

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ REITORIA DE GRADUAÇÃO
CENTRO MULTIDISCIPLINAR DE PAU DOS FERROS
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

HIAN DE FREITAS MACEDO

**DESENVOLVIMENTO DE ROTINAS PARA CÁLCULO DE FLEXÃO SIMPLES EM
PEÇAS DE CONCRETO ARMADO E REFORÇO COM USO DE POLÍMERO
REFORÇADO COM FIBRA DE CARBONO (PRFC)**

PAU DOS FERROS - RN

2017

HIAN DE FREITAS MACEDO

**DESENVOLVIMENTO DE ROTINAS PARA CÁLCULO DE FLEXÃO SIMPLES EM
PEÇAS DE CONCRETO ARMADO E REFORÇO COM USO DE POLÍMERO
REFORÇADO COM FIBRA DE CARBONO (PRFC)**

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido, campus de Pau Dos Ferros, como requisito para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof^a. Me. Matheus Fernandes De Araújo Silva.

PAU DOS FERROS - RN

2017

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

M141d Macedo, Hian De Freitas.
DESENVOLVIMENTO DE ROTINAS PARA CÁLCULO DE
FLEXÃO SIMPLES EM PEÇAS DE CONCRETO ARMADO E
REFORÇO COM USO DE POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRA
DE CARBONO (PRFC) / Hian De Freitas Macedo. -
2017.
47 f. : il.

Orientador: MATHEUS FERNANDES DE ARAÚJO SILVA .
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Engenharia Civil,
2017.

1. mathcad. 2. concreto armado. 3. rotinas de
cálculo. 4. reforço estrutural. 5. fibra de
carbono. I. SILVA , MATHEUS FERNANDES DE ARAÚJO ,
orient. II. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

HIAN DE FREITAS MACEDO

**DESENVOLVIMENTO DE ROTINAS PARA CÁLCULO DE FLEXÃO SIMPLES EM
PEÇAS DE CONCRETO ARMADO E REFORÇO COM USO DE POLÍMERO
REFORÇADO COM FIBRA DE CARBONO (PRFC)**

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido, campus de Pau Dos Ferros, como requisito para obtenção do título de Engenheiro Civil.

APROVADO EM: 10/05/2017

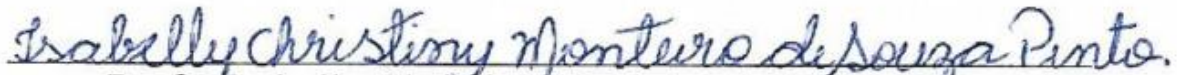
BANCA EXAMINADORA



Prof. MSc Matheus Fernandes de Araújo Silva



Prof. Eder Leonardo do Rego Nascimento



Profa. Isabelly Christiny Monteiro de Souza Pinto

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus que vem me guiando durante toda a jornada da vida.

Aos meus pais, Denno e Riquitânia, que me educaram e guiaram da melhor forma, especialmente minha guerreira e heroína de todos os dias, minha mãe. Assim, como também, aos meus irmãos que sempre me deram o apoio necessário. Amo vocês.

Aos meus avós, aqueles quem os chamo de segundos pais, especialmente, a minha avó Antônia (vó Toinha), Agostinho e Irene (vó Irene) por terem sempre me guiado e ajudado em todos os sentidos durante meus estudos. Pessoas que sempre confiaram em mim e me incentivam a sempre seguir em frente.

Aos meus tios e tias Diana e Jaqueline, Gilseberg e Macêdo, que estiveram presentes em diversos momentos de minha vida, me educando e oferecendo os melhores ensinamentos.

À minha namorada, companheira e melhor amiga, Iuliia. Ela, que mesmo distante está sempre presente, me aconselhando e caminhando juntamente comigo enfrentando todos os obstáculos em busca do sucesso.

Aos meu pessoal de longa data, Joyce, Jesse, Bruna e Fernanda que sempre estiveram presentes nessa constante luta em busca do mérito acadêmico, e que sempre me ajudaram nos momentos de dificuldades. À minha *dear* Ana Bergmann, sempre me aconselhando e motivando mesmo de longe.

Aos meus amigos, Harranna, Airlis e Victor Sombra que foram colocados em meu caminho nesta etapa final de curso e me acolheram quando cheguei ao campus, fornecendo suporte e momentos de alegria.

Aos meus amigos Vidal e Ruana que me proporcionaram bons momentos de diversão e estudos, sempre me ajudando e motivando a vencer esta batalha com paciência e foco.

À minha amiga e colega de classe Sarinny, que me ajudou durante a elaboração deste trabalho e juntos alcançamos essa conquista.

Ao meu professor e orientador Matheus Silva pela paciência e esforço, que ofereceu toda a ajuda e dedicação para a conclusão deste trabalho.

“Ad augusta per angusta. ”

*“Às coisas excelentes pelos caminhos estreitos.
Não se vence na vida sem lutas. ”*

Autor desconhecido

RESUMO

Atualmente o concreto armado é um dos materiais mais utilizados na construção civil mundialmente e é capaz de sustentar grandes esforços nos mais diversos tipos de estruturas. Devido às recorrentes manifestações patológicas que afetam as estruturas de concreto, faz-se necessário o emprego de certos materiais para reforço estrutural, de modo a prolongar a vida útil de uma estrutura velha ou dimensionar uma nova estrutura mais resistente. Estudantes de engenharia civil que visam trabalhar com projetos estruturais, necessitam possuir uma base teórica sólida de como dimensionar estas estruturas focando sempre em itens de segurança e economia. Como um excelente meio de auxílio no aprendizado do dimensionamento à flexão simples de peças de concreto armado e de reforço estrutural, foco deste trabalho, foram elaboradas rotinas de cálculo que otimizam os métodos manuais de dimensionamento. Tais rotinas foram elaboradas semelhante ao método manual de cálculo utilizando o sofisticado programa computacional Mathcad, que é uma poderosa ferramenta capaz de fornecer versatilidade e facilidade na elaboração e utilização dos dimensionamentos. Para este trabalho, foram desenvolvidas três rotinas de dimensionamento. A primeira referida ao dimensionamento à flexão simples de seções de concreto armado com base em modelos manuais de cálculo. A segunda para o dimensionamento de reforço estrutural baseado em modelos manuais de cálculo de outros autores, e a terceira visa a verificação de segurança do reforço previamente dimensionado. As rotinas foram elaboradas de modo a fornecer uma simples interface que possibilita ao usuário inserir dados de entrada da peça de concreto, e obter resultados de forma automática à medida em que se inserem ou alteram os dados da seção. Conclui-se que o Mathcad possibilita um rápido aprendizado de problemas e análises numéricas ensinados em sala de aula, fornecendo também diversas maneiras de se criar e modificar situações de cálculos repetitivos em curtos intervalos de tempo.

Palavras-chave: mathcad, concreto armado, rotinas de cálculo, reforço estrutural, fibra de carbono.

ABSTRACT

Currently, reinforced concrete is one of the materials most used in civil construction worldwide and can sustain great efforts in the most diverse types of structures. Due to the recurrent pathological manifestations that affect concrete structures, it is necessary to use certain materials for structural reinforcement, in order to prolong the lifespan of an old structure or to design a new and more resistant one. Civil engineering students who aim to work on structural projects need to have a solid theoretical basis on how to design these structures, always focusing on safety and economy. As an excellent aid for learning simple flexural design of reinforced concrete sections and structural reinforcement, the aim of this paper was the formulation of calculation routines that optimize manual design methods. These routines were elaborated similar to the manual calculation methods using the sophisticated computer program, Mathcad, which is a powerful tool capable of providing versatility and ease to formulate the design. For this paper, three calculation routines were developed. The first one refers to the simple bending dimensioning of reinforced concrete sections based on manual calculation models. The second one for the structural reinforcement design based on manual models of calculation of other authors, and the third one is the verification of the previously dimensioned reinforcement. The routines were designed to provide a simple interface that allows any user to enter input data from the concrete section and to obtain results automatically as the section data is inserted or changed. It is concluded that Mathcad enables fast problem learning and numerical analysis that is taught in class as well as providing a variety of ways to create and modify repetitive calculus situations in short intervals.

Keywords: mathcad, reinforced concrete, calculation routines, structural reinforcement, carbon fiber.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Comportamento de seção transversal de viga de concreto armado no estágio I.....	19
Figura 2: Comportamento de seção transversal de viga de concreto armado no estágio II.	19
Figura 3: Comportamento de seção transversal de viga de concreto armado no estágio III. ...	20
Figura 4: Interface do MATHCAD®	25
Figura 5: Barra de ferramentas “math”	26
Figura 6: Principais funções e operadores	26
Figura 7: Definição de variáveis.....	27
Figura 8: Definição de funções com resultados expressos	28
Figura 9: Tela com inserção de dados de entrada da seção.	30
Figura 10: Passo 2 do dimensionamento	31
Figura 11: Etapa 3 com as devidas verificações e cálculos.....	32
Figura 12: Etapa final do dimensionamento à flexão simples.....	33
Figura 13: Dados de entrada da fibra de carbono a ser dimensionada.	34
Figura 14: Cálculo do momento fletor solicitante e posição da LN.....	35
Figura 15: Cálculo das deformações e tensões atuantes na seção junto ao reforço.....	36
Figura 16: Ilustração do ponto de reforço A.....	37
Figura 17: Cálculo do momento fletor solicitante junto a verificação.	38
Figura 18: Etapa final da rotina.	39
Figura 19: Etapa de escolha da LN e verificação dos domínios de deformação.	40
Figura 20: Etapa de verificações a saber se há ruptura de reforço.	41
Figura 21: Etapa final de verificação.....	42
Figura 22: Objeto de controle utilizado.....	44

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

d - distância do centro de gravidade da armadura longitudinal tracionada até a fibra mais comprimida de concreto;

d' - distância entre o centro de gravidade da armadura longitudinal comprimida e a face mais próxima do elemento estrutural;

M_{sd} - momento fletor solicitante de cálculo;

M_r - momento fletor resistente de cálculo;

M_{lim} – momento fletor limite;

M_{sk} – momento fletor característico;

b_w - largura da seção transversal da viga;

h - altura total da seção da viga;

z - braço de alavanca;

x - profundidade da linha neutra da seção;

LN - linha neutra;

CG – centro de gravidade da seção;

f_{ck} - resistência característica do concreto;

f_{yd} - resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura;

f_{yk} - resistência característica ao escoamento do aço da armadura;

ϵ_s - deformação da armadura inferior;

ϵ_{cu} - deformação máxima da região comprimida de concreto;

ϵ_{cu} - deformação específica do concreto;

ϵ_{yd} - deformação específica do aço;

F_s - força resultante da seção tracionada da armadura inferior;

F_r - força resultante da seção tracionada de reforço;

F_c - força resultante da seção comprimida de concreto;

A_s - área de armadura de tração;

A_r - área de reforço;

ELU - estado limite último;

PRFC – polímero reforçado com fibra de carbono;

ACI – American Concrete Institute;

NBR – Norma Brasileira

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	11
1.1 JUSTIFICATIVA.....	13
1.2 OBJETIVO GERAL.....	14
1.1.2 Objetivos específicos.....	14
2 METODOLOGIA.....	15
3 REVISÃO DE LITERATURA	16
3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	16
3.2 FLEXÃO SIMPLES.....	18
3.2.1 Estádios e domínios de deformação de acordo com a NBR 6118 (2014)	18
3.2.2 Critérios de dimensionamento.....	21
3.3 REFORÇO ESTRUTURAL COM POLÍMERO REFORÇADO POR FIBRA DE CARBONO (PRFC)	22
3.3.1 Critérios de dimensionamento de reforço à flexão	22
3.4 INTRODUÇÃO AO SOFTWARE MATHCAD®	24
3.4.1 Interface.....	25
3.4.2 Definição de variáveis e funções.....	27
4 ROTINA 1: DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES DE SEÇÕES RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO.....	29
5 ROTINA 2: DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO DE PRFC À FLEXÃO SIMPLES.....	34
6 ROTINA 3: VERIFICAÇÃO DE REFORÇO DE PRFC À FLEXÃO SIMPLES.....	40
7 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	43
8 CONCLUSÕES.....	45
9 REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO	46

1 INTRODUÇÃO

O concreto armado é considerado um dos materiais de maior importância no atual ramo da construção civil. Durante o século XX, foi amplamente utilizado na confecção dos mais variados tipos de estruturas e adotado como material de fundamental importância na engenharia estrutural. Diversas tecnologias foram desenvolvidas correlacionando técnicas construtivas de forma a estudar o comportamento do concreto e o aço aos diversos tipos de solicitações, assim como também suas propriedades com alta precisão (BEBER, 2003).

