



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
CAMPUS PAU DOS FERROS
CURSO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

FRANCISCA IRES VIEIRA DE MELO

**ESTUDO COMPARATIVO DA ASSOCIAÇÃO DE MEMBROS DE
TRELIÇAS ISOSTÁTICAS**

PAU DOS FERROS – RN

2016

FRANCISCA IRES VIEIRA DE MELO

**ESTUDO COMPARATIVO DA ASSOCIAÇÃO DE MEMBROS DE
TRELIÇAS ISOSTÁTICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Federal Rural do Semi-Árido -
UFERSA, campus Pau dos Ferros, para
obtenção do título de Bacharel em Ciência e
Tecnologia.

Orientador: Prof. Me. Leonardo Henrique
Borges de Oliveira.

Coorientador: Prof. Dr. Cláwsio Rogério Cruz
de Sousa.

PAU DOS FERROS – RN

2016

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tornar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

M528e Melo, Francisca Ires Vieira de.
 ESTUDO COMPARATIVO DA ASSOCIAÇÃO DE MEMBROS DE
 TRELIÇAS ISOSTÁTICAS / Francisca Ires Vieira de
 Melo. - 2016.
 60 f. : il.

 Orientador: Leonardo Henrique Borges de
 Oliveira.
 Coorientador: Cláwsio Rogério Cruz de Sousa.
 Monografia (graduação) - Universidade Federal
 Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e
 Tecnologia, 2016.

 1. Trelíças. 2. Estudo comparativo. 3.
 Comportamento estrutural. I. Oliveira, Leonardo
 Henrique Borges de , orient. II. Sousa, Cláwsio
 Rogério Cruz de , co-orient. III. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

FRANCISCA IRES VIEIRA DE MELO

**ESTUDO COMPARATIVO DA ASSOCIAÇÃO DE MEMBROS DE TRELIÇAS
ISOSTÁTICAS**

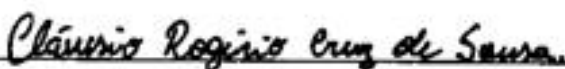
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Federal Rural do Semi-Árido -
UFERSA, campus Pau dos Ferros, para
obtenção do título de Bacharel em Ciência e
Tecnologia.

APROVADA EM: 19/05/16

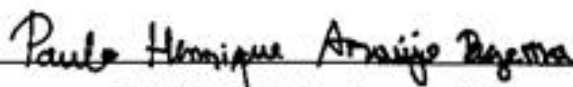
BANCA EXAMINADORA



Prof. Me. Leonardo Henrique Borges de Oliveira.
Presidente



Prof. Dr. Cláudio Rogério Cruz de Sousa.
Primeiro Membro



Prof. Me. Paulo Henrique Araújo Bezerra
Segundo Membro

Aos meus pais, que sempre estiveram presentes em minha vida, ajudando e apoiando, sendo minha base e alicerces para seguir em frente.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, que nunca me deixou desistir dos meus objetivos.

Aos meus pais Antônio Dantas de Melo e Maria Lúcia Vieira de Melo, que estiveram todo tempo, dando força e apoiando os meus sonhos por mais difíceis que fossem. Obrigada por todo o apoio, carinho e dedicação.

Aos meus irmãos Abel Vieira, Izêlda Vieira e Izôlda Vieira, o meu muito obrigado por todos os momentos de apoio e de experiências compartilhadas.

Ao meu orientador Prof. Leonardo Henrique Borges de Oliveira, obrigada por toda a atenção, dedicação e conhecimento transmitido. Sem sua ajuda este trabalho não teria obtido êxito.

Agradeço ao meu coorientador Prof. Cláwsio Rogério Cruz de Sousa, por contribuir com dicas, sugestões, comentários, e acima de tudo pela atenção e dedicação.

Aos professores da universidade, obrigada pelos ensinamentos. A todos aqueles que nunca mediram esforços para que todo seu conhecimento fosse repassado, contribuindo direta ou indiretamente para minha formação acadêmica.

As minhas companheiras de todos os dias, Karine Bianca, Camilly Vitória, Anny Karoliny e Luana Nunes, o meu muito obrigado por todos os momentos de apoio, por todos os momentos em que precisei e vocês estavam presentes.

A pessoa que está ao meu lado desde sempre, que se faz presente mesmo na ausência, obrigada pelo apoio, incentivo, e principalmente por existir em minha vida, minha amiga e irmã Jessika Augusta.

A todos os meus amigos, em especial Layane Amorim e Rosimery Carvalho, obrigada pelos momentos de apoio, carinho, paciência, brigas, e principalmente por estarem sempre presentes, espero ter vocês comigo sempre.

“O mundo é um lugar perigoso de se viver, não por causa daqueles que fazem o mal, mas sim por causa daqueles que observam e deixam o mal acontecer”.

Albert Einstein

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo realizar um estudo comparativo do comportamento estrutural de treliças planas, cujas associações escolhidas para análise foram a Howe, Pratt, Belga e Warren. Para a determinação dos esforços, utilizou-se a ferramenta computacional Ftool v3.01. O estudo foi dividido em duas análises: A primeira análise, realizou-se a comparação dos comportamentos dos 4 tipos de associação para um vão livre de 10 m e alturas de 2, 4, 6, 8 e 10m, e análise do comportamento dos banzos e diagonais da Warren. E a segunda, realizou-se a análise de parâmetros necessários para que os deslocamentos sofridos em uma viga fossem iguais aos de uma treliça Warren. Por fim, determinou-se o momento fletor máximo da viga e da Warren. Concluiu-se que o modelo de treliça que apresentou um melhor comportamento foi a treliça tipo Warren, por possuir maior resistência mecânica, apresentando uma faixa de variação de normais solicitantes inferior às demais. E mostrou-se, com a análise (II) que as treliças necessitam de uma área de seção muito inferior às necessárias por uma viga para obter os mesmos resultados, tornando o uso das treliças mais viáveis por acarretarem economia de material, comprovando-se a fundamental importância do estudo das associações para uma melhor e eficaz escolha na hora de sua implementação.

PALAVRAS-CHAVES: Treliças. Estudo comparativo. Comportamento estrutural.

ABSTRACT

This paper has as aim to realize a comparative study of the structural behavior of flat trusses, whose associations chosen for analysis were Howe, Pratt, Belgian and Warren. For the determination of efforts, we used the software tool Ftool v3.01. The study was divided into two analyzes: the first analysis, it was realized the comparison of the behaviors of 4 types of association for a free span of 10m and heights of 2, 4, 6, 8 and 10m and analysis of the behavior of the uprights and diagonals of Warren. And the second, it was realized the analysis of parameters necessary in order that displacements occurred in a girder were equal to a truss Warren. Finally, it was determined the maximum bending moment of the girder and Warren. It was concluded that the truss model that showed better behavior was the truss type Warren, for possessing higher mechanical strength, presenting a rules variation range requesters lower than others. And it was shown, with analysis (II) that the trusses require a much smaller section area to the necessary for a girder to get the same results, making use of the trusses more viable for bring about material saving, confirming the fundamental importance of the study of associations for a better and effective choice at the time of its implementation.

Keywords: Trusses. Comparative study. Structural behavior.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1: TESOURA EM TELHADOS (A), PONTE (B) E TORRE DE LINHA DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA (C).	13
FIGURA 2: REPRESENTAÇÃO DE UMA RÓTULA OU NÓ.	16
FIGURA 3: APOIOS DE 1º, 2º E 3º GÊNERO.	17
FIGURA 4: TIPOS DE ESFORÇOS INTERNOS.....	18
FIGURA 5: TIPOS DE PERFIS PRODUZIDOS NA SIDERÚRGICA.	19
FIGURA 6: TRELIÇAS PLANAS, SENDO A DA ESQUERDA TÍPICAS UTILIZADAS EM PONTES, E A DA DIREITA EM COBERTURAS.	20
FIGURA 7: EXEMPLOS DE TRELIÇAS PLANAS.	21
FIGURA 8: COBERTURA DA ÁREA EXTERNA DO IFRN-PAU DOS FERROS.	22
FIGURA 9: EXEMPLO DE UMA DISPOSIÇÃO DE UMA TRELIÇA HIPOSTÁTICA.	23
FIGURA 10: EXEMPLO DE UMA DISPOSIÇÃO DE UMA TRELIÇA ISOSTÁTICA.	24
FIGURA 11: EXEMPLO DE UMA DISPOSIÇÃO DE TRELIÇA HIPERESTÁTICA.....	24
FIGURA 12: TRELIÇA SIMPLES.....	25
FIGURA 13: TRELIÇAS COMPOSTAS.....	25
FIGURA 14: TRELIÇA COMPLEXA.....	26
FIGURA 15: COBERTURA DO CENTRO DE CONVIVÊNCIA DA UFERSA, CAMPUS PAU DOS FERROS.	27
FIGURA 16: REPRESENTAÇÃO DE ALGUNS TIPOS DE ASSOCIAÇÕES DE TRELIÇAS USADAS EM PONTES.	28
FIGURA 17: COBERTURA FORMADA POR TRELIÇA HOWE.....	29
FIGURA 18: PONTE FORMADA POR TRELIÇA PRATT.....	29
FIGURA 19: TRELIÇA WARREN.	30
FIGURA 20: TRELIÇA BELGA.	30
FIGURA 21: PONTE METÁLICA TEÓFILO TRINDADE, CORUCHE- PORTUGAL.....	31
FIGURA 22: PONTE DE QUEBEC, CANADÁ.....	31
FIGURA 23: PONTE DO FANDANGO, CACHOEIRA DO SUL- BRASIL.....	32
FIGURA 24: PONTE GOLDEN GATE, CALIFÓRNIA- EUA.	32
FIGURA 25: TORRE MAIS ALTA DO MUNDO.	33
FIGURA 26: TORRE EIFFEL.....	33
FIGURA 27: ESTÁDIO DO CASTELÃO, FORTALEZA -CE.	33
FIGURA 28: REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO TRABALHO.	36
FIGURA 29: ASSOCIAÇÕES DE TRELIÇAS ESTUDADAS.	37
FIGURA 30: TRELIÇA COM CARREGAMENTO DISTRIBUÍDO.	39
FIGURA 31: CÁLCULO DA FORÇA EQUIVALENTE NO NÓ 1.....	40
FIGURA 32: CÁLCULO DA FORÇA NO NÓ 2.....	40
FIGURA 33: FORÇAS EM CADA NÓ.....	41
FIGURA 34: VIGA.....	42
FIGURA 35: ESFORÇOS SOFRIDOS NAS BARRAS. A- WARREN, B- PRATT, C- HOWE E D- BELGA.	43

FIGURA 36: GRÁFICO 1, $N_{MÁX}$ E $N_{MÍN}$ NA TRELIÇA WARREN.	44
FIGURA 37: GRÁFICO 2, $N_{MÁX}$ E $N_{MÍN}$ NA TRELIÇA PRATT.	45
FIGURA 38: GRÁFICO 3, $N_{MÁX}$ E $N_{MÍN}$ NA TRELIÇA HOWE.	47
FIGURA 39: GRÁFICO 4, $N_{MÁX}$ E $N_{MÍN}$ NA TRELIÇA HOWE.	48
FIGURA 40: GRÁFICO 5, NORMAL MÁXIMA (WARREN, PRATT, HOWE E BELGA).	49
FIGURA 41: GRÁFICO 6, NORMAL MÍNIMA (WARREN, PRATT, HOWE E BELGA).	49
FIGURA 42: GRÁFICO 7, FAIXA DAS NORMAIS.	50
FIGURA 43: GRÁFICO 8, DESLOCAMENTOS.	51
FIGURA 44: GRÁFICO 9, MÁXIMOS NOS BANZOS E DIAGONAIS.	52
FIGURA 45: GRÁFICO 10, MÁXIMOS NOS BANZOS E DIAGONAIS.	53
FIGURA 46: GRÁFICO 11, RAZÃO DA ÁREA DA VIGA PELA ÁREA DA WARREN E RAZÃO DA INÉRCIA DA VIGA PELA RAZÃO DA INÉRCIA DA WARREN.	54
FIGURA 47: SEÇÃO DE RITTER.	55

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: PARÂMETROS DAS TRELIÇAS ESTUDADAS.	38
TABELA 2: DADOS OBTIDOS NA TRELIÇA WARREN.....	43
TABELA 3: DADOS OBTIDOS NA TRELIÇA PRATT.....	45
TABELA 4: DADOS OBTIDOS NA TRELIÇA HOWE.	46
TABELA 5: DADOS OBTIDOS NA TRELIÇA BELGA.	47
TABELA 6: DESLOCAMENTOS SOFRIDOS.	50
TABELA 7: DADOS DOS MÁXIMOS E MÍNIMOS DOS BANZOS E DAS DIAGONAIS.	52
TABELA 8: DADOS DA TRELIÇA WARREN.	54
TABELA 9: DADOS DA VIGA.	54

Sumário

1. INTRODUÇÃO	13
1.1 OBJETIVOS	15
1.1.1 Objetivo geral	15
1.1.2 Objetivos específicos	15
2. REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1 RÓTULAS	16
2.2 CONDIÇÕES DE VINCULAÇÃO	16
2.3 ESFORÇOS INTERNOS	18
2.4 TIPOS DE PERFIS	19
2.5 TRELIÇAS	20
2.5.1 Treliças Planas	21
2.5.2 Treliças Espaciais	21
2.6 CLASSIFICAÇÃO DAS TRELIÇAS QUANTO À ESTATICIDADE	22
2.7 CLASSIFICAÇÃO DAS TRELIÇAS QUANTO À LEI DE FORMAÇÃO	24
2.7.1 Treliças Simples	24
2.7.2 Treliças Compostas	25
2.7.3 Treliças Complexas	25
2.8 MÉTODOS DE RESOLUÇÃO	26
2.8.1 Método equilíbrio dos nós	26
2.8.2 Método de Ritter ou método das seções	26
2.9 ASSOCIAÇÃO DE PEÇAS USUAIS EM TRELIÇAS.....	27
2.9.1 Treliça Howe	28
2.9.2 Treliça Pratt	29
2.9.3 Treliça Warren	30
2.9.4 Treliça Belga	30
2.10 APLICAÇÕES	31
2.11 TRABALHOS SEMELHANTES NA LITERATURA.....	34
3. METODOLOGIA	36
3.1 ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO DESTE ESTUDO	36
3.2 PARÂMETROS UTILIZADOS NAS ANÁLISES	37
3.3 DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES	38
3.3.1 Análise I	39

3.3.2	Análise II	41
4.	RESULTADOS E DISCUSSÃO	43
4.1	ANÁLISE I	43
4.1.1	Análise dos esforços internos	43
4.1.2	Análise dos deslocamentos	50
4.1.3	Análise dos banzos e diagonais	51
4.2	ANÁLISE II	53
4.2.1	Análise dos deslocamentos da treliça tipo Warren e uma viga.	53
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
	REFERÊNCIAS	58

1. INTRODUÇÃO

As treliças estão entre as estruturas que possuem um vasto campo de aplicação na engenharia, podendo as mesmas ser planas ou tridimensionais, onde uma de suas principais finalidades é vencer grandes vãos livres, tais como pontes e coberturas, entre diversos outros usos, conforme pode-se observar na Figura 1.



(a)



(b)



(c)

Figura 1: Tesoura em telhados (a), Ponte (b) e Torre de Linha de Transmissão de Energia elétrica (c).
Fonte: Treliças e estruturas treliçadas. Disponível em < <http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>.

Estaticamente, as treliças são formadas através de barras conectadas em suas extremidades por rótulas ou articulações. Na teoria, a rótula é um apoio interno que permite a rotação entre as peças ligadas, caracterizada pelo esforço interno do tipo momento fletor ser nulo. Isto implica dizer que, na teoria, as conexões que unem os elementos de uma treliça não apresentam restrição à rotação dos elementos ligantes, embora no caso de treliças planas, na prática, por mais que seja mínima, ainda exista restrição a essa rotação.

