo guiar a investigação científica, promovendo o confronto de dados, hipóteses e informações levantadas sobre um tema específico. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006, p.60), pesquisa é “um processo de estudo que consiste na busca disciplinada/metódica de saberes ou compreensões acerca de um fenômeno, problema ou questão da realidade ou presente na literatura o qual inquieta/instiga o pesquisador perante o que se sabe ou diz a respeito.”

Iniciamos nossos estudos por meio da revisão de literatura, a fim de selecionarmos o aporte teórico que nos guiará no processo de entendimento sobre pensamento algébrico e os sentidos da igualdade. A respeito desse passo, podemos afirmar que é o alicerce de todo tipo de pesquisa, pois

em uma etapa de fundamental importância para a pesquisa científica, pois a mesma influência de forma significativa todas as etapas do trabalho de pesquisa científico, é através do embasamento teórico que o seu trabalho deverá ter consistência. E este consiste no levantamento, seleção, fichamento e arquivamento de informações relacionadas à pesquisa. Para que a pesquisa tenha sustentação teórica, é necessário se fazer um levantamento exaustivo sobre o tema que se propõe pesquisar e, antes mesmo de coletar dados para a sua pesquisa, é fundamental estabelecer quais referências farão parte dela. (Freitas e Félix, 2010, p.33)

O referencial teórico utilizado para sustentar o estudo sobre pensamento algébrico e os sentidos da igualdade teve a influência de vários autores, destacando-se Ribeiro e Almeida (2023) e Ribeiro e Ponte (2020). Quanto ao conhecimento profissional de professores, focamos em Shulman (1986), Ball, Thames e Phelps (2008) e Carrillo *et al.* (2013). Para o planejamento e a execução da oficina, utilizamos o modelo teórico-metodológico

Oportunidades de Aprendizagem Profissional para Professores (PLOT) e nos embasamos em Ribeiro e Ponte (2020).

Para um melhor tratamento dos objetivos e uma análise do estudo teórico, adotou-se uma abordagem qualitativa, de cunho exploratório e interpretativo, a qual foi fundamentada na perspectiva de pesquisa-ação, pois envolve a elaboração e aplicação de uma oficina, apresentando relatos sobre os registros feitos nela, que por sua vez, tem por objetivo promover reflexões sobre a construção do pensamento algébrico e os sentidos da igualdade. Na área educacional, Tozoni-Reis afirma (2008, p. 35) “que a pesquisa qualitativa tem produzido muitos resultados e encontra-se hoje num patamar de maturidade tal que podemos dizer que alcançou um estágio avançado”.

A oficina aconteceu na cidade de Mossoró-RN, com professores que atuavam nos anos iniciais do ensino fundamental na rede municipal, onde foram selecionadas três escolas desta cidade, que são: Escola Municipal Professor Francisco Moraes Filho, Escola Municipal Antônio Soares de Aquino e Escola Municipal Professor Antônio Amorim. Essa escolha levou em consideração o IDEB e a adesão dos participantes ao encontro foi feita a partir dessa seleção prévia e em seguida, o convite foi encaminhado para estas escolas.

O momento ocorreu em um único encontro presencial, com duração de 4 horas. Ao todo, estiveram presentes 12 professores, nomeados pelas letras A, B, C, ... e L, e foram organizados em 3 equipes de trabalho, nomeadas de X, Y e Z para sistematizar as interações e registros. Os participantes atuavam do 1º ao 4º ano do Ensino Fundamental e compareceram no horário regular de formação, previsto pela rede municipal.

Os dados foram coletados a partir de registros produzidos durante a atividade formativa, que foram:

- Produção escrita dos professores, referente às atividades propostas;
- Anotações com destaque para falas e interações significativas.

Neste contexto, a abordagem do tratamento da coleta de dados foi descritiva, uma vez que coletamos as informações por meio dos registros escritos produzidos durante a oficina, com foco na organização e apresentação dos principais aspectos observados nas respostas dos professores. Os dados foram organizados com o ideal de identificar evidências que apontassem as estratégias utilizadas e o nível de entendimento sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico e das interpretações atribuídas ao sinal de igualdade, à luz dos componentes do modelo PLOT. Em vista disso, esse tipo de análise permitiu identificar ideias centrais e percepções recorrentes utilizadas por eles nas atividades propostas, sem recorrer, neste momento, a análises aprofundadas.

4 RELATOS SOBRE OS REGISTROS DAS TAREFAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Este capítulo apresenta uma descrição de respostas e reflexões produzidas por um grupo de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, da cidade de Mossoró-RN. Durante a oficina, os participantes foram convidados a resolver e discutir tarefas que exploravam diferentes interpretações da igualdade, permitindo observar como os docentes compreendem e aplicam os sentidos operacional, de equivalência e relacional, contribuindo para refletir sobre suas práticas pedagógicas e os desafios que enfrentam ao ensinar conteúdos que envolvem esse pensar algébrico.

A Tarefa 1, que explorou o Sentido Operacional da Igualdade, intitulada por *Esportes praticados*, foi construída com base em uma situação contextualizada de autoria própria, em que os professores deveriam interpretar dados de uma tabela para resolver questões envolvendo operações básicas. Esse momento mobilizou principalmente o sentido operacional da igualdade, uma vez que exige que o sujeito compreenda a igualdade como um sinal que antecede ou sucede uma operação aritmética, ou seja, está associada a fazer a operação e encontrar um resultado final.

Ao fazer um levantamento das informações registradas, percebemos que os professores, em sua maioria, apresentaram respostas corretas às questões da tarefa, demonstrando domínio das operações envolvidas. Contudo, ao serem questionados sobre suas estratégias e justificativas, notou-se uma diversidade de abordagens e graus de clareza na explicação do raciocínio.

Houve muitas dúvidas no “Item E - Quantos funcionários praticam natação ou boxe?” e alguns professores chegaram a questionar se os seus alunos seriam capazes de resolver essa questão. Os participantes demonstraram dificuldades nessa resolução, especialmente na interpretação do conectivo “ou”, que juntamente com o conectivo “e” são fundamentais para a compreensão da lógica da proposição. Alguns não conseguiram distinguir corretamente quando bastava que apenas uma das condições fosse satisfeita (ou) ou uma condição precisava ser simultaneamente verdadeira (e).

Figura 14: Professor A (TAP 1 - 1ª parte)

1ª Parte: Tarefa – ‘Esportes praticados’

Na empresa xyw trabalham 50 funcionários e foi feita uma pesquisa para saber quais esportes alguns desses funcionários praticam, conforme a tabela abaixo descreve.

ESPORTES PRATICADOS POR FUNCIONÁRIOS NA EMPRESA XYW	
ESPORTE	QUANTIDADE DE FUNCIONÁRIOS PRATICANTES
VÔLEI	7
SURF	13
FUTEBOL	11
BOXE	12
NATAÇÃO	5

Fonte: Própria Autoria

A. Quantos funcionários praticam vôlei? 7 funcionários.

B. Qual é o esporte mais praticado pelos funcionários? Surf.

C. João é o professor de vôlei e de futebol. Quantos alunos João tem? 18 alunos.

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 7 \\ \hline 18 \end{array}$$

(João tem 18 alunos)

D. Quantos funcionários não praticam esportes? 2 funcionários.

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 48 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$7 + 13 + 11 + 12 + 5$$

$$\begin{array}{r} 20 + 23 + 5 \\ 43 + 5 = 48 \end{array}$$

$50 - 48 = 2$ funcionários não praticam esportes

E. Quantos funcionários praticam natação ou boxe? 17 funcionários.

Natação: 5
Boxe: 12

$5 + 12 = 17$ funcionários

Fonte: Autoria própria

Figura 15: Professor B (TAP 1 - 1ª parte)

1ª Parte: Tarefa – 'Esportes praticados'

Na empresa xyw trabalham 50 funcionários e foi feita uma pesquisa para saber quais esportes alguns desses funcionários praticam, conforme a tabela abaixo descreve.

ESPORTES PRATICADOS POR FUNCIONÁRIOS NA EMPRESA XYW	
ESPORTE	QUANTIDADE DE FUNCIONÁRIOS PRATICANTES
VÔLEI	7
SURF	13
FUTEBOL	11
BOXE	12
NATAÇÃO	5

Fonte: Própria Autoria

A. Quantos funcionários praticam vôlei? 7 funcionários.

B. Qual é o esporte mais praticado pelos funcionários? Surf

C. João é o professor de vôlei e de futebol. Quantos alunos João tem? 18 alunos.

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 7 \\ \hline 18 \end{array}$$

D. Quantos funcionários não praticam esportes? 02 funcionários.

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 48 \\ \hline 02 \end{array}$$

02 funcionários não praticam esportes.

