

ANÁLISE DIFERENCIAL DA DILATAÇÃO TÉRMICA DE CABOS DA REDE ELÉTRICA

Lucas Rafael de Moraes Oliveira¹, Fabiane R. da Cunha D. Araújo², Antônio Gomes Nunes³

Resumo: O desenvolvimento da humanidade está hoje diretamente relacionado com a aplicação de recursos energéticos, essa dependência implica em uma elevada demanda por energia elétrica que na matriz energética do Brasil atualmente é principalmente gerada por grandes hidrelétricas que ficam muito distantes dos pontos de consumo sendo necessárias imensas linhas de transmissão e distribuição até chegar as residências. O projeto dessas linhas é muito complexo tanto pela dimensão do mesmo quanto pela confiabilidade e estabilidade que o sistema deve possuir. Conhecimentos sobre a pressão barométrica, velocidade dos ventos, e radiação solar que o condutor vai absorver são imprescindíveis. E mais um dos parâmetros dos quais o projeto deve atender diz respeito a resistência térmica do material utilizado pois o mesmo é submetido à diferentes variações de temperatura que ocasionam deformações nos condutores. Neste contexto, o objetivo deste trabalho é modelar um problema real de dilatação térmica sofrida por cabos da rede elétrica e analisá-lo aplicando conceitos de Equações Diferenciais, mais precisamente da Lei do Resfriamento de Newton e verificar sua precisão. Bem como exaltar a importância e aplicabilidade das Equações Diferenciais como um todo em problemas de engenharia, além de desenvolver uma programação em linguagem C++ que solucione a análise mais rápida e precisamente. Foram obtidos resultados satisfatórios tanto quanto a modelagem, como o estudo do comportamento do condutor sob às condições analisadas, também em relação à programação que atendeu o seu propósito muito bem.

Palavras-chave: Dilatação térmica; Equações Diferenciais Ordinárias; Lei do Resfriamento de Newton.

1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento das equações diferenciais foi um importante passo para a evolução da tecnologia nos últimos anos em variadas áreas de conhecimento, tanto na explicação de fenômenos físicos, químicos e biológicos presentes na nossa vida desde o princípio, quanto na elaboração de novas tecnologias que vão desde coisas comuns no nosso cotidiano como automóveis até as extraordinárias descobertas e explorações do espaço.

Tendo em vista a relevância dessa área de conhecimento, estudantes das ciências exatas e tecnológicas aprendem diferentes métodos para se resolver esses tipos de equações, entre os quais está a resolução por variáveis separáveis, que será abordado neste trabalho.

Um dos ramos de aplicações das EDO's (Equações Diferenciais Ordinárias) é a Lei do Resfriamento de Newton, que afirma que a taxa com que um corpo perde calor é diretamente proporcional a diferença entre a temperatura do corpo em questão e a temperatura constante do ambiente em que este corpo está imerso [1]. Com isso abre-se um leque de problemas envolvendo variações de temperatura que se pode solucionar apenas com equações diferenciais de primeira ordem e com um dos métodos de resolução mais direto. Dentre esses problemas a dilatação térmica é um dos principais, tanto por ser comum, quanto por seus efeitos por vezes indesejáveis em projetos.

Linhas de transmissão e distribuição de energia elétrica são projetadas para conduzir a potência gerada nas distantes usinas convencionais até os pontos de consumo que vão desde os grandes centros urbanos e indústrias até pequenas e isoladas regiões, logo, devem ser construídas atendendo diversos critérios para manter o fornecimento ininterrupto e não sobrecarregar o sistema interligado nacional. Uma das falhas que pode ocorrer é o rompimento dos condutores após sofrerem deformação pela variação térmica do ambiente, para evitar esse contratempo é deixada uma folga entre os postes para que os condutores possam variar seu comprimento em diferentes horas do dia e estações do ano.

Com conhecimentos de termodinâmica, das propriedades térmicas e mecânicas dos materiais utilizados no projeto, e com auxílio da lei do resfriamento, pode-se determinar a deformação por dilatação térmica que os condutores estão sujeitos quando submetidos à diferentes temperaturas.

Hoje, a tecnologia é uma grande aliada na resolução de variados problemas de diferentes áreas, dessa forma, engenheiros são comumente solicitados a desenvolverem programas capazes de automatizar algum procedimento. Com base nisso, esse trabalho também visa utilizar um código em linguagem C++ que possa calcular os mesmos parâmetros desejados de maneira mais rápida e precisa.

2. DESENVOLVIMENTO

Nesta parte é apresentado a fundamentação teórica, os métodos adotados, resultados e discussão.

2.1 Fundamentação teórica

Aqui são abordados temas importantes para o desenvolvimento do trabalho como as equações diferenciais, métodos de resolução, mais especificamente o método das variáveis separáveis, a Lei do Resfriamento de Newton, tópicos de temperatura e calor, e a dilatação térmica.

