



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
CURSO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

GABRIEL FERREIRA ANDRADE

**DESENVOLVIMENTO DE INTERFACE EM MATLAB: ANÁLISE DE
ESTABILIDADE LATERAL DE ARCOS EM PERFIL I**

PAU DOS FERROS - RN

2018

GABRIEL FERREIRA ANDRADE

**DESENVOLVIMENTO DE INTERFACE EM MATLAB: ANÁLISE DE
ESTABILIDADE LATERAL DE ARCOS EM PERFIL I**

Monografia apresentada a Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Bacharel em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Prof. Me. Matheus Fernandes de Araújo Silva
Coorientador: Prof. Me. Francisco Carlos Gurgel da Silva Segundo

PAU DOS FERROS - RN

2018

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tornar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas
da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

AA553 Andrade, Gabriel Ferreira .
d DESENVOLVIMENTO DE INTERFACE EM MATLAB:
ANÁLISE DE ESTABILIDADE LATERAL DE ARCOS EM
PERFIL I / Gabriel Ferreira Andrade. - 2018.
48 f. : il.

Orientador: Matheus Fernandes de Araújo Silva.
Coorientador: Francisco Carlos Gurgel da
Silva Segundo.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e
Tecnologia, 2018.

1. Flambagem. 2. Carga crítica. 3. Deformação
lateral. 4. Interface gráfica. I. Silva, Matheus
Fernandes de Araújo , orient. II. Silva Segundo,
Francisco Carlos Gurgel da , co-orient. III.
Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

GABRIEL FERREIRA ANDRADE

**DESENVOLVIMENTO DE INTERFACE EM MATLAB: ANÁLISE DE
ESTABILIDADE LATERAL DE ARCOS EM PERFIL I**

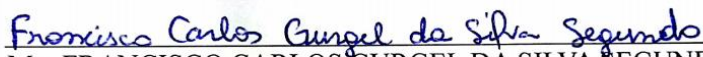
Monografia apresentada a Universidade
Federal Rural do Semi-Árido como requisito
para obtenção do título de Bacharel em Ciência
e Tecnologia.

Defendida em: 16 / 04 / 2018.

BANCA EXAMINADORA



Me. MATHEUS FERNANDES DE ARAÚJO SILVA
Presidente



Me. FRANCISCO CARLOS GURGEL DA SILVA SEGUNDO
1º Examinador



Bel. BIANCA ALENCAR VIEIRA
2º Examinador

Dedico este trabalho à Deus,
que me capacitou à executá-lo,
e aos meus pais, Jarismar e Remédios,
por todo apoio e inspiração.

AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente à Deus, por toda proteção e força, alegrias e superações que me suscitou ao longo desse curso, que diante de tantas dificuldades sempre me mostrou a luz a qual seguir.

Agradeço aos meus pais, Jarismar e Remédios, por todo o esforço em me manter longe de casa, por todo o apoio motivacional, me proporcionando vigor e fortalecimento.

Ao professor orientador Matheus Fernandes, pela sugestão e apoio sobre a teoria do tema abordado, assim como, orientações, sugestões e correções do trabalho.

Ao professor coorientador Francisco Segundo, pelas correções do trabalho e pela orientação relacionada ao desenvolvimento da interface gráfica.

Agradeço a todos meus familiares por todos os tipos suportes que foram e são para mim, dando ênfase ao meu irmão Matheus, meus avôs e meus “primirmãos”.

Ao meu tio João Pinto, pessoa fundamental para minha subsistência, sendo de suma importância para a realização do meu curso de graduação.

A Ingrid por todo apoio e auxílio que me foi dado.

E a todos amigos e colegas que contribuíram para a realização da minha graduação, amigos me deram apoio durante toda a jornada, como também aos meus colegas que sempre contribuíram de forma direta na minha formação.

Aquele, pois, que ouve estas minhas palavras e as põe em prática é semelhante a um homem prudente, que edificou sua casa sobre a rocha. Caiu a chuva, vieram as enchentes, sopraram os ventos e investiram contra aquela casa; ela, porém, não caiu, porque estava edificada sobre a rocha.

Jesus Cristo (Mt. 7:24-25)

RESUMO

Neste trabalho é descrita a formulação para cálculo de estabilidade lateral de arcos em perfil I em aço. As equações foram implementadas em MATLAB. Tem-se como objetivo de desenvolver uma interface gráfica. Em seguida, foi executada uma análise comparativa com os resultados obtidos no MATLAB com valores solicitantes de um arco em perfil I aplicado no FTOOL. Posteriormente, é feito uma análise paramétrica dos resultados encontrados para variações das propriedades de um arco, sendo o estudo limitado ao aço e o perfil I como principais restrições. Verificou-se, a partir das expressões matemáticas de Guo *et al.* (2015), que os arcos apresentam cargas críticas de flambagem maiores proporcionais ao aumento do raio e cargas menores com o aumento do vão do arco. Notou-se que as estruturas têm maior resistência ao serem aplicadas perfil I mais robustos. Além disso, pode se verificar que os travamentos laterais nos arcos não apresentam influência na resistência no seu próprio plano, mas, apresenta maior dificuldade de deformação lateral com um número de travamentos elevado. Averiguou-se também a intensidade de força em o arco aplica nos travamentos quando apresenta tendência a deformações.