E. Quantos funcionários praticam natação ou boxe? 12 ou 5 funcionários.

Box: 12
Natação: 5.

Resultado dos (2)

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 5 \\ \hline 17 \end{array}$$

17 alunos, boxes podem descer a mobilidade

Fonte: Autoria própria

Figura 16: Professor C (TAP 1 - item E)

E. Quantos funcionários praticam natação ou boxe? _____ funcionários.

Essa questão abre espaço para mais de uma possibilidade de resposta.

Fonte: Autoria própria

Figura 17: Professor D (TAP 1 - item E)

E. Quantos funcionários praticam natação ou boxe? 12 funcionários.

Natação: 5
Boxe: 12

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 5 \\ \hline 17 \end{array}$$

Fonte: Autoria própria

Em relação à 2ª parte da Tarefa 1, ao compararmos as respostas, avaliamos que a maioria dos professores apontaram resoluções semelhantes, interpretaram corretamente os dados da tabela, fizeram os cálculos corretos, como somas (por exemplo, para saber quantos praticam natação ou boxe) e subtrações (quantos não praticam esportes) e consideraram adequadamente o total de funcionários (50) nas respostas.

Quanto ao apontamento de outras formas de resolução, surgiram nos registros ou falas dos participantes, o cálculo mental direto, o uso de resolução por meio de adição, subtração expressões ou frações. Já em relação à antecipação de estratégias que poderiam ser usadas por alunos do 2º ano do ensino fundamental, foram mencionadas: uso de material concreto (como tampinhas ou palitos) para representar os dados, desenhos de tracinhos ou contagem com os dedos.

No tocante às adversidades que os alunos apresentariam foram citadas: dificuldade de interpretação dos dados da tabela e na compreensão de perguntas com conectivos como “ou” (como na questão da natação ou boxe) e confusão entre o total de praticantes e o total de funcionários (por exemplo, achar que todos praticam ao menos um esporte).

Quanto à reflexão gerada a partir dos questionamentos feitos na oficina, os professores deram sugestões didáticas para superar as dificuldades:

A – Eu trocaria tabela por gráficos que apresentem imagens.

C– Percebo que, ao propor a atividade, preciso deixar que os alunos expliquem o raciocínio deles.

E– Devo fazer perguntas que incentivem o raciocínio (“Quantas pessoas não aparecem aqui?”, “Qual é o maior número?”).

F – É importante valorizar as diferentes estratégias de resolução.

G– Em minhas aulas vou estimular mais a resolução em grupo para favorecer a troca de estratégias.

J– Trabalhar a interpretação de situações problemas se faz necessário para o bom andamento do conteúdo;

L – Percebo a grande importância do professor atuar como mediador durante a aplicação da tarefa.

Figura 18: Equipe X (TAP 1 – 2ª parte)

2ª Parte: Explorando aspectos didáticos relativos à Tarefa 'Esportes praticados'

Tomando-se por base o trabalho individual, respondam as questões a seguir:

1) Identifiquem se as resoluções individuais da Tarefa de cada um são semelhantes ou divergentes? Escreva, se for o caso, quais foram as diferenças identificadas em relação às resoluções matemáticas encontradas.

Sim, os esportes foram iguais ~~para~~ com duas maneiras, apenas na última questão da atividade que houve diferenças nos resultados de quem se refere a interpretação da questão.

2) Vocês conseguem, juntos, encontrar alguma outra maneira de resolução diferente daquelas encontradas individualmente? Descreva-a.

Sim, para a resolução das questões foram ressaltadas as formas diferentes. Alguns ressaltaram as questões fazendo uso de adição e subtração, enquanto outros, ressaltaram com expressões, adição e multiplicação.

3) Vocês seriam capazes de antecipar possíveis estratégias de resolução que os alunos de uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental poderiam utilizar? Se sim, qual (quais) seria (seriam) a(s) estratégia(s)?

Sim. Acredito que os alunos utilizariam A, B e C e as considerariam melhores usando adição e multiplicação. No entanto, creio que eles não conseguiriam interpretar as questões D e E.

4) Vocês seriam capazes de antecipar possíveis dificuldades que os alunos de uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental poderiam encontrar para resolver a Tarefa? Se sim, qual (quais) seria (seriam) a(s) dificuldade(s)?

Sim, acredito que os alunos teriam dificuldade com algumas das questões de E pelo nível de interpretação necessário para resolvê-las.

5) Vocês seriam capazes de antecipar possíveis ações que um professor precisaria/poderia executar, em uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental, de modo a dar suporte para os alunos, por exemplo, superarem possíveis dificuldades?

Sim, o professor poderia ajudá-los auxiliando na interpretação das questões D e E e no dia a dia, em trabalhos interpretando os problemas matemáticos.

Fonte: Autoria própria

Figura 19: Equipe Y (TAP 1 – 2ª parte)

2ª Parte: Explorando aspectos didáticos relativos à Tarefa 'Esportes praticados'

Tomando-se por base o trabalho individual, respondam as questões a seguir:

1) Identifiquem se as resoluções individuais da Tarefa de cada um são semelhantes ou divergentes? Escreva, se for o caso, quais foram as diferenças identificadas em relação às resoluções matemáticas encontradas.

fluiu, na letra "s", pois na última questão uma das componentes realizou outra interpretação.

2) Vocês conseguem, juntos, encontrar alguma outra maneira de resolução diferente daquelas encontradas individualmente? Descreva-a.

A questão nos possibilita refletir em duas hipóteses de respostas, pois ao juntar as modalidades de esportes, teremos um resultado e os desmontamos teremos 2.

3) Vocês seriam capazes de antecipar possíveis estratégias de resolução que os alunos de uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental poderiam utilizar? Se sim, qual (quais) seria (seriam) a(s) estratégia(s)?

Sim, primeiramente de forma não convencional utilizando os dedos, tampinhas, fazendo frações. Posteriormente, realizando o cálculo usual.

4) Vocês seriam capazes de antecipar possíveis dificuldades que os alunos de uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental poderiam encontrar para resolver a Tarefa? Se sim, qual (quais) seria (seriam) a(s) dificuldade(s)?

Sim, na interpretação da tabela, principalmente se o aluno não for alfabetizado.

5) Vocês seriam capazes de antecipar possíveis ações que um professor precisaria/poderia executar, em uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental, de modo a dar suporte para os alunos, por exemplo, superarem possíveis dificuldades?

Mudar a tabela por um gráfico e nele utilizar imagens. E a presença do professor como mediador.

Fonte: Autoria própria

Figura 20: Equipe Z (TAP 1 – 2ª parte)

2ª Parte: Explorando aspectos didáticos relativos à Tarefa 'Esportes praticados'

Tomando-se por base o trabalho individual, respondam as questões a seguir:

1) Identifiquem se as resoluções individuais da Tarefa de cada um são semelhantes ou divergentes? Escreva, se for o caso, quais foram as diferenças identificadas em relação às resoluções matemáticas encontradas.

As respostas foram iguais em sua maioria, mas na última questão a letra 'E' tiveram respostas diferentes.

2) Vocês conseguem, juntos, encontrar alguma outra maneira de resolução diferente daquelas encontradas individualmente? Descreva-a.

Sim, pois as respostas foram iguais, mas as estratégias de resolução ~~foram~~ diferentes. Uma usou adição e subtração e outra utilizou divisão, adição e subtração.

3) Vocês seriam capazes de antecipar possíveis estratégias de resolução que os alunos de uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental poderiam utilizar? Se sim, qual (quais) seria (seriam) a(s) estratégia(s)?

Sim, acredito que os alunos de 2º ano, conseguiriam responder as questões A, B e C. Teriam dificuldades em resolver as questões D e E ou até mesmo, não conseguiriam interpretar o enunciado das questões, e não responderiam.

4) Vocês seriam capazes de antecipar possíveis dificuldades que os alunos de uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental poderiam encontrar para resolver a Tarefa? Se sim, qual (quais) seria (seriam) a(s) dificuldade(s)?

