



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
CAMPUS CARAÚBAS
BACHARELADO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

PÂMELA LARISSA DE SOUSA VIEIRA

**ANÁLISE FRACTAL EM SÉRIES TEMPORAIS DE TEMPERATURA EM UMA
BANCADA DIDÁTICA DE ENSAIOS DE REFRIGERAÇÃO**

CARAÚBAS – RN
2016

PÂMELA LARISSA DE SOUSA VIEIRA

**ANÁLISE FRACTAL EM SÉRIES TEMPORAIS DE TEMPERATURA EM UMA
BANCADA DIDÁTICA DE ENSAIOS DE REFRIGERAÇÃO**

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido-UFERSA, Campus Caraúbas como exigência final para obtenção do título de Bacharel em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Prof. Me. Mackson Matheus França
Nepomuceno - UFERSA

CARAÚBAS – RN
2016

PÂMELA LARISSA DE SOUSA VIEIRA

**ANÁLISE FRACTAL EM SÉRIES TEMPORAIS DE TEMPERATURA EM UMA
BANCADA DIDÁTICA DE ENSAIOS DE REFRIGERAÇÃO**

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido- UFERSA, Campus Caraúbas como exigência final para obtenção do título de Bacharel em Ciência e Tecnologia.

APROVADO EM 10 / 11 / 2016

BANCA EXAMINADORA



Prof. Me. Mackson Matheus França Nepomuceno - UFERSA

Primeiro Membro



Prof. Me. Rudson de Souza Lima - UFERSA

Segundo Membro



Prof. Dr. Dorgival Albertino - UFERSA

Terceiro Membro



Prof. Dr. Francisco César de Medeiros Filho

Quarto Membro

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

V657a Vieira, Pâmela Larissa de Sousa Vieira.
ANÁLISE FRACTAL EM SÉRIES TEMPORAIS DE
TEMPERATURA EM UMA BANCADA DIDÁTICA DE ENSAIOS DE
REFRIGERAÇÃO / Pâmela Larissa de Sousa Vieira
Vieira. - 2016.
57 f. : il.

Orientador: Mackson Matheus França Nepomuceno
Nepomuceno.

Coorientador: Rudson de Souza Lima Lima.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e
Tecnologia, 2016.

1. Análise fractal. 2. Séries Temporais. 3.
Detrended Fluctuation Analysis. 4. Detrended
Moving Average. 5. Expoente de Hurst. I.
Nepomuceno, Mackson Matheus França Nepomuceno,
orient. II. Lima, Rudson de Souza Lima , co-
orient. III. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

À minha amada família e meus pais, em especial a **Rejane Maria de Sousa**, minha mãe, por todo amor, dedicação, sacrifício e incentivo a mim dedicados.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar à Deus, por todo seu amor, pelo dom da vida, pela força nos momentos mais difíceis, pelas oportunidades que me foram concedidas e pela realização deste trabalho.

Aos meus pais Rejane e Ivanildo, por todo amor e carinho, pelos ensinamentos e conselhos, pela paciência e confiança e por todo o apoio que me ajudou ao longo da minha caminhada.

Agradeço toda minha família, em especial minha madrinha Luiza (in memoriam) e minha avó materna Maria de Fátima (in memoriam), por todos os momentos que me proporcionaram felicidades, por todo incentivo, pelas palavras de apoio e por sempre me mostrarem o caminho certo a seguir.

Agradeço meus amigos de infância Renata, Maria Estela, Douglas, Jessica pela amizade, pelo carinho, pela paciência, cumplicidade e por toda inspiração que me fizeram chegar até aqui.

Agradeço aos amigos que fiz ao longo dessa caminhada, em especial Thayse, Aline, Terceiro, Larissa e Gleidson, meu namorado, por toda ajuda, companheirismo e força que me foram dedicados.

Agradeço ao meu orientador Mackson Matheus por toda confiança que me foi depositada, pelas cobranças e ensinamentos e por todo auxílio, sem sua inspiração não seria possível a realização deste trabalho.

“A menos que modifiquemos à nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo”.

(Albert Einstein)

RESUMO

O presente trabalho apresenta as análises fractais em séries temporais de temperatura de saída e entrada em um evaporador e condensador de um refrigerador. Tal pesquisa é realizada a partir da aplicação dos métodos *Detrended Fluctuation Analysis* (DFA), *Detrended Moving Average* (DMA) e Alcance Reescalado (R/S) para efeitos de comparação. Os resultados obtidos foram realizados com o auxílio computacional do programa MATLAB. O objetivo do trabalho é a identificação de correlações nas séries temporais abordadas através da determinação do expoente de Hurst (H), uma vez que o mesmo atua como indicador da presença de correlação nos dados estudados. Os expoentes de escala H encontrados determinaram a presença de forte correlação de persistência nos dados seriais analisados, foi observado também nos resultados o comportamento de multifractalidade para algumas das series temporais estudadas, os valores obtidos se mostraram coerentes com a literatura abordada e com o comportamento serial.

PALAVRAS-CHAVES: Análise fractal. Séries temporais. *Detrended Fluctuation Analysis*. *Detrended Moving Average*. Expoente de Hurst.

ABSTRACT

The present work presents the fractal analyzes in time series of temperature of exit and entrance in an evaporator and condenser of a refrigerator. Such research is performed using the Detrended Fluctuation Analysis (DFA), Detrended Moving Average (DMA) and Rescaled Reach (R / S) methods for comparison purposes. The results were obtained with the computational aid of the MATLAB program. The objective of this work is to identify correlations in the time series addressed by determining the Hurst exponent (H), since it acts as an indicator of the presence of correlation in the data studied. The exponents of scale H found determined the presence of a strong correlation of persistence in the analyzed serial data, it was also observed in the results the behavior of multifractality for some of the time series studied, the values obtained were shown to be coherent with the studied literature and the serial behavior.

KEYWORDS: Fractal analysis. Time series. Detrended Fluctuation Analysis. Detrended Moving Average. Hurst exponent.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Brócolis	21
Figura 2: Fluxo de água	21
Figura 3: Vasos sanguíneos	21
Figura 4: Neurônios	21
Figura 5: Folha de samambaia	21
Figura 6: Babosa	21
Figura 7: Segmento de reta.....	22
Figura 8: Samambaia	23
Figura 9: Breath.....	23
Figura 10: Floco de neve de Koch.....	23
Figura 11: Tapete de Sierpinsky triangular.....	23
Figura 12: Asas da libélula	24
Figura 13: Nuvens	24
Figura 14: Repolho.....	24
Figura 15: Fluxo hidrógrafico.....	24
Figura 16: Construção da curva d Koch	26
Figura 17: Rentabilidade das exportações agropecuárias.	28
Figura 18: Série temporal do número de manchas solares.	28
Figura 19: Componente aleatória ou ruído de uma série temporal	29
Figura 20: Reservatório de água	31
Figura 21: Ciclo de refrigeração	38
Figura 22: Montagem do refrigerador.....	39
Figura 23: Procedimento do evaporador	40
Figura 24: Modelo de condensador	40
Figura 25: Comportamento da temperatura na entrada do evaporador	42
Figura 26: Comportamento da temperatura na saída do evaporador.....	43
Figura 27: Comportamento da temperatura na entrada do condensador	44
Figura 28: Comportamento da temperatura na saída do condensador	44
Figura 29: Expoente de Hurst através do método DFA na entrada do evaporador ..	47
Figura 30: Expoente de Hurst através do método DFA na saída do evaporador	47
Figura 31: Expoente de Hurst através do método DFA na entrada do condensador	48

Figura 32: Expoente de Hurst através do método DFA na saída do condensador...	48
Figura 33: Expoente de Hurst através do método DMA na entrada do evaporador .	50
Figura 34: Expoente de Hurst através do método DMA na saída do evaporador	50
Figura 35: Expoente de Hurst através do método DMA na entrada do condensador	51
Figura 36: Expoente de Hurst através do método DMA na saída do condensador..	51
Figura 37: Expoente de Hurst através do método R/S na entrada do evaporador ...	53
Figura 38: Expoente de Hurst através do método R/S na saída do evaporador	53
Figura 39: Expoente de Hurst através do método R/S na entrada do condensador	54
Figura 40: Expoente de Hurst através do método R/S na saída do condensador....	54

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

R/S	Alcance Reescalado
DFA	<i>Detrended Fluctuation Analysis</i>
DMA	<i>Detrended Moving Average</i>
D	Dimensão fractal
H	Expoente de Hurst
P	Fator de escala

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
1.1 OBJETIVOS	19
1.1.1 <i>Objetivo geral</i>	19
1.1.2 <i>Objetivos específicos</i>	19
2. REFERENCIAL TEÓRICO	20
2.1 FRACTAIS	20
2.1.1 <i>Definição de fractais</i>	20
2.1.2 <i>Autossimilaridade e Autoafinidade</i>	22
2.1.3 <i>Dimensão fractal</i>	25
2.2 SÉRIES TEMPORAIS.....	28
2.2.1 <i>Definição</i>	28
2.3 EXPOENTE DE HURST	30
2.3.1 <i>Breve histórico</i>	30
2.3.2 <i>Definição</i>	31
2.4 DFA.....	33
2.4.1 <i>Breve histórico</i>	33
2.4.2 <i>Definição</i>	34
2.5 DMA	35
2.5.1 <i>Breve histórico</i>	35
2.5.2 <i>Definição</i>	36
2.6 APARELHO DE REFRIGERAÇÃO	37
2.6.1 <i>Refrigerador</i>	37
2.6.2 <i>Evaporador</i>	39
2.6.3 <i>Condensador</i>	40
3. METODOLOGIA DA PESQUISA.....	42
3.1 DADOS UTILIZADOS	42
3.1.1 <i>Séries temporais de temperaturas do evaporador</i>	42
3.1.2 <i>Séries temporais de temperaturas do condensador</i>	43
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	46
4.1 APLICAÇÃO DO MÉTODO DFA	46
4.1.1 <i>Análise dos resultados</i>	46
4.2 APLICAÇÃO DO MÉTODO DMA	49
4.2.1 <i>Análise dos resultados</i>	49
4.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO R/S	52
4.3.1 <i>Análise dos resultados</i>	52
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	55

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	56
---	-----------

1. INTRODUÇÃO

Desde os primórdios, o homem vem tentando desvendar os mistérios do universo, o propósito dos grandes pesquisadores sempre foi explicar a existência dos fenômenos a sua volta. Apesar das divergências de técnicas e dos assuntos abordados a finalidade dos cientistas convergem para um mesmo ponto: estudar e esclarecer os eventos naturais.

Euclides de Alexandria, escritor e pesquisador é conhecido como o pai da geometria, suas contribuições na matemática perduram até os dias de hoje. Em seus estudos, Euclides apresentou o conceito de axiomas (premissas consideradas verdadeiras sem a existências de provas) em relação a geometria.

Os conceitos em geometria são extremamente importantes, pois os mesmos são utilizados na construção de carros, prédios, pontes, máquinas, equipamentos, entre outros, é alicerce na base matemática, tem aplicações diversas na agricultura e pecuária. A geometria é fundamental para caracterizar uma forma, podendo descrever seu tamanho, volume ou até mesmo a posição de um determinado objeto.

A geometria apresentada por Euclides representa o conceito de espaço que não se modifica em função do tempo, assim sendo, trata-se de uma geometria plana e regular, essas proposições apresentadas formularam a base de uma configuração geométrica tradicional.

A geometria clássica de Euclides, que é resumidamente caracterizada por retas, planos e cubos (perfeitos), não é capaz de caracterizar as formas irregulares e fragmentadas (não homogêneas), presentes na natureza, como o relevo, os fluxos hidrográficos e os fenômenos naturais, que são os exemplos mais incontestáveis da presença demasiada de tais irregularidades.

A geometria presente na natureza, como: montanhas, rios, vales, florestas, fluxos hidrográficos, sistemas biológicos, raios, furacões, entre outros, não podem ser representados pela geometria euclidiana, pois suas formas e contornos são irregulares e fragmentadas.

A irregularidade presente na natureza é de tal forma, que se faz necessário a existência de uma formulação capaz de representar sua complexidade, em outras palavras, é de suma importância utilizar um método que seja apto a reproduzir a

fragmentação existente no meio, modelando a geometria natural de maneira mais realista possível.

Com o intuito de descrever as formas irregulares, o cientista Benoit Mandelbrot por volta 1980 iniciou o estudo da geometria fractal, onde o objeto de análise é caracterizado por apresentar uma semelhança dentre suas partes, ou seja, um fator de escala reduzido do objeto se assemelha com o todo.

De acordo com Rego (2012) a geometria fractal é capaz de representar as formas fracionadas encontradas na natureza, pois seu estudo baseia-se justamente na determinação de tais fragmentações, desse modo, tal método se tornou a ferramenta mais apropriada para estudar quaisquer formas que apresentem modelos fracionados.

