

Comparação do modelo matemático SIR com dados reais de caso de dengue na cidade de Mossoró - RN

Elias de Oliveira Bezerra¹, Orientação de Prof. Walter Martins Rodrigues

Resumo: Um dos maiores problemas que a saúde brasileira enfrenta e a questão do controle e combate a dengue. O objetivo desse trabalho é estudar o comportamento matemático dos casos de dengue confirmados na cidade de Mossoró – RN, fazendo uma comparação dos casos reais confirmados de dengue no ano de 2016 com os casos projetados por modelo matemático epidemiológico. Para isso, faz-se necessário o estudo acerca das equações diferenciais de ordem, como também uma análise do que se trata uma modelagem matemática. Os mecanismos utilizados para a pesquisa foram: dados bibliográficos, pesquisas em sites governamentais, tais como: FUNASA (fundação nacional de saúde), SESAP (secretaria de saúde pública), IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), Ministério da Saúde, como também dados sobre o levantamento de casos de dengue na cidade no período estabelecido, extraídos da SMS (secretaria municipal de saúde) e também SINAM (Sistema de Notificações e Agravos). Para encontrar o comportamento da propagação do vírus da dengue em uma população constante. Utilizaremos o modelo matemático SIR (Suscetível-Infectado-Recuperado) que nos possibilitará analisarmos a propagação do vírus da dengue no ano estabelecido.

Palavras-chave: dengue, equação diferencial de ordem, modelagem matemática, modelo matemático SIR.

1. INTRODUÇÃO

A dengue é uma doença febril aguda, caracterizada em sua forma clássica, por dores musculares e articulares intensas [1]. A Dengue é uma doença antiga, pois se tem relatos históricos que datam de uma doença semelhante possuindo os mesmos sintomas durante a dinastia chinesa Jin (265- 420) [2]. Epidemias durante o século XVII com sintomas semelhantes à dengue foram registradas nas Índias Ocidentais Francesas e também no Panamá [3]. Após a segunda guerra mundial a dengue teve uma expansão territorial amplificada, ou seja, a proximidade do vetor com meio urbano aumentou, as condições de saneamento inadequado em algumas regiões proporcionou o aumento da doença, como também o próprio aumento populacional contribuíram para disseminação da dengue em uma escala global [4].

Surtos de dengue no Brasil também foram relatados pela primeira vez no ano de 1846, nos estados do Rio de Janeiro, Bahia, Pernambuco e em alguns estados do norte do país. Mas, epidemia documentada clinicamente e laboratorialmente ocorreu em 1982, em Boa Vista (RR) [1]

Dados do Ministério da Saúde registraram [5] no ano de 2015 1.534.932 casos prováveis de dengue, 17.146 casos suspeitos de chikungunya sendo que 6726 casos confirmados, e com casos confirmados laboratorialmente em 8 estados de Zika Vírus, acompanhado com o crescimento dos casos de microcefalia e Guillain-Barré (Doença infecciosa que acomete o sistema nervoso) [6].

Buscando uma vivência da prática matemática à um problema do mundo real utilizaremos a matemática como ferramentas para tal objetivo. Para isso, foram criados alguns modelos matemáticos que ajudam a entender o comportamento de diversos problemas, ajudando a prevê e monitorando diversas situações. Entende-se como modelo matemático:

“um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado. A sua importância consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidades, além de proporcionar um arsenal enorme de resultados (teoremas) que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas.” [6, p. 20]

Um dos grandes triunfos de aliar modelos matemáticos a transições de doenças foram o desenvolvimento de modelos matemáticos muito simples, capazes de produzir esse tipo de dinâmica. Os

primeiros trabalhos de aplicação de modelos matemáticos a epidemias foram realizados por Daniel Bernoulli por volta do ano de 1760 quando o mesmo utilizou para verificação da eficácia da imunidade contra a varíola [7]. De acordo com SILVA [8] alguns modelos matemáticos aplicados a epidemiologia podem ser:

- SI, modelo em que o indivíduo susceptível se infecta e não se recupera.
- SIS representam as doenças que os hospedeiros susceptíveis se infecta tornando susceptíveis novamente.
- SIR, modelo para as doenças em que os indivíduos susceptíveis que se infectaram podem se tornar imunes. A Dengue é um tipo de doença que segue esse padrão de expansão.

Para o nosso estudo iremos adotar o modelo matemático baseado no modelo SIR (susceptível-infectados-recuperados), esse modelo é utilizado na modelagem de doenças infecciosas. As equações desse modelo estão baseadas no modelo epidemiológico de Kermack e McKendrick.

2. REFERENCIAL TEORICO

2.1. Dengue

A dengue é uma doença antiga que voltou a surgir como um grande problema de saúde pública, principalmente nas regiões tropicais e subtropicais [2]. Doença febril aguda caracterizada em sua forma clássica, por dores musculares e articulares intensas [1]. Tem como agente um arbovírus do gênero Flavivírus da família Flaviviridae, do qual existem quatro sorotipos: DENV1, DENV2, DENV3 e DENV4 [3]. A infecção por um deles permite a imunidade parcial para com o mesmo sorotipo [1].

Em se tratando da origem geográfica do vírus da dengue não existe um consenso para sua origem, alguns autores afirmam que se deu no continente africano e sua difusão aconteceu com o comércio marítimo, principalmente com o de escravos [4]. O registro mais antigo encontrado até hoje está em uma enciclopédia chinesa de remédios e sintomas de doenças, publicada pela primeira vez durante a Dinastia Chin (265 a 420 DC) [2]. A doença foi chamada de veneno da água pelos chineses e, de alguma forma, estava ligada a insetos voadores associados à água [2]. Ao longo da história da humanidade foram descritos várias doenças semelhantes a dengue, mas que não podemos afirmar clinicamente sua veracidade.

Outros autores tem como teoria que o vírus da dengue provavelmente teve sua origem nos primatas, nas cercanias da península da Malásia. Com o crescimento populacional o vírus teve uma maior aproximação com as áreas urbanas [4]. Com isso, os mosquitos que transmitiam o vírus diretamente aos primatas começaram a proliferar o vírus nos seres humanos [2]. O *Aedes aegypti* e o principal vetor do vírus da dengue, um mosquito que se adapta facilmente às áreas urbanas como também a temperaturas em regiões tropicais e subtropicais [3]. Sua expansão a nível global se deu após a segunda guerra mundial, na qual por sua vez fez aumentar os danos ambientais principalmente no continente asiático e pacífico [2] assim como, o tráfego comercial proporcionando uma circulação de vários sorotipos em uma mesma área geográfica [3]. O *Aedes Aegypti* pode ser encontrado a uma altitude de 1000m, mas sua ocorrência já foi registrada a altitude de 2200m [4].