Sim, acredito que eles teriam dificuldade de responder as questões D e E, pela nível de dificuldade de interpretação.

5) Vocês seriam capazes de antecipar possíveis ações que um professor precisaria/poderia executar, em uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental, de modo a dar suporte para os alunos, por exemplo, superarem possíveis dificuldades?

Sim, o professor poderia trabalhar no dia-a-dia questões desse modelo, com situações-problema, para que os alunos desenvolvessem a leitura e interpretação de enunciados de questões.

Fonte: Autoria própria

Dentro da 3ª parte da Tarefa 1 haviam repostas obtidas de uma aplicação feita com uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental, o que permitiu aos professores observar registros reais de alunos e refletir sobre suas estratégias e dificuldades. Ao compararem os procedimentos utilizados pelas crianças, os professores identificaram o uso de caminhos que eles mesmos usaram para alcançar os resultados, tais como a soma direta dos valores da tabela, o uso de desenhos, contagens sucessivas ou mesmo aproximações. O raciocínio das equipes foi bem parecido nessa etapa.

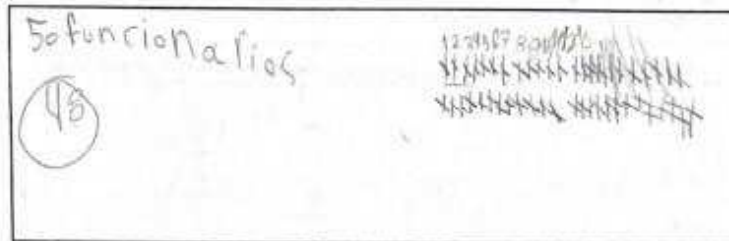
Figura 21: Equipe X (TAP 1 – 3ª parte)

3ª Parte: Trabalhando com registros acerca da aplicação da Tarefa 'Esportes praticados'

A aula referente à Tarefa "Esportes praticados" foi realizada em uma sala de 2º ano do Ensino Fundamental, com os alunos trabalhando individualmente. A aula aconteceu na própria sala dos alunos e teve duração de 30 minutos, e a professora já trabalhava com eles desde o início do ano letivo. Para a vossa análise, apresentamos a solução de alguns alunos dessa turma.

Você acha que o aluno conseguiu explicar o raciocínio? Justifique.

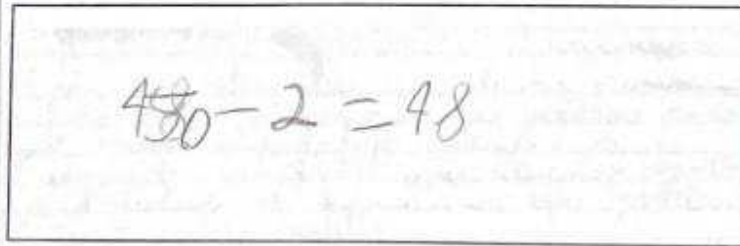
D. QUANTOS FUNCIONÁRIOS NÃO PRATICAM ESPORTES? 2 FUNCIONÁRIOS.



Sim, o aluno usou palitos para representar os esportes praticados pelos funcionários. Chegando a conclusão que 48 de 50 funcionários praticam esportes. Sendo assim, apenas dois não praticam esportes.

O que acha que levou o aluno(a) a chegar nesse resultado? Qual(ais) pergunta(s) o professor(a) poderia fazer para o(a) aluno(a) chegar a outro resultado?

D. QUANTOS FUNCIONÁRIOS NÃO PRATICAM ESPORTES? 48 FUNCIONÁRIOS.



~~Ele respondeu que praticam 48 e subtraiu~~
~~para obter o resultado correto. O professor não questionou~~
~~o resultado.~~
Ele não conseguiu interpretar a questão.
O professor poderia falar e mostrar a tabela com os dados e mostrar que a empresa possui 50 funcionários e que desses 50, 48 praticam esportes e em seguida questionar: Se eu tirar 48 de 50 quanto fica?
Colocar a subtração no quadro 50 e esperar a resposta ao chegar o resultado explicar que o resultado corresponde a quantidade de funcionários que não praticam esportes.

Compare os registros:

O que cada aluno(a) fez para resolver o problema? Quais os procedimentos matemáticos foram utilizados? Justifique.

E. QUANTOS FUNCIONÁRIOS PRATICAM NATAÇÃO OU BOXE? 17 FUNCIONÁRIOS.

$$12 + 5$$

E. QUANTOS FUNCIONÁRIOS PRATICAM NATAÇÃO OU BOXE? 5/7 FUNCIONÁRIOS.

E. QUANTOS FUNCIONÁRIOS PRATICAM NATAÇÃO OU BOXE? 71 FUNCIONÁRIOS.

O primeiro interpretou que deveria somar a quantidade de funcionários que praticam cada esporte mencionado (natação e boxe).

O segundo interpretou que deveria somar a quantidade de funcionários que praticam cada um dos esportes.

O terceiro interpretou que poderia escolher um ~~esporte~~ qualquer a quantidade de funcionários que praticam apenas um dos esportes mencionados.

Fonte: Autoria própria

As reflexões geradas pela troca de ideias dentro da oficina permitiram discutir com o grupo o papel do professor em criar mediações que favoreçam o desenvolvimento desse sentido de igualdade, não apenas como uma operação, mas como uma relação entre expressões equivalentes.

Agora, a Tarefa 2 teve como objetivo principal provocar uma reflexão mais profunda sobre o significado da igualdade a partir de seu sentido de equivalência. Os professores foram

convidados a analisar expressões do tipo “três mais quatro mais onze é igual a quatro mais onze mais três”, avaliando-as como verdadeiras ou falsas e justificando suas respostas.

Diferentemente da Tarefa 1, que envolvia a aplicação direta de operações aritméticas, esta tarefa exigia dos participantes a compreensão da igualdade como uma relação entre expressões matematicamente equivalentes. Ao abordar expressões que mantinham os mesmos valores totais, mas organizadas de formas distintas, buscou-se explorar a propriedade comutativa da adição e provocar a desconstrução da ideia de igualdade apenas como resultado de uma operação.

As respostas analisadas evidenciaram que, embora a maioria dos professores tenha julgado corretamente as sentenças como verdadeiras, houve diferenças nas justificativas apresentadas. Alguns se apoiaram exclusivamente nos cálculos dos dois lados da igualdade, afirmando que “18 é igual a 18”. Outros, porém, apontaram a reordenação dos termos como indício da equivalência, mencionando explicitamente a comutatividade da adição.

As três últimas expressões entraram em um novo espaço, visto que, trabalhavam com quantidades desconhecidas. Embora, o objetivo aqui não fosse determinar os valores desconhecidos, mas discutir as condições em que a igualdade é válida e esses itens, especialmente, os dois últimos, foram o centro de muitas discussões e dúvidas. Alguns professores apresentaram dificuldade em entender que os símbolos têm de assumir um valor numérico, por estarmos dentro do cenário das operações. Houve quem apresentasse um entendimento coerente nesses problemas, porém, houve também, quem não conseguiu analisar corretamente, principalmente, no último item que trabalha o desenvolvimento da ideia intuitiva de inverso aditivo.

Essa distinção revelou pontos importantes sobre o modo como os professores concebem a igualdade: enquanto alguns ainda recorrem majoritariamente ao sentido operacional, outros demonstraram um nível de entendimento de equivalência da igualdade, evidenciando uma percepção mais ampliada da estrutura matemática trabalhada. A discussão dessa tarefa é importante para entendermos a base sobre medida e comparação envolvidas nas expressões propostas e os procedimentos algébricos que serão pauta em anos seguintes, quando no domínio da álgebra, os alunos resolverem equações e inequações.

Figura 22: Equipe X (TAP 2)

Tarefa 2: Igualdades?

Você deve explicar sempre o seu raciocínio, descrevendo o processo que usar para responder à questão. Pode fazê-lo usando esquemas, palavras, cálculos, ...)

Observe cada expressão da tabela seguinte.