Palavras-chave: Flambagem. Carga crítica. Deformação lateral. Interface gráfica.

ABSTRACT

In this work the formulation for the lateral stability calculation of arcs in profile I in steel is described. The equations were implemented in MATLAB. It aims to develop a graphical interface. Then, a comparative analysis was performed with the results obtained in MATLAB with values requesting an arc in I profile applied in FTOOL. Subsequently, a parametric analysis of the results found for variations of the properties of an arc is done, the study being limited to steel and the profile I as main restrictions. It was verified, from the mathematical expressions of Guo et al. (2015), that the arcs present critical loads of greater buckling proportional to the increase of the radius and smaller loads with the increase of the span of the arc. It was observed that the structures have greater resistance when applying profile I more robust. In addition, it can be seen that the lateral collisions in the arcs do not influence the resistance in their own plane, but, it presents greater difficulty of lateral deformation with a high number of locks. It was also verified the force intensity in the arc applied in the locks when it presents tendency to deformations.

Keywords: Bending. Critical load. Lateral deformation. Graphic interface.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Arcos treliçados com perfil U laminado ou de chapa dobrada	12
Figura 2 - Exemplo de arco em perfil I	13
Figura 3 – a) Perda de Estabilidade de arco fora do plano; b) Situação com contraventamento	14
Figura 4 – Construção da ponte sobre o Rio Mississipe (Eads Bridge)	17
Figura 5 - Estabilidade.....	17
Figura 6 - Flambagem da barra.....	18
Figura 7 - Deslocamento e resultantes em A	18
Figura 8 – Níveis de equilíbrio	19
Figura 9 - Análise de flambagem	20
Figura 10 - Comprimento efetivo	23
Figura 11 - Forças internas em arcos submetidos a forças axiais.....	24
Figura 12 - Empenamento de seção I	27
Figura 13 - Área setorial da seção para cálculo da constante de empenamento.....	28
Figura 14 - Janela da interface gráfica.....	29
Figura 15 - Repartição "Tipo de aço" da janela gráfica.....	30
Figura 16 - Tipos de aço	31
Figura 17 - Repartição "Perfil" da janela gráfica	32
Figura 18 - Repartição "Arco" da janela gráfica	32
Figura 19 - Repartição "Travamento(s) do arco" da janela gráfica	33
Figura 20 – Arco analisado com simetria e carregamento radial	34
Figura 21 - Perfil I soldado VS 950 x 127mm	35
Figura 22 - Esforços axiais no arco (kN).....	35
Figura 23 - Planta Baixa	37
Figura 24 - Estabilidade de arco ao variar o vão	38
Figura 25 - Força aplicada nos travamentos ao variar o vão	39
Figura 26 - Estabilidade de arco ao variar o raio.....	40
Figura 27 - Força aplicada nos travamentos ao variar o raio.....	40
Figura 28 - Estabilidade de arco ao variar o perfil	41
Figura 29 - Força aplicada nos travamentos ao variar o perfil	42
Figura 30 - Estabilidade de arco ao variar o número de travamentos	43
Figura 31 - Força aplicada nos travamentos ao variar o número de travamentos	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Características e propriedades dos aços	30
Tabela 2 - Dados dos perfis I.....	31
Tabela 3 - Carga crítica de flambagem.....	36

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAD – Computer Aided Design

EDO – Equação Diferencial Ordinária

GUIDE – Graphical User Interface Development Environment

MATLAB – MATrix LABoratory

UFERSA – Universidade Federal Rural do Semi-Árido

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
2.1. Aplicação histórica	16
2.2. Estabilidade.....	17
2.3. Fórmula de Euler	19
2.4. Foças internas nos arcos	23
2.5. Método analítico	25
3. MATERIAIS E MÉTODOS.....	29
4. EXEMPLO PRÁTICO	34
5. ANÁLISE PARAMÉTRICA.....	37
5.1. Verificação do comportamento da estrutura circular metálica diante da variação do vão.....	38
5.2. Análise comportamental da estrutura de arco de aço diante da variação do raio	39
5.3. Verificação do comportamento da estrutura circular metálica relacionada à aplicação dos perfis	41
5.4. Estudo do comportamento da estrutura de arco metálica mediante a alteração da quantidade de travamentos laterais.....	42
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	44
7. REFERÊNCIAS	46
ANEXO I:.....	48