Relatos afirmam que as primeiras grandes epidemias de uma doença que se assemelha com dengue se deram em três continentes, Ásia, África e América (mais precisamente na América do Norte) no ano de 1779 e 1780 [3]. Nas Américas a doença está presente desde o século XVIII, com epidemias registradas no Caribe e Filadélfia nos Estados Unidos [1]. A situação das Américas no ano de 2019 foi registrada mais de 2,7 milhões de casos de dengue, incluindo 22.127 graves e 1.206 mortes notificadas até o final de outubro de 2019 [9]

2.2. Dengue no Brasil

Fazendo um estudo da dengue no Brasil, começaremos pela introdução e propagação do vetor *Aedes Aegypti* no território nacional. Alusão ao vetor data desde o século XVII que estão associadas à presença da febre amarela urbana [4]. A primeira epidemia causada pelo *Aedes aegypti* no Brasil foi registrada no século XVII em Pernambuco no ano de 1685 [10]. Uma epidemia causando 900 óbitos no ano de 1686 na Bahia fez com que o governo brasileiro lançasse uma campanha sanitária para combater o vetor [1]. Na década de 1950 e 1960 o *Aedes Aegypti* foi erradicado no território nacional e em mais 17 países do continente Americano [11].

No território brasileiro há relatos de doenças com sintomas de dengue durante o século XIX. Com epidemias nas cidades do Rio de Janeiro e São Paulo [12]. Mas a primeira epidemia comprovada laboratorialmente aconteceu no ano de 1982, em Boa Vista (RR). Sendo ocorrido por DENV1 e DENV4. [1]. Após cinco anos, relatos de Dengue na cidade de Niterói- RJ confirma infestação por DENV1 [12]. A partir daí a Dengue se dissemina pelos estados brasileiros, até que no ano de 1998 foi detectado que todos os estados possuem infestação pelo *Aedes Aegypti* [1].

Durante a segunda metade do ano de 2009, houve uma substituição do DENV-2 pelo DENV-1 como sorotipo mais frequente. Em 2013, com a circulação predominante de DENV-4 e DENV-1, foi registrada a maior epidemia de dengue da história do País. [13].

2.3. Vetores

O *Aedes Aegypti* é o principal vetor do vírus da dengue. É um mosquito doméstico antropofílico que possui hábitos diurnos, que tem preferência por depósitos de água limpa para conciliar seus ovos [11]. Sua origem provavelmente está ligado ao continente africano, no qual, segundo relatos, é encontrado se alimentando e se reproduzindo nas florestas [4]

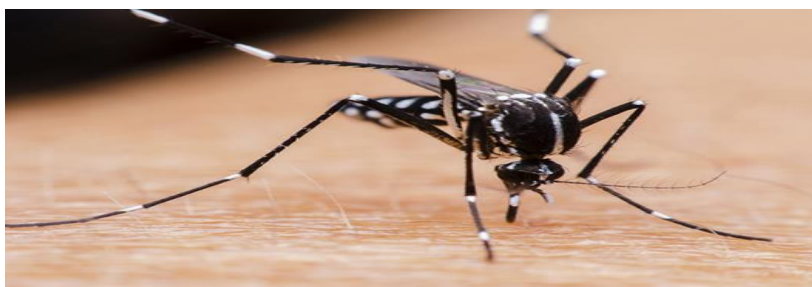


Figura 1 - Mosquito *Aedes Aegypti*. FONTE: (SANSONOVSKI, 2003)

2.3.1. Fase ovo

Os ovos do *Aedes aegypti* possuem, cerca de 1 mm de comprimento, possui formato elíptico ou ovais com um dos seus lados achatado [14], São postos pela fêmea nas paredes internas dos recipientes que servem como criadouros, que são circunjacentes à superfície da água [1]. A fêmea põe ovos de 4 a 6 vezes ao longo de sua vida e em cada vez, cerca de 100 ovos [15]. Os ovos possuem uma grande habilidade de resistência, são capazes de suportar até 450 dias sem umidade [11]. No momento em que coloca os ovos são brancos, mas, logo, obtém-se a cor escura como apresentado na Figura 2 [14]

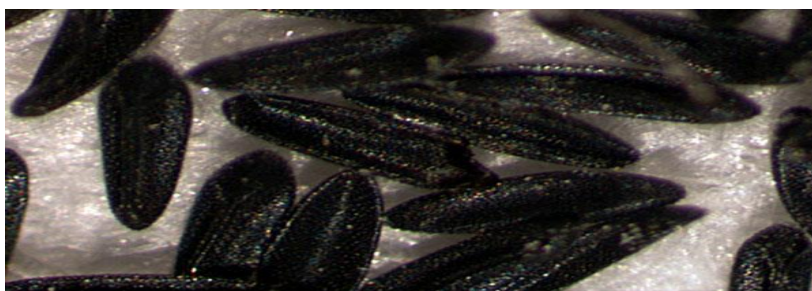


Figura 2. Ovos do *Aedes Aegypti*. Fonte: Instituto Oswaldo Cruz

2.3.2. Fase larva

A fase larva é o período de alimentação e crescimento, a duração nessa fase depende de alguns fatores como: temperatura, alimentação e consistência das larvas no recipiente. [1]. A larva do *Aedes Aegypti* é composta por: cabeça, tórax e abdômen [14]. A Figura 3 mostra a diferença entre as larvas do *Aedes Aegypti*, *Culex* (popularmente conhecida como pernilelongo, muriçoca) e do *Anófeles* (transmissor da Malária).