	V	F	Justifique
$23 + 8 = 8 + 23$	X		A ordem das parcelas não altera a soma.
$23 + 8 = 43 - 12$	X		As operações apresentam o mesmo resultado $23 + 8 = 31$; $43 - 12 = 31$.
Três mais quatro mais onze é igual a quatro mais onze mais três	X		$3 + 4 + 11 = 18$ $4 + 11 + 3 = 18$
$\Delta - 32 = \Delta - 27 - 5$ $32 - 27 = 5$ $32 - 32 = 0$ $5 - 5 = 0$	X		$32 - 32 = 0$ Podemos chegar ao mesmo resultado $33 - 32 = 1$ ou vários resultados $34 - 32 = 2$ iguais usando várias possibilidades.
$0 + 0 = 0$	X		$0 + 0 = 0$ resultados iguais
$0 + 0 = 0$	X		Elementos opostos. onde o resultado seja 0 zero.

Assinale como verdadeira ou falsa cada uma das expressões e justifique sua escolha.

Fonte: Autoria própria

Figura 23: Equipe Z (TAP 2)

Tarefa 2: Igualdades?

Você deve explicar sempre o seu raciocínio, descrevendo o processo que usar para responder à questão. Pode fazê-lo usando esquemas, palavras, cálculos, ...)

Observe cada expressão da tabela seguinte.

	V	F	Justifique
$23 + 8 = 8 + 23$	X		usou a propriedade comutativa (a ordem das parcelas não altera o resultado).
$23 + 8 = 43 - 12$ $\begin{array}{r} 23 \\ + 8 \\ \hline 31 \end{array}$ $\begin{array}{r} 43 \\ - 12 \\ \hline 31 \end{array}$	X		usou parcelas diferentes, operações mas manteve o mesmo resultado
Três mais quatro mais onze é igual a quatro mais onze mais três $\begin{array}{r} 3 \\ + 4 \\ + 11 \\ \hline 18 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ + 11 \\ + 3 \\ \hline 18 \end{array}$	X		trocando o algarismo, mas manteve o resultado
$\Delta - 32 = \Delta - 27 - 5$ $\Delta - 32 = \Delta - 32$	X		sons iguais soma e. compara o sinal.
$0 + 0 = 0$	X		Todo número somado com 0 dá ele mesmo.
$0 + 0 = 0$	X		As casas estão representando números iguais e sinais diferentes resultando em 0.

Assinale como verdadeira ou falsa cada uma das expressões e justifique sua escolha.

$\Delta - 32 = \Delta - 27 - 5$

Fonte: Autoria própria

Figura 24: Equipe Z (TAP 2)

Tarefa 2: Igualdades?

Você deve explicar sempre o seu raciocínio, descrevendo o processo que usou para responder à questão. Pode fazê-lo usando esquemas, palavras, cálculos, ...)

Observe cada expressão da tabela seguinte:

	V	F	Justifique
$23 + 8 = 8 + 23$	X		Usou a propriedade comutativa (a ordem dos parcelados altera o resultado).
$23 + 8 = 43 - 12$	X		Parcelas diferentes, mas mantém o mesmo resultado.
Três mais quatro mais onze é igual a quatro mais onze mais três	X		Trocou a ordem dos números, mas permaneceu o mesmo resultado.
$\Delta - 32 = \Delta - 27 - 5$ $\Delta - 32 = \Delta - 32$	X		ficou igual depois de cancelar o sinal.
$0 + 0 = 0$	X		Toda número adicionado com zero, resulta em ele mesmo.
$\ominus + \oplus = 0$	X		Os dois representam números iguais com sinais diferentes, resultando em zero.

Assinale como verdadeira ou falsa cada uma das expressões e justifique sua escolha.

Handwritten work below the table:

$3 + 4 + 11 = 4 + 11 + 3$

$\Delta - 32 = \Delta - 27 - 5$

~~$\Delta - 32 = \Delta - 27 - 5$~~

$\Delta - 32 = \Delta - 32$

$\Delta = -32 + 32 = 0$

$-5 + 5 = 0$

$+1 - 1 = 0$

$-20 + 10 = 10 - 20$

30

$\Delta - 32 = \Delta - 32$

$\Delta - 32 = 30 + 32$

0

Fonte: Autoria própria

Na Tarefa 3, exploramos o Sentido Relacional da Igualdade, em que a proposta aos professores visou trabalhar explicitamente esse sentido por meio da análise de expressões, exigindo que os participantes compreendessem a igualdade como uma relação de equilíbrio entre dois lados, já trabalhando com a ideia intuitiva de função, indo além do simples cálculo e envolvendo raciocínio lógico e generalização. Ao lidar com uma igualdade como “ $3 + _ = 4 + _$ ”, por exemplo, é necessário perceber que a soma de um lado deve ser equivalente à do outro, e que essa relação deve ser mantida ao se determinar os valores ainda desconhecidos. Apresentar, nos anos iniciais, as noções sobre funções “permite aos estudantes o tempo e o espaço para desenvolver o entendimento mais complexo do que eles poderiam ter se eles encontrassem funções somente nos anos secundários” (Blanton, 2008, p. 39). O autor ainda

afirma que da mesma forma que a capacidade de generalizar está no centro do pensamento algébrico, as funções se configuram como o “coração do pensamento funcional”.

Os professores foram convidados não apenas a encontrar os valores que completariam corretamente as igualdades, mas também a justificar seus raciocínios e, em seguida, criar um problema contextual que pudesse ser resolvido por meio de uma das expressões apresentadas.

Figura 25: Equipe Y (TAP 3)

Tarefa 3: Igualdades.

Você deve explicar sempre o seu raciocínio, descrevendo o processo que usou para responder à questão. Pode fazê-lo usando esquemas, palavras, cálculos, ...)

Considere as seguintes expressões:

(i) $3 + \underline{4} = 4 + \underline{3}$

(ii) $13 + \underline{7} = 14 + \underline{6}$

(iii) $\underline{8} + 7 = 9 + \underline{5}$

(iv) $2 \times \underline{5} = 2 + \underline{8}$

(v) $\underline{10} + \underline{10} = 4 + \underline{16}$

a) Determine os valores em falta que tornam as igualdades verdadeiras e justifique como pensou.

b) Consegue identificar mais de uma resposta possível para questão (i)? Justifique.

c) Escolha uma das igualdades anteriores e formule um problema que possa ser resolvido usando essa expressão.

Ana comprou um sanduiche no valor de R\$ 13,00 e um refrigerante no valor de R\$ 7,00. Já a sua irmã comprou uma pizza no valor de R\$ 14,00 e um refrigerante de R\$ 7,00.

Marque a alternativa que representa a expressão da igualdade.

07 20 +

Escreva abaixo a expressão que representa esses valores.

Fonte: Autoria própria

Figura 26: Equipe Z (TAP 3)

Tarefa 3: Igualdades.

Você deve explicar sempre o seu raciocínio, descrevendo o processo que usou para responder à questão. Pode fazê-lo usando esquemas, palavras, cálculos, ...)

Considere as seguintes expressões:

(i) $3 + \underline{4} = 4 + \underline{3}$
 (ii) $13 + \underline{16} = 14 + \underline{15}$
 (iii) $\underline{9} + 7 = 9 + \underline{0}$
 (iv) $2 \times \underline{2} = 2 + \underline{2}$
 (v) $\underline{6} + \underline{6} = 4 + \underline{8}$

a) Determine os valores em falta que tornam as igualdades verdadeiras e justifique como pensou. *• pensando alguns para chegar a uma equação*

b) Consegue identificar mais de uma resposta possível para questão (i)? Justifique.

c) Escolha uma das igualdades anteriores e formule um problema que possa ser resolvido usando essa expressão.

b) - sim buscando outros algoritmos, com resultados equivalentes. Ex: ~~3+3~~ $3+3 = 4+2$

c) Mariana e Joana foram à feira comprar frutas para a semana. Mariana comprou 3 kg de maçãs e 4 kg de bananas. Joana comprou 4 kg de laranjas e 3 kg de morangos. A quantidade de compras de Mariana e Joana são iguais ou diferentes? Faça o cálculo e justifique sua resposta.

Fonte: Autoria própria

A análise das respostas revelou que, em geral, os professores demonstraram competência em resolver corretamente as expressões. Foram apresentadas variações na forma de explicitar os processos mentais utilizados, em que alguns fizeram uso direto da subtração para isolar o termo desconhecido, enquanto outros recorreram a estratégias mais comparativas, como equilibrar os dois lados da equação por meio de aproximações sucessivas.

Em algumas justificativas foi possível observar indícios de que alguns professores já compreendiam a igualdade como uma relação entre duas expressões, e não apenas como um resultado. Essa mudança de perspectiva é essencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico, especialmente quando se considera a transição do pensamento aritmético ao algébrico nos anos iniciais.

