

ESTUDO DO LOGARÍTMO NA EDUCAÇÃO DO ENSINO MÉDIO

Antonio Dantas Neto*

Rejane Ramos Dantas**

RESUMO

O estudo do logaritmo surgiu, sobretudo, como um auxílio na solução de equações exponenciais. Principalmente, naqueles tipos de equações, onde não é possível igualar as bases para tornar possível sua resolução. O logaritmo também é de grande aplicação em modelos matemáticos dentro do contexto da área das ciências exatas. Em Química, por exemplo, ele está presente no cálculo de pH e pOH. Sua maior utilidade é no cálculo da energia liberada num determinado terremoto. A escala Richter, por exemplo, é uma escala logarítmica arbitrária, de base 10, utilizada para quantificar a magnitude desses terremotos. O objetivo desse trabalho é expor o estudo do logaritmo e sua aplicabilidade no estudo do Ensino Médio. A metodologia foi realizada através de consultas e pesquisas à fontes inerentes e específica desse conteúdo. Através do conteúdo exposto, foi possível demonstrar a utilização em determinadas aplicações, apesar de ser um assunto considerado muito difícil pelos discentes do Ensino Médio. O estudo dos logaritmos, apesar do surgimento dos computadores e calculadoras, sempre terá seu lugar em destaque no ensino da Matemática. Pois, a função logarítmica e a função exponencial apesar de inversas uma da outra, representam a única maneira de descrever matematicamente uma grandeza cuja taxa de variação é proporcional à quantidade dessa grandeza presente num dado momento. Por essa razão é que o docente deve se preparar de uma forma mais acentuada e eficaz, inclusive com planos de aulas mais detalhados.

Palavras-chaves: Funções logarítmicas. Funções exponenciais. Aplicações. Propriedades.

ABSTRACT

The study of the logarithm arose, above all, as an aid in the solution of exponential equations. Especially in those types of equations, where it is not possible to equalize the bases to make possible their resolution. The logarithm is also of great application in mathematical models within the context of the area of exact sciences. In Chemistry, for example, it is present in the calculation of pH and pOH. Its greatest utility is in the calculation of the energy released in a given earthquake. The Richter scale, for example, is an arbitrary scale, of base 10, used to quantify the magnitude of these earthquakes. The objective of this work is to expose the study of the logarithm and its applicability in the study of High School. The methodology was carried out through consultations and research on the inherent and specific sources

*Professor de Matemática do Ensino Médio – Colégio Diocesano Santa Luzia. E-mail:

toinho2010@hotmail.com – Professor de Matemática (rede privada), há mais de 40 anos.

** Professora do Magistério Superior – Universidade Federal Rural do Semi-Árido. E-mail:

rejane@ufersa.edu.br

of this content. Through the exposed content, it was possible to demonstrate the use in certain applications. The study of logarithms, despite the emergence of computers and calculators, will always have its place in the teaching of Mathematics. Because, the logarithmic function and the exponential function, although inverse of each other, represent the only way to describe mathematically a quantity whose rate of change is proportional to the quantity of that quantity present at any given moment. For this reason, the teacher must prepare in a more efficient and effective way, including with more detailed lesson plans.

Key-words: Logarithms functions. Exponential functions. Applications. Properties.

1 INTRODUÇÃO

É evidente e imprescindível que a matemática se faz presente na vida de qualquer pessoa. Ela encontra-se em todas as atividades que o homem desempenha no seu dia-a-dia. É por esse fato, que ela é considerada uma forma de abrangência na área de atuação, onde o homem necessita dominar as técnicas a ponto de utilizá-las na produção de conhecimentos.

Muitos fenômenos que conhecemos hoje podem ser representados por modelos matemáticos envolvendo logaritmos. Daí, a grande importância que esse tema tem para o exercício da cidadania para compreender o mundo em que vivemos. Por isso, "um Ensino Médio concebido para a universalização da Educação Básica precisa desenvolver o saber matemático, científico e tecnológico como condição de cidadania e não como prerrogativas de especialistas" (BRASIL, 2000).

Os logaritmos, como instrumento de cálculo, surgiram para realizar simplificações, onde é possível demonstrar a praticidade que se tem ao fazer operações com logaritmos, transformando as operações de multiplicação em soma, de divisão em subtração, entre outras transformações possíveis, facilitando sobremaneira os cálculos (IEZZI, 1977).