Apesar da gama de conhecimentos técnicos e científicos relacionados ao concreto armado, problemas pertinentes às solicitações extremas que podem gerar manifestações patológicas nas estruturas ocorrem frequentemente. É bastante perceptível o surgimento de estruturas de concreto armado cada vez mais esbeltas, possuindo as mais variadas dimensões e formas que exigem a utilização de modelos que descrevam o seu comportamento o mais próximo possível da realidade. Dessa forma, essas análises fornecem ao projeto uma margem adequada de segurança estrutural, assim como também a consideração de novas condições de utilização, aumento de cargas e carregamentos excepcionais.

Devido às situações que muitas vezes comprometem o desempenho de uma dada estrutura devido às manifestações patológicas existentes, faz-se necessário o emprego de técnicas de reparo e reforço estrutural de forma a prolongar a vida útil. De acordo com Gamino (2007), houve um grande avanço nas técnicas de reforço estrutural em concreto armado a partir do desenvolvimento de materiais inovadores, como por exemplo os compósitos de fibra de carbono (CFRP – *Carbon Fiber Reinforced Polymer*), compósitos de fibra de vidro (GFRP – *Glass Fiber Reinforced Polymer*) e os compósitos de fibra de aramida (AFRP – *Aramid Fiber Reinforced Polymer*).

Dentre os tipos de materiais citados para reforço estrutural, os polímeros reforçados com fibra de carbono estão entre os mais utilizados devido a diversas propriedades tais como alto desempenho mecânico das fibras de carbono, resistência à corrosão, reforço à flexão, dentre outras. Gamino (2007) afirma que embora esta técnica de reforço estrutural possua ampla execução, ainda não existem no Brasil normas regulamentadoras específicas para projeto, sendo assim os mesmos são executados seguindo recomendações de normas internacionais como as da ACI (*American Concrete Institute*).

Para início de projeto, no dimensionamento e reforço de estruturas de concreto armado são realizadas diversas verificações que dentre elas, para fins desta pesquisa, será considerada somente a verificação à flexão normal simples em peças de seção retangular.

Tais verificações em peças de concreto armado são executadas de modo a comprovar que, sob ação de cargas na estrutura, a peça não vem a superar os estados-limite de serviço, ou seja, quando há a ruptura do concreto comprimido pela deformação excessiva da armadura tracionada (CARVALHO & FILHO, 2007).

Diante disso, visando a otimização e a facilidade no processo de dimensionamento e reforço em peças de concreto armado, foi objetivado neste trabalho a elaboração de rotinas de cálculo com o auxílio do software MATHCAD®. Estas rotinas visam facilitar a base do aprendizado sobre o dimensionamento de estruturas de concreto armado e também tornam-se materiais para futuras consultas e verificações de cálculos.

O MATHCAD® é uma poderosa e sofisticada ferramenta de trabalho que oferece versatilidade, facilidade no manuseio e acesso aos diversos comandos e ações relacionados à equações e modelagens matemáticas que podem ser aplicados em diversas situações. No campo da engenharia civil, este poderoso software vem sendo utilizado como ferramenta de auxílio em cálculos, por exemplo, de dimensionamentos e verificação de estados-limite em estruturas por deixar o processo mais rápido e mais fácil de visualização para posterior consulta.

Por outro lado, de posse de uma interface simples e direta, o MATHCAD® possibilita um novo método de estratégias de aprendizado para estudantes e professores de engenharia civil, principalmente nas disciplinas de estruturas de concreto armado. Através de situações e problemas relacionados ao comportamento destas estruturas elaborados no próprio software, é possível que os usuários usufruam da sua rapidez e eficiência no aprendizado.

Com a crescente utilização de técnicas de execução de reforço estrutural com uso de compósitos de carbono, por exemplo, exige-se do projetista uma alta demanda por cálculos de verificações e fatores de segurança. Geralmente essas verificações são realizadas por métodos tradicionais, mas apesar da disponibilidade de inúmeras ferramentas para tais tarefas, muitas delas não fornecem uma interface amigável e demandam do usuário conhecimentos complexos que requerem tempo extra para adquiri-los. Sendo assim, o MATHCAD® torna-se essencial em ambos no aprendizado da teoria das estruturas e no cálculo de flexão e reforço em peças de concreto armado.

1.1 JUSTIFICATIVA

A pesquisa a ser desenvolvida visou providenciar benefícios desde o auxílio no aprendizado de disciplinas que envolvem situações corriqueiras de cálculo até a otimização do processo manual de dimensionamento de estruturas de concreto armado com base em rotinas de cálculos elaboradas no software MATHCAD®. Além disso, a necessidade de posterior consulta para verificações e novos cálculos de dimensionamentos de tais peças estruturais poderão ser realizados através de rotinas pré-estabelecidas e programadas de modo a oferecer ao usuário facilidade e rapidez com precisão nos cálculos. Isto proporciona um excelente material de apoio e torna o MATHCAD® uma poderosa ferramenta para utilização futura em qualquer situação que envolva problemas algébricos.

1.2 OBJETIVO GERAL

Este trabalho de conclusão de curso objetivou desenvolver rotinas de cálculo com auxílio do software MATHCAD® para cálculo de flexão simples em peças de concreto armado e cálculo de reforço à flexão desses elementos, conforme discorrido em referencial teórico.

1.1.2 Objetivos específicos

- Estudo sobre verificação à flexão de peças de concreto armado de seção retangular até C90;
- Revisão de modelos de cálculo de reforço à flexão com Polímero Reforçado com Fibra de Carbono (PRFC);
- Otimizar de cálculos por meio da elaboração de rotinas específicas para cada tipo de dimensionamento à flexão simples, do concreto e reforço estrutural.

2 METODOLOGIA

Este trabalho abordou um estudo de modo a desenvolver rotinas de cálculos para flexão e reforço de peças de concreto armado, sendo estas rotinas elaboradas por meio de um sofisticado e excelente software no ramo da engenharia e ciências exatas. De modo a alcançar os objetivos da pesquisa, as seguintes etapas foram seguidas:

- 1) pesquisa bibliográfica: objetiva avaliar e estudar sobre a verificação de peças de concreto de seção retangular submetidas à flexão simples, assim como também modelos matemáticos de reforço estrutural com uso de PRFC;
- 2) familiarização com o software: nesta etapa ocorreu a familiarização com o MATHCAD® de forma a se conhecer as suas principais funcionalidades e aplicações na elaboração e solução de problemas;
- 3) avaliação dos dados obtidos: a partir das rotinas de cálculo elaboradas fez-se uma revisão para verificar a consistência destas rotinas desenvolvidas no MATHCAD®;

3 REVISÃO DE LITERATURA

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O concreto no estado endurecido deve atender diversas características que influenciam na sua utilização, dependendo essencialmente das técnicas e cuidados adotados durante sua execução. Neste estado, são de interesse características mecânicas destacando as resistências à tração e compressão que são regidas pela ABNT NBR 6118 (2014) – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.

Em estruturas de concreto armado, lajes, vigas e pilares são considerados os elementos estruturais mais importantes sendo as lajes e vigas submetidas à esforços de flexão normal simples ou composta. Com base nisso, o dimensionamento e a verificação de peças de concreto armado de seções retangulares e seções T sob flexão normal é a tarefa mais comumente executada por engenheiros projetistas (SANTOS, 1983).

Carvalho & Filho (2014) destacam que o cálculo da armadura necessária para resistir aos esforços de flexão é um ponto essencial no dimensionamento de peças de concreto armado. Os detalhamentos são executados no estado-limite último de serviço que ocorre quando se atinge as deformações-limite específicas dos materiais levando a ruptura do concreto.

Com relação ao reforço estrutural, pelo fato de no Brasil ainda não haver uma norma regulamentadora para reforço com CRFP, tais técnicas e detalhamentos são executados baseados em padrões internacionais, como o do ACI (*American Concrete Institute*). Segundo Beber (2003), assim como no dimensionamento e verificação do comportamento de vigas sujeitas à flexão, a análise de vigas reforçadas com compósitos de carbono também se baseia nas hipóteses do estado limite-último, investigando as diversas rupturas possíveis e suas implicações nos elementos reforçados.

Atualmente no mercado da construção civil existem diversos tipos de materiais inovadores destinados ao reforço e reparo de elementos de concreto armado. Os polímeros reforçados com fibra de carbono podem ser encontrados em formas do tipo laminados e tecidos que atuam na estrutura reforçando-a ao cisalhamento e flexão devido à sua aderência interna e externa dentre outras propriedades físicas.

Diversos autores estabelecem que para critérios de dimensionamento do reforço estrutural, deve haver um limite máximo de reforço para garantir segurança na estrutura. É recomendado que o excedente da carga a qual a estrutura deve ser reforçada não ultrapasse 50%

da sua capacidade de carga existente e que, além disso, a estrutura original seja resistente o suficiente para suportar a carga inicial caso o reforço venha a romper (ARQUEZ, 2010).

Diante das exigências do mercado da construção civil cada vez mais rigorosas, e a busca pela solução de problemas em curtos intervalos de tempo, é notável que projetistas de estruturas de concreto armado busquem tirar proveito dos diversos softwares disponíveis no mercado. A escolha do software para tal objetivo irá fornecer facilidade nos cálculos em projetos, rápida tomada de decisões, criação de ideias inovadoras e essencialmente a detecção de erros que antes passaram por despercebidos, gerando grandes consequências.

Para atender as diretrizes propostas nesta pesquisa, para verificações de flexão simples modelos matemáticos para reforço estrutural em vigas de concreto armado, o software MATHCAD® foi adotado como ferramenta essencial de fácil interatividade e rapidez nas análises.

