



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
CENTRO DE ENGENHARIAS
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

KALYUDE DIÓGENES DE SOUSA

**MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA APLICADA A UMA RODA DO
TREM DE POUSO DE UMA AERONAVE DE AERODESGIN**

MOSSORÓ

2019

KALYUDE DIÓGENES DE SOUSA

**MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA APLICADA A UMA RODA DO
TREM DE POUSO DE UMA AERONAVE DE AERODESGIN**

Monografia apresentada a Universidade
Federal Rural do Semi-Árido como
requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ramsés Otto Cunha
Lima.

MOSSORÓ

2019

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

d725m de Sousa, Kalyude Diógenes .
MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA APLICADA A UMA
RODA DO TREM DE POUSO DE UMA AERONAVE DE
AERODESGIN / Kalyude Diógenes de Sousa. - 2019.
56 f. : il.

Orientador: Ramsés Otto Cunha Lima.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Engenharia
Mecânica, 2019.

1. Método de Otimização Topológica. 2. indústria
aeronáutica. 3. simulação estrutural. I. Lima,
Ramsés Otto Cunha, orient. II. Título.

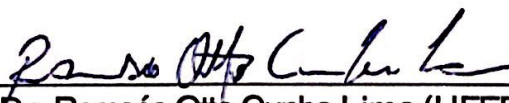
KALYUDE DIÓGENES DE SOUSA

MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA APLICADA A UMA RODA DO
TREM DE POUSO DE UMA AERONAVE DE AERODESGIN

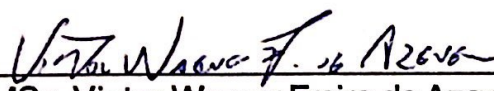
Monografia apresentada a Universidade
Federal Rural do Semi-Árido como
requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Mecânica.

Defendida em: 13 / 08 / 2019.

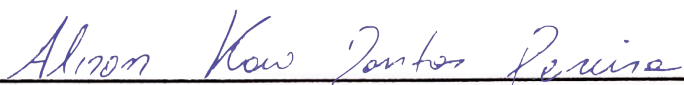
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Ramsés Otto Cunha Lima (UFERSA)
Presidente



Prof. MSc. Victor Wagner Freire de Azevedo (UFERSA)
Membro Examinador



Prof. Alison Kaio Dantas Pereira (UNP)
Membro Examinador

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelos dons que me deu nesta existência que serviram na realização deste projeto.

Agradeço a minha mãe por ser meu porto seguro e meu maior exemplo de força e determinação.

Agradeço ao meu pai (*in memorian*) por ter sido a maior inspiração para seguir este curso, por ter sido meu maior fã e por não ter duvidado de mim nem mesmo quando eu duvidei.

Agradeço meu orientador Prof. Dr. Ramsés Otto Cunha Lima não só pela confiança e apoio neste trabalho, mas todos os outros trabalhos que desenvolvemos juntos durante toda a graduação.

Agradeço a Banca Examinadora, Prof. MSc. Victor Wagner Freire de Azevedo e Prof. Alison Kaio Pereira Dantas não só por aceitar este convite, como também por toda ajuda durante o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço aos meus colegas de turma Emilly, Luana, Diego Gomes, Diego Santos e Carlos Henrique, Cauê e Kainã por todo o companheirismo e apoio mútuo nos momentos que cada um precisou. Além da companheira de projetos de extensão Mayla.

A todos os meus amigos que me apoiaram e torceram por cada passo que dei desde o início deste curso, em especial Nayara, Paula, Rafaella, Domênica, Carol e Will que acompanham essa trajetória desde o início, além de Ana Paula, Sâmara e Larissa que tem acompanhado a poucos meses mas sempre contribuíram com palavras de apoio.

Por último e talvez mais importante, gostaria de agradecer a Giovana Bessa que entrou na minha vida já nessa reta final da minha trajetória acadêmica, mas é a quem eu devo as melhores palavras de carinho, de apoio e de incentivo pra chegar até aqui.

“Não se espante com a altura do voo.
Quanto mais alto, mais longe do perigo.
Quanto mais você se eleva, mais tempo
há de reconhecer uma pane. É quando se
está próximo do solo que se deve
desconfiar”

(Alberto Santos Dumont)

“Lembre-se de olhar para as estrelas e não
para baixo para os seus pés. Tente
entender o que você ver e pense sobre o
que faz o universo existir. Seja curioso. E
por mais difícil que a vida possa parecer,
sempre há algo que você pode fazer e ter
sucesso. É importante que você não
desista.”

(Stephen William Hawking)

RESUMO

A indústria aeronáutica e aeroespacial como um todo possui um grande desafio relacionado ao desenvolvimento de estruturas confiáveis, eficientes, com peso reduzido, aliado ao menor tempo de desenvolvimento e fabricação possível. O desenvolvimento do projeto de uma aeronave destinada a Competições de AeroDesign criada pela SAE BRASIL, não é diferente. O maior desafio imposto pela comissão técnica da Competição é desenvolver uma aeronave rádio controlada com o objetivo de garantir sua eficiência estrutural, ou seja, projetar, construir e testar aeronaves leves que consigam transportar a maior quantidade de carga possível. Para isto, o correto dimensionamento estrutural se torna imprescindível no cumprimento desta tarefa. Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é o estudo comparativo do projeto para dimensionamento dos componentes de uma aeronave, visando a redução de massa, utilizando tanto o método analítico através da Teoria de Von Mises quanto o Método de Otimização Topológica (MOT) com auxílio de softwares comumente utilizados na indústria aeronáutica. A roda do trem de pouso de uma aeronave destinada a Competição de AeroDesign foi selecionada como objeto de estudo deste trabalho, no qual o Método de Otimização Topológica foi aplicado. O estudo foi realizado inicialmente por meio de *softwares* de modelagem 3D que dispõem de técnicas de simulação estrutural para auxiliar na verificação e comparação das tensões impostas à estrutura durante sua utilização. Em seguida foi utilizado o *software OptiStruct®* destinado a realização da Otimização Topológica para que a mesma pudesse ser comparada com a estrutura anterior nos quesitos de tensões e massa. Os resultados do procedimento convergiram para um layout com material bem distribuído de acordo com as solicitações que lhe foram impostas, finalizando com uma redução de massa considerável para estes tipos de estruturas quando comparado com o método analítico utilizado anteriormente. Desta forma mostrando-se viável a substituição da metodologia anterior pelo MOT no desenvolvimento de toda a aeronave.

Palavras-Chave: Método de Otimização Topológica, indústria aeronáutica, AeroDesign, simulação estrutural.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diferentes categorias de otimização estrutural. (a) Otimização de dimensões, (b) otimização de forma, (c) otimização topológica.....	16
Figura 2 – Espaço de design para um problema de otimização com restrição de tensão.....	20
Figura 3 – Exemplo de malha de elementos finitos no domínio Ω e nos subdomínios Ω_i	23
Figura 4 – Processo de refinamento da malha onde se inicia com uma malha grosseira e se chega a uma malha refinada.....	24
Figura 5 – Refinamento da malha original (a), pelo h – method (b) e pelo p – method (c).....	26
Figura 6 – Aeronave antes da aplicação do MOT(a), depois da aplicação (b).....	30
Figura 7 – Roda antes da Otimização Topológica (a) e depois (b).....	31
Figura 8 - Trem de pouso antes (a) e depois da Otimização topológica (b).....	32
Figura 9- Sequenciamento de atividades desenvolvidas no.....	34
Figura 10 – Aeronave destinada a competição SAE AeroDesign 2017 escolhida para análise.....	36
Figura 11 – Principais dimensões da rodinha utilizada como estudo de caso.....	37
Figura 12 - Localização das cargas nas rodinhas (a) vista frontal e (b) vista lateral.....	38
Figura 13 – Estrutura antes da aplicação do Método de Otimização Topológica.....	39
Figura 14 – Estrutura pré-processada através do HyperMesh® pronta para aplicação da otimização.....	40
Figura 15 – Entidades criadas para pré-processamento da estrutura.....	41
Figura 16 – Simulação realizada sem restrição de <i>design space</i>	42
Figura 17 – Otimização Topológica sem restrição de manufatura.....	43
Figura 18– Distribuição de tensão na geometria inicial proposta para estudo dimensionada através de Von Mises.....	44
Figura 19 – Distribuição de tensão para a estrutura proposta.....	45
Figura 20 – Resultado da Otimização Topológica.....	45
Figura 21 – Geometria final da estrutura otimizada.....	46
Figura 22 – Tensões na geometria final otimizada.....	47
Figura 23 - Gráfico de análise de tensões.....	48
Figura 24 - Gráfico de análise de massa.....	4

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades do Nylon 6.6.....	34
Tabela 2 - Cargas no trem de pouso principal.....	38
Tabela 3 - Cargas no trem de pouso principal.....	51

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	OBJETIVOS	14
2.1	OBJETIVOS GERAIS	14
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	14
3	REVISÃO SOBRE LITERATURA	15
3.1	OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL	15
3.1.1	Otimização Topológica.....	16
3.1.2	Método SIMP	18
3.1.3	Constrangimento de Tensão	18
3.1.4	Método de relaxação: ε -relaxation	21
3.2	MÉTODOS DE APROXIMAÇÃO NUMÉRICA	22
3.2.1	Método dos Elementos Finitos.....	22
3.2.1.1	Refino de malhas	24
3.2.2	Métodos Adaptativos.....	25
3.2.2.1	h – method	26
3.3	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA APLICADA À AERONAVES	27
4	MATERIAIS E MÉTODOS.....	34
4.1	MATERIAIS APLICADOS	34
4.1.1	Nylon 6.6	34
4.2	SOFTWARES	34
4.2.1	SolidWorks®	35
4.2.2	HyperMesh®	36
4.2.3	OptiStruct®	36
4.2.4	HyperView®	36
4.3	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	37
4.3.1	Obtenção das Cargas Incidentes na Aeronave	38
4.3.1.1	Cargas na rodinha	38
4.3.2	Aplicação das Cargas às Respektivas Estruturas Através de Simulação	39
4.3.3	Aplicação da Otimização Topológica Através do OptiStruct® e seus softwares Integrados.....	40

5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	43
5.1	TESTES PRELIMINARES	43
5.1.1	Teste de geometria	43
5.1.2	Teste de malha	44
5.1.3	Opção de Manufatura	44
5.2	SIMULAÇÃO DA ESTRUTURA INICIAL	45
5.3	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DA ESTRUTURA PROPOSTA.....	45
5.4	GEOMETRIA FINAL E ANÁLISE DE TENSÕES	47
5.5	ANÁLISES COMPARATIVAS DE TENSÕES	48
5.6	ANÁLISES COMPARATIVAS DE MASSA	49
5.7	ANÁLISES COMPARATIVAS COM TRABALHOS DA REVISÃO DE LITERATURA	50
6	CONCLUSÃO	52
7	REFERÊNCIAS	53

1 INTRODUÇÃO

Um grande desafio da indústria como um todo quando se trata de projetos de engenharia, está relacionado ao desenvolvimento de estruturas ou elementos confiáveis, eficientes com peso reduzido, tudo isso aliado ao menor tempo de desenvolvimento possível. Devido a isso, com o passar do tempo vem-se desenvolvendo e aprimorando diferentes métodos e ferramentas de otimização de estruturas que podem ser utilizados na fase de conceito e pré-projeto no processo de concepção de um componente.

No que diz respeito a indústria aeroespacial não é diferente, e esta característica pode ser observada desde os primórdios de seu desenvolvimento, conforme relatado por Santos-Dumont durante o desenvolvimento de seu primeiro protótipo. Dumont (1989) relata que, para atingir um peso mínimo, foi preciso eliminar todos os elementos que não fossem estritamente necessários à solidez da estrutura. Deste modo, produzindo algo notável na época, um motor de 3 ½ HP pesando apenas 30 quilos.

Ainda no contexto aeroespacial, a Competição anual de AeroDesign, desenvolvida pela SAE BRASIL, no qual o maior desafio imposto é desenvolver uma aeronave rádio controlada com o objetivo de garantir sua eficiência estrutural, ou seja, projetar, construir e testar aeronaves leves que consigam transportar a maior quantidade de carga possível, o correto dimensionamento estrutural se torna imprescindível no cumprimento desta tarefa.

Segundo Lage (2009), as estruturas aeroespaciais normalmente são complexas e compostas por combinações de diferentes elementos estruturais, tornando-se inviável descrevê-las com equações matemáticas de forma separada. Portanto, se faz necessário recorrer a métodos de análise estrutural capazes de descrever estruturas de elevada complexidade, decompondo-as em estruturas mais simples e fáceis de formular em equações algébricas. Nesse sentido, com o advento da computação de alta performance e métodos computacionais confiáveis como: Método dos elementos finitos (MEF), métodos de sensibilidade de estruturas com relações a variáveis de projeto, métodos de programação matemática, que culminaram em ferramentas experimentais analíticas e numéricas possíveis de encontrar uma maneira sistemática de soluções ótimas.

De acordo com Coutinho (2006) com o advento da otimização estrutural é possível não só diminuir custos de fabricação, como também reduzir custos de operação, ao melhorar a performance dos componentes e sistemas criados. De forma geral a otimização é uma ferramenta bastante flexível, torna possível melhorar o projeto em diversos sentidos, dependendo do que se define como objetivo, restrições e variáveis de projeto.

Para lidar com esses requisitos, as empresas vêm adotando ferramentas de otimização estrutural, como o Método de Otimização Topológica (MOT) que é utilizado na fase de conceito e pré-projeto do processo de concepção do componente. Isso reduz o tempo de desenvolvimento, pois logo no início do projeto é realizado um esboço ótimo do componente (SALEEM *et al.*, 2012).

O MOT é um método relativamente novo, que lida com problemas complexos e intelectualmente desafiadores. O estudo dessa técnica é aplicado com sucesso para explorar topologias de estruturas fornecendo o esboço adequado de uma estrutura na fase inicial do projeto, que é decisivo para o desenvolvimento bem-sucedido de novos produtos. É um método flexível e suficiente para abranger grandes estruturas. Normalmente, é empregado com o objetivo de maximizar a rigidez estrutural ou minimizar o peso (BENDSOE e SIGMUND, 2003).

Diante disto, o objetivo deste trabalho é o estudo comparativo do projeto para dimensionamento dos componentes de uma aeronave, visando a redução de massa, utilizando tanto o método convencional através da Teoria de Von Mises quanto o método de otimização topológica e ferramentas de CAE (*Computer Aided Engineering*) comumente utilizados na indústria aeronáutica.