Trata-se da operação que encontra o expoente de uma potência quando se conhece sua base e seu resultado, exatamente o inverso da potenciação. A ideia é bastante simples. Se for possível escrever dois números positivos quaisquer na forma de potências com a mesma base, então multiplicar esses números equivale a somar os expoentes respectivos.

A descoberta dos logaritmos deu-se, sobretudo à grande necessidade de simplificar os cálculos excessivamente trabalhosos para a época, principalmente na

área da astronomia, transformando os produtos em somas e os quocientes em diferenças, o uso dos logaritmos conseguiu diminuir em muito o tempo que os astrônomos gastavam nos seus cálculos.

Os logaritmos possuem várias aplicações na Matemática e em diversas áreas do conhecimento, como Física, Biologia, Química, Medicina, Geografia entre outras. Através de exemplos é possível demonstrar a utilização das técnicas de logaritmos na busca de resultados para as variadas situações.

Como este estudo trata-se basicamente de uma pesquisa bibliográfica, os materiais utilizados para o desenvolvimento deste trabalho foram: artigos e livros de Matemática e alguns específicos em logaritmos, que abordavam o assunto, bem como as *homepages* específicas da Matemática. É importante denotar que também foram utilizadas as informações obtidas em conversas e discussões com outros professores de Matemática das escolas privadas, públicas, e professores universitários, da mesma forma que com acadêmicos de Matemática. Como também a observação do comportamento dos discentes em sala de aula, durante as aulas ministradas pelo autor desse trabalho.

Nesse sentido, percebe-se a importância de propor um estudo que seja interessante, com o objetivo de simplificar o conteúdo do logaritmo para uma melhor compreensão dentro do Ensino Médio.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 Um pouco da história dos logaritmos

Segundo Silva (2013), o surgimento dos logaritmos se deu ao final do século XVI, devido à necessidade do homem em desenvolver técnicas para efetuar cálculos na resolução de problemas na astronomia e na navegação, pois os problemas exigiam cálculos aritméticos muito complexos para a época. Diversos matemáticos contribuíram na construção dos logaritmos que conhecemos hoje. Porém, um ficou eternizado por suas publicações, John Napier. Foi um nobre teólogo escocês, não era matemático profissional, mas tinha a matemática como lazer. Napier elaborou uma tábua de logaritmos com o objetivo de simplificar as operações, principalmente a de produtos e quocientes. Além de Napier, o suíço Joost Biirgi, também contribuiu para o surgimento dos logaritmos produzindo trabalhos a respeito.

Durante anos ensinou-se a calcular com logaritmos na escola média ou no início dos cursos superiores de matemática. Como também por muitos anos a régua de cálculo logarítmica foi o símbolo do estudante de engenharia do campus universitário.

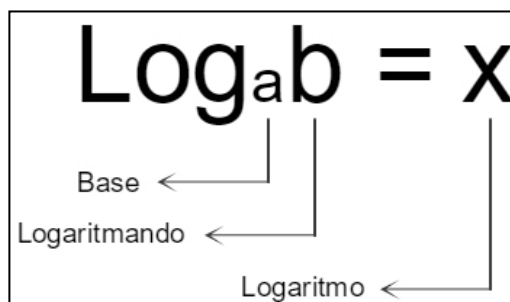
Pode-se comparar a invenção dos logaritmos no século XVI ao aparecimento dos computadores no século XX – foi um grande salto na realização das operações aritméticas e representou para a astronomia e para a navegação algo muito próximo do que hoje o computador representa para essas mesmas áreas.

2.2 Definição de logaritmo

Logaritmo é uma função matemática que está baseada nas propriedades da potenciação e exponenciação. O valor do logaritmo corresponde a expoente de determinada base, igual a um número positivo b numa base a , que seja também positiva e diferente de 1.

Para melhor compreender o conceito do logaritmo, segundo Dante (1999), faz-se necessário a observação da fórmula da equação logarítmica, através da Fig.1:

Figura 1 – Conceito de logaritmo



Fonte: <https://www.significados.com.br/logaritmo/>

Dados os números reais a e b , positivos e com a diferente de 1, existe um único número real x , que fará a seguinte afirmação ser verdadeira:

$$a^x = b$$

O número x , nesse caso, é conhecido como logaritmo de b na base a . Portanto, conclui-se que: logaritmo de b numa base a é o expoente x que se deve dar à base a , para que a potência obtida seja igual a b . Veja a representação dessa definição:

$$\log_a b = x$$

Logo, podemos escrever a seguinte equivalência:

$$a^x = t \leftrightarrow x = \log_a b, \text{ com } a \text{ e } b > 0 \text{ e } a \neq 1$$

No caso acima, as letras utilizadas representam números e estamos interessados em descobrir o valor numérico da letra **x**.