3.2 FLEXÃO SIMPLES

A ação de flexão nos elementos estruturais de concreto armado é causada por um momento fletor oriundo do peso próprio da peça assim como também de ações solicitantes como por exemplo os carregamentos distribuídos. Como já explícito anteriormente, a flexão em estruturas pode ocorrer de diversas formas, porém, para fins deste trabalho será considerada apenas a do tipo simples.

A flexão simples em estruturas é entendida como a flexão devida a atuação de uma carga concentrada perpendicularmente ao eixo de uma seção plana. De forma geral, o estudo destas ações objetiva proporcionar o correto entendimento dos mecanismos resistentes gerados pelo concreto sob compressão e pelas armaduras sob tração. Sendo assim, é possível executar o dimensionamento e a verificação da resistência das seções de concreto armado de maneira coerente sempre considerando segurança estrutural e economia.

Em termos de dimensionamento à flexão de peças de concreto armado, são feitas considerações que serão discutidas adiante no que se referem a critérios como aderência e resistência do concreto, dentre outros. Vale salientar que todas as considerações e hipóteses para o cálculo da armadura de flexão e as devidas verificações quanto a segurança estrutural e desempenho da peça estão de acordo com a NBR 6118 (2014).

A fim de se obter um dimensionamento coerente de uma peça de concreto armado, é necessário o conhecimento prévio não somente das propriedades dos materiais empregados, mas também da geometria da peça, as cargas solicitantes e disposição de armaduras transversais que podem ser analisadas em projeto estrutural ou in loco (SOUZA & RIPPER, 1998).

No decorrer desta seção será explanada de maneira simplificada os principais conceitos teóricos relacionados às verificações de ruína das seções de concreto armado. Com base nisso, será demonstrada uma rotina de cálculo completa elaborada no MATHCAD® de maneira otimizada, possibilitando um rápido aprendizado e discussão de diferentes situações de cálculo.

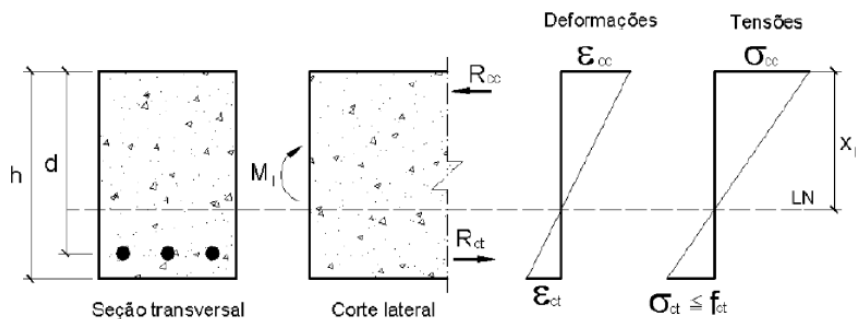
3.2.1 Estádios e domínios de deformação de acordo com a NBR 6118 (2014)

De forma a caracterizar o desempenho de uma seção de concreto armado, aplica-se um carregamento distribuído crescente, iniciando do zero até a ruptura da peça. A medida em que o momento atua ao longo da seção, a peça está sujeita à três estádios de deformação que regem seu comportamento até atingir a ruína.

Os estádios de deformação são definidos por situações em que uma seção de concreto armado é submetida a um carregamento que vai de zero até a sua ruína, passando por três etapas distintas (PINHEIRO, 2007).

O estágio I é caracterizado pelo comportamento elástico da estrutura, ou seja, sob ação inicial de um carregamento que gera tensões de baixa intensidade. As tensões nas fibras comprimidas são proporcionais às deformações, obedecendo a lei de Hooke, e não há aparecimento de fissuras na estrutura (Figura 1). É nesta situação que se calcula o momento de fissuração da peça, servindo como limitante entre os estádios I e II.

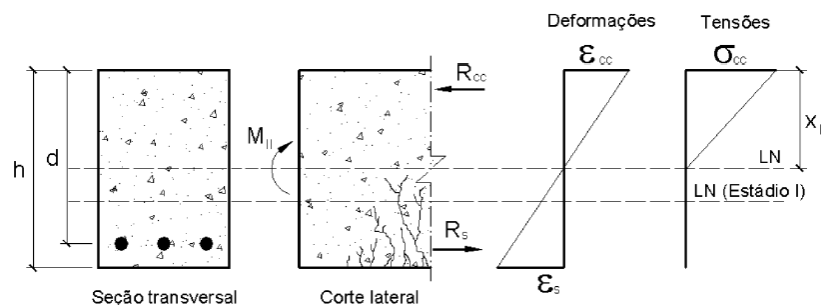
Figura 1: Comportamento de seção transversal de viga de concreto armado no estágio I.



Fonte: Elaborado pelo autor

No estágio II, há o surgimento de fissuras na peça de concreto armado, sendo considerado como o estágio de fissuração (Figura 2). Com um momento fletor de magnitude elevada, faz com que as tensões de tração abaixo da linha neutra da seção atinjam valores acima da resistência característica do concreto à tração (f_{ck}). Diante desta situação, considera-se que apenas o aço está suportando os esforços de tração e a tensão de compressão do concreto permanece linear. São feitas verificações em serviço da peça como por exemplo, limite de abertura de fissuras e deformações excessivas.

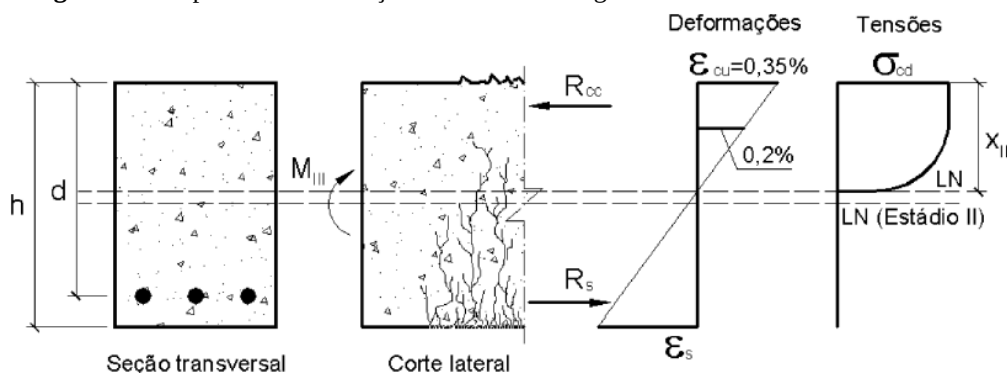
Figura 2: Comportamento de seção transversal de viga de concreto armado no estágio II.



Fonte: Elaborado pelo autor

Já o estágio III é regido pela zona de compressão em estado plástico e o concreto em iminência de ruptura devido à ação do momento fletor agora próximo ao valor de ruína, para concretos de classe até C50. O diagrama de tensões se comporta uniforme e verticalmente com as fibras trabalhando em capacidade máxima, atingindo deformações superiores a 0,2%, próximas a deformação específica de 0,35% (Figura 3).

Figura 3: Comportamento de seção transversal de viga de concreto armado no estágio III.



Fonte: Elaborado pelo autor

Em suma, o estágio III é o caso correspondente ao limite último (ELU), em situações extremas onde há ações majoradas e resistências minoradas. O ELU refere-se à ruína de uma seção transversal onde ao menos um dos materiais atinge seu limite máximo de deformação. Consequentemente, nesta situação são realizados os cálculos de dimensionamento de estruturas de concreto armado, objetivando a projeção de estruturas econômicas e resistentes aos esforços sem colapsar (CARVALHO & FILHO, 2007).

Com base no ELU são definidos os seis domínios de deformação correspondentes às variadas possibilidades de ruptura de uma seção transversal de concreto armado de acordo com a NBR 6118 (2014). Geralmente, as seções submetidas à flexão simples podem estar trabalhando entre os domínios 2 e 3 ou até mesmo no 4, sendo este evitado pois a peça se rompe sem aviso prévio (ruptura frágil).

O domínio 2 é caracterizado pela ocorrência de flexão simples ou composta da peça sem haver ruptura à compressão do concreto, ou seja, a deformação específica do concreto (ϵ_c) não atinge seu valor máximo (ϵ_{cu}), variando de 0 a 0,35%, não sendo totalmente solicitado. Quanto a armadura, que está sob tração, sua tensão de escoamento é da ordem de máxima permitida (1%), o que pode ocasionar pequenas fissuras na peça (aviso prévio), logo caracteriza uma situação econômica de armadura.

No domínio 3 também ocorre flexão simples ou composta, mas com ruptura à compressão do concreto e com o escoamento do aço. A deformação máxima do concreto é da ordem de 0,35% e a deformação na armadura de tração varia de ϵ_{yd} até 1%, que é a máxima permitida. Com isso, ocorre uma situação bastante favorável já que os dois materiais trabalham com aproveitamento máximo (situação mais econômica), e o rompimento ocorre com aviso prévio a partir do aparecimento de fissuras ao longo da seção transversal.

O domínio 4 é caracterizado pela ruptura do concreto sem aviso prévio e sem o escoamento do aço. O concreto irá romper quando atinge seu encurtamento máximo de 0,35%, entretanto o aço não atinge o valor máximo de deformação, portanto caracterizando uma situação não econômica para a armadura. De forma a evitar uma situação prejudicial à segurança estrutural, a NBR 6118 (2014) estabelece a obrigatoriedade do uso de armadura dupla no dimensionamento de seções de concreto no domínio 4.

3.2.2 Critérios de dimensionamento

Para seguir com o dimensionamento de seções de concreto armado, segue-se algumas hipóteses estabelecidas pela NBR 6118 (2014):

- De início, as seções transversais se mantêm planas e perpendiculares ao eixo do elemento estrutural após início da deformação até o estado limite último;
- Admite-se condições de aderência perfeita entre os materiais (concreto e armaduras), sendo as deformações normais das armaduras igual a deformação específica do concreto adjacente;
- A resistência a tração do concreto é totalmente desprezada, já que no estado limite último os esforços de tração são resistidos somente pelas armaduras. De fato, o concreto quando tracionado é de fundamental importância na estrutura quando em condições de serviço;
- No ELU, para o qual é feito o dimensionamento, o concreto tracionado fornece uma contribuição muito pequena para a resistência.

3.3 REFORÇO ESTRUTURAL COM POLÍMERO REFORÇADO POR FIBRA DE CARBONO (PRFC)

Com os diversos avanços tecnológicos e a inserção de novos materiais de construções no mercado construtivo a cada ano, está ficando cada vez mais comum o aparecimento de manifestações patológicas em estruturas devido à inadequação das atuais técnicas construtivas a tais avanços.

Falhas em edificações ocorrem de maneiras variadas e por diversos motivos que vão desde erros de projeto aos erros de técnicas de execução. Por outro lado, há também os fatores externos como umidade, ação de ventos e calor, e fatores relacionados a falta de manutenção da estrutura por parte dos próprios usuários, que acabam por influenciar em boa parte no aparecimento de manifestações patológicas (MACEDO, 2016).

Diante de tais problemas relacionados às falhas em estruturas de concreto armado, uma solução viável que vem se popularizando ao longo dos anos é a utilização de reforço estrutural com polímeros reforçados por fibras de carbono (PRFC). Este tipo de reforço pode e é utilizado em ambas estruturas antigas e novas, possibilitando melhor estabilidade e resistência (PRIVATTO, 2014).