Figura 3 - Respiração do Aedes Aegypti, Culex e Anopheles. FONTE: (FUNASA 2001)

2.3.3. Fase larva

As pupas nessa fase não se alimentam. É nesta fase que acontece a transformação do estágio de larva para a fase adulta. O estágio de pupa, em geral, vai de dois a três dias. A pupa é composta de cefalotórax e abdômen. Possuindo a cabeça e o tórax conectados, formando a porção chamada cefalotórax. [1]

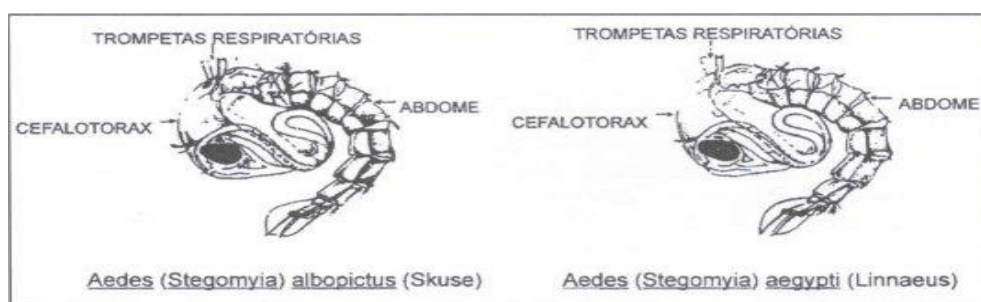


Figura 4 - Fase pupa. FONTE: (FUNASA 2001)

2.3.4. Fase adulta

Na fase adulta o Aedes aegypti representa a etapa de reprodução do vetor. Assim, como a maioria dos insetos alados, essa fase representa o importante estágio de dispersão [1]. Na fase adulta o vetor é dividido em cabeça, tórax e abdômen.

A alimentação da espécie se baseia basicamente de vegetais. Mas as fêmeas alimentam-se também de sangue de animais vertebrados, tendo uma preferência pelo sangue humano [1]. Através de sucção, o Aedes Aegypti pode ingerir de 1,5mm³ até 4,2mm³ de sangue [14].

Sua capacidade de dispersão é pequena, geralmente a fêmea passa toda sua vida em um raio de 100 m de onde os ovos são postos. Mas já foi demonstrado que uma fêmea grávida pode voar até 3 km em busca de local apropriado para a sua oviposição. [1]

Quando o Aedes aegypti se encontra infectado pelo vírus do dengue ou da febre amarela, pode ocorrer uma transmissão transovariana ou seja, já nascem com a presença do vírus. [1].

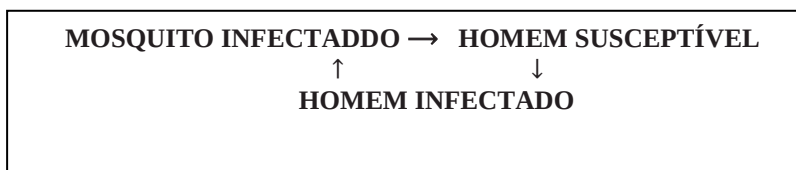
2.4. Ciclo de transmissão

A dengue é causada por um vírus da família flaviridae do gênero dos flavivírus. Fazem parte também o vírus da febre amarela, o Chikungunya o vírus da febre do oeste do Nilo e também o Zika vírus. Possuem quatro sorotipos DENV1, DENV2, DENV3, DENV4. [16,3]

O vírus pode ser inativado pela exposição à temperatura de 50°C, sendo sensível também à radiação ultravioleta [3]. A temperatura favorável para o desenvolvimento do Aedes Aegypti é em torno de 21° à 29°C.

O dengue é transmitido através da picada do mosquito fêmea Aedes Aegypti contaminado [1]. A fêmea do Aedes aegypti costuma picar as pessoas durante o dia, para viabilizar a maturação dos ovos.

Não há transmissão pelo contato de um doente ou suas secreções com uma pessoa sadia, nem em fontes de água ou alimento [15]. O ciclo de transmissão segue o esquema abaixo:



2.5. Período de incubação

Depois que uma pessoa é picado pelo mosquito infectado o vírus submete-se a um período de incubação de 3 a 14 dias (média varia de 4 a 7 dias) que os sintomas podem aparecer. [2]. A transmissibilidade se dar enquanto houver vírus presente no sangue do ser humano, esse período chama-se de viremia. [15]

2.6. Aspecto clínico da dengue

Dengue clássica (DC): Se caracteriza pela febre repentina, dores retro-oculares, dores nas articulações, náuseas, vômitos e erupções cutâneas. [2]. A febre geralmente é de 39 °C a 40°C. A doença tem um período médio de 5 a 7 dias, veja em [15].

Febre Hemorrágica da Dengue (FHD): os sintomas iniciais da FHD são Parecidas com os sintomas da dengue clássica, caracterizando aparecimento de manifestações hemorrágicas espontâneas [2]

Síndrome do choque da dengue (SCD): nos casos graves de FHD, o choque. Ocorre geralmente entre o 3º e o 7º dias de doença, precedido por dores abdominais a sua duração é curta e pode levar a óbito em 12 a 24 horas ou à recuperação rápida, como pode ser visto em [15].

Seguindo uma recomendação da OPAS/OMS o ministério da saúde a partir do ano de 2014 começou a utilizar uma nova classificação aos espectros clínicos da dengue. Assim, a nova classificação se torna: dengue, Dengue com complicação e Dengue Grave, vejam as referenciais [17,13]

2.7. Prevenção

Embora a busca por uma vacina esteja em estágio de estudo ainda não se tem nenhum medicamento que combata a dengue. No entanto para tratar os sintomas são utilizados analgésicos e antitérmicos. [3]

A melhor forma de se evitar a dengue é combater os criadouros que possam acumular água como: latas, embalagens, garrafas, copos plásticos, tampinhas de. Refrigerantes, pneus velhos como tratados em [15]. Além de uma política de educação, saúde, comunicação e infraestrutura proporcionadas pelos órgãos competentes.

2.8. Controle

2.8.1. Controle biológico

Existe na natureza, reduzindo naturalmente a população de mosquitos através da predação (peixes larvófagos), do parasitismo, da competição e de agentes patógenos [1]. Práticas para controle de insetos são muito antigas. Há registro de seu uso na China há mais de 2.000 anos. Basicamente, eram práticas de controle biológico direcionadas ao enfrentamento das pragas agrícolas, como tratados em [13].

Manejo ambiental trata de ações realizadas diretamente para eliminar principalmente criadouros e possíveis focos do Aedes, além de aplicações de tratamento químicos. Tais como: a eliminação e remoção de criadouros no ambiente domiciliar, mas, também, pela coleta do lixo urbano regular ou através de mutirões de limpeza, o que, na prática, tem sido feito apenas na vigência de epidemias[1]

2.8.2. Controle químico

Consiste na utilização do uso de agentes químico através de produtos como os inseticidas que pertencem ao grupo dos organofosforados e dos piretróides. Dentre esses inseticidas se destaca a utilização de adulticidas e os larvicidas [1].