Exemplos:

a) $\log_2 8 = 3$ porque $2^3 = 8$.

b) $\log_4 1 = 0$ porque $4^0 = 1$.

c) $\log_3 9 = 2$ porque $3^2 = 9$.

d) $\log_5 5 = 1$ porque $5^1 = 5$.

2.3 O Logaritmo para o Ensino Médio

O estudo dos logaritmos configura-se como um dos principais temas abordados nas séries do Ensino Médio. Isso se deve ao fato de que muitos fenômenos naturais podem ser modelados usando a função logarítmica. O que ocorre é que muitos discentes concluem o Ensino Médio sem conseguir perceber a importância que esse tema tem na modelagem de fenômenos. As funções exponenciais e logarítmicas são importantes nesse estudo, pois são usadas para descrever muitos fenômenos, sendo aplicado na matemática financeira, crescimento populacional, etc. Espera-se que o estudante, ao final do Ensino Médio, saiba usar a matemática para resolver problemas e para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento (SILVA; SILVA, 2013).

O logaritmo sempre ocupou uma posição de destaque no currículo escolar brasileiro, uma prova disso, é que desde a criação desse currículo até os dias atuais, o mesmo faz parte dos conteúdos que os jovens brasileiros devem aprender.

Segundo LIMA (2001), isso se deve a sua enorme relevância nas aplicações, tanto na vida diária como nas outras ciências e na própria matemática. Estamos numa fase de transição no ensino de logaritmos. Os exercícios manipulativos estão sendo substituídos por aplicações práticas. A questão é que essa mudança ocorre lentamente. Alguns livros didáticos recentes já começaram trazer alguns problemas aplicados envolvendo logaritmos, através de atividades com o uso da calculadora

científica, porém, abordam de maneira mais significativa os logaritmos decimais e naturais.

2.4 Propriedades dos logaritmos

São identidades sempre verdadeiras que tem como finalidades auxiliar na resolução de questões que envolvem os logaritmos. A seguir, uma descrição delas.

2.4.1 Operatórias

- Logaritmo de um produto

O logaritmo de um produto é igual a soma dos logaritmos dos fatores, ou seja:

$$\log_b (M.N) = \log_b M + \log_b N$$

- Logaritmo de um quociente

O logaritmo de uma fração ordinária é igual a diferença entre os logaritmos do numerador da fração e do denominador, ou seja:

$$\log_b \left(\frac{M}{N} \right) = \log_b M - \log_b N$$

Nota: Chamamos de cologaritmo de um número positivo N numa base $\mathbf{b}$, ao logaritmo do inverso multiplicativo de N , também na base $\mathbf{b}$. Ou seja:

$$\text{colog}_b N = \log_b \left(\frac{1}{N} \right) = \log_b 1 - \log_b N = 0 - \log_b N = -\log_b N$$

- Logaritmo de uma potência

Quando um logaritmo estiver elevado a um expoente, na próxima passagem esse expoente irá multiplicar o resultado desse logaritmo. Temos a seguinte fórmula:

$$\log_b M^k = k. \log_b M$$

- Mudança de base

Se soubermos o logaritmo de N na base $\mathbf{b}$ e desejamos obter o logaritmo de N numa base $\mathbf{a}$, essa mudança de base, muito importante na solução de exercícios, poderá ser feita de acordo com a fórmula a seguir:

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$$

2.4.2 Propriedades decorrentes da definição

As propriedades seguintes são corolários (consequências diretas) da definição de logaritmos dada acima.

- O logaritmo da unidade em qualquer base é nulo, ou seja:

$$\log_b 1 = 0 \quad \text{porque } b^0 = 1$$

- O logaritmo da base é sempre igual a 1, ou seja:

$$\log_b b = 1 \quad \text{porque } b^1 = b$$

- $\log_b b^k = k \cdot \log_b b$, como $\log_b b = 1$, portanto será $k \cdot 1 = k$
- Se $\log_b M = \log_b N$, então podemos concluir que $M = N$. Esta propriedade é muito utilizada na solução de exercícios envolvendo equações onde aparecem logaritmos (equações logarítmicas);
- $b^{\log_b M} = M$ ou seja: $\mathbf{b}$ elevado ao logaritmo de $\mathbf{M}$ na base $\mathbf{b}$ é igual a $\mathbf{M}$.

