

COLISÕES RELATIVÍSTICAS UNIDIMENSIONAIS ENTRE DOIS CORPOS MACROSCÓPICOS

Paulo Israel Oliveira Bezerra, José Luiz Sousa Lima

Resumo: No presente trabalho apresentamos uma investigação sobre os efeitos causados por colisões relativísticas entre dois objetos massivos, empregando o princípio de conservação do momento linear. Mostraremos o que ocorre quando um objeto com velocidade relativística sofre uma colisão unidimensional com outro objeto que está em repouso. Estimaremos o seu momento linear e a sua energia cinética após o choque, tanto no modelo clássico quanto no modelo relativístico, além de executar simulações computacionais dos mesmos. O modelo clássico foi estudado para fins de comparação com o modelo relativístico. Como esperado, os resultados mostraram uma diferença significativa no comportamento de uma colisão entre dois objetos massivos ao se usar um tratamento clássico e relativístico, onde o primeiro não possui limitação na velocidade, e o segundo tem o limite c . Portanto, as colisões em diferentes regimes de movimento, possuem de fato, comportamentos que destoam entre si, algo que difere do que o senso comum e as experiências diárias apontam.

Palavras-chave: Relatividade, colisões inelásticas, momento linear, energia cinética.

1. Introdução

Desde a publicação da teoria da relatividade especial, muito se teorizou sobre choques em altas velocidades, tanto de partículas como de corpos a nível macroscópico. Em diversas revistas e livros de ficção científica, valendo-se desse novo conceito, explorou o uso da relatividade para viagens interplanetárias e para combates. Como exemplo, o *Relativistic Kill Vehicle*, um objeto ou nave acelerado às altas velocidades em direção a um planeta ou outra espaçonave, liberando um grande poder destrutivo no impacto [1].

Dependendo de sua velocidade, as colisões se comportam de forma diferente de como se estuda na mecânica clássica e o que diz o senso comum. O presente trabalho almeja fornecer um melhor entendimento à discussão, tratando de choques relativísticos entre dois objetos massivos, investigando os seus efeitos através da aplicação do princípio de conservação do momento linear relativístico.

Supondo um contexto onde a humanidade consiga alcançar as estrelas em naves que atinjam velocidades acima de $0,15c$, algo plausível considerando alguns modelos teóricos de propulsão possíveis, será eminente a análise de possíveis encontros entre objetos e mandatório o uso de equações mais apropriadas a esse regime de movimento. Portanto, nesse estudo buscamos através de modelos simplificados e da aplicação de equações físicas conhecidas, responder a seguinte pergunta: Qual seria o comportamento desses corpos massivos em uma colisão a velocidades relativísticas?

O objetivo contudo seria inquirir conhecimento sobre os efeitos originados por uma colisão relativística entre dois objetos massivos, aplicando o princípio de conservação de momento linear relativístico. Procuraremos explicar o que ocorre quando esses objetos colidem, analisando as suas velocidades, o momento linear e a energia cinética relativísticos após a colisão, através de simulações computacionais dos mesmos e compará-los com a previsão clássica encontrada ao se empregar as equações de Newton [2].

Diante do cenário descrito fica claro a relevância do assunto proposto. Pois nesse contexto, compreenderemos como objetos de maior proporção reagiria a um impacto relativístico. E nesse caso, compreender os efeitos auxiliaria a agregar segurança em possíveis veículos de altíssimas velocidades e construir sistemas ofensivos, acelerando corpos, e defensivos, evitando choques de projéteis com velocidades relativísticas. Além disso, poderia contribuir com a discussão sobre as aplicabilidades da teoria especial de Einstein [3].

Para a elaboração deste trabalho, aplicou-se como método de investigação, a modelagem de uma colisão unidimensional entre dois corpos de massas iguais, tanto no regime clássico quanto no relativístico, desconsiderando a fragmentação dos corpos, dissipação de energia, transformação de matéria em energia e a formação de novas partículas. Dadas as equações de Newton, Einstein e as Transformações de Lorentz, formulou-se as equações que regem o momento linear e a energia cinética, antes e depois do choque. A partir desse ponto, as mesmas foram resolvidas através de uma simulação computacional e os resultados são apresentados na forma de gráficos.

Esse artigo está organizado em 4 seções. Na primeira seção explicaremos o motivo pelo qual o momento linear clássico falha em altas velocidades e a sua correção oriunda das transformações de Lorentz, que se faz necessária. A segunda seção trata da energia relativística em contraponto à energia cinética clássica e a sua conservação. A terceira

seção trata da conservação do momento linear relativístico e da necessidade de sua conservação e consequente aplicação nos cálculos. A quarta seção trata de dois casos de colisões relativísticas; uma colisão perfeitamente inelástica, onde os corpos se unem após a colisão, e uma colisão elástica. A escolha desses dois casos se deve a tendência de ser inelástica ou perfeitamente elástica as colisões reais.