O temephós foi o principal larvicida utilizado para o controle de *Aedes aegypti* nas últimas décadas. Mas desde 1999 foi percebida a resistência do vetor para com esse produto sendo recomendada a suspensão no combate à dengue [17]. Então, a partir do ano de 2012 o temephós foi retirado do mercado e introduzido o Pyriproxyfen.

O Pyriproxyfen pertence ao grupo químico éter piridiloxipropílico e é um análogo de hormônio Juvenil. Ou seja, atua sobre o inseto inibindo o progresso de transformação para fase adulta, mantendo-o com aparência de “imaturo” [18]. Portanto ao aplicar esse larvicida a larva acaba tendo o seu ciclo de vida interrompido, chegando a mutilação de partes do corpo [19]. Portanto, não sendo capaz de atingir a fase adulta. Durante o estágio larvário o hormônio juvenil também está presente, sendo sua produção interrompida ao final do 4º estágio larvário quando a atuação do pyriproxyfen é mais notada [18]

2.8.3. Doses Indicadas para o uso

A Organização Mundial da Saúde autorizou o uso do produto em água potável a 0,01mg de ingredientes ativos / litros. Também utilizados nos programas de combate ao vetor. [19]. Devido a baixa dose empregada, uma quantidade muito pequena o produto é suficiente para tratar uma grande quantidade de água. Com um quilograma de pyriproxyfen G 0,5% pode-se tratar 500.000 litros de água (ou seja, 500 caixas d’água de 1000 litros) [20]. Para sua aplicação é necessário que se façam as devidas cubagem dos reservatórios, ou seja e aplicado de acordo com o volume d’água no reservatório. [19]

A aplicação do pyriproxyfen 0,5G na rotina do tratamento focal ocorrerá por meio das medidas de colheres dosadoras que acompanham a embalagem do produto, conforme mostra a figura abaixo:

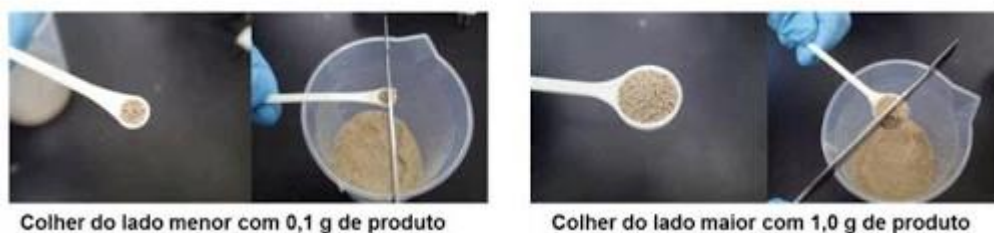


Figura 5- Colher Dosadora Fonte: Heloísa Beigin/ SCLA, 2014. Retirado da nota informativa nº 0013/ 2017 [30]

Além dos larvicidas existem também os adulticidas que são utilizados na fase adulta do vetor. Inseticidas de ações residuais que são colocados nas paredes dos recipientes onde o vetor irá repousar e também através de tratamento a ultrabaixo volume [1]. Consiste na aplicação espacial a baixo volume de inseticida. Por exemplo, à máquina pulverizadora do tipo montada sobre o veículo, popularmente chamado de fumacê. Sua utilização é mediante a epidemia, agindo como forma complementar as ações.



Figura 6 - Carro Fumacê. Fonte: FUNASA (2001)

3. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

3.1. Definição

Segundo [18] a uma Equação Diferencial consiste em uma equação que possui derivadas de uma ou mais variáveis dependentes, em relação a uma ou mais variáveis independente. Sua classificação se da pelo tipo, ordem e linearidade.

3.1.1. Tipo

Se uma equação diferencial for composta somente de derivadas ordinárias com uma ou mais variáveis dependentes, com relação a uma variável independente então a chamamos de uma equação diferencial de ordem (EDO) [19]. Exemplo:

$$\frac{dy}{dx} + 5Y = e^x$$
$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = 0$$

3.1.2. Ordem

A ordem de uma equação diferencial é dada pela ordem da maior derivada na equação.

EDO de segunda ordem


$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

EDO de segunda ordem


$$\frac{d^2y}{dx^2} + 5 \left(\frac{dy}{dx} \right)^3 = 0$$

Primeira ordem



3.1.3. Linearidade

Uma equação diferencial é linear quando a mesma pode ser escrito na forma:

$$a_n(x) \frac{d^ny}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x) \quad (3.1)$$

Observamos que a equação acima satisfaz duas propriedades:

A variável dependente Y e suas derivadas são de 1º grau (as potencias de y são iguais a 1). Os coeficientes $a_0, a_1 \dots a_n$ de y, y' dependem da variável independente x.

4. MODELAGEM

Quando procuramos entender sobre algum problema no mundo real na tentativa de explica-lo ou agir sobre seu comportamento, podemos utilizar a matemática como ferramenta para tal. Utilizando modelos matemáticos [6]. Segundo [23] Modelo Matemático e um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam um objeto estudado.

A modelagem matemática é simplesmente uma estratégia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento dessas situações reais [6]. No processo de reflexão sobre a realidade, selecionam-se os argumentos considerados essenciais e procurará uma formalização artificial (modelo matemático) que contemple as relações que envolvem tais argumentos podem ser encontrados em [23].

O grande marco histórico para a modelagem ocorreu durante o século XX, com a modelagem da transmissão da malária feito por Ross em [24]. Para o nosso trabalho iremos utilizar o modelo SIR.

5. MODELO MATEMATICO SIR

Os primeiros modelos matemáticos utilizados na epidemiologia foi o modelo SIR, criado por Kermack – McKendric no ano de 1927. Esse modelo considera que uma epidemia acontece em uma comunidade através do contato entre as pessoas infectadas e pessoas sadias [6]. Fazendo com que a população de hospedeiros seja subdividida em diferentes classes, obedecendo quanto a sua sanidade. Temos:

$s = s(t)$. Pessoas sadias susceptíveis a doença.

$I = I(t)$. Pessoas infectadas ou portadoras da doença.

$R = R(t)$ Pessoas que contraíram a doença e que já se recuperaram, ou estão isoladas, ou até mesmo que já morreram em decorrência da mesma.

O Processo epidemiológico do modelo pode ser observado no esquema abaixo.



Figura 6: Fluxograma de transmissão de um modelo SIR. FONTE: Autoria Própria

Na qual, (S) corresponde a população de suscetível que pode se tornar infectado. (I) segundo taxa de transmissão. (β) Ao entrar em contato com um indivíduo infectado. (γ) Após se curar, segundo uma taxa de recuperação. (R) o indivíduo passa para uma população de removidos.