2.5 Considerações importantes sobre logaritmo

Quando a base do sistema de logaritmos é igual a 10, usamos a expressão logaritmo decimal e na representação simbólica escrevemos somente $\log N$ ao invés de $\log_{10} N$.

Exemplos:

a) $\log 100 = 2$ porque $10^2 = 100$

b) $\log 1000 = 3$ porque $10^3 = 1000$.

Os logaritmos decimais (base 10) normalmente são números decimais onde a parte inteira é denominada característica e a parte decimal é denominada mantissa. Assim por exemplo, sendo $\log 20 = 1,3010$, 1 é a característica e 0,3010 a mantissa. As mantissas dos logaritmos decimais são tabeladas.

Da definição de logaritmo, infere-se (conclui-se) que somente os números reais positivos possuem logaritmo.

2.6 A função logarítmica

Considere a função $y = a^x$, denominada função exponencial, onde a base **a** é um número positivo e diferente de 1, definida para todo **x** real. Observe que nestas condições, a^x é um número positivo, para todo $x \in \mathbb{R}$, onde $\mathbb{R}$ é o conjunto dos números reais. Denotando o conjunto dos números reais positivos por $\mathbb{R}^+$, poderemos escrever a função exponencial como segue:

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+; y = a^x, 0 < a < 1$$

Esta função é bijetora, pois:

- a) é injetora, ou seja, elementos distintos possuem imagens distintas.
- b) É sobrejetora, pois o conjunto imagem coincide com o seu contradomínio.

Assim sendo, a função exponencial é bijetora e, portanto, é uma função inversível, ou seja, admite uma função inversa.

Vamos determinar a função inversa da função $y = a^x$, onde $0 < a \neq 1$.

Permutando **x** por **y**, vem:

$$x = a^y \therefore y = \log_a x$$

Portanto, a função logarítmica é então:

$$f : \mathbf{R}_+^* \rightarrow \mathbf{R} ; y = \log_a x, 0 < a \neq 1$$

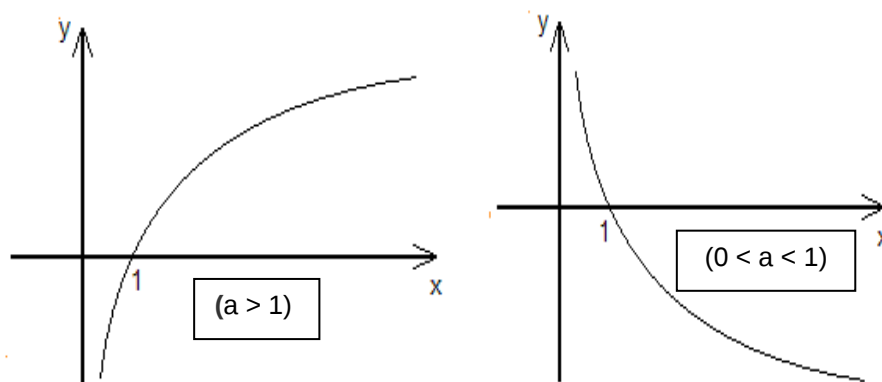
A representação gráfica da função logarítmica ilustra os conceitos e as formas do logaritmo.

Para a construção do gráfico da função logarítmica devemos estar atentos a duas situações:

1. $a > 1$ – a função será dita crescente;
2. $0 < a < 1$ – a função será dita decrescente.

Como pode ser observado na Fig. 2 que, para $a > 1$ ou $0 < a < 1$, temos os gráficos das seguintes formas:

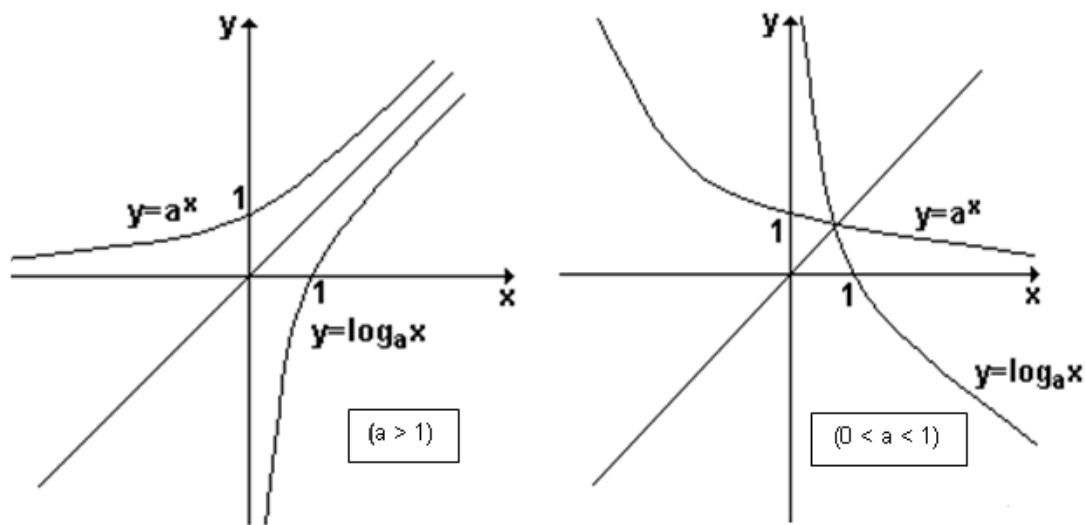
Figura 2: Gráfico da função logarítmica $y = \log_a x$



Fonte: <https://www.tutorbrasil.com.br/aulas-de-matematica/logaritmos/representacao-grafica-da-funcao-logaritmica/> (Adaptado pelo autor).

Ilustram-se na Fig. 3, os gráficos da função exponencial $y = a^x$ e logarítmica $y = \log_a x$, para os casos $a > 1$ e $0 < a < 1$. Observe que, sendo as funções, inversas, os seus gráficos são curvas simétricas em relação à bissetriz do primeiro e terceiro quadrantes, ou seja, simétricos em relação à reta $y = x$.

Figura 3: Gráfico das funções exponencial e logaritmo $f(x) = 10^x$, $g(x) = \log(10^x)$ e reta $y = x$



Fonte: <http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/479/1/PDF%20-%20Kleber%20Washington%20Cabral%20de%20Vasconcelos.pdf>.
(Adaptado pelo autor).

Da simples observação dos gráficos acima, podemos concluir que:

- Para $a > 1$, as funções exponencial e logarítmica são crescentes.
- Para $0 < a < 1$, elas são decrescentes.
- O domínio da função $y = \log_a x$ é o conjunto $\mathbf{R}_+^*$.
- O conjunto imagem da função $y = \log_a x$ é o conjunto $\mathbf{R}$ dos números reais.
- O domínio da função $y = a^x$ é o conjunto $\mathbf{R}$ dos números reais.
- O conjunto imagem da função $y = a^x$ é o conjunto $\mathbf{R}_+^*$.
- Observe que o domínio da função exponencial é igual ao conjunto imagem da função logarítmica e que o domínio da função logarítmica é igual ao conjunto imagem da função exponencial. Isto ocorre porque as funções são inversas entre si.

2.7 Aplicações dos logaritmos no cotidiano

De acordo com Silva (2017), os logaritmos possuem inúmeras aplicações no cotidiano, a Física e a Química utilizam as funções logarítmicas nos fenômenos em que os números adquirem valores muito grandes, tornando-os menores, facilitando os cálculos e a construção de gráficos.

Pode ser observado na Computação que o logaritmo na base 2 é utilizado para representar dígitos de informação (bits).

Já na Física, a escala logarítmica é utilizada em diversas aplicações. Uma delas é a escala de decibéis, que mede o nível de pressão sonora. Ela é uma escala logarítmica também na base 10.

Na Química, por sua vez, os logaritmos são aplicados para calcular o pH (potencial hidrogeniônico) de uma solução.

Na Geologia, os logaritmos permitem medir a amplitude ou a energia acumulada de algum abalo sísmico através da Escala Richter. A base utilizada, neste caso, é a 10, de modo que um abalo sísmico com 6 pontos nesta escala é 10 vezes mais forte do que um abalo com 5 pontos. A escala Richter foi desenvolvida por Charles Richter e Beno Gutenberg, no intuito de medir a magnitude de um terremoto provocado pelo movimento das placas tectônicas. As ondas produzidas pela liberação de energia do movimento das placas podem causar desastres de grandes proporções.

Os estudos de Charles e Beno (1900) resultaram em uma escala logarítmica denominada Richter, que possui pontuação de 0 a 9 graus. A magnitude (graus) é o logaritmo da medida das amplitudes (medida por aparelhos denominados sismógrafos) das ondas produzidas pela liberação de energia do terremoto (SILVA, 2017). A fórmula utilizada é a seguinte:

$$M = \log A - \log A_0$$

Onde

M: magnitude;

A: amplitude máxima;

A₀: amplitude de referência.

