



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIAS E TECNOLOGIA
CURSO BACHARELADO INTERDISCIPLINAR EM TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO

ANTONIA JAÉLICA SOUZA OLIVEIRA

**PROPOSTA DE UM MODELO DE CORREÇÃO POR PARES PARA
DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS**

PAU DOS FERROS

2026

ANTONIA JAÉLICA SOUZA OLIVEIRA

**PROPOSTA DE UM MODELO DE CORREÇÃO POR PARES PARA
DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS**

Monografia apresentada à Universidade Federal
Rural do Semi-Árido como requisito para
obtenção do título de Bacharel em Bacharelado
Interdisciplinar em Tecnologia da Informação.

Orientador: Bruno Francisco Xavier, Prof. Dr.

PAU DOS FERROS

2026

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

O48p Oliveira, Antonia Jaélica Souza.
 Proposta de um modelo de correção por pares
 para demonstrações matemáticas / Antonia Jaélica
 Souza Oliveira. - 2026.
 52 f. : il.

 Orientador: Bruno Francisco Xavier.
 Monografia (graduação) - Universidade Federal
 Rural do Semi-árido, Curso de Tecnologia da
 Informação, 2026.

 1. Matemática discreta. 2. Demonstrações
 matemáticas. 3. Avaliação por pares. 4. Rubricas.
 5. Wizard of Oz. I. Xavier, Bruno Francisco,
 orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade
com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

 Biblioteca Campus Pau dos Ferros
 Bibliotecária: Erlanda Maria Lopes da Silva
 CRB: 15/966

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

ANTONIA JAÉLICA SOUZA OLIVEIRA

**PROPOSTA DE UM MODELO DE CORREÇÃO POR PARES PARA
DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS**

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Bacharel em Bacharelado Interdisciplinar em Tecnologia da Informação.

Defendida em: 06/07/2026

BANCA EXAMINADORA

Bruno Francisco Xavier, Prof. Dr. (UFERSA)
Presidente

Hortência Pessoa Rêgo Gomes, Profa. Ma. (UFERSA)
Membro Examinador

Reudismam Rolim de Sousa, Prof. Dr. (UFERSA)
Membro Examinador

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por ter sido minha base em todos os momentos desta caminhada. Foi Ele quem me sustentou nos dias difíceis, renovou minhas forças quando pensei que não conseguiria e colocou pessoas especiais ao meu lado para tornar essa trajetória possível.

Aos meus pais, minha eterna gratidão. Sou filha de dois agricultores que não tiveram a oportunidade de aprender a ler e escrever, mas que conseguiram educar seus filhos com princípios, amor, carinho, humildade e respeito. Mesmo diante de tantas dificuldades, nunca deixaram faltar o essencial. Muitas vezes, abriram mão dos próprios sonhos para que nós pudéssemos realizar os nossos.

Meus pais, que debaixo de sol e chuva sempre fizeram de tudo para me manter na sombra, são a maior prova de amor e dedicação que eu poderia receber. À minha mãe, minha fortaleza, agradeço por cada conselho, por cada palavra que me levantou nos dias escuros e por ser uma mulher guerreira, dona de uma fé imensa, que sempre nos ensinou a manter Deus como nossa base. Ao meu pai, dono de uma simpatia e humildade que enchem meu coração de alegria, agradeço por cada gesto de amor, por cada esforço e por demonstrar com orgulho a felicidade de ver minha formatura se aproximando.

Esta reta final foi desafiadora, cansativa e, muitas vezes, uma verdadeira sobrecarga. Mas, acima de tudo, foi gratificante ver a felicidade dos meus. Peço a Deus que continue me abençoando e me dando forças para que um dia eu possa retribuir, muitas vezes mais, tudo o que meus pais fizeram por mim.

Aos meus irmãos, Jackson e Joabson, que para mim sempre serão Nenê e Marrom, deixo também meu agradecimento. Jackson, meu irmão de convivência diária, carrega muito do jeito de nossa mãe: calmo, paciente, reservado e trabalhador. Apesar de não ter seguido o caminho da faculdade, tornou-se um homem de bem e um excelente pedreiro, que hoje sofre com as invenções de Dona Antônia. Joabson, meu irmão mais velho por parte de pai, mesmo sem uma convivência diária, sempre esteve presente nas ligações, nas comemorações e nos momentos importantes. É uma pessoa inteligente, que talvez nem sempre reconheça o próprio valor, mas por quem tenho muito amor.

Aos meus sobrinhos, meus xodós, agradeço por tornarem minha vida mais leve e feliz. Maria Júlia, meu primeiro amor, minha princesinha, mesmo que ela não goste tanto assim de ser chamada dessa forma, sempre será minha princesinha. Ela veio com o meu jeito e com a

minha aparência, para minha alegria: uma menina meiga, educada, simpática e linda. Otávio, meu segundo amor, é um menino cheio de energia, muito comunicativo e que, mesmo pequeno, já demonstra uma inteligência incrível.

Agradeço também à minha segunda família, que Deus colocou em minha vida. De sangue, Luzanira é minha tia, irmã do meu pai; mas, no meu coração, é minha segunda mãe. Dona Luzanira é uma mulher forte, que desde cedo precisou trabalhar para ajudar a criar seus sete irmãos. Como ela mesma diz, é uma mulher sofrida, mas sempre grata a Deus. Mesmo nos momentos em que sua fé foi testada, ela permaneceu firme e confiante nas promessas e nos planos de Deus. A palavra “forte” define exatamente quem ela é.

Com ela, veio também meu tio Dedé, meu motorista das madrugadas, que me leva ao ponto de ônibus mesmo embaixo de chuva e diante de imprevistos. No final, sempre resta uma boa risada e uma história para contar. Aos meus primos, que se tornaram irmãos, deixo minha gratidão por todo amor, apoio e presença.

Ao meu primo Jelson, *in memoriam*, dedico um agradecimento especial. Confesso que escrever “*in memoriam*” foi difícil, pois sua partida ainda é recente e dói como se fosse aquela terça-feira, 28 de abril. Eu não poderia deixar de escrever sobre quem você representa e sempre representará para mim. Você foi um homem de uma luz incrível, sempre com um sorriso no rosto e sempre pronto para ajudar alguém, não importava quem fosse ou qual fosse a situação.

Tenho muitas histórias felizes ao seu lado. Uma delas foi quando entrei na residência feminina e estava sem celular para ligar diariamente para minha família. Mesmo eu dizendo que não tinha dinheiro e que o que recebia na residência era pouco, você, com seu coração gigante, imediatamente se prontificou a me ajudar. Disse que já tinha procurado modelos, que me mandaria duas opções para eu escolher e que parcelaria, nem que fosse em 24 vezes. E assim você fez. Devo muitos favores a você, mas, acima de tudo, sou grata a Deus por ter me dado a dádiva de conviver por 24 anos com um ser humano de tanta luz.

Obrigada pelos conselhos e pelas lembranças que levarei para sempre em meu coração. Você sempre será minha inspiração. O primeiro neto de Rita a se formar em uma universidade será sempre motivo de muito orgulho para todos nós. Te amarei para sempre e prometo fazer o que estiver ao meu alcance para cuidar da sua família: seus pais, seu irmão, sua esposa Camila e suas duas sementes lindas, Maria Helena e Maria Heloísa.

Ao meu primo Jefferson, agradeço por sua presença e parceria. Embora nem todos compreendam seu jeito mais fechado, sei que você tem um coração gigante com aqueles que

ama. Foi o segundo da família a se formar em uma universidade e escolheu uma profissão admirável: engenheiro químico. Tenho muito orgulho de poder dizer que tenho um primo-irmão que trabalha na Petrobras. Obrigada pelos conselhos, pelos momentos felizes e por toda parceria.

Agradeço a toda a minha família, que é meu combustível diário: minha mãe, meu pai, Jackson, Leandra, Otávio, Joabson, Júlia, Luzanira, Dedé, Jefferson, Jelson, *in memoriam*, e minha avó Rita. Obrigada por todo apoio, incentivo, amor e cuidado.

Ao meu companheiro de vida, meu namorado Lucas Emanuel, agradeço por todo apoio, cuidado e suporte ao longo dessa trajetória. Sua presença tornou esse caminho mais leve e menos cansativo. É nos seus braços que encontro tranquilidade e calma nos dias turbulentos. Você também é quem me leva, sempre que preciso, para recarregar minhas energias no meu lugar de paz, tranquilidade e refúgio: a casa dos meus pais. Obrigada por tudo. Te amo.

À família que a UFERSA me deu, deixo minha gratidão. Cheguei aqui conhecendo apenas Karol, companheira do Ensino Médio, e Ilaedna, companheira de crisma. Hoje, saio levando uma verdadeira família. Em muitos momentos, vivemos dias de brincadeiras, conversas, apoio e pequenas discordâncias, mas, acima de tudo, sempre estivemos presentes uns para os outros. Nos momentos fáceis e difíceis, pude contar com pessoas que tornaram essa caminhada mais leve e especial.

Obrigada por todo apoio, parceria, companheirismo e amizade: Guilherme, Karol, Amanda, Lidiana, Ilaedna, Cícero, Lucas Mel, Lucas Mairon, Jardel, Yuri e Vinícios. Cada um de vocês fez parte dessa caminhada de uma forma especial.

Agradeço também às amigadas que carrego do Ensino Médio para a vida. Valiosas são as pessoas que nos oferecem coisas raras: tempo, atenção, lealdade, respeito e amizade. Por isso, agradeço a Edleuza, Silvana, Lívia Barbosa, Karol, Isadora, Lívia Garcia, Roseane e Madrinha Vivi, por fazerem parte da minha história e permanecerem presentes em minha vida.

Por fim, agradeço aos membros da banca examinadora, em especial ao meu orientador, Bruno Xavier, por ter aceitado me orientar, pelos ensinamentos, pelas conversas e pela parceria durante esta etapa. Sua orientação tornou esses dias cansativos um pouco mais leves e contribuiu significativamente para a realização deste trabalho.

A todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte dessa conquista, meu sincero agradecimento.

EPIÍGRAFE

"Confia ao Senhor as tuas obras, e teus
projetos terão bom êxito."
(Provérbios 16:3)

RESUMO

A aprendizagem de demonstrações matemáticas no componente curricular Matemática Discreta representa um desafio para muitos estudantes da área de Computação, pois exige raciocínio lógico, organização de ideias, domínio conceitual e clareza na escrita formal. Em turmas numerosas, a correção individualizada dessas produções pode demandar tempo significativo do docente, ocasionando atrasos no **feedback** e reduzindo seu potencial formativo. Diante desse contexto, este trabalho propõe e valida um modelo de correção por pares aplicado a demonstrações matemáticas, utilizando rubricas estruturadas e simulação manual baseada na técnica mágico de Oz. A proposta organiza o processo em etapas de submissão das respostas, anonimização, distribuição cruzada das correções, avaliação por rubrica, devolução dos **feedbacks** e identificação de requisitos para uma futura ferramenta digital. A pesquisa caracteriza-se como aplicada e exploratória, com abordagem qualitativa e quantitativa, orientada por princípios da Design Science Research. A aplicação do modelo foi realizada com estudantes no componente curricular Matemática Discreta, totalizando (46) respostas no formulário de avaliação e (27) comentários discursivos. Os resultados indicaram que o modelo possui potencial formativo, pois a maioria dos estudantes conseguiu utilizar os critérios da rubrica para avaliar aspectos como estrutura da solução, validade das transformações, coerência do processo e resultado final. Entretanto, foram identificadas dificuldades relacionadas principalmente à justificativa dos passos, à nomeação das leis utilizadas e à produção de comentários formativos. Conclui-se que o modelo de correção por pares é viável como estratégia pedagógica e pode contribuir para ampliar as possibilidades de **feedback** em atividades de demonstração matemática.