O modelo SIR propõe que a taxa de propagação da doença é proporcional ao produto da população dos suscetíveis e infectados [6].

Além disso, temos que:

O número de suscetíveis diminui a uma taxa de propagação da doença (βSI)

O número de pessoas infectadas aumenta na mesma proporção e diminui a partir da cura dos indivíduos.

O número de pessoas removidas aumentam conforme a recuperação dos infectados (γI).

Partindo dessas possibilidades chegaremos às seguintes equações diferenciais abaixo:

$$\frac{ds}{dt} = - \frac{\beta SI}{N} \quad (5.1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \gamma I \quad (5.2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (5.3)$$

Lembramos que o modelo SIR leva em considerações alguns critérios, segundo Bassanezi [6] cada compartimento mostrado na figura 5 são formados por indivíduos homogêneos, cada indivíduo infectado tem a mesma probabilidade de encontrar os indivíduos suscetíveis. Como também admitisse que na comunidade não a nascimentos como também as mortes são causadas somente pela doença.

Pressupondo que a comunidade seja fechada, implica que a população total se mantém constante, isso significa que não varia com o tempo [6]:

$$N = S(t) + I(t) + R(t)$$

5.1. A dinâmica do modelo

A prática do modelo é afetada por duas situações, a produtividade basal caracterizado por R_0 e o tempo de infecção que consiste no tempo em que o indivíduo se recupera do vírus e se desloca para a

classe dos removidos (R). A taxa de recuperação é dado por (γ). Então o tempo de infecção é dado por: $\frac{1}{\gamma}$. Para a dengue e em media 7 dias [25].

A reprodutividade Basal também pode ser chamada de numero básico consiste em um numero médio de casos secundário de indivíduos infectados inseridos em um grupo de susceptíveis [26]. É dado por:

Reescrevendo a equação (2) teremos:

$$\frac{dI}{dt} = I \left(\frac{\beta S}{N} - \gamma \right) \quad (2.1)$$

Observando a variação do numero de infectados, percebe-se que $\frac{dI}{dt} > 0$ então o numero de infectados aumentara, conseqüentemente a infecção se espalhara. Caso contrario a infecção diminui.

Encontrando a reprodutividade Basal, vamos admitir que $I = 1$, Logo $S \approx N$, portanto $\frac{S}{N} = 1$. Ficando

$$\frac{dI}{dt} = \beta - \gamma \quad (5.4)$$

Para que $\frac{dI}{dt} > 0$, devemos ter:

$$\beta - \gamma > 0 \Rightarrow \frac{\beta}{\gamma} > 1 \quad (5.6)$$

Assim a reprodutividade basal é dado por:

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma} \quad (5.7)$$

A reprodutividade basal é usada para mapear o comportamento da infecção. Quando $R_0 > 1$ significa dizer que a infecção ira se espalhar, caso $R_0 < 1$ então o numero de infectado ira diminuir e a infecção também diminuirá. [26].

5.2. Estabilidade do modelo

É necessário identificar os pontos críticos do modelo. Admitindo que a população do modelo é fechada, então teremos N constantes portanto $N = S + I + R$. Para identificarmos o ponto crítico é necessário que:

$$\frac{dS}{dt} = 0$$

$$\frac{dI}{dt} = 0$$

Teremos então

$$\frac{-\beta SI}{N} = 0 \quad (5.8)$$

$$\frac{\beta SI}{N} - \gamma I = 0 \quad (5.9)$$

Substituindo a equação 5.8 em 5.9 obteremos $\gamma I = 0$ como $\gamma > 0$, temos que $I = 0$. Os pontos críticos são da forma (0, S) onde $S > 0$. Assim para o modelo SIR em uma população fechada não existe ponto de equilíbrio endêmico e sim pontos de equilíbrio livres de infecção [26].

6. RESULTADOS NUMÉRICOS

6.1. Área de estudo

Para o nosso estudo iremos aplicar o modelo SIR nos casos confirmados de dengue na cidade de Mossoró – RN no ano de 2016, período esse que foi caracterizado pela maior incidência da doença nessa região nos últimos anos. Segundo IBGE [27], o município possui uma área territorial de 2.099,333 Km². Ainda de acordo com esse órgão [27] no ano de 2019 a cidade registra uma quantidade populacional de 297.378 pessoas. Com uma densidade demográfica de 123,76 hab./ Km².

A dengue é uma doença muito preocupante para as autoridades de saúde pública da cidade, segundo a SESAP [28,29] no ano de 2019 foi notificada 2198 casos de dengue, dentre esses 320 foram confirmado para doença. Uma taxa de 747,43 incidências/ 100 mil hab. Para Chikungunya foram notificados 517 casos onde 64 foram testados positivos. E os casos de Zika vírus foram notificados 8 casos. Desses, um caso foi testado como positivo para o vírus. Para a nossa análise apenas os casos confirmados de dengue serão utilizados.

No ano de 2016 segundo o SINAN (Sistema de Notificação e Agravos) a cidade de Mossoró notificou 3461 casos de dengue, sendo que 3058 testaram como positivo para doença. Foram notificados também no mesmo ano 4376 casos de Chikungunya sendo 4194 testados como positivo e ainda 880 casos notificados de Zika vírus, onde não foi detectada a presença do vírus. No gráfico abaixo é mostrado a evolução dos casos confirmados de dengue na cidade de Mossoró no ano de 2016.

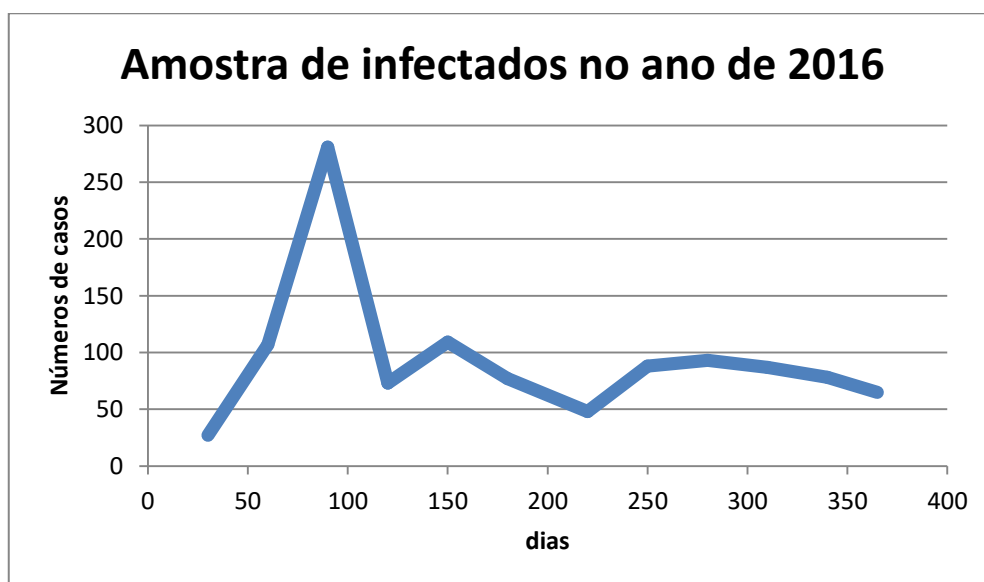


Figura 7. Número de infectados com o Dengue relativo ao ano de 2016 na cidade em Mossoró-RN. (Autoria Própria).