Para calcular a energia liberada por um terremoto, usa-se a seguinte fórmula:

$$I = \left(\frac{2}{3}\right) \log_{10} \left(\frac{E}{E_0}\right)$$

Onde:

I: varia de 0 a 9

E: energia liberada em kW/h

E_0 : 7×10^{-3} kW/h.

Assim, de acordo com a fórmula, a energia liberada por um terremoto de 6 graus na escala Richter é de 7×10^6 kW/h (SILVA, 2017).

2.8 Resoluções de exercícios

Para um melhor entendimento do assunto abordado até agora, resolveremos alguns exercícios na sua aplicabilidade.

2.8.1 Aplicações contextualizadas

1º exercício: Um líquido volátil diminui seu volume na ordem de 20% por hora. O seu volume se reduzirá à metade durante um tempo t . Considerando essas condições, determine aproximadamente o tempo t (Dado $\log 2 = 0,3$).

SOLUÇÃO:

Seguindo esse padrão, encontramos a expressão para o volume restante após t horas

$$V(t) = 0,8^t \cdot V_0$$

Queremos encontrar o instante t , em que o volume nesse instante é a metade do volume inicial, ou seja,

$$V(t) = \frac{1}{2} V_0, \text{ então temos:}$$

$$0,8 \cdot V_0 = \frac{1}{2} \cdot V_0, \text{ onde: } 0,8 \cdot V_0 = V(t)$$

$$0,8^t = \frac{1}{2} \Rightarrow (10^{\log(0,8)})^t = \frac{1}{2}$$

$$(10^{\log(0,8) \cdot t}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \log(0,8) \cdot t = \log\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\log(0,8) \cdot t = -\log(2) \Rightarrow t = -\frac{\log(2)}{\log(0,8)}, \text{ portanto:}$$

$t \approx 3,1 \text{ h} = 3 \text{ h } 6 \text{ min}$
--

2º exercício: Numa calculadora científica, ao se digitar um número positivo qualquer e, em seguida, se apertar a tecla $\log$, aparece, no visor, o logaritmo decimal do número inicialmente digitado.

Digita-se o número 10.000 nessa calculadora e, logo após, aperta-se, N vezes, a tecla $\log$, até aparecer um número negativo no visor. Então, é correto afirmar que o número N é igual a:

SOLUÇÃO:

Após digitar o número 10000 e teclar $\log$ (pela primeira vez):

$10000 \log \Rightarrow 4$ (tela da calculadora)

$4 \log \Rightarrow$ como 4 é um número entre 1 e 10 o $\log$ será um número entre 0 e 1.

$\log$ de um número menor do que 1 dá negativo.

Então, 3 vezes para aparecer um número negativo!

3º exercício: A magnitude de um terremoto na escala Richter é proporcional ao logaritmo, na base 10, da energia liberada pelo abalo sísmico. Analogamente, o pH de uma solução aquosa é dado pelo logaritmo, na base 10, do inverso da concentração de íons H^+ . Considere as seguintes afirmações:

I. O uso do logaritmo nas escalas mencionadas justifica-se pelas variações exponenciais das grandezas envolvidas.

II. A concentração de íons H^+ de uma solução ácida com pH 4 é 10 mil vezes maior que a de uma solução alcalina com pH 8.

III. Um abalo sísmico de magnitude 6 na escala Richter libera duas vezes mais energia que outro, de magnitude 3.

SOLUÇÃO:

I. Esse item está correto.

Quando existe uma grande variação exponencial da grandeza estudada, é interessante trabalhar com escala logarítmica:

$$10 \rightarrow 1$$

$$100 \rightarrow 2$$

$$1.000 \rightarrow 3$$

$$10.000 \rightarrow 4$$

II. Esse item também está correto.

$$\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$$

Uma solução ácida de $\text{pH} = 4$ apresenta concentração de íons $\text{H}^+ = 10^{-4} \text{ mol/L}$.