Palavras-chave: matemática discreta; demonstrações matemáticas; avaliação por pares; rubricas; *Wizard of Oz*.

ABSTRACT

The learning of mathematical proofs in the Discrete Mathematics curricular component represents a challenge for many students in the field of Computing, as it requires logical reasoning, organization of ideas, conceptual understanding, and clarity in formal writing. In large classes, the individualized correction of these productions can require significant time from the instructor, causing delays in **feedback** and reducing its formative potential. In this context, this work proposes and validates a peer-review model applied to mathematical proofs, using structured rubrics and manual simulation based on the Wizard of Oz technique. The proposal organizes the process into stages of answer submission, anonymization, cross-distribution of corrections, rubric-based evaluation, return of **feedback**, and identification of requirements for a future digital tool. The research is characterized as applied and exploratory, with a qualitative and quantitative approach, guided by principles of Design Science Research. The application of the model was carried out with students in the Discrete Mathematics curricular component, totaling 46 responses in the evaluation form and 27 discursive comments. The results indicated that the model has formative potential, since most students were able to use the rubric criteria to evaluate aspects such as solution structure, validity of transformations, coherence of the process, and final result. However, difficulties were identified mainly related to the justification of steps, the naming of the laws used, and the production of formative comments. It is concluded that the peer-review model is viable as a pedagogical strategy and can contribute to expanding the possibilities of **feedback** in mathematical proof activities.

Keywords: discrete mathematics; mathematical proofs; peer assessment; rubrics; Wizard of Oz.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela de distribuição	35
Tabela 2 – Tabela de roteamento	35
Tabela 3 – Aplicação das leis lógicas	41
Tabela 4 – Justificativa dos passos	42
Tabela 5 – Fluxo lógico	43
Tabela 6 – Resultado final	43
Tabela 7 – Aplicação das leis sobre igualdade de conjuntos	45
Tabela 8 – Justificativa dos passos	46
Tabela 9 – Fluxo lógico	46

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Questões da primeira fase sobre equivalências lógicas	33
Quadro 2 – Questões da primeira fase sobre igualdade de conjuntos	34
Quadro 3 – Modelo do cabeçalho do formulário de pesquisa aplicado	36
Quadro 4 – Modelo do formulário de pesquisa aplicado	40

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Problematização	14
1.2	Objetivos	15
1.3	Justificativa	16
1.4	Contribuição do Trabalho	17
1.5	Organização do Trabalho	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1	O ensino e a aprendizagem de demonstrações	19
2.2	Aprendizagem ativa e avaliação contínua	20
2.3	Avaliação por pares como estratégia pedagógica	21
2.4	Rubricas de avaliação	22
2.5	Prototipação e técnica Mágico de Oz	23
2.6	Design Science Research	24
2.7	Síntese do referencial teórico	25
3	TRABALHOS RELACIONADOS	26
3.1	Avaliação por pares	26
3.2	Uso de rubricas na avaliação	26
3.3	Demonstrações matemáticas e dificuldades dos estudantes	27
3.4	Técnica Wizard of Oz	27
3.5	Relação dos trabalhos com esta pesquisa	28
4	METODOLOGIA	29
4.1	Contexto da pesquisa	29
4.2	Etapas da pesquisa	30
5	DESENVOLVIMENTO DO MODELO DE CORREÇÃO POR PARES	32
5.1	Submissão das demonstrações	32

5.2	Anonimização das respostas	34
5.3	Distribuição cruzada das correções	35
5.4	Avaliação com rubrica estruturada	36
5.5	Devolução dos feedbacks	37
5.6	Identificação de requisitos para a ferramenta digital	37
5.7	Síntese do modelo	38
6	APLICAÇÃO DO MODELO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	41
6.1	Equivalências lógicas	41
6.2	Igualdade entre conjuntos	43
6.3	Requisitos identificados para uma futura ferramenta digital	46
6.4	Síntese dos resultados	47
7	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	48
	REFERÊNCIAS	51

1 INTRODUÇÃO

A Matemática Discreta ocupa um papel fundamental na formação de estudantes da área de Computação, pois fornece bases teóricas essenciais para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da análise de algoritmos, da compreensão de estruturas discretas e da construção de argumentos formais. Entre os conteúdos trabalhados nesse componente curricular, as demonstrações matemáticas se destacam por exigirem dos estudantes não apenas a aplicação de procedimentos ou fórmulas, mas também a capacidade de organizar ideias, justificar passos e construir uma sequência lógica coerente.

No entanto, a aprendizagem de demonstrações matemáticas costuma representar um desafio significativo para muitos alunos. Diferentemente de atividades com respostas numéricas diretas, uma demonstração exige domínio conceitual, clareza na escrita e compreensão dos critérios que tornam um argumento matematicamente válido. Nesse processo, é comum que estudantes iniciantes apresentem dificuldades em diferenciar a verificação por exemplos particulares de uma prova geral, bem como em justificar adequadamente cada etapa do raciocínio desenvolvido.

Diante dessas dificuldades, a devolutiva assume uma função essencial no processo de ensino e aprendizagem. Por meio dela, o estudante pode identificar erros, compreender lacunas em seu raciocínio e aprimorar sua forma de construir argumentos matemáticos. Entretanto, em turmas numerosas, a correção individualizada de demonstrações pode se tornar uma tarefa complexa e demorada para o docente, especialmente quando se busca oferecer comentários detalhados e formativos sobre cada solução apresentada. Como consequência, o retorno ao aluno pode ocorrer de forma tardia, reduzindo o impacto pedagógico da correção.

Nesse contexto, a avaliação por pares apresenta-se como uma alternativa pedagógica relevante. Essa estratégia consiste em envolver os próprios estudantes na análise e avaliação das produções de seus colegas, com base em critérios previamente definidos. Além de contribuir para a ampliação das possibilidades de devolutiva, a avaliação por pares pode favorecer o desenvolvimento do pensamento crítico, uma vez que o aluno assume o papel de avaliador e passa a observar erros, acertos, justificativas e formas de organização presentes nas demonstrações de outros estudantes.

Para que esse processo seja conduzido de maneira mais clara e consistente, torna-se necessário o uso de instrumentos que orientem a avaliação. Nesse sentido, as rubricas estruturadas podem auxiliar os estudantes a compreenderem os critérios de correção, reduzindo subjetividades

e direcionando a análise para aspectos como estrutura lógica, justificativa dos passos, clareza da escrita matemática e validade do argumento. Assim, a correção por pares deixa de ser apenas uma troca de comentários entre alunos e passa a constituir uma atividade planejada, com potencial formativo.

Além da dimensão pedagógica, este trabalho considera também a possibilidade de apoio tecnológico ao processo de correção por pares. No entanto, antes do desenvolvimento de uma ferramenta computacional completa, torna-se importante validar ou não o funcionamento do modelo proposto em um contexto real de uso. Para isso, adota-se a técnica de prototipagem conhecida como Mágico de Oz, na qual determinadas funcionalidades de um sistema são simuladas manualmente pelo pesquisador. Dessa forma, etapas como recebimento das respostas, anonimização, distribuição das atividades e organização das devolutivas podem ser testadas antes de uma implementação automatizada.

Assim, este trabalho tem como propósito propor e validar um modelo de correção por pares aplicado a demonstrações matemáticas na disciplina de Matemática Discreta, utilizando rubricas estruturadas e simulação manual do processo. A pesquisa busca analisar a viabilidade pedagógica e técnica desse modelo, considerando aspectos como a clareza dos critérios avaliativos, a concordância entre avaliadores, a qualidade das devolutivas produzidos e os requisitos necessários para uma futura ferramenta digital de apoio.

A partir dos resultados obtidos, este trabalho busca contribuir tanto para o ensino de demonstrações matemáticas quanto para o desenvolvimento de soluções tecnológicas educacionais. Do ponto de vista pedagógico, o estudo busca favorecer práticas de aprendizagem mais participativas e formativas. Do ponto de vista tecnológico, pretende-se levantar requisitos para uma futura ferramenta digital que possa apoiar a correção por pares de maneira organizada, anônima e escalável.

1.1 Problematização

O ensino de demonstrações matemáticas apresenta desafios tanto para os estudantes quanto para os docentes. Para os alunos, a construção de uma demonstração exige domínio conceitual, organização lógica do pensamento e clareza na escrita matemática. Muitos estudantes, especialmente nos primeiros contatos com esse tipo de atividade, apresentam dificuldades em compreender o que caracteriza uma prova válida, confundindo, por exemplo, a verificação de casos particulares com uma demonstração geral.

Para o professor, o desafio está relacionado principalmente ao acompanhamento individualizado dessas produções. Em turmas numerosas, a correção de demonstrações demanda tempo, atenção aos detalhes e elaboração de comentários capazes de orientar o estudante na identificação de seus erros. Quando essa devolutiva demora a ser entregue, parte de seu potencial formativo pode ser reduzida, pois o aluno já pode ter se distanciado do raciocínio utilizado no momento da resolução.

Além disso, a simples atribuição de uma nota não garante que o estudante compreenda os critérios utilizados na avaliação nem consiga identificar com clareza quais aspectos de sua demonstração precisam ser melhorados. Dessa forma, torna-se necessário pensar em estratégias que ampliem as possibilidades de devolutiva e, ao mesmo tempo, envolvam os próprios estudantes no processo de análise e reflexão sobre demonstrações matemáticas.

Nesse contexto, a correção por pares surge como uma alternativa promissora, pois permite que os alunos avaliem as produções de seus colegas com base em critérios previamente definidos. No entanto, para que essa prática seja pedagogicamente eficaz, é necessário estruturar adequadamente o processo de avaliação, garantindo anonimato, clareza nos critérios, organização na distribuição das atividades e qualidade nos comentários produzidos.

Diante desse cenário, este trabalho parte da seguinte questão de pesquisa: Como estruturar e validar um modelo de correção por pares para demonstrações matemáticas em Matemática Discreta, de modo que ele seja escalável, anônimo e pedagogicamente eficaz?

A partir dessa questão principal, também são consideradas as seguintes questões complementares:

- (a) O uso de rubricas estruturadas contribui para reduzir divergências entre avaliadores iniciantes?
- (b) A atividade de corrigir a demonstração de um colega contribui para que o estudante reflita sobre seus próprios erros?
- (c) Quais requisitos podem ser identificados para o desenvolvimento futuro de uma ferramenta digital de apoio à correção por pares?

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo propor e validar um modelo de correção por pares aplicado a demonstrações matemáticas no componente curricular Matemática Discreta, utilizando rubricas estruturadas e simulação manual do processo. Para alcançar esse objetivo, busca-se

elaborar rubricas que orientem a correção por pares, planejar um modelo de distribuição anônima e cruzada das atividades entre os estudantes, evitar a autocorreção e preservar o anonimato do processo. Além disso, o trabalho busca aplicar uma simulação manual da correção por pares, analisar a utilização da rubrica pelos estudantes durante a avaliação, avaliar a qualidade das devolutivas produzidas e identificar dificuldades, limitações e requisitos que possam orientar o desenvolvimento futuro de uma ferramenta digital de apoio à correção por pares.

1.3 Justificativa

O presente trabalho justifica-se pela necessidade de investigar estratégias que contribuam para o ensino e a aprendizagem de demonstrações matemáticas. Esse tipo de atividade exige dos estudantes competências que vão além da aplicação direta de fórmulas, envolvendo raciocínio lógico, organização de ideias, clareza na escrita e capacidade de justificar cada etapa do argumento apresentado.