Para o modelo SIR utilizaremos os seguintes dados: a taxa de transmissibilidade $\beta = 0,13$ sendo uma taxa de remoção $\alpha = 0,03$ ao longo de 365 dias, população suscetível $S(0) = 297.378$. Sendo que o $I(0) = 27$ que corresponde o número de infectado nos primeiros dias. A princípio estimamos valores das constantes. Sendo que $R_0 = 4,33$ Caracterizando o aumento da epidemia como mostra a figura abaixo.

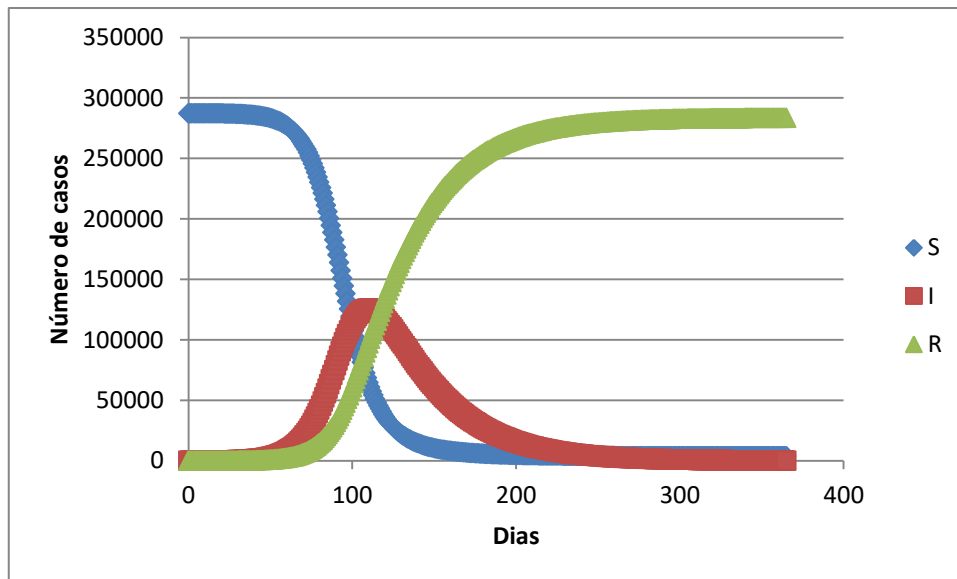


Figura 8. Modelo SIR para os casos de dengue na cidade de Mossoró no ano de 2016

Na figura abaixo podemos observar o gráfico dos infectados dados pelo modelo epidemiológico SIR

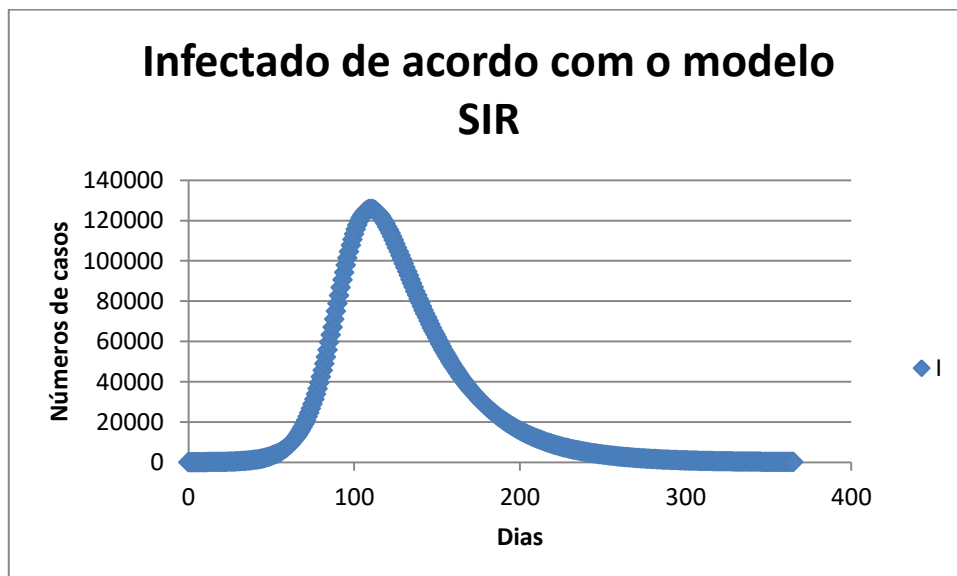


Figura 9. Gráfico do Infectados segundo modelo SIR

Percebe-se que a curva de infectados está muito acentuada no gráfico do modelo SIR diferenciando do modelo real. Isso decorre dos parâmetros utilizados, como também neste caso, não está sendo levado em consideração as medidas adotadas de controle e combate a dengue durante esse período tais como: tratamento, eliminação de recipientes com focos do Aedes, campanhas com o carro fumacê, assim como as campanhas educacionais sobre as arboviroses.

Variando os parâmetros de α e β como uma forma de medidas tomadas para o controle e combate a dengue, vamos obter um gráfico mais condizente com a realidade. Para $\alpha = 1,45$ e $\beta = 1,50$, vamos obter os seguintes resultados como mostra o gráfico abaixo. Com isso a reprodutividade basal cai em relação aos dados anteriores para $R_0 = 1,03$. Mas que ainda a epidemia de dengue se espalhou.