Para o desenvolvimento do trabalho uma aeronave de AeroDesign foi escolhida como caso prático de aplicação das sistemáticas de projeto propostas no mesmo, a partir dos resultados advindos dessas sistemáticas será feito o estudo comparativo da sua massa final obtida através das diferentes metodologias de projeto.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVOS GERAIS

O presente trabalho tem como objetivo principal empregar o Método de Otimização Topológica de estruturas no dimensionamento de uma roda do trem de pouso de uma aeronave destinada a Competição de AeroDesign, com o intuito de obter significativa redução de massa quando comparado com o dimensionamento analítico previamente realizado através da Teoria de Von Mises.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- i) Selecionar um componente da estrutura de uma aeronave destinada a Competição de AeroDesign previamente dimensionada através da Teoria de Von Mises;
- ii) Realizar simulações utilizando propriedades dos materiais e condições de contorno as quais a estrutura está sendo submetida, para efeito de obtenção de suas tensões internas máximas;
- iii) Aplicar o método de otimização topológica através do *Software* CAE (*Computer Aided Engineering*) *OptiStruct*® com a finalidade de reduzir consideravelmente a massa da estrutura;
- iv) Analisar e comparar a redução de massa consequentemente de matéria prima entre os modelos dimensionados por Von Mises e por Otimização Topológica;

3 REVISÃO SOBRE LITERATURA

3.1 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

De acordo com Coutinho (2006), de forma análoga ao cálculo de estruturas, os métodos para otimização estrutural inicialmente consistiam em soluções analíticas. Desta forma, uma limitada gama de problemas podia ser resolvida devido sua baixa eficiência.

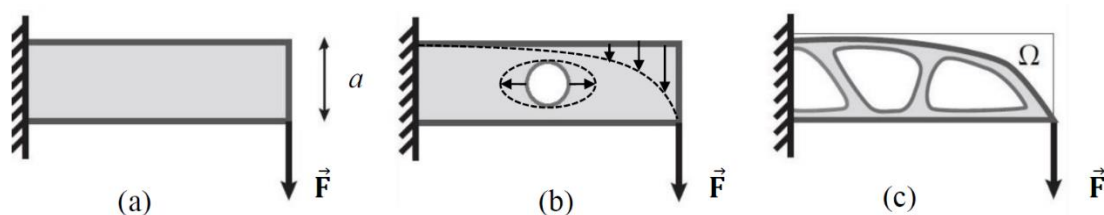
A otimização estrutural é uma área que engloba um conjunto de teorias e métodos que procuram obter a estrutura que desempenha mais eficientemente a função pretendida. Estes métodos são baseados tipicamente em programação matemática que através de sucessivas iterações chegam à estrutura otimizada (GONÇALVES, 2017).

Maxwell (1872) foi o pioneiro no desenvolvimento desses métodos ainda no final do século XIX, os quais buscavam menor volume para estruturas uniaxiais submetidas a carregamentos. Michell (1904) deu continuidade ao seu trabalho, projetando estruturas treliçadas através das quais buscava o menor peso observando as tensões nas barras para cada caso de carga.

Inicialmente Schmit (1960) e ,posteriormente, Fox (1965) foram os pioneiros na utilização de técnicas de otimização numérica para projetos de engenharia, aplicando técnicas de otimização não linear em estruturas, porém na prática estes métodos ainda utilizavam muita intuição e possuíam pouca solidez matemática. A partir dos mais diversos critérios matemáticos e mecânicos, a determinação desses projetos ótimos pode ser empregada originando estruturas completas ou elementos estruturais. Desse modo, a otimização estrutural se torna uma ferramenta essencial durante a fase de concepção de projeto.

Baseado nas variáveis de projeto, existem três tipos de otimização estrutural, que diferem entre si em grau de complexidade, conforme apresentado na Figura 1.

Figura 1 – Diferentes categorias de otimização estrutural. (a) Otimização de dimensões, (b) otimização de forma, (c) otimização topológica



Fonte: Verbart(2015).

A otimização de dimensões, que consiste na otimização de cada elemento da estrutura utilizando dimensões geométricas como variáveis de projeto, não há modificação topológica da estrutura ou na sua forma conforme a Figura 1. A otimização de forma, que se baseia na otimização de uma estrutura através da variação da fronteira do domínio ocupado pela mesma, sendo necessário maior sofisticação na implementação numérica para geração de malhas encontra-se na Figura 1 (b). Por último, destaca-se um outro tipo de otimização, conhecida como otimização topológica. Este método necessita apenas da definição de um domínio de projeto sujeito a condições de fronteira onde será encontrada a distribuição ótima do material, ou topologia ótima conforme observado na Figura 1 (c).

De acordo com Costa Jr (2003), a pesquisa científica na área de análise estrutural tem aumentado com ajuda de novas ferramentas que vem sendo desenvolvidas e aprimoradas desde o referido ano. O aumento do interesse nesta área tem sido fortemente impulsionado pelo advento da computação de alta performance e pelo desenvolvimento de métodos computacionais confiáveis, tais como: Método dos Elementos Finitos, os métodos de análise de sensibilidade da estrutura, com relação a variáveis de projeto e os métodos de programação matemática.

3.1.1 Otimização Topológica

Segundo Bathe (1996), o MOT é um método que busca a distribuição de material no interior de um domínio fixo de projeto, retirando ou adicionando material em cada ponto desse domínio de maneira a atender uma função objetivo e restrições. O MOT exige a discretização do domínio de projeto da estrutura que se deseja otimizar. Para isso é

utilizado o Método dos Elementos Finitos (MEF), que é um método bastante robusto e genérico para análise de estruturas com geometria complexa.

O material em cada ponto de domínio pode variar de 0, onde não há material, até 1, onde há presença total de material, tomar densidades intermediárias de acordo com um modelo de material definido por Bendsoe e Sigmund (2003). Um algoritmo de otimização é usado para encontrar de maneira iterativa a distribuição ótima do material. No processo de aceleração, os métodos de otimização usam as informações da derivada da função de custo relacionada à quantidade de material em cada elemento. A distribuição de material é representada, por exemplo, associando um valor de densidade a cada elemento obtido a partir da discretização do domínio.

Um campo de pesquisa inteiro de otimização de topologia de estruturas contínuas emergiu após o artigo pioneiro de Bendsoe e Kikuchi (1988) publicado há três décadas. Desde então, diferentes métodos de otimização de topologia foram desenvolvidos e aplicados a uma variedade de problemas físicos. Esses diferentes métodos de otimização de topologia diferem por sua parametrização de *design*, ou seja, como as variáveis de design descrevem o próprio design. O método de otimização de topologia melhor estabelecido é a otimização de topologia baseada em densidade segundo Bendsoe e Kikuchi (1988), também conhecida como Isotrópico Sólido com Penalização de Material (SIMP).

Outros métodos de topologia para estruturas contínuas são: métodos de conjunto de níveis apresentados por Wang, Wang e Guo (2002) e Allaire, Jouve e Maillot (2014), métodos de otimização de topologia usando uma derivada topológica como observado em Sokolowski e Zochowski (1999), e métodos de campo de fase descrito em Bourdin e Chambolle (2003). Para artigos de pesquisa recentes sobre métodos de otimização de topologia, refere-se a Sigmund e Maute (2013) e Van Dijk *et al* (2013). Um dos maiores desafios na otimização de topologia tem sido a inclusão de restrições de estresse. Este desafio remonta à abordagem da estrutura do solo Dorn, Gomory e Greenberg (1964) na otimização da topologia de treliça. Várias dificuldades surgem na otimização da topologia restrita pelo estresse, que impede a solução direta desse problema de otimização. Em primeiro lugar, a estrutura do espaço de solução (isto é, domínio viável) é tal que os ótimos (locais) são muitas vezes inacessíveis às técnicas de programação não linear padrão.

O modelo de material utilizado nesse trabalho é o SIMP (ZHOU e ROZVANY, 1991), que é um modelo simples de implementar em um algoritmo computacional.

3.1.2 Método SIMP

O modelo microestrutural utilizado, denominado SIMP, *Solid Isotropic Material With Penalty*, ver Bendsøe e Sigmund (1999) *apud* Coutinho (2006) caracteriza o comportamento constitutivo de um material artificial, e é definido por uma função paramétrica associada com a densidade do material $\rho \in [0,1]$. A solução resulta na presença ($\rho=1$) ou ausência de material ($\rho=0$) no domínio. As densidades presentes no intervalo entre as duas situações serão penalizadas de acordo com a Equação (1).

$$E(x) = \rho(x)^\eta E_0 \text{ com } \eta > 1 \text{ e } 0 \leq \rho(x) \leq 1 \quad (1)$$

Onde $\rho(x)$ é a densidade do material, E_0 o Módulo de Young de um material base sólido e isotrópico e η denota o parâmetro de penalização. O valor mínimo do módulo de elasticidade serve para evitar que a matriz de rigidez do sistema se torne singular, conforme proposto por Sigmund (2007). Já o objetivo do expoente η é de penalizar o aparecimento de densidades intermédias no domínio do projeto ($0 < \rho < 1$), forçando o algoritmo a convergir para $\rho = 1$ ou $\rho = 0$. Segundo Bendsøe e Sigmund (2003), em um problema com constrangimento de volume ativo a experiência mostra que a otimização resulta de fato numa distribuição de 0's e 1's no domínio de projeto, neste modelo sugere-se $\eta > 1$.

De acordo com Coutinho (2006), o aparecimento de densidades intermediárias, sob o ponto de vista matemático, é importante para a relaxação do problema, mas não é desejável para o projetista, que deverá interpretar os resultados para definir o leiaute da estrutura.

3.1.3 Constrangimento de Tensão

No intuito de produzir estruturas com leiautes competitivos e de alta definição, algumas formulações foram desenvolvidas, tal como a formulação de minimização de

flexibilidade para atender um limite de volume pré-definido, e a formulação de minimização de volume para atender aos limites de tensão, também, pré-definidos.

Desde os primórdios dos desenvolvimentos de técnicas de distribuição de material para otimização de estruturas introduzidos por Bendsøe e Kikuchi (1988) que os trabalhos relacionados a determinação de leiaute ótimo, em sua maioria são referentes às formulações de minimização de flexibilidade.

Contudo, para a obtenção de um design ótimo que não falhe, o interesse na aplicação de constrangimentos de tensão é, portanto, mais elevado, principalmente devido ao fato de a tensão ser um dos critérios de projeto mais utilizados em engenharia.

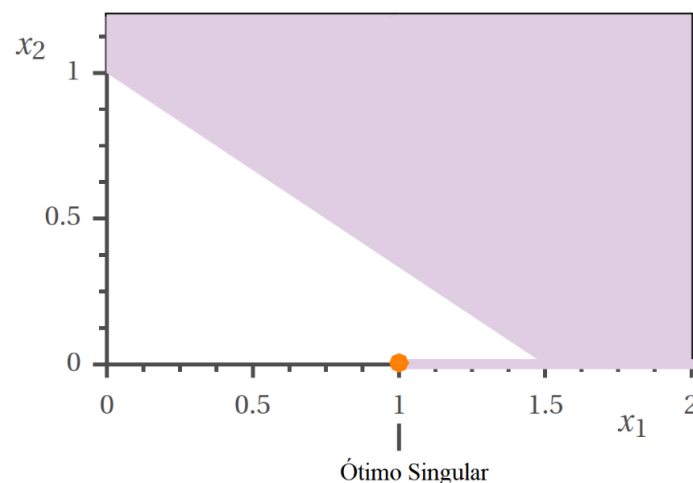
Desde que surgiu a otimização estrutural que os constrangimentos de tensão têm sido discutidos, Dorn *et al.* (1964) usou constrangimentos de tensão na otimização de treliças com um caso de carga, já a metodologia com múltiplos casos de carga foi testada por Sved e Ginos (1968), tendo ambos se deparado com dificuldades na aplicação destes constrangimentos. A formulação deste tipo de restrição está normalmente associada a problemas de otimização da massa da estrutura sem violar os constrangimentos de tensão que satisfazem o equilíbrio elástico, ver Yalamanchili (2012). Neste caso, faz-se o emprego de critérios de falha tais como o critério de Von-Misses frequentemente utilizado para prever deformação de materiais dúcteis.

Contudo, de acordo com Gonçalves (2017), o fato de incluir critérios de falha num problema de otimização levanta sérias dificuldades na resolução do mesmo conforme resumidos em seguida: problema da singularidade, natureza local dos constrangimentos e não-linearidade.

O problema de singularidade, foi observado inicialmente por Sved e Ginos (1968) nos quais detectou-se que os constrangimentos de tensão eram violados no instante em que a seção transversal da barra se aproximava de zero, impedindo assim que a mesma pudesse ser removida. A solução para o fenômeno da singularidade, segundo Verbart (2015), está nos chamados "ótimos singulares" que surgem na otimização de topologia com restrições de tensão. Os ótimos singulares são ótimos locais que não podem ser alcançados pela otimização comum baseada em gradiente. Tipicamente, em problemas com restrição de esforço, o ótimo global verdadeiro é um ótimo singular.

Kirsch (1990) estudou as características fundamentais do fenômeno da singularidade e demonstrou que a razão para estas soluções estarem inacessíveis resulta do fato de estas se encontrarem numa zona do domínio admissível degenerada, como pode-se observar na Figura 2.

Figura 2 – Espaço de design para um problema de otimização com restrição de tensão



Fonte: Verbart(2015).

A região preenchida representa o domínio viável no qual procura-se uma solução, o ponto laranja representa um ótimo singular, que se encontra em um subespaço de menor dimensão do domínio viável. Este ótimo não é acessível por otimização baseada em gradiente comum devido a esse domínio viável irregular.

Para controlar o problema de singularidade, considera-se uma relaxação ϵ na restrição de tensão, como proposto por Cheng e Guo (1997). Esta técnica da perturbação das restrições resulta em uma relaxação dos limites de tensão em regiões de baixa densidade.

O segundo problema é o de natureza local dos constrangimentos de tensão, pois um grande número de constrangimentos faz com que o emprego de técnicas de otimização baseadas no gradiente, sejam computacionalmente custosas, uma vez que se faz necessária a análise de sensibilidades de todos os constrangimentos de tensão em todos os elementos considerados, como mostra Verbart *et al.* (2013).