2. Análise Teórica

2.1. Falha do Momento Linear

No momento linear estudado na mecânica clássica de Newton, pode-se supor que quando a velocidade tende ao infinito o momento também tenderá, o que não é verdade. O momento linear tem ainda um fator multiplicativo γ , o fator de Lorentz [7]. Este fator é importante, pois ele corrige o momento linear clássico newtoniano para velocidades relativísticas. Fica evidente que Einstein em sua teoria da relatividade especial contribuiu para sanar uma grande lacuna na física, permitindo assim se fazer previsões de como a matéria se comporta em altas energias.

Conforme verificado, o momento linear de uma partícula é dado pelo produto da massa pela velocidade da mesma [8]. Trata-se de um conceito aplicado à partículas e a sólidos, que são sistemas contínuos de partículas. Sob essa ótica, isso ganha particular relevância no estudo da cinemática de sólidos[2].

É interessante observar que não há nas equações usadas, tanto em livros do ensino médio quanto do superior, qualquer indicação de restrição quanto ao uso das mesmas qualquer que seja o regime de velocidade, mas há um fato que se sobrepõe a isso, que é o limite de velocidade universal, a velocidade da luz c . Mesmo assim, não parece haver razão para a existência de tal limite nas equações clássicas, conforme explicado acima, nem muito menos indícios dessa limitação na vida cotidiana(via senso comum).

Neste contexto, fica claro que, se há dois referenciais distintos para um mesmo evento, como uma colisão entre um corpo em movimento e outro estacionário, os mesmos devem concordar entre si [6]. Entretanto, em altas energias, ao se usar equações clássicas, não há conservação do momento linear, nem os referenciais concordam. Que para que haja conservação do momento em velocidades altas e diferentes pontos referenciais, se faz necessário aplicar ao momento linear uma transformação de Lorentz.

Por todas essas razões, é possível deduzir que a definição de momento linear relativístico é imprescindível para uma melhor compreensão da dinâmica em altas velocidades e diferentes referenciais, servindo como uma ferramenta mais apta para determinar o momento linear em regimes tanto relativísticos quando não relativísticos.

2.2. Conservação do Momento Linear Relativístico

O momento linear relativístico é uma generalização do momento linear clássico, pois abrange até mesmo velocidades próximas a da velocidade da luz, sendo representado pelo produto da massa, a velocidade e o fator de Lorentz [7]. A equação do momento linear relativístico é dada por,

$$P = \gamma m v \quad (1)$$

onde m é a massa do corpo, v é a velocidade e γ é o fator de Lorentz, dado por

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2)$$

É possível mostrar que ao se usar essa equação com velocidades $v \ll c$, os valores convergem para os mesmos encontrados com a formulação clássica [9].

Que a compatibilização da equação do momento linear foi necessária. Neste contexto, fica claro que ao utilizarmos a definição clássica, não é possível atestar a conservação da componente horizontal [7]. O mais surpreendente, contudo, é constatar que com a adição do fator de Lorentz, o momento torna-se conservativo em todos os referenciais e velocidades no intervalo de 0 a c .

É interessante notar que ao se usar o fator γ , conforme explicado acima, o mesmo também funciona para baixas velocidades, pois γ é igual a 1 quando

$$v^2/c^2 \approx 0 \quad (3)$$

Assim, os resultados encontrados com a transformação de Lorentz e a velocidade da luz c recaem nas previsões de Newton, portanto compatíveis com a formulação clássica.

É preciso ressaltar que, em um contexto de baixas velocidades, é bastante prático ainda se usar a definição newtoniana, devido a sua maior simplicidade e acurácia aceitável no regime supracitado. A definição relativística mostra a sua importância em velocidades a partir de $0,1c$, auxiliando o cálculo de choques entre partículas de altas energias, algo de fundamental importância para o estudo, por exemplo, de física de partículas.

2.3. Energia Cinética Relativística

A energia cinética relativística é a generalização da equação de energia cinética clássica, corrigida pelo fator de Lorentz, pois a última permite velocidades infinitas ao se introduzir quantidades de energia infinitas. A equação de energia cinética relativística total, onde se considera tanto a energia de repouso quanto a cinética, é dada por [7],

$$E = \gamma mc^2 \quad (4)$$

e a energia cinética relativística, que leva em consideração somente a energia relacionada ao movimento, é dada por

$$K = mc^2(\gamma - 1) \quad (5)$$

Impõe-se o limite de c para a velocidade máxima, mas ainda permitindo uma quantidade infinita de energia no sistema. Isso ocorre devido ao fator multiplicativo de Lorentz da equação. Caso a velocidade seja superior à da luz, a raiz do denominador torna-se um número imaginário.

Tem que ser assegurado, no entanto, uma retrocompatibilidade com a equação clássica. E é o que de fato ocorre [9].

Conforme explicado acima, a equação relativista converge para a sua correspondente newtoniana. Há uma aproximação do valor de γ para

$$\gamma = \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) \quad (6)$$

E a partir disso o autor consegue fazer a mesma convergir. Assim como para o momento linear, essa retrocompatibilidade com as equações de Newton são importantes pois garantem que a teoria seja aplicável em qualquer regime de velocidade possível [9].

Sendo assim, fica evidenciado a necessidade desta nova abordagem no que concerne a energia relativística, pois sem a mesma tornariam-se relativamente imprecisos os cálculos de energia, tanto de partículas quanto de objetos em regime de altas energias (e consequentemente de velocidades). Tendo desse modo influência nos resultados apurados em descargas de partículas energéticas de estrelas ou em uma estimativa futurística de combustível de viagens em missões interestelares.