Uma solução alcalina de $\text{pH} = 8$ apresenta concentração de íons $\text{H}^+ = 10^{-8} \text{ mol/L}$.

$$\frac{[\text{H}^+]_{\text{pH}=4}}{[\text{H}^+]_{\text{pH}=8}} = \frac{10^{-4}}{10^{-8}} = 10^4 \Rightarrow \boxed{[\text{H}^+]_{\text{pH}=4} = 10.000 \cdot [\text{H}^+]_{\text{pH}=8}}$$

III. Esse item está incorreto.

$$\text{Magnitude} = k \cdot \log E$$

$$\text{Magnitude} = 6 \Rightarrow E = 10^{\frac{6}{k}}$$

$$\text{Magnitude} = 3 \Rightarrow E = 10^{\frac{3}{k}}$$

$$\boxed{(E_{\text{Magnitude}=6} = E_{\text{Magnitude}=3})^2}$$

Um abalo sísmico de magnitude 6 libera o quadrado da energia que um abalo de magnitude 3.

2.8.2 Aplicações diretas

1º exercício: Se S é a soma das raízes da equação $\log^2 x - \log x - 2 = 0$, então calcule o valor de $1073 - 10.S$.

SOLUÇÃO:

Façamos $\log x = y$; vem: $y^2 - y - 2 = 0$

Resolvendo a equação do segundo grau acima, encontramos: $y = 2$ ou $y = -1$.

Portanto, $\log x = 2$ ou $\log x = -1$

Como a base é igual a 10, teremos:

$$\log_{10} X = 2 \therefore x = 10^2 = 100$$

$$\log_{10} X = -1 \therefore x = 10^{-1} = 1/10$$

As raízes procuradas são, então, 100 e 1/10.

Conforme enunciado do problema, teremos:

$$S = 100 + 1/10 = 1000/10 + 1/10 = 1001/10$$

Logo, o valor de $1073 - 10.S$ será:

$$1073 - 10(1001/10) = 1073 - 1001 = 72$$

Resposta: 72

2º exercício: Calcule o valor de $y = 6^x$ onde $x = \log_3 2 \cdot \log_6 3$.

SOLUÇÃO:

Substituindo o valor de x , vem:

$$y = 6^{\log_3 2 \cdot \log_6 3} = (6^{\log_6 3})^{\log_3 2} = 3^{\log_3 2} = 2$$

Na solução acima, empregamos a propriedade $b^{\log_b M} = M$, (vista anteriormente).

Resposta: 2

3º exercício: Sendo $\log 2 = 0,301$, o número de algarismos de 5^{20} é:

SOLUÇÃO:

Seja $n = 5^{20}$. Podemos escrever, usando logaritmo decimal:

$$\log n = \log 5^{20} = 20 \cdot \log 5$$

Para calcular o valor do logaritmo decimal de 5, ou seja, $\log 5$, basta lembrar que podemos escrever:

$$\log 5 = \log (10/2) = \log 10 - \log 2 = 1 - 0,301 = 0,699$$

$$\text{Portanto, } \log n = 20 \cdot 0,699 = 13,9800$$

De acordo com a teoria estudada, sabemos que se $\log n = 13,9800$, isto significa que a característica do log decimal vale 13 e, portanto, o número n possui $13 + 1$, ou seja 14 algarismos.

Resposta: 14 algarismos

4º exercício: Considere a equação $10^{x + 0,4658} = 368$. Sabendo-se que $\log 3,68 = 0,5658$, calcule $10x$.

SOLUÇÃO:

Temos: $10^{x + 0,4658} = 368$

Daí, podemos escrever:

$$\log 368 = x + 0,4658 \therefore x = \log 368 - 0,4658$$

É dado que: $\log 3,68 = 0,5658$, ou seja:

$$\log(368/100) = 0,5658 \text{ Logo, } \log 368 - \log 100 = 0,5658 \therefore \log 368 - 2 = 0,5658 ,$$

já que $\log 100 = 2$ (pois $10^2 = 100$).

Daí, vem então:

$$\log 368 = 2,5658$$

$$\text{Então, } x = \log 368 - 0,4658 = 2,5658 - 0,4658 = 2,1$$

Como o problema pede o valor de $10x$, vem: $10 \cdot 2,1 = 21$

Resposta: 21

5º exercício: Se $\log N = 2 + \log 2 - \log 3 - 2\log 5$, calcule o valor de $30N$.