A linguagem fractal é capaz de descrever estruturas naturais até séries temporais, sendo possível retirar características intrínsecas e importantes dos fenômenos estudados. Realizando uma análise fractal a partir de quaisquer dados obtidos ao longo do tempo é possível determinar se existem correlações presentes na série, e se existirem, quais fatores estão influenciando no comportamento do evento investigado.

Séries temporais são dados observados em função do tempo de um determinado evento que se deseja estudar. As séries são geralmente caracterizadas por três componentes, são elas, tendência, a qual indica o comportamento da série, ou seja, se é crescente ou decrescente, o ciclo é a componente que indica as oscilações suaves que estão presentes ao longo da linha de tendência e a sazonalidade indica as oscilações que geralmente ocorrem em determinados períodos por consequências das condições em questão.

Foram utilizados três métodos fractais para determinar a relação presente em uma série temporal de temperatura, o *Detrended Fluctuation Analysis* (DFA), *Detrended Moving Average* (DMA) e Alcance Reescalado (R/S), onde os mesmos determinam o expoente de Hurst (H) que caracteriza a existência de correlação, como também o tipo de relação presente na série.

O expoente de escala Hurst (H) estabelece o tipo de correlação presente na série através das seguintes condições: quando H é inferior a 0,5 os dados apresentam antipersistência, quando H é igual a 0,5 não existe correlação, ou seja, os dados são aleatórios, quando H é superior a 0,5 a série apresenta persistência.

O presente trabalho visa estudar as relações existentes na série temporal de temperatura no evaporador e condensador de um refrigerador, que foi apresentado no projeto de uma montagem de uma bancada didática de ensaios de refrigeração pelo discente da instituição de ensino UFERSA, Yolli Nunes Nobrega Machado.

As análises fractais das séries temporais, através dos métodos DFA, DMA e R/S, são capazes de determinar os tipos de correlações presentes na própria série, servindo também como indicador das possíveis causas de transição de fase, dessa forma compreende-se que tal análise é capaz de indicar características importantes do fenômeno estudado e justificar as causas de tais variações.

É importante investigar os fenômenos e propriedades que causam a variação de temperatura no refrigerador, pois é a partir dessa informação que pode ser feito uma análise visando encontrar possíveis caminhos que permitam a maximização da eficiência do aparelho.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Investigar o comportamento fractal das séries temporais de temperaturas do evaporador e do condensador de uma bancada didática para ensaios de refrigeração.

1.1.2 Objetivos específicos

- Analisar a possível existência de correlações presentes na série temporal nos dados da temperatura do evaporador e condensador;
- Investigar características de flutuação do fenômeno estudado;
- Comparar três métodos de análise de séries temporais.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 FRACTAIS

2.1.1 Definição de fractais

A definição do termo fractal pode ser considerada como recente, por volta de 1980, o cientista Benoit B. Mandelbrot iniciou o estudo acerca desse assunto como também introduziu o conceito do termo fractalidade. A geometria fractal é considerada como fragmentada ou fracionada, de forma que ao ampliar a escala de observação se tem mais detalhes de suas fragmentações. Segundo Alves (2007, p. xxxiii apud MOURA, 2011, p.21) fractal pode ser entendido como “uma forma composta de partes que de algum modo são semelhantes ao todo”.

De acordo com REGO (2012) as estruturas presentes na natureza se encaixam facilmente no conceito de fractal, pois além de apresentarem uma estrutura irregular, exibem em sua geometria uma forma de repetição, ou seja, parte de si possui características do conjunto todo. Essa geometria é considerada caótica, devido à complexidade que a mesma apresenta, fazendo-se necessário a utilização de um modelo matemático e geométrico adequado para sua representação.

Segundo Mandelbrot (1998, p. 207 apud MOURA, 2011, p.21) “geometria fractal é o estudo de diversos objetos, tanto matemáticos como naturais, que não são regulares, mas rugosos, porosos, ou fragmentados, sendo-o no mesmo grau e em todas as escalas”. Ao determinar a dimensão fractal presente em um objeto de estudo, está se caracterizando o grau de irregularidade, onde tal dimensão assume valores fracionários.

Os fractais são estruturas que se encaixam no conceito de fragmentação e desordem, tornando-se assim a representação de uma geometria complexa, onde se apresenta o caos, porém nessas estruturas existem laços de repetição, que tornam possíveis identificar as características de tal geometria, essa repetição é denominada por autossimilaridade e autoafinidade.

Para exemplificar de maneira mais sólida, segue abaixo exemplos de figuras que se encaixam no conceito de fractalidade:

Figura 1: Brócolis



Fonte: Página Cinco sentidos ou mais¹

Figura 2: Fluxo das águas



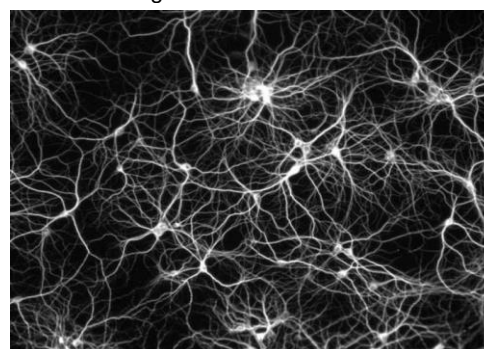
Fonte: Página Cinco sentidos ou mais¹

Figura 3: Vasos sanguíneos



Fonte: Página Cinco sentidos ou mais¹

Figura 4: Neurônios



Fonte: Página Cinco sentidos ou mais¹

Figura 5: Folha de samambaia



Fonte: Página Cinco sentidos ou mais¹

Figura 6: Babosa



Fonte: Página Cinco sentidos ou mais¹

Com base nas características que determinam a geometria fractal, e com as imagens ilustradas acima, pode se perceber a aplicabilidade de tal geometria nos mais diversos âmbitos da ciência, o estudo fractal tem aplicações que variam desde problemas matemáticos até o estudo de estruturas naturais.

¹Disponível em: < <http://5sentidosoumais.blogspot.com.br/2014/06/fractais-na-natureza.html>>. Acesso maio. 2016.

2.1.2 Autossimilaridade e Autoafinidade

Em síntese, as estruturas que apresentam as características de fractalidade são divididas em autossimilar e autoafim, essas particularidades representam o comportamento da estrutura fractal em relação ao fator de escala que se repete, estruturas autossimilares apresentam um único fator de escala enquanto estruturas autoafins exibem vários fatores de escala.

De acordo com o autor Rego (2012) a autossimilaridade representa a geometria de um objeto ou fenômeno que possui a característica de uma parte reduzida de si mesmo ser idêntico com o todo, ou seja, ao ampliar uma fração do conjunto essa parte é correspondente ao conjunto completo. Objetos autossimilares possuem um único fator de escala, que ao se repetir finitas vezes formam a estrutura por completo.

Figura 7: Segmento de reta, construído por segmentos menores



Fonte: RÊGO, 2012, p.9.

Para exemplificar o conceito de autossimilaridade pode-se considerar um segmento de reta denominado por S, ao multiplicar tal segmento por um fator de escala ρ (onde $\rho < 1$) obtemos a seguinte formulação: $S' = \rho S$. Ao repetir esse procedimento de tal modo que a reta original S é totalmente coberta pelos segmentos S' de maneira não sobreposta, podemos admitir que o segmento original apresenta a autossimilaridade, pois existe um único fator de escala ρ que é idêntico a reta inteira.

De acordo com o exemplo citado acima tem-se que o fator de escala é dado por:

$$\rho = \frac{1}{N}, \quad 2.1$$

onde N representa a quantidade de divisões feitas.

Portanto tem-se que:

$$\rho = \frac{1}{(N)^{\frac{1}{D}}}, \quad 2.2$$

onde D representa a dimensão de similaridade. Ao analisar uma reta, planos e cubos d assume o valor de 1, 2 e 3 respectivamente.

De acordo com Rêgo (2012, p.10) a definição de autossimilaridade é dada por: “Um conjunto de pontos S é dito autossimilar com respeito ao raio de escala p se S for a união de N conjuntos não sobrepostos $S_1, \dots, S_n$ onde cada um é obtido de S a partir da transformação $S_i = pS$ com $i = 1, \dots, N$ ”.

Existem inúmeros modelos matemáticos e naturais que apresentam por características a autossimilaridade, segue abaixo exemplos de tais estruturas similares:

Figura 8: Samambaia



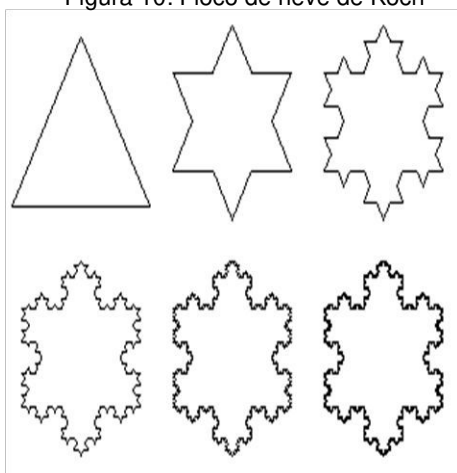
Fonte: Página Fractart²

Figura 9: Breath



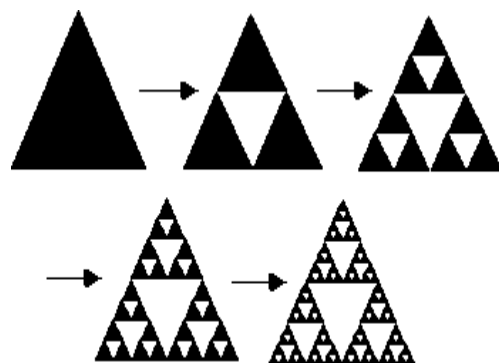
Fonte: Página Sgeierz³

Figura 10: Floco de neve de Koch



Fonte: Página Ceticismo aberto⁴

Figura 11: Tapete de Sierpinsky triangular



Fonte: Página Ceticismo aberto⁴

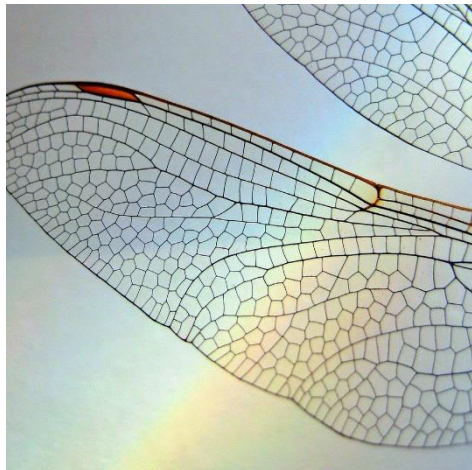
² Disponível em: < <http://www.sgeier.net/fractals/indexe.php> >. Acesso maio. 2016

É comum encontrar na natureza fractais que não apresentam a característica de autossimilaridade, pois não são possíveis suas representações por um único fator de escala, desse modo tratam-se de fractais autoafins. A estrutura autoafim é caracterizada quando um ponto $S = (S_1, \dots, S_n)$ é transformado em $S' = (p_1 S_1, \dots, p_n S_n)$, onde os fatores de escala $p_1, \dots, p_n$ são diferentes.

Segundo Rêgo (2012, p.10) “um conjunto de pontos S é dito autoafim com respeito ao vetor raio de escala $\rho = (\rho_1, \dots, \rho_n)$ se S for a união de N subconjuntos não sobrepostos $S_1, \dots, S_n$, onde cada S_i com $i = 1, \dots, N$, é obtido de S a partir de uma transformação autoafim.

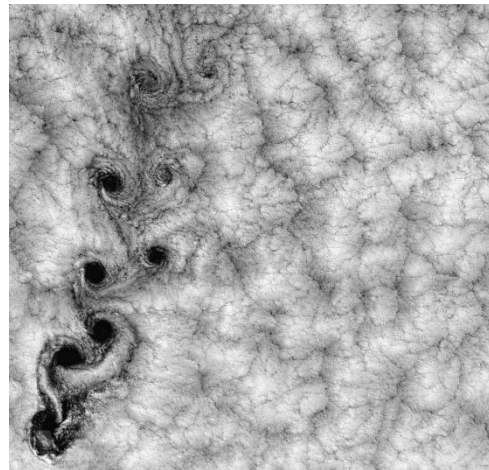
A estrutura autoafim está demasiada presente na natureza, as figuras abaixo são representações de tal geometria.

Figura 12: Asas da libélula



Fonte: Página Cinco sentidos ou mais⁴

Figura 13: Nuvens



Fonte: Página Cinco sentidos ou mais⁴

Figura 14: Repolho



Fonte: Página Cinco sentidos ou mais⁴

Figura 15: Fluxo



Fonte: Página Cinco sentidos ou mais⁴

⁴ Disponível em: < <http://www.ceticismoaberto.com/ciencia/2139/fractais-uma-nova-visao-da-natureza> >. Acesso maio. 2016.