Existem métodos para lidar com a natureza local dos constrangimentos de tensão existentes em questões de otimização topológica baseados na densidade, os quais podem ser alocados em métodos locais, globais, regionais e em blocos agregados. Os métodos locais colocam um constrangimento em cada elemento do modelo em estudo. Os métodos globais são aplicados a múltiplos casos de carga, combinando os valores de tensão locais num único constrangimento. Ao se comparar os métodos locais e globais, observa-se que enquanto as formulações globais simplificam o problema de otimização, não permitem assegurar que valores de tensão máxima sejam garantidos localmente.

Os métodos regionais e em bloco agregado são estratégias que buscam reaver o controle dos níveis de tensão máxima, ao decompor o domínio de projeto em várias regiões diferentes. Os elementos em cada região são agregados num único constrangimento através de uma formulação global. Deste modo, em vez de apenas um constrangimento global geral, diferentes constrangimentos semelhantes a cada região do domínio são utilizados, restringindo ligeiramente os erros associados à agregação global.

Até o momento, as técnicas de agregação regionais constataram a maior eficiência e robustez na incorporação de constrangimentos de tensão em problemas de otimização, conforme Deaton e Grandhi (2014).

O terceiro problema é o comportamento altamente não-linear da função da tensão. Em problemas de otimização topológica fundamentados na densidade os níveis de tensão são extremamente perturbados por alterações de densidade em elementos vizinhos. Este fenômeno é ampliado em regiões críticas com maior concentração de tensões, como reentrâncias e furos, ver Le *et al.* (2010). Este acontecimento pode levar à imprecisão nas soluções de elementos finitos estando isso relacionado com o nível de discretização do domínio do problema e qualidade de interpolação por elementos finitos.

Como forma de perceber melhor este problema, pode se recorrer a estudos de convergência de malha, que consiste na comparação de resultados entre malhas do mesmo domínio com diferentes refinamentos. Inicia-se o estudo gerando uma malha inicial grosseira, posteriormente é gerada uma malha com uma distribuição de elementos mais refinada. Os resultados de ambas as malhas são comparados e é gerada novamente uma malha com distribuição de elementos mais refinada que a anterior. Os resultados vão sendo comparados até que se verifique uma convergência de resultados satisfatória (GONÇALVES, 2017).

3.1.4 Método de relaxação: $\mathcal{E}$ -relaxation

Uma das técnicas de relaxamento existentes é denominada $\mathcal{E}$ -relaxation, foi desenvolvida por Cheng e Guo (1997) com o propósito de solucionar o problema da singularidade. É possível modificar a forma do domínio admissível e eliminar a singularidade, ao relaxar os constrangimentos de tensão dos membros da estrutura. Para isso é necessário modificar o problema de otimização original ao assumir um valor muito

pequeno, ε , para a área mínima de secção das barras e utilizar também esse valor para relaxar os constrangimentos de desigualdade da tensão.

Considera-se ε um número muito pequeno ($\varepsilon \ll 1$), que determina o grau de amplitude de relaxamento do problema. Com esta formulação não existe degeneração do domínio admissível. Cheng e Guo (1997) sugerem uma sequência de problemas de otimização em que o valor de ε reduz-se, $\varepsilon \rightarrow 0$, convergindo para o problema original, denominado método da continuação.

Outros autores adequaram o ε -relaxation a problemas de otimização topológica em meios contínuos. Um exemplo é Duysinx e Bendsøe (1998) aplicaram uma variação da formulação proposta por Cheng e Guo (1997) para resolverem a questão do fenómeno da singularidade. Duysinx e Sigmund (1998) também aplicaram uma formulação alternativa do ε -relaxation multiplicando ε por um fator $(1-\rho)$. Esta multiplicação assegura que o constrangimento real seja imposto quando $\rho=1$.

Há ainda autores que exploraram estas formulações como Pereira *et al.* (2004) que utilizaram a metodologia proposta por Duysinx e Sigmund (1998) e chegaram à conclusão que o esforço computacional envolvido no problema da tensão é dez vezes maior que no problema de minimização de maximização da rigidez. París *et al.* (2009) também aplicaram uma formulação análogo à proposta por Duysinx e Bendsøe (1998).

3.2 MÉTODOS DE APROXIMAÇÃO NUMÉRICA

A utilização de *softwares* numéricos para soluções de engenharia vem se tornando maior com o passar das décadas. Alguns dos principais métodos de aproximação são: o Método dos Elementos Finitos, o Método dos Elementos de Contorno, o Método das diferenças Finitas, o Método dos Elementos Finitos Generalizados, o Método de Trefftz, entre outros.

3.2.1 Método dos Elementos Finitos

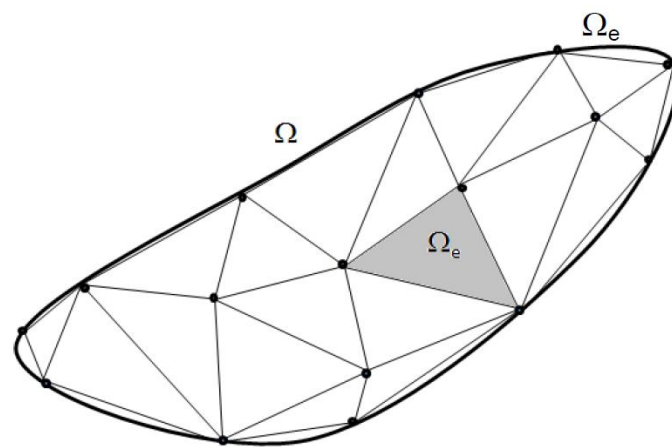
Como foi posto por Gonçalves (2017) o Método dos Elementos Finitos (MEF) é largamente utilizado para solucionar problemas de engenharia nos quais se possui uma

equação diferencial regendo um problema físico, baseando-se na discretização de um domínio contínuo em elementos finitos. Portanto, a precisão de seus resultados depende do número de elementos utilizados para representar o domínio físico.

De acordo com Sousa (2014) a acurácia desta aproximação depende também de *i)* da escolha do elemento que tenha capacidade de reproduzir o comportamento físico do domínio; *ii)* a divisão do domínio (volume do componente estrutural), em um número adequado de subdomínios (número de elementos da malha de discretização) e; *iii)* a imposição de forma correta das condições de contorno, sob as quais o domínio está sujeito.

Segundo Gonçalves (2016) a ideia básica do MEF consiste em subdividir o domínio Ω do problema em subdomínios Ω_e dimensões finitas, denominados de elementos, tais como na Figura 3.

Figura 3 – Exemplo de malha de elementos finitos no domínio Ω e nos subdomínios Ω_e .



Fonte: Gonçalves(2016).

Posteriormente, para cada subdomínio, faz-se uma aproximação local, ou seja, para cada elemento tem-se uma solução aproximada descrita, de forma geral, por uma base polinomial, onde a solução global é obtida pela união de todas as soluções locais tomando-se cuidado para garantir a continuidade nas fronteiras entre os elementos.

3.2.1.1 Refino de malhas

À união de elementos finitos dá-se o nome de malha de elementos finitos. Como foi abordado por Gonçalves (2016) a adaptação de malha se tornou uma abordagem aceita para controlar a precisão em uma análise numérica por elementos finitos. Em otimização topológica, geralmente os problemas são resolvidos através de uma malha uniforme fixa com um número relativamente grande de elementos, com o objetivo de obter a precisão desejada na solução (STURLER; PAULINO; WANG, 2008).

À medida que a malha de elementos finitos é progressivamente refinada, a solução melhora e deve convergir para um valor específico. Para que exista convergência monótona à medida que a malha é refinada, o modelo de elementos finitos tem que obedecer a dois critérios de convergência, ao critério da integralidade (*completeness*) e ao critério de compatibilidade (*compatibility*). Caso exista uma solução analítica para o problema, as soluções numéricas resultantes com o processo de refinamento da malha convergirão para a solução exata (GONÇALVES, 2017). Na Figura 4 está demonstrado o processo de refinamento da malha, quando se aumenta a quantidade de elementos também a precisão dos resultados também aumenta.

Figura 4 – Processo de refinamento da malha onde se inicia com uma malha grosseira e se chega a uma malha refinada.



Fonte: Gonçalves(2017).

Esta é a forma pela qual o estudo de convergência de malha é usualmente definido, porém existem situações em que a solução não converge à medida que a malha é refinada, um exemplo de situação que isso pode ocorrer é quando há presença de singularidades no campo de tensão.

A singularidade devido a tensão é um ponto na malha de elementos finitos onde a tensão não converge para um determinado valor. À medida que a malha é refinada, a tensão nesse ponto continua a aumentar, sendo que teoricamente, a tensão na singularidade é infinita. É normal a ocorrência de singularidades em situações onde existe aplicação de uma carga pontual, presença de cantos reentrantes agudos na geometria e constrangimentos de deslocamento pontuais, ou seja, pode-se afirmar que o fenômeno da singularidade é uma situação comum no MEF.

De acordo com Gonçalves (2016), apesar da tensão ser infinita nestas singularidades, isto não implica que os resultados do modelo estejam completamente errados. A tensão na singularidade irá afetar todos os resultados de tensão na sua proximidade, porém, à medida que a distância ao ponto de singularidade aumenta os resultados de tensão melhoram e começam a tender para um valor específico e mais realista.

3.2.2 Métodos Adaptativos

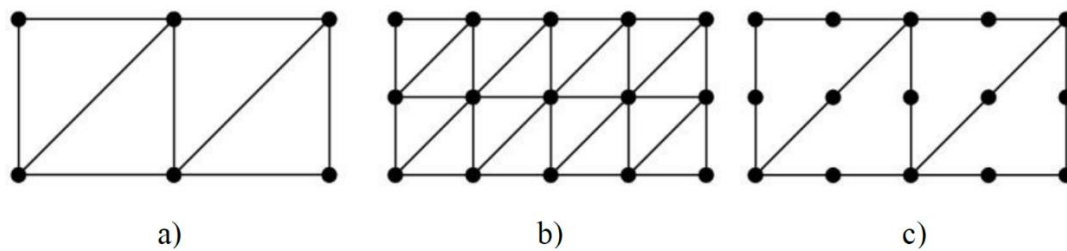
De acordo com Silva (2017), uma maneira de tornar viável o emprego de metodologias adaptativas no controle e limitação de erros do domínio do problema, seria a obtenção de estimativas locais de erros de discretização através de estimadores de erros.

Existem várias metodologias para o refinamento da malha de elementos finitos utilizadas em estudos de convergência de malha. As principais metodologias aceitáveis para modificação da malha de elementos finitos são:

- i. Método p : consiste em melhorar o espaço de solução elevando o grau das funções de interpolação. Porém, não ocorre nenhuma modificação no tamanho dos elementos da malha. Entre os trabalhos que discutem o método p estão: Novotny e Fancello (1998), Oh e Batra (1999) e Duarte (2003).
- ii. Método h : os elementos procedentes da discretização possuem seus tamanhos alterados, permanecendo inalterável o grau do polinômio empregado (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000).

Na Figura 5 é possível visualizar a comparação entre uma malha original e outras originada pelo h – *method* e pelo p – *method*.

Figura 5 – Refinamento da malha original (a), pelo h – method (b) e pelo p – method (c)



Fonte: Gonçalves(2017).

Outra possível metodologia adaptativa frequentemente encontrada na literatura é o refino hp , o qual, consiste na aplicação simultânea dos métodos h e p . Entre os estudos que analisam esta metodologia híbrida podem-se citar: Zienkiewicz, Zhu e Gong (1989), Babuska, Strouboulis e Copps (1997), Novotny e Fancello (1998) e Novotny *et al.* (2000).

Segundo Brandão (2008), o método h é um método vantajoso para o tratamento de singularidades. Por outro lado, o p – method apresenta número de iterações mais altos que o h – method em problemas com carregamentos e geometria suaves. Isso é efetivado por meio da introdução de funções hierárquicas. Entretanto, resultados numéricos demonstram que esse não é um método satisfatório para problemas com presença de singularidade, devendo-se optar neste caso pelo h – method.

3.2.2.1 h – method

No h – method pode-se obter o aumento da precisão dos resultados a partir do aumento do número do mesmo tipo de elementos da malha. Em suma, este método é caracterizado por diminuir o tamanho dos elementos, dividindo cada um em dois ou mais, sem alterar o tipo do mesmo. Dada uma malha inicial e a solução do problema associada à mesma, a adaptatividade do tipo h em elementos finitos consiste, geralmente, em três etapas:

- i. A estimativa de erro nas várias regiões do domínio;
- ii. Projeto da nova malha obtendo os novos parâmetros h para sua caracterização;
- iii. Refino propriamente dito com a geração da nova malha.

O procedimento de adaptação mais usual consiste em alcançar uma solução usando uma malha grosseira, estimando o erro da aproximação e refinando a malha das

regiões com os maiores erros. O processo é repetido até que algumas exigências de precisão sejam satisfeitas (RACHOWICZ, 2000).

Nesta linha de pensamento, Sousa (2014) desenvolveu um trabalho com material laminado de carbono e epóxi, realizando uma análise de refinamento de malha de discretização do tipo h onde avaliou-se o tamanho do elemento, consequentemente o número de elementos na malha e suas influências sobre o erro da solução. O trabalho referido analisou três malhas diferentes com 400, 900 e 1600 elementos respectivamente.

A princípio, os métodos h -adaptativos baseavam-se exclusivamente em decompor os elementos onde um erro se encontra acima de um erro limite até que se alcançasse uma solução aceitável (ZIENKIEWICZ, 2006). Apesar desta abordagem possibilitar a redução e controle dos erros de discretização, a mesma está relacionada a um alto custo computacional.

Em 1995, uma nova técnica h -adaptativa foi proposta e desenvolvida nos trabalhos de Li e Bettess (1995) e Li *et al.* (1995). Esta, aqui denominada de técnica LB, pode ser considerada como um avanço das técnicas anteriores. A técnica LB consiste em determinar a dimensão dos novos elementos através de uma expressão matemática baseada na convergência assintótica dos erros aplicada a nível elementar e em uma estimativa do número de elementos da malha adaptada.

Mais uma metodologia h , recentemente proposta, é caracterizada nos trabalhos de Pereira, Silva e Gonçalves (2016) e Gonçalves (2016). Esta, denominada de *Quadratic Error Recovery* (QER), baseia-se na aplicação conjunta dos conceitos de norma do erro em energia, recuperação quadrática da função densidade do erro em energia e a solução de um problema de otimização pelo Método dos Multiplicadores de Lagrange.