Nas diversas situações práticas da aplicação de treliças, o projetista vai se deparar com inúmeras possibilidades de modelos e diferentes tipos de associações. Na maioria dos casos, o projetista escolhe o modelo aleatoriamente, baseado em sua habilidade, experiência e intuição, esse processo de escolha nem sempre é o mais satisfatório com relação à economia. Uma vez

que o mercado é de extrema competitividade, é necessário que os projetos cumpram os requisitos de desempenho e segurança com custos cada vez menores. É nessa busca por uma maior eficiência que surge a necessidade de um estudo prévio antes da implementação de um determinado modelo e sua associação, em virtude da busca pela melhor relação custo benefício, e por uma maior velocidade e praticidade na execução do processo.

Ao compararmos uma estrutura treliçada com outras estruturas, como as vigas, as peças que compõem as treliças podem ser dimensionadas com uma seção transversal menos robusta sob as mesmas condições de vinculação, carregamento e vão entre os apoios. Isso pode ser feito pelo cálculo dos esforços de cada elemento da treliça, pois, a partir dos valores dos esforços de cada barra torna-se possível usar peças que possuam área de seção necessária para suportar com economia e segurança a necessidade desejada. Isto possibilita a utilização de um sistema estrutural mais leve e que possa estar submetido às mesmas condições que uma estrutura mais pesada e robusta. O que está diretamente relacionado ao custo relativo, ou seja, a relação R\$/Kg, na seleção adequada do material.

Mas, para entendermos outros pontos de interesse como o deslocamento (ΔL ou ΔS) da treliça, quando a mesma está submetida a um carregamento, ou até mesmo como se comporta quando se aumentam as distâncias dos seus nós, é necessária uma análise mais aprofundada, usando métodos mais convenientes, como a utilização de ferramentas computacionais podendo-se citar como exemplo Truss Analysis, Mathematic for Technology e Ftool.

Com a infinidade de tipos de treliças existentes no mercado, e as diversas formas de associação das peças que as compõem, surge a necessidade de conhecê-las, no sentido de entender o comportamento mecânico mais profundamente, e desenvolver novos métodos que se adequem a novas utilizações. Este trabalho busca, além de obter conhecimentos dos comportamentos de alguns tipos de associações, proporcionar a consciência da importância do estudo e análise do tipo de associação antes de sua implementação, para que as mesmas deixem de ser aplicadas sem estudo detalhado, como acontece na prática, e passem a ser analisadas de acordo com a necessidade e função desejada.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Realizar análises comparativas entre treliças planas, de modo a apresentar a importância de um dimensionamento adequado, relacionando o desempenho estrutural com economia de material na construção das mesmas.

1.1.2 Objetivos específicos

- Analisar as treliças do tipo: Howe, Pratt, Warren e Belga.
- Analisar os esforços normais das treliças com o auxílio do software Ftool.
- Verificar a influência no comportamento estrutural, variando-se parâmetros como a altura.
- Comparar os esforços atuantes na treliça Warren com os de uma viga sob as mesmas condições de solicitações.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 RÓTULAS

São elementos que ligam as barras entre si e com o exterior, permitindo apenas o giro relativo entre as barras que por ela estão sendo unidas. A representação das mesmas pode ser vista na Figura 2. “São vínculos que podem desenvolver reações internas verticais e horizontais podendo transmitir forças nestas direções que se anulam internamente. Permitem apenas o giro relativo entre as barras por ela unidas”. LEGGERINI (2007, Apostila, p.43).

Estas ligações ocasionam pequenas restrições à livre rotação relativa das barras nos nós, com o aparecimento de pequenos momentos nas barras, mas são pequenos e desprezados os seus efeitos (SUSSEKIND, 1981).

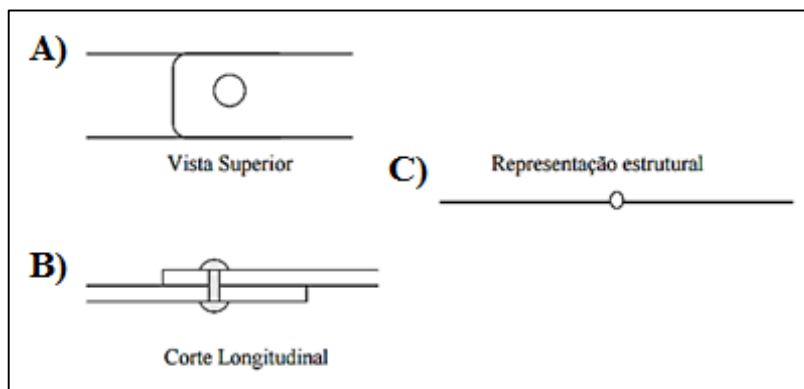


Figura 2: Representação de uma rótula ou nó, vista superior (a), corte longitudinal (b), e representação estrutural (c).

Fonte: LEGGERINI (2007, p.43).

2.2 CONDIÇÕES DE VINCULAÇÃO

Almeida (2006) define estrutura como um conjunto de elementos estruturais que interagem de maneira a resistir a esforços solicitantes, sendo as peças ligadas entre si através de vínculos ou apoios, que tem o objetivo de garantir o equilíbrio global.

Uma estrutura precisa estar em equilíbrio para ser utilizável e, para garantir esse equilíbrio são definidos três tipos de apoios que modelam as possíveis condições de vinculação, como mostra a Figura 3 a seguir. Para Hibbeler (2010), se o apoio impedir a translação em uma determinada direção, uma força deve surgir no elemento naquela direção e, se o apoio impedir a rotação, um momento deve ser exercido no elemento. Os tipos mais comuns de apoios são:

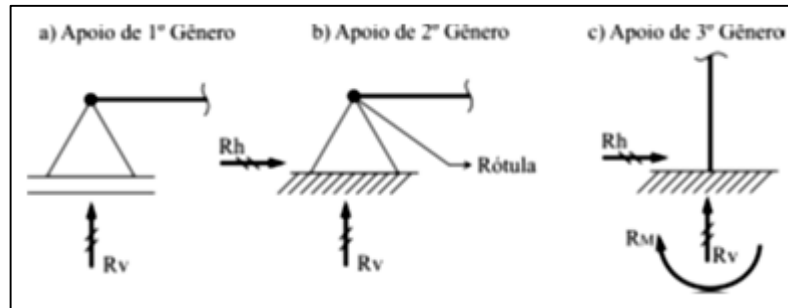


Figura 3: Apoios de 1º, 2º e 3º gênero.
Fonte: OLIVEIRA (2015)

- Apoio de 1º gênero

Na Figura 3a pode-se observar uma representação do apoio de 1º gênero. Neste apoio existe o impedimento ao deslocamento vertical no ponto de sua aplicação. Este impedimento é proporcionado pelo surgimento de uma reação vertical (R_v) na mesma direção e no sentido oposto ao deslocamento. É possível observar (pela ausência de reações nas outras direções) que este ponto está livre para se deslocar em qualquer direção horizontal e a rotação em torno de um eixo perpendicular ao plano da estrutura, assim pode-se dizer que, nesta posição, a estrutura está simplesmente apoiada.

- Apoio de 2º Gênero

Na Figura 3b é apresentado um apoio de 2º gênero. Neste caso existem dois impedimentos ao deslocamento vertical e horizontal no ponto de sua aplicação. Este impedimento é proporcionado pelo surgimento das reações de apoio (R_v) e (R_h), na mesma direção e no sentido oposto ao deslocamento. Assim pode-se observar que este ponto está livre apenas à rotação em torno de um eixo perpendicular ao plano da estrutura.

- Apoio de 3º Gênero

Na Figura 3c é apresentado um apoio de 3º gênero. Neste caso existem três impedimentos ao deslocamento, vertical, horizontal e a rotação em torno de um eixo perpendicular ao plano da estrutura. Estes impedimentos são proporcionados pelo surgimento das reações de apoio (R_v), (R_h) e o momento (R_m). Usualmente é conhecido como engaste.

2.3 ESFORÇOS INTERNOS

Os esforços internos são a representação do efeito de forças e momentos entre duas porções de uma estrutura resultante de um corte em uma seção transversal. Podem surgir em quatro tipos diferentes: Força Normal, Esforço Cortante, Momento Fletor e Momento Torsor. A Figura 4 ilustra os tipos de esforços internos de Força Normal (a), Esforço Cortante (b), Momento Fletor (c) e Momento Torsor (d).

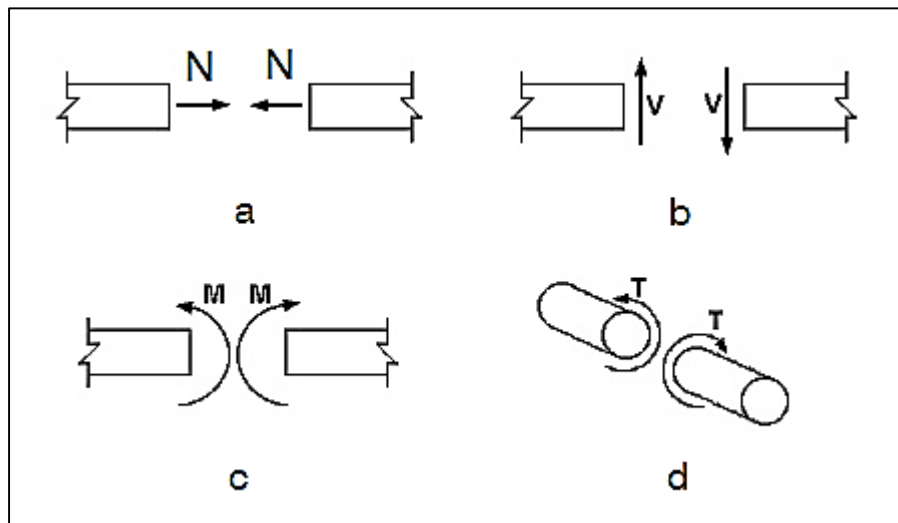


Figura 4: Tipos de esforços internos.

Fonte: Adaptado de < <http://image.slidesharecdn.com/1-resistencia-materiais-estaticas-estruturas-importantissimo-usareste-130828170342-phpapp02/95/1-resistencia-materiais-estaticas-estruturas-importantissimo-usar-este-29-638.jpg?cb=1377709453> >

- Normal (N): É uma força que surge na seção transversal na direção paralela ao eixo principal de uma peça em consequência das solicitações externas. Os normais podem ser de tração quando tendem a alongar o eixo principal ou de compressão, quando tendem a encurtar no eixo principal.
- Cortante (Q ou V): Segundo Judice e Perlingeiro (2005) é uma força que surge na seção transversal de uma peça, em consequência das solicitações externas, agindo paralelamente ao plano da seção transversal, tende a promover o deslizamento relativo de uma seção em relação à outra (tendência de corte).
- Momento Fletor (M): Surge em decorrência de carregamentos transversais ao eixo da peça, tende a provocar uma rotação da seção em torno de um eixo situado em seu próprio plano, tendendo a girar a mesma em torno do eixo paralelo à seção transversal. (JUDICE; PERLINGEIRO, 2005)

- Torsor (T): Surge em decorrência de carregamentos que não agem diretamente no eixo principal da peça, tende a promover uma rotação relativa entre duas seções infinitamente próximas em torno de um eixo que lhes é perpendicular, passando pelo seu centro de gravidade. (JUDICE; PERLINGEIRO, 2005)

2.4 TIPOS DE PERFIS

As seções transversais podem assumir diferentes tipos de perfis, a depender do material e função desejada. São diversas as formas e tipos que podem ser encontrados, como chapas, barras, perfis laminados, entre outros. Podem também ser obtidos através de processos de fabricação diversos, como o dobramento de chapas e por associação de chapas através de soldagem. Alguns exemplos são apresentados na Figura 5.

- | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| (a) Cantoneira de abas iguais; | (f) Perfil U, ou canal; |
| (b) Cantoneira de abas desiguais; | (g) Barra redonda; |
| (c) Perfil H ou duplo Tê; | (h) Barra chata; |
| (d) Perfil I ou duplo Tê; | (i) Tubo circular; |
| (e) Perfil T; | (j) Tubo quadrado ou retangular. |

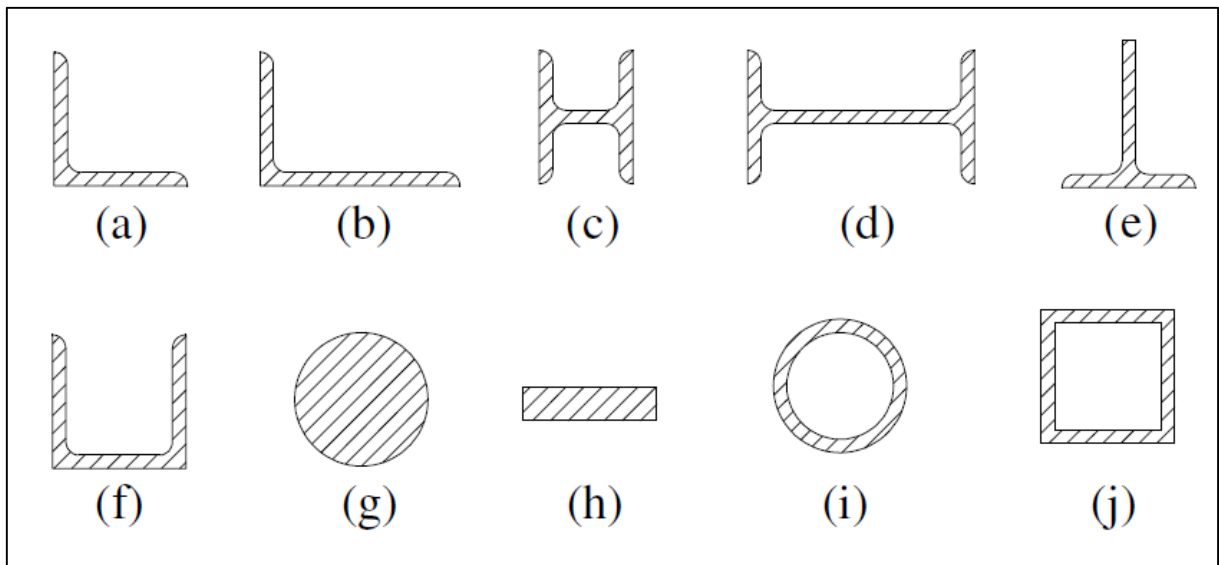


Figura 5: Tipos de perfis produzidos na siderúrgica.
Fonte: Breunig (2008).

2.5 TRELIÇAS

As treliças são estruturas cujas peças são ligadas através de articulações ou rótulas. Tais peças estão submetidas apenas aos esforços internos do tipo força normal, isto é, estão sujeitas apenas a compressão e tração. Com relação às solicitações externas, as treliças estão submetidas a cargas concentradas aplicadas em seus nós rotulados, passando-se a chamar de uma estrutura de treliça ideal.

Para garantir sua estabilidade e devido às rótulas tornarem a estrutura mais flexível, as peças devem estar convenientemente associadas entre si. Esta associação deve obedecer às leis de formação básicas que, além de garantir o equilíbrio global externo, garantem o equilíbrio global interno.

Na literatura é possível encontrar diversos conceitos de estruturas treliçadas. Machado (1999) apresenta um conceito mais geral para treliça, definindo-a como uma estrutura formada unicamente por barras, nós e apoios. Sobre isso, Moliterno (2010) as define em seus aspectos de estrutura plana, isto é, como um sistema de barras situadas num plano e articuladas umas às outras em suas extremidades. Sussekind (1981), apresenta um conceito mais particular, define-a através da relação entre a disposição dos elementos que formam a estrutura e as solicitações nas quais elas estão submetidas. Dessa forma, uma treliça ideal é um sistema reticulado, cujas barras têm todas as extremidades rotuladas e cujas cargas estão aplicadas apenas e exatamente em seus nós.

A Figura 6 apresenta alguns exemplos de treliças simples de utilização corrente na Engenharia Civil.