3. Análise de Colisões Relativísticas

3.1. Colisão Perfeitamente Inelástica

Nesta seção será tratado o caso de uma colisão entre dois corpos de mesma massa. Um deles tem uma velocidade v_0 e o outro está em repouso, situação esta antes do choque. Após a colisão, os dois corpos seguem juntos com velocidade u , como mostrado na figura 1. Trata-se, em um primeiro momento, de uma colisão perfeitamente inelástica em um regime clássico, onde neste caso os efeitos relativísticos são desprezados.

Usando a conservação do momento linear temos que,

$$P_i = P_f \quad (7)$$

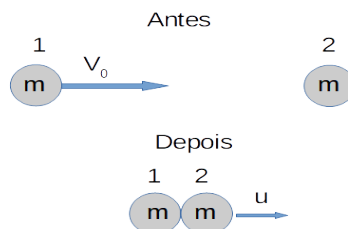


Figura 1. Ilustração de uma colisão completamente inelástica. (Autoria própria)

$$mv_0 = 2mu \quad (8)$$

Então

$$u = \frac{1}{2} v_0 \quad (9)$$

onde fizemos

$$P_i = m v_0 \quad (10)$$

e

$$P_f = (m + m) u = 2 m u \quad (11)$$

Calculando a energia cinética clássica temos

$$K = m u^2 \quad (12)$$

Inserindo a eq.(9) na eq.(12) fica,

$$K = \frac{v_0^2}{4} \quad (13)$$

Considerando os efeitos relativísticos, a eq.(8) fica

$$\gamma_0 m v_0 = \gamma_1 2 m u \quad (14)$$

onde

$$\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)}} \quad (15)$$

e

$$\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}} \quad (16)$$

Aplicando a eq. (15) e a eq.(16) na eq.(14) e manipulando algebricamente temos

$$v_0^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) = 4 u^2 \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right) \quad (17)$$

Logo, resolvendo a eq.(17) para u em função de v_0 encontramos que

$$u = \frac{v_0 c}{\sqrt{\left(4 c^2 - 3 v_0^2\right)}} \quad (18)$$

Consequentemente o momento relativístico dado pela eq.(1), aplicando a eq.(15) e eq.(18), fica

$$P = \frac{m v_0 c}{\sqrt{\left(4 c^2 - 3 v_0^2\right)}} \quad (19)$$

Calculando a energia relativística com as eq.(4) e (16), obtêm-se,

$$K = 2mc^2(\gamma - 1) \quad (20)$$

3.2. Colisão Inelástica

Nesta seção trataremos de uma colisão inelástica no regime clássico e relativístico. Haverão inicialmente dois corpos de mesma massa, um deles com uma velocidade inicial v_0 e a outra estacionária e por consequência oriunda da definição de colisão inelástica (figura 2). Consideraremos que, após a colisão, o corpo inicialmente em movimento perderá 99% de sua energia cinética original depois do choque. Como no caso anterior, a energia cinética não se conserva (somente a energia total).

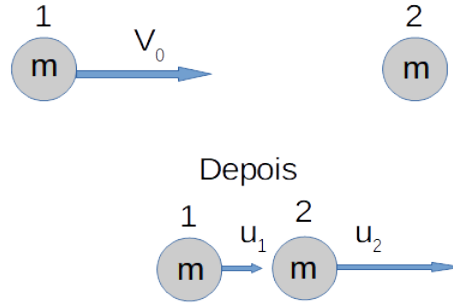


Figura 2. Representação de uma colisão inelástica entre dois corpos de mesma massa. (Autoria própria)

Após o choque, o corpo que estava inicialmente em movimento permanece somente com 1% de sua energia cinética K_i , então

$$K_1 = \frac{K_0}{100} \quad (21)$$

onde K_0 é a sua energia cinética inicial. Aplicando na equação da energia cinética clássica considerando 1% da energia total, a energia cinética para o corpo 1 fica

$$\frac{1}{2}mu_1^2 = \frac{1}{2}mv_0 \frac{1}{100} \quad (22)$$

Logo,

$$u_1 = \frac{v_0}{10} \quad (23)$$

Aplicando a eq.(1) de momento linear e do resultado da eq.(23), o momento linear clássico para o corpo 1 fica

$$P_1 = \frac{mv_0}{10} \quad (24)$$

Para obter o momento linear do segundo corpo, subtrai-se o momento linear do primeiro

$$P_2 = mv_0 - \frac{mv_0}{10} \quad (25)$$

Logo, o momento linear do segundo corpo será,

$$P_2 = \frac{9mv_0}{10} \quad (26)$$

Considerando os efeitos relativísticos, a equação (21) fica

$$mc^2(\gamma_1 - 1) = mc^2 \left(\frac{(\gamma_0 - 1)}{100} \right). \quad (27)$$