2.1.1 Equações diferenciais

Equações diferenciais são igualdades que envolvem uma função e suas derivadas originadas a partir da formulação de variados problemas físicos em termos matemáticos que possam ser resolvidos [2]. São uma ferramenta essencial na vida acadêmica e prática de diferentes profissionais pois suas aplicações se estendem por muitas áreas e diversos problemas remetem a uma ou mais equações que devem ser resolvidas. Por essa razão esse ramo da análise matemática deve ser bem fundamentado em diferentes cursos. Uma abordagem mais detalhada dessas equações as classifica quanto ao seu tipo, ordem e linearidade.

Quanto ao seu tipo, pode ser dita Equação Diferencial Ordinária (E.D.O) toda aquela que contém somente derivadas de quaisquer ordens com relação a apenas uma variável independente. E é chamada de Equação Diferencial Parcial (E.D.P) aquela que contém funções de várias variáveis independentes e suas derivadas [1].

Embora as aplicações das (E.D.P)'s sejam de muita importância, seu estudo e suas resoluções demandam de um aprofundado conhecimento das (E.D.O)'s, assim grande parte dos cursos apresentam de maneira mais detalhada apenas essas últimas, que para fim deste trabalho serão suficientes. A ordem de uma Equação Diferencial Ordinária é determinada a partir da derivada de maior ordem da equação, assim, uma equação que contenha a derivada primeira de uma função como a derivada de maior ordem é dita equação de primeira ordem, analogamente ocorre para derivadas de ordem n . Sua classificação quanto a linearidade depende de duas propriedades, uma equação é dita linear quando a variável dependente determinada e suas eventuais derivadas são do primeiro grau; e cada coeficiente depende apenas da variável independente da equação. Caso não atenda uma ou todas dessas propriedades a equação é chamada de não-linear [3].

2.1.2 Métodos de resolução

Após a modelagem de qualquer problema que nos leve a uma equação diferencial, o próximo passo é resolvê-la, ou seja, encontrar uma solução que satisfaça as condições iniciais determinadas. Uma solução desse tipo pode ser dita como qualquer função definida em um intervalo que quando substituída na equação a verifica identicamente para toda a variável independente no intervalo, dessa maneira, percebe-se que não existe necessariamente apenas uma, mas geralmente, infinitas soluções para uma equação diferencial [3].

Para diferentes tipos de equações existem diferentes métodos de resolução que basicamente consistem em transformar por manipulações matemáticas a equação por vezes complexa em uma mais simples e resolvê-la com ferramentas do cálculo diferencial e integral. Para um problema abordado que remeta a uma equação diferencial linear de primeira ordem é muito conveniente utilizar o método de resolução por variáveis separáveis, que além de ser o método mais imediato, sendo possível manusear a equação apenas com um considerável conhecimento de cálculo; é também mais que suficiente para obter os resultados desejados.

2.1.3 Variáveis separáveis

Dada uma função $f(x)$ contínua em um intervalo I , a equação diferencial

$$\frac{dy}{dx} = f(x) \tag{1}$$

pode ser resolvida integrando ambos os lados, resultando em

$$y = \int f(x)dx + C \tag{2}$$

que é uma solução explícita para y em função da variável independente x .

Qualquer igualdade no formato da Equação (1) pode ser chamada de equação separável ou diz-se que possui variáveis separáveis [1]. De um modo mais geral, qualquer equação escrita da forma

$$g(y) \frac{dy}{dx} = f(x) \quad (3)$$

é denominada separável, essa terminologia decorre do fato de ser possível reescrever a equação da maneira

$$g(y)dy = f(x)dx \quad (4)$$

onde as expressões envolvendo a variável x estão em um membro da equação e as que envolvem y no outro. Essa manipulação da Equação (3) para Equação (4) é a separação das variáveis e constitui o primeiro passo para a resolução da equação diferencial [2].

Agora supondo que $f(x)$ e $g(y)$ sejam funções contínuas de suas variáveis e que possuem, respectivamente, as primitivas $F(x)$ e $G(y)$, integrando-as

$$\int g(y)dy = \int f(x)dx \quad (5)$$

que resulta

$$G(y) = F(x) + C \quad (6)$$

onde C está representando a constante resultante das integrais indefinidas na Equação (5) e pode ser determinada seguindo os requisitos do problema de valor inicial dado. O método afirma que uma função derivável y é solução da Equação (3) se, para alguma determinação de C , satisfaz a Equação 6, em que comumente define de maneira implícita uma família de soluções [2].

2.1.4 Lei do resfriamento de Newton

Uma clássica aplicação das equações diferenciais de primeira ordem está relacionada com a variação de temperatura de corpos. Observações feitas por Isaac Newton em uma de suas publicações e que hoje veio a ser conhecida como lei do resfriamento, afirmam que a taxa na qual um corpo varia sua temperatura é proporcional à diferença entre a temperatura do corpo e a do meio. Assim, sendo T a temperatura referente ao corpo e T_m a temperatura do meio ambiente, a taxa de variação e a lei descrita acima pode ser escrita

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_m) \quad (7)$$

onde k é uma constante de proporcionalidade e o sinal negativo indica uma taxa decrescente para representar o resfriamento, uma vez que a diferença $(T - T_m)$ resulta naturalmente em um número positivo [1,3].