Os compósitos reforçados com fibra de carbono consistem da junção de materiais poliméricos e fibrosos que trabalham juntos de modo a suportar a distribuição de tensões oriundas da estrutura de concreto, e também proteger o material contra agentes agressivos (PERELLES, 2013).

Machado (2002) define alguns dos principais tipos de estruturas para as quais pode ser necessitada a aplicação de reforço estrutural. Dentre elas destacam-se as vigas e lajes sujeitas à flexão e cisalhamento; pilares e colunas sob ações de altas tensões normais solicitantes; tanques e reservatórios, etc.

3.3.1 Critérios de dimensionamento de reforço à flexão

De maneira análoga aos critérios de dimensionamento à flexão simples de seções de concreto armado, para efetuar o dimensionamento do reforço estrutural deve-se seguir alguns critérios, de acordo com Machado (2002):

- Obedecer aos critérios de Bernoulli, seções planas permanecem planas após deformações;

- De acordo com características geométricas previamente conhecidas da seção assim como propriedades dos materiais utilizados, efetua-se os devidos cálculos;
- Despreza-se a resistência à tração do concreto;
- A aderência entre os materiais da peça de concreto e o reforço estrutural é considerada ótima.

Para seguir com os cálculos do dimensionamento do reforço estrutural, é importante destacar que no Brasil ainda não há uma norma que especifique os critérios de segurança e as regras a seguir para dimensionar o reforço de uma seção de concreto armado. Consequentemente, os modelos de cálculo utilizados pelos engenheiros são obtidos através da norma americana ACI-318 (2014) – “*Building Code Requirements for Structural Concrete*”.

A ACI-318 (2014) estabelece o princípio para necessidade de reforço estrutural seja que o momento solicitante na estrutura seja maior que o momento resistente de cálculo. O procedimento para o dimensionamento é um processo iterativo, realizado através de diversas etapas e tentativas sucessivas.

Machado (2002) explana que deve-se iniciar o processo arbitrando uma posição para a LN da seção de acordo com o modo de ruptura desejável e em seguida calculam-se as deformações dos materiais envolventes e as tensões de acordo com as deformações. Em seguida, com as tensões calculadas para cada material da peça (F_s , F_c), é possível calcular o momento fletor resistente. Este deve ser maior que o momento fletor solicitante. Assim sendo, se a condição for obedecida, o processo está completo, senão, inicia-se os cálculos novamente adotando uma nova posição para a LN.

Após calculado o momento fletor resistente, é possível obter a força resistente do reforço estrutural (F_r) e então a área de reforço a ser implantada (A_r). Como se trata de um processo iterativo, é preciso refazê-lo de forma a obter uma situação mais econômica para a quantidade de reforço a ser implantada na peça.

3.4 INTRODUÇÃO AO SOFTWARE MATHCAD®

O MATHCAD® é considerado uma das ferramentas de análise e modelagens matemáticas computacionais mais populares da atualidade, indiferente da área de conhecimento em que é utilizado, seja em análise estrutural, análises químicas, cartografia, etc.

Desde a década de 1980, quando foi inserido no mercado e apresentou de forma clara e consistente ao público as suas possibilidades de otimização e auxílio em problemas matemáticos, este software vem se tornando cada vez mais popular mundialmente (CERNAJEVA, 2013).

Caracterizado como uma sofisticada e poderosa ferramenta fácil de ser utilizada e bastante acessível à todos os níveis de conhecimentos, o MATHCAD® vem sendo cada vez mais utilizado devido à sua semelhança de criação de rotinas e expressões matemáticas com o estilo manual em papel. Através de uma interface simples e amigável (*user-friendly*), o software possibilita uma ampla gama de situações de problemas relacionados com análises matemáticas e também uma coerência entre os dados de entrada do problema e seus resultados de forma clara e concisa (ANSARI & SENOUCI, 1999).

No campo da engenharia, por exemplo, o MATHCAD® vem sendo adotado como uma ferramenta no auxílio de disciplinas relacionadas à análise estrutural. Além disso, é utilizado como meio de discussão de diferentes situações de cálculo já que possibilita uma enorme rapidez na modificação dos dados, criando situações a serem discutidas entre professores e alunos.

Geralmente, na utilização do MATHCAD® é possível elaborar diferentes tipos de rotinas, desde as simples até as mais complexas como por exemplo:

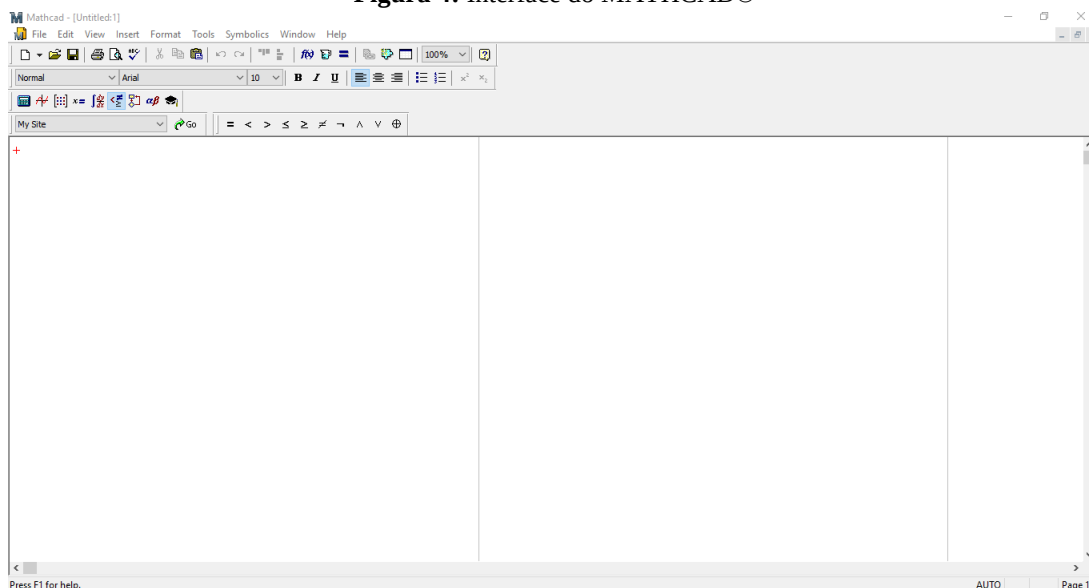
- Elaboração de expressões aritméticas utilizando funções e operadores matemáticos pré-estabelecidos;
- Definir variáveis e funções;
- Conduzir diversas operações com matrizes;
- Calcular derivadas e integrais;
- Resolver sistemas de equações numericamente e analiticamente.

No decorrer desta seção serão apresentados resumidamente alguns conceitos relacionados à interface do MATHCAD®, suas principais funções e modos de utilização. Para fins de utilização neste trabalho, foi utilizada a versão 15 do software adquirida diretamente do site da empresa responsável PTC (*Parametric Technology Corporation*).

3.4.1 Interface

O MATHCAD® apresenta uma interface bastante simples e amigável que possibilita um rápido aprendizado dos comandos básicos iniciais como ilustrado na Figura 4.

Figura 4: Interface do MATHCAD®



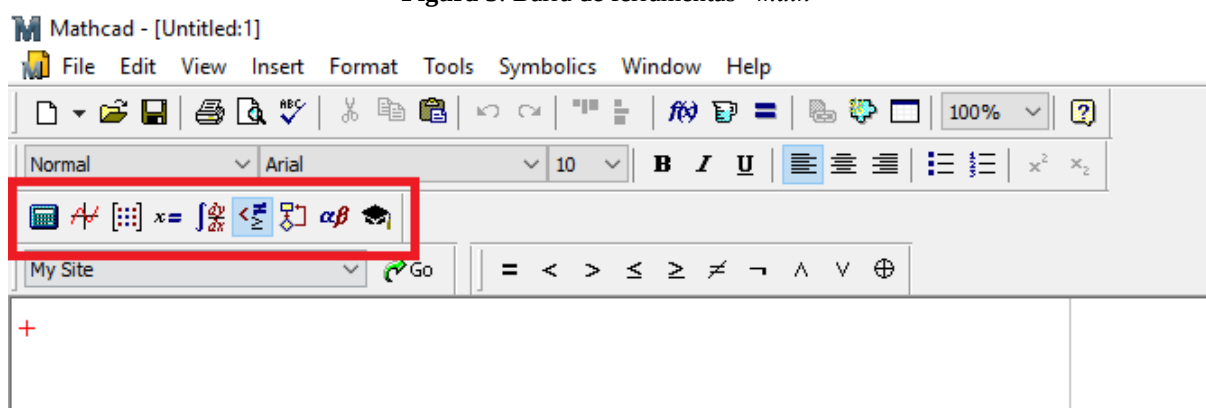
Fonte: Elaborado pelo autor

A tela inicial é composta por uma folha de documento em branco onde é inserido todo o conteúdo do software. É permitida a inserção de elementos textuais e de equações, assim como também de elementos visuais dos tipos gráficos e tabelas.

Dentre as barras de ferramentas visíveis, encontra-se o conjunto de “*math*” onde são dispostos os botões destacados em vermelho (Figura 5) na sequência da esquerda para a direita:

- Operações aritméticas;
- Criação de gráficos;
- Operadores de matrizes;
- Avaliação de resultados;
- Funções matemáticas;
- Comandos de programações;
- Letras gregas;
- Operadores simbólicos.

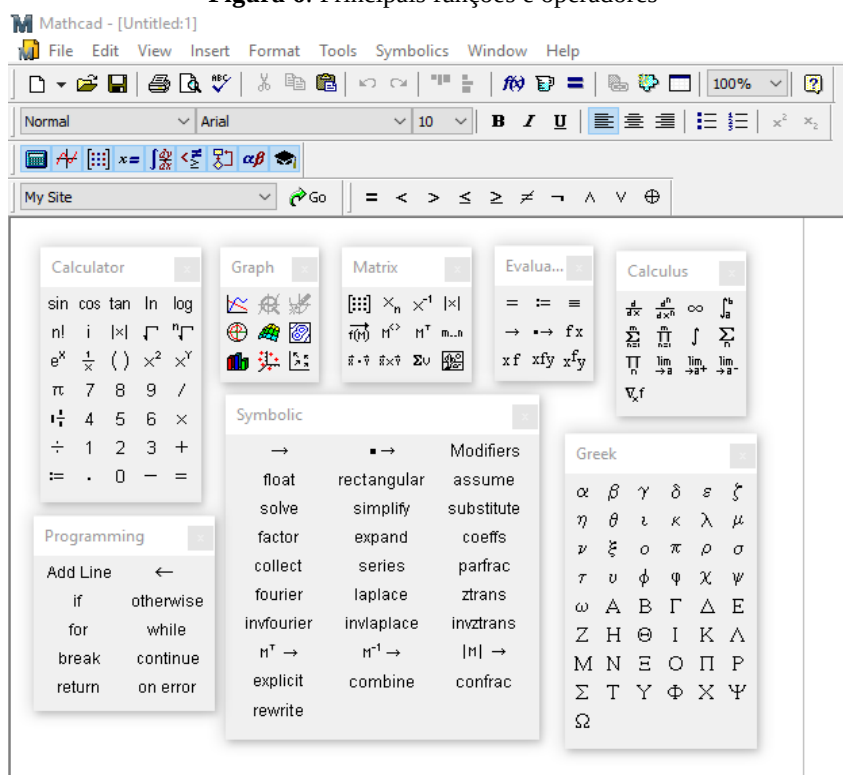
Figura 5: Barra de ferramentas “math”



Fonte: Elaborado pelo autor

Na Figura 6 são mostrados de maneira expandida os principais comandos e operadores utilizados no MATHCAD®. Vale salientar que apesar desse software não possuir uma versão disponível no idioma Português, este fato não impede que o aprendizado do mesmo não ocorra de maneira prática e rápida. Como pode ser visto, a maioria dos comandos de programação, por exemplo, são compostos por simples palavras no idioma inglês de fácil reconhecimento como o comando “*explicit*”, que reescreve uma certa equação de maneira explícita, sem substituição de variáveis numéricas.