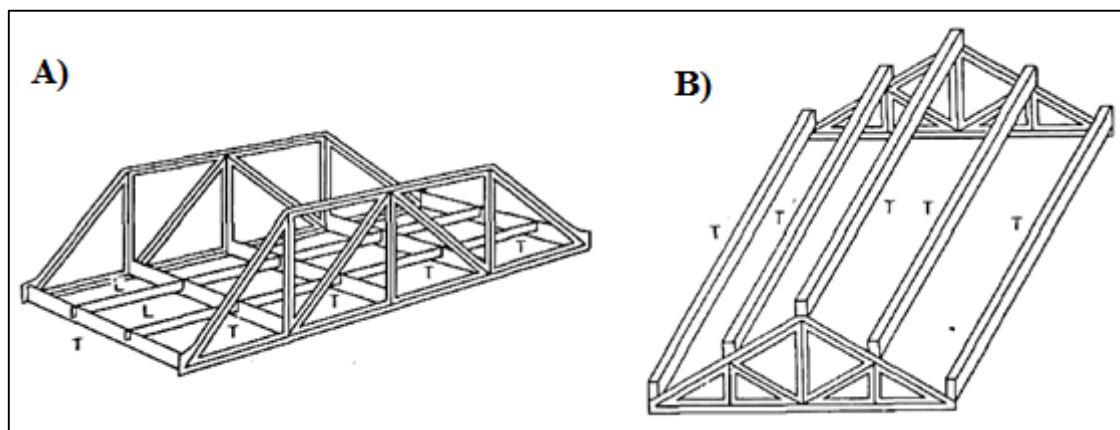


Figura 6: Treliças planas típicas utilizadas em pontes (a), e em coberturas (b).
Fonte: SUSSEKIND (1981).

A classificação mais utilizada no meio prático é a classificação proposta por Sussekind (1981). Sussekind classifica as treliças quanto a sua estaticidade e quanto à lei de formação.

Além de definir treliças ideais como aquelas que estão submetidas exclusivamente a carga concentradas em seus nós.

É notável que vários autores (Machado, 1999; Moliterno, 2010; Sussekind, 1981) apresentam conceitos que são semelhantes para as treliças. O que torna diferentes os conceitos entre eles são apenas detalhes sobre carregamentos e disposição dos elementos. Dessa forma, para uniformizar tais conceitos sobre as treliças, alguns dos principais autores apresentam classificações de treliças e propuseram métodos de resolução para os diversos tipos. Os métodos de resolução, por se tratar de uma estrutura simples como a treliça, podem ser aplicados a mais de uma classificação.

As treliças ainda se dividem em dois grandes grupos, que são as treliças planas e treliças espaciais.

2.5.1 Treliças Planas

São estruturas em que os elementos e as cargas do conjunto pertencem a um único plano. Onde os elementos são interligados entre si, através de rótulas (pinos, soldas, rebites ou parafusos), com formas geométricas triangulares, que visam formar uma estrutura rígida, com a finalidade de resistir a esforços normais (SOUZA E RODRIGUES, 2008).

No câmpus de Pau dos Ferros da UFERSA, podemos encontrar exemplos de treliças planas no prédio do centro de convivência, como mostra a Figura 7.



Figura 7: Exemplos de treliças planas.
Fonte: Autora.

2.5.2 Treliças Espaciais

As treliças espaciais, diferentemente das treliças planas são estruturas tridimensionais, que possuem a forma básica de um triângulo, de modo a deixar a mesma com a forma indeformável, para criar um conjunto tridimensional de alta eficiência, que distribui de forma

bastante eficaz os esforços entre os seus elementos. Pode-se observar exemplos de treliças espaciais na cobertura da área externa no IFRN de Pau dos Ferros como mostra a Figura 8.



Figura 8: Cobertura da área externa do IFRN-Pau dos Ferros.
Fonte: Autora.

Segundo Souza e Rodrigues (2008) esse sistema funciona de modo que, quando um membro atinge sua capacidade máxima, os demais suportam cargas adicionais, fazendo com que o sistema funcione de maneira integrada. As treliças espaciais não são objeto de estudo deste trabalho.

2.6 CLASSIFICAÇÃO DAS TRELIÇAS QUANTO À ESTATICIDADE

Para a resolução de treliças, as equações disponíveis são as equações de equilíbrio da estática. Conforme já apresentado, as cargas das treliças ideais são aplicadas em seus nós de forma que os únicos tipos de esforços internos que atuam nas barras são forças normais. Cada nó da treliça dispõe de duas equações de equilíbrio (para treliças planas) ou três equações de equilíbrio (para treliças espaciais).

De forma que a quantidade de equações de equilíbrio das treliças são, no total, igual à quantidade de nós multiplicada pelo número de equações por nó (2 ou 3 a depender do tipo da treliça).

A resolução matemática de qualquer estrutura através das equações de equilíbrio da estática depende da quantidade de incógnitas e da quantidade de equações de equilíbrio estático válidas. Existem tipos de estruturas que apenas com as equações de equilíbrio da estática podem ser resolvidas e existem as estruturas que além das equações de equilíbrio devem ser satisfeitas também as condições de compatibilidade e as leis constitutivas dos materiais envolvidos.

Quanto à estaticidade, uma treliça pode ser classificada em Hipostática, Isostática e Hiperestática. Dependendo do número de incógnitas da estrutura e a quantidade de equações disponíveis para resolvê-las.

Com relação às incógnitas, as treliças possuem uma quantidade igual ao número de barras somado ao número de reações de apoio, pois cada barra dispõe de um esforço interno do tipo normal desconhecido e a treliça global tem reações de apoios que são função do carregamento e da disposição dos elementos das treliças. Adotando nomenclatura usual, a quantidade de incógnitas é representada por $r+b$, em que r é o número de reações de apoio e b o número de barras que compõe a treliça. A quantidade de equações disponíveis é dada por $2n$ ou $3n$, em que n é o número de nós da estrutura.

De acordo com tais considerações para treliças planas, as treliças podem ser classificadas quanto à estaticidade conforme os seguintes casos:

1) $r + b < 2n$, quando a quantidade de incógnitas é inferior à quantidade de equações disponíveis, diz-se que a treliça é hipostática. Tal caso não é utilizado na prática, pois as treliças hipostáticas não são estruturas em equilíbrio, pois tem vinculações ou esforços insuficientes para garantir o equilíbrio global da estrutura. (Figura 9);

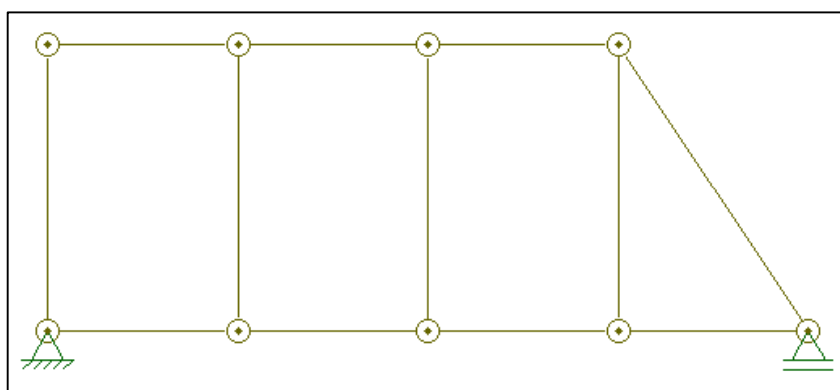


Figura 9: Exemplo de uma disposição de uma treliça hipostática.

Fonte: Autora.

2) $r + b = 2n$, quando a quantidade de incógnitas é igual a quantidade de equações disponíveis, sugere tratar-se de uma treliça isostática (Figura 10). Neste caso é necessária uma análise interna da lei de formação da treliça, pois podem ocorrer casos de isostaticidade aparente, ou seja, onde a treliça apresenta classificação isostática de acordo com sua associação externa e não isostática na sua associação interna. O diagnóstico final só poderá ser dado após a análise dos apoios externos e da lei de formação interna da treliça em questão.

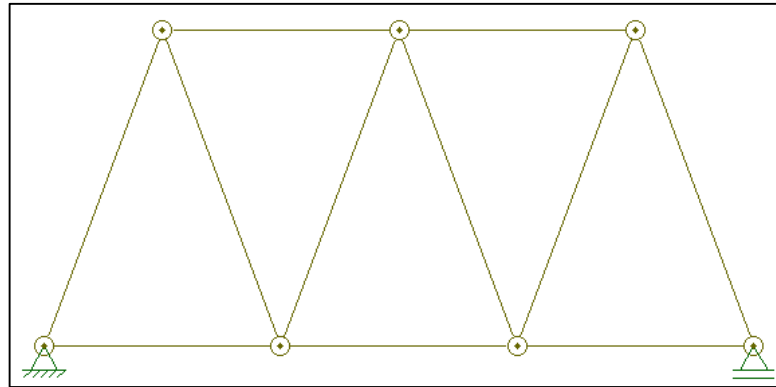


Figura 10: Exemplo de uma disposição de uma treliça isostática.
Fonte: Autora.

3) $r + b > 2n$, quando a quantidade de incógnitas é maior que a quantidade de equações disponíveis, sugere tratar-se de uma treliça hiperestática (Figura 11), mas assim como no caso anterior, não nos permite, entretanto, afirmar que a treliça seja hiperestática. Neste caso também é necessário a análise tanto externa como interna da associação da treliça.

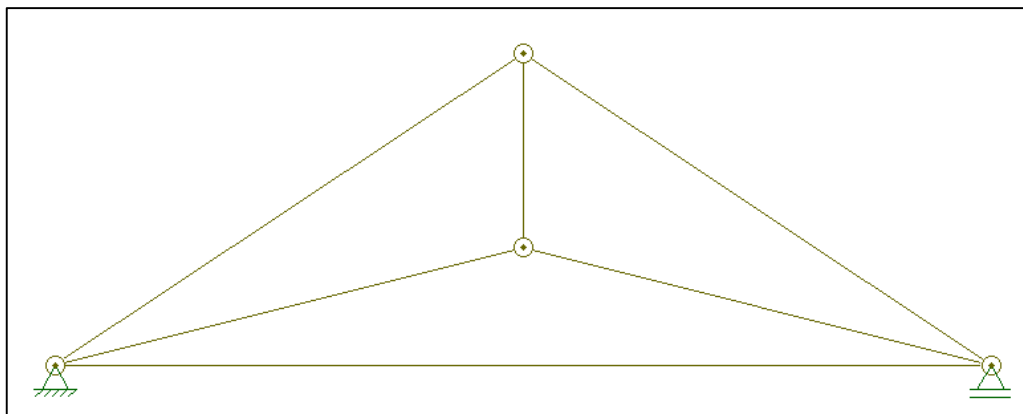


Figura 11: Exemplo de uma disposição de treliça hiperestática.
Fonte: Autora.

2.7 CLASSIFICAÇÃO DAS TRELIÇAS QUANTO À LEI DE FORMAÇÃO

Quanto à lei de formação, as treliças podem ser classificadas em três tipos: simples, compostas e complexas.

2.7.1 Treliças Simples

Segundo MACHADO (1999), para a formação das treliças simples, pode-se partir de uma base, suposta rígida, definindo-se a posição do nó inicial através de duas barras e estabelecendo - se os nós seguintes, acrescentando, sempre, duas barras de cada vez ao sistema

inicial, acrescentando um novo nó para cada duas novas barras. Um exemplo de treliça simples é apresentado na Figura 12.

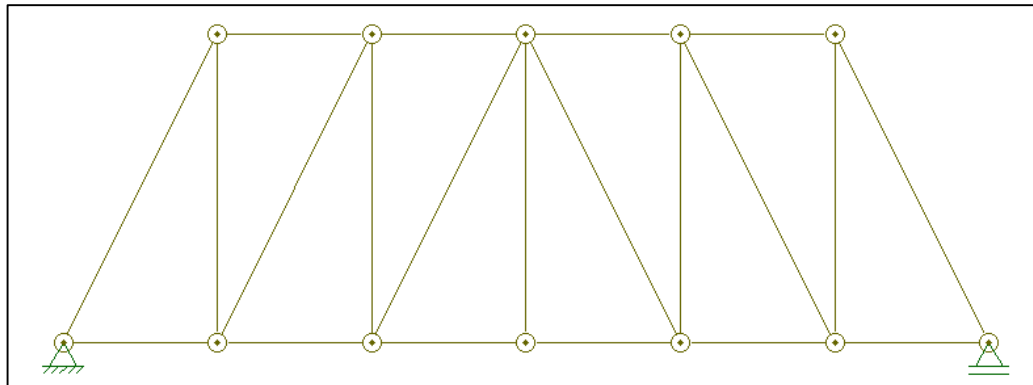


Figura 12: Treliça simples.
Fonte: Autora.

2.7.2 Treliças Compostas

SUSSEKIND (1981) define treliças compostas isostáticas como sendo aquelas obtidas pela ligação de treliças simples por:

- a) três barras não paralelas nem concorrentes no mesmo ponto;
- b) um nó e uma barra não concorrente com este nó.

São vários os modelos de treliças compostas existentes, alguns exemplos podem ser observados na Figura 13.

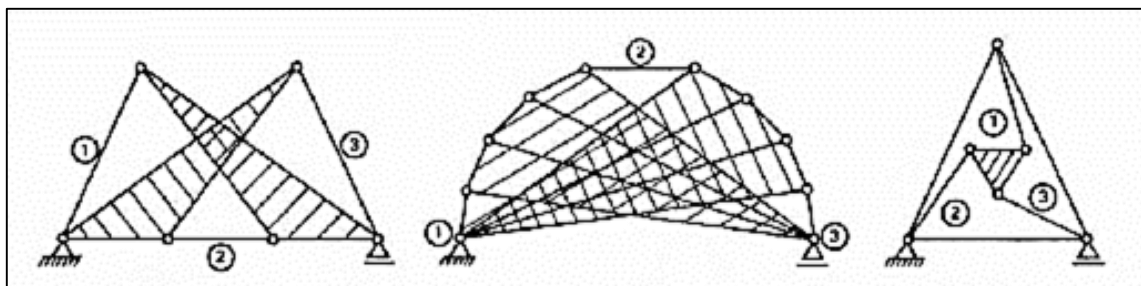


Figura 13: Treliças compostas.
Fonte: SUSSEKIND (1981).

2.7.3 Treliças Complexas

A classificação de uma treliça como complexa é feita por exclusão, ou seja, quando não é simples e nem composta (Figura 14). Não podemos afirmar de imediato que ela seja isostática, porque a relação $r + b = 2n$ é condição apenas necessária, mas não suficiente para garantir a isostaticidade. (SUSSEKIND, 1981).

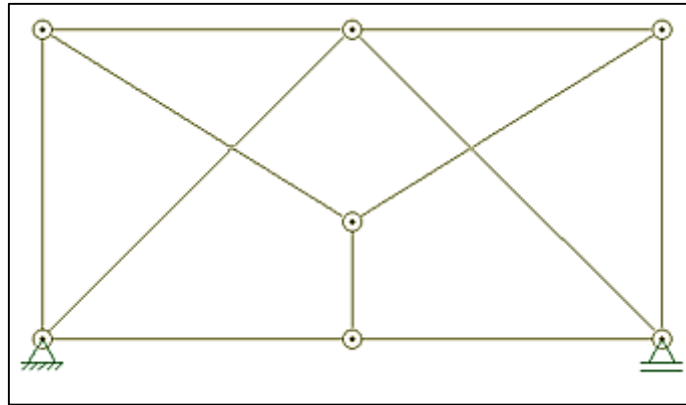


Figura 14: Treliça Complexa.
Fonte: Autora.

2.8 MÉTODOS DE RESOLUÇÃO

A partir dos métodos a seguir, torna-se possível a determinação dos esforços nas barras de uma treliça isostática.

2.8.1 Método equilíbrio dos nós

A resolução de treliças pelo método dos nós consiste em verificar o equilíbrio de cada nó isolado, aplicando-se as equações de equilíbrio estático em cada nó, onde os mesmos necessitam possuir apenas duas incógnitas a serem determinadas.

Segundo LEGGERINI (2007, Apostila) os passos a serem seguidos são:

- 1º- Cálculo das reações externas (se necessário);
- 2º- Escolha do 1º nó a ser examinado;
- 3º- Aplicação das equações de equilíbrio no nó escolhido;
- 4º- Resolvido o primeiro nó, passamos ao segundo sempre com o cuidado de verificar se ele acresce apenas duas incógnitas (2 barras à serem determinadas);

2.8.2 Método de Ritter ou método das seções

É o método usado quando se deseja determinar o esforço de uma barra isolada qualquer de uma treliça sem ser necessário o conhecimento das demais. De acordo com Sussekind (1981) é o método adotado quando só desejamos conhecer os esforços normais em algumas das barras da treliça.