Em muitos casos, os estudantes apresentam dificuldades em compreender os critérios que tornam uma demonstração matematicamente válida. Essas dificuldades podem ser agravadas quando a devolutiva recebida é limitada, tardia ou restrita à atribuição de uma nota. Dessa forma, torna-se relevante buscar práticas avaliativas que possibilitem maior participação dos alunos e que favoreçam a reflexão sobre os próprios erros e sobre os erros presentes nas produções de seus colegas.

Nesse contexto, a avaliação por pares apresenta-se como uma alternativa pedagógica importante, pois permite que os estudantes assumam papel ativo no processo avaliativo. Ao analisar uma demonstração produzida por outro colega, o aluno é levado a observar a estrutura lógica do argumento, identificar possíveis falhas, verificar justificativas e aplicar critérios de correção previamente definidos. Esse processo pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico e para a apropriação dos critérios de rigor matemático.

A utilização de rubricas estruturadas também reforça a relevância deste estudo, uma vez que esses instrumentos podem orientar a avaliação realizada pelos estudantes, tornando os critérios mais claros e reduzindo a subjetividade no processo de correção. Com isso, a correção por pares deixa de ser uma atividade informal e passa a constituir uma prática organizada, com objetivos pedagógicos bem definidos.

Além da contribuição pedagógica, este trabalho possui relevância tecnológica. O desenvolvimento de uma ferramenta digital para apoiar a correção por pares pode demandar tempo e

recursos. Por esse motivo, a adoção da técnica Mágico de Oz permite simular manualmente o funcionamento de um sistema antes de sua implementação. Dessa maneira, é possível testar o fluxo de submissão, anonimização, distribuição das correções e coleta de devolutivas, identificando problemas e requisitos reais a partir da experiência dos usuários.

Assim, a pesquisa torna-se relevante por propor a validação de um modelo de correção por pares antes da construção de uma ferramenta automatizada. Essa abordagem contribui para reduzir riscos no desenvolvimento de *software* educacional, ao mesmo tempo em que possibilita avaliar se o processo é viável, compreensível e útil para o contexto de ensino de demonstrações matemáticas.

Portanto, este estudo busca contribuir tanto para a melhoria das práticas de ensino em Matemática Discreta quanto para o planejamento de soluções tecnológicas educacionais mais alinhadas às necessidades reais de estudantes e professores.

1.4 Contribuição do Trabalho

A principal contribuição deste trabalho está na proposta e validação ou não de um modelo de correção por pares aplicado ao ensino de demonstrações matemáticas. O estudo contribui ao apresentar uma alternativa para ampliar as possibilidades de devolutiva em turmas numerosas, envolvendo os próprios estudantes no processo avaliativo por meio de rubricas estruturadas e distribuição anônima das respostas.

Além da contribuição pedagógica, o trabalho também apresenta contribuição metodológica e tecnológica, ao utilizar a técnica Mágico de Oz para simular manualmente etapas que futuramente poderiam ser automatizadas em uma ferramenta digital. Essa abordagem permite observar o funcionamento do modelo em contexto real, identificar dificuldades do processo e levantar requisitos para uma possível solução computacional futura.

Dessa forma, o trabalho contribui tanto para o aprimoramento de práticas avaliativas em Matemática Discreta quanto para o planejamento de uma futura ferramenta digital voltada à organização da submissão, anonimização, distribuição, avaliação e devolução de *feedbacks* em atividades de demonstração matemática.

1.5 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado em sete capítulos. O Capítulo (1) apresenta a introdução, a problematização, os objetivos, a justificativa, a contribuição do trabalho e a organização geral do estudo.

O Capítulo (2) aborda a fundamentação teórica, contemplando os principais conceitos relacionados ao ensino de demonstrações matemáticas, à avaliação por pares, às rubricas avaliativas, à técnica Mágico de Oz e à *Design Science Research*.

O Capítulo (3) apresenta os trabalhos relacionados ao tema da pesquisa, destacando estudos e abordagens que dialogam com a avaliação por pares, o uso de rubricas e a validação de modelos educacionais.

O Capítulo (4) descreve a metodologia adotada, incluindo o tipo de pesquisa, o contexto de aplicação, os instrumentos de coleta de dados, as etapas da pesquisa e os procedimentos de análise.

O Capítulo (5) apresenta o desenvolvimento do modelo de correção por pares, detalhando o processo de submissão das respostas, anonimização, distribuição cruzada das correções, avaliação por rubrica e devolução dos *feedbacks*.

O Capítulo (6) apresenta a aplicação do modelo e a análise dos resultados obtidos a partir dos formulários respondidos pelos estudantes.

Por fim, o Capítulo (7) apresenta as conclusões, as limitações da pesquisa e as sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O referencial teórico deste trabalho apresenta os principais conceitos que sustentam a proposta de validação de um modelo de correção por pares aplicado a demonstrações matemáticas em Matemática Discreta. Para isso, são discutidos aspectos relacionados ao ensino de demonstrações, à avaliação por pares, ao uso de rubricas avaliativas, à técnica de prototipagem Mágico de Oz e à abordagem metodológica *Design Science Research*.

Esses fundamentos são importantes para compreender tanto a dimensão pedagógica quanto a dimensão tecnológica da pesquisa. Aquela está relacionada às dificuldades dos estudantes na construção de argumentos matemáticos e à possibilidade de utilizar a avaliação por pares como estratégia formativa. Já a dimensão tecnológica refere-se à validação de um modelo de sistema por meio de simulação manual, antes do desenvolvimento de uma ferramenta digital completa.

2.1 O ensino e a aprendizagem de demonstrações

A Matemática Discreta é um componente curricular fundamental na formação de estudantes da área de Computação, pois reúne conteúdos que servem de base para diferentes campos, como lógica, algoritmos, estruturas de dados, teoria dos grafos, combinatória e análise de complexidade.

Diferentemente de disciplinas centradas apenas em cálculos ou procedimentos operacionais, a Matemática Discreta exige dos estudantes uma compreensão mais abstrata, lógica e formal dos conceitos estudados.

Entre os conteúdos presentes nesse componente curricular, as demonstrações matemáticas possuem papel de destaque. Elas permitem que o estudante desenvolva a capacidade de justificar afirmações, organizar argumentos e compreender por que determinada proposição é verdadeira. No contexto da Computação, essa habilidade é especialmente importante, pois contribui para a análise de algoritmos, para a verificação de propriedades de sistemas e para a construção de raciocínios formais necessários à solução de problemas computacionais.

No entanto, o desenvolvimento de demonstrações matemáticas costuma apresentar muitas barreiras para os estudantes, principalmente nos primeiros contatos com esse tipo de atividade. Muitos alunos estão habituados a resolver exercícios com respostas diretas, baseados na aplicação de fórmulas ou procedimentos previamente conhecidos. Quando são solicitados a construir uma

prova matemática, precisam mobilizar outras habilidades, como interpretação do enunciado, escolha de uma estratégia de demonstração, encadeamento lógico das ideias e uso adequado da linguagem matemática.

Uma das dificuldades recorrentes nesse processo é a confusão entre verificar exemplos particulares e demonstrar uma proposição geral. Em alguns casos, o estudante testa alguns valores específicos e acredita que isso é suficiente para comprovar a validade de uma afirmação. Entretanto, uma demonstração matemática exige um argumento que justifique a validade da proposição para todos os casos previstos, não apenas para situações isoladas.

Harel e Sowder (1998) apontam que estudantes podem apresentar diferentes esquemas de prova, sendo comum que iniciantes recorram a exemplos particulares como tentativa de justificar proposições gerais. Essa dificuldade reforça a necessidade de práticas pedagógicas que auxiliem o aluno a compreender a diferença entre testar casos específicos e construir uma demonstração matemática válida. Essa diferença evidencia a necessidade de trabalhar o pensamento dedutivo e a compreensão dos critérios de validade de uma prova.

Além disso, a escrita matemática também constitui um desafio importante. Mesmo quando o estudante possui alguma ideia correta sobre a resolução, pode ter dificuldade em expressar seu raciocínio de maneira clara, organizada e formal. A ausência de justificativas, a utilização inadequada de símbolos, a omissão de etapas e a falta de conexão entre os argumentos podem comprometer a qualidade da demonstração apresentada.

Dessa forma, o ensino de demonstrações em Matemática Discreta demanda práticas pedagógicas que favoreçam não apenas a resolução de exercícios, mas também a reflexão sobre os argumentos construídos. Para aprender a demonstrar, o estudante precisa ter contato com exemplos, analisar erros, comparar estratégias, receber *feedback* e revisar suas próprias produções. Nesse sentido, o acompanhamento do processo de aprendizagem torna-se essencial para que o aluno desenvolva gradualmente maior segurança na construção de demonstrações matemáticas.

2.2 Aprendizagem ativa e avaliação contínua

A aprendizagem ativa está relacionada a práticas pedagógicas nas quais o estudante participa de forma mais direta do processo de construção do conhecimento, deixando de atuar apenas como receptor de informações. De acordo com Bonwell e Eison (1991), esse tipo de abordagem envolve o estudante em atividades de leitura, escrita, discussão, análise e resolução

de problemas. No contexto das demonstrações matemáticas, essa participação é importante porque o aluno precisa analisar argumentos, justificar etapas, identificar erros e refletir sobre diferentes formas de resolução. Assim, atividades que envolvem análise, avaliação e revisão de produções favorecem o desenvolvimento de habilidades cognitivas mais complexas, conforme discutido por Anderson *et al.* (2001).

A avaliação contínua, por sua vez, permite acompanhar o processo de aprendizagem ao longo das atividades, e não apenas verificar o desempenho do estudante em um momento final. Segundo Black e Wiliam (1998), a avaliação formativa contribui para a aprendizagem quando as informações obtidas durante o processo são utilizadas para orientar melhorias no ensino e no desempenho dos estudantes.

Essa perspectiva valoriza a produção de devolutivas frequentes, a identificação de dificuldades e a possibilidade de ajustes durante o percurso formativo. Nesse sentido, a correção por pares, quando orientada por rubricas estruturadas, aproxima-se da aprendizagem ativa e da avaliação contínua, pois envolve os estudantes na análise das demonstrações dos colegas e amplia as oportunidades de *feedback* durante o processo de aprendizagem.

2.3 Avaliação por pares como estratégia pedagógica

A avaliação por pares, muito usada na avaliação de artigos científicos, consiste em uma prática na qual estudantes avaliam, comentam ou atribuem critérios às produções de seus colegas. Essa estratégia pode ser utilizada em diferentes contextos educacionais, especialmente quando se busca envolver os alunos de forma mais ativa no processo de aprendizagem.

Segundo Topping (1998), a avaliação por pares ocorre quando os estudantes avaliam a quantidade, o nível, o valor ou a qualidade das produções de outros estudantes em situação semelhante. Essa prática pode contribuir para o desenvolvimento da autonomia, da reflexão crítica e da compreensão dos critérios avaliativos.

No contexto do ensino de demonstrações matemáticas, a avaliação por pares pode contribuir de maneira significativa. Ao analisar a resposta de outro estudante, o avaliador precisa observar a estrutura lógica do argumento, verificar se os passos estão justificados e identificar possíveis falhas na demonstração. Esse exercício pode favorecer o desenvolvimento do pensamento crítico, pois o aluno deixa de atuar apenas como autor da resposta e passa também a refletir sobre os critérios utilizados na avaliação.

Além disso, a avaliação por pares pode ampliar as possibilidades de devolutiva em turmas

numerosas. Em vez de depender exclusivamente do professor para receber comentários sobre sua produção, o estudante passa a ter acesso também às observações feitas por colegas. Embora esse tipo de avaliação não substitua a atuação docente, ele pode funcionar como uma estratégia complementar, especialmente quando o processo é bem estruturado e orientado por critérios claros.