Pode-se notar que a maioria das estruturas encontradas na natureza podem ser caracterizadas como fractais, podendo apresentar autossimilaridade ou autoafinidade, de acordo com essa característica é determinado a dimensão fractal ou o grau de irregularidade presente na estrutura em questão.

2.1.3 Dimensão fractal

A dimensão fractal está relacionada com o grau de irregularidade presente na estrutura fragmentada, quantificando assim o espaço que um determinado objeto ocupa no meio. É importante ressaltar que o valor numérico da dimensão fractal é fracionário, esse fato é característico da fragmentação presente no objeto de análise.

Para caracterizar a dimensão fractal de quaisquer estruturas similares (naturais ou artificiais), é necessário compreender o conceito de fractalidade. De acordo com Benoit Mandelbrot (1982, apud, REGO, 2012, p.11) “ Um fractal é por definição um conjunto para o qual a dimensão de Hausdorff-Besicovitch excede estritamente a dimensão topológica (dimensão do espaço Euclidiano). ” Mandelbrot se refere a dimensão Hausdorff-Besicovitch como sendo caracterizada por valores inteiros.

A geometria clássica apresentada por Euclides determina a dimensão para formas regulares e perfeitas, dimensão zero para pontos, um para retas, dimensão dois e três para planos e espaços, respectivamente. Porém as estruturas encontradas na natureza apresentam imperfeições de tal forma que quando caracterizadas por suas dimensões assumem valores não inteiros.

De acordo com Voss (1988, apud COSTA, 2014, p.75), considerando um segmento de reta, pode-se dividi-lo em N partes iguais, essa redução é caracterizada como fator de escala (ρ), onde:

$$\rho = \frac{1}{N} . \quad 2.3$$

De modo análogo considerando a área de um quadrado, podemos reparti-lo em N partes idênticas, dessa forma o fator de escala assume o valor de:

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{N}} . \quad 2.4$$

Ao considerar um cubo, podemos dividi-lo em N partes similares, portanto:

$$\rho = \frac{1}{\sqrt[3]{N}}. \quad 2.5$$

Portanto um objeto fractal autossimilar com dimensão D, pode ser dividido em N partes iguais em respeito ao fator de escala:

$$\rho = \frac{1}{\sqrt[D]{N}}. \quad 2.6$$

Obtemos assim a caracterização da dimensão fractal através da equação 2.6:

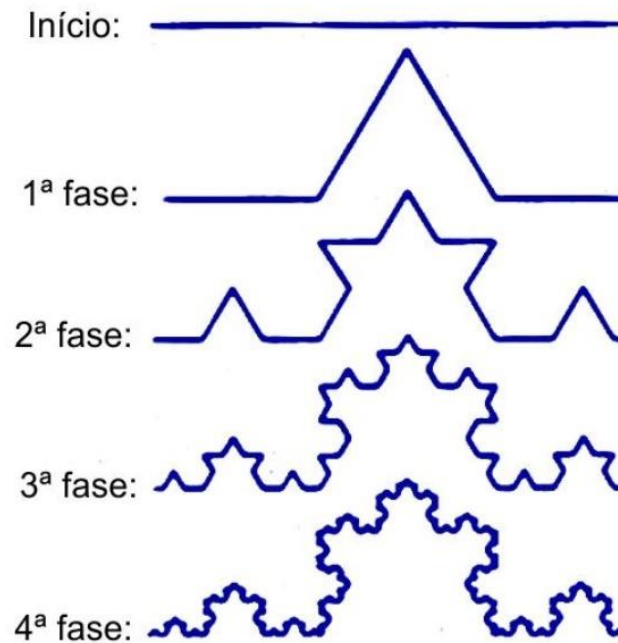
$$D = \frac{\log(N)}{\log\left(\frac{1}{\rho}\right)} \quad 2.7$$

De acordo com a equação 2.7, pode-se notar a existência de uma relação lei de potência, entre o fator de escala e a divisão N, tal relação é válida para geometrias fractais e Euclidianas.

$$D = \frac{\log(N)}{\log\left(\frac{1}{\rho}\right)} \rightarrow N = \frac{1}{\rho^D} \rightarrow N = \rho^{-D} \quad 2.8$$

Para aplicar o cálculo da dimensão fractal, podemos utilizar a curva de Koch (Figura 16), a geometria da curva de Koch é determinada a partir de um segmento de reta finito, onde inicialmente, tal segmento é dividido em 3 partes iguais e posteriormente o segmento central é substituído por dois segmentos de mesmo comprimento, formando um triângulo equilátero com o segmento central, onde tal procedimento pode ser repetido inúmeras vezes.

Figura 16: Construção da curva de Koch.



Fonte: MOURA, 2011.

A curva de Koch é construída dividindo seus segmentos em quatro partes iguais, ou seja, $N = 4$, com um terço do comprimento de reta original, assim o fator de escala equivale $\rho = \frac{1}{3}$. Dessa forma pode-se calcular a dimensão fractal para a curva de Koch, utilizando a equação 2.7.

$$D = \frac{\log(N)}{\log\left(\frac{1}{\rho}\right)} = \frac{\log(4)}{\log(3)} = 1,2619$$

Para a curva de Koch a dimensão fractal encontrada corresponde a $D = 1,2619$, ou seja, a estrutura ocupa mais espaço que uma reta, porém não consegue preencher completamente um plano, esse resultado é característico da irregularidade presente na estrutura.

Apesar de ter sido pensada originalmente para análise de imagens bidimensionais, a análise fractal passa a considerar séries temporais como objeto de estudo com o desenvolvimento de diversas técnicas no final do século passado. Na seção a seguir, serão abordadas características de uma série temporal genérica.

2.2 SÉRIES TEMPORAIS

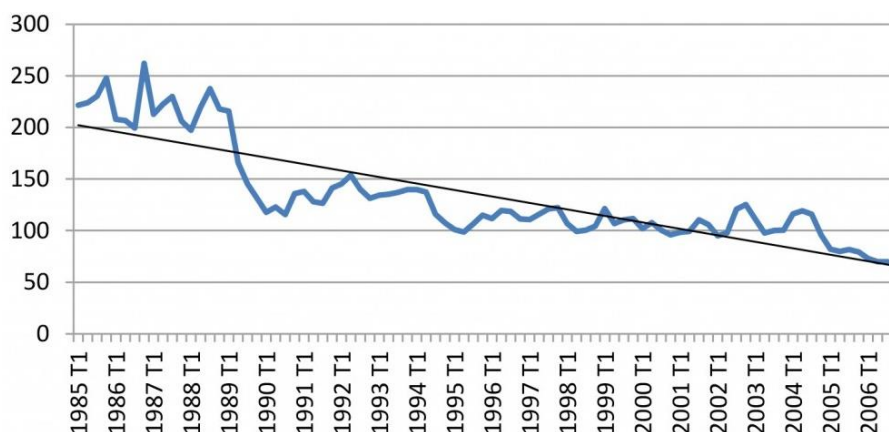
2.2.1 Definição

As séries temporais são dados dispostos em função do tempo em que foram medidos, as observações são realizadas em diferentes intervalos de tempo apresentando dependência serial, ou seja, as medidas no tempo são dependentes entre si, desde que haja correlação.

De forma geral, as séries são estudadas através da decomposição de suas componentes, tendência, ciclo e sazonalidade, a partir das mesmas é possível extrair características ou propriedades que definem o comportamento da série e a previsão de valores futuros.

A componente tendência corresponde ao desempenho a longo prazo da série, ou seja, indica se os dados obtidos são crescentes, estacionários ou decrescentes, apresentando ainda qual a velocidade que ocorre tais mudanças. A figura 17 apresenta o comportamento de decrescimento da rentabilidade das exportações agropecuárias no período de 1985 a 2006.

Figura 17: Rentabilidade das exportações agropecuárias.

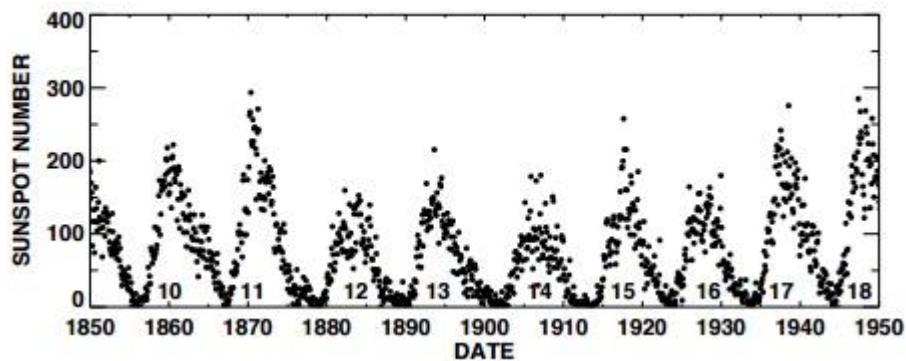


Fonte: Fundação Centro de Estudos do Comércio Exterior (Funcex)

Os ciclos são indicados pelas suaves e repetidas oscilações de subida ou descida que ocorrem ao longo da linha de tendência, são as leves variações nos dados que provocam tais movimentos oscilantes.

A sazonalidade presente em uma série temporal corresponde a repetição da oscilação, de um determinado fenômeno estudado, em certo período de tempo, ocorrendo de maneira geral, em períodos regulares. A figura 18 apresenta o comportamento típico da sazonalidade, presente nas observações sobre a quantidade de manchas solares registrado no período de 1850 a 1950.

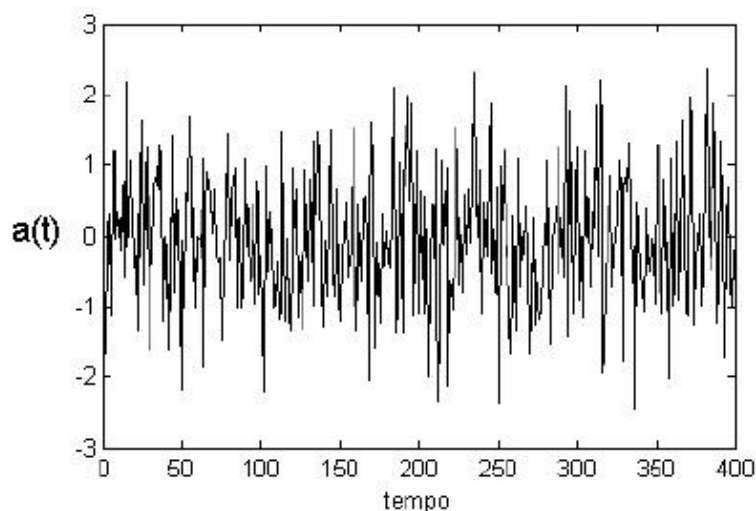
Figura 18: Série temporal do número de manchas solares



Fonte: Hathaway NASA/ARC 2016

As componentes sazonalidade e tendência apresentam características determinísticas, ou seja, podem ser analisadas através de equações matemáticas. No entanto, existe uma componente estocástica denominada de ruído (Figura 19), onde a mesma não pode ser descrita por modelos matemáticos, de maneira geral, seu comportamento é dado em função da frequência presente na série, essa dependência é responsável por caracterizar os tipos de ruído.

Figura 19: Componente aleatória ou ruído de uma série temporal



Fonte: REGO (2012)

Pode-se considerar então que uma dada série temporal apresenta duas componentes determinísticas, e outra componente estocástica caracterizada como ruído, dessa forma temos que uma série discreta é dado por:

$$x(t) = p(t, \vec{P}) + a(t), \quad 2.9$$

onde $p(t, \vec{P})$ está relacionada a tendência e a sazonalidade, sendo dependente também de uma função que pode ser escrita na forma de uma série de Fourier dada por $\vec{P}$, e $a(t)$ representa o tipo de ruído presente na série.

Quando o comportamento da série temporal pode ser descrito por um único fator de escala, associamos a fractalidade presente a característica de autossimilaridade, do contrário, quando se torna necessário mais de um fator de escala na representação de seu comportamento, a multifractalidade presente está relacionada com a propriedade de autoafinidade.

Dentre os inúmeros interesses na investigação de uma série temporal, pode-se considerar que o mais importante é a identificação de correlações presente nos dados observados, tornando possível assim a construção de hipóteses para tais ligações, como também a realização de uma estimativa base para previsões de curto e longo prazo.