De acordo com LEGGERINI (2007, Apostila) os passos a serem seguidos são:

- 1º - Cálculo das reações externas (se necessário);

2º - Cortar a treliça por seções de Ritter que devem:

- a) Atravessar toda a treliça dividindo-a em 2 partes;
- b) Interceptar no máximo 3 barras que não sejam ao mesmo tempo paralelas ou concorrentes (os esforços normais destas barras serão os calculados);
- c) Cortada à treliça em duas partes, substitui-se a parte retirada pelos esforços normais desenvolvidos pelas barras cortadas, que devem ser calculados, de maneira que as partes fiquem em equilíbrio;
- d) Os esforços normais serão encontrados pelo equilíbrio das partes, podendo-se dispor além das equações fundamentais de equilíbrio estático, da condição de nó onde a soma dos momentos em qualquer nó da treliça deve ser zero, pois rótulas não absorvem momento;

2.9 ASSOCIAÇÃO DE PEÇAS USUAIS EM TRELIÇAS

Os principais elementos estruturais de uma treliça são o banzo superior (1), que é o conjunto de elementos que forma a parte superior, o banzo inferior (2), o conjunto de elementos que forma a parte inferior, diagonal (3) são as barras inclinadas, montante (4) são as barras verticais. Os mesmos são apresentados na respectiva ordem na Figura 15.



Figura 15: Cobertura do centro de convivência da UFERSA, campus Pau dos Ferros.
Fonte: Autora.

Em um projeto estrutural, é necessário obter uma maneira adequada para a disposição das peças, existindo vários tipos de associação das mesmas, de forma que a estrutura seja capaz de suportar o carregamento imposto com segurança e implique no menor custo de produção. (SOUZA JUNIOR; GESUALDO; RIBEIRO, 2010)

Na literatura, podem ser encontradas diversas formas de associação de treliças, com os mais diversificados usos, pontes, coberturas, torres, entre outros, como será mostrado no Item 2.10. Na Figura 16 são apresentadas algumas associações mais utilizadas.

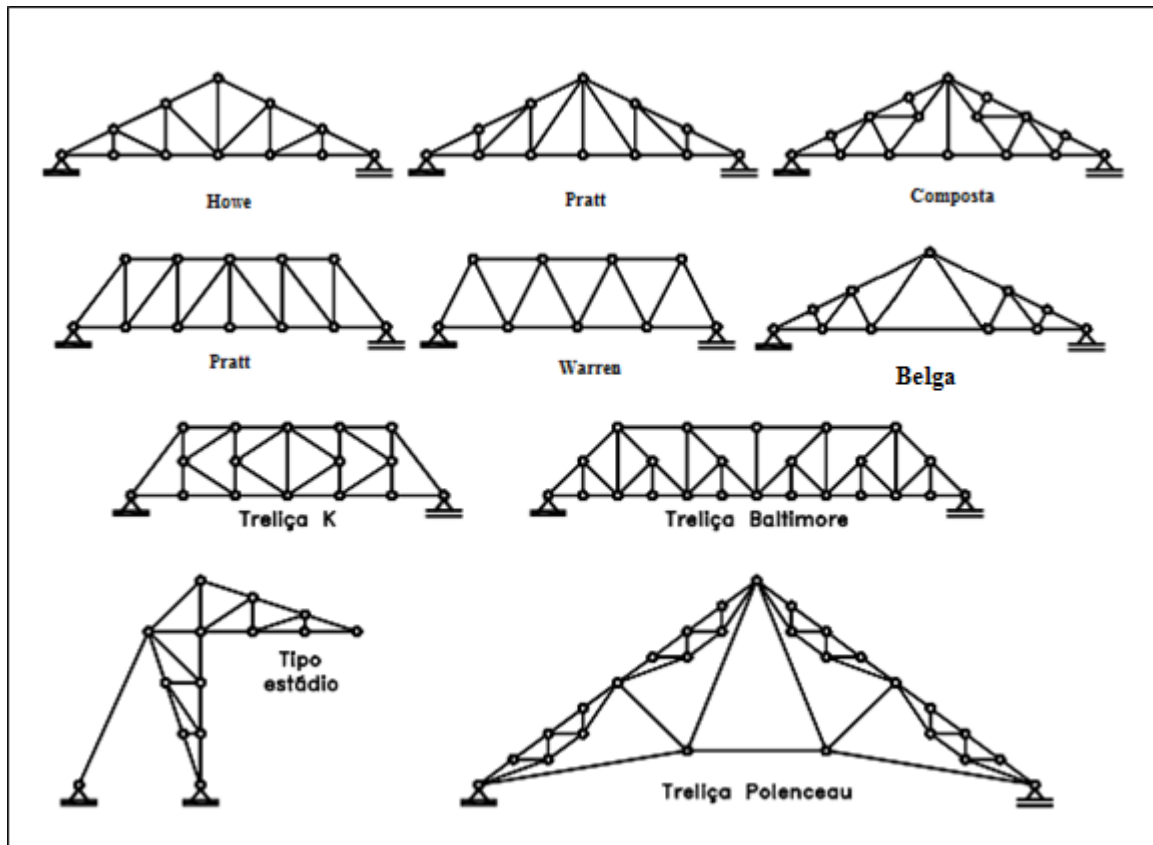


Figura 16: Representação de alguns tipos de associações de treliças.

Fonte: Adaptado de < https://engenhariacivilfsp.files.wordpress.com/2013/11/analise_trelicas1.pdf>

2.9.1 Treliça Howe

A treliça Howe (Figura 17), possui os elementos diagonais na direção contrária ao centro do vão, onde as diagonais sofrem compressão e os montantes são tracionados. (FERNÁNDEZ, 2010)



Figura 17: Ponte formada por treliça Howe.
 Fonte: Disponível em < <https://en.wikipedia.org/wiki/Truss>>

2.9.2 Treliça Pratt

A Pratt é o inverso da Howe, seus elementos diagonais que, com exceção dos extremos, todos eles descem e apontam para o centro do vão. Segundo Fernández (2010) neste tipo de treliça quando carregada com o peso próprio apresenta esforços de tração nas diagonais e compressão nos montantes. Este fato contribui para que os elementos diagonais possam ser delgados, o que está diretamente relacionado à economia de material. A Figura 18 apresenta a mesma.



Figura 18: Cobertura formada por treliça Pratt.
 Fonte: Ponte Metálica Teófilo Trindade, disponível em < <http://www.a2p.pt/portfolio/projectos/ponte-met-lica-te-filo-trindade>>.

2.9.3 Treliça Warren

A treliça Warren (Figura 19) possui uma estrutura simples e continua, as vigas diagonais formam um formato de “V” ao longo de toda a extensão da ponte. Apresentando parte das diagonais comprimidas e parte tracionada (CANSAN; MARINI; TIMM, 2014). É muito utilizada para vencer pequenos vãos, geralmente entre 50 a 100 metros, já que nestas condições não necessita de elementos verticais para dar maior resistência à estrutura.



Figura 19: Treliça Warren.

Fonte: Disponível em <<http://academics.triton.edu/faculty/fheitzman/warren%20truss.jpg>>.

2.9.4 Treliça Belga

Caracteriza-se por não possuir barras verticais (montantes), dessa maneira, possui um menor número de barras. Neste tipo de associação um maior número de peças está sujeito a esforços do tipo tração, a mesma é apresentada na Figura 20.



Figura 20: Treliça Belga.

Fonte: <http://www.belgianclub.com.br/sites/default/files/Guararema%20Ponte%20Belga%2004_0.jpg>.

2.10 APLICAÇÕES

As treliças possuem um vasto campo de aplicações, neste item serão apresentadas algumas das grandes obras que utilizam as mesmas.

Um dos seus principais e mais utilizáveis campos de aplicação é na construção de pontes, pelo fato de as treliças serem compostas de várias e pequenas vigas que juntas podem suportar grande quantidade de peso e vencer grandes distâncias. Podem ser de inúmeros tipos e variados tamanhos, nas Figuras 21, 22, 23 e 24, ilustram-se essa aplicação.



Figura 21: Ponte Metálica Teófilo Trindade, Coruche- Portugal.

Fonte: disponível em < <http://www.a2p.pt/portfolio/projectos/ponte-met-lica-te-filo-tri>>



Figura 22: Ponte de Quebec, Canadá.

Fonte: Disponível em < <https://miliauskasarquitetura.wordpress.com/tag/trelica-warren/>>



Figura 23: Ponte do Fandango, Cachoeira do Sul- Brasil.

Fonte: Disponível em

<http://www.azambuja.com.br/php/index.php?link=projetos_executados&sub=estruturas_especiais&id=9>



Figura 24: Ponte Golden Gate, Califórnia- EUA.

Fonte: Disponível em <<https://pt.wikipedia.org/wiki/Ponte>>

Outras aplicações comuns são em torres, onde geralmente são utilizadas treliças tridimensionais, chegando a grandes alturas sem entrar em colapso, como é o caso da torre mais alta do mundo localizada em Tokyo, e a famosa torre Eiffel em Paris, como é apresentado nas Figuras 25 e 26, respectivamente. Outra aplicação é em coberturas, onde são abundantemente utilizadas por serem leves e adequadas para uso residencial e para vencer grandes vãos. As de madeira são comuns em coberturas de casas ou em outras estruturas de pequenas dimensões, grandes edifícios ou estruturas que são submetidas a grandes solicitações, utilizam na maioria dos casos as versões de metal, como por exemplo, na cobertura de estádios de futebol como mostra a Figura 27.



Figura 25: Torre mais alta do mundo.

Fonte: Disponível em < <http://wwwo.metalica.com.br/tokyo-sky-tree-a-torre-mais-alta-do-mundo>>



Figura 26: Torre Eiffel.

Fonte: Disponível em < <http://www.decolar.com/blog/curiosidades/curiosidades-torre-eiffel>>



Figura 27: Estádio do Castelão, Fortaleza -CE.

Fonte: Disponível em <<http://infraestruturaurbana.pini.com.br/solucoes-tecnicas/18/artigo265018-2.aspx>>

2.11 TRABALHOS QUE ABORDAM O TEMA NA LITERATURA

Alguns trabalhos relacionados ao tema podem ser encontrados na literatura, SOUZA JUNIOR; GESUALDO; RIBEIRO (2010) faz uma avaliação do comportamento mecânico de treliças de madeira do tipo Howe, Pratt e Belga. O mesmo realizou um estudo da otimização de estruturas planas de madeira, utilizando o método dos algoritmos genéticos. Foram utilizados programas computacionais para a determinação de esforços e deslocamentos nas estruturas, bem como para o dimensionamento das barras. Nos três tipos de estruturas avaliadas, buscou-se encontrar a configuração geométrica ótima em função do posicionamento das barras, da inclinação entre banzos e da seção transversal das barras, que implicasse no menor volume de madeira. Chegou-se à conclusão que as variáveis de projeto que influenciam mais significativamente a função objetivo (volume de madeira) são o número de módulos (posição dos nós) na direção X e as dimensões da seção transversal das barras, para os casos analisados, o modelo Pratt apresentou os melhores resultados, ou seja, menor volume de madeira.

Breunig (2008) faz uma análise do desempenho de diferentes topologias de estruturas treliçadas utilizadas em coberturas de pavilhões industriais. Neste estudo procurou-se verificar qual a distribuição topológica mais econômica e com melhor eficiência estrutural, para um determinado vão livre, que deve ser adotada na construção de estruturas de aço treliçadas utilizadas em coberturas de pavilhões industriais. Para obtenção de resultados da pesquisa utilizou-se o software de Análise e Dimensionamento estrutural ENGMET 99. Apresentando, uma análise do comportamento de topologias distintas, para vãos livres diferentes, verificando peso, eficiência e consumo de aço. Identificou-se que as topologias com banzos paralelos e inclinados são mais leves, consomem menos aço e são as mais eficientes. Destas topologias, a mais leve é aquela que possui o treliçado interno baseado nas treliças Warren. Já as topologias cujos banzos superiores possuem a forma de arco foram aquelas que apresentaram maior peso, menor eficiência e maior consumo de aço.

PAIVA, Artur P. O. de, et al. (2009) realiza uma análise teórica e experimental das treliças planas, com o intuito de determinar a influência de imperfeições construtivas como surgimento de momentos fletores nas barras devido a inexistência de rótulas perfeitas e a dificuldade de realizar ligações concêntricas nos nós, interferindo assim no comportamento estrutural das mesmas. Uma pesquisa que busca detectar as principais imperfeições construtivas que afetam o desempenho da estrutura, bem como fazer um estudo teórico e experimental para determinar a influência dessas imperfeições. Além da implementação e aperfeiçoamento de um

pós-processador gráfico para o programa, SGCT (Simulador Gráfico para Colapso em Treliça), onde é possível a visualização das várias formas de colapso que podem ocorrer na estrutura. Ao final notou-se que o programa se torna uma ferramenta auxiliar valiosa, já que ele facilita a visualização de problema muito comum no estudo das Estruturas de Aço. A fomentação do SGCT em interfaces gráficas tornou mais fácil sua utilização e apresentação em sala de aula, visto que, o código computacional se tornou bem mais fácil de ser utilizado, foram criados métodos que agilizam principalmente a etapa de pré-processamento do problema, e a disposição dos elementos da interface é bastante intuitiva.

Sedano (2006) faz um estudo comparativo entre tesouras simples e duplas, com o objetivo de compara-las economicamente, de modo que os projetistas possam comparar a versatilidade da estrutura dupla em relação a estrutura simples. Esta comparação será através de dimensionamento de tesouras de madeira tipo Howe, para vãos que variam de 6 a 20 metros. Para o cálculo dos esforços normais atuantes nos banzos utilizou-se o software Ftool. Com os resultados obtidos, notou-se que os banzos superiores das tesouras analisadas se comportam melhor quando executados em seção dupla, A grande vantagem das tesouras duplas é a sua facilidade construtiva, o que acarretaria numa economia de tempo e mão-de-obra.

3. METODOLOGIA

3.1 ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO DESTE ESTUDO

O estudo se fundamenta na análise comparativa de resultados de análise estrutural de diferentes associações de treliça. Na Figura 28, é apresentado o fluxograma das etapas desenvolvidas neste trabalho.

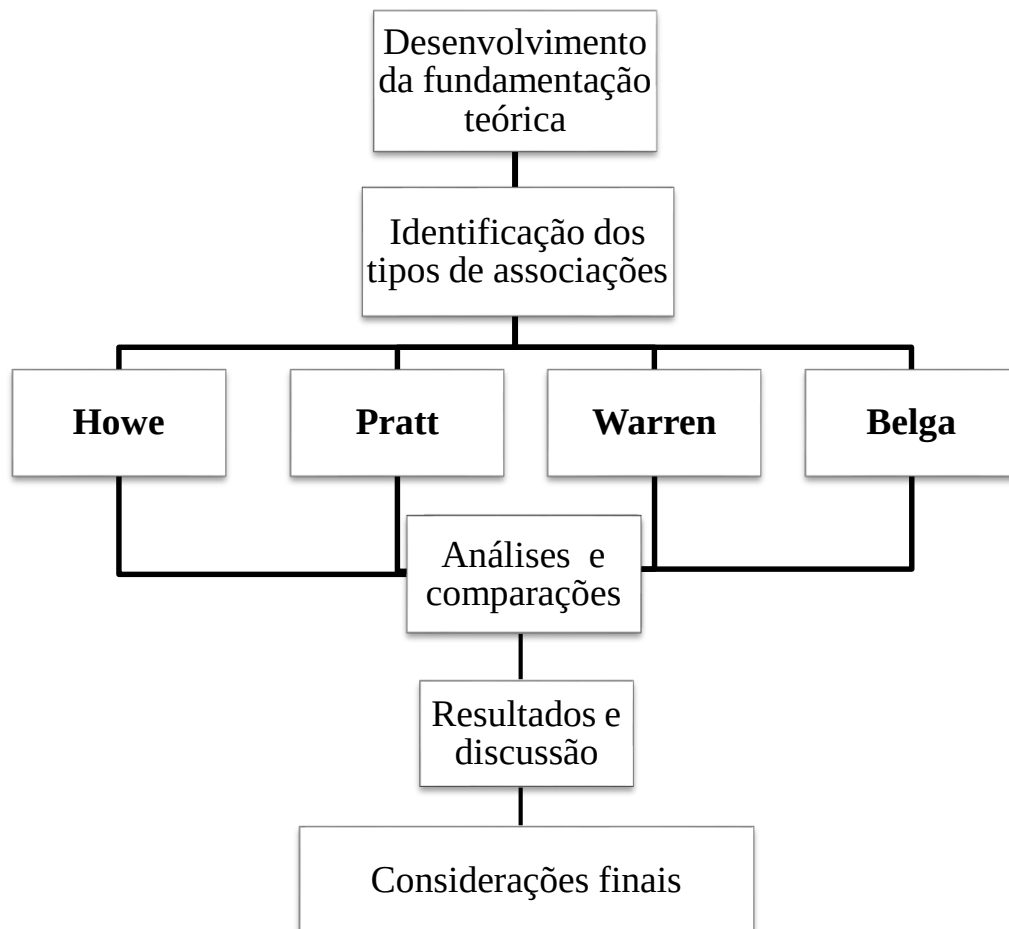


Figura 28: Representação esquemática do trabalho.
Fonte: Autora.