Entretanto, para que a avaliação por pares seja eficaz, é necessário que os estudantes compreendam como avaliar. Caso contrário, os comentários podem ser superficiais, pouco objetivos ou inconsistentes. Por isso, a utilização de instrumentos de orientação, como rubricas avaliativas, torna-se fundamental para dar maior segurança ao processo.

A avaliação por pares também pode ser relacionada ao desenvolvimento de habilidades cognitivas mais complexas. Anderson *et al.* (2001), ao revisarem a Taxonomia de Bloom, destacam processos como analisar, avaliar e criar como níveis mais elevados da aprendizagem. Nesse sentido, ao corrigir a demonstração de um colega, o estudante não apenas revisa conteúdos, mas também analisa argumentos, avalia justificativas e reflete sobre a construção lógica da resposta.

2.4 Rubricas de avaliação

As rubricas de avaliação são instrumentos que apresentam critérios claros para orientar a análise de uma atividade. Em geral, elas descrevem os aspectos que devem ser observados na produção do estudante e indicam diferentes níveis de desempenho. Dessa forma, auxiliam tanto quem avalia quanto quem é avaliado, pois tornam mais explícito o que se espera da atividade.

Stevens e Levi (2013) destacam que as rubricas são instrumentos que ajudam a tornar os critérios de avaliação mais claros, tanto para quem avalia quanto para quem é avaliado. No contexto deste trabalho, as rubricas são utilizadas para orientar os estudantes durante a correção por pares, indicando quais aspectos devem ser observados em uma demonstração matemática, como estrutura lógica, justificativa dos passos, clareza da escrita e validade do argumento.

No caso das demonstrações matemáticas, uma rubrica pode contemplar critérios como: compreensão do enunciado, estrutura lógica da demonstração, justificativa dos passos, uso adequado da linguagem matemática, clareza da escrita e validade do argumento final. Esses critérios ajudam o avaliador a observar aspectos específicos da resposta, evitando que a correção se baseie apenas em impressões gerais.

A utilização de rubricas é especialmente importante em processos de avaliação por pares,

pois os estudantes avaliadores nem sempre possuem experiência suficiente para julgar uma demonstração de forma autônoma. Com uma rubrica bem elaborada, o aluno passa a ter um guia para realizar sua análise, o que pode reduzir discrepâncias entre corretores e melhorar a qualidade dos comentários produzidos.

Além disso, as rubricas também possuem função formativa. Ao conhecer os critérios de avaliação, o estudante pode compreender melhor o que caracteriza uma boa demonstração e utilizar essas informações para revisar suas próprias produções. Assim, a rubrica não serve apenas para atribuir uma nota, mas também para apoiar o processo de aprendizagem.

Nessa perspectiva, a rubrica também contribui para que a avaliação tenha caráter formativo. Para Wiggins (1998), a avaliação deve servir para informar e melhorar o desempenho do estudante, não se limitando apenas à atribuição de notas.

Assim, no modelo proposto, a rubrica busca orientar a produção de devolutivas que indiquem pontos fortes, fragilidades e possibilidades de melhoria nas demonstrações avaliadas.

2.5 Prototipação e técnica Mágico de Oz

A prototipação é uma prática utilizada no desenvolvimento de sistemas para testar ideias, fluxos e funcionalidades antes da construção da solução final. Por meio de protótipos, é possível identificar problemas de usabilidade, compreender necessidades dos usuários e validar requisitos de forma mais rápida e econômica.

Entre as técnicas de prototipação, destaca-se a Mágico de Oz (ou *Wizard of Oz* - WoZ) que é amplamente consolidada na área de Interação Humano-Computador (IHC) para prototipar e testar sistemas que ainda não foram totalmente automatizados Schechter *et al.* (2022), Wang *et al.* (2021). Nessa abordagem, algumas funcionalidades que futuramente seriam executadas por um sistema computacional são simuladas manualmente por uma pessoa (o “mágico”). O usuário interage com o processo como se estivesse utilizando um sistema automatizado, enquanto o pesquisador realiza manualmente as etapas necessárias nos bastidores.

Essa técnica foi apresentada por Kelley (1984) como uma estratégia de prototipação em que determinadas funcionalidades de um sistema são simuladas por um operador humano antes da implementação computacional. Dahlbäck, Jönsson e Ahrenberg (1993) também destacam que essa técnica permite observar interações reais dos usuários com baixo custo inicial, favorecendo a identificação de problemas de usabilidade e requisitos do sistema.

No contexto deste trabalho, simulamos um sistema de correção por pares antes da imple-

mentação de uma ferramenta digital. Etapas como recebimento das respostas, anonimização das atividades, distribuição das correções e organização dos *feedbacks* foram realizadas manualmente com apoio de ferramentas como formulários e planilhas.

Okamoto e Yamanaka (2002) sugerem que o método WoZ pode ser usado de forma incremental: inicialmente, o desenvolvedor lida manualmente com quase todas as distribuições e respostas e, à medida que os padrões são aprendidos, a carga de trabalho manual é reduzida, o que se assemelha à evolução natural de um sistema de revisão por pares que começa manual e busca futura automação.

Já o trabalho de Alce, Wallergård e Hermodsson (2015) reforça que o uso de operadores humanos para simular componentes não desenvolvidos é essencial para coletar *feedback* valioso de usuários logo no início do processo de *design*, validando a viabilidade pedagógica e interativa do fluxo de trabalho proposto.

Essa estratégia permite testar o modelo de correção por pares em um cenário real de uso, sem a necessidade de desenvolver inicialmente um *software* completo. Com isso, é possível observar dificuldades, falhas no fluxo, problemas de compreensão dos usuários e requisitos importantes para uma futura ferramenta automatizada.

2.6 Design Science Research

De acordo com Hevner *et al.* (2004), a *Design Science Research* (DSR) está relacionada à criação e avaliação de artefatos voltados à solução de problemas relevantes em determinado contexto. Esses artefatos podem assumir diferentes formas, como modelos, métodos, processos, sistemas ou protótipos.

Este trabalho aproxima-se dessa abordagem porque propõe a criação e validação de um modelo de correção por pares para demonstrações matemáticas. O artefato principal da pesquisa não é apenas um *software*, mas o próprio processo estruturado de correção, envolvendo rubricas, anonimização, distribuição das atividades, coleta das devolutivas e análise dos resultados.

A partir da aplicação desse modelo, foi possível avaliar sua viabilidade pedagógica e técnica. Os dados coletados poderão indicar se o processo é compreensível para os estudantes, se as rubricas ajudam na avaliação, se as devolutivas produzidos possuem qualidade e quais ajustes seriam necessários para transformar o modelo em uma ferramenta digital.

2.7 Síntese do referencial teórico

A partir dos conceitos discutidos, observa-se que o ensino de demonstrações matemáticas exige práticas que favoreçam a construção do raciocínio lógico, a clareza argumentativa e o uso adequado da linguagem formal. Como muitos estudantes apresentam dificuldades nesse processo, o *feedback* torna-se uma ferramenta essencial para a aprendizagem.

A avaliação por pares surge como uma estratégia capaz de ampliar as oportunidades de *feedback* e envolver os estudantes de maneira mais ativa no processo avaliativo. No entanto, para que essa prática seja efetiva, é necessário estruturá-la com critérios claros, como os fornecidos pelas rubricas de avaliação.

Ao mesmo tempo, a técnica Mágico de Oz permite validar o funcionamento desse processo antes do desenvolvimento de uma ferramenta computacional. Dessa forma, o modelo proposto neste trabalho articula fundamentos pedagógicos e tecnológicos, buscando contribuir tanto para a aprendizagem de demonstrações matemáticas quanto para o planejamento de uma futura solução digital de apoio à correção por pares.

3 TRABALHOS RELACIONADOS

Este capítulo apresenta trabalhos relacionados ao tema desta pesquisa, considerando estudos que abordam avaliação por pares, rubricas de avaliação, dificuldades no ensino de demonstrações matemáticas e técnicas de prototipação para validação de modelos educacionais. A análise desses trabalhos permite situar a proposta desta monografia e evidenciar sua contribuição em relação a abordagens já discutidas na literatura.

De modo geral, os estudos relacionados indicam que a avaliação por pares pode contribuir para tornar o estudante mais ativo no processo de aprendizagem. No entanto, também mostram que essa estratégia precisa ser bem organizada, principalmente quando envolve estudantes que ainda estão aprendendo determinado conteúdo. Nesse sentido, o uso de critérios claros, como os apresentados em rubricas, torna-se fundamental para orientar a avaliação e reduzir a subjetividade.

3.1 Avaliação por pares

A avaliação por pares é uma estratégia em que estudantes avaliam produções de outros colegas em situação semelhante de aprendizagem. Segundo Topping (1998), essa prática pode contribuir para o desenvolvimento da autonomia, da responsabilidade e da reflexão crítica dos estudantes.

No contexto educacional, a avaliação por pares permite que o aluno deixe de atuar apenas como autor de uma resposta e passe também a assumir o papel de avaliador. Ao analisar a produção de um colega, ele precisa observar pontos fortes, identificar possíveis erros e refletir sobre os critérios utilizados na correção.

Esse tipo de abordagem se relaciona diretamente com esta pesquisa, pois o modelo proposto também envolve os estudantes na correção das respostas de seus colegas. No entanto, este trabalho se diferencia por aplicar a avaliação por pares especificamente em demonstrações matemáticas no componente curricular de Matemática Discreta, utilizando anonimato, distribuição cruzada e rubricas estruturadas.

3.2 Uso de rubricas na avaliação

As rubricas de avaliação são instrumentos que apresentam critérios previamente definidos para orientar a correção de uma atividade. Stevens e Levi (2013) destacam que as rubricas

ajudam a tornar mais claras as expectativas da avaliação, tanto para quem avalia quanto para quem é avaliado.

No caso da correção por pares, as rubricas são importantes porque os estudantes nem sempre possuem experiência suficiente para avaliar uma resposta de forma autônoma. Sem critérios definidos, a avaliação pode se tornar superficial ou baseada apenas na opinião pessoal do avaliador.

Neste trabalho, a rubrica foi utilizada para orientar a análise das demonstrações matemáticas. Os critérios considerados envolveram aspectos como estrutura da solução, validade das transformações, coerência do processo, aplicação das leis lógicas, justificativa dos passos, fluxo lógico e resultado final. Dessa forma, a rubrica teve papel central na organização da correção por pares.

3.3 Demonstrações matemáticas e dificuldades dos estudantes

As demonstrações matemáticas exigem que o estudante organize ideias, justifique passos e construa uma sequência lógica coerente. Harel e Sowder (1998) apontam que muitos estudantes apresentam dificuldades na construção de provas, sendo comum a confusão entre testar exemplos particulares e demonstrar uma proposição de forma geral.

Essa dificuldade também ocorre no componente curricular de Matemática Discreta, especialmente em conteúdos relacionados à lógica, equivalências e álgebra de conjuntos. Muitas vezes, o estudante consegue iniciar a resolução, mas apresenta problemas para justificar cada etapa ou nomear corretamente as leis utilizadas.

A proposta deste trabalho está relacionada a esse problema, pois busca apoiar a aprendizagem de demonstrações por meio da correção por pares. Ao avaliar a resposta de outro colega, o estudante pode observar diferentes formas de resolução, identificar erros e refletir sobre a qualidade das justificativas apresentadas.

3.4 Técnica Wizard of Oz

No contexto desta pesquisa, a técnica Wizard of Oz foi utilizada para simular um sistema de correção por pares. Etapas como recebimento das respostas, anonimização, distribuição das correções e organização dos *feedbacks* foram realizadas manualmente, com apoio de ferramentas como formulários eletrônicos e planilhas.