2.3 EXPOENTE DE HURST

2.3.1 Breve histórico

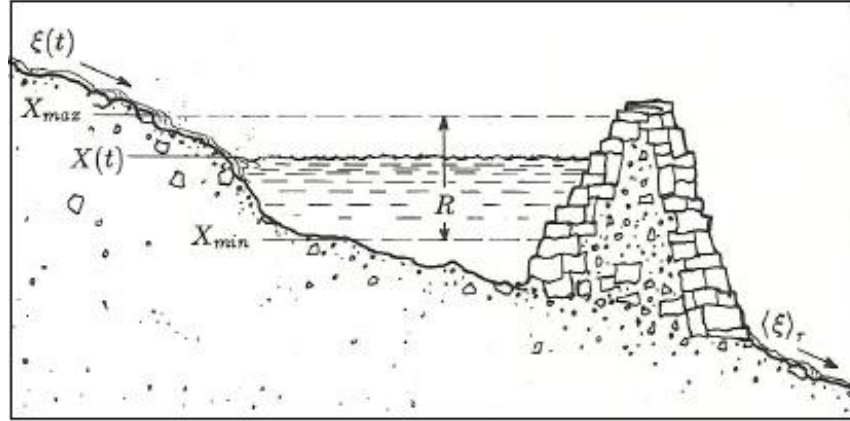
Por volta de 1907 o hidrólogo Harold Edwin Hurst foi contratado para trabalhar no projeto de construção de uma represa localizada na região do Rio Nilo. O grande desafio de Harold foi o de construir uma barragem com uma determinada capacidade volumétrica, tal que obedecesse duas condições principais, a mesma não poderia transbordar durante os períodos de cheia, como também não poderia secar em tempos de seca.

Hurst investigou vários registros naturais da região, dentre eles os pluviométricos, com bases nessas análises ele observou a existência de correlações nos dados obtidos, dando início então a análise do Alcance Reescalado (R/S), o que

tempos depois determinou a formulação do cálculo do expoente de Hurst para séries temporais.

O Alcance Reescalado proposto por Hurst foi um procedimento empírico que teve como objetivo otimizar as dimensões de um depósito com um determinado volume de água, baseado nos índices anuais do fluxo de entrada de água e descarga.

Figura 20: Reservatório de água com uma entrada $\xi(t)$ e descarga média $\langle \xi \rangle \tau$



Fonte: Hurst (1956)

O reservatório deveria acumular uma quantidade de água dentre intervalo mínimo e máximo de fluxo que já fora registrado na região, como indica a figura acima.

2.3.2 Definição

O hidrólogo Hurst estabeleceu o cálculo do volume do reservatório em função do tempo, com base nos registros de chuva da região. O alcance R observado na figura 16, representa a profundidade que a barragem deve ter segundo a diferença dos valores máximos e mínimos obtidos através do fluxo de entrada e saída de água.

Considerando $X(t, \tau)$ como o fluxo de água que deveria ser acumulado na barragem, Hurst admitiu que o volume do reservatório R (equação 2.11) deveria pertencer ao intervalo de valores máximos e mínimos encontrados na equação 2.10.

$$X(t, \tau) = \sum_{u=1}^t [\xi(t) - \langle \xi(t) \rangle \tau] \quad 1 \leq t \leq \tau. \quad 2.10$$

$$R(t) = \max_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau) - \min_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau). \quad 2.11$$

Harold Hurst comparou a relação de $R(t)$ com inúmeros fenômenos naturais da mesma região, a partir da razão R/S , onde S é o desvio padrão da amostra dada por:

$$S = \left(\frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} [\xi(t) - \langle \xi(t) \rangle_{\tau}] \right)^{0,5}, \quad 2.12$$

ele notou que grande maioria das séries temporais estudadas demonstravam uma relação de potência, onde o mesmo descreveu empiricamente por:

$$\frac{R}{S} = \left(\frac{\tau}{2} \right)^H. \quad 2.13$$

O expoente H encontrado na equação 2.13 é denominado expoente de Hurst, onde sua obtenção é realizada através da linearização aplicando um ajuste log-log atribuídos para vários períodos de tempo, dessa forma H é determinado como coeficiente angular obtido por meio do ajuste linear.

O expoente de Hurst assume valores pertencentes ao intervalo de 0 á 1. Quando H apresenta valores entre 0 a 0,5, os dados obtidos na série temporal são antipersistentes, assim existe uma probabilidade maior que 50% de valores negativos serem seguidos de positivos e vice-versa. Quando H for igual a 0,5, a série temporal não apresenta qualquer tipo de relação, ou seja, os dados são aleatórios. Quando os valores do expoente de Hurst variam de 0,5 á 1 a série temporal apresenta persistência, assim dados positivos tendem a ser precedidos por valores positivos e dados negativos por valores negativos.

O expoente de Hurst atua como um indicador de correlação na série temporal, sendo capaz de determinar também qual a espécie de relação presente nos dados investigados.

É importante ressaltar a relação existente entre o expoente de Hurst e a dimensão fractal D , pois trata-se de um parâmetro indicador do quão ruidosa uma série temporal pode ser, esta relação pode ser definida como:

$$D + H = K + 1, \quad 2.14$$

onde K representa a dimensão da série . Portanto em séries temporais de uma dimensão chegamos a seguinte relação:

$$D = 2 - H. \quad 2.15$$

Sabemos que uma reta e um plano possuem dimensão 1 e 2, respectivamente, portanto a dimensão das séries temporais estará entre esses dois intervalos (reta e plano), quanto mais oscilações presente na série mais próximo da dimensão 2 e vice-versa.

2.4 MÉTODO DFA

2.4.1 Breve histórico

O método *Detrended Fluctuation Analysis* (DFA), proposto por Peng K (et al 1994), é uma das alternativas para identificar presença de relações de longo alcance em séries temporais através da determinação do expoente de Hurst (H), onde o mesmo é amplamente utilizado como identificador da correlação presente nos dados investigados.

Quando um determinado fenômeno apresenta características fractais, então pode-se admitir presença de correlação de longo alcance ou memória de longo alcance, ou seja, as séries temporais que possuem quaisquer tipos de correlações apresentam propriedades fractais.

As flutuações encontradas nos dados seriais, são indicações da presença de fragmentações e irregularidades, tornando assim necessário uma investigação através de escalas variáveis, pois a série temporal não poderá ser caracterizada como linear.

Segundo Peng K (et al 1994) a técnica DFA tem sido utilizada para determinar propriedades de escala monofractal, dessa forma tal método tornou-se um caminho alternativo na identificação de escalas e correlações seriais apresentando resultados livres de influências tendenciosas.

Na aplicação do método DFA, a tendência retirada da série é realizada através de um polinômio de ajuste, onde tal polinômio deverá ser escolhido pelo próprio pesquisador ou investigador, considerando o comportamento da série, assim o

polinômio a ser escolhido deverá ser o que mais se ajusta ao comportamento dos dados seriais.

Os métodos DFA e DMA são utilizados com o mesmo propósito, determinar a presença de correlação nas séries temporais, a principal diferença entre as duas análises é o mecanismo que os mesmos utilizam para retirar a tendência dos dados estudados, o método DFA aplica um ajuste polinomial e o método DMA utiliza o método da média móvel.

2.4.2 Definição

A determinação do expoente de Hurst (H), através do método DFA é realizada a partir da linearização do expoente de escala, com a determinação de H é possível caracterizar os dados presentes na série temporal. O procedimento do cálculo é realizado por meio de uma etapa de passos, onde os dados da série são destendenciados, ou seja, o resultado obtido torna-se livre de tendências determinísticas.

Considerando uma série temporal $Y(i)$, deve-se obter a série acumulada, trata-se da subtração de cada dado da série em relação à média obtida dos mesmos valores. A equação 2.16 apresenta tal procedimento.

$$Y(i) = \sum_{k=1}^i [x_k - \langle x \rangle] \quad (i = 1, \dots, N). \quad 2.16$$

Após obter a série acumulada ou integrada $Y(i)$, faz-se necessário dividir a série em intervalos de mesmo tamanho ρ com índice n , não sobrepostos, assim temos que $n = 0, 1, 2, \dots, N\rho - 1$, onde $N\rho$ pertence ao conjunto natural de números inteiros em função da relação $\frac{N}{\rho}$. Como o comprimento das janelas não deve ser variável, deve-se repetir o mesmo procedimento do final da série para o começo, evitando assim que alguns dados fiquem fora da análise.

Após dividir a série em intervalos ρ , deve-se aplicar o polinômio que mais se ajuste ao comportamento de cada intervalo obtido, é importante observar os tamanhos das janelas, pois se o comprimento das mesmas forem grandes demais haverá um pequeno número de janelas, e se o comprimento for muito pequeno, poucos dados

serão ajustados, portanto é convencional definir que o máximo comprimento das janelas não ultrapasse um décimo da série.

O último passo consiste em calcular a variância da série temporal, onde tal procedimento é apresentado na equação 2.17:

$$F_{DFA}(\rho) = \sqrt{\frac{1}{\rho_{max}} \sum_{i=1}^{\rho_{max}} [y(i) - y_{pol}(i)]^2}. \quad 2.17$$

Repetindo a mesma operação, variando o comprimento das janelas, é possível obter a relação do tipo lei de potência entre o método DFA e o expoente α ($DFA \propto \rho^\alpha$), onde através da linearização a partir de um gráfico $\log(DFA) \times \log(\rho)$ é encontrado o valor de α por meio do coeficiente angular da reta, onde alfa assume valores aproximados ao expoente de Hurst, entre o intervalo de 0 a 1, portanto α serve como parâmetro para indicar se existe correlação presente na série, e qual tipo ela seria.

2.5 MÉTODO DMA

2.5.1 Breve histórico

O método DMA tornou-se uma ferramenta muito importante na indicação de fractalidade em séries temporais, como também eficaz na determinação das propriedades de escala presentes nos dados das séries não estacionários, portanto desempenha um papel fundamental na investigação da presença de correlação presente nos dados seriais.

O método abordado apresenta análise bastante abrangente, de acordo com Alessio (2002) o mesmo pode ser aplicado nas pesquisas de séries temporais em diversas áreas distintas, tais como: mercado financeiro, ciências biológicas, fluxos hidrográficos e populacionais, sistemas vivos, biofísica, entre outros. Os resultados obtidos através do cálculo DMA tornam-se livre das tendências determinísticas que poderiam prejudicar a qualidade dos resultados.

A tendência retirada dos dados da série, quando é aplicado o método DMA é feita através da utilização da média móvel, onde tal procedimento é realizado através do movimento da média dos dados utilizados. A média móvel consiste em agrupar os

dados da série e retirar a média dos mesmos, ao acrescentar um dado novo na série o dado mais antigo é retirado.

A aplicação da média móvel utilizada no método DMA garante mais precisão nos resultados obtidos, como também diminui a interferência do pesquisador nos dados estudados se comparado a técnica DFA, pois ao aplicar o *Detrended Fluctuation Analysis* fica a critério do pesquisador escolher o polinômio de ajuste, porém quanto maior o grau do polinômio maior será a variância dos valores de H, ou seja, maior a probabilidade de erros nos resultados.

2.5.2 Definição

O método DMA é utilizado para encontrar as correlações nas séries temporais, através da linearização do expoente de escala, o procedimento realizado para determinar o valor de H é similar ao cálculo do método DFA, a única diferença é a troca do ajuste polinomial pela média móvel.

Considerando uma série temporal $Y(i)$, deve-se obter a série acumulada, trata-se da subtração de cada dado da série em relação à média obtida dos mesmos valores. A equação 2.6 apresenta tal procedimento.

Após obter a série acumulada ou integrada $Y(i)$, faz-se necessário dividir a série em intervalos de mesmo tamanho ρ com índice n , não sobrepostos, assim temos que $n = 0, 1, 2, \dots, N_\rho - 1$, onde N_ρ pertence ao conjunto natural de números inteiros em função da relação $\frac{N}{\rho}$.

Após dividir a série em janelas de mesmo tamanho ρ , é aplicado a média móvel para o conjunto de dados (n) que se deseja analisar, tal procedimento é repetido com o mesmo número do conjunto já definido, porém para cada dado acrescentado deverá ser retirado o primeiro valor da série que foi contabilizado, a equação 2.18 apresenta o cálculo da média móvel:

$$\check{y}_n(i) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{\rho-1} y(i-k). \quad 2.18$$

Por fim é calculada a variância da série temporal, onde tal procedimento é apresentado na equação 2.19:

$$F_{DMA}(\rho) = \sqrt{\frac{1}{\rho_{máx} - \rho_{mín}} \sum_{i=n}^{\rho_{máx}} [y(i) - \check{y}_n(i)]^2}. \quad 12.19$$

Após repetir tal procedimento variando o comprimento das janelas e o conjunto de dados (n) analisados, é encontrado a dependência de lei de potência entre o método DMA e o expoente alfa (DFA $\propto \rho^\alpha$). Onde aplicando o ajuste linear através do $\log(DMA) \times \log(\rho)$ é encontrado o valor de α , por meio do coeficiente angular da reta. O expoente alfa assume valores correspondente ao expoente de Hurst, portanto assume o papel de indicador de correlações nos dados das séries temporais abordadas.