Conforme a Figura 28, inicialmente, elaborou-se a fundamentação teórica por meio de pesquisas realizadas em artigos, livros, teses e trabalhos realizados dentro da temática estudada. O objetivo desta etapa inicial é de apresentar os conceitos necessários para a elaboração deste trabalho, de modo a conhecer e analisar os tipos de associações mais comuns utilizados na prática, e assim selecionar os quais seriam adotados neste estudo.

Após as pesquisas e estudos realizados, os tipos de associações escolhidas foram Howe, Pratt, Warren e Belga.

3.2 PARÂMETROS UTILIZADOS NAS ANÁLISES

Na Figura 29, podem-se verificar as quatro associações selecionadas para o estudo, e os parâmetros apresentados nas mesmas. A Tabela 1 possui os dados utilizados para análise.

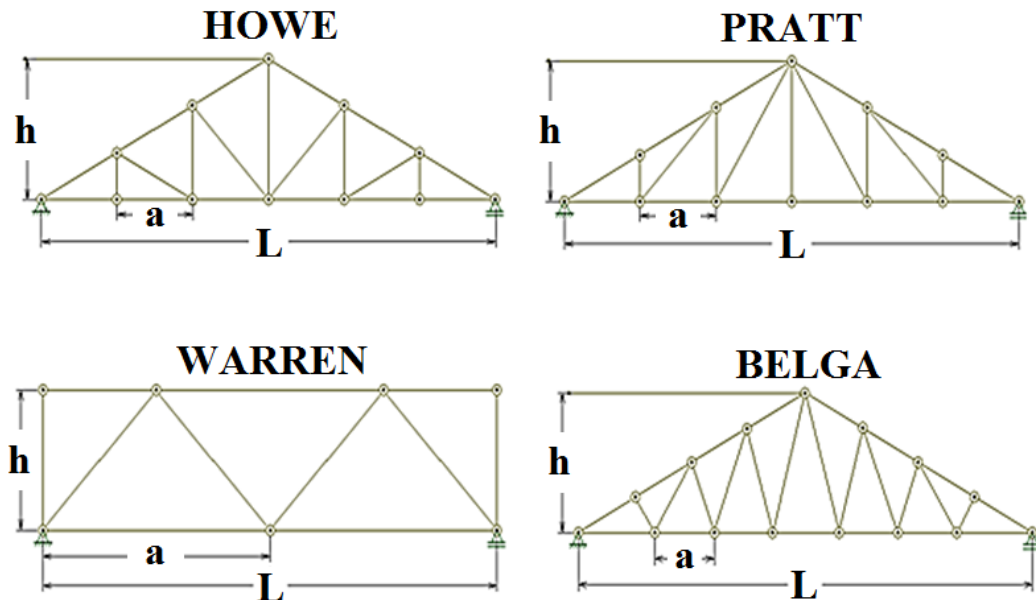


Figura 29: Associações de treliças estudadas.
Fonte: Autora.

Os dados constantes na Tabela 1, são referentes aos parâmetros gerais das estruturas analisadas, definidos da seguinte forma:

- Vão livres ou comprimento (L): Adotou-se o mesmo comprimento para todas as associações.
- Altura (h): Para as estruturas analisadas adotaram-se alturas de 2; 4; 6; 8 e 10 metros.
- Distância entre os montantes e diagonais da estrutura (a): A distância utilizada nas treliças variou-se de acordo com as imposições geométricas de cada tipo de associação analisado.

Tabela 1: Parâmetros das treliças estudadas.

	L (m)	a(m)	h(m)	a/L	L/h
Howe	10	1,67	2	0.17	5
	10	1,67	4	0.17	2,5
	10	1,67	6	0.17	1,67
	10	1,67	8	0,17	1,25
	10	1,67	10	0,17	1
Pratt	10	1,67	2	0,17	5
	10	1,67	4	0,17	2,5
	10	1,67	6	0.17	1,67
	10	1,67	8	0.17	1,25
	10	1,67	10	0.17	1
Warren	10	2,50	2	0,25	5
	10	2,50	4	0,25	2,5
	10	2,50	6	0,25	1,67
	10	2,50	8	0,25	1,25
	10	2,50	10	0,25	1
Belga	10	1,43	2	0,14	5
	10	1,43	4	0.14	2,5
	10	1,43	6	0,14	1,67
	10	1,43	8	0,14	1,25
	10	1,43	10	0,14	1

Fonte: Autora.

3.3 DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES

O objetivo dessas análises é o estudo do comportamento das diferentes associações de peças nas treliças analisadas, no que diz respeito aos seus esforços internos e deslocamentos em função da variação de parâmetros como altura (h), razão comprimento - altura (L/h), e área das seções transversais.

Nesta seção, as análises serão divididas em duas etapas. A primeira análise (Análise I) tem o objetivo de comparar o comportamento dos tipos de treliças estudados sob diferentes relações L/h , em que L é o comprimento entre apoios da treliça estudada e h é a altura máxima da treliça. Nesta análise, os critérios de comparações entre as associações de peças serão os deslocamentos máximos, o esforço normal máximo e o esforço normal mínimo. E análise do comportamento dos banzo e montante na treliça Warren. A segunda etapa (Análise II) tem o objetivo de estabelecer uma comparação do comportamento de uma treliça do tipo Warren com uma viga bi-apoiada, o deslocamento máximo na viga e na treliça e o momento máximo na viga.

3.3.1 Análise I

Por meio da utilização do software computacional Ftool - Versão 3.01, desenvolvido por Luiz Fernando Martha, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio (Departamento de engenharia civil e Tecgraf/PUC-Rio/Instituto de desenvolvimento de software Técnico-Científico), realizaram-se análises estruturais, de modo a conhecer as forças as quais os elementos da estrutura estavam submetidos (tração ou compressão).

Inicialmente, atribuiu-se a todos os elementos que pertenciam ao modelo da treliça propriedades geométricas e mecânicas semelhantes, isto é, o mesmo módulo de elasticidade (E) e mesma seção transversal. Com relação aos carregamentos solicitantes, considerou-se a equivalência estática de um carregamento distribuído em todo o comprimento para uma treliça ideal. Tal carregamento foi obtido pela multiplicação do módulo do carregamento distribuído por uma faixa de influência de cada nó. Assim, foi possível aplicar forças concentradas nos nós da treliça de modo equivalente a todos os tipos analisados. A seguir será descrito o procedimento de estimativa da carga aplicada no nó. A Figura 30 ilustra uma treliça belga com a aplicação de um carregamento distribuído equivalente ao analisado.

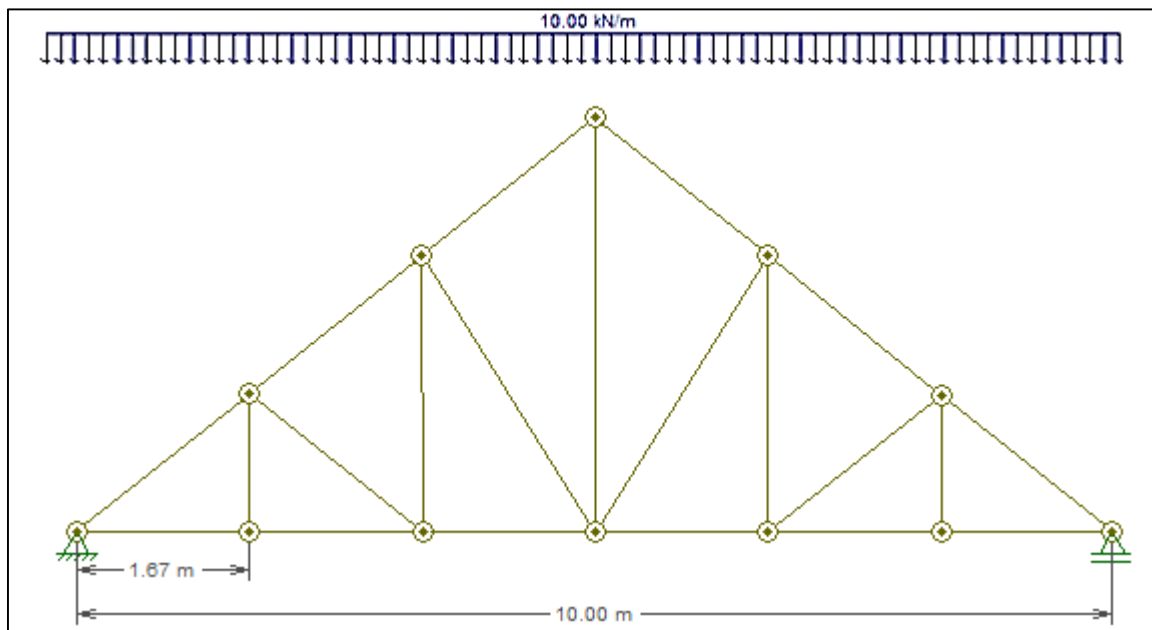


Figura 30: Treliça com carregamento distribuído.
Fonte: Autora.

Na Figura 31 é apresentada a distância do nó 1 ao nó mais próximo (nó 2), a faixa de influência do carregamento distribuído no nó 1, é no caso, metade dessa distância 0,835 metros. Para o cálculo da força distribuída equivalente ($F1$), multiplicou-se esta distância pelo

carregamento distribuído, resultando numa força de 8,35 kN, que equivale à força equivalente no nó 1, como ilustra a Figura 31.

$$F1 = 0,57 \text{ m} \times 10 \text{ kN/m}$$

$$F1 = 5,7 \text{ kN}$$

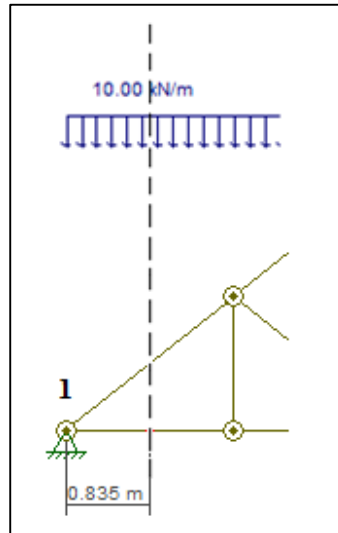


Figura 31: Cálculo da força equivalente no nó 1.

Fonte: Autora.

No cálculo da força distribuída equivalente no nó 2 ($F2$), usou-se o mesmo procedimento, neste caso olhando-se a partir da distância usada anteriormente, neste caso na metade da distância entre os nós mais próximos ao nó 2, como mostrado na Figura 32.

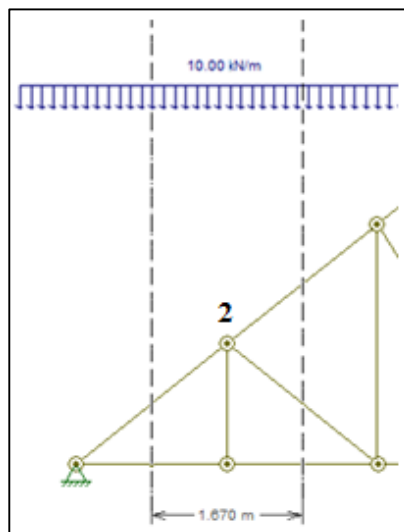


Figura 32: Cálculo da força no nó 2.

Fonte: Autora.

Sabendo-se está distância, multiplica-se a mesma pela força distribuída:

$$F2 = 1,670 \text{ m} \times 10 \text{ kN/m}$$

$$F2 = 16,70 \text{ kN}$$

Este mesmo procedimento é feito para cada nó superior da treliça, cujos mesmos estão submetidos ao carregamento distribuído, como é ilustrado na Figura 33.

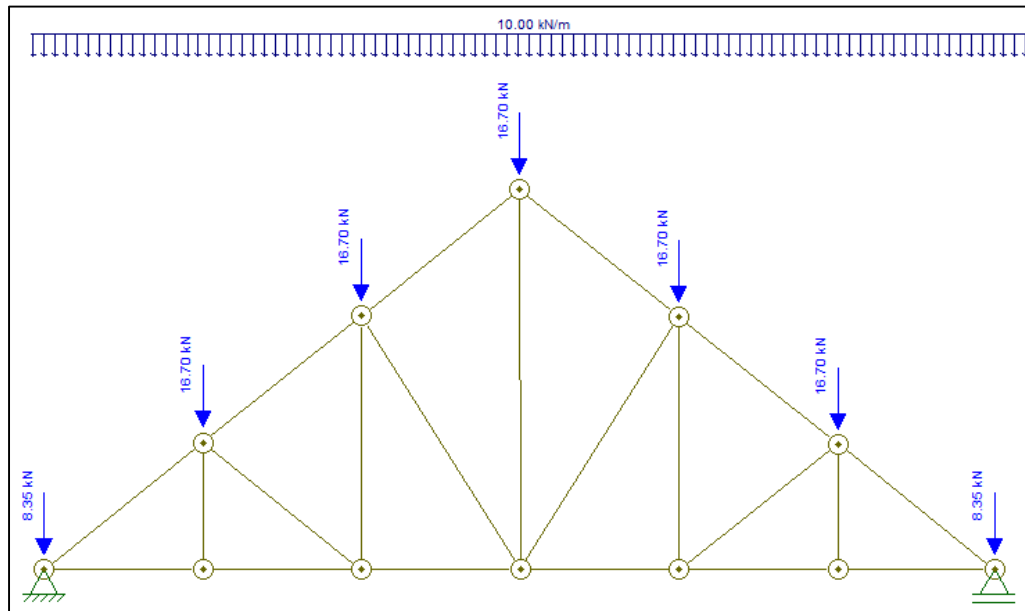


Figura 33: Forças em cada nó.

Fonte: Autora.

Após esse procedimento, calcularam-se as normais de cada barra da treliça, de modo a observar os seus limites máximos e mínimos, para todas as associações de treliças estudadas.

3.3.2 Análise II

Ao diferenciar algumas especificações da treliça, como inércia e seção transversal de suas barras, é possível realizar uma análise de comparação. Com isso comparou-se os resultados obtidos com os resultados de uma viga sob as mesmas condições (Figura 34), com o intuito de analisar as influencias no comportamento estrutural do sistema, causado por esses fatores. Os resultados de deslocamentos e esforços internos foram comparados entre si.

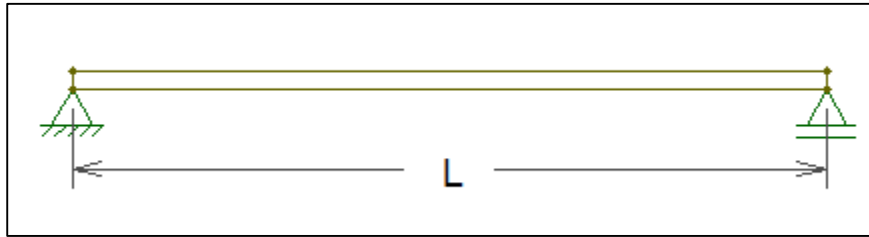


Figura 34: Viga.
Fonte: Autora.