Figura 6: Principais funções e operadores

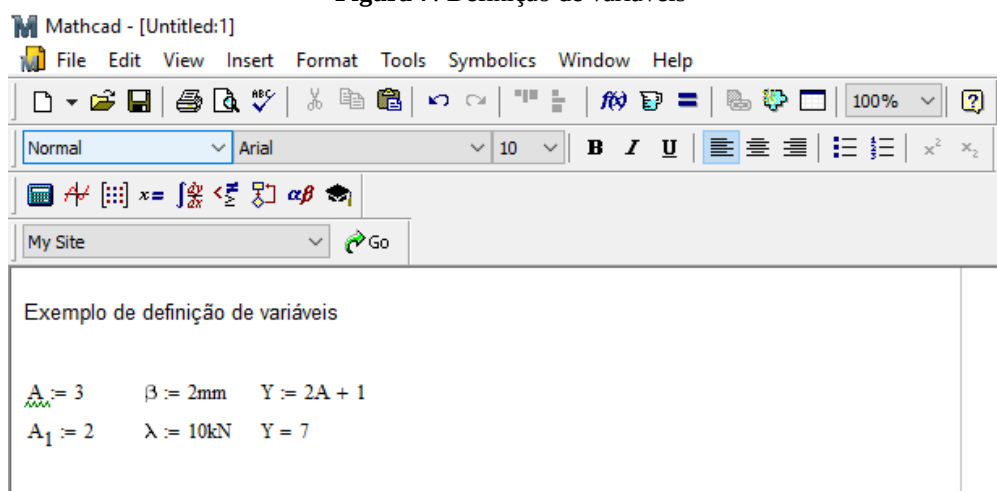


Fonte: Elaborado pelo autor

3.4.2 Definição de variáveis e funções

O primeiro passo para a elaboração de uma equação ou função matemática é a definição de variáveis que podem ser nomes, uma única letra ou símbolos, semelhante a elaboração feita a caneta e papel. Para se definir uma variável, primeiro digita-se a variável em si a receber o valor, seguida de dois pontos, assumindo a forma exemplificada na Figura 7.

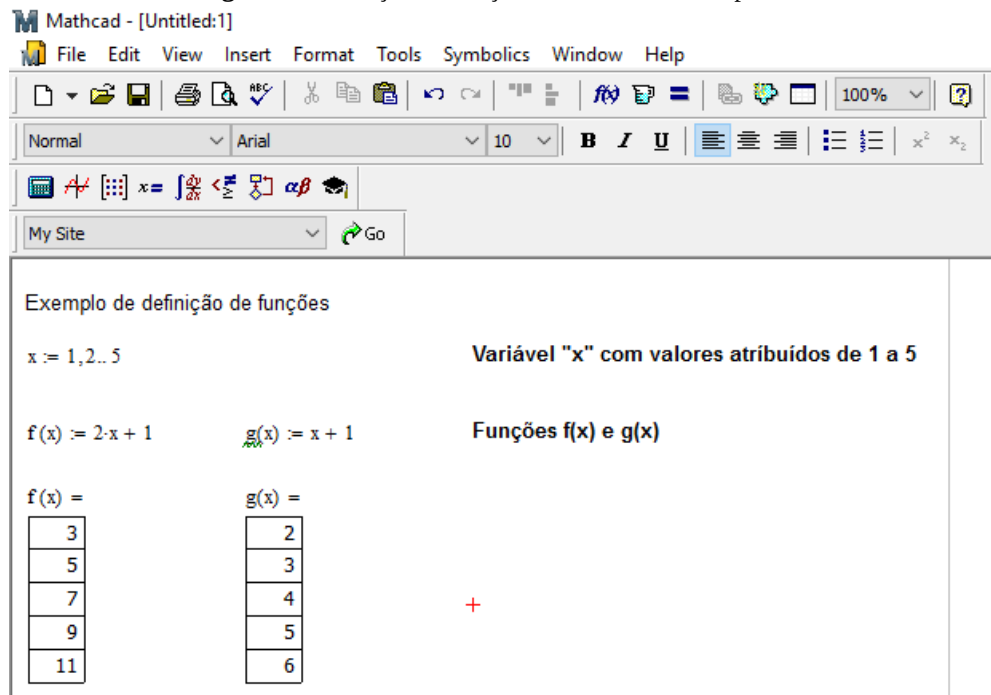
Figura 7: Definição de variáveis



Fonte: Elaborado pelo autor

É importante destacar que uma vez definida uma variável qualquer, a sua utilização deve ocorrer sempre na mesma linha ou abaixo da linha onde a mesma foi definida. Caso contrário, o software não reconhecerá a variável atribuída.

Por outro lado, a definição de funções no programa é similar ao processo de definir variáveis, uma vez que a função propriamente dita é uma variável a se calcular. Para isto, basta escrever no MATHCAD® a função iniciada pela variável, seja $f(x)$, $f(y)$, etc, com os valores dos pontos a serem calculados antes da função. Em seguida, na linha abaixo da função é possível calcular valores para os pontos da função definida, como mostrado na Figura 8. Para se obter os valores calculados de uma respectiva função, basta reescrever a função $f(x)$ seguida do operador “=”.

Figura 8: Definição de funções com resultados expressos

Fonte: Elaborado pelo autor

4 ROTINA 1: DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES DE SEÇÕES RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO

Nesta seção será apresentado uma rotina de cálculos elaborada para automatizar e otimizar o processo manual de dimensionamento à flexão simples de seções retangulares de concreto armado. A rotina foi elaborada com base em um exemplo prévio e consiste de toda a base teórica de cálculo para efetuar o dimensionamento para concretos de classe C20 até C90, assim como também para casos em que necessitar de armadura dupla na seção.

As explicações que seguem objetivam o auxílio no entendimento da rotina e no uso de alguns operadores e comandos de programação para se verificar, por exemplo, os domínios de deformação em que a seção está trabalhando.

Para facilitar a visualização e o entendimento, os dados que estão em cor amarela na rotina são os dados de entrada, ou seja, os valores que são inseridos pelo usuário de acordo com a seção a ser dimensionada.

No início do dimensionamento, é apresentado ao usuário os dados de entrada da seção de concreto armado. O primeiro passo é a inserção dos dados referentes às características geométricas da seção como a largura, altura, dentre outros. Em seguida, são inseridas as características referentes ao concreto e aço, como a resistência característica à compressão (f_{ck}), resistência ao escoamento da armadura (f_{yk}), que podem selecionados da pequena caixa em formato de lista, e também é inserido o momento fletor característico solicitante na seção (M_{sk}).

A medida em que são inseridos os dados de entrada, o MATHCAD® automaticamente realiza todo o processo de cálculo de forma rápida e precisa, sendo os resultados para cada item do dimensionamento destacados dentro de retângulos. Dentre os dados iniciais inseridos, são calculados para valores de projeto o momento fletor solicitante (M_{sd}), a tensão de escoamento e deformação do aço (F_{yd} e ϵ_{yd}), e os coeficientes adimensionais relacionados ao concreto. Todo o processo inicial descrito é ilustrado na Figura 9.

Figura 9: Tela com inserção de dados de entrada da seção.

Dimensionamento à flexão simples - Seção retangular

1) Dados de entrada:

Geometria da seção

$$b_w := 12\text{cm}$$

$$h := 50\text{cm}$$



$$d := 27\text{cm}$$

$$d' := 3\text{cm}$$

Características do Aço

$$f_{yk} :=$$

☐ CA-25
☒ CA-50
☐ CA-60

$$\gamma_s := 1.15$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk} - 1\text{MPa}}{\gamma_s}$$

$$f_{yd} = 434.783\text{-MPa}$$

$$\epsilon_{yd} := \frac{f_{yd}}{E_s}$$

$$\epsilon_{yd} = 0.207\text{-}\%$$

Características do Concreto

$$f_{ck} :=$$

45
50
60
90

$$\gamma_c := 1.4$$

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.4}$$

$$f_{cd} = 64.286\text{-MPa}$$

$$\gamma_l := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$E_s := 210000\text{MPa}$$

Momento Fletor Solicitante

$$M_{sk} := 12.2\text{kN}\cdot\text{m}$$

valor característico

$$M_{sd} := M_{sk} \cdot \gamma_c$$

$$M_{sd} = 17.08\text{-kN}\cdot\text{m}$$

valor de cálculo

$$\alpha_c := 0.85 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck} - 50\text{MPa}}{200\text{MPa}} \right)$$

$$\alpha_c = 0.68$$

$$\lambda := 0.8 - \left(\frac{f_{ck} - 50\text{MPa}}{400\text{MPa}} \right)$$

$$\lambda = 0.7$$

Fonte: Elaborado pelo autor

No passo 2, é determinado o momento fletor limite (M_{lim}) que a seção consegue resistir com a sua altura real e a armadura apenas tracionada, trabalhando no limite da relação $x = 0,45 \cdot d$, que é o limite entre os domínios 3 e 4. Após calculado o momento fletor limite, é feita a verificação da necessidade de armadura simples ou dupla. Nota-se que para a resolução da função M_{lim} foram utilizados dois comandos de programação, “*explicit*” e “*simplify*” que

servem apenas para simplificar a equação de forma analítica e torna-la visível de forma mais clara, e com isso voltando o valor de cálculo final para M_{lim} . A partir do valor de M_{lim} , é feita a comparação com o momento solicitante M_{sd} , onde foram usados os operadores de comparação e o comando “*otherwise*” em caso de o valor retornado não obedecer a primeira condição, então retorna o resultado da segunda condição, no caso “Necessita Armadura Simples”. Portanto, a depender do resultado da verificação, segue com as próximas instruções, como mostrado na Figura 10.