A aplicação do método DMA permite resultados mais precisos, pois a técnica da média móvel faz um ajuste contínuo de acordo com a posição das janelas e dos dados.

2.6 APARELHO DE REFRIGERAÇÃO

2.6.1 Refrigerador

Os aparelhos de refrigeração estão cada vez mais presentes no cotidiano das pessoas, sendo inúmeras as aplicações dos mesmos. Essas máquinas podem ser utilizadas nas indústrias, em residências, nos transportes terrestres e aéreos, na área alimentícia, entre outros, portanto é de suma importância estudar e compreender o funcionamento de tal mecanismo.

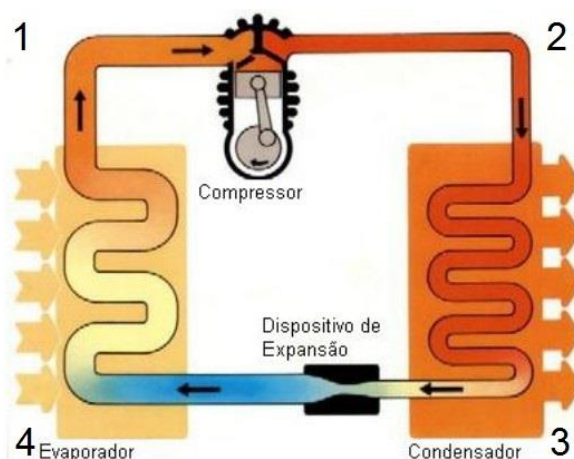
As máquinas de refrigeração trabalham com base na transferência de calor, onde um ambiente mais frio cede calor para um ambiente mais quente, tal processo de troca térmica não ocorre de forma natural, portanto é necessário a utilização de um gerador motriz que realize trabalho.

Segundo Miller (apud MACHADO, 2016) ao longo do processo de refrigeração, o calor indesejado é transferido mecanicamente a um ambiente externo sem que haja

consequências prejudiciais. Pode-se citar como exemplos os aparelhos de refrigeração presentes em diversos ambientes, com o intuito de amenizar a temperatura de um determinado cômodo, ou as geladeiras que mantêm uma temperatura adequada em seu interior com o objetivo de conservar os alimentos.

Para realizar tal ciclo de trabalho o refrigerador a compressão é composto por compressor, condensador, válvula de expansão e evaporador, ilustrados na figura 21.

Figura 21: Ciclo de refrigeração



Fonte: tfsfrio.blogspot.com.br (2014).

O processo de refrigeração é uma sequência de procedimentos cíclicos que realizam uma troca térmica não natural, pois o comum é o corpo mais quente ceder calor para um corpo mais frio. Os refrigeradores realizam o procedimento inverso através das seguintes etapas:

O ciclo se inicia no ponto 1 com a entrada do vapor de refrigerante no compressor, onde o compressor aspira e comprime o refrigerante transferindo potência para o mesmo, em seguida no ponto 2 o vapor de refrigerante entra no condensador onde vai trocar calor com o ar ou água, provocando sua mudança de estado de vapor para líquido, no ponto 3 o refrigerante entra na válvula de expansão onde perde pressão e com isso há uma perda de temperatura brusca. Em seguida no ponto 4 o refrigerante entra no evaporador e por estar muito frio troca calor com o ambiente que se deseja refrigerar, e este calor recebido faz com que o refrigerante evapore e volte ao seu estado inicial para começar o ciclo novamente. Machado (2016, p.19)

A bancada de refrigeração foi montada com o intuito de auxiliar os discentes nas aulas laboratoriais, possibilitando assim uma aprendizagem mais eficaz, unindo a

prática com a teoria. Para a realização do trabalho foi adquirido por meio de doação um aparelho da marca Consul de 7500 BTU (*British Thermal Unit*).

A construção da bancada foi realizada com os devidos isolamentos térmicos externos, onde os aparelhos de evaporador e condensador (figura 22) foram isolados adequadamente por meio de uma placa de isopor (isolante térmico), dessa forma é possível garantir que os resultados obtidos das variações de temperatura causadas pelo próprio equipamento sejam confiáveis.

Figura 22: Parede de isopor para separar termicamente o evaporador do compressor



Fonte: MACHADO (2016)

2.6.2 Evaporador

O evaporador é o dispositivo que permite a troca térmica entre ele mesmo e o fluido refrigerante, ou seja, quando o fluido passa pelo evaporador ocorre uma mudança do estado líquido para o gasoso, respectivamente. Dessa forma o evaporador torna-se responsável pela incumbência de refrigerar o ambiente retirando o calor do meio.

Para garantir a eficiência desse aparelho é necessário assegurar que o mesmo possua um dimensionamento de superfície eficaz, ou seja, as dimensões devem ser adequadas para a realização de troca térmica. É importante que a superfície absorva o calor necessário, assim o evaporador deve possuir capacidade satisfatória para conter o fluido refrigerante, garantindo sua circulação e vaporização, evitando elevadas quedas de pressões.

De acordo com Machado (2016, p.25) “O refrigerante entra no evaporador na forma líquida. Devido à pressão no evaporador ser mínima ele vai se evaporar a uma temperatura muito baixa e com isso remover o calor do ambiente desejado”, tal procedimento é ilustrado na figura abaixo:

Figura 23: Procedimento do evaporador.

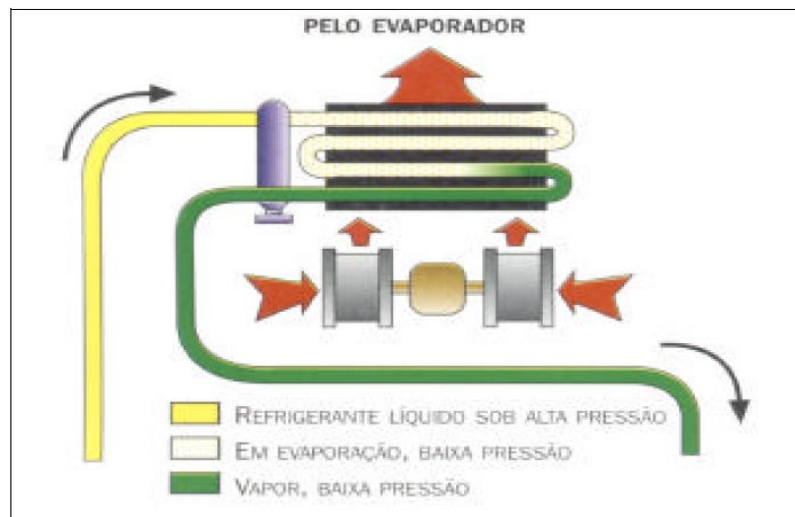


Figura 23: Procedimento do evaporador.

Fonte: Martinelli (2005).

2.6.3 Condensador

Na etapa de condensação acontece o processo de mudança de estado, onde o vapor a alta temperatura do fluido refrigerante cai ao passar pelo condensador, logo após ocorre a condensação, isto é o vapor se transforma em líquido. A figura 24 representa um modelo comum de condensador.

Figura 24: Modelo de condensador.



Fonte: <http://climaeciaarcondicionado.com.br/> (2016)

A função do condensador é permitir que a temperatura do vapor que sai do compressor caia consideravelmente, dessa forma o vapor é transformado em líquido, a mudança de fase só é possível se houver uma fonte fria disponível para absorver o calor rejeitado, ocorrendo então a troca térmica.

De acordo com Machado (2016, p.23) a refrigeração só é possível se “...O refrigerante que está no condensador diminua sua temperatura e condense para o estado líquido antes de voltar para o evaporador.”. O processo de condensação é dividido em três etapas principais: dessuperaquecimento, condensação e sub-resfriamento, respectivamente.

A etapa de dessuperaquecimento consiste em resfriar o vapor quente até o mesmo chegar a temperatura de condensação, no processo de condensação ocorre a mudança do estado de vapor para o estado líquido, após o processo de mudança de estado o líquido continua a ser resfriado, esta última fase é denominada de sub-resfriamento.

3. METODOLOGIA DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada através dos dados obtidos do trabalho de conclusão do curso, Montagem de uma bancada didática de ensaios de refrigeração, do discente Yolli Nunes Nobrega Machado (2016), ex-aluno da instituição de ensino UFERSA, Campus Caraúbas onde o mesmo apresentou uma bancada de refrigeração, apresentando séries temporais de temperatura de um evaporador e condensador.

A partir da base teórica referente a fractalidade e séries temporais, associada ao trabalho sobre a bancada didática de ensaios de refrigeração, deseja-se determinar as correlações e causas das transições de fase presente nos dados de temperatura em função do tempo.

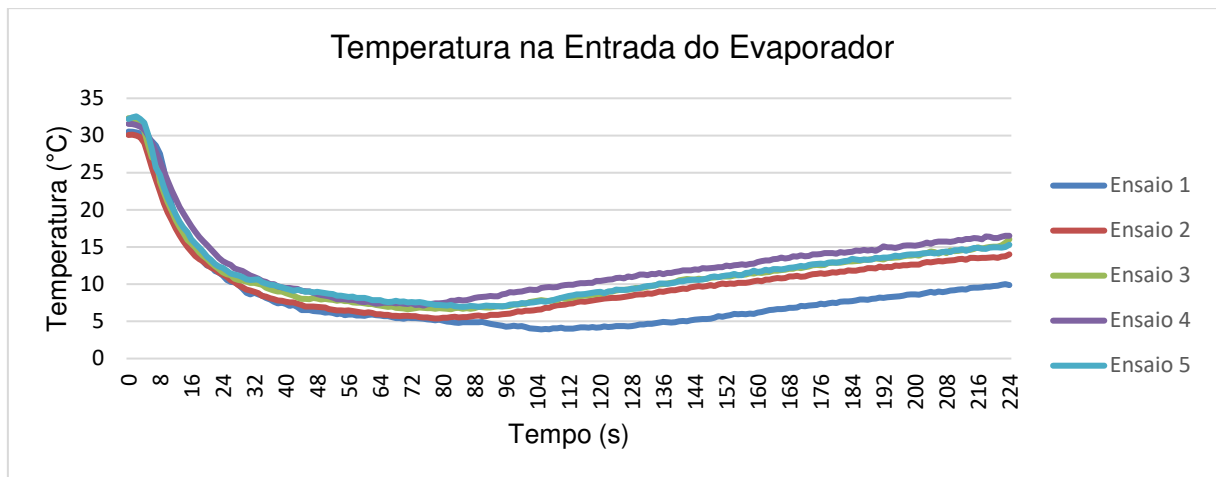
Os dados das séries a serem analisados foram recolhidos do trabalho já citado, sendo feito sua análise com o auxílio de um software computacional MATLAB utilizando os métodos Detrended Fluctuation Analysis (DFA), Detrended Moving Average (DMA) e Alcance Reescalado (R/S), para efeito de comparação, a fim de chegar em um resultado com o maior nível possível de confiança e precisão.

3.1 DADOS UTILIZADOS

3.1.1 Série temporal de temperatura do evaporador

Os dados utilizados no estudo das séries temporais do evaporador, estão apresentas nas figuras 25 e 26, onde as 224 medidas de temperatura foram realizadas na entrada e saída do componente citado.

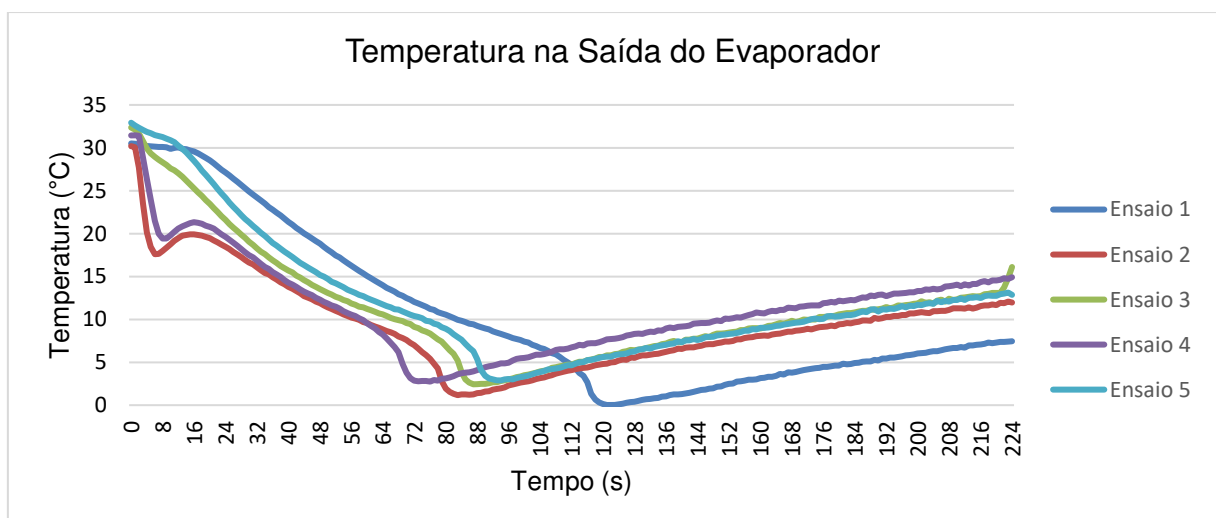
Figura 25: Comportamento da temperatura na entrada do Evaporador.