Em função dos cálculos estruturais realizados no software FTOOL, e da análise gráfica dos resultados obtidos, foi possível verificar os deslocamentos sofridos por cada associação para cada um dos vãos estudados, de forma a apresentar qual das mesmas é mais adequada ao uso em cada situação de vão a ser vencido.

Assim, foi possível fazer uma análise geral entre a eficiência da utilização de treliças em substituição às vigas de alma cheia. De modo que o dimensionamento possui um papel fundamental no desempenho final, onde é necessário ser atribuídos perfis que atendam aos esforços atuantes nas barras, garantindo a viabilidade econômica, a eficiência e acima de tudo a segurança.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 ANÁLISE I

4.1.1 Análise dos esforços internos

Essa análise buscou comparar os esforços de tração e compressão, obtidos em cada elemento dos quatro tipos de treliça, estudando a faixa compreendida entre os esforços máximos e mínimos para cada associação estudada.

Na Figura 35, encontram-se os valores dos esforços obtidos nas barras das treliças Warren, com 10 metros de vão entre os apoios e uma altura de 2 metros.

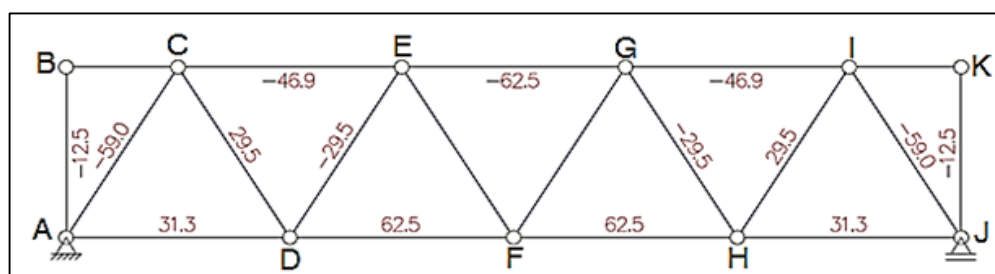


Figura 35: Esforços sofridos nas barras da treliça Warren.

Fonte: Autora.

Pode-se observar que os maiores esforços normais solicitantes na treliça Warren, ocorreram nas barras do banzo superior EG e nas barras do banzo inferior DF e FH, equivalente a 62,5 N em módulo. Enquanto que para as barras EF e FG os esforços teóricos registrados foram nulos. Desconsiderando esses esforços nulos, as normais mínimas foram encontradas nas barras AB e JK, correspondentes aos montantes da associação. Realizou-se esta mesma análise para as alturas de 4, 6, 8, e 10 metros.

É importante observar que na associação do tipo Warren, algumas das barras estão submetidas a esforços normais nulos. Essa consideração induz à conclusão que essas barras não seriam necessárias na associação. Porém, a ausência dessas barras provocaria uma instabilidade global no sistema, o que indica que elas são necessárias para obedecer à lei de formação das treliças. Neste trabalho, nas análises de faixas de esforços internos, os esforços normais nulos não foram considerados. Os valores obtidos nas análises são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Dados obtidos na treliça Warren.

	L	h	L/h	N _{máx}	N _{mín}
WARREN	10	2	5	62,5*	12,5(-)
	10	4	2,5	52,4(-)	12,5(-)
	10	6	1,67	51,1(-)	10,4(-)
	10	8	1,25	50,6(-)	7,8(+)
	10	10	1	50,4(-)	6,2(+)

(+) Tração; (-) Compressão.

*O valor máximo foi encontrado em barras diferentes para tração e compressão.

Fonte: Autora.

Com os resultados da Tabela 2, obteve-se as normais máximas e mínimas em função de L/h , apresentadas na Figura 36, onde os pontos representados pelo triângulo equivale a esforços do tipo tração, e o quadrado representa esforços do tipo compressão. A partir da análise do mesmo, notou-se que o vão com $L/h = 2,5$ obteve uma menor variação entre a máxima e a mínima.

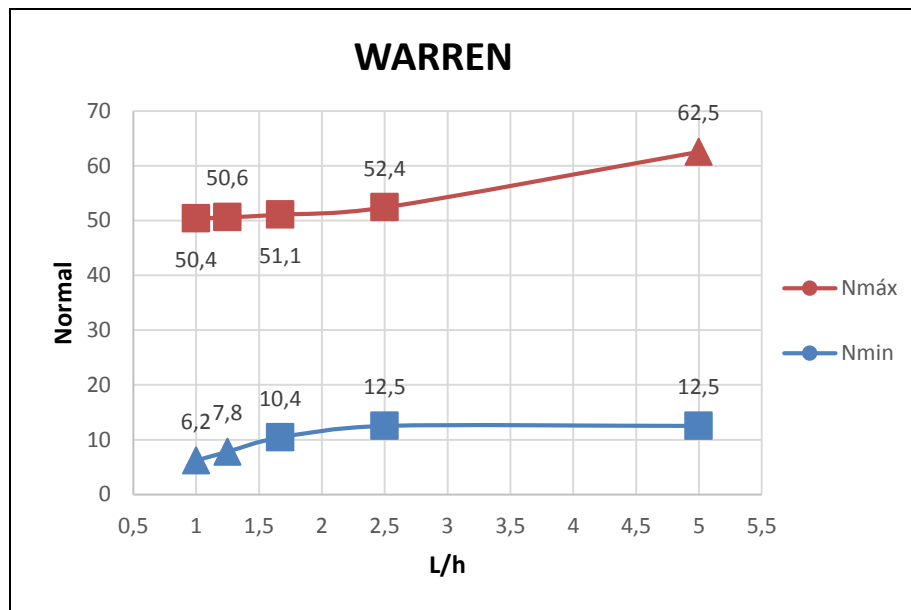


Figura 36: Gráfico 1, $N_{máx}$ e $N_{mín}$ na treliça Warren.

Fonte: Autora.

Na Figura 37, observa-se que os maiores esforços normais que submetem a treliça Pratt, ocorrem nas barras do banzo superior JL, e tem em módulo 112,6 N. Enquanto na barra FG, o esforço teórico registrado foi nulo. Fora esse esforço nulo, as normais mínimas em módulo foram encontradas nas barras BC e JK, correspondentes aos montantes da associação.

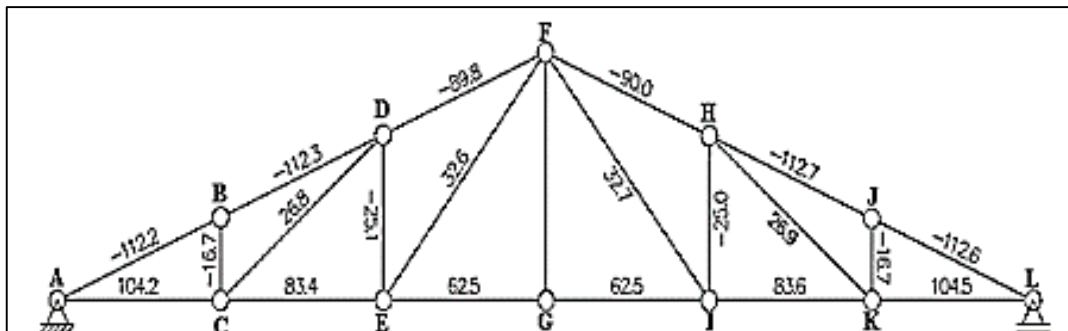


Figura 37: Esforços sofridos nas barras da treliça Pratt.

Fonte: Autora.

Realizou-se esta mesma análise para as alturas de 4, 6, 8, e 10 metros, conforme apresenta a Tabela 3.

Tabela 3: Dados obtidos na treliça Pratt.

	L	h	L/h	N _{máx}	N _{mín}
PRATT	10	2	5	112,7(-)	16,7(-)
	10	4	2,5	66,9(-)	16,7(-)
	10	6	1,67	54,5(-)	16,8(-)
	10	8	1,25	49,4(-)	15,7(+)
	10	10	1	46,8(-)	12,5(+)

(+) Tração; (-) Compressão.

Fonte: Autora.

Com os resultados da Tabela 3, as normais máximas e mínimas em função de L/h são apresentadas na Figura 38. A partir da análise do mesmo, notou-se que o vão com $L/h = 1,25$ obteve uma menor variação entre a máxima e a mínima, apresentando a máxima no banzo superior e a mínima no banzo inferior, chegando a valores de 49,4 kN e 15,7 kN.

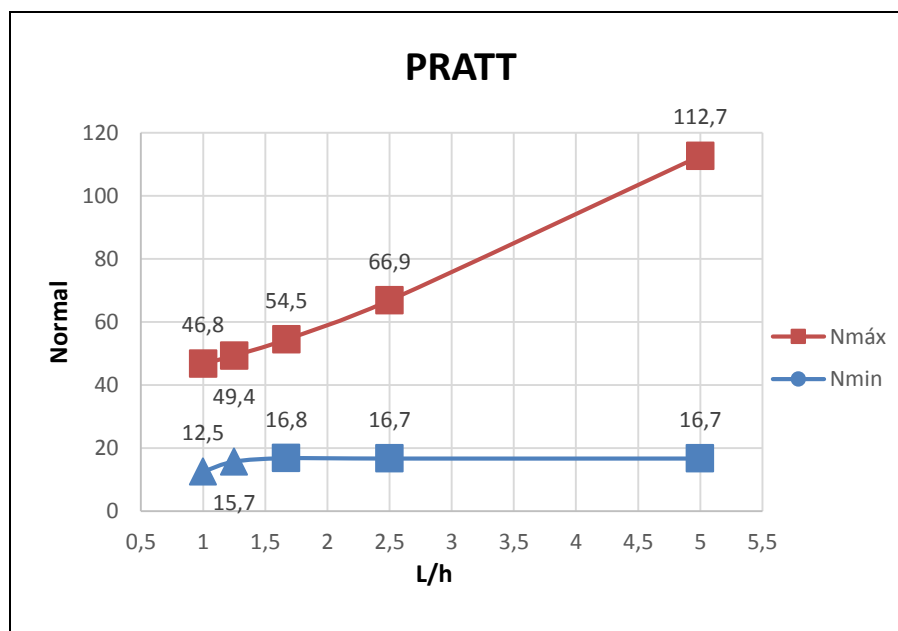


Figura 38: Gráfico 2, N_{máx} e N_{mín} na treliça Pratt.

Fonte: Autora.

Na Figura 39, observa-se que os maiores esforços normais sofridos pela treliça Howe, foram nas barras do banzo superior JL de 112,6 N. Enquanto que para as barras BC e JK os esforços teóricos registrados foram nulos significando, a princípio, a não necessidade de sua existência. Fora esses esforços nulos, as normais mínimas foram encontradas nas barras DE e HI, correspondentes os montantes da associação.

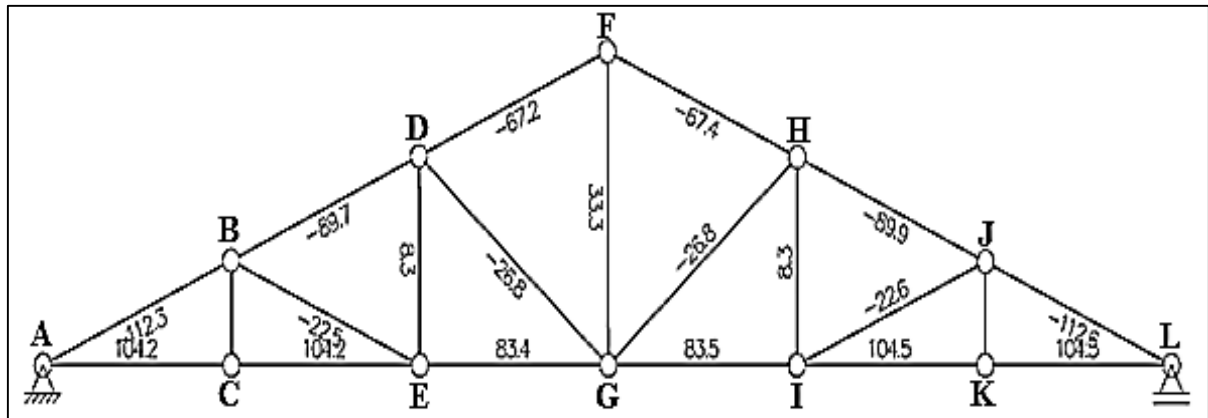


Figura 39: Esforços atuantes nas barras da treliça Pratt.
Fonte: Autora.

Realizou-se esta mesma análise para as alturas de 4, 6, 8, e 10 metros, segue os dados das análises na Tabela 4.

Tabela 4: Dados obtidos na treliça Howe.

	L	h	L/h	N _{máx}	N _{mín}
HOWE	10	2	5	112,6(-)	8,3(+)
	10	4	2,5	66,9 (-)	8,3(+)
	10	6	1,67	54,4(-)	8,3(+)
	10	8	1,25	49,3(-)	8,3(+)
	10	10	1	46,7(-)	8,3(+)

(+) Tração; (-) Compressão.

Fonte: Autora.

A Figura 40, apresenta as normais máximas e mínimas em função de L/h . A partir da análise da mesma, notou-se que o vão com $L/h = 1$ obteve-se uma menor variação entre a máxima e a mínima.

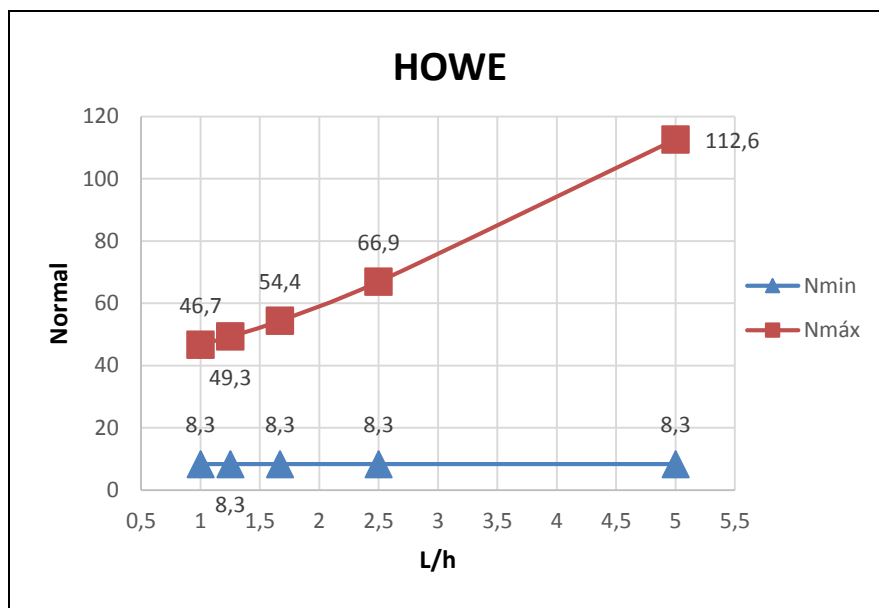


Figura 40: Gráfico 3, $N_{\max}$ e $N_{\min}$ na treliça Howe.
Fonte: Autora.

Na Figura 41, observa-se que os esforços normais máximos solicitantes na treliça Belga, ocorreram nas barras do banzo superior AB, com módulo 134,8 N. Enquanto que as normais mínimas foram encontradas na barra CD. Realizou-se esta mesma análise para as alturas de 4, 6, 8, e 10 metros, segue os dados das análises na tabela 5.

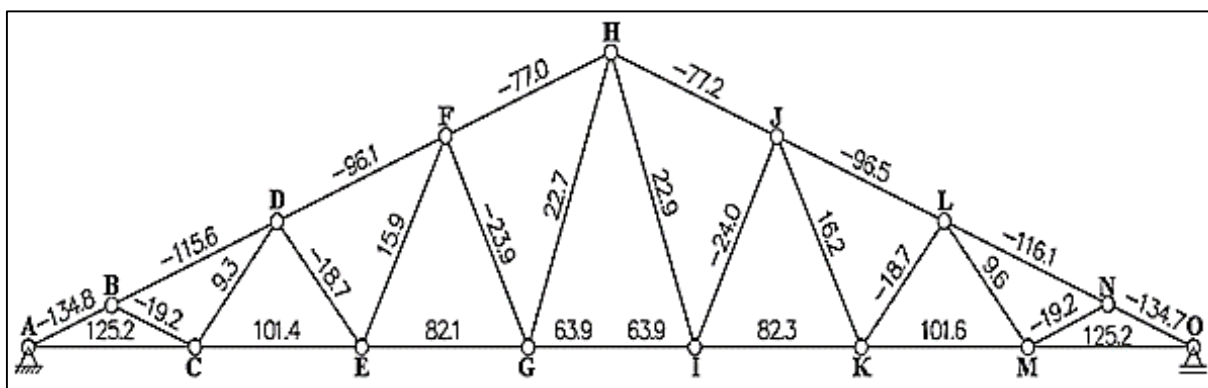


Figura 41: Esforços sofridos nas barras da treliça Pratt.
Fonte: Autora.