Essa técnica foi importante porque permitiu testar o funcionamento do modelo antes do desenvolvimento de uma ferramenta digital completa. Assim, foi possível observar dificuldades, limitações e requisitos necessários para uma futura solução tecnológica.

Até a presente data, não encontramos nenhum trabalho relacionado ao tema usando essa técnica.

3.5 Relação dos trabalhos com esta pesquisa

Os trabalhos relacionados mostram que a avaliação por pares, as rubricas, o estudo das dificuldades em demonstrações matemáticas e a técnica *Wizard of Oz* são temas relevantes para a área educacional e tecnológica. Cada um desses elementos contribui para uma parte da proposta desenvolvida nesta monografia.

A avaliação por pares contribui para ampliar as possibilidades de *feedback*; as rubricas ajudam a orientar os estudantes durante a correção; os estudos sobre demonstrações matemáticas ajudam a compreender as dificuldades dos alunos; e a técnica *Wizard of Oz* permite validar o processo antes da criação de uma ferramenta digital.

Dessa forma, este trabalho se diferencia por integrar esses elementos em um único modelo aplicado ao contexto da Matemática Discreta. A proposta não se limita a discutir a avaliação por pares de forma geral, mas busca validar um processo estruturado, anônimo e orientado por critérios para apoiar a correção de demonstrações matemáticas.

Assim, a principal contribuição desta pesquisa está em propor e validar um modelo de correção por pares que pode auxiliar estudantes e professores, além de servir como base para o desenvolvimento futuro de uma ferramenta digital educacional.

4 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta os procedimentos metodológicos adotados para o desenvolvimento da pesquisa. São descritos o tipo de pesquisa, o contexto de aplicação, os participantes, os instrumentos de coleta de dados, as etapas de execução do modelo de correção por pares e os procedimentos utilizados para análise dos dados obtidos.

A pesquisa caracteriza-se como aplicada, pois busca propor e avaliar uma solução para um problema prático relacionado ao ensino de demonstrações matemáticas. Segundo Prodanov e Freitas (2013), a pesquisa aplicada está voltada à geração de conhecimentos destinados à solução de problemas concretos. Nesse sentido, este estudo assume caráter aplicado por propor um modelo de correção por pares voltado a uma necessidade observada no contexto educacional.

Além disso, a pesquisa possui caráter exploratório, uma vez que investiga a viabilidade de um modelo de correção por pares mediado por rubricas e simulado manualmente antes do desenvolvimento de uma ferramenta computacional. De acordo com Gil (2017), a pesquisa exploratória busca proporcionar maior familiaridade com o problema, tornando-o mais explícito e favorecendo a construção de caminhos para sua análise.

Quanto à abordagem, a pesquisa utiliza elementos quantitativos e qualitativos. A dimensão quantitativa está relacionada à análise das notas atribuídas pelos avaliadores pares, permitindo observar possíveis discrepâncias entre corretores. Já a dimensão qualitativa envolve a análise dos comentários produzidos pelos estudantes durante a avaliação, buscando compreender a qualidade dos *feedbacks* gerados e as dificuldades encontradas no processo.

A pesquisa adota como orientação metodológica a DSR, pois tem como foco a criação e avaliação de um artefato. Neste trabalho, o artefato principal é o modelo de correção por pares aplicado a demonstrações matemáticas. Esse modelo envolve um conjunto de procedimentos, como submissão das respostas, anonimização, distribuição das atividades, uso de rubricas, coleta dos *feedbacks* e análise dos resultados.

4.1 Contexto da pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida no contexto do componente curricular de Matemática Discreta (Turma 01) do Centro Multidisciplinar de Pau dos Ferros da Universidade Federal Rural do Semi-Árido.

A proposta foi aplicada em uma turma composta inicialmente por 55 estudantes do

semestre 2026-1, possibilitando observar a viabilidade do modelo em um cenário semelhante ao enfrentado por professores em turmas numerosas. A quantidade de participantes permite avaliar se o processo de correção por pares pode contribuir para ampliar as possibilidades de *feedback* e reduzir a dependência exclusiva da correção individual realizada pelo docente.

4.2 Etapas da pesquisa

A execução da pesquisa foi organizada em etapas. A primeira etapa consistiu no planejamento do modelo de correção por pares, incluindo a definição do fluxo de submissão, anonimização, distribuição das respostas, preenchimento das rubricas e devolução dos *feedbacks*.

A segunda etapa correspondeu à elaboração dos instrumentos de coleta, incluindo o formulário de submissão da demonstração, o formulário de avaliação por pares e a rubrica avaliativa. Esses instrumentos foram planejados com o objetivo de orientar os estudantes durante o processo e garantir maior clareza nos critérios utilizados.

A terceira etapa consistiu na aplicação da atividade. Os estudantes resolveram uma demonstração matemática proposta pelo professor e enviaram suas respostas por meio de formulário eletrônico. Em seguida, as respostas foram organizadas e anonimizadas para que não fosse possível identificar os autores.

A quarta etapa correspondeu à distribuição das respostas entre os avaliadores pares. foi utilizado um modelo de distribuição cruzada, no qual os estudantes avaliam demonstrações produzidas por outros colegas, evitando que corrijam suas próprias respostas. Nesse formato, por exemplo, os alunos A e B podem responder a uma mesma questão e, posteriormente, receber para avaliação as respostas produzidas pelos alunos C e D.

Esse modelo busca garantir o anonimato, ampliar as possibilidades de *feedback* e permitir a comparação entre os critérios utilizados pelos diferentes avaliadores.

A quinta etapa consistiu na análise das avaliações realizadas pelos estudantes. Nessa etapa, foram observadas as notas atribuídas, as diferenças entre os avaliadores, a clareza dos comentários e a adequação do uso da rubrica. Também foram identificadas dificuldades no processo e possíveis requisitos para uma futura ferramenta digital.

Por fim, a sexta etapa consiste na análise das dificuldades, limitações e requisitos observados durante a aplicação manual do modelo. Esses elementos permitiram orientar, em trabalhos futuros, o desenvolvimento de uma ferramenta digital de apoio à correção por pares.

No presente trabalho, a técnica *Wizard of Oz* foi aplicada com apoio de ferramentas

simples, como *Google Forms* e *Google Sheets*. O formulário foi utilizado para submissão das revisões. Já a planilha foi utilizada para organizar os participantes, gerar códigos anônimos, distribuir as correções e registrar os dados coletados. A atividade foi executada segundo o modelo de correção por pares proposto neste trabalho, apresentado detalhadamente no Capítulo 5.

5 DESENVOLVIMENTO DO MODELO DE CORREÇÃO POR PARES

Este capítulo apresenta o modelo de correção por pares proposto neste trabalho para apoiar a aprendizagem de demonstrações matemáticas.

O modelo envolve os próprios estudantes no processo avaliativo, permitindo que cada aluno avalie demonstrações produzidas por outros colegas, seguindo critérios previamente definidos.

Neste trabalho, optou-se por um tipo específico de demonstração baseado no uso de regras, no qual cada transformação deve ser justificada por uma regra previamente definida. Para isso, foram selecionados dois conteúdos recorrentes em Matemática Discreta: equivalências lógicas e igualdade entre conjuntos. Ambos apresentam relação conceitual com a Álgebra de Boole, o que pode favorecer a articulação entre os conteúdos e facilitar a assimilação dos conceitos pelos estudantes.

O primeiro passo é manter uma planilha onde cada aluno recebe um identificador único. A tabela contém os seguintes campos:

- **ID_ALUNO**: identificador único
- **MATRÍCULA**: matrícula
- **NOME**: nome completo
- **não participa?**: campo com a informação se o(a) aluno(a) não participa mais do componente curricular

Dessa forma, alunos que deixaram de participar do componente curricular não receberão questões. No entanto, devem ser mantidos no cadastro para que os identificadores continuem consistentes.

5.1 Submissão das demonstrações

A primeira etapa do modelo consiste na submissão das demonstrações matemáticas pelos estudantes. Após a apresentação da atividade, cada aluno deve resolver a questão proposta e enviar sua resposta por meio de um formulário eletrônico no sistema integrado de gestão de atividades acadêmicas (SIGAA).

Os alunos recebem um documento contendo uma lista de questões onde cada uma delas

possui duas matrículas associadas. Denominado essa etapa de FASE I. Todas as demonstrações devem ser escritas à mão e enviadas em formato de imagem ou PDF via SIGAA. O Quadro 1 mostra um exemplo.

Quadro 1 – Questões da primeira fase sobre equivalências lógicas

Simplifique as seguintes expressões lógicas usando as leis da lógica.

1. $\neg[(\neg p \wedge q) \vee \neg(r \vee \neg s)] \equiv (p \vee \neg q) \wedge (r \vee \neg s)$
2. $\neg[(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \rightarrow r)] \equiv (\neg p \wedge q) \vee (\neg q \wedge \neg r)$
- ⋮
26. $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
27. $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r) \equiv V$

Orientações

Você deve resolver somente a equivalência da linha onde está a sua matrícula. Para resolver, deve-se partir da fórmula na esquerda e aplicar as regras da disponibilizada, a fim de obter a fórmula na direita. Uma resolução válida não pode pular passos. Resolva sua questão manualmente (lápiz/caneta e papel). Em seguida, envie o documento via SIGAA.

Fonte: Autoria própria (2026).

Na aplicação desta atividade, a turma contava com (53) alunos. Cada questão ficou sob responsabilidade de dois alunos. Dessa maneira, foram necessárias (27) questões. Nesse caso, como o número de alunos era ímpar, uma questão ficou com somente um autor. Essa vaga é preenchida pelo mágico, onde ele finge ser um dos alunos.

Já na atividade sobre igualdade de conjuntos (Quadro 2), foi necessário explicar com minúcia como a tarefa deveria ser entregue. Note que foram distribuídas (21) questões, pois havia (41) alunos matriculados nessa etapa.

Após a atividade ser entregue dentro de um prazo estipulado, o próprio SIGAA renomeia os arquivos com a matrícula e parte do nome do aluno. Dessa maneira o mágico não precisa que o aluno se identifique na questão para que depois tenha de apagar no momento das distribuição aos revisores.

Nesta etapa é mantida uma planilha com distribuição das questões contendo os seguintes campos:

- **ID_RESOLUÇÃO:** identificador da resolução
- **ID_ALUNO:** identificador do aluno incumbido de resolver a questão
- **ID_QUESTÃO:** identificador da questão

Quadro 2 – Questões da primeira fase sobre igualdade de conjuntos

Para quaisquer conjuntos A , B , C e D , prove as seguintes proposições usando as regras da álgebra de conjuntos.

1. $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$
2. $A - \overline{B \cup C} = A \cap (B \cup C)$
- ...
20. $\overline{\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{B} \cap C} = B \cup \overline{C}$
21. $\overline{[(A \cup \overline{B}) \cap (B \cup C)]} = (\overline{A} \cap B) \cup \overline{B \cup C}$

Orientações

1. Você deve resolver somente a questão da linha onde está a sua matrícula. Para resolver, deve-se partir da fórmula na esquerda/direita e aplicar as regras da tabela disponibilizada, a fim de obter a fórmula na direita/esquerda.
2. Uma resolução válida não pode pular passos.
3. Resolva sua questão manualmente (lápis/caneta e papel). Em seguida, envie o documento via SIGAA.
4. Não se identifique na sua resolução.
5. Não especifique a posição da questão em que você está resolvendo.

Exemplo

Prove que $A \cap (B \cup \overline{A}) = A \cap B$.

$$\begin{aligned}
 A \cap (B \cup \overline{A}) &= (A \cap B) \cup (A \cap \overline{A}) && \text{(Distributividade)} \\
 &= (A \cap B) \cup \emptyset && \text{(Complementar)} \\
 &= A \cap B && \text{(Elemento Neutro).}
 \end{aligned}$$

Fonte: Autoria própria(2026).