Assim, depois de uma manipulação algébrica temos

$$\gamma_1 = \frac{\gamma_0 + 99}{100} \quad (28)$$

Substituindo γ_1 e pondo u_1 em função γ_0 de chega-se a

$$u_1 = mc \sqrt{1 - \frac{10^4}{(\gamma_0 + 99)^2}} \quad (29)$$

Aplicando eq. na eq.(1) do momento linear relativístico para obter P_1 temos,

$$P_1 = \frac{mc}{100} \sqrt{(\gamma_0 + 99)^2 - 10^4} \quad (30)$$

Para obter P_2 , subtrai-se P_1 do momento linear inicial, pois o momento linear se conserva, então

$$P_2 = \gamma_0 m v_0 - \frac{mc}{100} \sqrt{(\gamma_0 + 99)^2 - 10^4} \quad (31)$$

4. Resultados e Discussões

Analisaremos neste momento o caso de uma colisão completamente inelástica entre dois corpos de massa igual a 1 kg, onde um corpo com velocidade v_0 colide com um corpo em repouso.

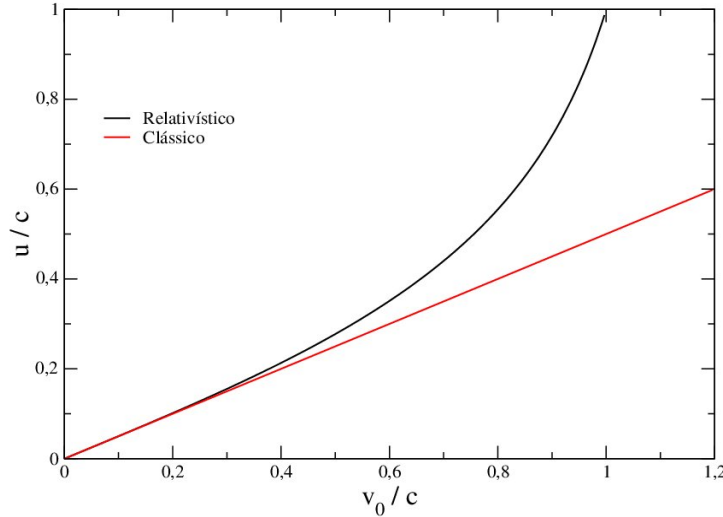


Figura 3. Velocidade final em função da velocidade inicial para uma colisão perfeitamente inelástica entre dois corpos de mesma massa considerando o regime clássico e relativístico. (Autoria própria)

A figura 3 mostra a velocidade final em função da velocidade inicial para uma colisão perfeitamente inelástica entre dois corpos de mesma massa (simulação das eqs. (9) e (18)). É perceptível no caso clássico, a proporcionalidade linear entre as razões das velocidades final e inicial do sistema de dois corpos. No caso clássico, a velocidade u cresce de forma linear, de acordo com o previsto. Já o caso relativístico, o crescimento é de forma não-linear, onde a medida que a velocidade inicial v_0 tende a c , a velocidade final u tende também a c . Notemos que, no limite relativístico (quando v_0 tende a c), a velocidade final dos corpos tende a c , mas classicamente esse valor é de apenas $0,5c$, o que significa que há

uma diferença muito acentuada entre a previsão clássica e a relativística.

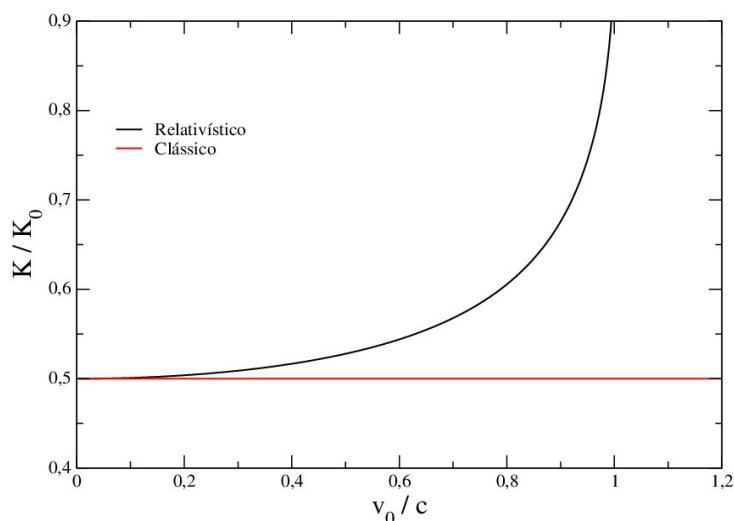


Figura 4. Energia cinética em função da velocidade inicial para uma colisão perfeitamente inelástica entre dois corpos de mesma massa considerando o regime clássico e relativístico. (Autoria própria)