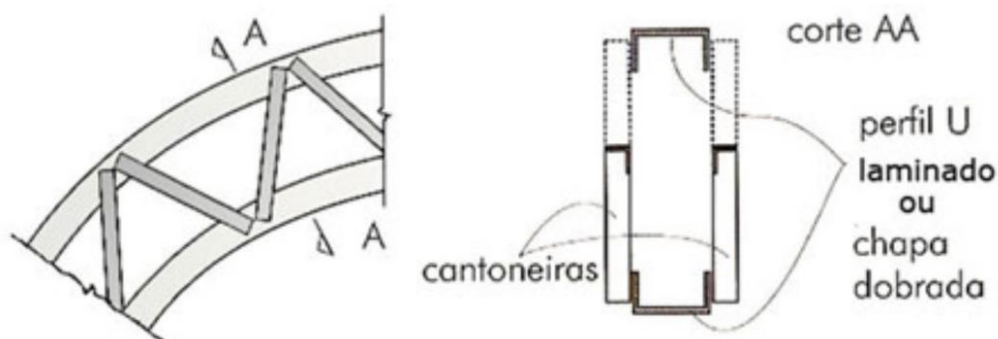
1. INTRODUÇÃO

Arcos são elementos curvos com o desígnio de conseguir estabilidade em grandes distâncias transmitindo força para dois apoios. Arcos estruturais, adotado em coberturas, pontes, barragens por exemplo, são submetidos a forças normais de compressão na maioria das situações, podendo existir também momentos fletores. Estes arcos, quando analisados no seu plano, podem apresentar compressão pura, possibilitando a estabilidade da estrutura em seu plano e uma melhor eficiência, que pode ser obtida quando o carregamento coincidir com o centro axial do arco (SOUZA, RODRIGUES E MASCIA, 2008; NUNES, 2009; ALVES, 2015).

Os romanos se tornaram grandes construtores de coberturas em arco utilizando apenas pedras utilizando o princípio da linha de pressões do carregamento. Por meio de uma geometria apropriada do arco (parábola), poder-se-ia garantir que em qualquer seção do arco, apenas esforços de compressão surgiriam. Essa intuição resolveu problemas de grandes vãos, tendo em vista que os métodos de cálculo da época não contavam com os princípios básicos da Estática (SÁLES *et al*, 2015).

Nesse sentido, esses elementos estruturais como arcos apresentam seções transversais diversas, podendo ser quadradas, circulares; podem ser também seções ocas, e podem dispor de mais de um componente, ou seja, seção composta por perfis U com travamentos em diagonais e montantes, sendo esse um dos tipos mais usuais e econômicos, conforme apresentado na Figura 1.

Figura 1 - Arcos treliçados com perfil U laminado ou de chapa dobrada



Fonte: <http://felipeschmitzhaus.blogspot.com.br/2015/06/arcos-na-estrutura-metalica.html>

Similarmente, os arcos também podem ser compostos por perfis I. Nesta situação, o projeto arquitetônico deve ter uma forte justificativa, pois via de regra os arcos em perfil I são

mais caros e demandam mais tempo para fabricação, pois as peças passam por um processo de encurvamento do seu eixo longitudinal denominado de calandragem. Neste procedimento, a barra reta em perfil I é curvada de maneira a obter a geometria necessária.

Conforme a cobertura do edifício apresentado na Figura 2, o sistema estrutural adotado é o de arcos. Estes arcos apresentam seus apoios de extremidade rotuladas, como pode-se perceber na ligação entre o arco e o elemento de fundação em concreto armado. É necessário verificar a estabilidade do arco para não ocasionar danos aos materiais que a ele estão ligados rigidamente, como principalmente, as forças transmitidas a estrutura.

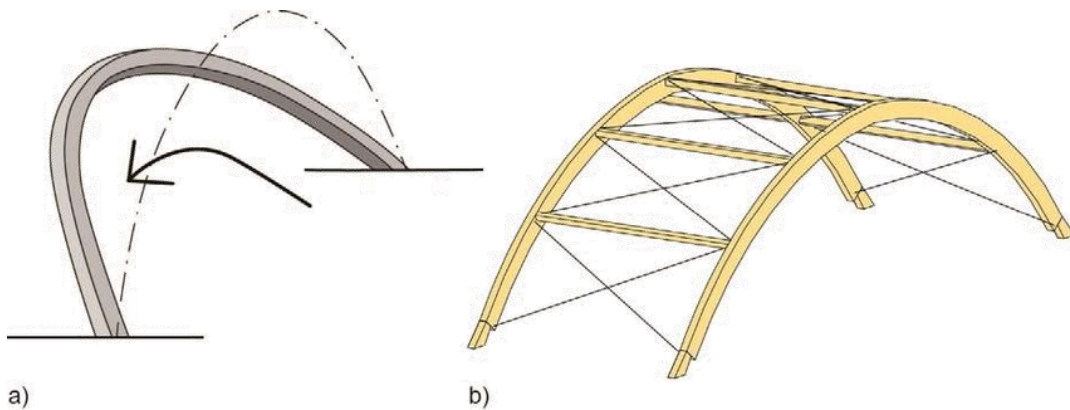
Figura 2 - Exemplo de arco em perfil I



Fonte: https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-813319665-estrutura-metalica-galpo-cobertura-metalica-mezanino-_JM