2.1.5 Temperatura e calor

Uma das principais áreas de atuação da engenharia e estudo da física é a termodinâmica, que visa compreender as leis que governam as relações entre calor e outras formas de energia. Desde cedo somos apresentados a alguns conceitos de temperatura como o cuidado que deve-se tomar ao ingerir alimentos quentes, como se vestir adequadamente de acordo com a época do ano ou horas do dia, entre outras coisas. O estudo da termodinâmica tem uma infinidade de aplicações no nosso cotidiano e explicam problemas com os quais devemos nos preocupar em um projeto de engenharia ou na manutenção de um mesmo [4].

O superaquecimento de motores automotivos, ou de componentes eletrônicos e digitais, por exemplo, influencia em seus desempenhos individuais em um sistema ou circuito, pois todos os materiais, inclusive nossos próprios corpos, sofrem alterações em sua estrutura molecular e nas interações atômicas quando expostos a uma variação da temperatura. Com uma elevação de temperatura no corpo tem-se um alto ganho na velocidade de reação das moléculas em toda a estrutura química e biológica do corpo deixando os átomos mais dispersos e agitados, analogamente quando há uma diminuição na temperatura percebe-se que as mesmas moléculas passam a responder mais lentamente aos mesmos estímulos e interagem entre si e em suas ligações de modo vagaroso e mais ordenado. Todas essas interações microscópicas influenciam no funcionamento de qualquer sistema. Suas consequências podem ser maiores ou menores em diferentes equipamentos, para diferentes temperaturas e tempo de exposição, e por isso devem ser levadas em consideração e qualquer fabricante ou projetista deve especificar as características de funcionamento do material que foi aplicado em seu trabalho [5].

2.1.6 Dilatação térmica

Mais um dos efeitos da temperatura é a deformação que um material macroscópico sofre devido as alterações em sua estrutura atômica, os átomos vibram em uma frequência de equilíbrio e possuem uma determinada força de interação entre eles, quando um corpo é aquecido, a amplitude dessas vibrações aumenta,

consequentemente a distância média entre um átomo e outro também aumenta e à medida que todos os átomos vão se distanciando, todas as dimensões do material aumentam e diz que houve uma expansão devido à temperatura ou expansão térmica, que podemos chamar de dilatação térmica do corpo [5].

A dilatação térmica ainda pode ser analisada em materiais de dimensões lineares ou para volumes de líquidos, como neste trabalho será abordado o efeito térmico em um fio e tem-se interesse em estudar a variação em seu comprimento, a demonstração das equações para a dilatação linear será suficiente.

Supondo um fio muito longo esticado que se comporte como uma barra, tenha um comprimento inicial L_0 em uma determinada temperatura T_0 . Quando submetido a uma variação de temperatura ΔT , o comprimento varia ΔL . Experimentalmente já foi observado que para uma variação não muito grande na temperatura (variação menor que 100°C) o comprimento varia proporcionalmente com essa variação, assim o comprimento inicial deve ser também diretamente proporcional à sua variação após a exposição térmica, isso pode ser descrito matematicamente por

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T \quad (8)$$

onde α representa uma constante de proporcionalidade conhecida por coeficiente de dilatação linear, que descreve as propriedades da expansão térmica para cada material, sua unidade é o $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ou o K^{-1} , uma vez que a variação de temperatura pode ser expressa em Celsius ou Kelvin pois seus intervalos nas escalas são sempre iguais.

Dessa maneira, partindo da Equação (8) se for necessário evidenciar o comprimento final L de um elemento após a temperatura se estabilizar em $T = T_0 + \Delta T$,

$$\Delta L = L - L_0 \quad (9)$$

$$L - L_0 = \alpha L_0 \Delta T \quad (10)$$

$$L = L_0(1 + \alpha \Delta T) \quad (11)$$

Com as Equações (7) e (11) já é possível prever o quanto um material vai se comprimir ou dilatar para quaisquer valores de variações térmicas naturais e elaborar o projeto com segurança e fazer uso conveniente dos materiais [4-7].

2.2 Método

Para a realização do estudo foi analisada a rede principal de distribuição conectada à subestação de energia elétrica da cidade de Governador Dix-sept Rosado, localizada no interior do Rio Grande do Norte, onde foram obtidos o comprimento do vão entre os postes e as temperaturas máximas e mínimas do local.