- **RESOLVEU?:** campo com a informação se o(a) aluno(a) concluiu a tarefa

Caso o aluno não tenha resolvido a questão, ele não participará da etapa de correção.

5.2 Anonimização das respostas

Após a submissão das demonstrações, mesmo com todos os cuidados para evitar identificações, é necessário realizar uma etapa de anonimização. Nessa fase, o pesquisador remove ou oculta qualquer informação que permita identificar o autor da resposta, como nome, matrícula, assinatura ou qualquer outro dado pessoal presente no arquivo enviado.

A anonimização é uma etapa importante para reduzir possíveis influências pessoais no processo avaliativo. Dessa forma, busca-se garantir que o avaliador concentre sua análise na qualidade da demonstração, e não na identidade do colega. Esse cuidado também contribui para

tornar a atividade mais justa e para preservar a imparcialidade da correção.

5.3 Distribuição cruzada das correções

Por meio de uma planilha de roteamento, as questões são distribuídas aos avaliadores. Ela contém os campos a seguir:

- **ID_AVALIAÇÃO**: identificador da revisão
- **ID_RESOLUÇÃO**: identificador da resolução
- **ID_AUTOR**: identificador do autor da resolução
- **ID_REVISOR**: identificador do aluno incumbido de revisar/avaliar a resolução
- **RESOLVEU?**: campo com a informação se o(a) avaliador(a) concluiu a tarefa

Para a distribuição aos avaliadores, optamos pela simplicidade. Se um aluno resolveu a questão cuja solução tem identificador n , então deverá avaliar a resolução $(n + 2) \bmod m$, onde m é o número de resoluções. Abaixo segue um exemplo com quatro alunos.

Tabela 1 – Tabela de distribuição

ID_RESOLUÇÃO	ID_AUTOR	ID_QUESTÃO	RESOLVEU?
R01	P01	Q01	SIM
R02	P02	Q01	SIM
R03	P03	Q02	SIM
R04	P04	Q02	SIM

Fonte: Autoria própria (2026).

Note que cada questão é resolvida separadamente por dois alunos distintos. Essa estratégia foi necessária devido a turma ter um número alto de alunos. Além disso, esta escolha torna mais fácil manter dois revisores para cada questão.

Tabela 2 – Tabela de roteamento

ID_AVALIAÇÃO	ID_RESOLUÇÃO	ID_AUTOR	ID_REVISOR	REVISOU?
A01	R01	P01	P03	SIM
A02	R02	P02	P04	SIM
A03	R03	P03	P01	SIM
A04	R04	P04	P02	SIM

Fonte: Autoria própria (2026).

Como o aluno P01 está conectado à resolução R01, ele deve avaliar a resolução $(1 + 2) \bmod 4 = 3$. Dessa maneira, P01 e P02 resolveram a questão Q01 e ambos vão revisar Q02.

Da mesma forma, P03 e P03 resolveram a questão Q02 e ambos vão revisar Q01.

Com posse da tabela de roteamento, cada arquivo de resolução enviado é renomeado com a matrícula do avaliador correspondente. Dessa maneira, ao acessar a pasta com todas as resoluções, cada aluno saberá qual questão revisar. Em seguida, os alunos recebem um rubrica para a avaliação das resoluções criada no *Google Forms*.

O método de distribuição contribui para que uma mesma demonstração possa ser analisada por mais de um avaliador. Isso permite comparar as avaliações realizadas, observar possíveis divergências entre os estudantes e verificar se a rubrica foi compreendida de maneira semelhante pelos avaliadores.

5.4 Avaliação com rubrica estruturada

A etapa de avaliação é conduzida com o apoio de uma rubrica estruturada. A rubrica tem como finalidade orientar os estudantes avaliadores, apresentando critérios claros sobre os aspectos que devem ser observados na demonstração matemática. O Quadro 3 mostra o cabeçalho do formulário enquanto o Quadro 4 mostra a rubrica usada na etapa sobre equivalências lógicas.

Quadro 3 – Modelo do cabeçalho do formulário de pesquisa aplicado

MATEMÁTICA DISCRETA - FASE 2
<i>Nesta atividade, você vai corrigir a resolução de um colega de forma anônima. Atenção: não há gabarito! Você deve usar os seus próprios conhecimentos sobre as Equivalências Lógicas para avaliar o passo a passo.</i>
Matrícula

Fonte: Autoria própria(2026).

Já para a fase sobre igualdade de conjuntos, a rubrica se manteve basicamente a mesma, somente mudamos os termos para conjuntos ao invés de equivalências. A maior mudança foi acrescentar um campo de texto obrigatório com a pergunta “O que você aprendeu com essa atividade?”.

Note que o avaliador não atribui uma nota à resolução. Isso é proposital, a fim de que os alunos não atribuam notas altas a si mesmos. Por trás das cortinas, o mágico pode atribuir um valor a cada item da rubrica.

A utilização da rubrica busca reduzir a subjetividade da avaliação e auxiliar os estudantes a compreenderem melhor o que caracteriza uma demonstração matemática adequada. Em vez de

avaliar apenas de forma intuitiva, o estudante passa a seguir critérios previamente definidos, o que torna a correção mais organizada.

Além disso, ao utilizar a rubrica para avaliar a resposta de outro colega, o estudante também pode refletir sobre sua própria forma de construir demonstrações. Ao identificar falhas ou qualidades na produção de outro aluno, ele pode perceber aspectos semelhantes em suas próprias respostas, favorecendo o desenvolvimento do pensamento crítico e da aprendizagem.

5.5 Devolução dos *feedbacks*

Após o preenchimento das avaliações, os *feedbacks* são organizados e devolvidos aos autores das demonstrações. Cada estudante recebe os comentários feitos por seus avaliadores, mantendo o anonimato tanto do autor da resposta quanto dos colegas que realizaram a correção.

A devolução do *feedback* possui caráter formativo, pois permite que o estudante observe como sua demonstração foi compreendida por outros colegas. Os comentários recebidos podem auxiliar na identificação de falhas de justificativa, problemas de clareza, ausência de etapas ou dificuldades na estrutura lógica da prova.

Nessa etapa, o professor ou pesquisador pode acompanhar os *feedbacks* produzidos, verificando se os comentários são adequados, respeitosos e úteis para a aprendizagem. Caso sejam identificados comentários superficiais, equivocados ou pouco claros, o professor pode utilizar essas situações para orientar melhor os estudantes sobre como realizar uma avaliação mais formativa.

A devolução organizada dos *feedbacks* também contribui para que o estudante tenha acesso a mais de uma perspectiva sobre sua resposta. Como a proposta prevê que as demonstrações sejam avaliadas por outros colegas, o autor pode comparar os apontamentos recebidos e refletir sobre quais aspectos precisam ser revisados.

5.6 Identificação de requisitos para a ferramenta digital

A aplicação manual do modelo também tem como objetivo levantar requisitos para uma futura ferramenta digital de apoio à correção por pares. Durante a simulação, são observadas dificuldades relacionadas ao envio das respostas, à anonimização, à distribuição das correções, ao preenchimento da rubrica e à organização dos *feedbacks*.

Essas observações permitiram identificar funcionalidades importantes para uma possível

versão automatizada do sistema. Entre os requisitos esperados, destacam-se:

- Cadastro de atividades de demonstração matemática;
- Envio de respostas em imagem ou PDF;
- Geração automática de códigos anônimos;
- ocultação automática dos dados dos autores;
- Distribuição cruzada das correções entre avaliadores;
- Formulário de avaliação com rubrica estruturada;
- Campo obrigatório para comentário formativo;
- Área para visualização dos *feedbacks* recebidos;
- Painel para acompanhamento do professor ou pesquisador;
- Geração de relatórios sobre notas, divergências e qualidade dos comentários.

Assim, o desenvolvimento do modelo não se limita à aplicação de uma atividade de correção por pares, mas também contribui para a definição de uma futura solução tecnológica. A simulação manual permite compreender o funcionamento do processo em contexto real antes da implementação de um sistema computacional completo.

5.7 Síntese do modelo

O modelo de correção por pares proposto neste trabalho busca integrar aspectos pedagógicos e tecnológicos. Pedagogicamente, ele estimula a participação ativa dos estudantes, amplia as possibilidades de *feedback* e favorece a reflexão sobre os critérios de validade de uma demonstração matemática. Tecnicamente, o modelo permite testar o fluxo de funcionamento de uma futura ferramenta digital por meio de uma simulação manual.

No modelo adotado, a distribuição das correções ocorre de forma cruzada. Isso significa que os estudantes avaliam respostas produzidas por outros colegas, preservando o anonimato e evitando a autocorreção. Essa organização permite que o processo seja aplicado manualmente com apoio de formulários e planilhas, ao mesmo tempo em que fornece informações importantes para a definição de requisitos de uma futura ferramenta digital.

Dessa forma, o modelo constitui o artefato central da pesquisa, pois organiza um processo estruturado de correção por pares voltado ao ensino de demonstrações. A partir de sua aplicação, foi possível analisar sua viabilidade, identificar limitações e propor melhorias para o

desenvolvimento de uma ferramenta automatizada.

Quadro 4 – Modelo do formulário de pesquisa aplicado

MATEMÁTICA DISCRETA - FASE 2
1. Estrutura da solução ☐ Cada passo mantém uma expressão logicamente bem-formada. ☐ A expressão inicial foi copiada corretamente.
2. Validade das transformações ☐ Todas as transformações correspondem a equivalências lógicas da tabela disponibilizada. ☐ Não há mudança indevida de conectivo (ex.: trocar $\wedge$ por $\vee$ sem justificativa). ☐ Não há remoção ou inserção indevida de negações.
3. Coerência do processo ☐ Cada linha pode ser obtida da anterior por uma equivalência conhecida. ☐ O processo não contém saltos impossíveis de justificar. ☐ O processo não contém ciclos (redundância).
4. A expressão final é logicamente equivalente à inicial? ☐ Sim. ☐ Não.
5. Aplicações de Leis ☐ Aplicou todas as leis corretamente em cada passo. ☐ Cometeu pequenos erros de aplicação, mas demonstrou lógica. ☐ Aplicou apenas algumas leis corretamente. ☐ Não demonstrou conhecimento das leis lógicas.
6. Justificativa ☐ Nomeia corretamente todas as leis ao lado de cada passo. ☐ Nomeia a maioria das leis, com falhas pontuais na nomenclatura. ☐ Identifica os passos, mas falha em nomear as leis corretamente. ☐ Apresenta a simplificação sem descrever o raciocínio. ☐ Não apresenta justificativas ou passos intermediários.
7. Fluxo lógico ☐ A sequência de passos é linear, clara e cada linha deriva logicamente da anterior. ☐ A sequência é lógica, mas há pequenos saltos na argumentação que exigem esforço para entender. ☐ Existem passos lógicos, mas a organização está um pouco confusa ou fragmentada. ☐ Não há sequência lógica; trata-se apenas de uma tentativa desordenada.
8. Resultado final ☐ O resultado final está exato e condiz com toda a simplificação/resolução. ☐ O resultado está certo, mas a formatação final ou unidade de medida foi omitida. ☐ O resultado final está incorreto, mas o erro ocorreu apenas no último passo. ☐ O resultado não tem qualquer relação com o problema ou não foi apresentado.
Espaço para comentários

Fonte: Autoria própria(2026).

6 APLICAÇÃO DO MODELO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta a aplicação do modelo de correção por pares proposto neste trabalho, bem como a análise dos dados obtidos a partir do formulário de avaliação respondido pelos estudantes. A atividade teve como objetivo verificar a viabilidade do uso das rubricas, observando aspectos como estrutura da solução, validade das transformações, coerência do processo, aplicação das leis, justificativa dos passos, fluxo lógico e resultado final.