De acordo com Guo *et al.* (2014), arcos são elementos que apresentam maior estabilidade no plano e, quando submetidos a elevadas ações, apresentam uma tendência em se deformarem fora do plano de carregamento. Essa existência de flexão fora do plano do arco pode levar a estrutura a apresentar restrições elásticas. Pode-se observar na Figura 3(a) um arco apresentando uma flexão fora de seu plano, já na Figura 3(b) é demonstrada uma forma de aumentar a estabilidade da estrutura nesta configuração de perda de estabilidade, sendo o arco travado lateralmente por meio de contraventamentos, geralmente, com o uso de tirantes aplicados entres os nós da estrutura para aumentar a rigidez lateral do arco.

Figura 3 – a) Perda de Estabilidade de arco fora do plano; b) Situação com contraventamento



Fonte: (CROCETTI, 2016, p. 6)

Diante disso, os arcos são averiguados como elementos semelhantes aos pilares, tendo em vista que ambos estão submetidos, preponderantemente, a esforços axiais de compressão, apresentando em seus devidos sistemas infinitesimais, esforços internos análogos.

Segundo Crocetti (2016), as formas estruturais circulares devem estar submetidas a momentos de flexão da menor forma possível, pois deve-se evitar a influência que tais esforços exercem sobre os elementos, mesmo que pequenos, com isso, os arcos devem ser planejados para que sua geometria fique disposta linearmente paralela aos carregamentos de maior intensidade.

Diante da escassez de informações técnicas nacionais sobre a estabilidade de arcos em perfil I, faz-se necessário o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para o cálculo de carga crítica à compressão deste tipo de estrutura. Acrescenta-se ainda ao mesmo, o intuito da usabilidade simplificada de um *software* que auxilie na obtenção de dimensões para essas estruturas em fases preliminares de projetos (pré-dimensionamento).

Uma das soluções possíveis para análise de estabilidade de estruturas é por meio do método dos elementos finitos. Neste método, a estrutura é descrita em um conjunto de elementos, CAD, que irão compor a resposta global do modelo numérico. Contudo, as informações necessárias para análise de estabilidade via elementos finitos estão fora do escopo deste trabalho. No entanto, este tipo de simulação demanda tempo e os resultados são passíveis de validação para fins de aplicação.

Mediante a falta de suporte digital básico para análise de estabilidade de arcos, é necessária uma ferramenta de aplicação simplificada, ou seja, um *software* para análise de estabilidade acessível, básico e intuitivo, no qual poder-se projetar estruturas de arcos em perfis

I para fins preliminares. Além disso, por meio do *software* é possível simular situações variando a geometria do arco e obter curvas de interesse para o seu pré-dimensionamento.

Com isso, o presente trabalho tem por objetivo desenvolver uma interface gráfica que seja aplicada aos cálculos de carga crítica de arcos em perfis I no plano e fora do plano. Também será apresentado o módulo para o cálculo da força transmitida para os travamentos laterais, fornecendo assim, informações importantes sobre a eficiência dos travamentos adotado em projeto.

Será apresentada uma revisão bibliográfica no Capítulo 2, no capítulo que se segue será explicado os materiais e métodos aplicados no estudo. Já nos Capítulos 4 e 5, Exemplo Prático e Análise Paramétrica, respectivamente, irão ser demonstradas análises quantitativas relacionadas à estrutura explicitada em cada um deles isoladamente. Por fim, tem-se no Capítulo 6 as considerações finais e no Capítulo 7, as referências.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo será apresentada a base teórica para o estudo de estabilidade de arcos, onde se verá a componente histórica dos arcos aplicados em ponte, verifica o conceito de flambagem, assim como, se assimilará arcos a pilares, como será demonstrada as expressões matemáticas aplicadas a verificação da estabilidade de arco no plano e fora do mesmo.

2.1. APLICAÇÃO HISTÓRICA

De acordo com Nunes (2009), existem quatro aplicações estruturais, nas quais os arcos também foram aplicados ao longo da história. Essas quatro funções fundamentais são: abrigo, tráfego, condução e contenção. Abrigo está ligado a cobrir, proteger. Tráfego relaciona-se a circulação de pessoas e animais, sejam em estradas, pontes, túneis. Condução diz respeito à condução de líquidos. E a função contenção está ligada a armazenagem, seja em reservatórios, silos ou barragens. Nota-se que nas principais aplicações estruturais os arcos podem se fazer presentes para auxiliar em questões de estrutura e arquitetura.