A proposta de criação de problemas revelou, por outro lado, um certo desafio: alguns professores apresentaram dificuldades em elaborar enunciados que correspondessem

adequadamente às expressões. Isso sugere que, apesar de resolverem as equações corretamente, ainda há necessidade de fortalecer a capacidade de transposição didática, articulando a linguagem matemática simbólica a contextos significativos de ensino.

Durante o momento coletivo de discussão, os participantes refletiram sobre a importância de expor os alunos a situações que envolvam a igualdade em diferentes posições e contextos, de modo a evitar que construam uma visão limitada da igualdade como *um sinal que antecede o resultado final*. Destacaram também a importância de incentivar os alunos a verbalizarem seus raciocínios, o que pode auxiliar na explicitação das relações matemáticas envolvidas.

As observações das tarefas desenvolvidas na oficina evidenciam diferentes compreensões da igualdade por parte dos professores participantes, assim como os desafios enfrentados ao ensinar esse conceito nos anos iniciais. Foi possível observar que, embora haja domínio das operações aritméticas básicas, muitos professores ainda se encontram em processo de transição entre os sentidos operacional, de equivalência e relacional da igualdade, sendo este último o mais desafiador e menos consolidado.

Por fim, vale ressaltar que todas as respostas dos registros apresentados nesta dissertação, foram dadas pelos participantes antes de repassarmos as definições sobre os sentidos da igualdade.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou investigar a importância da introdução de conceitos algébricos desde os primeiros anos da educação básica, ressaltando o papel fundamental da compreensão dos diversos significados da igualdade na formação de professores. A condução deste estudo permitiu criar e implementar uma oficina pedagógica direcionada aos docentes da rede municipal de Mossoró, buscando um ambiente de aprendizado que facilitasse a reflexão sobre suas práticas e encorajasse novas formas de trabalhar a álgebra.

Este estudo teve como objetivo geral aplicar um roteiro de formação com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico e na compreensão dos sentidos da igualdade. Para isso, foram definidos cinco objetivos específicos: (i) construir o aporte teórico que fundamentasse a pesquisa; (ii) analisar as contribuições de uma oficina pedagógica para a formação docente; (iii) elaborar e aplicar uma oficina baseada no modelo PLOT; (iv) apresentar relatos sobre registros produzidos durante a formação; e (v) propor um roteiro formativo que pudesse inspirar novas práticas.

Todos esses objetivos foram alcançados: a revisão bibliográfica permitiu mapear conceitos centrais sobre pensamento algébrico, conhecimento profissional de professores, modelo PLOT e formação continuada; a oficina viabilizou a análise prática da aprendizagem docente; os registros coletados deram suporte às discussões sobre dificuldades e avanços dos participantes; e o roteiro construído apresenta-se como proposta replicável em outros contextos.

No que se refere ao potencial formativo da proposta, destaca-se que a articulação entre o Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) e o Professional Learning Opportunities for Teachers (PLOT) representa um ganho significativo para a Educação Matemática. O MTSK contribui ao oferecer um referencial robusto para compreender e aprofundar o conhecimento especializado do professor sobre o conteúdo matemático e sua didática, enquanto o PLOT fornece uma estrutura metodológica capaz de transformar esse conhecimento em experiências formativas efetivas.

A vivência demonstrou que a metodologia empregada, focada no Modelo PLOT, impulsionou a junção entre a teoria e a prática no ensino. Desta forma, proporcionando aos envolvidos, não apenas refletirem sobre os conteúdos, mas também vivenciarem situações de aprendizagem que poderão ser replicadas e adaptadas em seus contextos escolares.

A oficina permitiu a criação de um ambiente de troca e colaboração, dando força à ideia de que o pensamento algébrico é muito mais que apenas manipular símbolos, exigindo compreensão, interpretação e generalização de ideias matemáticas. Constatamos, ademais,

que a visão dos professores sobre igualdade ainda se encontra fortemente ligada a práticas aritméticas antigas. Tal fator, talvez, limite o desenvolvimento desse pensar algébrico nessa fase escolar.

Essa iniciativa de formação, baseada em tarefas contextualizadas e abertas à interpretação, argumentação e formulação de problemas, entregou momentos de reflexão e aprendizado. Apontando a necessidade de se investir em formações continuadas que abordem de forma clara a edificação destes conceitos fundamentais. Além disso, permitiu que os professores vivenciassem, as dificuldades enfrentadas pelos alunos, favorecendo a adoção de estratégias mais sensíveis e alinhadas às necessidades do ensino da matemática.

Como projetos para futuros estudos, destaca-se a possibilidade de aprofundar o impacto das formações baseadas no Ensino Exploratório e nas Tarefas de Aprendizagem Profissional em diferentes escolas, considerando contextos variáveis e perfis diferentes de docentes. Outra vertente seria propor formações contínuas, guiando esses profissionais ao longo de suas carreiras, com foco em reformular práticas e criar espaços de aprendizado mais reflexivos e participativos.

Por fim, entende-se que esta pesquisa contribuiu para um campo de estudo que ainda demanda maior atenção: o fortalecimento do pensamento algébrico desde as etapas iniciais da escolarização. Acredita-se que iniciativas como esta podem auxiliar a transformar as práticas pedagógicas, promovendo um ensino de matemática mais significativo, crítico e conectado com as reais necessidades dos alunos e professores.

REFERÊNCIAS

- _____. What is algebra? What is algebraic reasoning? In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.), **Algebra in the Early Grades**. Lawrence Erlbaum Associates. New York, 2008.
- ABREU, K. B. de; JESUS, D. M. de; MAIA, F. M.; MAIA, M. de B. **Extensão na pós-graduação: contribuições para a formação continuada de professores que ensinam matemática**. CONEDU - Formação de professores (Vol.3)...Campina Grande: Realize Editora, 902-918, 2024. Disponível em: < <https://editorarealize.com.br/edicao/detalhes/conedu---formacao-de-professores-vol3>>. Acesso em: 06 dez. 2024
- AGUIAR, M.; RIBEIRO, A. J. **Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores de matemática: experiências advindas de um processo formativo ancorado na prática docente**. *Revista Paradigma*, [s. l.], v. 43, n. Edición temática 1, p. 273-296, 2022.
- ALMEIDA, J. R. de; SANTOS, M. C. dos. **PENSAMENTO ALGÉBRICO: EM BUSCA DE UMA DEFINIÇÃO**. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 6(10), 36-60.
- ALTINTAS, S.; SIDEKLI, S.; YORULMAZ, A. **Investigation of the Effects of Mathematical Thinking States of Form Teachers on Their Mathematics Teaching Anxieties**. *European Journal of Educational Research*, v. 6, n. 4, p. 485-493, 2017.
- ARCAVI, Abraham. **Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics**. For the learning of Mathematics. v. 14, n.1, p. 24-35, 1994.
- ATTORPS, I. **Teachers' images of the 'equation' concept**. *European Research in Mathematics Education*, v. 3, 2003.
- BALL, D. L.; BEN-PERETZ, M.; COHEN, R. B.(2014). **Records of practice and the development of collective professional knowledge**. *British Journal of Educational Studies*, v. 62, n. 3, p. 317-335, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00071005.2014.959466>>. Acesso em: 10 out. 2024
- BALL, D. L.; COHEN, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners. Em L. Darling-Hammond, & G. Sykes (Eds.), *Teaching as the learning profession. Handbook of policy and practice* (pp. 3–32). Jossey-Bass.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, New York, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BALL, D.L.; BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: ANNUAL MEETING OF THE CANADIAN MATHEMATICS EDUCATION STUDY GROUP, EDMONTON. CONFERENCE PROCEEDINGS. 2002. p. 3-14.
- BARBOSA, Y. O. **Multisignificados de equação: uma investigação sobre as concepções de professores de Matemática**. 2009, 196f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2009.

BARBOZA, L. C de S.; PAZUCH, V; RIBEIRO, A. J. **Tarefas para a aprendizagem de professores que ensinam matemática nos anos iniciais.** Zetetiké, Campinas, SP, v. 29, n. 00, 2021, pp.1-25 - p. e021009. DOI: 10.20396/zet.v29i00.8656716.

Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8656716>>. Acesso em: 21 ago. 2025.