A figura 4 mostra a energia cinética final em função da velocidade inicial. Nota-se que no caso clássico, é mostrado primeiramente que não há limite para a velocidade inicial, com esta podendo tender ao infinito. É possível perceber que a energia cinética final do sistema é sempre metade da energia inicial K_0 no caso clássico, independente da velocidade inicial do corpo que colide. No caso relativístico, logo é perceptível o limite, pois a velocidade inicial nunca atinge a velocidade da luz (quanto mais próximo de 1 é a razão com a velocidade da luz, mais próxima da mesma o corpo está). Fica evidente que, a medida que a velocidade inicial aumenta, maior é a energia cinética final em comparação com o que havia inicialmente. Há claramente uma disparidade entre o modelo clássico (e o senso comum) e o modelo relativístico. Outra informação que se pode absorver do gráfico é a significância do uso das leis clássicas dependendo da velocidade: até aproximadamente $0,1c$, basicamente não há grande divergência de resultado usando equações clássicas ou relativísticas. Para $v_0 < 0,1c$, as duas curvas iniciam em pontos iguais e dão resultados bem próximos uma da outra. Interessante também notar que o valor da energia cinética tende para 90% do valor inicial no limite relativístico, resultando em uma perda de energia cinética de 10% nesse limite. A previsão clássica indica uma perda de 50% independente da velocidade inicial v_0 . Portanto, há uma diferença significativa entre as previsões clássica e relativística à medida que a velocidade tende ao limite relativístico.

Analisaremos neste momento, o caso de uma colisão inelástica entre dois corpos também de massa igual a 1 kg, onde um corpo com velocidade v_0 colide com um corpo em repouso. Adotaremos a condição de que o corpo com velocidade inicial v_0 , que colide com o corpo em repouso, perde 99% de sua energia cinética após a colisão.

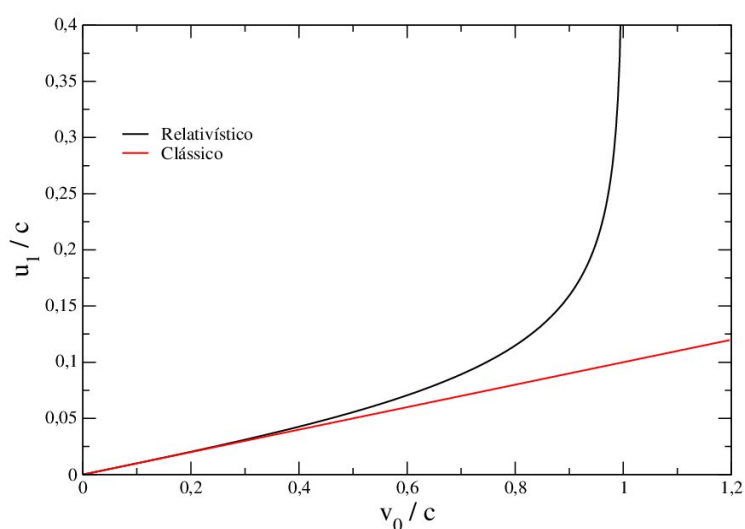


Figura 5. Velocidade final de um corpo que colide com outro corpo de mesma massa, que se encontrava em repouso, em função de sua velocidade inicial. (Autoria própria)

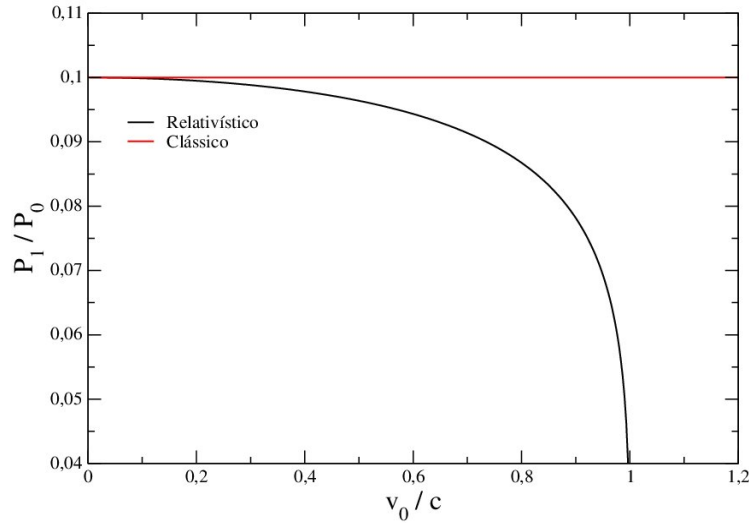


Figura 6. Momento linear final em função da velocidade inicial para o primeiro corpo. (Autoria própria)

A figura 5 mostra a velocidade final do corpo 1 em função da velocidade inicial para uma colisão inelástica (plotagem das eqs.(23) e (29)). Em relação a velocidade no caso clássico, a comparação entre as razões das velocidades final e inicial, ela cresce de forma linear de acordo com o previsto. Já o caso relativístico, o crescimento é de forma não-linear, onde a medida que a velocidade inicial v_0 tende a c , a velocidade final u_1 tende a $0,4c$. Ou seja, no limite relativístico a sua velocidade final será de $0,4c$, equivalente a 40% da velocidade inicial. Classicamente esse valor seria de apenas 10%, segundo nossas simulações.

A figura 6 mostra o momento linear final para o primeiro corpo, em função da velocidade inicial. Classicamente, devido o fato que os momentos inicial e final serem uma função de m e v_0 , ao se fazer a razão, aplicada para qualquer velocidade, a mesma mantém-se constante em $1/10$ igual a $0,1$. No caso relativístico, a medida que a velocidade aproxima-se de c (razão $v_0 / c = 1$), menor é o momento linear do corpo depois da colisão em relação ao momento inicial. Vemos que, no limite relativístico, o seu momento linear final tende para 4% do valor do momento linear inicial. Classicamente, esse valor é sempre de 10% independente do valor da velocidade inicial de v_0 .