Figura 10: Passo 2 do dimensionamento

2) Cálculo do momento limite M_{lim} e verificação do tipo de armadura a ser dimensionada:

$$x_{lim} := 0.45 \cdot d$$

$$M_{lim} := \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot 0.45 \cdot d \cdot b_w \cdot (d - 0.5 \cdot \lambda \cdot 0.45 \cdot d) \quad \left| \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{simplify} \end{array} \right. \rightarrow \lambda \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \alpha_c \cdot (-0.10125 \cdot \lambda + 0.45)$$

$$M_{lim} = 101.488 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

+

$$\text{Verificação}_1 := \begin{cases} \text{"Necessária Armadura Dupla"} & \text{if } M_{sd} > M_{lim} \\ \text{"Necessária Armadura Simples"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação}_1 = \text{"Necessária Armadura Simples"}$$

Observação:

Para armadura simples, seguir passo 3

Para armadura dupla, seguir passo 4

Fonte: Elaborado pelo autor

Como a verificação mostrou a necessidade de dimensionar a seção com armadura simples, então segue para o passo 3 da rotina, onde é feito o equilíbrio dos momentos em relação ao CG da peça, de forma a encontrar a posição da linha neutra. Após o MATHCAD® determinar, a partir dos operadores comparativos, o valor mais adequado da LN, segue para o cálculo do braço de alavanca e as verificações do domínio de deformação da peça. De forma análoga ao passo anterior, foram usados os comandos de programação “*explicit*” e “*collect*”, este último que serve para colocar em evidência na equação a variável requerida, no caso “*x*” que é a posição da linha neutra a ser determinada através da resolução da equação do segundo

grau. A Figura 11 ilustra o procedimento descrito com as devidas instruções que acompanham os cálculos na rotina.

Figura 11: Etapa 3 com as devidas verificações e cálculos.

3) EM CASO DE DIMENSIONAMENTO DE ARMADURA SIMPLES:

$$-M_{sd} + 0.85 \cdot x \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0.8 \cdot \left(d - 0.8 \frac{x}{2} \right) \left| \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{collect, } x \end{array} \right. \rightarrow -0.272 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot x^2 + 0.68 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd} \cdot x - M_{sd}$$

$$\Delta := (0.68 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd})^2 - 4 \cdot (-0.272 \cdot b_w \cdot f_{cd}) \cdot (-M_{sd})$$

$$x_1 := \frac{-0.68 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd} + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot (-0.272 \cdot b_w \cdot f_{cd})} \quad x_2 := \frac{-0.68 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd} - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot (-0.272 \cdot b_w \cdot f_{cd})}$$

$$x_1 = 1.228 \cdot \text{cm}$$

$$x_2 = 66.272 \cdot \text{cm}$$

(escolher valor de "x" mais adequado)

x :=	x_1 if $0 < x_1 < h$
	x_2 if $0 < x_2 < h$

$x = 1.23 \cdot \text{cm}$

Cálculo do braço de alavanca, z:

$$z := d - 0.4 \cdot x$$

$z = 26.509 \cdot \text{cm}$

Agora, é feita a verificação dos domínios:

Nos limites dos domínios 2 e 3, o valor limite para L.N é dado por:

$$X_{23} := 0.259 \cdot d$$

$X_{23} = 6.99 \cdot \text{cm}$

Nos limites dos domínios 3 e 4, o valor limite para L.N é dado por:

$$X_{\text{lim}} := 0.45 \cdot d$$

$X_{\text{lim}} = 12.15 \cdot \text{cm}$
--

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 12 ilustra a continuação da verificação do domínio em que a peça está trabalhando, e segue com os devidos cálculos da área de aço (A_s) da seção e a quantidade de barras a ser utilizada. Para efeitos do cálculo da quantidade de barras a ser utilizada na seção de concreto armado, foi criada uma lista com vários tipos de diâmetros a ser escolhido pelo usuário, tornando o processo final mais eficiente.

Figura 12: Etapa final do dimensionamento à flexão simples.

$$\text{Verificação}_2 := \begin{cases} \text{"DOMÍNIO 2"} & \text{if } x \leq X_{23} \\ \text{"DOMÍNIO 3"} & \text{if } X_{23} \leq x \leq X_{lim} \\ \text{"DOMÍNIO 4"} & \text{if } x \geq X_{lim} \end{cases}$$

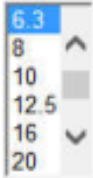
$$\boxed{\text{Verificação}_2 = \text{"DOMÍNIO 2"}}$$

Após as verificações a saber em qual domínio a peça está trabalhando, é calculada a área de aço:

$$A_s := \frac{M_{sd}}{z \cdot f_{yd}}$$

$$\boxed{A_s = 1.482 \cdot \text{cm}^2}$$

Com a área de aço calculada, é possível agora dimensionar a quantidade de barras a ser utilizada na peça. A seguir, escolha o diâmetro desejado a se dimensionar as armaduras:

$$\phi :=$$


$$\boxed{\phi}$$

$$A_{\phi} := \frac{\pi \cdot \phi^2}{4}$$

$$\boxed{A_{\phi} = 0.312 \cdot \text{cm}^2}$$

Portanto a quantidade de barras que serão utilizadas na seção será:

$$n := \frac{A_s}{A_{\phi}} \quad \boxed{n = 5}$$

Fonte: Elaborado pelo autor

Com isso, o processo de dimensionamento é finalizado com a devida área de aço calculada e a quantidade de barras longitudinais a serem utilizadas na seção a depender da escolha do diâmetro pelo usuário.

5 ROTINA 2: DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO DE PRFC À FLEXÃO SIMPLES

Esta rotina de cálculo segue os mesmos procedimentos iniciais para inserção de dados de entrada referentes à seção de concreto armado e as características do concreto e aço, com exceção de que agora a seção está utilizando armadura dupla. Entretanto, esta etapa inicial será omitida para este exemplo. Para elaboração desta rotina foram adotados os critérios de dimensionamento baseados na ACI-318 (2014) e as formulações explanadas por Machado (2002).

O segundo passo do dimensionamento é a inserção dos dados característicos do reforço em questão. Neste caso, foi utilizado como exemplo a fibra de carbono Sika Wrap HEX-230C, onde foram extraídas do site do fabricante todos os dados necessários para seguir com o dimensionamento, como mostrado na Figura 13.

Figura 13: Dados de entrada da fibra de carbono a ser dimensionada.
Características da fibra de carbono (Sika Wrap HEX - 230C)

$E_r := 230000 \text{ MPa}$	(módulo de elasticidade)
$\varepsilon_{\text{máx}} := 1.5\% \rightarrow 0.015$	(alongamento máximo de ruptura)
CE := ☐ ambiente interno ☒ ambiente externo ☐ ambiente agressivo	(coeficiente de redução de acordo com tipo de exposição)
$f_{\text{rup}} := CE \cdot 350 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ $f_{\text{rup}} = 297.5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$	(tensão resistente última do reforço)
$\varepsilon_{\text{rup}} := CE \cdot \varepsilon_{\text{máx}}$ $\varepsilon_{\text{rup}} = 1.275\%$	(alongamento máximo de ruptura)

Fonte: Elaborado pelo autor

Na etapa seguinte, é calculado o momento fletor solicitante devido ao peso próprio da seção, e então a posição da LN, ilustrado pela Figura 14.

Figura 14: Cálculo do momento fletor solicitante e posição da LN.

Cálculo do momento fletor solicitante e posição da LN:

Considerando apenas o peso próprio

$$g_d := bw \cdot h \cdot \gamma \cdot 1.4$$

(carga distribuída devido a o peso próprio)

$$g_d = 0.057 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}}$$

(1,4 = coeficiente de majoração de cargas para combinações normais diretas desfavoráveis, NBR 6118)

$$M_{sd} := g_d \cdot \frac{L^2}{8}$$

$$M_{sd} = 2559.375 \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

(momento fletor solicitante devido ao peso próprio)

Equilíbrio dos momentos com relação ao CG da peça:

$$-M_{sd} + 0.85 \cdot x \cdot f_{cd} \cdot bw \cdot 0.8 \cdot \left(d - 0.8 \frac{x}{2} \right) \left| \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{collect, } x \end{array} \right. \rightarrow -0.272 \cdot bw \cdot f_{cd} \cdot x^2 + 0.68 \cdot bw \cdot d \cdot f_{cd} \cdot x - M_{sd}$$

$$\Delta := (0.68 \cdot bw \cdot d \cdot f_{cd})^2 - 4 \cdot (-0.272 \cdot bw \cdot f_{cd}) \cdot (-M_{sd})$$

$$x_1 := \frac{-0.68 \cdot bw \cdot d \cdot f_{cd} + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot (-0.272 \cdot bw \cdot f_{cd})}$$

$$x_2 := \frac{-0.68 \cdot bw \cdot d \cdot f_{cd} - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot (-0.272 \cdot bw \cdot f_{cd})}$$

$$x_1 = 1.433 \cdot \text{cm}$$

$$x_2 = 147.067 \cdot \text{cm}$$

(escolher valor de "x" mais adequado)

$$x := \begin{cases} x_1 & \text{if } 0 < x_1 < h \\ x_2 & \text{if } 0 < x_2 < h \end{cases}$$

$$x = 1.43 \cdot \text{cm}$$

Fonte: Elaborado pelo autor

Com a posição da LN calculada, procede-se para o cálculo das deformações e tensões atuantes na seção juntamente as fibras de carbono, como mostrado na Figura 15.

Figura 15: Cálculo das deformações e tensões atuantes na seção junto ao reforço.

A partir da determinação da linha neutra (x) da porção inferior de concreto na seção, calcula-se a força referente à armadura inferior:

$$F_{si} := \frac{M_{sd}}{d - 0.8 \frac{x}{2}} \quad \boxed{F_{si} = 43.507 \cdot \text{kN}}$$

Dessa forma, a deformação na armadura inferior devido à força atuante F_s pode ser encontrada por:

$$f_{si} := \frac{F_{si}}{A_s} \quad f_{si} = 4.616 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \text{(tensão de escoamento da armadura inferior)}$$

$$\epsilon_s := \frac{f_{si}}{E_s} \quad \boxed{\epsilon_s = 0.022\%} \quad \text{(deformação inicial da armadura inferior)}$$

A partir disso, é possível calcular o valor da deformação inicial da base inferior da viga por semelhança de triângulos:

$$\epsilon_{bi} := \epsilon_s \cdot \frac{h - x}{d - x} \quad \boxed{\epsilon_{bi} = 0.024\%}$$

Cálculo do momento resistente junto ao reforço na viga:

$$\epsilon_{cu} := 1\% \quad \epsilon_{cu} = 0.35\%$$

$$X_{23} := d \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_s} \quad \boxed{X_{23} := 16\text{cm}} \quad \text{(posição da linha neutra no limite dos domínios 2 e 3)}$$

A partir de então, calculam-se as tensões atuantes nos diversos materiais na viga:

$$F_c := 0.85 \cdot \frac{f_{ck}}{1.4} \cdot 0.8 \cdot X_{23} \cdot b_w \quad \boxed{F_c = 485.714 \cdot \text{kN}} \quad \text{(tensão atuante na seção comprimida de concreto)}$$

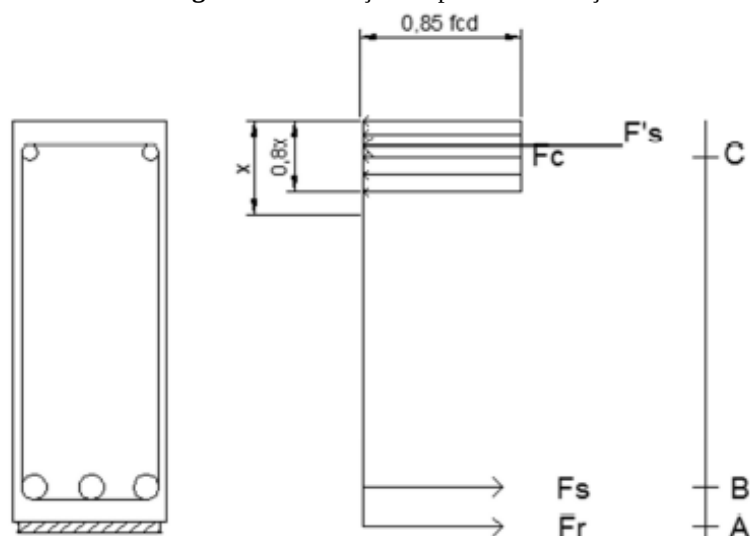
$$F_{s'} := (A_{s'}) \cdot (f_{yd_{sup}}) \quad \boxed{F_{s'} = 10.671 \cdot \text{kN}} \quad \text{(tensão atuante na armadura de compressão)}$$

$$F_s := (A_s) \cdot (f_{yd_{inf}}) \quad \boxed{F_s = 40.977 \cdot \text{kN}} \quad \text{(tensão atuante na armadura de tração)}$$

Fonte: Elaborado pelo autor

Após calculadas as tensões atuantes em cada material da peça estrutural, segue-se para a determinação do momento fletor resistente no ponto de reforço da peça, ou seja, na região de reforço como mostrado na Figura 16.