Nos trabalhos tratados, os autores aplicam o critério de equidistribuição do erro. Vários aspectos e aplicações desta técnica são analisados e discutidos, como, por exemplo, a aplicação em problemas escalares (PEREIRA; SILVA; GONÇALVES, 2016) e em problemas de OETC (GONÇALVES, 2016).

3.3 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA APLICADA À AERONAVES

De acordo com Silva e Lima (2013) o crescimento sucessivo da demanda por equipamentos cada vez mais leves na indústria, principalmente no que diz respeito a indústria automobilística, naval e aeronáutica, vem se tornando grande motivação para o aperfeiçoamento de métodos de otimização estrutural. Atualmente, estudos sobre a

potencialidade de técnicas de otimização não paramétrica, como a otimização topológica, e sua incorporação com *softwares* comerciais de elementos finitos são comumente encontrados na literatura.

Em particular na indústria aeronáutica, a Otimização Topológica tem sido extremamente utilizada, por exemplo, no projeto das nervuras das asas da aeronave Airbus A380 (KROG *et al.*, 2004) e reforços das asas na fuselagem de aeronaves (KROG *et al.*, 2002). Outro exemplo é a Companhia Europeia de Defesa Aeronáutica e Espacial (*European Aeronautic Defence and Space* - EADS) que utilizou a OT no projeto de diversos componentes da aeronave de transporte militar A400M (GERD *et al.*, 2004), tais como painéis, reforços e longarinas.

A Otimização Topológica não é uma teoria nova e é constantemente utilizada dentro da indústria aeroespacial. A *Airbus Aeronautical Company*® aplicou a *Altair Inc.*® e *softwares* desenvolvidos internamente para otimizar o projeto de estruturas individuais de longarinas e caixas de asas para grandes aeronaves comerciais. Eles conceituaram uma abordagem híbrida global/local de uma maneira semi-dimensional para remodelar as longarinas e nervuras existentes. Uma considerável economia de material foi mostrada em seus projetos atualizados.

Um estudo realizado por Walker (2015) destinado a Otimização Topológica de uma asa de perfis, longarina e revestimento de alumínio da aeronave acrobática RV-4. Para verificação de metodologia uma otimização simples desenvolvida por Sigmund (2001) conhecido como “99 lines” comparando-o aos modelos bidimensionais da *Optistruct*®. O primeiro teste considerou um simples engaste com a viga restringida na direção x de um lado e uma restrição vertical de ponto único na direção y. No lado esquerdo, uma única força vertical é aplicada ao topo do espaço do projeto. Como resultado, o custo e a complexidade de fabricação dos componentes, bem como a montagem geral, reduzem. Além disso, o processo de *design* da asa global torna-se computacionalmente eficiente. A otimização é obtida por técnicas de topologia e otimização de tamanho. Houve uma redução de massa de aproximadamente 20%, sendo a asa com Otimização Topológica nas nervuras a mais leve e com menor nível de estresse, já a Otimização da longarina proporcionou a asa com menor deslocamento.

A análise dos componentes estruturais de uma aeronave, como trem de pouso, roda e bequilha, são mecanismos que sofrem constantes mudanças, dependendo da necessidade e esforço do projeto. Entre esses elementos está a roda, porque é o elemento que faz a conexão entre a aeronave e o solo. Projetado para suportar pequenos

deslocamentos e esforços sem perder suas características, é um elemento no qual os estudos com *software* utilizando o Método dos Elementos Finitos estão presentes e são importantes para um melhor componente do projeto.

Assumpção *et al.* (2011) utilizaram um método de otimização determinístico para otimizar as dimensões do trem de pouso de um VANT. Com o objetivo de desenvolver um novo trem de pouso, que deveria ser mais leve que o anterior. Para tal, fizeram uso de um *software* de elementos finitos juntamente com o recurso de otimização paramétrica. Considerando apenas características estruturais para o dimensionamento, durante o estudo foram testados alguns materiais compósitos, com os quais criou-se uma estrutura feita de compósito tipo sanduíche. Foi utilizado no núcleo o compósito com fibras de aramida bidirecionais e nas superfícies superior e inferior fibra de carbono unidirecional. O resultado foi uma redução de 73% na massa, comparada com a do trem de pouso anterior.

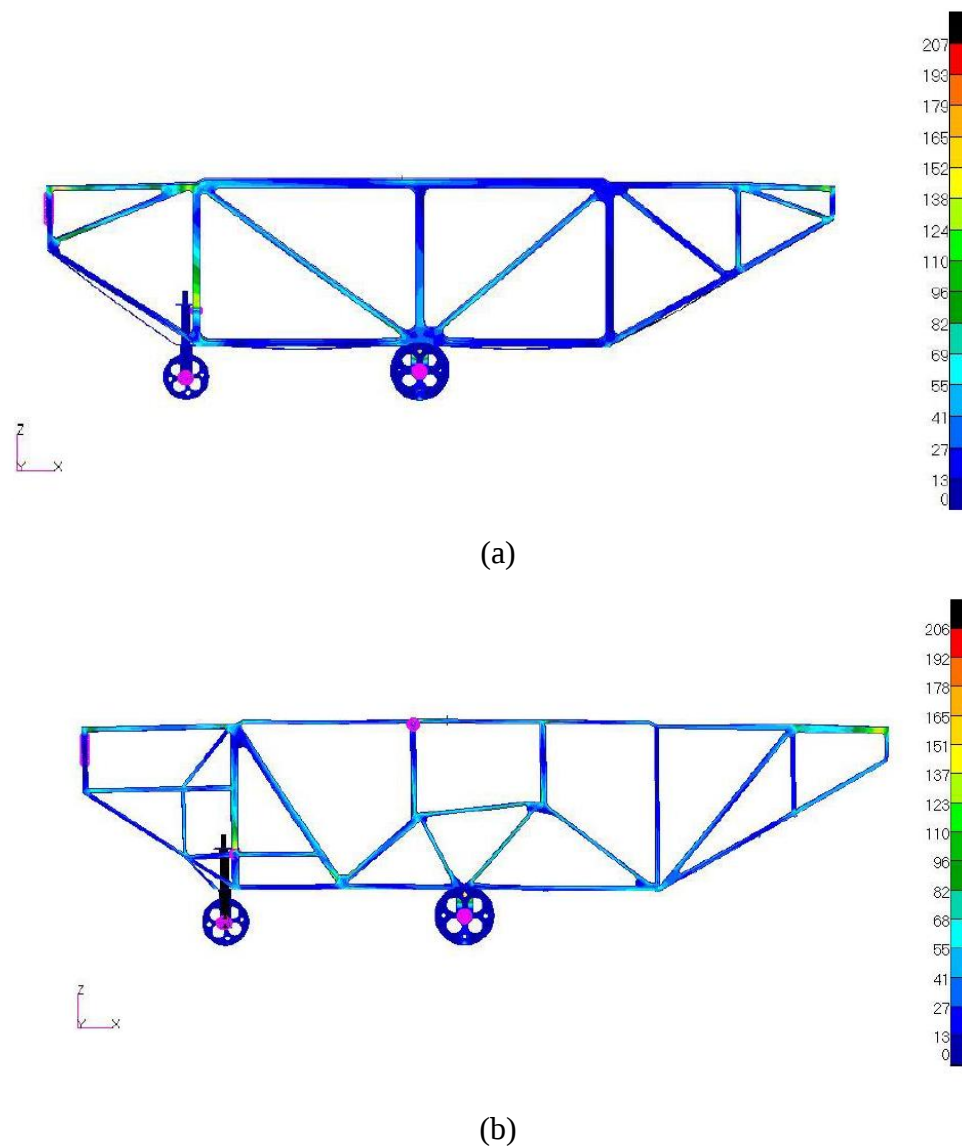
Goyal (2002) empregou os mesmos métodos de Assumpção *et al.* (2011) para desenvolver um trem de pouso para uma aeronave leve. O objetivo era ter dimensões ótimas para a menor massa possível para a estrutura, mantendo a resistência aos esforços aos quais o trem de pouso seria exposto. Analisou-se o emprego de fibra de vidro para a construção do trem de pouso, submetendo-o a análise de elementos finitos. O estudo chegou à conclusão de que fibra de vidro pode ser utilizada na construção deste modelo de trem de pouso. Além disso foi possível observar que a redução de massa não influenciou na capacidade de carga da aeronave.

No que diz respeito ao Projeto SAE AeroDesign, projeto aplicado a estudantes de engenharia no qual o desafio é construir um avião cargueiro com maior eficiência estrutural possível, o cenário não é diferente. Neste projeto, constantemente são aplicadas as técnicas já comuns na aviação civil. As Equipes participantes da competição vem buscando se atualizar cada vez mais quanto aos Métodos de Otimização Topológica de estruturas para aplicação em suas aeronaves rádio controladas.

No estudo realizado por Silva e Lima (2013) um caso com potencial necessidade de otimização é adotado. Assim, a estrutura da fuselagem de uma aeronave do AeroDesign é escolhida como caso prático da aplicação da sistemática de MOT. A metodologia inicia-se com a criação do modelo geométrico em um *software* de CAD. A segunda atividade realizada foi o pré-processamento no *PATRAN*®, que consiste na geração de malha e indicação dos casos de carregamento e condições de contorno na estrutura. Em seguida, definiu-se os parâmetros do problema de otimização (função

objetivo, variáveis de projeto e restrições). O *solver* do *NASTRAN*® é utilizado para resolver o problema de OT, definindo a distribuição de material no domínio estudado que satisfaz os requisitos iniciais do projeto. O resultado é visualizado no *PATRAN*®. A partir da nova distribuição de material gerada pela OT é construído um novo modelo geométrico que é analisado por elementos finitos para verificar como a estrutura ou componente resultante suportará os esforços. Caso o componente apresente falha estrutural para o carregamento indicado o projeto deve ser iniciado novamente. Caso contrário, o componente com geometria otimizada é liberado para construção. A Figura 6 mostra a fuselagem antes e depois da aplicação do MOT.

Figura 6 – Aeronave antes da aplicação do MOT(a), depois da aplicação (b)



Fonte: Silva e Lima(2013).

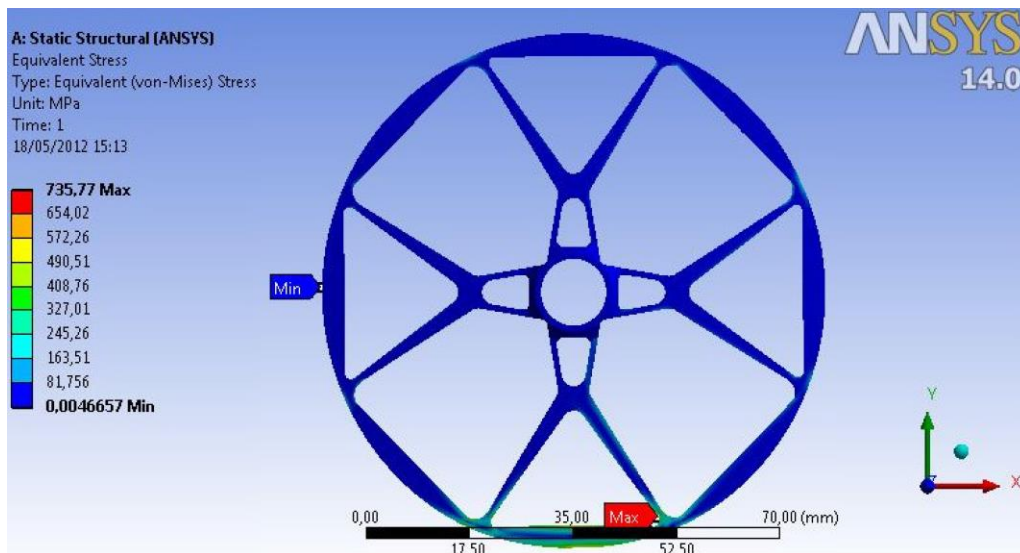
Ao término do processo pode-se observar que a otimização retirou material de locais onde não havia necessidade e adicionou material onde era necessário, dessa forma obtém-se uma estrutura leve e resistente, com o peso final da fuselagem otimizada de 350g e que respeita todas as restrições impostas pelo problema de otimização.

O estudo realizado por Souza *et al.* (2013) desenvolveram um projeto de uma roda de um VANT. A intenção deste projeto foi de fabricar uma roda com o mínimo de material possível, racionalizando sua distribuição afim de que se chegasse em uma forma otimizada para os esforços e aplicações em questão. Utilizaram um programa de otimização topológica baseado em algoritmo genético para otimizar a distribuição de material. O estudo teve como objetivo utilizar os processos de otimização topológica presentes no *software Ansys®* acoplados a algoritmos genéticos e métodos estatísticos, o *software ModeFrontier®*, analisar e obter uma forma ótima para as rodas utilizadas em carga de aeronaves para as competições da SAE AeroDesign. Métodos acoplados permitiram uma redução de 40% em relação aos projetos anteriores e constataram que o parâmetro estrutural *Lane Width* é o que apresenta maior influência no desempenho mecânico da aeronave. Na Figura 7 é possível observar a roda antes e depois do emprego da Otimização Topológica.

Figura 7 – Roda antes da Otimização Topológica (a) e depois (b).