Fonte: Machado (2016).

O gráfico da figura 25 apresenta o comportamento da temperatura na entrada do evaporador, onde o líquido refrigerante ao passar pela válvula de expansão e entrar no evaporador sofre uma queda brusca de temperatura devido à perda de pressão, logo a queda de temperatura presente no gráfico, nos 80 segundos iniciais, apresenta o comportamento já esperado, ao decorrer desse tempo a temperatura começa a subir, tal fato ocorre devido o sistema de refrigeração ser fechado, pois não existe um sumidouro térmico que absorva o calor rejeitado pelo condensador, logo a temperatura do mesmo sobe ao ponto de influenciar o aquecimento nos demais componentes.

Figura 26: Comportamento da temperatura na saída do Evaporador.



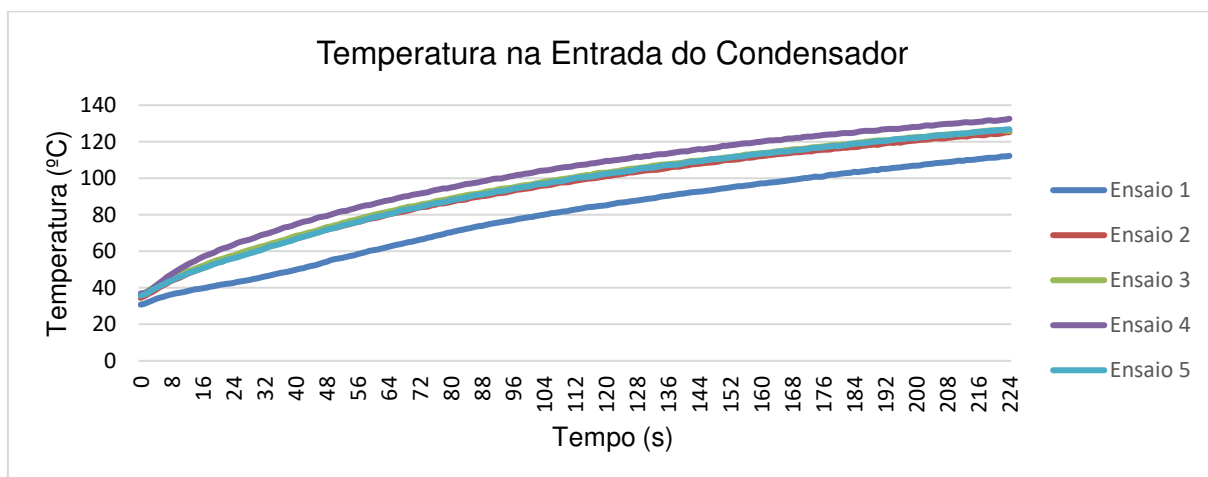
Fonte: Machado (2016).

O gráfico da figura 26 indica a queda da temperatura na saída do evaporador, onde o fluido contido no componente sofria um processo de resfriamento, nota-se um leve aumento da temperatura passados os 80 segundos iniciais, isso ocorre devido ao condensador esquentar demasiadamente, ao ponto de transferir calor para todo o sistema, fazendo com que o resfriador perca sua funcionalidade e eficiência no resfriamento do fluido.

3.1.2 Série temporal de temperatura do condensador

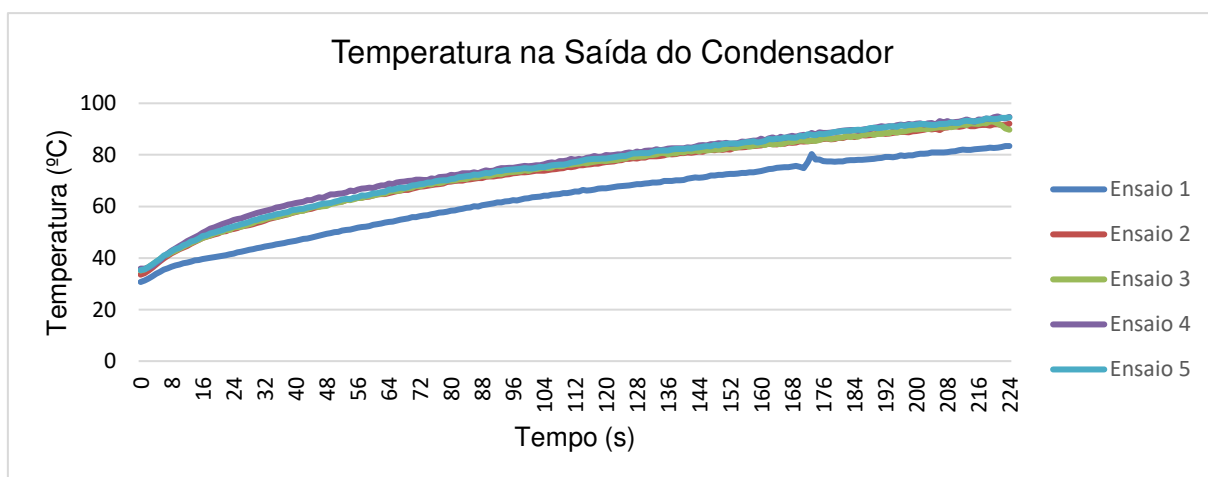
Os dados empregados na avaliação das séries temporais do condensador, estão apresentados nas figuras 27 e 28, onde as observações de temperatura foram realizadas na entrada e saída do componente.

Figura 27: Comportamento da temperatura na entrada do Condensador.



Fonte: Machado (2016).

Figura 28: Comportamento da temperatura na saída do Condensador.



Fonte: Machado (2016).

Ao analisar os gráficos das séries temporais na entrada e saída do condensador, Figuras 27 e 28 respectivamente, podemos notar um aumento crescente da temperatura devido a troca térmica que o mesmo sofre para permitir a condensação do vapor, ou seja, o condensador recebe o calor rejeitado na transformação do vapor em líquido, onde essa temperatura tende a subir ao longo do tempo por consequência da passagem cíclica do fluido refrigerante, é importante ressaltar que devido a não existência de um sumidouro térmico, a temperatura no condensador aumenta a ponto de trocar calor com todo o sistema de refrigeração, ocasionando assim a queda da eficiência dos demais componentes.

Com os dados do ensaio 1 das séries temporais do evaporador e condensador, foram aplicadas as análises, DFA, DMA e R/S, através do auxílio computacional do *software* MATLAB, onde o código de programação desenvolvido apresenta como resultado o valor do expoente de Hurst, a partir do mesmo é possível determinar se existem correlações nas séries temporais e qual o tipo de correlação presente, proporcionando assim uma discussão entre a correlação encontrada e a teoria literária, como também é realizado a determinação da existência de fractalidade nos dados seriais.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

De acordo com os métodos apresentados na metodologia foram realizadas as aplicações através de uma linguagem computacional realizada no software MATLAB, onde os resultados encontrados foram os seguintes:

4.1 APLICAÇÃO DO MÉTODO DFA

4.1.1 Análise dos resultados

Aplicando o método DFA nas séries temporais de entrada e saída do evaporador e condensador, foram obtidos os valores descritos no quadro 1 para o expoente de Hurst:

Quadro1: Resultados do método DFA

Método DFA	Expoente de Hurst
Entrada do Evaporador	0,8755
Saída do Evaporador	0,9393
Entrada do Condensador	0,8232
Saída do Condensador	0,9873

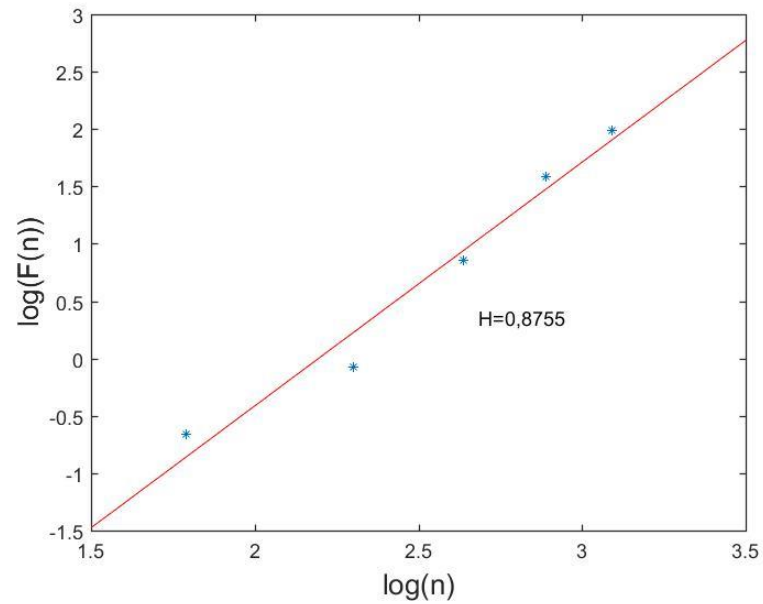
Fonte: Elaborado pela autora.

Os resultados obtidos a partir da análise DFA mostraram presença de forte correlação do tipo persistente nos dados seriais do refrigerador e condensador, logo segundo tal método, existe uma maior probabilidade que incrementos positivos sejam seguidos por incrementos positivos e vice-versa.

As figuras 29, 30, 31 e 32 apresentam o resultado do gráfico log-log aplicada pelo método DFA e, conseqüentemente, o comportamento da linearização dos dados. Todas as figuras apresentam um gráfico log-log da função de flutuação $F_{DFA}(\rho)$ por diversos valores do fator de escala ρ . Alguns resultados do expoente α ultrapassaram o limite de 1 estabelecido para o expoente H, segundo os trabalhos de Alvarez e Ramirez (2005) deve ser aplicado um fator de correção de $\mp 0,2$, quando α apresenta

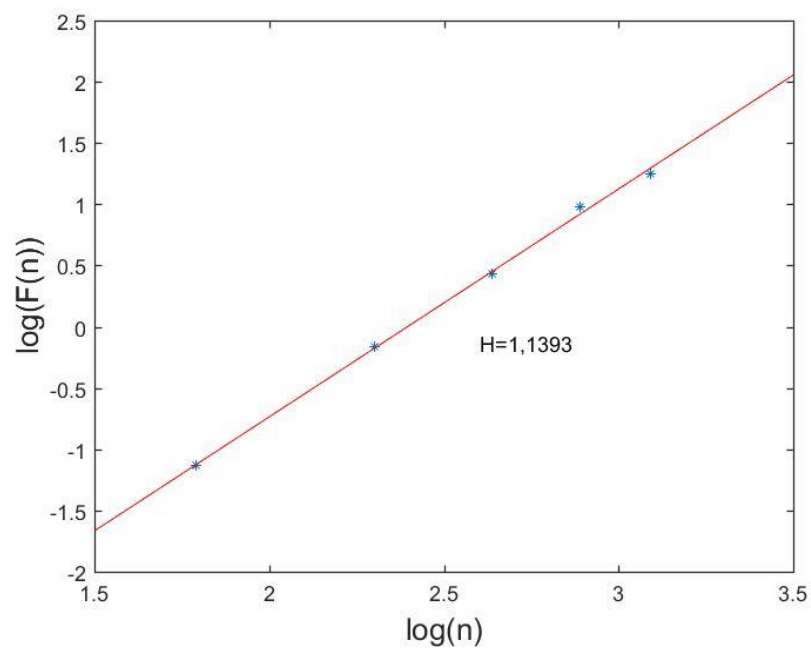
valores fora do intervalo de 0 a 1, tal correção propostas pelos autores é embasada no estudo de diversas séries temporais distintas.

Figura 29: Expoente de Hurst através do método DFA na entrada do evaporador.