BARBOZA, L. C de S.; PAZUCH, V; RIBEIRO, A. J. **Primary School Teacher's Professional Learning: Exploring Different Meanings of the Equals Signal Aprendizagem Profissional de Professores dos Anos Iniciais: Explorando os Diferentes Significados do Sinal de Igualdade.** Acta Scientiae, v. 24, p. 71-97, 2020. DOI:10.17648/acta.scientiae.5418.

Disponível em: <<https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5418>>. Acesso em: 21 ago. 2025.

BEKDEMIR, M. **The pre-service teachers' mathematics anxiety related to depth of negative experiences in mathematics classroom while they were students.** *Educational Studies in Mathematics*, v. 75, n. 3, p. 311-328, 2010.

BLANTON, M. L. *Algebra in elementary classrooms: Transforming thinking, transforming practice.* Portsmouth, NH: Heinemann, 2008.

BLANTON, M.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, 36(5), 2005, p. 412-446.

BLANTON, M.; SCHIFTER, D.; INGE, V.; LOFGREN, P.; WILLIS, C.; DAVIS F.; CONFREY, J. (2007). Early algebra. In V. J. Katz (Eds.), *Algebra: Gateway to an technological future. MAA Report* (pp. 7-14). Washington, D.C.: The Mathematical Association of America.

BORKO, H.; KOELLNER, K. (2008). Situativity: A theoretical lens for designing and studying programs of professional development. *Paper presented at the International Commission on Mathematical Instruction Symposium*, Rome.

BRANCO, N. C. V. **O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Formação Inicial de Professores dos Primeiros Anos.** 506 f. Tese (Doutorado em Educação) - Instituto de Educação, Universidade De Lisboa, Lisboa, 2023.

BRANCO, N.; PONTE, J. P. D. **A álgebra na formação inicial de professores dos primeiros anos: Uma experiência de formação.** *Indagatio Didactica*. Universidade de Aveiro, v. 3, n. 1, p. 59-79, fev. 2011.

BRANCO, N.C.V. **O Desenvolvimento Do Pensamento Algébrico Na Formação Inicial De Professores Dos Primeiros Anos.** 506 f. Tese (Doutorado em Educação) - Instituto de Educação, Universidade De Lisboa, Lisboa, 2013.

BRANSFORD, J.; BROWN, A. L.; COCKING, R. (1999). *How people learn: Brain, mind, experience and school.* Washington, DC: National Academies Press.

BRASIL, Ministério da Educação (2018). *Base Nacional Comum Curricular*: MEC/SEB.

CANAVARRO, A. P. (2011). **Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios.** *Educação e Matemática*, 115, 11-17.

CANAVARRO, A. P. **O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos.** In: Quadrante, v. VXi, n. 2. Portugal, 2007.

CARDOSO, M. T. P. **O conhecimento matemático e didático, com incidência no pensamento algébrico de professores do primeiro ciclo do ensino básico: que relações com um programa de formação contínua?** 2010. 587f. Tese (Doutorado em Estudos da Criança, Área de Conhecimento: Matemática Elementar) – Instituto de Estudos da Criança, Universidade do Minho, Minho, 2010.

CARRILLO, J. *et al.* Determining Specialised Knowledge For Mathematics Teaching. In: UBUZ, B.; HASER, C. *et al.* CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION. 8., 2013. Turkey: M.E.T. University, Ankara, 2013. p.2985-2994.

CARRILLO, J. *et al.* **Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de Matemáticas.** Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones, 2014.

CARRILLO-YAÑEZ, J., CLIMENT, N., MONTES, M., CONTRERAS, L. C., FLORES-MEDRANO, E., ESCUDERO-ÁVILA, D., ... MUÑOZ-CATALÁN, M. C. (2018). **The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model.** *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. Disponível em: < <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981> >. Acesso em: 09 ago. 2025

CURI, E. **Formação de Professores Polivalentes: uma análise dos conhecimentos para ensinar Matemática e das crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos.** Tese de Doutorado em Educação Matemática, PUC/SP, 2004. curriculum. In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.), *Algebra in the Early*

DARLING-HAMMOND, L., HYLER, M. E., GARDNER, M. (2017). *Effective Teacher Professional Development.* Learning Policy Institute.

DESIMONE, L. M. (2009). **Improving impact studies of teachers' professional development: Toward better conceptualizations and measures.** *Educational Researcher*, 38(3), 181–199. Disponível em: < <https://doi.org/10.3102%2F0013189X08331140> >. Acesso em: 10 out. 2024

DESIMONE, L. M.; PAK, K. (2016). **Instructional Coaching as High-Quality Professional Development.** *Theory Into Practice*, 56(1), 3–12.

DÖRR, R. C., Neves; R. da S. P.; RIBEIRO, A. J. (2023). **Tarefas Matemáticas na Formação Continuada de Professores: Investigando a Construção e o Desenvolvimento de uma Tarefa Exploratória.** *Perspectivas Da Educação Matemática*, 16(42), 1–27. Disponível em: <<https://doi.org/10.46312/pem.v16i42.18819>>. Acesso em: 17 set. 2024

FERREIRA, J. L. **Modelo PLOT: por uma aproximação das pesquisas histórica e não histórica sobre saberes profissionais na formação professores que ensinam matemática.** *Revista de Educação Matemática*, 19(01), 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.37001/remat25269062v19id585>>. Acesso em: 13 set. 2024

FERREIRA, M. C. N. **Pensamento Algébrico Nos Anos Iniciais: Desvelando As Aprendizagens Profissionais De Professores**. 187 f. Tese (Doutorado em Educação) - Instituto de Educação, Universidade De Lisboa, Lisboa, 2023.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, A. J.; RIBEIRO, C. M. **ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: PRIMEIRAS REFLEXÕES À LUZ DE UMA REVISÃO DE LITERATURA**. Educação e Fronteiras On-Line, Dourados/MS, v.6, n.17 p.34-47, maio/ago. 2016. Disponível em: <<https://ojs.ufgd.edu.br/educacao/article/view/5785/2948>>. Acesso em: 05 jul. 2025

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. (1993). **Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar**. *Pro-posições*, 7(1), 79-91.

FREITAS, M. T. M.; FÉLIX, N. M. R. **Metodologia de pesquisa**. São João del-Rei, MG: UFSJ, 2010. 56p. FUNDAÇÃO CARLOS CHAGAS. **Formação Continuada de Professores: contribuições da literatura baseada em evidências**. 2017.

GARET, M.; PORTER, A.; DESIMONE, L.; BIRMAN, B.; YOON, K. S. (2001). What makes professional development effective? Results from a national sample of teachers. *American Educational Research Journal*, 38(4), 915–945.

GATTI, B. *Atratividade da carreira docente no Brasil: relatório preliminar*. São Paulo: Fundação Carlos Chagas, 2009.

GIBBONS, L. K.; COBB, P. (2017). Focusing on teacher learning opportunities to identify potentially productive coaching activities. *Journal of Teacher Education*, 68(4), 411-425. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/0022487117702579>>. Acesso em: 12 out. 2024

GRAFF, B. R.; RIBEIRO, M. (2024) **MTSK E DISCURSO MATEMÁTICO: APROXIMAÇÕES REFERENTES AO CONHECIMENTO MATEMÁTICO**. Espaço Plural. 20. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/publication/383491577>>. Acesso em: 09 ago. 2025

GUERREIRO, António *et al.* **Comunicação na sala de aula: a perspectiva do ensino exploratório da matemática**. *Zetetiké*, Campinas, v. 23, n. 4, p. 279-295, 2015.

EIRDSFIELD, Ann; COOPER, Thomas. Inaccurate mental addition and subtraction: Causes and compensation. Em: BARTON, Bill; IRWIN, Kathryn; PFANNKUCH, Maxine; THOMAS, Michael O. J. (Eds.). **Proceedings Mathematics Education in the South Pacific**, 2002, p. 334-341. Auckland, NZ.

HILL, H.C.; BALL, D.L.; SCHILLING, S.G. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *J. Res. Mathematics Educ.*, p. 372-400, 2008.

JUNIOR, J. G. M.; WIELEWSKI, G. D. **Base de Conhecimento de Professores de Matemática: do Genérico ao Especializado**. *Rev. Ens. Educ. Cienc. Human.*, v. 18, n.2, p. 126-133, 2017.

KAPUT, J. BLANTON, M. L.; MORENO, Algebra from a symbolization point of view. In: KAPUT, J.; CARRAHER, D. (Eds.), **Algebra in the Early Grades**. Lawrence Erlbaum Associates. New York, 2008.