O experimento foi realizado em duas etapas: equivalências lógicas e igualdade de conjuntos. Cada etapa contou com duas fases.

6.1 Equivalências lógicas

Foram distribuídas (27) questões sobre equivalências lógicas entre (53) alunos. Desse modo, houve uma questão que foi respondida por somente um aluno. Neste contexto, (3) alunos não participaram mais do componente curricular e (4) não realizaram a tarefa. De modo geral, 84.8% declararam que a equivalência foi devidamente estabelecida. Enquanto, o restante respondeu que a expressão final não é equivalente à inicial. Isso sugere que a maioria dos alunos conseguiu chegar ao resultado correto, ou pelo menos que os corretores perceberam equivalência lógica na solução apresentada.

As seguintes questões receberam negativa quando perguntado se a expressão final é logicamente equivalente à inicial: Q04, Q10, Q12, Q14, Q18 e Q27. Com exceção da questão Q27, quando comparamos os duas revisões da mesma questão, encontramos que todas receberam valores diferentes entre os revisores. Ou seja, para essas cinco questões houve desacordo explícito sobre a equivalência lógica final. Quanto a questão Q27, ela foi revisada por somente um aluno. Isso reforça a ideia de que essas questões são excelentes candidatas para uma correção de referência.

Sobre cada item do formulário, obtivemos os seguintes resultados:

Tabela 3 – Aplicação das leis lógicas

Avaliação	Quantidade
Aplicou todas as leis corretamente	25
Pequenos erros, mas demonstrou lógica	17
Apenas algumas leis corretamente	3
Não demonstrou conhecimento das leis	1

Fonte: Autoria própria (2026).

Mesmo quando o resultado final estava correto, muitos colegas identificaram problemas na aplicação formal das leis.

Tabela 4 – Justificativa dos passos

Avaliação	Quantidade
Nomeia corretamente todas as leis	19
Nomeia a maioria das leis	8
Identifica os passos, mas nomeia mal as leis	3
Simplifica sem explicar o raciocínio	15
Sem justificativas	1

Fonte: Autoria própria (2026).

Os comentários mostram que os alunos prestaram bastante atenção à justificativa formal. Isso foi um ponto forte do experimento.

Ainda sobre a justificativa dos passos, muitos destacaram a falta de nomeação das leis, saltos na demonstração e leis aplicadas mas não explicitadas. Isso indica que os estudantes já entendem que uma demonstração formal exige mais do que apenas chegar ao resultado.

Exemplos:

- “Esqueceu de colocar os nomes das leis.”
- “Faltou detalhar cada passo.”
- “Nomeação das leis dificulta a identificação.”

Isso sugere que a rubrica está induzindo os alunos a observar formalismo matemático, o que é positivo.

Os saltos lógicos, indicam que os estudantes estão começando a desenvolver critérios para avaliar demonstrações.

Exemplos:

- “Pequenos saltos na argumentação.”
- “Passos faltando.”
- “Fiquei perdido com a resolução.”

No caso do fluxo lógico, a principal crítica dos colegas não foi ao conteúdo matemático, mas à apresentação da solução.

Interessante notar que 35/46 (cerca de 76%) receberam avaliação máxima no resultado. Mais ainda, vários erros parecem ocorrer apenas no fechamento da demonstração.

Tabela 5 – Fluxo lógico

Avaliação	Quantidade
Sequência clara e linear	24
Pequenos saltos na argumentação	13
Organização confusa	9

Fonte: Autoria própria (2026).

Tabela 6 – Resultado final

Avaliação	Quantidade
Resultado totalmente correto	35
Correto, mas com problemas de apresentação	5
Incorreto apenas no último passo	6

Fonte: Autoria própria (2026).

Vários comentários seguem o padrão de resultado final correto, mas com falhas no desenvolvimento. Esse é um excelente sinal pedagógico, pois indica que os corretores não estão avaliando apenas a resposta final.

Devido aos alunos conseguirem distinguir correção do resultado, validade das transformações, clareza da demonstração e justificativa das leis, podemos dizer que a rubrica funcionou.

No entanto, o modelo de distribuição das demonstrações aos avaliadores sofreram alguns entraves. Primeiro, o número de alunos inicialmente era ímpar. Dessa forma, havia uma questão que seria resolvida por somente um aluno e outro aluno ficaria sem tarefa para revisar.

Outro problema que não enxergamos inicialmente foi que alguns alunos poderiam não aderir ao experimento e não concluir a tarefa. Com os sete alunos que não fizeram a tarefa, (46) concluíram. Esse número par facilitou a distribuição, mas algumas questões foram resolvidas por somente um autor.

6.2 Igualdade entre conjuntos

Na primeira fase da etapa de igualdade de conjuntos, foram distribuídas (21) questões entre (41) alunos. Como o valor foi ímpar, o mágico fez o papel de solucionador de uma das questões. Dessa maneira, cada questão foi resolvida por duas pessoas diferentes.

Dos 42 participantes da primeira fase, (40) resolveram suas questões. Por essa razão, o mágico revolveu as duas questões restantes para manter a distribuição aos avaliadores sem empecilhos. Além disso, se infiltrar entre os alunos pode proporcionar a inclusão de iscas de erro.

A seguir, destacamos os benefícios pedagógicos de se infiltrar anonimamente no expe-

rimento de revisão por pares utilizando inserções deliberadas de erros ou conteúdos fora de contexto.

A Isca do Erro: Medir o rigor técnico e a atenção dos revisores. Permite avaliar a taxa de detecção de falhas conceituais (se estão realmente lendo e validando o trabalho dos colegas) e a profundidade da correção dos alunos (se apenas apontam o erro ou explicam a lógica correta).

O Erro Crasso: Testar a postura ética e o conforto com o conflito. Avalia como o aluno lida com o desconforto de expor uma falha em um par, medindo se ele suaviza o *feedback* ou se mantém o rigor com cordialidade.

O Conteúdo Fora de Contexto: Avaliar a resiliência e a flexibilidade da rubrica de avaliação. Ao escrevermos algo deliberadamente fora do contexto da solução (como uma explicação sem nexos, um comentário aleatório no meio do código/desenvolvimento ou uma fuga total do tema), testamos os limites da rubrica de avaliação.

O Pós-Experimento: Transformar a atividade em um espelho reflexivo para a turma. Gera dados reais e vivos para o *debriefing* (a revelação), demonstrando o impacto prático da negligência na revisão de forma empírica e engajadora.

Na segunda etapa, foram registradas (38) respostas no formulário de avaliação. Os estudantes analisaram demonstrações produzidas por colegas, utilizando critérios previamente definidos.

Além disso, foi adicionada a seguinte pergunta na rubrica:

O QUE VOCÊ APRENDEU COM ESTA ATIVIDADE?

Podemos destacar as seguintes falas dos alunos que participaram do experimento;

Aprendi a identificar melhor as leis dos conjuntos e a entender que cada passo da resolução precisa ter uma justificativa para chegar ao resultado corretamente. (Aluno A)

Aprendi a utilizar as leis da álgebra de conjuntos, para simplificar expressões envolvendo operações entre conjuntos. Também aprendi a importância de justificar cada etapa da demonstração de forma lógica e organizada. (Aluno B)

Aprendi que é importante verificar cuidadosamente se a lei aplicada em cada passo corresponde realmente à transformação realizada, pois pequenos erros podem comprometer a validade da demonstração, mesmo quando a sequência de raciocínio parece correta. (Aluno C)

Esses três alunos conseguiram entender que é preciso rigor para escrever uma demonstração matemática. Para eles, não pode haver lacunas no raciocínio. Mesmo que seja algo óbvio

para a maioria, é necessário tomar o devido cuidado para não comprometer a validade de uma demonstração.

Sobre os *feedbacks* do revisores para os autores, podemos destacar os seguintes comentários:

Parabéns pela resolução! A demonstração foi realizada de maneira impecável. A sequência lógica fluiu perfeitamente, o resultado final ($A' \cap B'$) foi alcançado e, o mais importante, todas as leis de conjuntos (Comutatividade, Absorção, Distributividade, Complementar e Elemento Neutro) foram aplicadas e nomeadas corretamente nos momentos exatos. Excelente trabalho! (Aluno D)

A resolução algébrica está excelente e chega ao resultado exato (A), com um bom fluxo de raciocínio. No entanto, foram cometidos erros na nomenclatura das leis utilizadas para justificar os passos: na linha 2, a mudança de agrupamento dos parênteses é 'Associatividade' e não Distributiva; na linha 3, a fatoração do termo em comum é 'Distributividade' e não Comutatividade; e na linha 6, houve a omissão do apontamento da lei do 'Elemento Neutro' ao simplificar a união com o conjunto vazio. (Aluno E)

A resolução apresenta um contraexemplo para analisar a proposição, porém o enunciado solicitava uma demonstração utilizando exclusivamente as identidades da Tabela 1. Por isso, apesar de existir um raciocínio lógico, a solução não segue o procedimento exigido na atividade. (Aluno F)

O aluno D deu um *feedback* positivo e recompensou o colega com elogios. Já o aluno E, foi bem cuidadoso em seu comentário. Ele observou que o autor foi negligente nos passos necessários errando as leis aplicadas e sendo omissos em alguns passos. Enquanto isso, o aluno F notou que o autor da demonstração fugiu totalmente do que a tarefa pedia.

Sobre cada item do formulário, obtivemos os seguintes resultados:

Tabela 7 – Aplicação das leis sobre igualdade de conjuntos

Avaliação	Quantidade
Aplicou todas as leis corretamente	24
Pequenos erros, mas demonstrou lógica	11
Apenas algumas leis corretamente	2
Não demonstrou conhecimento das leis	1

Fonte: Autoria própria (2026).

Comparando com a Tabela 3, a quantidade de alunos que cometeu pequenos erros diminuiu de 37% para 28,9%. Como se trata de duas atividades semelhantes, era um resultado esperado.

Sobre as justificativas (Tabela 8), tivemos uma melhora considerável nos indicadores. Tivemos um aumento nominal de 27,1% no número de alunos que nomearam corretamente as leis aplicadas em cada transformação. Além disso, o número de alunos que não explica o raciocínio usado caiu de 32,6% para 5,3%.

Tabela 8 – Justificativa dos passos

Avaliação	Quantidade
Nomeia corretamente todas as leis	26
Nomeia a maioria das leis	7
Identifica os passos, mas nomeia mal as leis	1
Simplifica sem explicar o raciocínio	2
Sem justificativas	2

Fonte: Autoria própria (2026).

Tabela 9 – Fluxo lógico

Avaliação	Quantidade
Sequência clara e linear	30
Pequenos saltos na argumentação	5
Organização confusa	3

Fonte: Autoria própria (2026).

O fluxo lógico (Tabela 9), também melhorou nesta segunda etapa. A organização confusa da solução caiu de 19,6% para 7,9%. O número de alunos que escreveram suas demonstrações com uma sequência clara e linear saltou de 52,2% para 78,9%.

6.3 Requisitos identificados para uma futura ferramenta digital

A aplicação manual do modelo permitiu identificar requisitos importantes para uma possível ferramenta digital de apoio à correção por pares. Durante o processo, observou-se que a organização manual das respostas, a distribuição das correções, o controle dos avaliadores e a reunião dos *feedbacks* podem se tornar atividades trabalhosas quando realizadas apenas por formulários e planilhas.