Historicamente, os arcos surgiram nas primeiras construções desde a Mesopotâmia (4000 a.C.), criados com tijolos de barro secos ao sol. Os romanos foram responsáveis por intensificar o uso de arco, os quais construíram várias pontes utilizando essa forma geométrica. Depois de muito tempo, os arcos aparecem em construções, no século XIV, na Ponte de Vecchio, em Florença na Itália. O processo construtivo das pontes de arco foi aprimorado quando se passou a utilizar o ferro, em 1779, na ponte de Coalbrookdale na Inglaterra, e o aço em 1874, a St. Louis Bridge (SOUZA, 2012).

Em 1867, o engenheiro James Eads foi escolhido por uma empresa americana para construir uma ponte sobre o rio Mississippi, em St. Louis, nos Estados Unidos. Ele propôs a construção de uma ponte de arco feita em aço, como o vão maior que o permitido na lei do país na época. Eads foi tido como inseguro no seu projeto, então seu plano foi rejeitado pela Keystone Bridge Company, uma empresa rival que também desafiou o projeto. No fim, depois de grandes impasses relacionados ao projeto de Eads, foi convocada uma convenção de engenheiros. Ao final, as duas empresas rivais se fundiram para executar o que Eads propôs. Foi então construída a ponte em aço com vãos de aproximadamente 150 metros, Figura 4, alterando a legislação (GRIGGS JR., 2011).

Figura 4 – Construção da ponte sobre o Rio Mississipe (Eads Bridge)

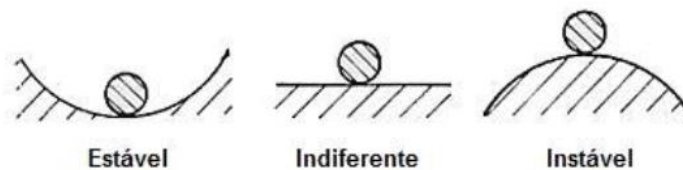


Fonte: https://fr.wikipedia.org/wiki/Le_Pont_sur_le_Mississippi

2.2. ESTABILIDADE

No campo de estudos estruturais, a análise de “estabilidade” se refere ao fato da estrutura sair de sua posição de equilíbrio estável. Uma estrutura sai de seu estado de equilíbrio quando existem perturbações externas arbitrárias aplicadas na mesma. O equilíbrio pode ser assim classificado como “estável” e “instável”, a depender do seu estado após as perturbações, ou seja, se irá volta ao estado inicial. Para melhor compreender o que é estabilidade, observa-se a Figura 5, onde é notória a ideia clássica de como uma estrutura tem comportamento estável, instável e indiferente.

Figura 5 - Estabilidade

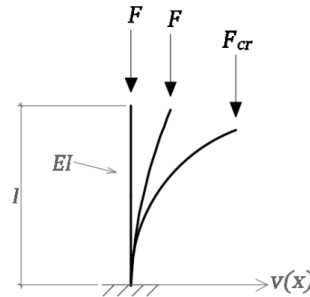


Fonte: Alves (2015, p. 26)

Além disso, elementos estruturais submetidos à aplicação de cargas axiais de compressão, como pilares esbeltos, ou seja, peças onde a área da seção transversal é pequena em relação ao seu comprimento, podem apresentar deformações ou oscilações laterais quando submetidos a elevadas cargas, sendo esta a situação instável de equilíbrio, surgindo o fenômeno da flambagem (HIBBELER, 2009).

Como pode-se observa a Figura 6, a carga crítica F_{cr} é o valor da carga F que provoca o fenômeno da mudança do estado de equilíbrio estável para o instável, fazendo com que o pilar se deforme.

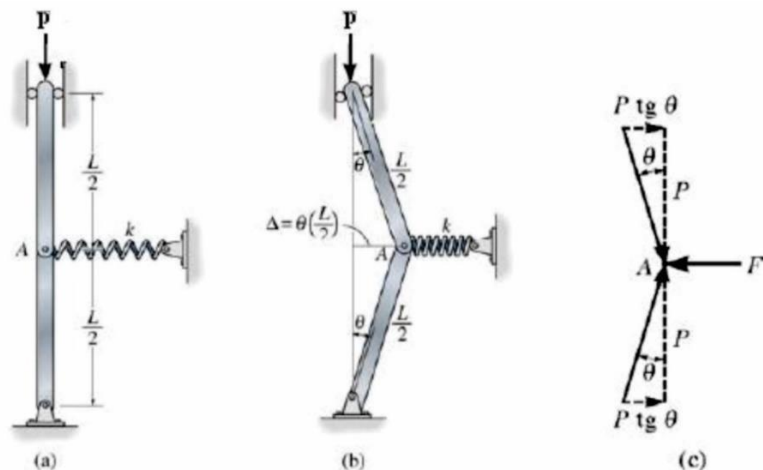
Figura 6 - Flambagem da barra



Fonte: Mascia (2017, p. 5)

Como pode se observa na Figura 7(a), tem-se a análise de estabilidade de duas barras unidas por um pino, o mesmo também está ligado a uma mola, de rigidez k , disposta horizontalmente, e uma força P é aplicada axialmente no topo da barra. Na Figura 7(b) a força P perturba o equilíbrio do conjunto e a disposição das forças pode ser observada no diagrama de corpo-livre na Figura 7(c). A mola aplica uma reação de recuperação ao estado inicial, uma força $F = k\Delta$. Fazendo o equilíbrio do nó A, considerando a componente horizontal do esforço axial de compressão na barra $P_x = P \operatorname{tg} \theta$, visto que o ângulo θ é pequeno, tem-se $\Delta \approx \theta \left(\frac{L}{2}\right)$ e $\operatorname{tg} \theta \approx \theta$, assim as forças obtidas são: $F = k\theta \left(\frac{L}{2}\right)$ e $2P_x = 2P\theta$.