KAPUT, James J. Teaching and Learning a new algebra with understanding. **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ: Erlbaum, 1999.

KENNEDY, M. M. (2016). **How Does Professional Development Improve Teaching?** *Review of Educational Research*, 86(4), 945–980. Disponível em: <<https://doi.org/10.3102/0034654315626800>>. Acesso em: 10 nov. 2024

KIERAN, C. (2011). Overall commentary on early algebraization: Perspectives for research and teaching. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization* (pp. 579-593). Berlin: Springer.

KIRNEV, D. C. B.; SAVIOLI, A. M. P. D. das. **Set-befores e Met-befores: influência no estudo de anéis de polinômios**. VIDYA. Santa Maria: Revista do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana, v.37, n.2, p. 533-547, 2017.

KRIEGLER, Shelley. Just what is algebraic thinking. **Retrieved September**, v. 10, p. 1-11, 2008.

LAUTENSCHLAGER, E.; RIBEIRO, A. J. **REFLEXÕES ACERCA DO IMPACTO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO DOS PROFESSORES NO ENSINO: A ÁLGEBRA DA EDUCAÇÃO BÁSICA**. In *JIEEM-Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática IJSME-International Journal for Studies in Mathematics Education 1-v* (Vol. 7, Issue 3).

LIMA, G. L. de; BIANCHINI, B. L. (2022). **REFLEXÕES SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA A PARTIR DAS PRODUÇÕES DO GT04 DA SBEM**. *Educação Em Revista*, 38. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/0102-469824723>>. Acesso em: 28 ago. 2024

LUTAIF BIANCHINI, B.; LOUREIRO DE LIMA, G (orgs.). **O pensamento matemático e os diferentes modos de pensar que o constituem**. 3 ed. São Paulo, SP: Livraria da Física, 2023

MARIN, D.; FIOREZI DE MARCO, F. *Metodologia da Pesquisa na formação do professor de Matemática*, 2014.

NOBREGA FERREIRA, M. C.; ALVES DA SILVA, V.; MESSIAS GONÇALVES, M.; JACQUES RIBEIRO, A. (2023). **TAREFAS DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA**. *Revista Latino-americana de Investigación En Matemática Educativa*, 26(2), 176–200. Disponível em: <<https://doi.org/10.12802/relime.23.2622>>. Acesso em: 17 set. 2024

NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. V. How Large Are Teacher Effects? **Educational Evaluation and Policy Analysis**, [s. l.], v. 26, n. 3, p. 237–257, 1 set. 2004. Disponível em: <<https://doi.org/10.3102/01623737026003237>>. Acesso em: 31 jul. 2025

PONTE, J. P. (2005). **Gestão curricular em Matemática**. En Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Associação de Professores de Matemática.

PONTE, J. P. (2011). **Using video episodes to reflect on the role of the teacher in mathematical discussions**. In O. Zaslavsky & P. Sullivan (Eds.), *Constructing knowledge for teaching secondary mathematics: Tasks to enhance prospective and practicing teacher learning* (pp. 249-261). New York, NY: Springer.

PONTE, J. P. **Professores de matemática: das concepções aos saberes profissionais**. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., Açores: Actas... Lisboa: APM, 1992. p. 59-80.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. **Teachers' professional practice conducting mathematical discussions**. Educational Studies in Mathematics, v. 93, n. 1, p. 51-66, 2016. Disponível em: < <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9681-z>>. Acesso em: 10 out. 2024

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; BRANCO, N. (2012). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 65-86.

RIBEIRO, A. J. **Equação e seus multissignificados no ensino de Matemática: contribuições de um estudo epistemológico**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. p. 141.

RIBEIRO, A. J. **Equação e Conhecimento Matemático para o Ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 26, p. 535-558, 2012.

RIBEIRO, A. J.; AGUIAR, M.; TREVISAN, A. L. (2020). **Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades**. *Quadrante*, 29(1), 52–73. Disponível em: <<https://quadrante.apm.pt/article/view/23010>>. Acesso em: 13 ago. 2024

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. (2019). Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of function. *Acta Scientiae*, 21(2), 49–74. Disponível em: <<https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss2id5002>>. Acesso em: 28 ago. 2024

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. (2020). **Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática**. *Zetetiké*, 28, 1–20. Disponível em: < <https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8659072>>. Acesso em: 17 set. 2024

RIBEIRO, A.J. **Equação e conhecimento matemático para o ensino: relações e potencialidades para a educação matemática**. *Bol. Bol. Educ. Matem.*, v.26, n.42, p.535-558, 2012.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A. **Coleção CIEspMat - Formação: Desenvolvimento do pensamento algébrico em contextos de entender os sentidos da igualdade e o conhecimento especializado do professor**. V.15. Campinas: Cognoscere, 2023. 148 f.

ROWLAND, T. The knowledge quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *SISYPHUS - J. Educ.*, v.1, n.3, p.15-43, 2013.

RUSSELL, S.; SCHIFTER, D.; BASTABLE, V. (2011). Developing algebraic thinking in the context of arithmetic. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization* (pp. 43-69). Berlin: Springer.

RUTHVEN, K. (1989). An exploratory approach to advanced mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 449-467.

RUTHVEN, K.; HOFMANN, R.; MERCER, N. (2011). **A dialogic approach to plenary problem synthesis.** In B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 81-88). Ankara, Turkey.

SANTOS, D. E. L. dos. **Relações entre vivências negativas, ansiedade matemática e procrastinação em estudantes de pedagogia** (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.

SANTOS, M. C.; ALMEIDA, J. R. **Parâmetros Balizadores da Pesquisa em Educação Matemática no Brasil: Pesquisa em Educação Algébrica.** Educação Matemática Pesquisa. São Paulo: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, v.17, n.13, p. 541-555, 2015.

SAVIOLI, A. M. P. D. **Origens e caracterizações da Álgebra e do Pensamento Algébrico sob a ótica de vários autores.** Em: IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2019, Anais... Taguatinga/BR, p.1-17, 2009.

SHULMAN, L. S. (1987). **Knowledge and teaching: Foundations of the new reform.** *Educational Review*, 57, 1-22.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Teacher*, New York, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SILVA, D. I. B. DA; RIBEIRO, A. J.; AGUIAR, M. **AVENTURA FORMATIVA ACERCA DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS: DAS APRENDIZAGENS PLANEJADAS ÀQUELAS QUE SURPREENDEM.** *Vidya*, 43(1), 77-97, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.37781/vidya.v43i1.4420>>. Acesso em: 13 ago. 2024.

SILVER, E. A.; CLARK, L. M.; GHOSSEINI, H. N.; CHARALAMBOUS, C. Y.; SEALY, J. T. (2007). Where is the mathematics? Examining teachers' mathematical learning opportunities in practice-based professional learning tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 261-277.

SMITH, M. S. (2001). *Practice-based professional development for teachers of mathematics.* NCTM.

SMITH, Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.), **Algebra in the Early Grades**. Lawrence Erlbaum Associates. New York, 2008.

STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M.; HUGHES, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313-340.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. (1998). **Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice**. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268–275. Disponível em: <<https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268>>. Acesso em: 13 set. 2024

TOZONI-REIS, M. F. de C. **Metodologia da Pesquisa**. 2. ed. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2008.

UNITED NATIONS EDUCATIONAL, SCIENTIFIC AND CULTURAL ORGANIZATION. **A review of evaluative evidence on teacher policy**. *Evaluation Insights* 4. Paris: IOS Evaluation Office-Unesco, 2016.

VALE, I.; PIMENTEL, T. (2011). **Padrões em matemática: Uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico**. Texto Editores.

VAN ES, E. A.; TUNNEY, J.; GOLDSMITH, L.; SEAGO, N. (2014). A framework for the facilitation of teachers' analysis of video. *Journal of Teacher Education*, 64(4), 340-356. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/0022487114534266>>. Acesso em: 17 nov. 2024

WATSON, A.; MASON, J. (2007). Taken-as-shared: A review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 205-215.

WHITE, A. L.; JAWORSKI, B.; AGUDELO-VALDERRAMA, C.; GOOYA, Z. **Teachers learning from teachers**. In M. A. (Ken) Clements et al. (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 393-430). Springer. 2013.