(a)

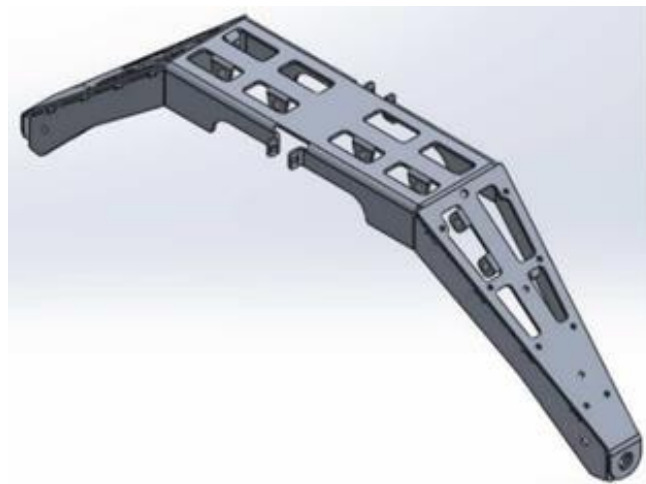


(b)

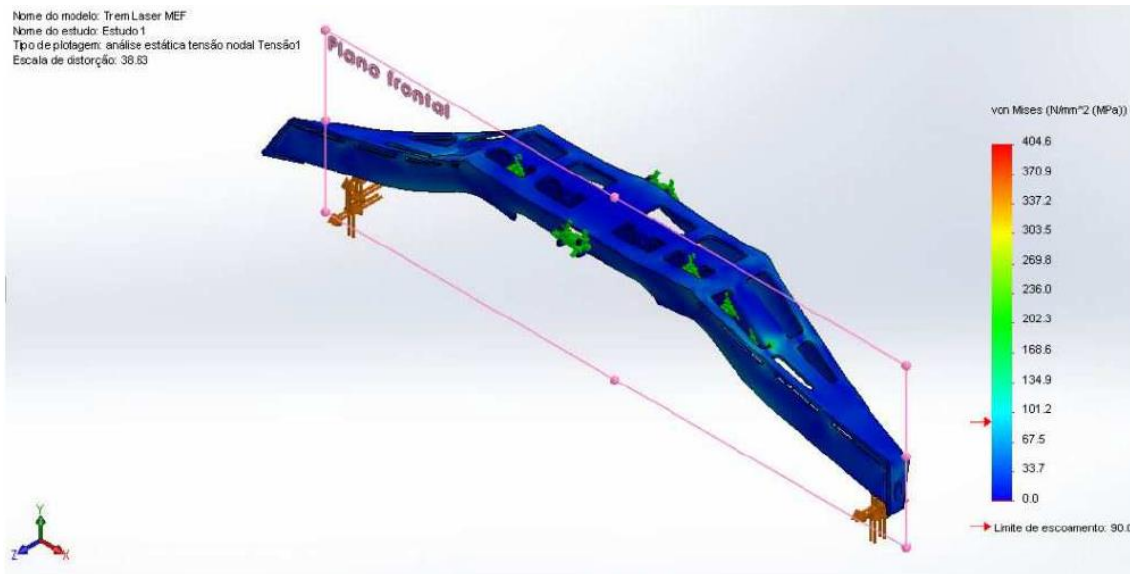
Fonte: Souza *et al.* (2013).

Bertin (2014) buscou desenvolver um trem de pouso com estrutura otimizada para um veículo aéreo não-tripulado destinado à Competição SAE AeroDesign. Através do uso de recursos computacionais obteve-se perfis otimizados estruturalmente para posterior modelamento e análises de elementos finitos. Para a obtenção dos perfis, utilizou-se um algoritmo desenvolvido por Sigmund (2001) para otimização topológica de estruturas bidimensionais, enquanto que para o modelamento foi utilizado um programa de desenho computacional e para as análises posteriores de elementos finitos. Na Figura 8 podem ser observados os trens de pouso antes (a) e depois da Otimização Topológica (b).

Figura 8 - Trem de pouso antes (a) e depois da Otimização topológica (b).



(a)



(b)

Fonte: Bertin(2014).

Foi também realizado análises do pouso de aeronaves e se desenvolveu um índice para projeto. Verificou-se como sendo proveitosos os resultados, sendo que chegaram a ser obtidas reduções de massa em torno de 63%.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

4.1 MATERIAIS APLICADOS

4.1.1 Nylon 6.6

O Nylon 6.6 é um termoplástico produzido pela extrusão de poliamida 6.6/6 sendo este tratado termicamente, o que permite uma estrutura cristalina uniforme e livre de tensões internas. Na Tabela 1 estão descritas as principais propriedades do Nylon 6.6 necessárias para o estudo em questão.

Tabela 1 – Propriedades do Nylon 6.6

Material	Densidade Específica	Tensão Máxima	Módulo de Young	Coeficiente de Poisson
Nylon 6.6	1,14 (g/cm ³)	90 (MPa)	3,3(GPa)	0,36

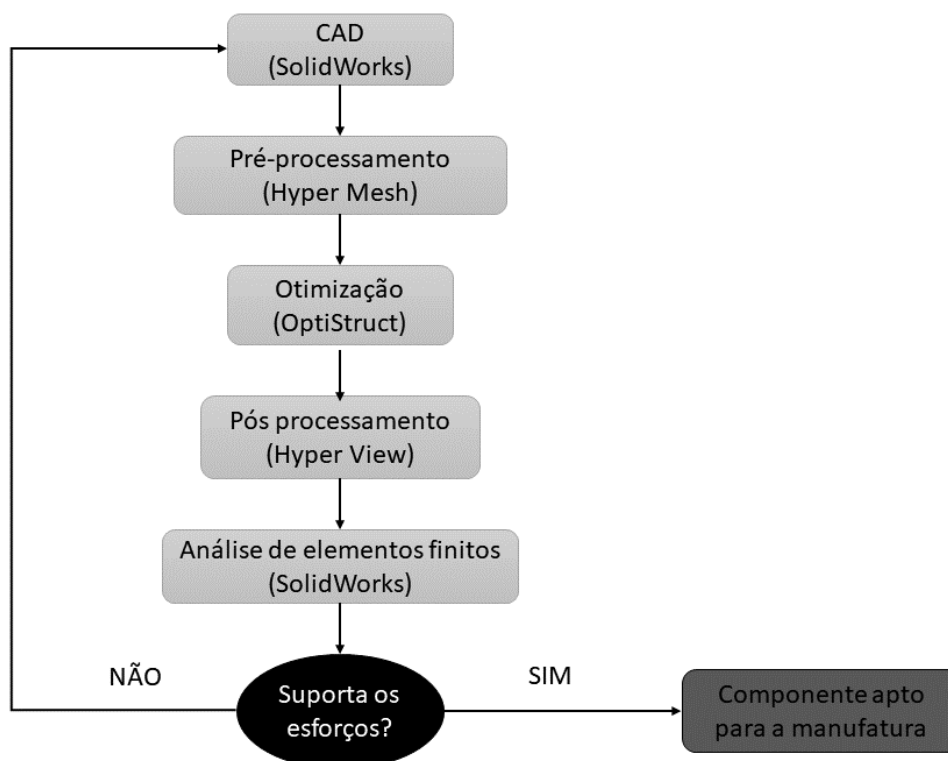
Fonte: Autoria Própria (2019).

Por se tratar de um produto com boas propriedades físicas, mecânicas, elétricas e químicas pode assim substituir com vantagens o bronze, o latão, o alumínio, o duralumínio, o ferro fundido e o aço.

4.2 SOFTWARES

O procedimento experimental a partir de *softwares* se divide na elaboração do projeto em 3D seguido de pré-processamento, processamento e pós-processamento. A partir da Figura 9 é possível visualizar o fluxograma de sequenciamento de atividades utilizado no trabalho.

Figura 9- Sequenciamento de atividades desenvolvidas no trabalho



Fonte: Autoria Própria (2019).

O processo inicia-se com a modelagem 3D através de CAD que será realizada a partir do *software Solidworks®*. O pré-processamento será feito através do *Hyper Mesh®* para então ser exportado para o *software* integrado ao mesmo denominado *OptiStruct®* onde o processo de Otimização Topológica será realizado, que pode ser chamado de processamento. Por meio dos resultados obtidos pode-se observar o pós-processamento através do *software* também integrado ao *Hyper Mesh®* denominado *Hyper View®*. Caso o projeto seja aprovado, o mesmo segue para a manufatura, caso contrário, o processo deve ser reiniciado.

4.2.1 SolidWorks®

O *SolidWorks®* é um *software* de CAD 3D (*Computer Aided Design*) desenvolvido inicialmente pela *SolidWorks Corporation®* que funciona no sistema operacional *Windows®*. O *SolidWorks®* é baseado em computação paramétrica no qual são criadas formas tridimensionais a partir de operações geométricas elementares. A modelagem de sólidos ou superfícies no ambiente do programa, tipicamente inicia-se com

a definição de um esboço em 2D que depois é transformado através de uma operação num modelo tridimensional. O *SolidWorks®* dispõe de uma vasta gama de funcionalidades, incluindo funções específicas para chapa metálica, construção soldada e moldes.

4.2.2 HyperMesh®

O *HyperMesh®* é um pré-processador de elementos finitos multidisciplinares que gerencia a geração de modelos maiores e mais complexos, iniciando com a importação de uma geometria CAD pré-definida, desenvolvida por meio de outro *software* e finalizando com a exportação de um arquivo de solucionador pronto para execução da tarefa posterior.

4.2.3 OptiStruct®

O *OptiStruct®* é um solucionador estrutural moderno e comprovado com soluções abrangentes, precisas e escalonáveis para análises lineares e não-lineares nas disciplinas de estática e dinâmica, vibrações, acústica, fadiga e multifísica. É implantado estrategicamente em seus processos de projeto para otimizar estruturas para uma variedade de restrições de desempenho, como peso, resistência, rigidez, vibração e características de fadiga, para desenvolver projetos inovadores, eficientes e leves.

4.2.4 HyperView®

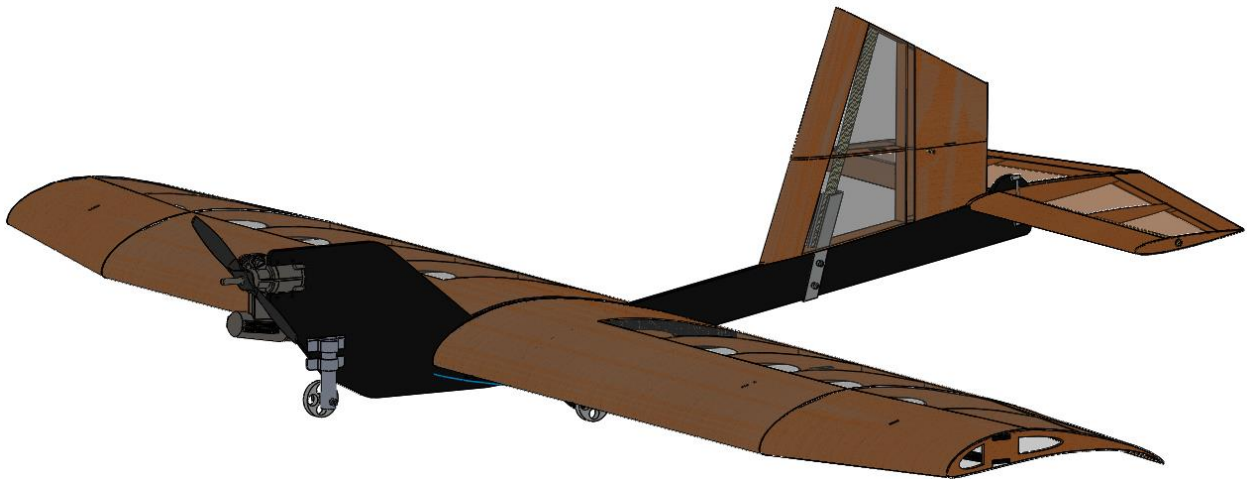
O *HyperView®* permite visualizar dados de forma interativa, bem como capturar e padronizar suas atividades de pós-processamento usando recursos de automação de processos. O *HyperView®* combina animação avançada e recursos de plotagem XY com a sincronização de janelas para melhorar a visualização de resultados. Este, salva resultados de animação 3D no formato compacto H3D do *Altair®* para que se possa

visualizar e compartilhar os resultados do CAE um ambiente da *Web* em 3D usando o *HyperView Player*®.

4.3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O procedimento experimental inicia-se a partir da seleção da aeronave a ser estudada, seguida da obtenção das suas cargas impostas em todas as fases de voo. A aeronave escolhida para o referido projeto é a aeronave destinada a competição SAE AeroDesign 2017 desenvolvida pela Equipe PegAzuls AeroDesign e pode ser observada na Figura 10.

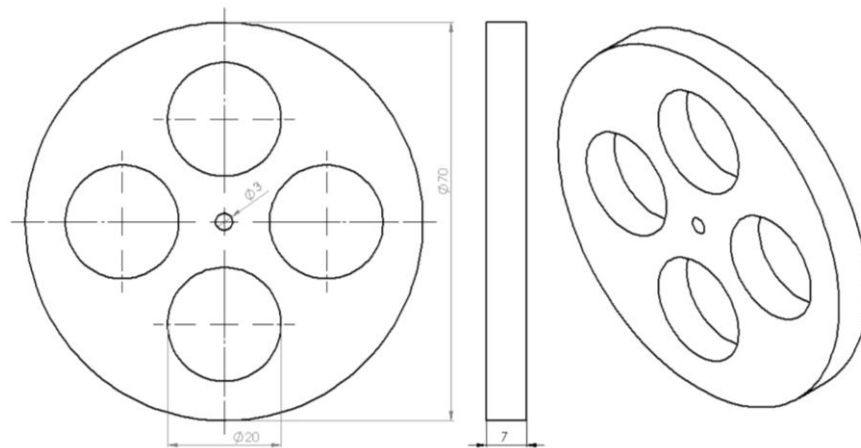
Figura 10 – Aeronave destinada a competição SAE AeroDesign 2017 escolhida para análise



Fonte: PegAzuls(2017).

O componente a ser analisado na aeronave será a roda, a qual é fabricada em Nylon 6.6 por meio de usinagem. Na Figura 11 pode-se observar as principais dimensões da rodinha.

Figura 11 – Principais dimensões da rodinha utilizada como estudo de caso



Fonte: Autoria Própria(2019).

Através da planta pode-se perceber além das dimensões principais como diâmetro, espessura e furo central, os alívios de massa obtidos por PegAzuls (2017) utilizando o método de Von Mises.

4.3.1 Obtenção das Cargas Incidentes na Aeronave

O passo a passo para obtenção das cargas foi desenvolvido segundo (JAR-VLA, 1990) e será mostrado através de cargas pontuais da estrutura analisada no tópico 4.3.1.1.

4.3.1.1 Cargas na rodinha

As cargas que incidem nas rodinhas, são calculadas através da pior condição de pouso da aeronave, que seria apenas com uma das rodas tocando o solo inicialmente. Através da Tabela 2 pode-se observar as cargas que atuam no trem de pouso.