2.2.1 Temperatura ambiente

Para ter base dos valores a serem utilizados no problema foi medido a temperatura do ambiente com um termômetro digital durante três dias e foi possível levantar o Gráfico 1 a seguir:

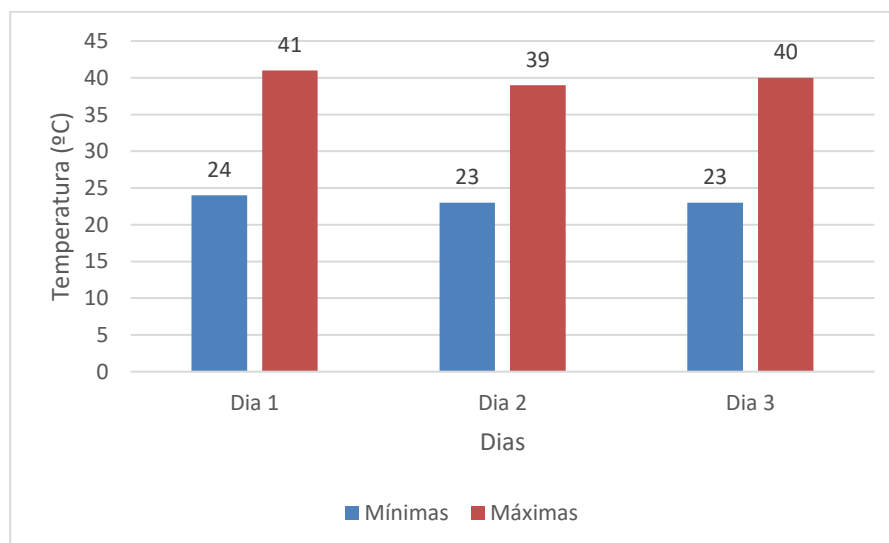


Gráfico 1. Temperatura versus Dia. (Autoria própria)

A partir desses dados deve-se adotar os valores máximos e mínimos de temperatura considerando o pior caso, aqui, é uma maior variação térmica, dessa maneira considera-se a máxima obtida no dia 1 e a mínima dos dias 2 e 3.

2.2.2 Condutor adotado e suas propriedades

Os condutores utilizados nas linhas de transmissão aéreas são do tipo nu, ou seja, sem isolamento. Comumente é utilizado o alumínio como condutor principal. Em residências, as instalações elétricas geralmente são realizadas com cobre pois sua condutividade elétrica é maior que a do alumínio, isso é conveniente também pois uma residência só utiliza algumas centenas de metros do condutor, diferentemente de uma linha que se estende por centenas de quilômetros e que deve atender a muitos esforços mecânicos causados por ventanias, desgaste pela radiação solar, tração pelo próprio peso do metal e as variações no comprimento do mesmo. Por essas razões e também da parte financeira, o alumínio é a primeira opção [7].

No Brasil quase todas as linhas de transmissão e distribuição são projetadas e operadas com o cabo do tipo ACSR (*Aluminum Conductor Steel Reinforced*) ou (Condutor de Alumínio Reforçado com Aço), que são fabricados de modo coaxial, diversos fios de alumínio trançados em volta de uma alma de aço, resultando em uma estrutura mais resistente à tração com relação ao seu peso se comparado a outros cabos [8].

Devido as propriedades físicas dos materiais supracitados, basta adotar para o problema as características térmicas do alumínio pois esse possui menor resistência mecânica e maior coeficiente de dilatação que o aço, dessa forma, se o alumínio resistir às variações térmicas e suas deformações consequentes, o aço certamente resistirá com maior facilidade [4]. Para linhas padrão de distribuição as folgas adotadas entre os postes de sustentação é 1% do comprimento do vão [7], esse será o valor adotado para o problema.

2.2.3 Método numérico

Após a modelagem matemática de um problema, pode ser necessário executar os cálculos através de uma equação final diversas vezes de acordo com a exigência, que se torna um trabalho cansativo, suscetível a erros e que demanda tempo. Dessa maneira, o desenvolvimento de um método numérico capaz de realizar esses cálculos de forma mais precisa, rápida e incansável é válido e útil.

A linguagem de programação escolhida foi o C++ que é uma das mais utilizadas para projetos dessa natureza, e com seu código posteriormente pode ser criado, se desejado, uma interface gráfica que interaja de maneira mais palpável com o usuário. Vale lembrar que todo o desenvolvimento e a lógica são válidos para qualquer outra linguagem. O objetivo é apenas desenvolver o código que receba as informações dadas no problema e retorne o valor da dilatação semelhante ao procedimento manual, não sendo necessário a criação de uma interface gráfica que demanda de um conhecimento mais avançado de programação e tem fins puramente visuais.

2.3 Resultados e discussão

Para chegar aos resultados e poder avaliar a eficácia dos procedimentos até aqui citados, foi elaborado um problema fictício a ser solucionado com todo o auxílio da base teórica fundamentada aqui e nos dados obtidos experimentalmente.