Tabela 5: Dados obtidos na treliça Belga.

	L	h	L/h	$N_{\max}$	$N_{\min}$
BELGA	10	2	5	134,89(-)	9,3(+)
	10	4	2,5	80,2(-)	7,6(+)
	10	6	1,67	65,2(-)	7,3(+)
	10	8	1,25	59,2(-)	7,1(+)
	10	10	1	56,1(-)	6,9(+)

(+) Tração; (-) Compressão.

Fonte: Autora.

Após obtidos os dados, as normais máximas e mínimas em função de L/h , são apresentadas na Figura 42. A partir da análise, notou-se que o vão com $L/h = 1$, obteve uma menor variação entre a máxima e a mínima.

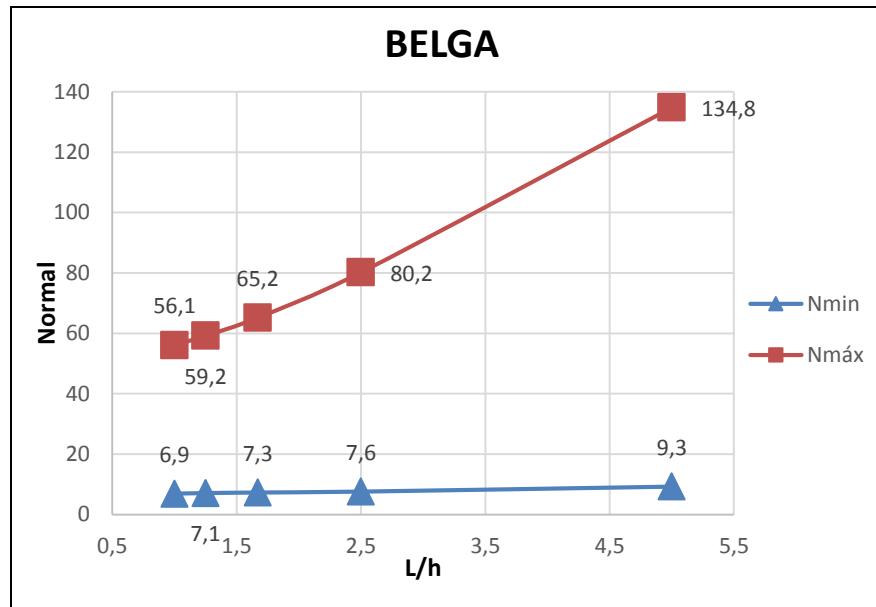


Figura 42: Gráfico 4, $N_{\text{máx}}$ e $N_{\text{mín}}$ na treliça Howe.
Fonte: Autora.

Após a análise de cada tipo separadamente, fez-se a comparação das faixas máximas e mínimas dos 4 tipos de associações. A Figura 43 apresenta as faixas das normais máximas, onde os maiores valores foram obtidos em $L/h = 5$, que mostra que quanto menor a altura maior os esforços sofridos nas barras. A Belga, Pratt e a Howe apresentaram comportamento semelhante, pois as três associações são do tipo tesoura. Entre as três, a Belga apresentou os maiores valores, a Pratt e Howe obtiveram, praticamente, os mesmos valores. Já a Warren apresentou um comportamento diferente, tendo uma variação bem pequena em seu comportamento.

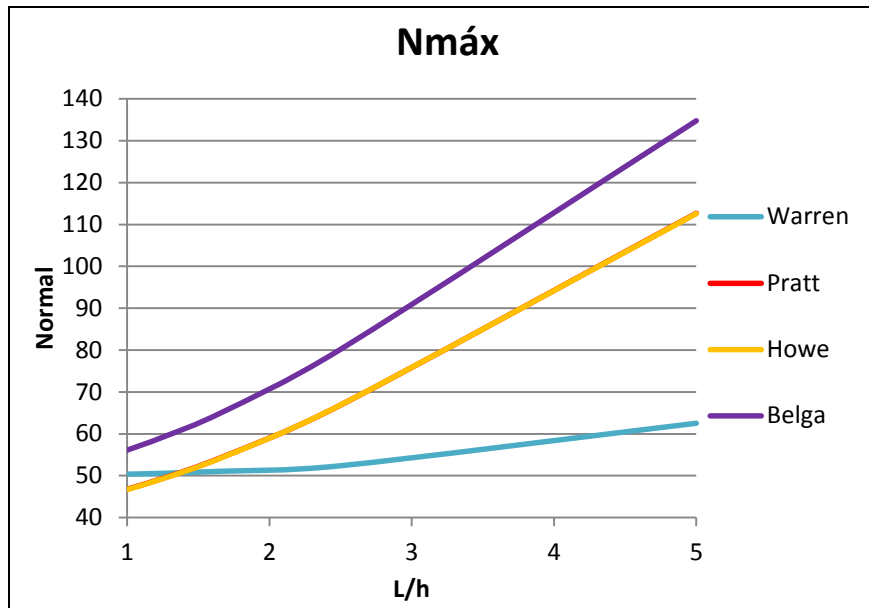


Figura 43: Gráfico 5, Normal máxima (Warren, Pratt, Howe e Belga).
Fonte: Autora.

A Figura 44 apresenta as faixas das normais mínimas, na qual se observa que dos comportamentos apresentados, os valores foram semelhantes para os tipos Warren e a Pratt. Nessas associações, é possível observar que, inicialmente há uma maior variação da normal mínima e com o aumento de L/h essa variação foi ficando constante, a Pratt apresentando maiores valores. A Howe se manteve constante, e a Belga apresentou um comportamento mais ascendente, e não demonstrou-se constante com o aumento de L/h .

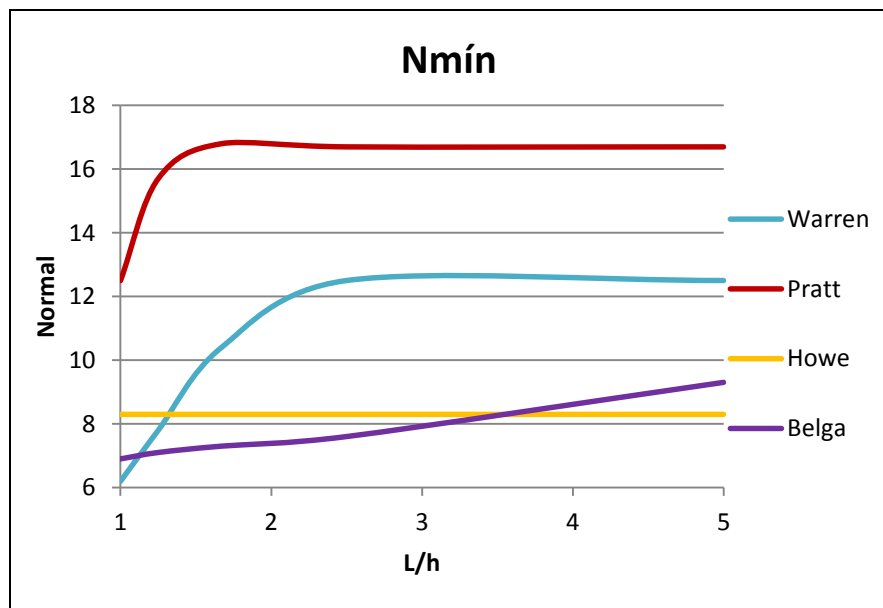


Figura 44: Gráfico 6, Normal mínima (Warren, Pratt, Howe e Belga).
Fonte: Autora.

Com os valores das normais máximas e mínimas, foi possível analisar as faixas totais de cada tipo, como mostra a Figura 45.

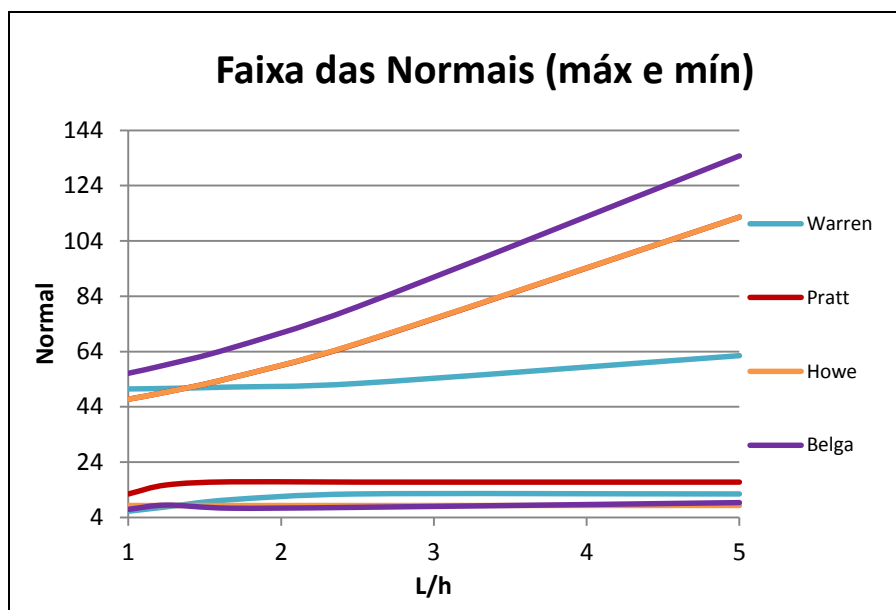


Figura 45: Gráfico 7, Faixa das normais.

Fonte: Autora.

Observou-se que a treliça Belga apresentou a maior faixa de variações, e a Warren a menor, entre todas analisadas. Já a Pratt e a Howe, apresentaram uma faixa semelhante.

4.1.2 Análise dos deslocamentos

Nessa análise buscou-se estudar a influência da variação da altura das treliças nos seus deslocamentos, para variações de altura de 2, 4, 6, 8 e 10 metros, mantendo-se o mesmo vão ($L=10m$). Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 6. É possível observar que os maiores deslocamentos foram obtidos nas menores alturas, ou seja, quanto maior a altura h , menor os deslocamentos sofridos nas treliças.

Tabela 6: Deslocamentos sofridos.

	WARREN	PRATT	HOWE	BELGA	L/h
Deslocamento (mm)	0,006282	0,015924	0,016053	0,016951	5
	0,003918	0,005605	0,006116	0,00628	2,5
	0,004444	0,003925	0,004831	0,004752	1,67
	0,005417	0,003602	0,004854	0,004631	1,25
	0,006527	0,003648	0,005279	0,004921	1

Fonte: Autora.

Na Figura 46, é possível observar o comportamento das associações em termos de deslocamentos com a variação da relação L/h das análises, apresentadas na Tabela 6. As associações do tipo tesoura, isto é, com altura variável ao longo do eixo (Howe, Pratt e Belga) assim como na análise anterior, também apresentaram comportamentos semelhantes com a variação de L/h , apresentando maiores deslocamentos quando a relação L/h aumenta. Já a Warren apresentou um menor deslocamento em $L/h = 2,5$ e deslocamentos muito próximos no menor e maior valor de L/h , o que demonstra que nesse tipo de associação a altura não influenciou muito no seu comportamento quanto ao deslocamento.

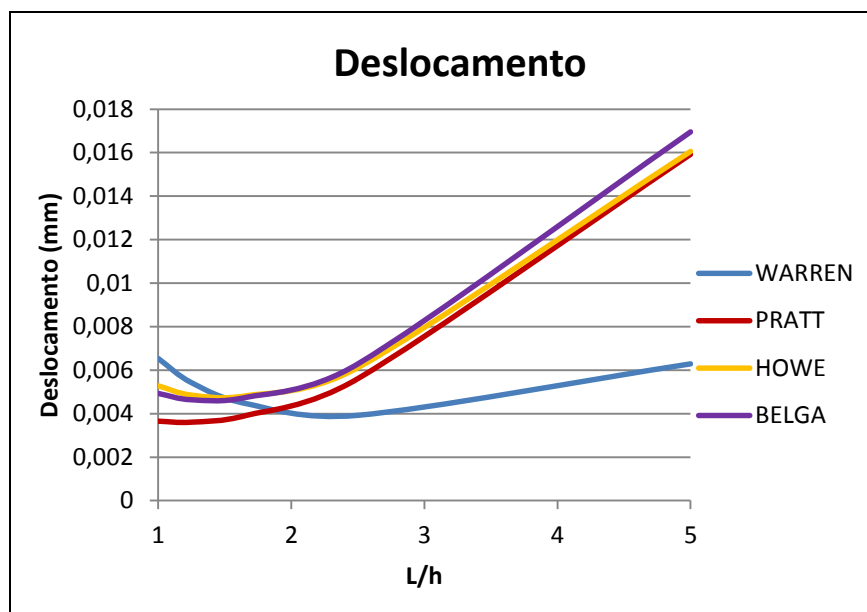


Figura 46: Gráfico 8, Deslocamentos.
Fonte: Autora.

4.1.3 Análise dos banzos e diagonais

Nesta análise observou-se o comportamento do esforço interno do tipo força normal nos banzos e diagonais de treliças Warren. A análise buscou apresentar a variação dos módulos dos esforços nesses elementos com a variação da relação comprimento e altura (L/h). Na Tabela 7, são apresentados os valores obtidos para L/h de 5; 2,5; 1,67; 1,25 e 1.

Tabela 7: Dados dos máximos e mínimos dos banzos e das diagonais.

WARREN				
L/h	Banzo (máx)	Banzo (mín)	Diagonal (máx)	Diagonal (mín)
5	62,5	31,3	59	29,5
2,5	31,3	15,6	52,4	26,2
1,67	20,8	10,4	51,1	25,5
1,25	15,6	7,8	50,6	25,3
1	12,5	6,2	50,4	25,2

Fonte: Autora.

É possível observar que há uma mudança de comportamento para relações L/h maiores que, aproximadamente, 4,5 (Figura 44). Ambos os elementos tendem a ter esforços maiores ao aumentar a relação L/h . Porém, a partir da relação L/h de 4,7 a normal máxima nas diagonais é ultrapassada em módulo pela normal no banzo.

Pelo método de resolução de treliças através de viga de substituição, os esforços nas diagonais são obtidos pelos esforços cortantes da viga equivalente. Os esforços nos banzos são obtidos pelo momento fletor. A mudança de comportamento que ocorre na relação $L/h = 4,7$ mostra que o comportamento de uma viga de substituição para relações L/h menores, tem como influência maior o esforço cortante. Para relações de L/h maiores, os banzos passam a ter esforços maiores e o comportamento da viga de substituição é influenciada pelo momento fletor.

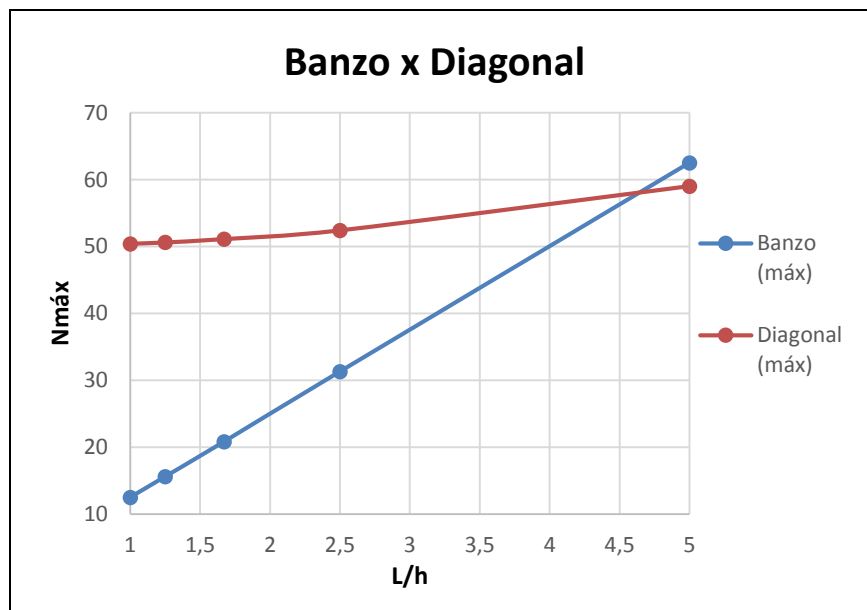


Figura 47: Gráfico 9, máximos nos banzos e diagonais.