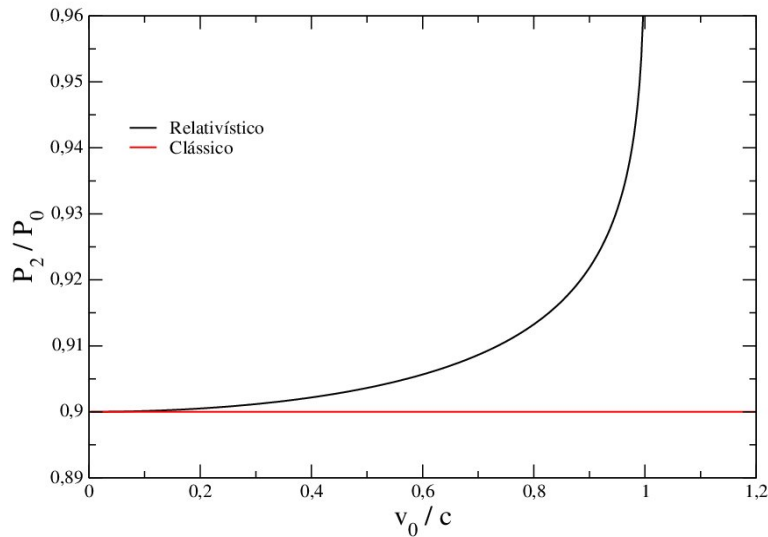


Figura 7. Momento linear final em função da velocidade inicial para o corpo que se encontrava em repouso. (Autoria própria)

A figura 7 mostra o momento linear final do segundo corpo, que se encontrava em repouso, em função da velocidade inicial do primeiro corpo (plotagem das eqs. (26) e (31)). O caso clássico mostra uma reta, devido ao fato que o momento inicial e final serem função de m e v_0 , ao se fazer a razão, válida para qualquer velocidade, a mesma mantém-se constante em $9/10$ igual a $0,9$. No caso relativístico, a medida que a velocidade se aproxima de c (razão $v_0 / c = 1$), maior é o momento linear do segundo corpo cresce depois da colisão em relação ao momento linear inicial. O que se pode concluir é que, no caso relativístico, a medida que a velocidade inicial do corpo tende a c , maior será a diferença de momento entre os corpos após a colisão. Notamos que, no limite relativístico, o seu momento linear

alcança o valor de 96% do momento linear inicial, enquanto que a previsão clássica é 90% independente da velocidade inicial v_0 .

Logo, para esse caso, quanto maior a velocidade inicial, maior será a transferência de momento linear de um corpo para o outro, segundo a previsão relativística.

5. Conclusão

Este estudo teve como objetivo de analisar comparativamente colisões no regime de velocidade clássico (com a tendência a serem muito menores que a velocidade da luz) e relativístico (usualmente a partir de $0,1c$). O propósito era de formular uma investigação inicial sobre como se comportariam objetos em altas velocidades, se valendo de computações das equações. Algo interessante considerando a pretensão humana de, como espécie, explorar e, possivelmente, povoar outros mundos. Tendo em vista tecnologias que um dia poderão se tornar viáveis, como fusão nuclear e motores de propulsão iônicos, viagens sub-lumiais (tripuladas ou não) e armas inerciais com velocidades relativísticas poderão ser plausíveis na prática. Este trabalho então propõe adicionar a discussão, uma computação de como esses objetos se comportarão ao colidir com objetos celestes como meteoros ou planetas e até mesmo outras espaçonaves. Pois de fato, fica claro que com o possível avanço na produção e armazenamento de antimatéria, ao ponto de produzi-la em maiores quantidades, acelerações até $0,5c$ seriam alcançáveis (apesar de algo ainda bem longe da atual tecnologia) através de propulsores de matéria-antimatéria [10].

Este trabalho se propôs a averiguar como objetos massivos se comportam em colisões, tanto em baixas quanto em altíssimas velocidades, e produzindo um comparativo entre as duas situações em questão. Isto é alcançado através de simulações usando as equações tanto clássicas quanto relativísticas.

De certa forma, o comportamento dos objetos em ambas as situações foram bastante distintas em altas velocidades e semelhantes nas baixas escalas. Num primeiro caso de colisão perfeitamente inelástica, enquanto a razão, por exemplo, da energia inicial e final fica constante em 0,5 para qualquer velocidade do choque clássico, no choque relativístico a mesma razão cresce não-linearmente, tendendo à 90%, além disso, o valor clássico da velocidade após a colisão é de apenas 50% do valor de v_0 no limite relativístico, o que resulta em um erro de previsão. É revelada uma característica distinta de crescimento dos movimentos e interações relativísticos, onde ou a energia ou momento tenderão a um determinado valor em relação a sua velocidade, devido ao limite c .