Figura 7 - Deslocamento e resultantes em A



Fonte: Modificado do Hibbeler (2009, p. 478)

De acordo com o Hibbeler (2009), se a força restauradora for maior que a perturbadora, tem-se o equilíbrio estável, como mostrado na Eq. (1)

$$P < \frac{kL}{4} \quad (1)$$

já se a força restauradora for menor que a perturbadora, como apresentado na Eq. (2), haverá um equilíbrio instável:

$$P > \frac{kL}{4} \quad (2)$$

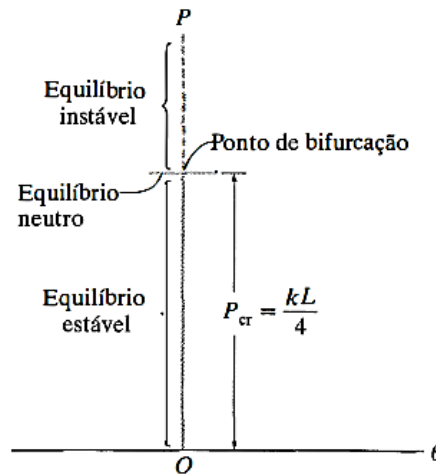
ou seja, a força fará com que o ponto A não volte ao seu estado original, assim sendo, saindo de seu estado de estabilidade. Contudo, se obtém um valor intermediário para a carga, na qual se chega a um equilíbrio neutro, logo, tem-se a Eq. (3)

$$P = \frac{kL}{4} \quad (3)$$

onde $P = P_{cr}$.

Quando submetida à perturbação, tenderá a não volta ao estado inicial, as barras permaneceram num estado deformado. Pode-se observar o ponto de bifurcação na Figura 8, o ponto P_{cr} onde o mecanismo está em iminência de sofrer flambagem.

Figura 8 – Níveis de equilíbrio



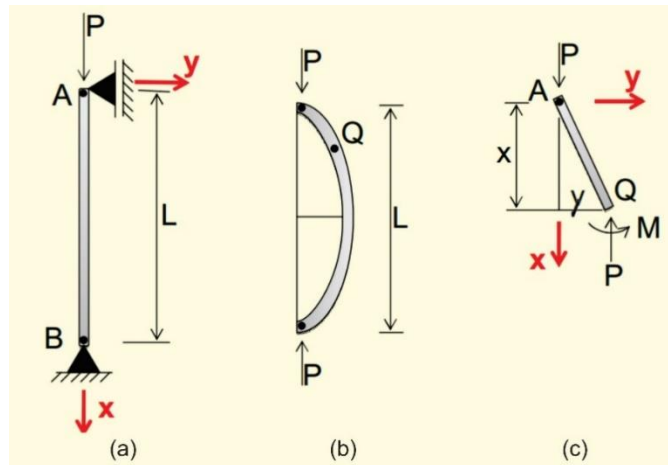
Fonte: Hibbeler (2009, p. 478)

2.3. FÓRMULA DE EULER

No intuito de averiguar a flambagem em pilares, adota-se um pilar ideal, o qual sob efeitos de primeira ordem está submetido a força axial de compressão aplicada no centroide da seção transversal, e constituída por material que atenda a lei de Hooke.

Tem-se a intenção de obter a força axial crítica na qual o pilar está sob efeito de segunda ordem e pode suportar até que venha a flambar. Para tal análise, deve-se observar todos os efeitos que podem contribuir para que o pilar permaneça estável, como pode ser verificado na Figura 9(a), e efeitos que podem provocar a flambagem, como Figura 9(b), quando o pilar tem comportamento instável.

Figura 9 - Análise de flambagem



Fonte: <http://www.gdace.uem.br/romel/MDidatico/MecanicaSolidosII/Capitulo5-FlambagememColunas.pdf>

Chamando de x a distância do ponto A da coluna até um dado ponto Q posicionado na linha neutra, e de y a deflexão desse ponto, como ilustrado na Figura 9(c) e, com isso, conclui-se que o momento fletor em Q é $M = -Py$.

Tem-se a Eq. (4), a equação diferencial da linha neutra,

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M \quad (4)$$

onde E é módulo de elasticidade e I o momento de inércia.