Figura 16: Ilustração do ponto de reforço A.



Fonte: Elaborado pelo autor

O somatório dos momentos é feito em relação ao ponto A, seguindo da verificação se o momento fletor resistente (M_r) é maior que o momento fletor solicitante na seção de concreto armado. Se a assertiva for verdadeira, então o processo está completo. A Figura 17 exhibe os procedimentos descritos.

Figura 17: Cálculo do momento fletor solicitante junto a verificação.

$$M_R := F_c \cdot \left(h - 0.8 \frac{X_{23}}{2} \right) + F_s \cdot (h - d') - F_s \cdot (h - d)$$

$$M_R = 28871.254 \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

$$\text{Verificação} := \begin{cases} \text{"OK!"} & \text{if } M_R \geq M_{sd} \\ \text{"Verificar L.N."} & \text{otherwise} \end{cases}$$

(se M_R for maior ou igual ao M_{sd} , então o processo está completo, caso contrário, estabelecer um novo valor para L.N. e repetir os cálculos)

$$\text{Verificação} = \text{"OK!"}$$

Após a verificação, é possível encontrar o valor da força atuante na região de reforço por meio do somatório dos momentos em relação à outro ponto da seção, como por exemplo, o ponto B, e isolando o termo F_r :

$$F_c \cdot \left(d - 0.8 \frac{X_{23}}{2} \right) + F_s \cdot (d - d') + F_r \cdot t - M_R$$

(somatório dos momentos em relação ao ponto B de forma a encontrar a força atuante no reforço, F_r)

$$F_r := \frac{- \left[F_c \cdot \left(d - 0.8 \frac{X_{23}}{2} \right) + F_s \cdot (d - d') - M_R \right]}{t}$$

$$F_r = 510.06 \cdot \text{kN}$$

(tensão atuante no reforço da viga)

Fonte: Elaborado pelo autor

Como no exemplo desta rotina a verificação para o momento fletor resultou em um valor correto, logo a LN calculada está em conformidade com os parâmetros do dimensionamento. Como resultado, segue para a etapa final do dimensionamento que é o cálculo da deformação real na região de reforço devido a tensão atuante (F_r).

A deformação na linha do reforço é encontrada por semelhança de triângulos, logo a deformação real da camada de reforço, segundo critérios da ACI-318 (2014) será a subtração da deformação da região de reforço da deformação da base inferior. É calculada também a tensão resistente do reforço e enfim, a área a ser implantada na peça estrutural, de acordo com a Figura 18 Lembrando que deverá sempre procurar uma situação mais econômica e favorável à segurança.

Figura 18: Etapa final da rotina.

$$\varepsilon_r := \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (h - X_{23})}{X_{23}} \quad \varepsilon_r = 1.072\% \quad (\text{deformação da região de reforço})$$

$$\varepsilon_{r'} := \varepsilon_r - \varepsilon_{bi} \quad \boxed{\varepsilon_{r'} = 1.048\%} \quad (\text{deformação real da região de reforço, menor que a deformação de ruptura, } \varepsilon_{rup}=1.275\%)$$

Por seguinte, calcula-se a tensão resistente do reforço, comparando-a com a tensão de ruptura última do reforço fornecida pelo fabricante:

$$f_r := (\varepsilon_{r'}) \cdot (E_r) \quad \boxed{f_r = 240.987 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} \quad (\text{tensão de ruptura do reforço})$$

$$\boxed{f_{rup} = 297.5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} \quad (\text{tensão de ruptura última do reforço})$$

4) Cálculo da área de reforço a ser disposta na viga:

$$A_r := \frac{F_r}{f_r} \quad \boxed{A_r = 2.117 \cdot \text{cm}^2}$$

Fonte: Elaborado pelo autor

6 ROTINA 3: VERIFICAÇÃO DE REFORÇO DE PRFC À FLEXÃO SIMPLES

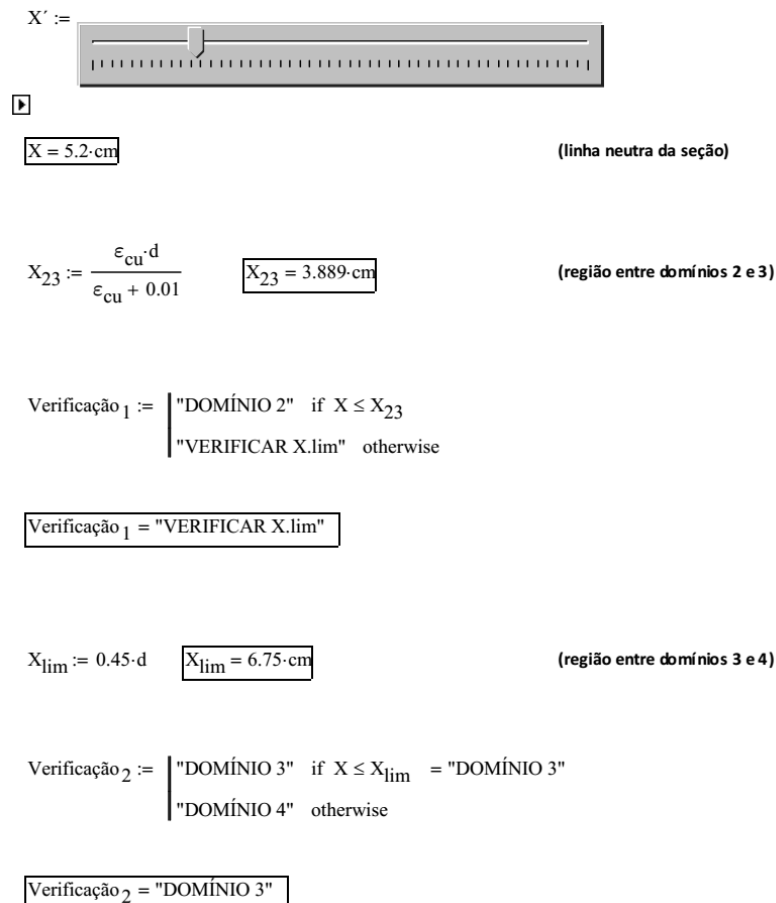
Para isso a elaboração da seguinte rotina, foi seguida uma lógica de cálculo inversa as rotinas 1 e 2, a realizar verificações quanto a capacidade resistente do reforço estrutural. Ou seja, de posse de dados da seção como sua geometria, armadura e reforço, é possível chegar a uma conclusão, de forma iterativa, se o reforço está ou não realmente suportando as ações solicitantes na seção.

Foi utilizado como base o estudo de Ferrari, Padaratz & Loriggio (2002), onde os autores realizaram experimentos comparativos em laboratório com diversas situações de reforço em vigas de concreto armado.

Novamente, de forma análoga as rotinas 1 e 2, tem-se inicialmente a inserção de dados de entrada referentes à seção de concreto armado e do material de reforço. Neste caso, será apresentada a rotina a partir da etapa 3, como mostrado na Figura 19.

Figura 19: Etapa de escolha da LN e verificação dos domínios de deformação.

3) Verificação dos domínios de deformação:



Fonte: Elaborado pelo autor

Percebe-se que para este caso, foi utilizado um objeto de controle chamado de “*slider*” que será explicado na seção seguinte. Com ele é possível deslizar o cursor sobre a barra e escolher qualquer valor para “X” dentro do intervalo pré-definido, evitando cálculos repetitivos em caso de não conformidade com as próximas verificações de domínios de deformação e ruptura de reforço ilustradas na Figura 20.

Figura 20: Etapa de verificações a saber se há ruptura de reforço.

4) Verificação da deformação real da região de reforço:

$$\varepsilon_r := \varepsilon_{cu} \cdot \frac{h - X}{X}$$

$\varepsilon_r = 1.31667\%$ (deformação na linha do reforço)

$$\varepsilon_{inf} := \frac{f_{yd}}{21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}$$

$\varepsilon_{inf} = 0.207\%$ (deformação na base da seção)

$$\varepsilon'_r := \varepsilon_r - \varepsilon_{inf}$$

$\varepsilon'_r = 1.1096\%$ (deformação real da região de reforço)

$$\text{Verificação}_3 := \begin{cases} \text{"OK!"} & \text{if } \varepsilon'_r < \varepsilon_{rup} \\ \text{"RUPTURA DE REFORÇO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$\text{Verificação}_3 = \text{"OK!"}$

Fonte: Elaborado pelo autor

Se após as verificações anteriores, estas forem obedecidas, segue-se para a etapa final da rotina que é a última verificação a saber se o reforço estrutural está realmente suportando os momentos fletores solicitantes na peça. Para efeitos de segurança, após o cálculo das tensões atuantes, foi feito o equilíbrio das forças horizontais da seção e com isso, a critério de segurança, foi estabelecido que se o somatório das forças horizontais na seção for igual a no máximo 5%.

Em seguida, é calculado o momento fletor resistente em relação ao CG da peça a verificar se este é maior que o momento fletor solicitante. Por exemplo, se a viga de concreto armado em questão está sujeita à um momento fletor solicitante de 1.800 KNm devido ao seu peso próprio, logo, o reforço estrutural previamente dimensionado para a mesma está dentro das condições para a estabilidade da estrutura, pois o momento resistente da peça é maior que

o momento solicitante, como pode ser observado na Figura 21. Caso o critério não fosse obedecido, seria necessário voltar a etapa 3 e adotar uma nova posição para a linha neutra através do objeto de controle, e com isso, obedecido os critérios, o processo é finalizado.

Figura 21: Etapa final de verificação.