No segundo caso, em que o corpo com velocidade inicial v_0 perde 99% de sua energia cinética devido a colisão, sua velocidade final tende para 40% de sua velocidade inicial no limite relativístico enquanto que na previsão clássica esse valor é de apenas 10%. O seu momento linear tende para 4% do valor inicial e o corpo que estava inicialmente em repouso adquiriu 96% do momento linear inicial. Classicamente esses valores seriam de 10% para o corpo de velocidade inicial v_0 e 90% para o corpo que se encontrava inicialmente em repouso, independentemente da velocidade inicial v_0 .

Os gráficos demonstraram com acurácia o comportamento analisado. Diante disso, fica claro que os objetivos do trabalho foram alcançados, pois foi possível explicar o que ocorre nas colisões relativísticas, estimar as energias e os momentos após o encontro, realizar as simulações e comparar os distintos regimes de movimento. Isso pois, na análise relativística, os dois casos estudados apresentam variações significativas com relação a velocidade e energia cinética e o momento linear quando a velocidade v_0 tende para o limite relativístico, enquanto a análise clássica falha em prever tais variações.

Considerando a abrangência do assunto, uma necessária limitação do assunto e a restrição temporal, muitos pontos de discussão foram deixados de lado. Uma forma de ir além seria a introdução de um comparativo entre a velocidade de um objeto de determinada massa, e consequentemente sua energia, e seu poder destrutivo em um choque com, digamos por exemplo, um planeta. Ou até mesmo uma relação entre a distância percorrida pelo objeto e a luz no espaço entre alguns anos-luz, extraindo assim o tempo entre uma detecção do objeto e o momento do impacto. Isto seria interessante num cenário onde uma civilização/nave detectasse repentinamente um objeto, através de um telescópio similar ao *Hubble* e que ele estivesse tendendo ao azul, conceito oposto ao de *redshifting* usado para saber se uma estrela ou galáxia se afasta, com essa informação seria possível saber se o impacto se daria em meses ou em alguns minutos.

Deste modo, a utilização das equações físicas apropriadas e das análises numéricas oportunizou a realização do objetivo geral, que era de investigar os efeitos de uma colisão relativística se valendo das definições de momento e energia.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] COCKELL, Charles. Livros no Google Play The Meaning of Liberty Beyond Earth. [S. l.]: Springer, 2015. 272 p. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=MQScBAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=pt-BR#v=onepage&q&f=false>. Acesso em: 12 fev. 2020.
- [2] YOUNG, Hugh; FREEDMAN, Roger. Física I, Sears e Zemansky : mecânica. 14. ed. [S. l.: s. n.], 2016. 450 p. v. 1.
- [3] YOUNG, Hugh; FREEDMAN, Roger. Física IV: ótica e física moderna. [S. l.]: Pearson, 2009. 434 p.
- [4] CHESMAN, Carlos; MACEDO, Augusto; ANDRÉ, Carlos. Física Moderna Experimental e Aplicada. 1. ed. [S. l.]: Livraria da Física, 2004. 291 p. E-book(p.84).

-
- [5] ALVES, Lucas. Fundamentos Da Física Para A Ciência E Engenharia Dos Materiais. [S. l.]: Clube de Autores, 2009. 568 p. v. 1. E-book(p.291).
- [6] RELATIVISTIC Collisions. [S. l.]: Brandeis University, 2017. Disponível em: http://alignment.hep.brandeis.edu/Lab/Derivations/Relativistic_Collisions.html. Acesso em: 13 nov. 2019.
- [7] PERUZZO, Jucimar. Teoria Da Relatividade Especial. 1. ed. [S. l.]: Clube de Autores, 2013. 188 p. E-book(p.73).
- [8] FEYNMAN, Richard; LEIGHTON, Robert; SANDS, Matthew. The Feynman Lectures on Physics: The New Millennium Edition: Mainly Mechanics, Radiation, and Heat. 1. ed. [S. l.]: Basic Books, 2015. 1200 p.
- [9] LERNER, Lawrence. Modern Physics for Scientists and Engineers. [S. l.]: Jones and Bartlett Publishers, 1996. 197 p. v. 2.
- [10]BITETTO, Marco. A RELATIVISTIC NAVIGATION BASED SYSTEM. [S. l.]: Dr. Marco A. V. Bitetto, 2011. 11 p.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA
Departamento de Ciências Exatas e Naturais – DCEN

OK

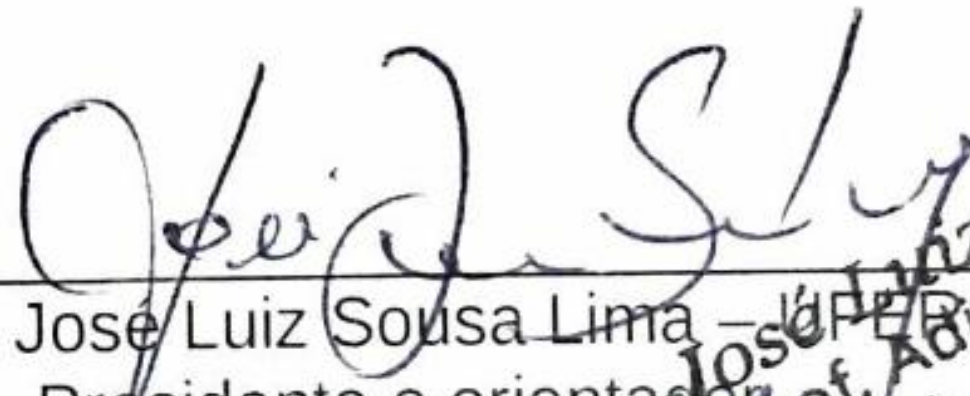
ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