A partir dessa experiência, alguns requisitos podem ser destacados para trabalhos futuros:

- **Cadastro de atividades:** permitir o cadastro de atividades de demonstração matemática;
- **Envio de respostas:** possibilitar o envio de respostas em imagem ou PDF;
- **Anonimização:** gerar automaticamente códigos anônimos para as respostas;
- **Distribuição das correções:** realizar a distribuição cruzada das correções entre estudantes;
- **Rubricas estruturadas:** apresentar rubricas estruturadas durante a avaliação;
- **Comentários :** exigir comentários dos avaliadores;
- **Organização dos *feedbacks*:** organizar os *feedbacks* recebidos por cada estudante;
- **Acompanhamento docente:** permitir que o professor acompanhe a participação dos alunos;
- **Relatórios:** gerar relatórios com dados quantitativos e qualitativos da avaliação.

Esses requisitos indicam que a experiência manual foi útil não apenas para avaliar a viabilidade pedagógica do modelo, mas também para compreender quais funcionalidades seriam necessárias em uma ferramenta computacional futura.

6.4 Síntese dos resultados

A análise dos dados mostra que o modelo de correção por pares apresentou potencial formativo. A maioria dos estudantes conseguiu utilizar os critérios da rubrica para avaliar as demonstrações dos colegas, identificando aspectos relacionados à estrutura, validade das transformações, coerência do processo e resultado final.

Os resultados também indicam que a maior parte das demonstrações avaliadas foi considerada logicamente equivalente à expressão inicial e apresentou resultado final correto. No entanto, os dados revelam dificuldades importantes relacionadas à justificativa dos passos, à nomeação das leis utilizadas e à clareza do fluxo lógico. Esses elementos são fundamentais em uma demonstração matemática e devem ser trabalhados em atividades futuras.

A aplicação manual do modelo também permitiu identificar requisitos para uma futura ferramenta digital. Entre eles, destacam-se a necessidade de organizar automaticamente a distribuição das correções, apresentar rubricas claras, exigir comentários formativos, permitir a visualização dos *feedbacks* recebidos e oferecer ao professor um painel de acompanhamento dos resultados.

Dessa forma, a aplicação do modelo contribuiu tanto para avaliar a viabilidade pedagógica da correção por pares quanto para levantar requisitos técnicos para o desenvolvimento futuro de uma ferramenta digital de apoio ao processo avaliativo.

7 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho teve como objetivo propor e validar um modelo de correção por pares aplicado a demonstrações matemáticas no componente curricular de Matemática Discreta, utilizando rubricas estruturadas e simulação manual baseada na técnica Mágico de Oz, também conhecida como *Wizard of Oz*. A proposta foi aplicada em atividades envolvendo equivalências lógicas e igualdade entre conjuntos, com o intuito de analisar a viabilidade pedagógica e técnica do modelo em situações reais de correção, distribuição de respostas, anonimização e produção de devolutiva entre estudantes.

A aplicação do modelo permitiu observar que a correção por pares pode auxiliar os estudantes a analisar não apenas o resultado final de uma demonstração, mas também aspectos como a validade das transformações, a nomeação das leis utilizadas, a justificativa dos passos e a clareza do fluxo lógico. Ao mesmo tempo, a execução manual do processo evidenciou desafios práticos, como a necessidade de lidar com desistências, ausência de respostas, número ímpar de participantes e organização da distribuição cruzada das correções.

A pesquisa partiu do problema relacionado às dificuldades enfrentadas por estudantes na construção de demonstrações matemáticas e às limitações do professor para oferecer devolutiva individualizado em turmas numerosas. Nesse contexto, a correção por pares foi adotada como uma estratégia capaz de envolver os próprios estudantes no processo avaliativo, favorecendo a análise crítica de respostas, a identificação de erros e a compreensão dos critérios que caracterizam uma demonstração válida.

Para orientar esse processo, foram elaboradas rubricas estruturadas com critérios voltados à análise da estrutura da solução, validade das transformações, coerência do processo, aplicação das leis lógicas, justificativa dos passos, fluxo lógico e resultado final. A utilização desses critérios permitiu que os estudantes realizassem avaliações mais direcionadas, reduzindo a subjetividade da correção e favorecendo a produção de comentários sobre as respostas dos colegas.

A aplicação do modelo foi realizada de forma manual, com apoio de formulário eletrônico e planilha de controle. Essa organização permitiu simular etapas que futuramente poderiam ser automatizadas por uma ferramenta digital, como recebimento das respostas, anonimização, distribuição cruzada das correções e organização das devolutivas. Dessa forma, a técnica Mágico de Oz mostrou-se adequada para validar o funcionamento do modelo antes do desenvolvimento de uma solução computacional completa.

Os resultados obtidos indicaram que o modelo possui potencial pedagógico. A maioria dos estudantes avaliadores identificou corretamente aspectos importantes das demonstrações analisadas. Entre os dados observados, destacou-se que 93,5% das respostas indicaram que a expressão inicial foi copiada corretamente, 87% apontaram que a expressão final era logicamente equivalente à inicial e 76,1% indicaram que o resultado final estava exato e coerente com a resolução.

Apesar desses resultados positivos, também foram identificadas dificuldades relevantes. A justificativa dos passos apareceu como um dos pontos mais frágeis, uma vez que apenas 41,3% das respostas indicaram que todas as leis foram nomeadas corretamente ao lado de cada passo. Além disso, parte dos avaliadores apontou problemas relacionados à ausência de explicação do raciocínio, pequenos saltos no fluxo lógico e falhas pontuais na aplicação das leis. Esses dados reforçam que, no ensino de demonstrações matemáticas, o resultado final não deve ser o único elemento observado, sendo necessário valorizar também a clareza e a validade do processo argumentativo.

A análise dos comentários discursivos também demonstrou aspectos importantes do modelo. Alguns estudantes produziram devolutiva detalhadas, indicando erros específicos, como falhas na aplicação das leis de De Morgan, omissão de termos, mudanças inadequadas de conectivos e ausência de justificativas. Por outro lado, também foram observados comentários superficiais ou pouco explicativos, o que indica a necessidade de orientar melhor os estudantes sobre como elaborar devolutiva formativas.

Com base nesses resultados, considera-se que a correção por pares, quando orientada por rubricas estruturadas, pode contribuir para ampliar as oportunidades de devolutiva e promover maior participação dos estudantes no processo de aprendizagem. Ao avaliar a resposta de um colega, o estudante é levado a refletir sobre critérios de validade, coerência e clareza, o que também pode favorecer a revisão de sua própria forma de resolver demonstrações matemáticas.

Do ponto de vista técnico, a aplicação manual do modelo permitiu identificar requisitos importantes para uma futura ferramenta digital. Entre esses requisitos, destacam-se a geração automática de códigos anônimos, a distribuição cruzada das correções, a apresentação de rubricas integradas ao sistema, a obrigatoriedade de comentários formativos, a organização das devolutiva recebidas e a disponibilização de um painel de acompanhamento para o professor.

Como limitação do trabalho, destaca-se que a aplicação foi realizada em um contexto específico, com estudantes de uma turma de Matemática Discreta e com atividades voltadas

a equivalências lógicas e igualdade entre conjuntos. Além disso, o processo foi conduzido manualmente, exigindo esforço de organização por parte do pesquisador, especialmente nas etapas de anonimização, roteamento das correções e reunião dos *feedbacks*. Também foi observado que nem todos os estudantes produziram comentários suficientemente detalhados, o que reforça a necessidade de orientações mais claras sobre como elaborar devolutivas formativas.

Como trabalhos futuros, sugere-se a aplicação do modelo em outras turmas e com diferentes tipos de demonstrações matemáticas, a fim de verificar se os resultados se mantêm em contextos variados. Também se recomenda aprimorar a rubrica utilizada, incluindo exemplos de comentários formativos e orientações mais detalhadas para os avaliadores.

Além disso, propõe-se como trabalho futuro o desenvolvimento de uma ferramenta digital baseada nos requisitos identificados nesta pesquisa. Essa ferramenta poderá automatizar etapas como o envio das respostas, a geração de códigos anônimos, a distribuição cruzada das correções, o preenchimento das rubricas e a devolução das devolutivas aos estudantes. Também poderá incluir um painel de acompanhamento para o professor, permitindo visualizar a participação dos alunos, a qualidade dos comentários e possíveis divergências entre avaliadores.

Dessa forma, conclui-se que o modelo de correção por pares proposto é viável como estratégia pedagógica e apresenta potencial para apoiar o ensino de demonstrações matemáticas em Matemática Discreta. A pesquisa contribui ao oferecer um processo estruturado de avaliação por pares, baseado em rubricas e validado por meio da técnica Mágico de Oz, além de indicar caminhos para o desenvolvimento futuro de soluções tecnológicas educacionais.

REFERÊNCIAS

- ALCE, G.; WALLERGÅRD, M.; HERMODSSON, K. Wizard: A wizard of oz method for wearable augmented reality interaction—a pilot study. **Miscellaneous**, v. 2015, p. 1–10, 2015.
- ANDERSON, L. W.; KRATHWOHL, D. R.; AIRASIAN, P. W.; CRUIKSHANK, K. A.; MAYER, R. E.; PINTRICH, P. R.; RATHS, J.; WITTROCK, M. C. **A taxonomy for learning, teaching, and assessing: a revision of Bloom's taxonomy of educational objectives**. New York: Longman, 2001.
- BLACK, P.; WILIAM, D. Assessment and classroom learning. **Assessment in Education: Principles, Policy & Practice**, v. 5, n. 1, p. 7–74, 1998.
- BONWELL, C. C.; EISON, J. A. **Active Learning: Creating Excitement in the Classroom**. Washington, DC: The George Washington University, 1991.
- DAHLBÄCK, N.; JÖNSSON, A.; AHRENBERG, L. Wizard of oz studies: why and how. **Knowledge-Based Systems**, v. 6, n. 4, p. 258–266, 1993.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.
- HAREL, G.; SOWDER, L. Students' proof schemes: results from exploratory studies. In: DUBINSKY, E.; SCHOENFELD, A.; KAPUT, J. (Ed.). **Research in Collegiate Mathematics Education III**. Providence: American Mathematical Society, 1998. p. 234–283.
- HEVNER, A. R.; MARCH, S. T.; PARK, J.; RAM, S. Design science in information systems research. **MIS Quarterly**, v. 28, n. 1, p. 75–105, 2004.
- KELLEY, J. F. An iterative design methodology for user-friendly natural language office information applications. **ACM Transactions on Office Information Systems**, v. 2, n. 1, p. 26–41, 1984.
- OKAMOTO, M.; YAMANAKA, N. Wizard of oz method for constructing conversational web agents. **Miscellaneous**, v. 17, p. 293–300, 2002.
- PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. d. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.
- SCHecter, A.; HOHENSTEIN, J.; LARSON, A. H. L.; HOU, T.-Y.; LEE, W.-Y.; LAUHARATANAHIRUN, N.; DECHURCH, L. A.; CONTRACTOR, N.; JUNG, M. Vero: An accessible method for studying human–ai teamwork. **Elsevier ScienceDirect Journals**, v. 141, p. 107606–107606, 2022.
- STEVENS, D. D.; LEVI, A. J. **Introduction to rubrics: an assessment tool to save grading time, convey effective feedback, and promote student learning**. 2. ed. Sterling: Stylus Publishing, 2013.
- TOPPING, K. Peer assessment between students in colleges and universities. **Review of Educational Research**, v. 68, n. 3, p. 249–276, 1998.
- WANG, S. M. P.; QI, S.; ZHOU, T. Z. X.; CHAN, C. Pedestrian interaction with automated vehicles at uncontrolled intersections. **Elsevier ScienceDirect Journals**, v. 77, p. 10–25, 2021.

WIGGINS, G. **Educative assessment**: designing assessments to inform and improve student performance. San Francisco: Jossey-Bass, 1998.