2.3.1 Problema proposto

Em determinado dia comumente ensolarado da cidade de Governador Dix-sept Rosado, a temperatura ambiente era de 41°C às 12h e um condutor da rede elétrica atingiu 50°C e a manteve até às 17h quando parou de ser aquecido. À noite a temperatura ambiente estava em 23°C a partir das 20h, quando foi medido novamente a temperatura no condutor e este apresentou 24°C. Supondo um novo dia ensolarado pela manhã, e que o condutor passará a ser aquecido mais uma vez às 6h, deve-se calcular e examinar a dilatação térmica linear sofrida no condutor do tipo ACSR pela variação de temperatura durante o período das 17h até 6h.

Dados:

Comprimento do vão entre os postes: 100 m;

Coeficiente de dilatação do alumínio: $2,4 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$;

Folga do fio: 1% do comprimento esticado, logo, 1 m;

Solução:

Para encontrar determinados parâmetros da equação diferencial obtida, deve ser resolvido um problema de valor inicial (P.V.I.), no qual pode ser formulado com as próprias informações dadas. O momento em que o fio que

mantinha uma temperatura constante deixou de ser aquecido será o instante inicial do resfriamento, após 3h a temperatura foi verificada novamente e pode elaborar o seguinte P.V.I.

$$\begin{cases} T(0) = 50 \\ T(3) = 24 \end{cases}$$

Partindo da lei do resfriamento de Newton:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_m) \quad (12)$$

separando as variáveis

$$\frac{dT}{T - T_m} = -k dt \quad (13)$$

integrando agora ambos os lados

$$\int \frac{dT}{T - T_m} = -\int k dt \quad (14)$$

resolvendo as integrais

$$\ln|T - T_m| = -kt + c \quad (15)$$

aplicando exponencial em ambos os lados

$$e^{\ln|T - T_m|} = e^{-kt + c} \quad (16)$$

é fácil perceber que o módulo nas últimas equações é desnecessário pois o valor será sempre positivo uma vez que T é maior que T_m. Usando as propriedades de funções exponenciais

$$T - T_m = Ce^{-kt} \quad (17)$$

onde $C = e^c$ é uma constante qualquer. Evidenciando T da Equação (17):

$$T = T_m + Ce^{-kt} \quad (18)$$

utilizando a primeira condição do P.V.I

$$50 = 41 + Ce^{-k \cdot 0} \quad (19)$$

$$50 = 41 + C \quad (20)$$

$$C = 9 \quad (21)$$

da segunda condição

$$24 = 23 + 9e^{-k \cdot 3} \quad (22)$$

$$k = -\frac{1}{3} \ln \frac{1}{9} \quad (23)$$

$$k = 0,7324 \quad (24)$$

agora pode-se escrever uma equação geral da temperatura para qualquer instante de tempo

$$T(t) = T_m + 9e^{-0,7324t} \quad (25)$$

o intervalo de tempo equivale a 13 horas, então a temperatura final é:

$$T(13) = 23 + 9e^{-0,7324 \cdot 13} \quad (26)$$

$$T(13) = 23,0007 \quad (27)$$

dos conceitos definidos em 2.1.6:

$$\Delta T = T_{final} - T_{inicial} \quad (28)$$

$$\Delta T = (23,0007 - 50)^{\circ}C \quad (29)$$

$$\Delta T = -26,9993^{\circ}C \quad (30)$$

enfim agora pode ser determinado o comprimento final do condutor após a dilatação, da Equação (11):

$$L = L_0(1 + \alpha \Delta T) \quad (31)$$

$$L = 101m(1 + 2,4 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}C^{-1}(-26,9993^{\circ}C)) \quad (32)$$

$$L = 100,9346 \text{ m} \quad (33)$$

Logo, a dilatação foi

$$\Delta L = L_{final} - L_{inicial} \quad (34)$$

$$\Delta L = (100,9346 - 101) \text{ m} \quad (35)$$

$$\Delta L = -65,44 \text{ mm} \quad (36)$$

O que evidencia uma contração no condutor como era esperado uma vez que houve diminuição da temperatura do mesmo ao longo da noite, percebe-se que mesmo para uma pequeníssima variação térmica a deformação resultante é visível e seria prejudicial para a estrutura ao longo do tempo se a folga necessária não fosse dada.

2.3.2 Discussão

O procedimento utilizado para resolução desse problema pode ser generalizado para quaisquer situações, materiais com diferentes características e outros P.V.I's a partir da Equação 18. Para demonstrar isso, pode-se calcular facilmente o efeito na alma de aço do mesmo cabo do problema para as mesmas condições do ambiente. Uma vez que os problemas de contorno são os mesmos, ambas as constantes C e k serão iguais para os dois materiais, pode-se então pular para a Equação (31) e determinar o comprimento final do aço

$$L_{aço} = L_0(1 + \alpha \Delta T) \quad (37)$$

assumindo o coeficiente de dilatação linear como $1,2 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}C^{-1}$,

$$L_{aço} = 101 \text{ m}(1 + 1,2 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}C^{-1}(-26,9993^{\circ}C)) \quad (38)$$

$$L_{aço} = 100,9673 \text{ m} \quad (39)$$

assim, a dilatação no aço é

$$\Delta L_{aço} = (100,9673 - 101)m \quad (40)$$

$$\Delta L_{aço} = -32,70 \text{ mm} \quad (41)$$

Que também indica obviamente uma contração, porém, como esperado, com aproximadamente metade da deformação sofrida pelo alumínio que possui um coeficiente de dilatação linear duas vezes maior que o aço, dessa forma, o aço é utilizado para reforço mecânico na estrutura do cabo, mesmo que eventualmente aconteça algo com o alumínio que comprometa sua sustentação o aço pode evitar um acidente causado por um cabo rompido e facilita a manutenção da rede.