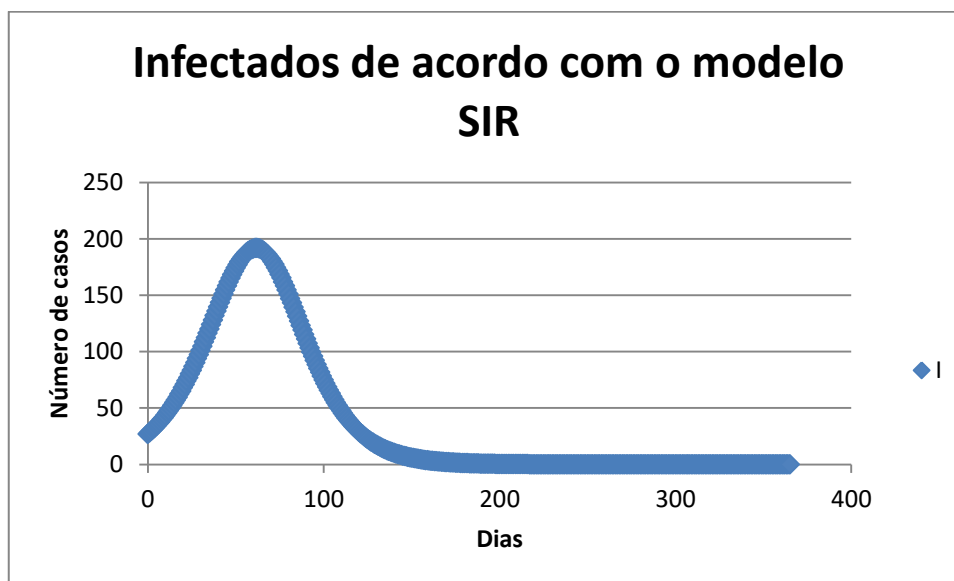


Figura 10. Gráfico de acordo com o modelo SIR com parâmetros modificados

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A busca por um modelo matemático que ajude a compreender e analisar o comportamento de diversas doenças é um grande desafio para os cientistas. Diversos trabalhos e estudo acerca de tais modelos vêm motivando a sociedade acadêmica tanto para ajudar ao combate de vetores como a dengue, como também uma forma de mostrar a sociedade a interação da matemática com o mundo real

No nosso trabalho utilizamos o modelo SIR para descrever o comportamento de uma epidemia de dengue acometida na cidade de Mossoró – RN no ano de 2016. Na qual caracterizou-se por um grande numero de infectados pela doença. Fizemos uma comparação do modelo real com o epidemiológico e percebemos que a princípio, sem que haja nenhuma ação tomada à curva de infectados tenderia a ser muito elevada no modelo epidemiológico. Ficando totalmente diferente do modelo real. Mas ao modificarmos os parâmetros, no qual demonstrou as atividades tomadas pelos órgãos competentes mostrou que a curva dos infectados pela doença no modelo epidemiológico aproximou-se da realidade. Fazendo com que os resultados se tornassem satisfatórios. Então podemos perceber o quão é importante a análise dos parâmetros. No nosso caso a obtenção desses parâmetros foi de forma de estimativas. Tais parâmetros demonstra além de tudo, uma resposta a problemática em questão. Variando os parâmetros (com ações) diminuiríamos os riscos de epidemias. No caso do referido trabalho mesmo com as ações tomadas o número de infectados foi muito elevado, caracterizando uma epidemia.

De acordo com o trabalho realizado podemos perceber também, que a dengue é uma doença muito antiga que sempre traz muitos transtornos a saúde pública. Devemos observar que o seu combate e controle não se trata apenas de medidas que englobam a saúde como também outros setores da sociedade tais como: setor culturais, ambientais, infraestrutura, comunicação social e também educação. Aliado a esses ramos a matemática demonstra ser uma ferramenta primordial para entender o comportamento e combate a essa problemática.

BIBLIOGRAFIA

- [1] FUNASA, F. N. D. S. DENGUE - Manual de Normas Técnicas. 3ª. ed., rev. Brasília. ed. Brasília: [s.n.], 2001. 84 p.
- [2] TIMERMAN, ; NUNES, ; LUZ, K. Dengue no Brasil e no Mundo. 1ª. ed. Sao Paulo: Limay, 2012. 182 p.
- [3] CATÃO, R. D. C. DENGUE NO BRASIL, Abordagem Geografica na Escala Nacional. 1ª. ed. São Paulo: Cultura Academica, 2012. 178 p.
- [4] BASSANEZI, R. C. ENSINO - Aprendizagem com modelagem matematica. 3ª. ed. SAO PAULO: Contexto, Maio2002. 386 p.
- [5] OPAS, O. P. A. D. S. Folha Informativa :Dengue nas Américas atinge o maior número de casos já registrado. ORGANIZAÇÃO PAN AMERICANA DE SAUDE, Março 2019. Disponível em: <https://www.paho.org/bra/index.php?option=com_content&view=article&id=6059:dengue-nas-americas-atinge-o-maior-numero-de-casos-ja-registrado&Itemid=812>. Acesso em: 05 Abril 2020.