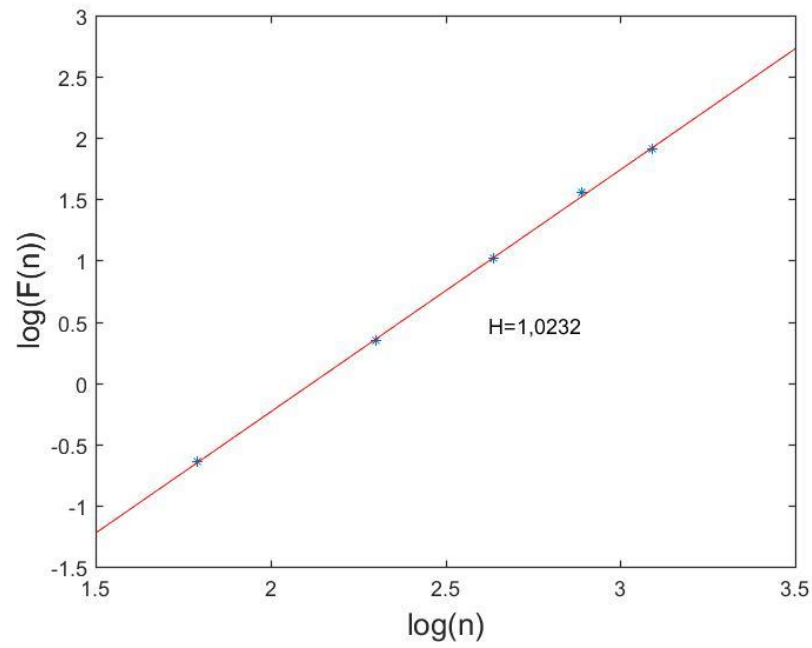
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 30: Expoente de Hurst através do método DFA na saída do evaporador.



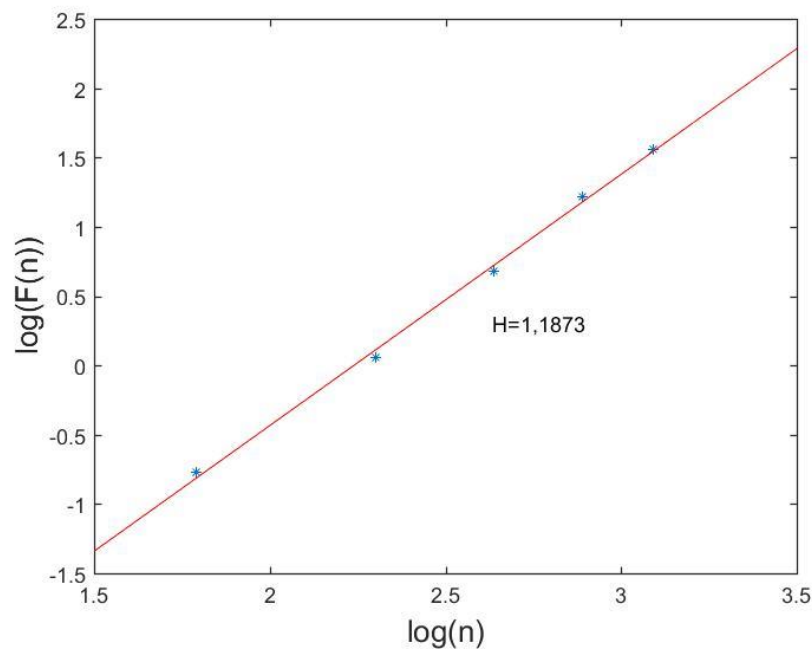
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 31: Expoente de Hurst através do método DFA na entrada do condensador.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 32: Expoente de Hurst através do método DFA na saída do condensador.



Fonte: Elaborado pela autora.

4.2 APLICAÇÃO DO MÉTODO DMA

4.2.1 Análise dos resultados

Aplicando o método DMA nas séries temporais de entrada e saída do evaporador e condensador, foram obtidos os valores descritos no quadro 2 para o expoente de Hurst:

Quadro 2: Resultados do método DMA

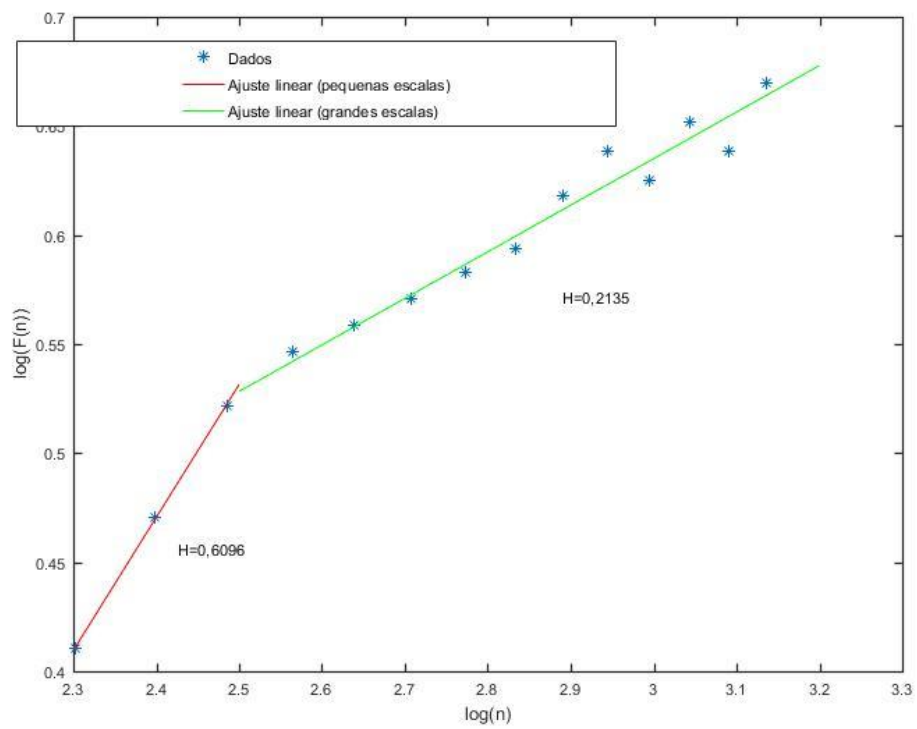
Método DMA	Expoente de Hurst
Entrada do Evaporador	0,6096 – 0,2135
Saída do Evaporador	0,9738
Entrada do Condensador	0,8577
Saída do Condensador	0,9024

Fonte: Elaborado pela autora.

O resultado obtido na entrada do evaporador no método DMA (figura 33), apresentou dois comportamentos distintos para o expoente H , o primeiro indica a presença de correlação de persistência nas pequenas escalas e o segundo demonstra a correlação de antipersistência nas escalas maiores, esses dois regimes comprovam a presença de multifractalidade nos dados da série temporal, haja visto que é necessário mais de um fator de escala para representar os dados seriais.

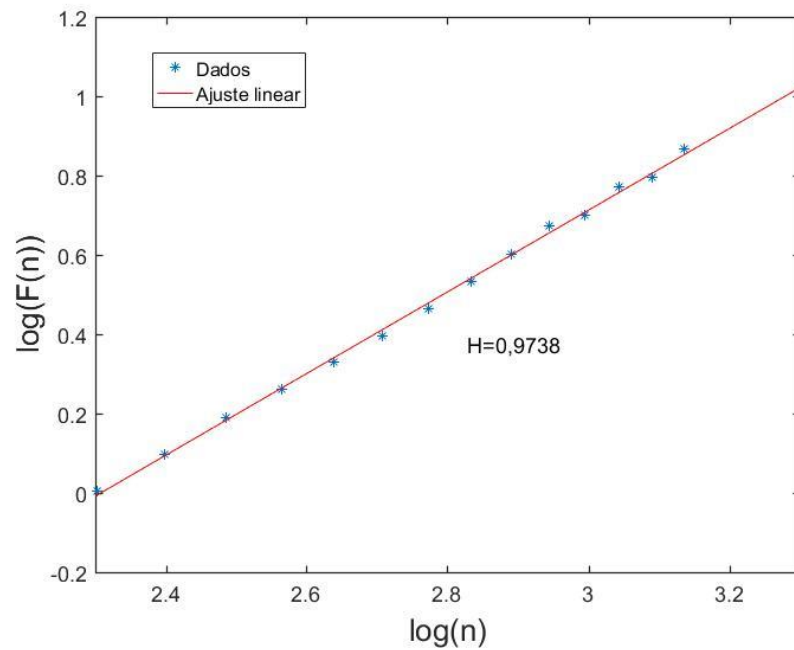
Os demais valores de H para o método DMA (Figuras 34, 35 e 36), apresentaram um comportamento de persistência, ou seja, a correlação presente indica que a série positiva tenderá a continuar crescente, e valores negativos apresentam uma probabilidade maior que 50% de serem seguidos por dados negativos. Todas as figuras apresentam um gráfico log-log da função de flutuação $F_{DMA}(\rho)$ por diversos valores do fator de escala ρ .

Figura 33: Expoente de Hurst através do método DMA na entrada do evaporador.



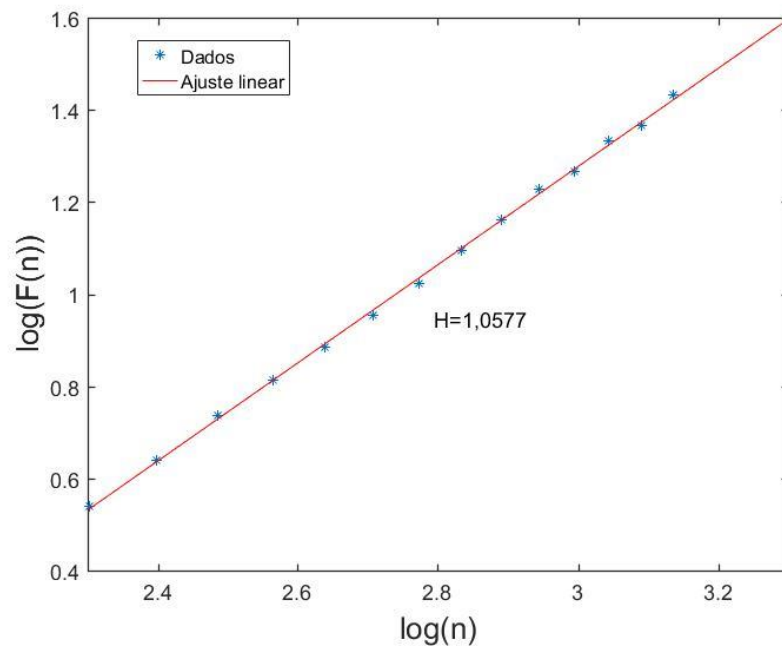
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 34: Expoente de Hurst através do método DMA na saída do evaporador.



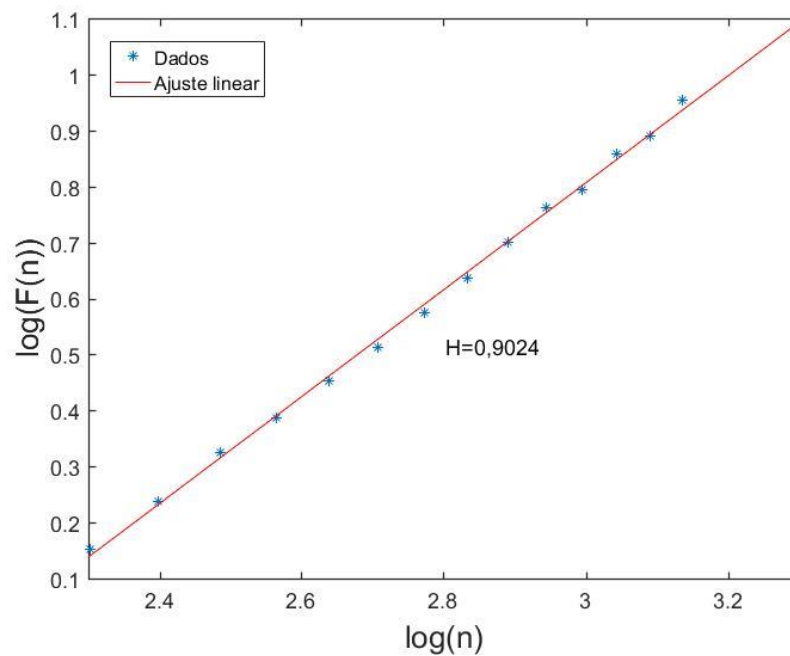
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 35: Expoente de Hurst através do método DMA na entrada do condensador.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 36: Expoente de Hurst através do método DMA na saída do condensador.



Fonte: Elaborado pela autora.