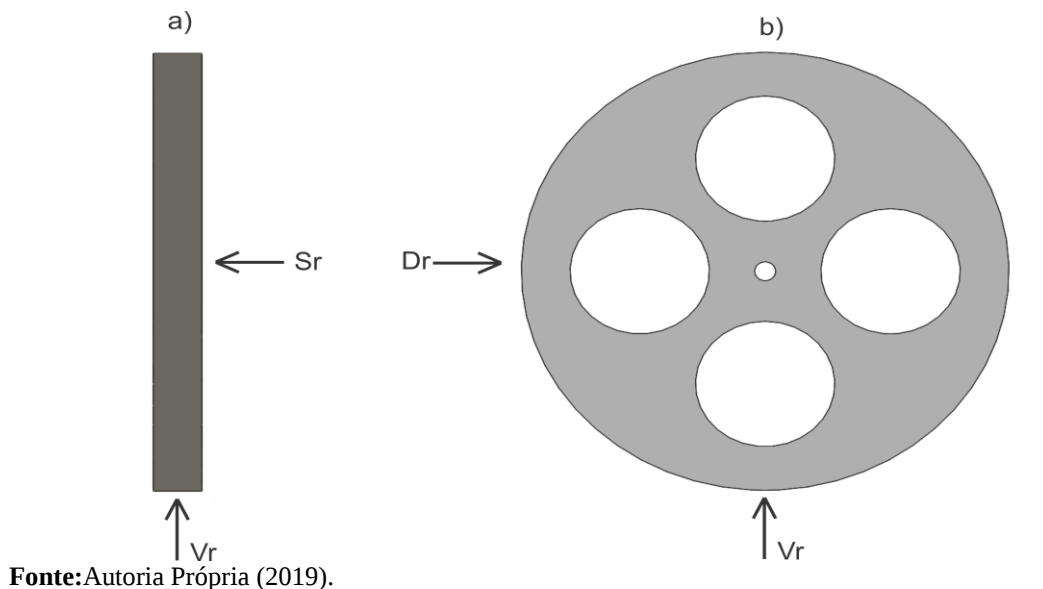
Tabela 2 - Cargas no trem de pouso principal.

Trem de pouso principal	
Vr	232,26 (N)
Dr	77,7 (N)
Sr	23,3 (N)

Fonte: PegAzuls(2017).

Onde V_r , D_r e S_r são, respectivamente, cargas verticais, cargas laterais e cargas horizontais. Na Figura 12 é mostrado onde estão localizadas cada uma das cargas mostradas na Tabela 2.

Figura 12 - Localização das cargas nas rodinhas (a) vista frontal e (b) vista lateral



Fonte: Autoria Própria (2019).

Além das cargas acima apresentadas por V_r , D_r , S_r vale ressaltar que existe uma força de cisalhamento agindo no furo central da rodinha que é gerada por estas forças. A massa total da rodinha antes da aplicação da otimização topológica é igual a 20,63g.

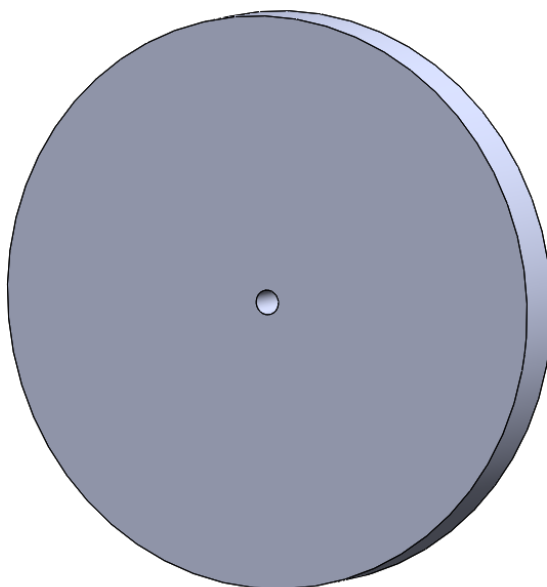
4.3.2 Aplicação das Cargas às Respectivas Estruturas Através de Simulação

Como foi mostrado na Figura 9 a etapa que precede o pré-processamento da estrutura para otimização é a modelagem do desenho em 3D por meio da utilização do *software* de modelagem *SolidWorks®*. Depois de pronta a modelagem da estrutura, previamente dimensionada pelo método de Von Mises, as cargas obtidas no tópico 4.3.1.1 serão aplicadas a mesma com o intuito de verificar sua distribuição tensões. Foram aplicadas também na simulação todas as propriedades inerentes ao material de fabricação da estrutura estudada.

Para efeito desta análise será utilizada uma roda sem nenhum alívio de massa prévio, também modelada através do *SolidWorks®*, no intuito de comparar a eficiência

entre os dois métodos apresentados. Na Figura 13 a seguir pode-se observar a roda antes da aplicação do Método de Otimização Topológica.

Figura 13 – Estrutura antes da aplicação do Método de Otimização Topológica



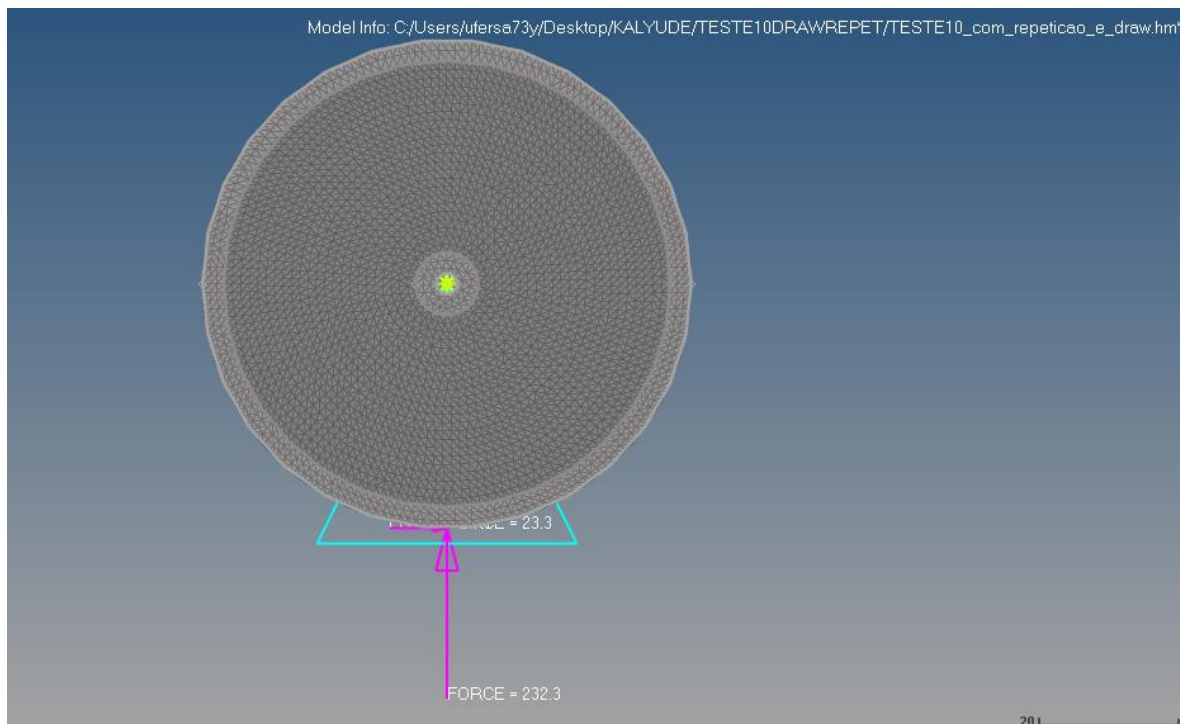
Fonte: Autoria Própria (2019).

Como pode ser observado a estrutura inicial apresenta as suas dimensões principais preservadas, porém sem nenhum alívio de massa, totalizando um peso igual a 30,65g.

4.3.3 Aplicação da Otimização Topológica Através do *OptiStruct*® e seus *softwares* Integrados

O pré-processamento inicia-se com a exportação do modelo em 3D em formato compatível com o software a ser utilizado na Otimização Topológica. Através deste pré-processador a estrutura será previamente tratada para que possa ser aplicado o método. De forma semelhante à preparação da simulação realizada no *SolidWorks*® aqui neste passo serão aplicadas as propriedades do material, as cargas impostas dimensionadas anteriormente além das condições de contorno que regem a utilização desta estrutura, como também a preparação da malha a ser aplicada para Otimização. Na Figura 14 é possível observar a estrutura pronta para a realização da otimização.

Figura 14 – Estrutura pré-processada através do *HyperMesh®* pronta para aplicação da otimização



Fonte: Autoria Própria (2019).

Observa-se através da Figura 14 que a estrutura está dividida em duas regiões de cores distintas. A região de cor mais clara representa o *non design space*, onde não serão aplicadas as restrições para otimização e servem para delimitar as geometrias que não podem ser alteradas no projeto que são o diâmetro externo da mesma e o diâmetro do furo central. Na Figura 15 pode ser observado as entidades necessárias para realização do pré-processamento.

Figura 15 – Entidades criadas para pré-processamento da estrutura

Entity Name	ID	Include
Components (3)		
DESIGN SPACE	1	0
NON DESIGN SPACE	2	0
CONNECTOR	3	0
Design Variables (1)		
TOPOL1	1	0
Load Collectors (2)		
CONSTRAINT	1	0
LOADS	2	0
Load Steps (1)		
LINEAR STATIC	1	0
Materials (1)		
NYLONS6.6	1	0
Objectives (1)		
MASSFRACTION	1	0
Optimization Constraints (1)		
STRESS	1	0
Optimization Responses (2)		
MASSFRACTION	1	0
STRESS	2	0
Properties (2)		
DESIGN SPACE	1	0
NON DESIGN SPACE	2	0

Fonte: Autoria Própria (2019).

Devido ao cunho desta análise a malha escolhida foi simplificada, com geometria triangular e elementos de 1,2mm devido a capacidade computacional disponível e de forma a agilizar o processo de simulação que não requer um refino de malha mais aprimorado. O material foi inserido e vinculado às propriedades tanto do *design space* quando do *non design space*. A análise realizada foi linear estática conforme as condições do componente. Como respostas para esta análise foram criadas a resposta de fração de massa, que será o objetivo da otimização, e a resposta de tensão de Von Mises que será a restrição da otimização e não pode ser ultrapassada. Por último foi inserido nas opções de topologia uma restrição de manufatura aliada a um padrão de repetição visando que a otimização seja feita de maneira a tornar possível a fabricação da estrutura por meio de usinagem de uma geometria simétrica.

Após todas estas etapas o modelo foi exportado para o *OptiStruct®* para que pudesse ser otimizado e a leitura de seus resultados, chamado de pós-processamento, foi realizada através do *HyperMesh®* como mencionado anteriormente. Ainda, após obtenção da nova geometria já otimizada repetiu-se o processo de simulação de tensões através do *HyperMesh®* para que o resultado pudesse ser corroborado.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

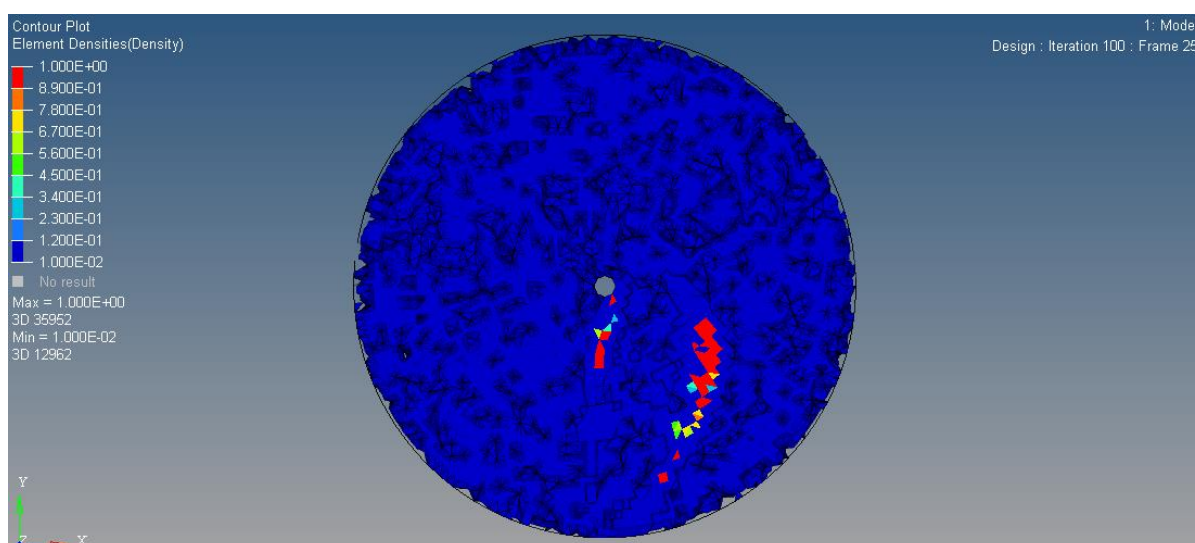
5.1 TESTES PRELIMINARES

Devido a grande quantidade de testes realizados com diversas variações de parâmetro dentro das opções disponíveis dentro das funções do software, foi possível realizar comparações entre o melhor método a ser seguido para chegar ao resultado ideal.

5.1.1 Teste de geometria

No resultado inicial de otimização, ao simular a rodinha proposta sem nenhum alívio de massa e sem restrição para o *design space*, percebeu-se a modificação da geometria de maneira que suas principais dimensões como o diâmetro e o furo central foram afetados pela retirada de massa proposta pela otimização. Através da Figura 16 pode-se observar a distribuição de material no domínio e a retirada de material desordenada afetando as principais dimensões da estrutura.

Figura 16 – Simulação realizada sem restrição de *design space*



Fonte: Autoria Própria (2019).

Após observar este resultado, a solução encontrada para impedir a deformação das dimensões principais da estrutura foi a divisão da mesma em *design space* e *non design space*, como foi apresentado na Figura 14, delimitando quais partes da geometria iriam ou não sofrer a influência da otimização estrutural.