Uma rápida avaliação da Equação (8) torna evidente que para um mesmo material, o grau da deformação sofrida por ele é função apenas da variação de temperatura do ambiente, dessa forma e até intuitivamente, quanto maior for essa diferença entre os extremos de temperatura, mais prejudicial é para a estrutura condutora, ou seja, existe uma relação diretamente proporcional entre as duas grandezas, isso pode ser

observado no Gráfico 2 a seguir:

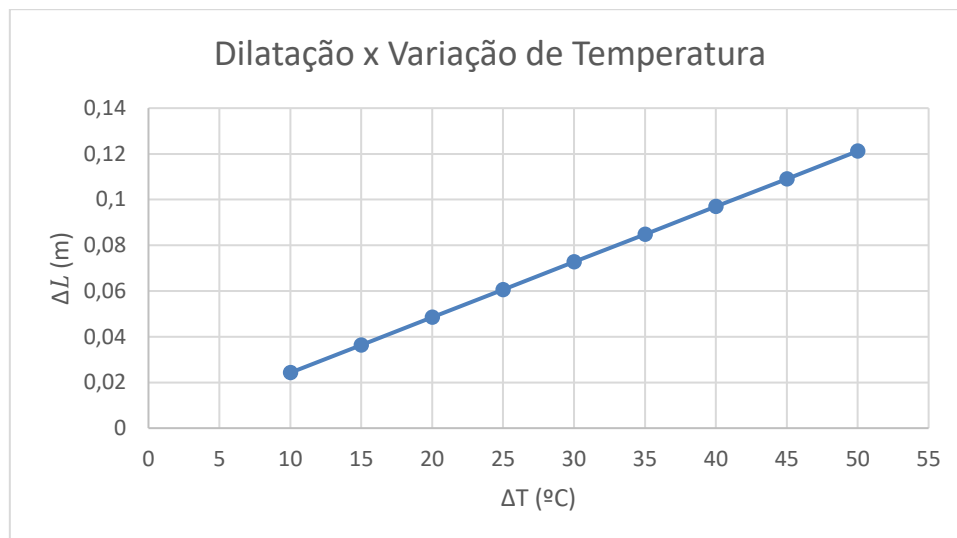


Gráfico 2. Dilatação térmica versus Variação na temperatura. (Autoria própria)

Em que, desconsiderados fatores externos e reações atômicas do material, percebe-se a linearidade entre as duas variações, o que pode diferir da realidade, onde considerando tais fatores essa curva pode tornar-se exponencial. Para o problema proposto neste trabalho a faixa de variação da temperatura está entre 20 e 30°C, que corresponde a uma diferença em torno de 50 à 70 milímetros no comprimento inicial do condutor, mas o Gráfico 2 também mostra como deve se comportar o mesmo cabo se a linha estivesse localizada em regiões com estações mais definidas e com inverno rigoroso como no sul do país, uma variação térmica próxima dos 40°C já causam uma dilatação de cerca de 100 mm no alumínio que reveste o aço.

2.3.3 Solução por programação

A partir da Equação (18) pode-se realizar a automatização do cálculo de dilatação linear em um material que foi dado informações básicas de sua composição e as medições térmicas necessárias para montar um problema de valor inicial, as equações anteriores a essa são genéricas para quaisquer casos que venha a analisar. Logo, o algoritmo pode ser desenvolvido recebendo os dados fornecidos no problema, processando e retornando um valor tão preciso quanto se queira, em um tempo consideravelmente menor, e com confiabilidade muito satisfatória.

Separando o código fonte do programa em duas partes para melhor explicação nas Figuras 1 e 2, temos:

```
1  #include <stdio.h>
2  #include <stdlib.h>
3  #include <math.h>
4  #include <locale.h>
5
6  int main()
7  {
8
9      float T1, T2, Tm, Tm2, C, k, t, td, Tf, deltaT, deltaL, L, L0, alfa;
10
11      setlocale(LC_ALL, "");
12      printf("Digite o valor da primeira condição de contorno em °C: ");
13      scanf("%f", &T1);
14      printf("\nDigite a temperatura ambiente correspondente em °C: ");
15      scanf("%f", &Tm);
16
17      C = T1 - Tm;
18
19      printf("\nO valor de C é: %.2f", C);
20
21      printf("\n\nDigite o valor da segunda condição de contorno em °C: ");
22      scanf("%f", &T2);
23      printf("\nDigite a temperatura ambiente correspondente em °C: ");
24      scanf("%f", &Tm2);
25      printf("\nInsira o tempo entre as duas medições em horas: ");
26      scanf("%f", &t);
27
28      k = ((T2-Tm2)/t)*log(1/C);
29
```