Substituindo a equação do momento na Eq. (4), tem-se a Eq. (5):

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -Py \quad (5)$$

Cria-se uma constante para simplificar os cálculos, com isso, obtém-se a Eq. (6)

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{EI}y &= 0 \therefore k^2 = \frac{P}{EI} \\ \frac{d^2y}{dx^2} + k^2y &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Nota-se que Eq. (6) é uma equação diferencial homogênea de segunda ordem, é necessário aplicar alguns parâmetros de resolução de equações diferenciais para se obter o

resultado. Observamos que a equação é do tipo homogênea, tem que ser igual a zero e é de segunda ordem, y'' . Logo observa que é do tipo da Eq. (7),

$$y'' + ay' + by = 0 \quad (7)$$

Agora, na equação característica, Eq. (9), verifica o sinal do discriminante, Eq. (10), por conseguinte, se chega a uma constante menor que 0, ou seja, a uma raiz complexa conjugada, da Eq. (8) obtém $a = 0$ e $b = k^2$,

$$y'' + k^2y = 0 \quad (8)$$

$$\lambda^2 + a\lambda + b = 0 \quad (9)$$

$$a^2 - 4b = 0 - 4(k^2) = -4k^2 < 0 \quad (10)$$

Para raízes do tipo complexa deve-se calcular o parâmetro ω , como pode se observar na Eq. (11):

$$\omega = \sqrt{b - \frac{a^2}{4}} \quad (11)$$

A solução geral para EDO (Equação Diferencial Ordinária) complexa tem a forma da Eq. (12),

$$y(x) = [A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x)]e^{\frac{-a}{2}x} \quad (12)$$

A partir das equações analisadas, calcula-se o ω , Eq. (14), obtida com dados da diferencial estudada, Eq (8), e a equação característica correspondente, Eq. (13). Da Eq. (8) obtém $a = 0$ e $b = k^2$, com isso, tem-se ω na Eq. (15), a solução geral.

$$\lambda^2 + 0\lambda + k^2 = 0 \quad (13)$$

$$\omega = \sqrt{k^2 - \frac{0}{4}} = \sqrt{k^2} = k \quad (14)$$

$$y(x) = [A \cos(kx) + B \sin(kx)] \quad (15)$$

Agora aplica-se as condições de contorno para obter os valores das constantes presentes na solução geral da equação diferencial, Eq. (15). A primeira é $y(x = 0) = 0$, aplicando na Eq. (15) obtém a Eq. (16), constatando-se $A = 0$.

$$y(x = 0) = [A \cos(k0) + B \sin(k0)] = 0 \quad (16)$$

$$y(x = L) = B \sin(kL) = 0 \quad (17)$$

A segunda é $y(x = L) = 0$, logo, chega-se a Eq. (17) que a partir da solução se pode atender a $B = 0$, assim o pilar não sofrerá flambagem, por isso, adota-se $\sin(kL) = 0$, logo, tem-se a Eq. (18)

$$kL = n\pi \therefore k^2 = \frac{P}{EI} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

$$\sqrt{\frac{P}{EI}} L = n\pi \quad (18)$$

O n é uma constante que pode ser qualquer número natural, pois, independentemente do valor atribuído a n , satisfará a condição de $\text{sen}(kL) = 0$. Isolando a carga P , obtém-se a Eq. (19),

$$P = \frac{n^2 \pi^2 E I}{L^2} \quad (19)$$

O menor n que se pode atribuir é 1, pois, é o primeiro valor de instabilidade a se obter, por conseguinte, obtém a tensão crítica, Eq. (20).

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{L^2} \quad (20)$$

Não podendo atribuir valores numéricos a B , a Eq. (21) não tem solução, pois atribuir valor a B é para resoluções muito específicas, por isso não dá-lo como solução geral.

$$y(x) = B \text{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L \right) \quad (21)$$

A partir da Eq. (20), substitui o raio de giro r e a esbeltez λ , chegando-se a tensão crítica σ_{cr} na Eq. (22)

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{L^2} \therefore r = \sqrt{\frac{I}{A}} \Rightarrow I = r^2 A$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E r^2 A}{L^2} \therefore \sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E r^2}{L^2} \therefore \lambda = \frac{L}{r}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2}$$