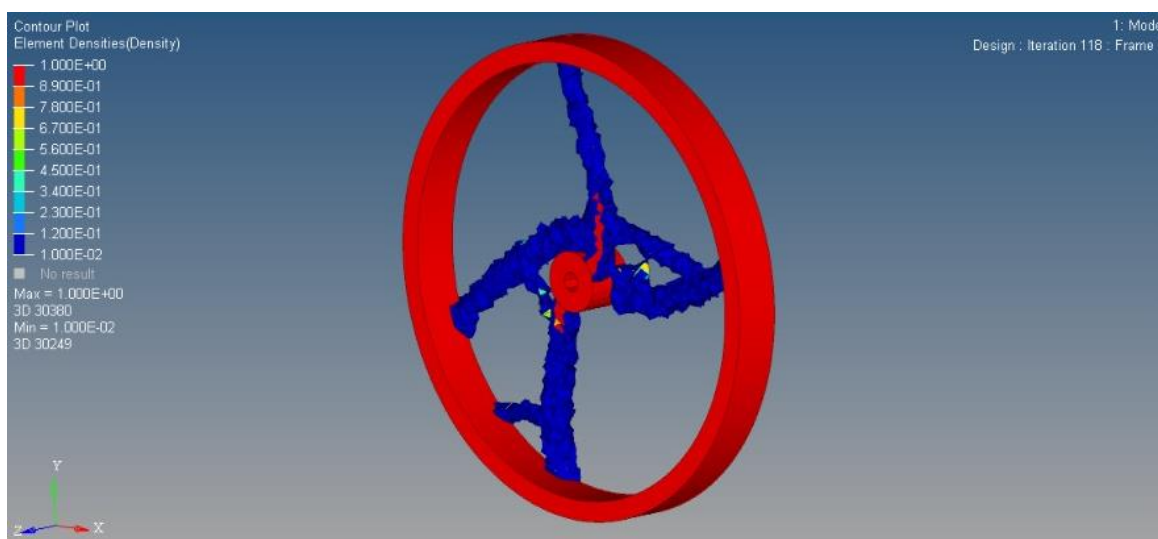
5.1.2 Teste de malha

Foram testados refinamentos de malha entre 0,35mm e 1,2mm para o estudo deste caso no intuito de selecionar a que desempenhasse melhor função na realização da otimização. Tendo em vista a geometria simples da estrutura estudada, houve pouca diferença nos resultados para este parâmetro. Portanto o critério para a seleção da malha se deu pela opção que necessitasse de menor capacidade computacional, consequentemente menos tempo de processamento além da preferência por uma malha simétrica que facilitasse a aplicação das forças num nó central. Com isso selecionou-se a malha com elementos de 1,2 mm foi completamente satisfatória para realização desta simulação.

5.1.3 Opção de Manufatura

Fixando-se os parâmetros de geometria inicial e refino de malha, porém sem restringir o tipo de manufatura a qual a peça será submetida, obteve-se a otimização que pode ser observada na Figura 17.

Figura 17 – Otimização Topológica sem restrição de manufatura



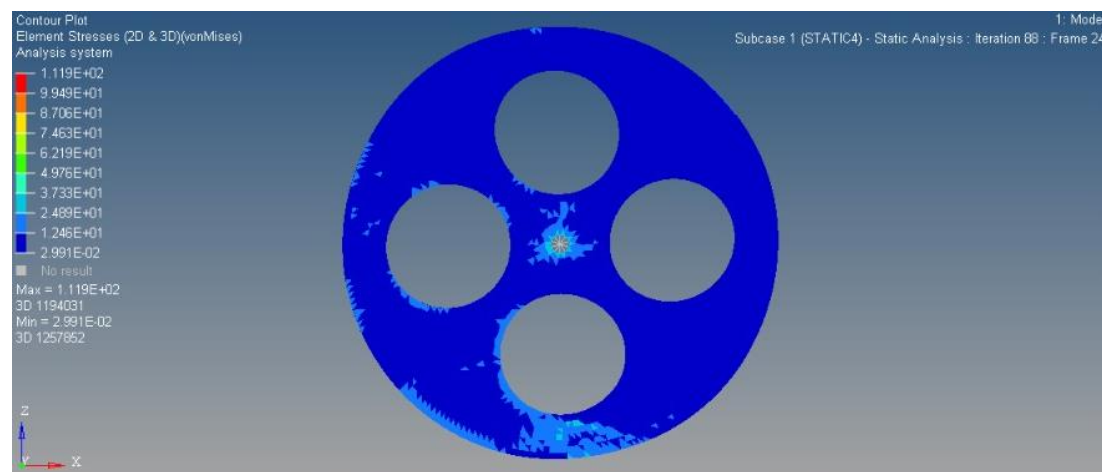
Fonte: Autoria Própria (2019).

Percebe-se a falta de simetria presente na região otimizada, o que se dá ao fato de não ter havido restrição para sua manufatura, desta forma o *software* supõe que pode otimizar a região escolhida de forma aleatória. Portanto, para efeito desta simulação será aplicada uma restrição de manufatura para fabricação por usinagem.

5.2 SIMULAÇÃO DA ESTRUTURA INICIAL

A simulação realizada através do *OptiStruct®* apresenta o diagrama de tensões presentes na estrutura ao aplicar as forças atuantes sobre a mesma. Na Figura 18 pode-se observar esta distribuição.

Figura 18– Distribuição de tensão na geometria inicial proposta para estudo dimensionada através de Von Mises



Fonte:Autoria Própria.

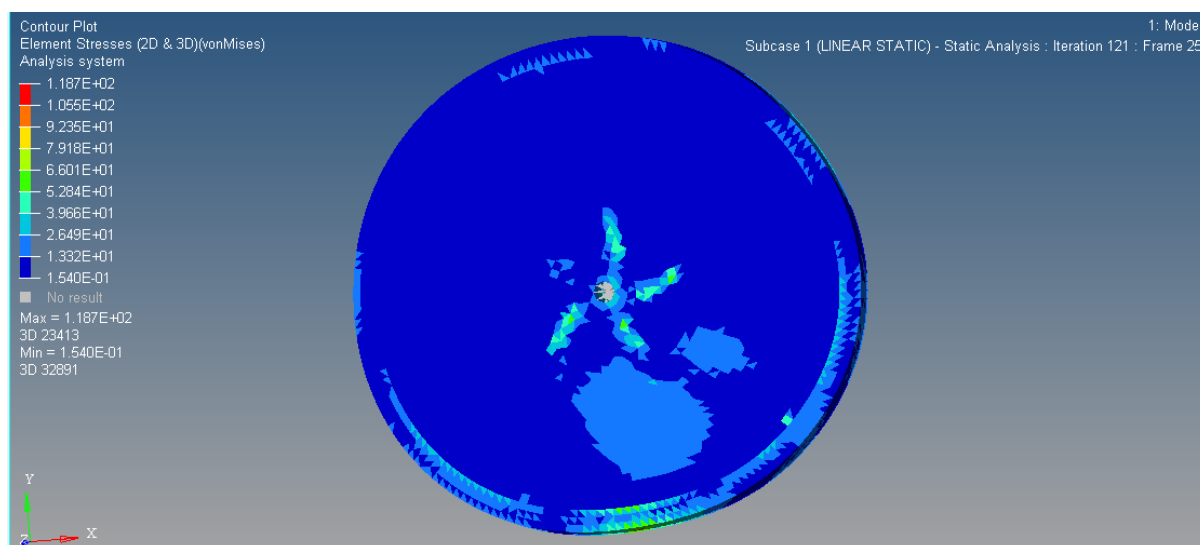
É possível perceber através desta simulação que as tensões máximas ficaram em 37,33 MPa, o que não ultrapassa a tensão admissível do material que é igual a 90 MPa, portanto o dimensionamento foi feito de forma satisfatória respeitando todos os limites de tensão aplicados durante o uso da estrutura.

5.3 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DA ESTRUTURA PROPOSTA

Ao término da aplicação do Método de Otimização Topológica pode-se visualizar os resultados tanto para distribuição de tensão quanto para a redução de massa na

estrutura. Nas Figuras 19 e 20 pode-se observar o resultado da para ambas as análises respectivamente.

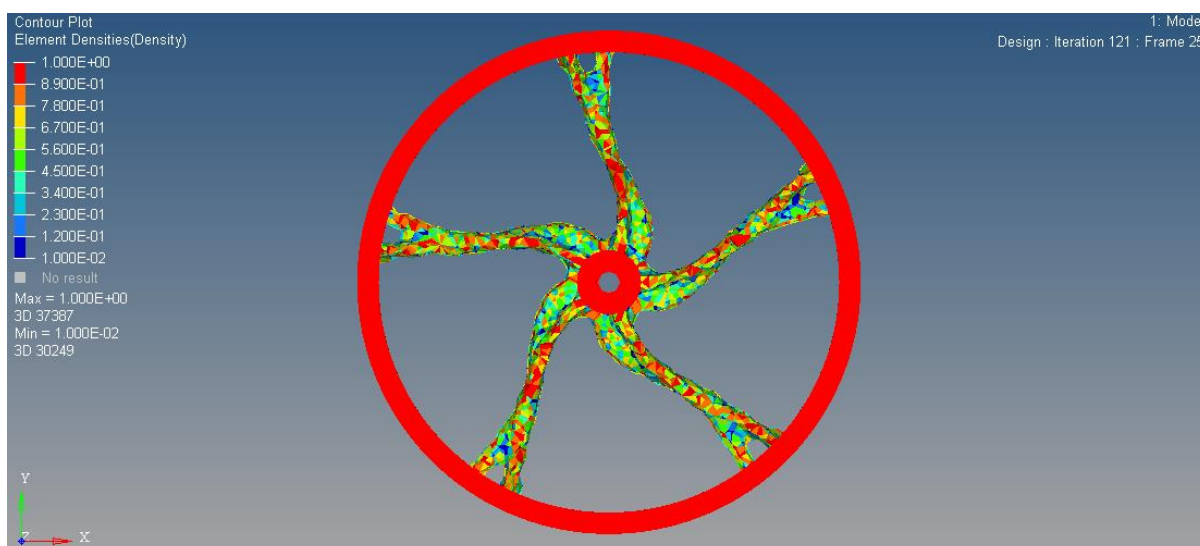
Figura 19 – Distribuição de tensão para a nova estrutura proposta



Fonte: Autoria Própria (2019).

Pode-se perceber uma pequena diminuição na tensão máxima que nesta simulação foi igual a 52,8 MPa, desta forma se mantendo abaixo da tensão máxima imposta a estrutura.

Figura 20 – Resultado da Otimização Topológica



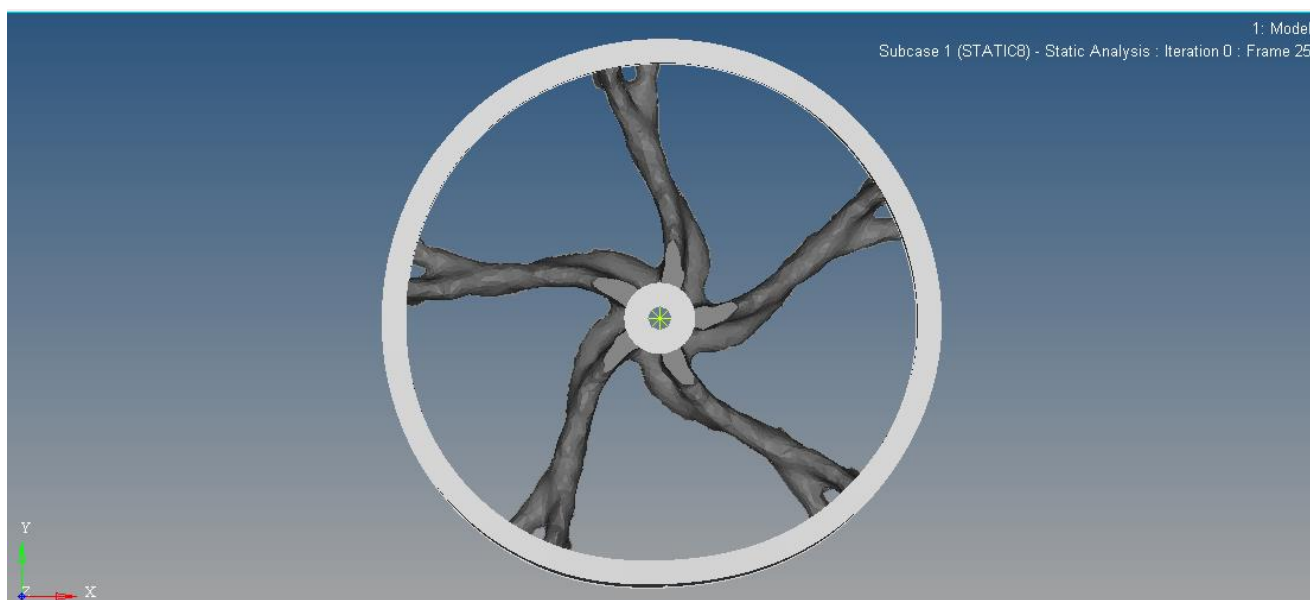
Fonte: Autoria Própria(2019).

Pode-se perceber que as regiões delimitadas como *non design space* foram preservadas e o material foi retirado apenas na região interna da geometria. Também é possível perceber a simetria na retirada de material para alívio de massa, resultado este devido à restrição de manufatura por usinagem que foi imposta.

5.4 GEOMETRIA FINAL E ANÁLISE DE TENSÕES

Com o resultado final da Otimização Topológica foi possível remodelar a geometria da estrutura partindo como base a espessura de seus aros internos. A geometria final obtida pode ser observada na Figura 21.

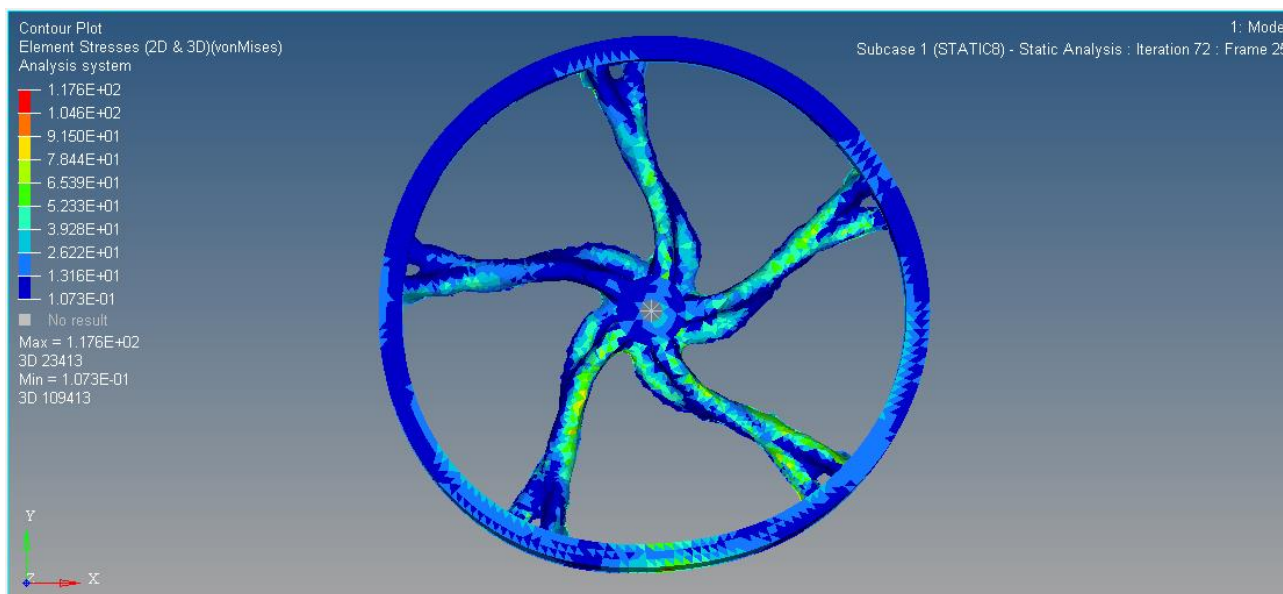
Figura 21 – Geometria final da estrutura otimizada



Fonte: Autoria Própria(2019).