APÊNDICE A – OFICINA

A aplicação das Tarefas de Aprendizagem Profissional contou com cinco momentos distintos, onde a primeira tarefa foi dividida em três partes: o primeiro momento aconteceu de forma individual, onde os professores resolveram a 1ª parte, a tarefa: **Esportes praticados**.

O segundo momento ocorreu em subgrupos, com quatro professores agrupados, para que respondessem à 2ª Parte: a tarefa: **Explorando aspectos didáticos relativos à Tarefa ‘Esportes praticados’**, quando deviam ser respondidas 5 perguntas referentes ao conhecimento didático.

No terceiro momento, os professores permaneceram em grupos e responderam à 3ª Parte, a tarefa: **Trabalhando com registros acerca da aplicação da Tarefa ‘Esportes praticados’**, onde é exigido o conhecimento matemático dos participantes.

No quarto momento foi solicitado que os professores respondessem a Tarefa 2: **Igualdades?** E no quinto, a Tarefa 3: **Igualdades**. A partir do terceiro momento, ao finalizar as tarefas, foram realizadas plenárias para que os professores exponham e discutam as respostas obtidas pelos subgrupos. A plenária tem por intuito compartilhar com todo o grupo, os conhecimentos matemáticos e didáticos provenientes das resoluções individuais e das discussões entre os participantes agrupados.

1ª Parte: Tarefa – Esportes praticados

Na empresa xyw trabalham 50 funcionários e foi feita uma pesquisa para saber quais esportes alguns desses funcionários praticam, conforme a tabela abaixo descreve.

ESPORTES PRATICADOS POR FUNCIONÁRIOS NA EMPRESA XYW	
ESPORTE	QUANTIDADE DE FUNCIONÁRIOS PRATICANTES
VÔLEI	7
SURF	13
FUTEBOL	11
BOXE	12
NATAÇÃO	5

Fonte: Própria Autora

A. Quantos funcionários praticam vôlei? _____ funcionários.

B. Qual é o esporte mais praticado pelos funcionários?

_____.

C. João é o professor de vôlei e de futebol. Quantos alunos João tem? _____ alunos.

D. Quantos funcionários não praticam esportes? _____ funcionários.

E. Quantos funcionários praticam natação ou boxe? _____ funcionários.

2ª Parte: Explorando aspectos didáticos relativos à Tarefa ‘Esportes praticados’

Tomando-se por base o trabalho individual, respondam as questões a seguir:

- 1) Identifiquem se as resoluções individuais da Tarefa de cada um são semelhantes ou divergentes. Escreva, se for o caso, quais foram as diferenças identificadas em relação às resoluções matemáticas encontradas.

- 2) Vocês conseguem, juntos, encontrar alguma outra maneira de resolução diferente daquelas encontradas individualmente? Descreve-a.

- 3) Vocês seriam capazes de antecipar possíveis estratégias de resolução que os alunos de uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental poderiam utilizar? Se sim, qual (quais) seria (seriam) a(s) estratégia(s)?

- 4) Vocês seriam capazes de antecipar possíveis dificuldades que os alunos de uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental poderiam encontrar para resolver a Tarefa? Se sim, qual (quais) seria (seriam) a(s) dificuldade(s)?

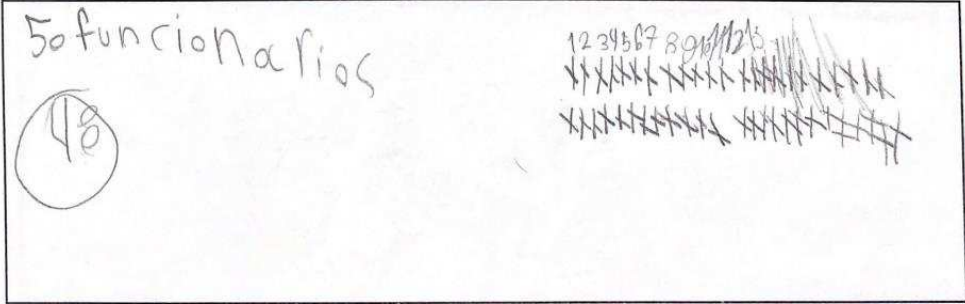
- 5) Vocês seriam capazes de antecipar possíveis ações que um professor precisaria/poderia executar, em uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental, de modo a dar suporte para os alunos, por exemplo, superarem possíveis dificuldades?

3ª Parte: Trabalhando com registros acerca da aplicação da Tarefa ‘Esportes praticados’

A aula referente à Tarefa “Esportes praticados ” foi realizada em uma sala de 2º ano do Ensino Fundamental, com os alunos trabalhando individualmente. A aula aconteceu na própria sala dos alunos e teve duração de 30 minutos, e a professora já trabalhava com eles desde o início do ano letivo. Para a vossa análise, apresentamos a solução de alguns alunos dessa turma.

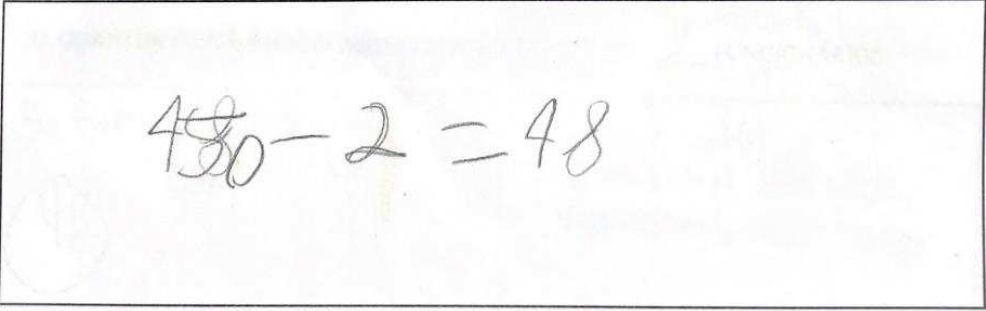
Você acha que o aluno conseguiu explicar o raciocínio? Justifique.

D. QUANTOS FUNCIONÁRIOS NÃO PRATICAM ESPORTES? 2 FUNCIONÁRIOS.



O que acha que levou o aluno(a) a chegar neste resultado? Qual(ais) pergunta(s) o professor(a) poderia fazer para o(a) aluno(a) chegar a outro resultado?

D. QUANTOS FUNCIONÁRIOS NÃO PRATICAM ESPORTES? 48 FUNCIONÁRIOS.



Compare os registros:

O que cada aluno(a) fez para resolver o problema? Quais procedimentos matemáticos foram utilizados? Justifique.

E. QUANTOS FUNCIONÁRIOS PRATICAM NATAÇÃO OU BOXE? 17 FUNCIONÁRIOS.

12 + 5

17

E. QUANTOS FUNCIONÁRIOS PRATICAM NATAÇÃO OU BOXE? 5/12 FUNCIONÁRIOS.

E. QUANTOS FUNCIONÁRIOS PRATICAM NATAÇÃO OU BOXE? 12 FUNCIONÁRIOS.

Tarefa 2: Igualdades?

Você deve explicar sempre o seu raciocínio, descrevendo o processo que usar para responder à questão. Pode fazê-lo usando esquemas, palavras, cálculos, ...)

Observe cada expressão da tabela seguinte.

	V	F	Justifique
$23 + 8 = 8 + 23$			
$23 + 8 = 43 - 12$			
Três mais quatro mais onze é igual a quatro mais onze mais três			
$\Delta - 32 = \Delta - 27 - 5$			
$0 + \odot = \odot$			
$\text{😊} + \text{😞} = 0$			

Assinale como verdadeira ou falsa cada uma das expressões e justifique sua escolha.

Tarefa 3: Igualdades.

Você deve explicar sempre o seu raciocínio, descrevendo o processo que usar para responder à questão. Pode fazê-lo usando esquemas, palavras, cálculos, ...)

Considere as seguintes expressões:

$$(i) 3 + \underline{\hspace{1cm}} = 4 + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$(ii) 13 + \underline{\hspace{1cm}} = 14 + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$(iii) \underline{\hspace{1cm}} + 7 = 9 + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$(iv) 2 \times \underline{\hspace{1cm}} = 2 + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$(v) \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = 4 + \underline{\hspace{1cm}}$$

- a) Determine os valores em falta que tornam as igualdades verdadeiras e justifique como pensou.
- b) Consegue identificar mais de uma resposta possível para questão (i)? Justifique.
- c) Escolha uma das igualdades anteriores e formule um problema que possa ser resolvido usando essa expressão.