- [6] GUBLER, D. J.; G., K. Dengue and Dengue hemorrhagic fever. chapter 1 . ed. Philadelphia: [s.n.], v. 3, julho., 1998. 480-496 p.
- [7] MINISTERIO DA SAUDE. Vigilância em Saúde - Dengue, Equistossomose, Hanseníase, Malária, Tracoma e Tuberculose, 2008. Disponível em: <https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/cab_n21_vigilancia_saude_2ed_p1.pdf>. Acesso em: 05 Abril 2020.
- [8] FRANCO, O. História da Febre Amarela no Brasil. Rio de Janeiro: Departamento de Endemias Rurais: [s.n.], 1969. 212 p.
- [9] TAUIL, P. L. Aspectos Críticos do Controle do Dengue no Brasil. Rio de Janeiro: [s.n.], v. 18, maio - junho 2002. 867 - 871 p.
- [10] TEIXEIRA, M. D. G.; BARRETO, ; GUERRA,. Informe Epidemiológico do SUS. 4ª. ed. [S.l.]: [s.n.], v. 8, OUT/ DEZ 1999. 73 p. ISBN 0104-1673.
- [11] , M. D. S. Saúde Brasil 2010: Uma análise da situação de saúde e de evidências selecionadas os impactos de ações de vigilância em Saúde. 1ª. ed. Brasília: MS, 2011. 366 p.
- [12] SANSONOVSKI, T. P. SHUTTERSTOCK. <https://www.shutterstock.com>, 2003. Disponível em: <<https://www.shutterstock.com/pt/image-photo/dengue-zika-chikungunya-yellow-fever-mosquito-754309510>>. Acesso em: 06 Abril 2020.
- [13] CRUZ, I. O. Dengue- vírus e vetor. www.ioc.fiocruz.br. Disponível em: <<http://www.ioc.fiocruz.br/dengue/textos/opportunista.html>>. Acesso em: 07 Abril 2020.
- [14] LOURENÇO- DE- OLIVEIRA, R.; CONSOLI, R. A. G. B. Principais Mosquitos de Importancia Sanitaria no Brasil. 1ª. ed. Rio de Janeiro: Fiocruz, 1994. 228 p. ISBN 85-85676-03-05.
- [15] MINISTERIO DA SAUDE. DENGUE - Diagnóstico e Manejo Clínico Adulto e Criança. 5ª. ed. Brasília: MS, 2016. 60 p. ISBN 978 - 85 - 334 - 2344 - 2.
- [16] MINISTERIO DA SAUDE. Larvicidas. www.saude.gov.br. Disponível em: <<https://www.saude.gov.br/saude-de-a-z/controle-de-vetores-inseticidas-e-larvicidas/larvicidas>>. Acesso em: 08 Abril 2020.
- [17] MINISTERIO DA SAUDE. Orientação Técnica para a Utilização do uso do Pyriproxyfen (0,5 g) no controle do Aedes Aegypti. www.saude.gov.br. Disponível em: <<https://saude.gov.br/o-ministro/926-saude-de-a-a-z/controle-de-vetores-inseticidas-e-larvicidas/13059-orientacoes-tecnica-para-utilizacao-do-larvicida-pyriproxyfen-0-5-g-no-controle-de-aedes-aegypti>>. Acesso em: 08 Abril 2020.
- [18] ZILL, D. G. Equações Diferenciais Aplicações em Modelagem. Tradução de Marcio Koji Umezawa. 10ª. ed. Sao Paulo: São Paulo, 2016. 506 p. ISBN 978- 85- 22 1- 2402 - 2. Tradução da 10ª edição norte americana.
- [19] ZILL, D. G.; MICHAEL , R. C. Equações Diferenciais. Tradução de Antonio Zumpano. 3ª. ed. Sao Paulo: Pearson, v. 1, 2001. 488 p. ISBN 85 - 346 - 1291-9. Versão traduzida.
- [20] BERTONE, A. M. A.; JAFELICE , R. S. D. ; BASSANEZI, C. Modelagem Matemática. Centro de Educação a Distância. ed. Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia, 2014. 187 p.
- [21] VALE, D.; PIMENTA , D. N.; CUNHA, R. V. D. Dengue Teoria e Prática. Rio de Janeiro: FIOCRUZ, v. 1, 2015. 727 p. ISBN 978 - 85 - 7541 - 552 - 8.
- [22] BRASIL, M. D. S. Secretaria de vigilância em Saúde. Boletim Epidemiológico. [S.l.]: [s.n.], 2015. v. 46, semana 45.
- [23] FERREIRA, J. A. E. A. Um Modelo Multiescalas de Autômatos Celulares para Pandemia da dengue. [S.l.]: [s.n.], 2009.
- [24] SILVA, S. O. D. Modelagem de propagação da dengue com o uso de equações diferenciais e modelos tipo SEIR. [S.l.]: [s.n.], 2013.
- [25] A. PANDEY, A. M. A. M. "Comparing vector-host and SIR models for dengue transmission". Mathematic Biosciences, Nova York, v. 246, No 2, p. 252-259, 2013. ISSN 0025-5564.
- [26] MONICH, J. W. Modelagem da dinâmica epidemiológica da dengue. São Paulo: [s.n.], 2018. 50 p. Trabalho de Conclusão de Curso.
- [27] IBGE, I. B. D. G. E. E. Cidades e Estados. www.ibge.gov.br. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/rn/mossoro.html>>. Acesso em: 18 Abril 2020.
- [28] PUBLICA, S. -S. D. E. D. S. Boletim Epidemiológico Boletim Epidemiológico – Arboviroses, SE 01- 52. www.saude.rn.gov.br, 2019. Disponível em: <<http://www.adcon.rn.gov.br/ACERVO/sesap/DOC/DOC000000000223127.PDF>>. Acesso em: 18 Abril 2020. semana epidemiológica 01 - 52.
- [29] SESAP, S. D. S. P. D. R. G. D. N. Boletim Epidemiológico arbovirose. <http://www.saude.rn.gov.br>. Disponível em: <<http://www.adcon.rn.gov.br/ACERVO/sesap/DOC/DOC000000000228407.PDF>>. Acesso em: 07 Abril 2020. SE 01 - 52.
- [30] MINISTERIO DA SAUDE. Nota Informativa Nº 0013, de 2017/ CGPNCMD/ DEVIT/SVS/MS. Brasília: [s.n.], 2016. 9 p.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA
Centro de Ciências Exatas e Naturais – CCEN

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Às 10 horas e quarenta do dia vinte e sete de outubro de dois mil e vinte, em encontro virtual pela plataforma Google Meet usando o link meet.google.com/vtcn-cya-jtg, reuniu-se a Banca Examinadora de defesa de trabalho de conclusão de curso de autoria do aluno **NOME DO ALUNO Elias de Oliveira Bezerra**, estudante do curso de Bacharelado em Ciência e Tecnologia da UFERSA, N° de matrícula 2015020908, com o título **“Comparação do modelo matemático SIR com dados reais de caso de dengue na cidade de Mossoró - RN”**. A Banca Examinadora ficou assim constituída por três membros: Prof. Dr. Walter Martins Rodrigues, presidente da banca e orientador do Trabalho de Conclusão de Curso; Prof. Dr. Odacir de Almeida Neves e Prof. Dr. Elmer Rolando Llanos Villarreal, e tendo como suplente o Prof. Msc. Ricardo Hugo Nunes Medeiros Filho. Concluída a defesa, procedeu-se o julgamento pelos membros da banca examinadora, tendo o aluno obtido as seguintes notas: 10,0; 9,0; 10,0. Apuradas as notas verificou-se que o aluno foi aprovado com média geral 9,67. E para constar, eu, Walter Martins Rodrigues, lavrei a presente ata que, após lida e aprovada pelos membros da banca examinadora, será assinada por todos.

Mossoró, 27 de outubro de 2020.

Assinatura dos membros da Banca Examinadora.

Prof. Dr. Walter Martins Rodrigues – UFERSA
Presidente e orientador

Prof. Dr. Odacir de Almeida Neves – UFERSA
Primeiro Membro

Prof. Dr. Elmer Rolando Llanos Villarreal – UFERSA
Segundo Membro