4.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO R/S

4.3.1 Análise dos resultados

Utilizando o método R/S, proposto pelo próprio Hurst, nas séries temporais de entrada e saída do evaporador e condensador, foram obtidos os resultados descritos no quadro 03:

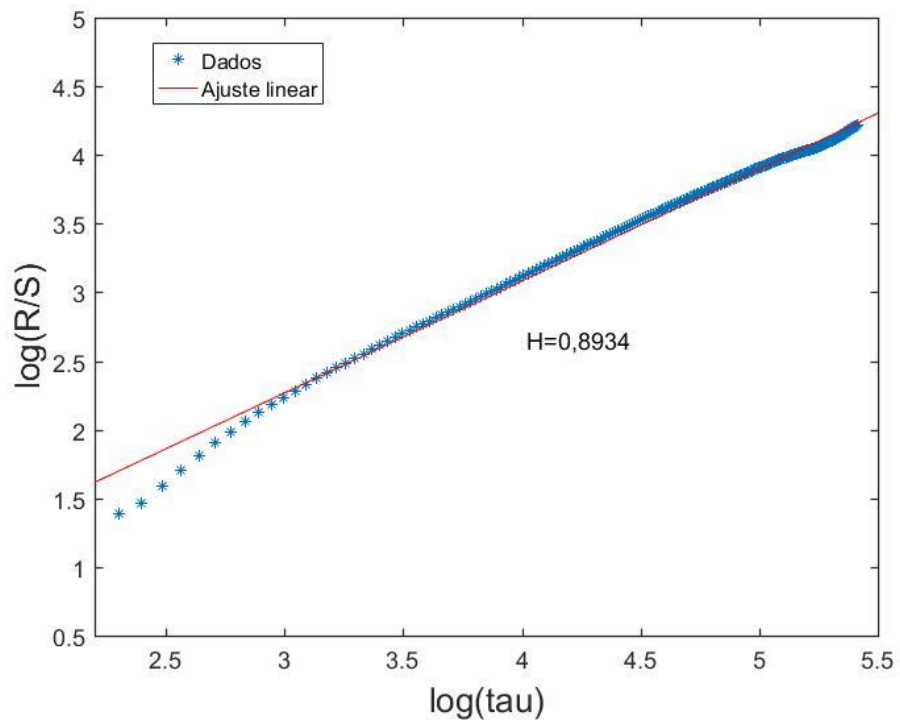
Quadro 3: Resultados do método R/S

Método R/S	Expoente de Hurst
Entrada do Evaporador	0,8934
Saída do Evaporador	0,9612
Entrada do Condensador	0,9692
Saída do Condensador	0,9669

Fonte: Elaborado pela autora.

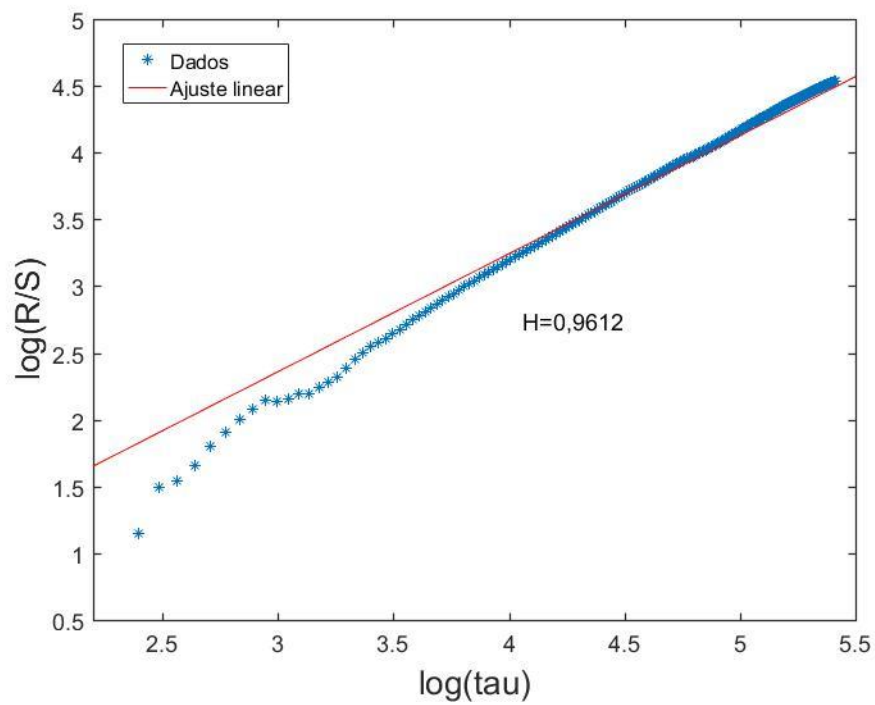
Os resultados obtidos a partir da aplicação do método R/S indicaram a presença de forte correlação de persistência nos dados das séries temporais abordadas. As Figuras 37 e 38, apresentam o comportamento de multifractalidade nas séries na entrada e saída do refrigerador, respectivamente, pois os gráficos demonstram comportamentos não lineares, sendo necessário mais de um fator de escala para representar suas irregularidades. As figuras 39 e 40 apresentam características de fractalidade nas séries temporais de entrada e saída do condensador, pois seu comportamento linear indica que um único fator de escala é capaz de representar os dados seriais. Todas as figuras apresentam um gráfico log-log da razão (R/S) por diversos valores do fator de escala temporal.

Figura 37: Expoente de Hurst através do método R/S na entrada do evaporador.



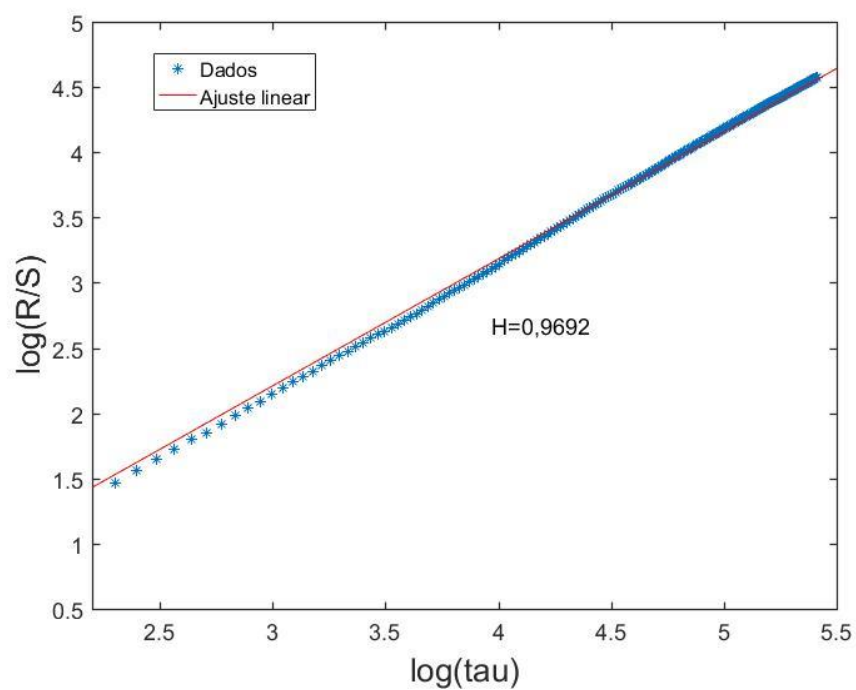
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 38: Expoente de Hurst através do método R/S na saída do evaporador.



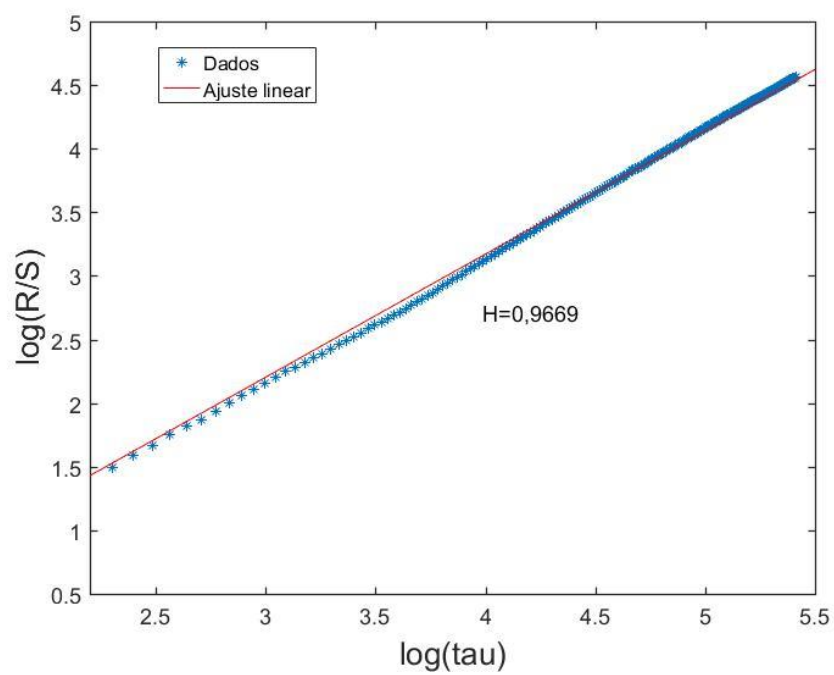
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 39: Expoente de Hurst através do método R/S na entrada do condensador.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 40: Expoente de Hurst através do método R/S na saída do condensador.



Fonte: Elaborado pela autora.

5. CONCLUSÕES

A partir das discussões embasadas nos resultados obtidos, pode-se afirmar que o método mais eficaz na indicação de correlações existentes e presença de fractalidade foi o método R/S, proposto pelo próprio Hurst, seus resultados foram os melhores na determinação do comportamento das séries temporais abordadas, sendo capaz de detectar a presença de multifractalidade nas séries do evaporador, justificada por tamanhas irregularidades presentes nos dados.

O método DFA mostrou limitação para análise das séries temporais abordadas, haja visto que o mesmo não conseguiu identificar multifractalidade em nenhum dos dados investigados, tal falha pode ser justificada pelo fato do método ter melhores desempenhos em séries temporais com mais dados, como o trabalho contava apenas com um número pequeno de 224 dados, ocorreu uma contribuição com o mau desempenho do método, porém o DFA foi capaz de identificar as correlações de persistência presente entre os dados seriais.

O método DMA apresentou um desempenho intermediário se comparado com os outros dois métodos, seus resultados conseguiram identificar a presença de multifractalidade presente na série temporal de temperatura na entrada do evaporador, conseguindo indicar também a presença de correlações de persistência nos dados abordados.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALESSIO, E. et al. Second-order moving average and scaling of stochastic time series. **The European Physical Journal B - Condensed Matter**, [s.l.], v. 27, n. 2, p.197-200, 1 maio 2002. Springer Science + Business Media. <http://dx.doi.org/10.1140/epjb/e20020150>.

ALVAREZ-RAMIREZ, J.; RODRIGUEZ, E.; ECHEVERRÍA, J. C. **Detrending fluctuation analysis based on moving average filtering**. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Elsevier, v. 354, p. 199–219, 2005.

C, Peng K. et al. Mosaic organization of DNA nucleotides. **Physical Review E**, S.i, v. 49, n. 2, p.1686-1689, 20 out. 1993.

FEDER, J. Fractals, 1988. [S.l.]: Plenum Press, New York, 1988.

HURST, H. E. {Long-term storage capacity of reservoirs}. Trans. Amer. Soc. Civil Eng., v. 116, p. 770–808, 1951.

HURST, H. **The problem of long-term storage in reservoirs**. Hydrological Sciences Journal, Taylor & Francis, v. 1, n. 3, p. 13–27, 1956.

KANTELHARDT, J. W. **Fractal and multifractal time series**. In: Mathematics of complexity and dynamical systems. [S.l.]: Springer, 2012. p. 463–487.

LACZKOWSKI, Ivan Marcelo; LACZKOWSKI, Mirian Sousdaleff. APLICAÇÃO DO MÉTODO DFA NA IDENTIFICAÇÃO DE CORRELAÇÕES E FRACTALIDADES EM SÉRIES TEMPORAIS SONORAS. In: ENCONTRO DE PRODUÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA, 8., 2013, Campo Mourão. **O método científico**. Campo Mourão: Encontro de Produção Científica e Tecnológica, 2013. p. 1 - 9.

MACHADO, Yolli Nunes Nobrega. **MONTAGEM DE UMA BANCADA DIDÁTICA DE ENSAIOS DE REFRIGERAÇÃO**. 2016. 50 f. TCC (Graduação - Curso de Engenharia Mecânica) -Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Caraúbas.

MANDELBROT, B. B.; WALLIS, J. R. **Robustness of the rescaled range r/s in the measurement of noncyclic long run statistical dependence.** Water Resources Research, Wiley Online Library, v. 5, n. 5, p. 967–988, 1969.

MOURA, E. D. **O CONCEITO FRACTAL E SUA PRESENÇA PEDAGÓGICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA.** 2011. 126f. Dissertação (Pós-Graduação em Educação Matemática) -Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2011.

PRIESTLEY, M. B. **Non-linear and Non-stationary Time Series Analysis.** [S.l.]: Academic Press, 1988. ISBN 012564910X,9780125649100.

RÊGO, C. R. C. **MULTIFRACTALIDADE DOS RIOS BRASILEIROS.** 2012. 86f. Dissertação (Pós-Graduação em Física) -Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2012.