Após passar pelo mesmo processo de simulação de cargas que as demais estruturas passaram, pode-se obter seus valores de massa e de tensões para efeitos comparativos através da opção de checagem de confiabilidade. Estes são mostrados através da Figura 22.

Figura 22 – Tensões na geometria final otimizada (recheck)



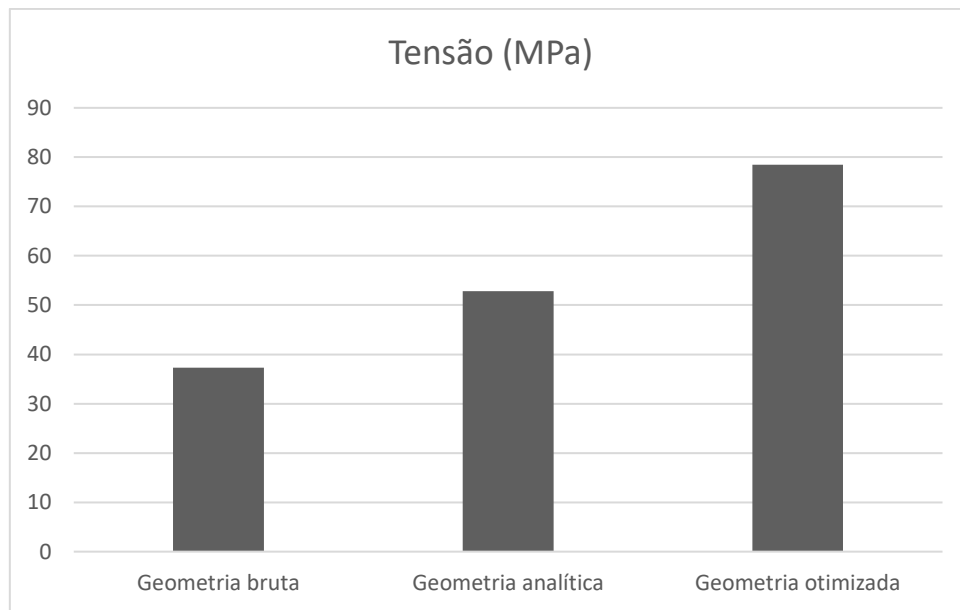
Fonte: Autoria Própria (2019).

Observa-se que após a obtenção da geometria final e aplicação das tensões impostas sobre ela, as tensões internas mais uma vez não ultrapassam a tensão admissível do material pois as mesmas chegam a um ponto máximo de 78.44 MPa, já sua resposta de massa foi igual a 8,7g.

5.5 ANÁLISES COMPARATIVAS DE TENSÕES

Os valores obtidos de tensões internas das três simulações para os três casos, geometria bruta, geometria projetada de forma analítica e geometria otimizada foram plotados em um gráfico apresentado na Figura 23 para melhor visualização.

Figura 23- Gráfico de análise de tensões



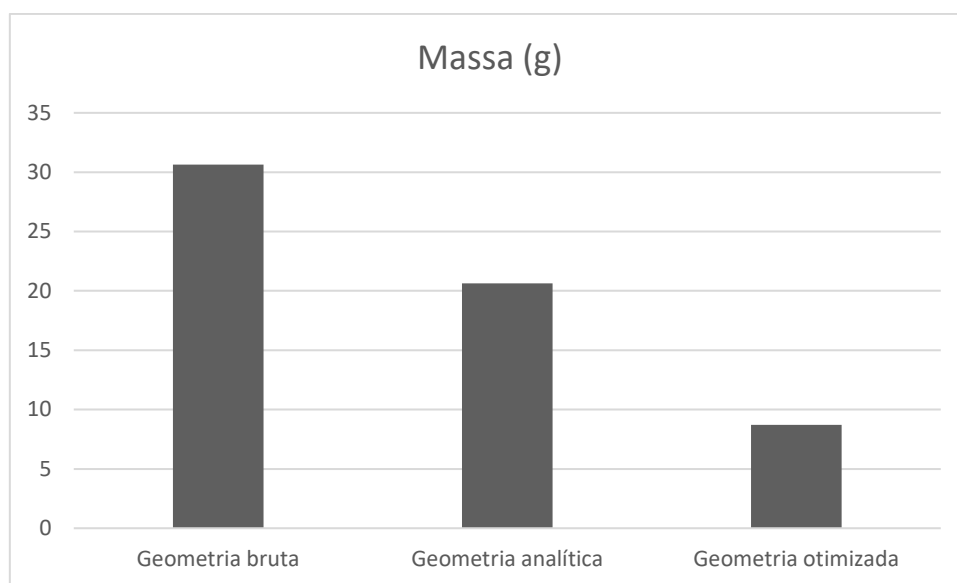
Fonte: Autoria Própria (2019).

Percebe-se que assim como as demais geometrias, a geometria otimizada topologicamente também teve seus limites de tensões internas dentro do admissível pela estrutura, tornando assim viável a sua utilização dentro do presente projeto.

5.6 ANÁLISES COMPARATIVAS DE MASSA

De forma semelhante a organização dos dados que foi realizada para as tensões, também foi feito para a massa de cada uma das geometrias estudadas. Estes dados podem ser visualizados através do gráfico presente na Figura 24.

Figura 24 - Gráfico de análise de massa.



Fonte: Autoria Própria (2019).

Assim como já era esperado inicialmente, houve uma substancial redução de massa ao se comparar a geometria da estrutura projetada analiticamente com a estrutura projetada através de Otimização Topológica. Pode-se obter uma redução de aproximadamente 57,8% de massa, já em comparação com a geometria da rodinha bruta foi possível uma redução igual a 71,6% de massa. Uma redução ainda maior que a obtida por Souza *et al.* (2013) em seu trabalho otimizando a geometria de uma roda de um VANT.

5.7 ANÁLISES COMPARATIVAS COM TRABALHOS DA REVISÃO DE LITERATURA

Para efeito de comprovação da eficiência do método e do *software* escolhido para este trabalho, realizou-se uma comparação dos métodos e dos resultados obtidos por outros autores presentes na revisão de literatura deste trabalho. Na Tabela 3 pode-se observar a análise comparativa destes resultados com o do presente trabalho.

Tabela 3 – Análise comparativa de métodos e resultados.

Autor	Estrutura	Processador	Objetivo	Restrição	Redução de massa	Tempo de processamento
Bertin (2014)	Trem de pouso	<i>MatLab</i> ®	Maximizar rigidez	volume, frequência natural, membro mínimo e simetria	63%	100 iterações
Silva e Lima (2013)	Fuselagem	<i>NASTRAN</i> ®	Redução de volume	% de volume	12,50%	100 horas
Souza <i>et al.</i> (2013)	Roda	<i>ModeFrontier</i> ®	Minimizar massa	Máxima tensão admissível	40%	-
Kalyude	Roda	<i>OptiStruct</i> ®	Minimizar massa	Máxima tensão admissível	58%	121 iterações

Fonte: Autoria Própria (2019).

Pode-se perceber a eficiência do método escolhido nesse trabalho principalmente comparando-se com os resultados de Souza *et al.* (2013) por este ter aplicado o MOT a mesma estrutura selecionada aqui. O método aplicado por Souza *et al.* (2013) obteve uma redução de massa igual a 40%, enquanto este trabalho conseguiu obter uma redução de até 58%. Ainda entre todos os métodos apresentados, o que apresentou maior redução de massa foi o escolhido por Bertin (2014) que aplicou o método numérico através do *MatLab*® conseguindo uma redução de 63% de massa em um trem de pouso de uma aeronave de AeroDesign.

6 CONCLUSÃO

- Comprovação da eficácia do método analítico através de simulações de esforços para posteriormente utilizar como comparação com o Método de Otimização Topológica.
- Aplicação do Método de Otimização Topológica de estruturas através do *OptiStruct*® de forma eficaz obtendo-se as respostas esperadas para restrição de tensão objetivando a redução da massa total.
- Com a utilização das devidas restrições e condições de contorno tornam o projeto confiável, apresentando redução de massa significativa restritamente nas regiões de menores aplicações de tensão.
- Viabilidade de substituir a metodologia de projeto antiga pelo Método de Otimização Topológica sendo este mais eficiente e de fácil implementação.
- Alternativa mais confiável e mais eficiente de dimensionamento de estruturas que pode ser estendida às demais estruturas da aeronave visando uma redução de massa significativa, o que pode diferenciar uma aeronave de AeroDesign das demais numa competição;

7 REFERÊNCIAS

ALLAIRE, Grégoire; JOUVE, François; MAILLOT, Hervé. Topology optimization for minimum stress design with the homogenization method, Structural and Multidisciplinary Optimization. 2014

BENDSOE, M.P. KIKUCHI, N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, ComputerMethods in AppliedMechanics and Engineering 71, 197 (1988).

BENDSOE, M.P, Optimal shape design as a material distribution problem, Structural Optimization 1, 193 (1989).

BENDSOE, M. P.; SIGMUND, O. Topology Optimization – Theory, Methods and Applications, Springer Ed., 2003.

BOURDIN, Blaise; CHAMBOLLE, Antonin. Design-dependent loads in topology optimization, ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations. 2013 9, 19 (2003).

CHENG G. D. e GUO, X. *-relaxed approach in structural topology optimization*, Structural Optimization **13**, 258 (1997).

DORN, W; GOMORY, R; GREENBERG, H. Automatic design of optimal structures, Journal deMecanique 3, 25 (1964).

FOX, R. L. **Constraint Surface Normals for Structural Synthesis Techniques.** AIAA J. v. 3, n.8, p. 1517-18, 1965.

MAXWELL, J. C. **On reciprocal Figures, Frames and Diagrams of Forces.** Trans. Royal Soc. Edinb., vol. 26/1,1872.

MICHELL, A. G. M. **The Limits od Economy of Material in Framed Structures.** Philosophical Magazine, Series 6, v. 8, p. 589-97, 1904.

SALEEM, W., KHAN, M. A., & RAZA, S. C., 2012. Formulation and Execution of Structural Topology Optimization for Practical Design Solutions. *J Optim Theory Appl*, vol. 152: pp. 517:536.

SCHMIT, L. A Structural Design by Systematic Synthesis, Proceedings, **2° Conference on Electronic Computation**, Comput. Meth. Appl. Mech. Engng., v. 190, p. 2135-55, 2001.

SIGMUND, O; MAUTE, K. Topology Optimization Approaches—A Comparative Review. *Structural Multidisciplinary Optimization*. 2013. 48 F. 1031-1055.

SOKOLOWSKI, J; ZOCHOWSKI, A. On the topological derivative in shape optimization, *SIAM J. Control Optim.* 1999.

SOUZA, Diego Amorim Caetano de et al. Topological Optimization and Genetic Algorithms Used in a Wheel Project for a Drone. *International Journal Of Statistics And Applications*. São João Del-rei, p. 1-07. Maio 2013.

STURLER, de E.; PAULINO, G. H.; WANG, S. Topology optimization with adaptive mesh refinement. *Proceedings of the 6th International Conference on Computation of Shell and Spatial Structures*, Ithaca, New York, 2008.

VAN DIJK, N. P.; MAUTE, K; LANGELAAR, M.; VAN KEULEN, F. Level-set methods for structural topology optimization: A review, *Struct. Multidiscip.* 2013.

WANG, Michael Yu; WANG, Xiaoming; GUO, Dongming. A level set method for structural topology optimization. *Science Direct, Hong Kong*, p.1-20, 9 jul. 2002. Semanal.

HOFFMAN, Paul. **Asas da Loucura**: A extraordinária vida de Santos-Dumont. Rio de Janeiro: Objetiva, 2004. 344 p.

JAR-VLA 423 **Horizontal tail surfaces: Manoeuvring loads**. 1990.

BERTIN, Cristian Rodrigues. **DESENVOLVIMENTO DE UM TREM DE POUSO OTIMIZADO ESTRUTURALMENTE PARA UM VEÍCULO AÉREO NÃO-TRIPULADO** CAXIAS DO SUL 2014. 2014. 78 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica', Centro de Ciências Exatas e da Tecnologia, Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2014.

COSTA JÚNIOR, João Carlos Arantes. **Otimização Topológica com Refinos H-adaptativos**. 2003. 156 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

COUTINHO, Karilany Dantas. **Método de Otimização Topológica em Estruturas Tridimensionais**. 2006. 109 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.

GONÇALVES, Gonçalo Martins. **Análise dos problemas de não-linearidade e singularidade em otimização topológica de estruturas e materiais com critérios de tensão**. 2017. 154 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2017.

KOGA, Adriano Akio. **Projeto de Dispositivos de Microcanais Utilizando o Método de Otimização Topológica**. 2010. 134 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

LAGE, Yoann Eras. **Análise Estrutural à Asa da aeronave Lockheed Martin C130H**. 2009. 93 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Aeroespacial, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 2009.

SOUSA, Bruno Silva de. **Análise de Sensibilidade Topológica Estendida para o Projeto de Estruturas em Material Compósito Laminado Multidirecional**. 2014. 123 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Itajubá, 2014.

SILVA, Jader P. C. da; LIMA, Cícero R. de. CILAMCE 2013 Proceedings of the XXXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering Z.J.G.N Del Prado (Editor), ABMEC, Pirenópolis, GO, Brazil, November 10-13, 2013 **INTEGRAÇÃO DE SOFTWARES DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA E DE CAE PARA PROJETO DE ESTRUTURAS DE AERONAVES.** 2013. 17 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Abc, Santo André, 2013.

WALKER, David L. **TOPOLOGY OPTIMIZATION OF AN AIRCRAFT WING.** 2015. 148 f. Tese (Doutorado) - Curso de Aerospace Engineering, Department Of The Air Force Air University, Air Force Institute Of Technology, Ohio, 2015.

PEGAZULS. **Cargas e Aeroelasticidade.** Mossoró, 2017. 27p.