5) Resultantes de tensões atuantes na seção:

$$F_s := A_s \cdot f_{yd} = 43.709 \text{ kN}$$

(força resultante da seção tracionada de armadura - inferior)

$$F_c := 0.8 \cdot X \cdot b_w \cdot 0.85 \cdot f_{cd} = 92.412 \cdot \text{kN}$$

(força resultante da seção comprimida de concreto)

$$F_r := \varepsilon'_T \cdot A_r \cdot E_r = 39.813 \cdot \text{kN}$$

(força resultante da seção tracionada de reforço)

$$\Sigma F_h := F_c - F_r - F_s$$

(somatório das forças resultantes horizontais da seção)

$$\Sigma F_h = 8.889 \cdot \text{kN}$$

$$\text{Verificação}_5 := \begin{cases} \text{"OK!"} & \text{if } -0.1(F_c) \leq \Sigma F_h \leq 0.1(F_c) \\ \text{"VERIFICAR DADOS"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação}_5 = \text{"OK!"}$$

6) Verificação do momento resistente:

$$M_{r_{cg}} := F_r \cdot \left(\frac{h}{2} \right) + F_s \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right) + F_c \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.4X \right)$$

$$M_{r_{cg}} = 1385.548 \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

(momento fletor resistente e relação ao C.G. da seção)

Fonte: Elaborado pelo autor

7 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O software MATHCAD® é sem dúvidas uma poderosa ferramenta que pode ser utilizada de forma a otimizar diversas situações de cálculo, e também como um meio de auxílio no ensino de disciplinas relacionadas à cálculos e análises numéricas.

Analizando o software como uma ferramenta voltada ao ensino, é percebido que o mesmo fornece diversas maneiras de obter uma performance melhorada no aprendizado, por exemplo, de disciplinas relacionadas ao dimensionamento de estruturas de concreto armado. O MATHCAD® possibilita a total integração de suas funcionalidades em cursos de análise estrutural e no âmbito universitário, onde vem ganhando muita popularidade.

Comparando os métodos tradicionais de ensino onde toda a base de cálculo é feita manualmente, é necessário um longo período de tempo a se concluir as rotinas de cálculo que em sua maioria são bastante cansativas quando há a necessidade da verificação de erros. Através da experiência própria do autor como estudante, foi visto que o software causa um grande impacto positivo na relação entre tempo e performance dos resultados, já que é possível utilizar rotinas de cálculos pré-elaboradas de forma a otimizar todo o processo que seria feito manualmente.

A etapa de familiarização com o programa ocorreu de forma prática e simples, uma vez que o próprio MATHCAD® possui uma interface amigável e de fácil utilização com seus principais comandos. Além disso, é disposto de vários recursos visuais como gráficos, tabelas e também a integração com outros softwares como o Microsoft Excel, onde é possível fazer a inserção direta de tabelas e planilhas.

Em relação as rotinas que foram elaboradas e apresentadas nesta pesquisa, todas foram construídas ressaltando a finalidade de utilização de uma forma geral. Em outras palavras, as rotinas 1, 2 e 3 foram elaboradas com intuito de serem utilizadas para diversas situações de dimensionamento e verificação em seções de concreto armado. De forma a melhorar a visualização e a funcionalidade, os dados de entrada foram destacados em cor amarela, logo fica instruído ao usuário quais devem ser alterados ou inseridos na sequência de cálculos.

A rotina 1, elaborada para o dimensionamento à flexão simples de seções de concreto armado, objetiva fazer o dimensionamento para qualquer situação em que envolva concretos de classe 20 até 90. Como resultado, o usuário pode inserir os dados de entrada para um determinado tipo de concreto e pouco tempo depois pode modificar apenas a classe do concreto e comparar os resultados. A rotina expressa os resultados automaticamente a medida em que se faz qualquer alteração nos dados de entrada, com rapidez e precisão.

A rotina 2, construída para fins de dimensionamento de reforço estrutural, fornece a mesma lógica de cálculo que a rotina 1, visto que segue a mesma base teórica, sendo assim utilizada de forma análoga. São dispostos os dados de entrada para a seção de concreto armado e também para o material de reforço estrutural.

Para questões de verificações quanto a segurança estrutural e estabilidade das forças internas de uma seção de concreto armada reforçada com polímeros de fibra de carbono (PRFC), foi elaborada a rotina 3 que demonstra uma situação de cálculo das outras. Nesta, como já mencionado, é possível fazer a verificação de uma peça pré-dimensionada a saber se a mesma está dentro dos critérios de segurança estrutural.

A partir dos dados experimentais obtidos por Ferrari, Padaratz & Loriggio (2002), a rotina para estas verificações foi criada e, por se tratar de um processo iterativo como também mencionado anteriormente, foi utilizado um recurso bastante prático no MATHCAD® chamado de “*slider*” que se trata de um objeto de controle no formato de barra em que é possível somente deslizar o cursor ao longo desta e então obter qualquer valor desejado para a linha neutra da seção desejada. A Figura 22 ilustra tal uso.

Figura 22: Objeto de controle utilizado.



Fonte: Elaborado pelo autor

Com isso, durante o processo iterativo, em vez de o usuário voltar para o início dos cálculos e refazer tal parte, é necessário somente mover o botão do *slider* até obter o valor que fique de acordo com os resultados finais. Sendo assim, este recurso traz mais uma grande vantagem ao utilizar o MATHCAD® para tais processos.

Para todos os processos rotineiros apresentados ao longo desta pesquisa, a elaboração foi feita com bastante praticidade e passível de erros grosseiros como aqueles que ocorrem em situações manuais de cálculo. Com o auxílio do MATHCAD® foi possível construir as rotinas baseadas em exemplos previamente elaborados por outros autores e verificar diversas situações de dimensionamentos para os mais variados tipos de seções de concreto armado. Todavia, o processo de criar diferentes situações de cálculo não é impossível de fazer manualmente, mas

demanda de um logo período de tempo e paciência para verificação de possíveis erros ao longo do caminho. Já no MATHCAD®, se ocorrer de ser identificado quaisquer tipos de erro nas rotinas elaboradas, estes podem ser resolvidos em curtos intervalos de tempo já que o programa realiza tudo de forma automática e rápida.

8 CONCLUSÕES

Este trabalho abordou três exemplos referentes ao dimensionamento à flexão simples de peças de concreto armado de seções retangulares baseadas em rotinas de cálculo elaboradas no software MATHCAD®.

A partir do embasamento teórico realizado em relação ao dimensionamento à flexão simples de peças de concreto armado de seção retangular e com reforço estrutural, foi possível estabelecer rotinas de cálculo que otimizam de forma sistemática o método manual de dimensionamento.

Com relação à construção das rotinas em si, conclui-se que o MATHCAD® fornece todas as ferramentas necessárias e torna o processo o mais semelhante possível da elaboração manual. Entretanto, uma vez finalizada, as rotinas feitas no programa podem ser utilizadas de maneira simples e eficiente para quaisquer modificações feitas numa seção a ser dimensionada ou verificada. Ou seja, a mesma rotina pode ser utilizada para seções com diferentes tamanhos e características de materiais (concreto e aço), desde que obedeça a limitação de que estas foram elaboradas somente para seções retangulares.

A versatilidade e facilidade com a qual a familiarização com o software é adquirida torna o MATHCAD® um excelente meio de aprendizado de certos conteúdos matemáticos como disciplinas dos cursos de engenharia e também fornece ao usuário conduzir análises de forma criativa e eficiente. Além disso, a capacidade de resolver tarefas repetitivas é um dos pontos fortes deste programa, economizando tempo e possibilitando novas estratégias para elaboração de novas rotinas.

9 REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO

AL-ANSARI, Mohammed S.; SEOUCI, Ahmed B.. MATHCAD: Teaching and Learning Tool for Reinforced Concrete Design. **International Journey of Engineering Education**. [s.l.], p. 64-71. 10 jan. 1999. Disponível em: <<https://www.ijee.ie/articles/Vol15-1/Ijee1055.pdf>>. Acesso em: 07 maio 2017.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-14: Building Code Requirements for Structural Concrete**. Michigan, 2014. 520 p.

ARQUEZ, Ana Paula. **Aplicação de Laminado de Polímero Reforçado com Fibras de Carbono (PRFC) Inserido em Substrato de Microconcreto com Fibras de Aço para Reforço à Flexão de Vigas de Concreto Armado**. 2010. 242 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, Sp, 2010. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-29062010-114146/publico/2010ME_AnaPaulaArquez.pdf>. Acesso em: 07 maio 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014. 238 p.

BEBER, Andriei José. **Comportamento Estrutural de Vigas de Concreto Armado reforçadas com Compósitos de Fibra de Carbono**. 2003. 317 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/2974>>. Acesso em: 07 maio 2017.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: Segundo a NBR 6118:2014**. 4. ed. São Carlos: Edufscar, 2014. 415 p.

CERNAJEVA, Sarmite. Mathcad Application to Math Problem Solving for the Students of the Faculty of Civil Engineering of. **Boundary Field Problems and Computer Simulation**. Riga, Latvia, p. 37-40. jun. 2013. Disponível em: <<https://ortus.rtu.lv/science/en/publications/17799/fulltext>>. Acesso em: 07 maio 2017.

FERRARI, Vladimir José; PADARATZ, Ivo José; LORIGGIO, Daniel Domingues. Reforço à flexão em vigas de concreto armado com manta de fibra de carbono: mecanismos de incremento de ancoragem. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 24, n. 6, p.1783-1791, 2002. Disponível em: <<http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ActaSciTechnol/article/view/2556>>. Acesso em: 07 maio 2017.

GAMINO, André Luis. **Modelagem Física e Computacional de Estruturas de Concreto Reforçadas com CRFP**. 2007. 285 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3144/tde-27062007-181359/publico/TeseGamino.pdf>>. Acesso em: 07 maio 2017.

MACEDO, Hian de Freitas. **Investigação das Manifestações Patológicas em Edificações sa UFERSA Construídas na Década de 1970**. 2016. 50 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Ciências Ambientais e Tecnológicas, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, Rn, 2016.

MACHADO, Ari de Paula. **Manual de Reforço das Estruturas de Concreto Armado com Fibras de Carbono**. São Paulo: N/a, 2002. 120 p.

PERELLES, Debora Helene. **Estudo analítico do comportamento de uma viga biapoiada de concreto armado reforçada com um compósito de fibra de carbono**. 2013. 151 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Construção Civil, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/1884/34857>>. Acesso em: 07 maio 2017.

PINHEIRO, Libanio M. **FUNDAMENTOS DO CONCRETO E PROJETO DE EDIFÍCIOS**. 2007. Disponível em: <coral.ufsm.br/decc/ECC1006/Downloads/Apost_EESC_USP_Libanio.pdf>. Acesso em: 07 maio 2017.

PIVATTO, Amanda Brandenburg. **REFORÇO ESTRUTURAL À FLEXÃO PARA VIGA BIAPOIADA DE CONCRETO ARMADO POR CHAPAS METÁLICAS E COMPÓSITO REFORÇADO COM FIBRAS DE CARBONO**. 2014. 126 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014. Disponível em: <http://www.dcc.ufpr.br/mediawiki/images/8/8e/Amanda_Pivatto_2014.pdf>. Acesso em: 07 maio 2017.

SANTOS, Lauro Modesto. **Cálculo de Concreto Armado (segundo a nova NB-1 e o CEB)**. São Paulo: Lms, 1983. 410 p.

SOUZA, Vicente Custódio Moreira de; RIPPER, Thomaz. **Patologia, Recuperação e Reforço de Estruturas de Concreto**. São Paulo: Pini, 1998.