SOLUÇÃO:

Podemos escrever:

$$\log N = 2 + \log 2 - \log 3 - \log 5^2$$

$$\log N = 2 + \log 2 - \log 3 - \log 25$$

$$\log N = 2 + \log 2 - (\log 3 + \log 25)$$

Como $2 = \log 100$, fica:

$$\log N = (\log 100 + \log 2) - (\log 3 + \log 25)$$

$$\log N = \log(100 \cdot 2) - \log(3 \cdot 25)$$

$$\log N = \log 200 - \log 75$$

$$\log N = \log(200/75)$$

Logo, concluímos que $N = 200/75$

Simplificando, fica:

$$N = 40/15 = 8/3$$

$$\text{Logo, } 30N = 30(8/3) = 80$$

$$\text{Resposta: } 30N = 80$$

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O logaritmo será sempre um assunto em evidência, pelo simples fato de que as variações exponenciais e logarítmicas são importantíssimas para a natureza e para a análise. Consequentemente, um estudo das propriedades da função logarítmica e de sua inversa, a função exponencial, permanecerá sempre uma parte relevante do ensino da matemática e de outras ciências.

De acordo com Silva (2013), após muitos anos lecionando, ele percebeu que o logaritmo sem dúvida, é um tema que muitos docentes sentem dificuldades em ensinar no 1º ano do Ensino Médio. Os motivos são vários, dentre eles está o fato da maioria dos livros didáticos mais utilizados no nosso país não trazerem um material que contemplem o conceito, as propriedades e as aplicações.

Vimos que os logaritmos surgiram para facilitar cálculos, e possuem várias aplicações, não somente na matemática. Nos logaritmos possuímos a base da potência, o resultado e procuramos o valor do expoente.

Este trabalho evidenciou parte da grande importância dos logaritmos para os seres humanos e principalmente para os discentes do Ensino Médio, bem como parte do seu valor em toda a Matemática, através de exposições, cálculos e conclusões. Portanto, devemos procurar ser responsáveis ao ensinar tal conteúdo para que seja bem entendido e seu valor percebido. Ao pensarmos ou falarmos sobre Matemática, devemos lembrar que o assunto vai muito além de números e operações.

Pelo contexto histórico dos logaritmos, onde sua vantagem era facilitar simples operações, é notável a evolução dessa descoberta, uma vez que sua aplicação primeira hoje é perfeitamente substituída pelas calculadoras, mas as vantagens que os logaritmos apresentam para as outras ciências jamais serão substituídas por qualquer advento eletrônico de cálculo.

Os logaritmos podem ser explorados de uma melhor maneira por parte dos professores do Ensino Médio, bastando para isso, se adaptar aos novos métodos de ensino.

4 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. MEC. SEF. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília, 2000.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicações**. 1ª Ed. vol1. São Paulo: Ática, 1999.

EVES, Gelson. **Fundamentos de matemática Elementar 2**: Logaritmos: exercícios resolvidos, exercícios propostos com resposta, testes de vestibulares com resposta. Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Carlos Murakami - 8ª edição. São Paulo – Editora Atual, 1993.

<http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/479/1/PDF%20-%20Kleber%20Washington%20Cabral%20de%20Vasconcelos.pdf>. Acesso em 5 de setembro de 2017.

http://ecalculo.if.usp.br/funcoes/logaritmica/historia/hist_log.htm. Acesso em 26 de outubro de 2017.

<http://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-aplicacoes-dos-logaritmos.htm#questao-2>. Acesso em 10 de novembro de 2017

<https://www.significados.com.br/logaritmo/>

GENTIL, N.; MARCONDES, C. A et al. **Matemática Novo Ensino Médio**. São Paulo, Ática, 2002.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da Matemática Elementar**: Logaritmos. 3. ed. São Paulo: Atual Editora Ltda., 1977. 2 v. Disponível em: <<https://pt.slideshare.net/nandovarges/2-fundamentos-de-matematica-elementar-vol-2-logaritmos>>. Acesso em: 20 out. 2017.

LIMA, Elon Lages. **Exames de textos**: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 2001.

SILVA, Josiel Pereira da; SILVA, Diogo Diniz Pereira da Silva e. **Logaritmos e Aplicações**. 2013. 46 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, Pb, 2013. Disponível em: <<http://mat.ufcg.edu.br/PROFmat/TCC/Josiel.pdf>>. Acesso em: 18 out. 2017.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. "O que é logaritmo?"; Brasil Escola. Disponível em <<http://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-logaritmo.htm>>. Acesso em 07 de novembro de 2017.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. **Aplicações Matemáticas na Geologia: A Escala Richter** "; Brasil Escola. Disponível em <<http://brasilecola.uol.com.br/matematica/aplicacoes-matematicas-na-geologia-escala-richter.htm>>. Acesso em 14 de novembro de 2017.