Figura 1. Primeira parte do código fonte. (Autoria própria)

Inicialmente tem-se a inserção das bibliotecas nas linhas 1 à 4 que serão utilizadas no desenvolvimento do código, em seguida a declaração das variáveis e o início do programa com a solicitação da primeira condição

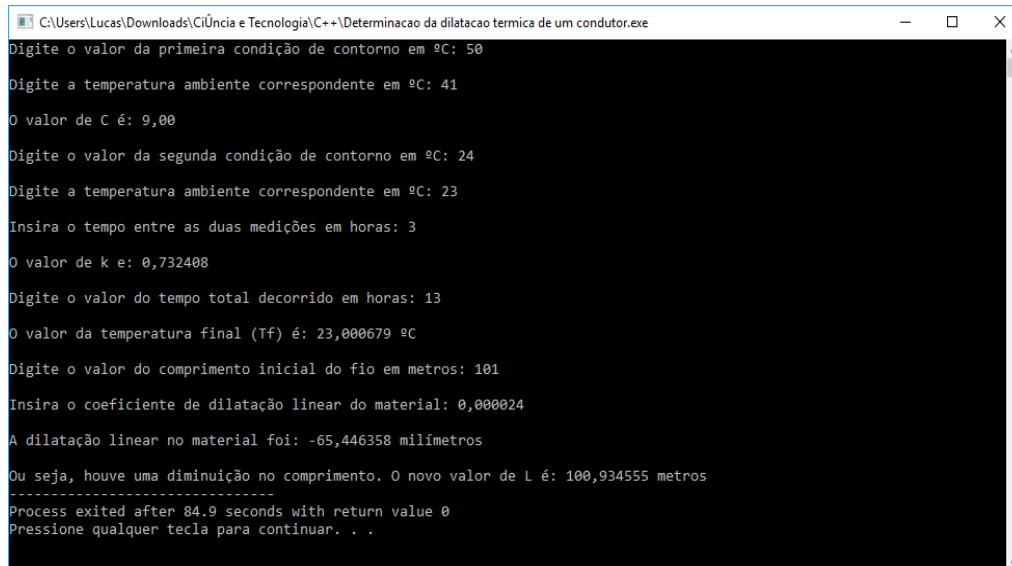
de contorno, retornando o valor da constante C , seguindo para a solução da segunda condição que representa a segunda medição térmica no condutor e no ambiente, que resulta no valor da constante k , da parte 2:

```
30     printf("\nO valor de k é: %f", k);
31     printf("\n\nDigite o valor do tempo total decorrido em horas: ");
32     scanf("%f", &td);
33
34     Tf = Tm2 + C*(pow(2.71,k*td));
35
36     printf("\nO valor da temperatura final (Tf) é: %f °C", Tf);
37
38     printf("\n\nDigite o valor do comprimento inicial do fio em metros: ");
39     scanf("%f", &L0);
40     printf("\nInsira o coeficiente de dilatação linear do material: ");
41     scanf("%f", &alfa);
42
43     deltaT = Tf - T1;
44     deltaL = alfa*L0*deltaT*1000;
45
46     printf("\nA dilatação linear no material foi: %f milímetros\n", deltaL);
47
48     L = (deltaL/1000) + L0;
49
50     if (deltaL > 0) {
51         printf("Ou seja, houve um aumento no comprimento. O novo valor de L é: %f metros", L);
52     }
53     else {
54         printf("\nOu seja, houve uma diminuição no comprimento. O novo valor de L é: %f metros", L);
55     }
56
57     return 0;
58 }
```

Figura 2. Segunda parte do código. (Autoria própria)

Com posse dos valores das constantes, é possível determinar a temperatura final do condutor após o tempo especificado, logo, tendo o valor final e inicial das temperaturas obtêm-se sua respectiva variação que será necessária posteriormente, por último é cobrado do usuário o valor do coeficiente de dilatação do material, imediatamente é plotado na tela o valor da dilatação, juntamente com uma condição iniciada na linha 50 que informa se houve contração ou expansão no material e o novo valor do comprimento L .