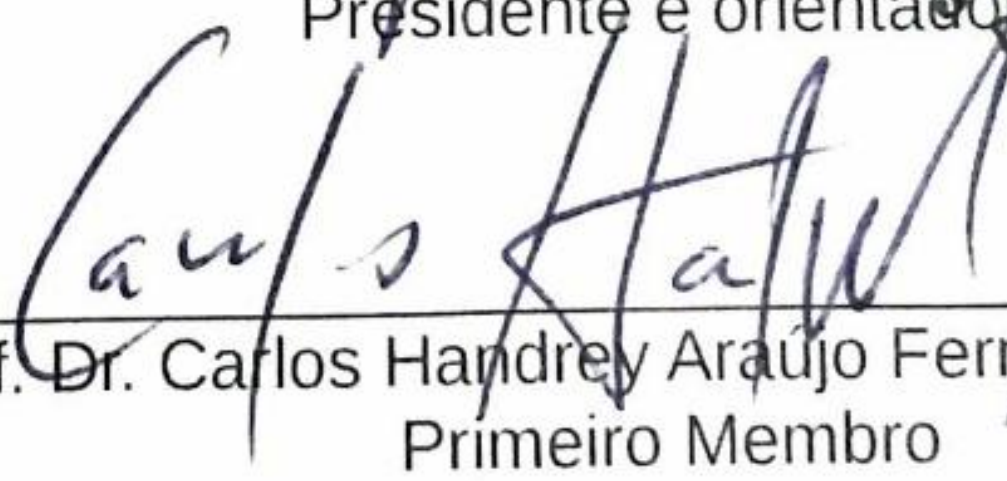
Às 9:00 h (nove horas) do dia seis de fevereiro de dois mil e vinte, no Laboratório de Ondas e Termodinâmica do DCME – Departamento de Ciências Naturais, Matemática e Estatística da UFERSA – Universidade Federal Rural do Semi-Árido, sob a presidência do professor José Luiz Sousa Lima, reuniu-se a Banca Examinadora de defesa de trabalho de conclusão de curso de autoria do aluno **Paulo Israel Oliveira Bezerra**, aluno do curso de Ciência e Tecnologia desta Universidade, N° de matrícula **2014010861**, com o título **COLISÕES RELATIVÍSTICAS UNIDIMENSIONAIS ENTRE DOIS CORPOS MACROSCÓPICOS**. A Banca Examinadora ficou assim constituída por três membros: Prof. Dr. José Luiz Sousa Lima, presidente da banca e orientador do artigo; Prof. Dr. Carlos Handrey Araújo Ferraz e Prof. Dr. Júlio Cesar Pereira Barbosa, como membros. Concluída a defesa, procedeu-se o julgamento pelos membros da banca examinadora, em reunião fechada, tendo o aluno obtido as seguintes: notas 9,0 (NOVE), 9,5 (NOVE E MEIO) e 9,0 (NOVE). Apuradas as notas verificou-se que o aluno foi **APROVADO** com média geral 9,2 (NOVE, DOIS).

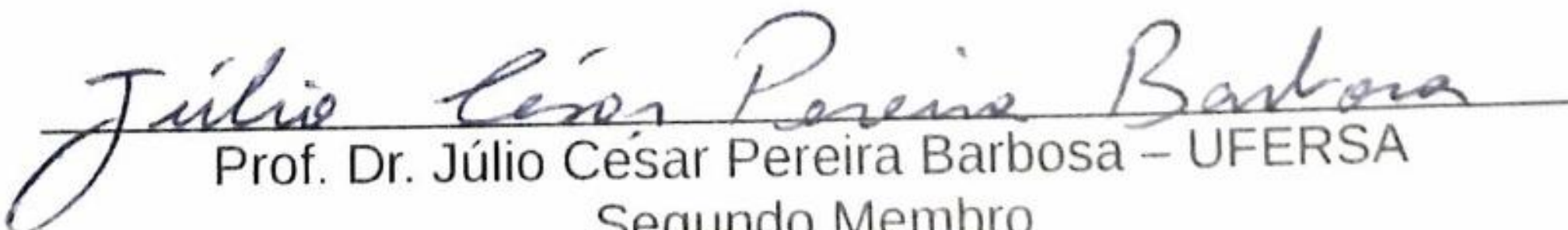
E para constar, eu, José Luiz Sousa Lima, lavrei a presente ata que, após lida e aprovada pelos membros da banca examinadora, será assinada por todos.

Mossoró, 06 de fevereiro de 2020.

Assinatura dos membros da Banca Examinadora.


Prof. Dr. José Luiz Sousa Lima – UFERSA
Presidente e orientador
Mat. 1293750


Prof. Dr. Carlos Handrey Araújo Ferraz – UFERSA
Primeiro Membro


Prof. Dr. Júlio César Pereira Barbosa – UFERSA
Segundo Membro