Fonte: Autora.

O momento em que ocorre a mudança das normais máximas das diagonais para os banzos é no ponto aproximadamente de $L/h = 4,7$, que equivale a uma altura de aproximadamente de 2,13. Onde mostra que quanto menor a altura maior será a influência das cargas nos banzos, conseqüentemente menor será nas diagonais.

Para as normais mínimas, realizou-se a mesma análise, conforme Figura 48, que apresenta os comportamentos das mesmas, de modo que as maiores normais mínimas nos banzos foram obtidas no ponto $L/h = 5$, e nas diagonais as máximas foram no ponto $L/h=1$. Assim, pode-se observar que o comportamento dos esforços mínimos foi semelhante aos esforços normais máximos. Conclui-se ainda que, se as normais máximas são semelhantes com as mínimos, é possível observar que todas a diagonais e banzos tem essas mudanças próximas da relação $L/h = 4,5$.

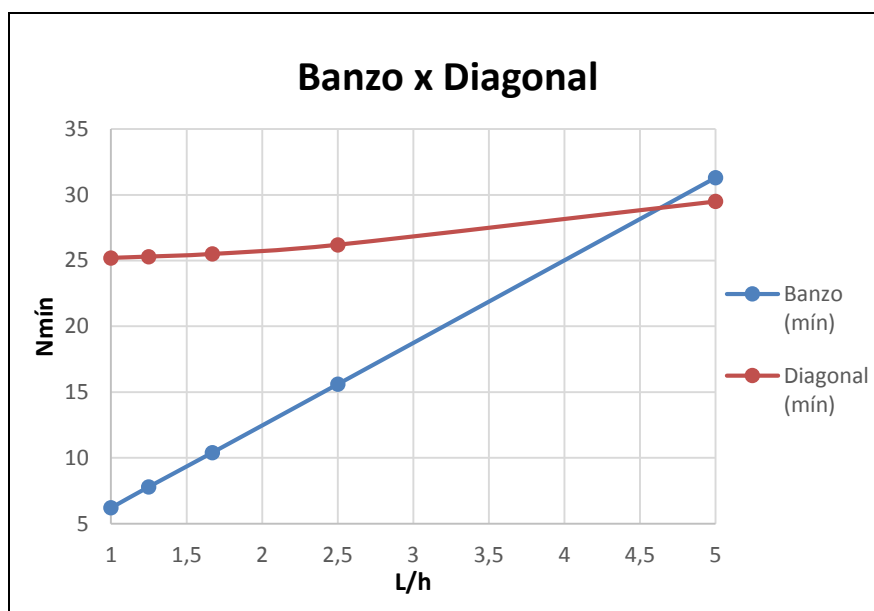


Figura 48: Gráfico 10, máximos nos banzos e diagonais.
Fonte: Autora.

4.2 ANÁLISE II

4.2.1 Análise dos deslocamentos da treliça tipo Warren e uma viga.

Nesta análise, o comportamento da treliça Warren foi comparado ao de uma viga submetida às mesmas condições de carregamento e geometria. Através dos resultados de deslocamentos obtidos para os casos estudados na análise anterior (Item 4.1.3), buscou-se obter as propriedades geométricas da seção transversal de uma viga para que ela tenha os mesmos deslocamentos que a treliça com associação do tipo Warren. As Tabelas 8 e 9 apresentam os resultados obtidos nessas análises.

Tabela 8: Dados da treliça Warren.

L (m)	h (m)	Área (mm ²)	Inercia (mm ⁴)	Seção circular D (mm)	Deslocamento (mm)
10	2	785.398.163.397	49.087.385.212.340.500	1000	0,006282
10	4	785.398.163.397	49.087.385.212.340.500	1000	0,003918
10	6	785.398.163.397	49.087.385.212.340.500	1000	0,004443
10	8	785.398.163.397	49.087.385.212.340.500	1000	0,005417
10	10	785.398.163.397	49.087.385.212.340.500	1000	0,006527

Fonte: Autora.

Tabela 9: Dados da Viga.

L (m)	h (m)	Área (mm ²)	Inercia (mm ⁴)	Seção Retangular		Deslocamento (mm)
				B (mm)	D (mm)	
10	2	3.483.822.000.000	1.010.876.242.986.000.000	1867	1866	0,006283
10	4	4.410.000.000.000	1.620.675.000.000.000.000	2100	2100	0,003919
10	6	4.141.225.000.000	1.429.145.375.052.080.000	2035	2035	0,004444
10	8	3.753.904.000.000	1.172.499.380.565.330.000	1939	1936	0,005417
10	10	3.415.103.000.000	972.963.129.291.916.000	1847	1849	0,006528

Fonte: Autora.

A partir dos dados obtidos, notou-se que a área da viga necessária para obter os mesmos deslocamentos apresentados na treliça Warren, é para todos os casos de altura, muito maior do que a da área da treliça. Consequentemente, isso também ocorre com os momentos de inércia. A Figura 46 apresenta a relação entre a razão das áreas da viga pelas áreas da Warren, e a relação das razões da inércia da viga pela inércia da Warren.

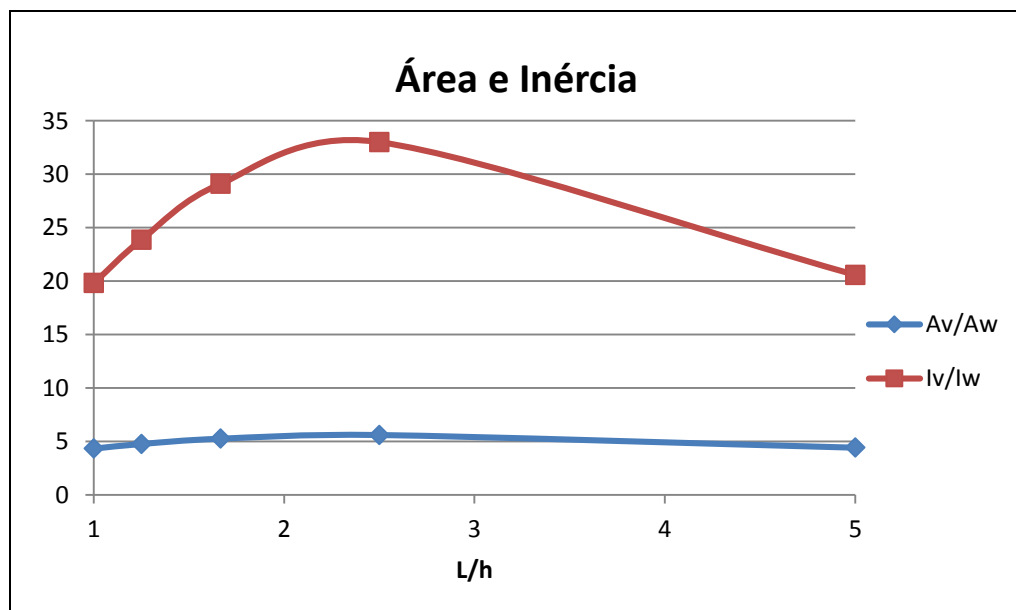


Figura 49: Gráfico 11, Razão da Área da viga (A_v) pela Área da seção transversal das peças que constituem a associação da treliça Warren (A_w) e Razão da Inércia da viga (I_v) pela inércia das peças que constituem a associação da treliça Warren (I_w).

Fonte: Autora.

Observou-se que os maiores valores apresentados, tanto de área como de inércia, foram no ponto $L/h = 2,5$, em que a área chegou a ser cerca de 5 vezes maior e a inércia 30 vezes maior do que as apresentadas na Warren.

Nesta análise, é possível observar que as treliças são capazes de vencer um vão de comprimento elevado com seções transversais menores em comparação a uma viga. Para que as vigas tenham o mesmo deslocamento que as treliças, elas necessitariam de seções transversais robustas.

É importante observar que, independentemente de carregamento e associação, os dois casos (viga e treliça Warren) possuem os mesmos esforços internos. Como pode ser observado, o momento fletor no meio do vão da viga é calculado como $M = \frac{ql^2}{8}$, dessa forma, tem-se:

$$M = \frac{10 \times 10^2}{8}$$

$$M = 125 \text{ kN.m}$$

Na treliça Warren, podemos calcular o momento pelas seções de Ritter, usado quando se deseja determinar o esforço de uma barra isolada qualquer de uma treliça, neste caso como deseja-se saber o momento no meio da treliça, usa-se a barra equivalente ao meio da treliça, em que a mesma está submetida a um esforço normal de tração equivalente a 62,5 kN, como mostra a Figura 50.

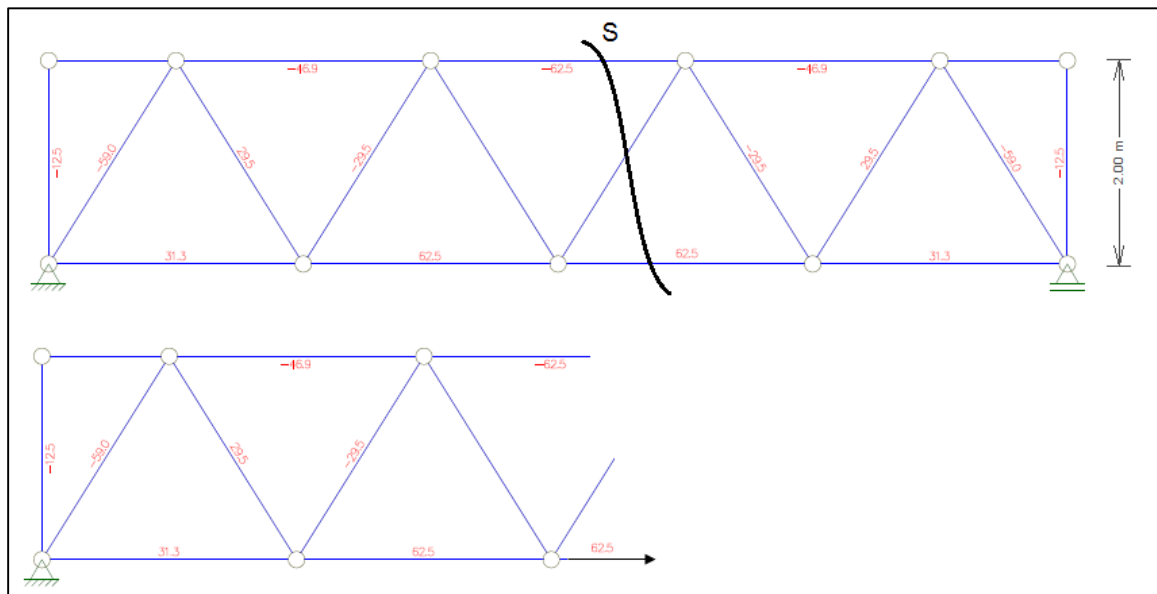


Figura 50: Seção de Ritter
Fonte: Autora.

Sabendo que momento é o produto entre a força e o braço de alavanca, pode-se obter um momento equivalente multiplicando-se a força (62,5 kN) pela altura da treliça (que é igual

a 2 metros, conforme Figura 50), que no caso age como o braço de alavanca gerando o momento, dessa forma tem-se:

$$M = 62,5 \text{ kN} \times 2 \text{ m}$$

$$M = 125 \text{ kN.m}$$

Assim, o momento que surge na viga é o mesmo que o da treliça Warren. Dessa forma pode-se concluir que para os dois casos (viga e treliça Warren) os esforços internos são os mesmos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou a análise do desempenho de 4 tipos de associações de treliças, para 5 alturas diferentes, constituindo 20 modelos analisados. As análises foram divididas em duas etapas, a primeira diz respeito à comparação entre as associações estudadas, relacionando-as com seus respectivos esforços internos do tipo tração e compressão e suas deformações, e uma análise do comportamento dos banzos e diagonais da treliça Warren. A segunda é a análise das áreas e inércias necessárias para que os deslocamentos de uma viga sejam iguais aos da treliça Warren, além de uma análise quanto aos momentos das mesmas.

Na primeira parte da Análise I, chegou-se à conclusão que a associação do tipo Belga possui uma maior faixa de intervalos entre as normais máximas e mínimas, e a Warren apresentou a menor variação da faixa, e também apresentou o menor deslocamento, concluindo-se assim que a Warren foi a que apresentou o melhor comportamento. Na análise dos banzos e diagonais da Warren, concluindo que quanto maior a altura maior será as normais nas diagonais, e quanto menor a altura e maior o comprimento maior será as normais nos banzos.

Na Análise II, observou-se que as áreas necessárias em uma viga para que a mesma obtenha os mesmos deslocamentos em uma treliça do tipo Warren, são muito maiores do que as da treliça, o que conseqüentemente acarreta em um dimensionamento mais robustos das peças e um maior consumo de materiais necessários para resistir aos esforços solicitantes, o que a torna inviável quando comparada com a Warren. Já em relação à comparação aos esforços internos, comprovou-se que as duas estão sujeitas ao mesmo momento fletor e conseqüentemente, aos mesmo esforços cortantes.

De maneira geral, foi possível observar padrões de comportamentos coerentes, condizendo satisfatoriamente com os resultados encontrados na literatura. Constatando-se assim a fundamental importância da análise dos tipos de associações, de modo a escolher o tipo mais eficiente estaticamente, tanto em relação ao desempenho, como em economia de material.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Luiz Carlos de. **Notas de Aula - Elementos estruturais**. Universidade Estadual de Campinas: Faculdade de Engenharia Civil, 2006.

CANSAN, Anderson; MARINI, Douglas; TIMM, Andréa Ucker. **UM ESTUDO DO COMPORTAMENTO FÍSICO DAS ESTRUTURAS ISOSTÁTICAS**. Caxias do Sul - RS, 2014.

FERNÁNDEZ, Bianca Oliveira. **Sistemas de treliças modulares para pontes de madeira: uma boa alternativa para o Estado do Pará**. 2010. 151 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. 7. Ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

JUDICE, Flávia Moll de Souza; PERLINGEIRO, Mayra Soares Pereira Lima. **Notas de aula - RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS IX**. Fluminense, 2005.

LEGGERINI, Maria. **Resistência dos Materiais I- EM**. 2007. (Apostila).

MACHADO JÚNIOR, E.F. (1999). **Introdução à isostática**. Projeto REENG. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Paulo, SP.

MOLITERNO, Antonio. **Caderno de projetos de telhados em estruturas de madeira**. 4. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

SEDANO, Luís Henrique de Aquino. **COMPARATIVO ENTRE TESOURAS SIMPLES E DUPLAS**. 73 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade São Francisco – USF, São Paulo, 2016.

SILVA, Diego A. B. **ANÁLISE ESTRUTURAL - ESTUDO DE CASO FTOOL**. 2011. 50 f. TCC (Graduação) - Curso de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró-RN, 2011.

SOUZA JUNIOR, Dogmar A. de; GESUALDO, Francisco A. R.; RIBEIRO, Livia M. P. **Avaliação do comportamento mecânico de treliças de madeira do tipo Howe, Pratt e Belga otimizadas pelo método dos algoritmos genéticos**. Uberlândia, Mg, p.5-16, 2010.

SOUZA, Marta Francisca Suassuna Mendes de; RODRIGUES, Rafael Bezerra. **Sistemas estruturais de edificações e exemplos**. Campinas SP. Unicamp, 2008.

SÜSSEKIND, J.C. **Curso de Análise Estrutural:** Estruturas Isostáticas– Vol.1, 6ª ed. Editora Globo, Porto Alegre, 1981.