Com essas configurações o programa fica generalizado para qualquer situação prática ou para fins de estudo sendo possível avaliar como o condutor se comportaria em condições incomuns do clima. Para o problema proposto neste trabalho, o funcionamento é mostrado na Figura 3.



```
C:\Users\Lucas\Downloads\Ciência e Tecnologia\C++\Determinacao da dilatacao termica de um condutor.exe
Digite o valor da primeira condição de contorno em °C: 50
Digite a temperatura ambiente correspondente em °C: 41
O valor de C é: 9,00
Digite o valor da segunda condição de contorno em °C: 24
Digite a temperatura ambiente correspondente em °C: 23
Insira o tempo entre as duas medições em horas: 3
O valor de k é: 0,732408
Digite o valor do tempo total decorrido em horas: 13
O valor da temperatura final (Tf) é: 23,000679 °C
Digite o valor do comprimento inicial do fio em metros: 101
Insira o coeficiente de dilatação linear do material: 0,000024
A dilatação linear no material foi: -65,446358 milímetros
Ou seja, houve uma diminuição no comprimento. O novo valor de L é: 100,934555 metros
-----
Process exited after 84.9 seconds with return value 0
Pressione qualquer tecla para continuar. . .
```

Figura 3. Aplicação no problema proposto. (Autoria própria)

Pode-se notar que os valores são os mesmos obtidos na análise anterior para o condutor de alumínio, com maior precisão e em um tempo menor.

3. CONCLUSÕES

Com os resultados obtidos neste trabalho fica constatada a eficácia da utilização do método geral aqui desenvolvido, foi demonstrado que um relativo domínio de Equações Diferenciais Ordinárias é suficiente para resolver uma gama de problemas de física e engenharia, e por essa razão seu estudo é imprescindível para todos os cursos de ciências exatas que visam solucionar problemas e ou desenvolver novas tecnologias.

Quanto a lei do resfriamento de Newton, essa se mostrou de igual valor e aplicabilidade para o problema aqui abordado, deixando ainda explícito que pode-se tirar proveito de seus atributos para diversas outras situações, de maneira e precisão bastante satisfatórias essa aplicação permitiu chegar aos dados necessários para obter e analisar a dilatação na estrutura condutora da rede de distribuição.

O problema proposto pode diferenciar-se um pouco da realidade pois os dados não foram todos obtidos experimentalmente e ainda os que foram são suscetíveis a erros, outra fonte de erro pode ser percebido ao desconsiderar efeitos subatômicos da estrutura molecular dos condutores e adotar a dilatação como uma função diretamente proporcional a variação da temperatura no material, bem como a imprecisão na temperatura que o material adquiriu ao longo do dia pela direta e constante exposição à radiação solar, como também as próprias variações nessa exposição causadas pelo sombreamento parcial e total em algumas horas do dia. Para trabalhos futuros, a exclusão dessas fontes de erro e considerações mais precisas dos dados, como também um próprio experimento em escala reduzida demonstrando a dilatação por esse método, ou ainda o desenvolvimento de uma interface gráfica para o programa elaborado que interaja de maneira mais clara com o usuário são estímulos para realização dos mesmos.

Ainda assim, o trabalho foi bem sucedido em todas as etapas nas quais foram determinadas inicialmente, foi exaltado a importância do curso de equações diferenciais para diferentes áreas de conhecimento apresentando-as de maneira clara e concisa durante o texto, provou a eficiência de utilizar uma de suas aplicações com a lei do resfriamento com um simples método de resolução para equações de primeira ordem, e foi possível analisar a dilatação térmica linear sofrida por um cabo da rede elétrica diante de uma variação gradativa da temperatura, que por sua vez, embora tenha sido na escala dos milímetros para um cabo com dezenas de metros, a constante variação do seu comprimento pode comprometer as propriedades mecânicas do metal, por essa razão as folgas são deixadas entre os postes de sustentação, e por isso o cumprimento dessa obrigatoriedade é sempre atendido. Quanto à programação desenvolvida, essa cumpriu seus objetivos em relação a confiabilidade, precisão e tempo mais eficazes que a análise feita manualmente, podendo ser refeita infinita e incansavelmente para diversas situações diferentes sem perder sua eficiência.

4. REFERÊNCIAS

- [1] ZILL, Dennis G.; CULLEN, Michael R. Equações Diferenciais v. 1. 3.ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001. 473 p.
- [2] ANTON, Howard; DAVIS, Stephen. Cálculo. Vol 2. 8.ed. Porto Alegre: Bookman, 2007. 347 p.
- [3] BRONSON, Richard; Costa, Gabriel. Equações diferenciais. 3.ed. Porto Alegre: Bookman, 2008. 307 p.
- [4] HALLIDAY, David; RESNICK, Robert. Fundamentos de física: gravitação, ondas e termodinâmica. 9.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. 394 p.
- [5] YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A. Física II: termodinâmica e ondas. 14.ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015. 375 p.
- [6] NUSSENZVEIG, Herch Moysés. Curso de física básica. Vol. 2 – Fluidos, oscilações e ondas, calor. 5.ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2014. 314 p.
- [7] NISKIER, Júlio; MACINTYRE, A. J. Instalações Elétricas. 5.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. 464 p.
- [8] Departamento de Engenharia Elétrica da UFRJ, Componentes de uma linha de transmissão. Disponível em: <http://www.dee.ufrj.br/~acsl/grad/transm/notas_de_aula/tree2.html>. Acesso em: 8 de janeiro de 2018.