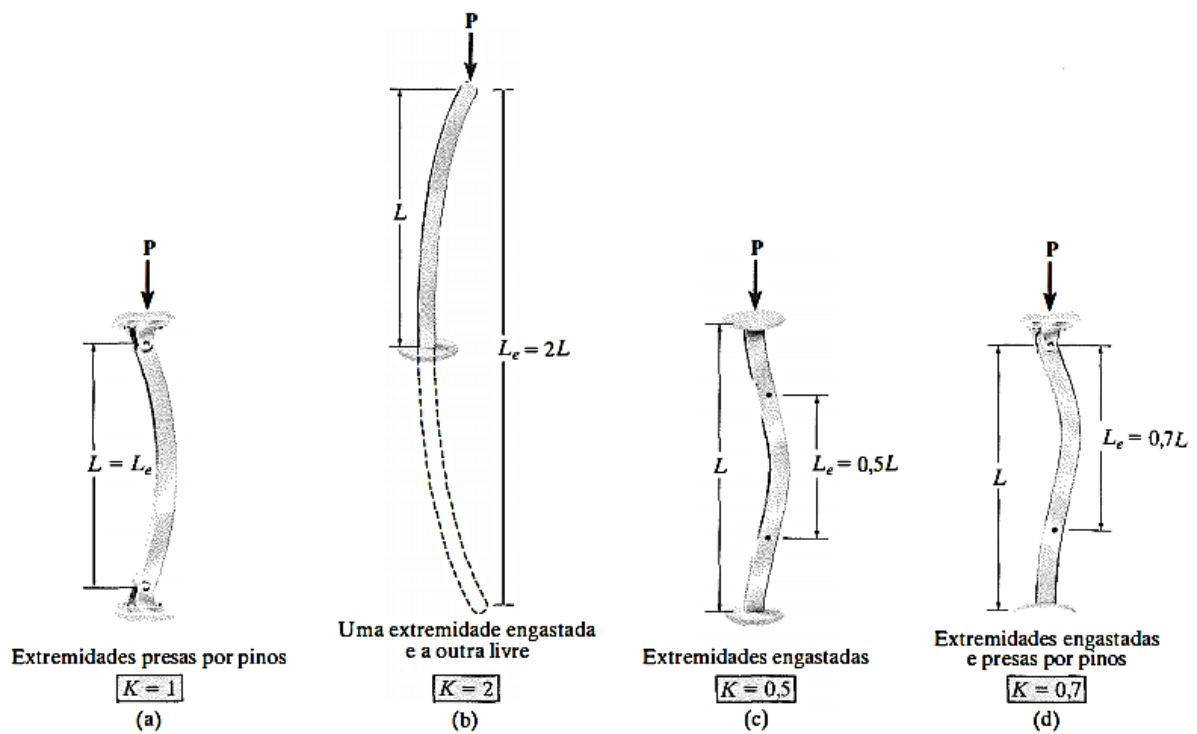
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (22)$$

Por fim, deve-se analisar os cálculos obtidos dado o comprimento efetivo, ou seja, $L_e = KL$, de cada estrutura em particular, assim, obtém as Eq. (23) e Eq. (24), a tensão crítica em função do comprimento efetivo e a tensão crítica da esbeltez efetiva. Os valores multiplicativos dos comprimentos podem ser analisados na Figura 10.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{(KL)^2} \quad (23)$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(K\lambda)^2} \quad (24)$$

Figura 10 - Comprimento efetivo



Fonte: Hibbeler (2009, p. 484)

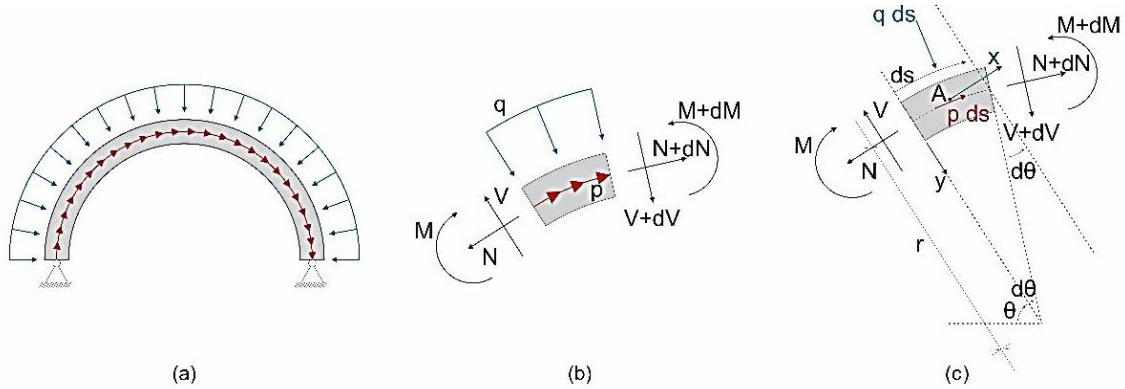
Como pode ser observado na Figura 10, o valor da constante de comprimento efetivo está ligada à qual o tipo de apoio aplicado em cada estrutura, podendo ser birrotulada, engastada em uma extremidade e outra livre, biengastada e pode ser aplicada também, um apoio rotulado e o outro sendo um engaste, como pode ser verificado na Figura 10(a), (b), (c) e (d), respectivamente.

2.4. FOÇAS INTERNAS NOS ARCOS

Nesta seção, serão apresentados os esforços internos em arcos com carregamento do tipo uniformemente distribuído de forma radial, como ilustrado na Figura 11(a). Esse tipo de

carregamento pode surgir quando a ação do vento envolve uma cobertura. Nesta situação, cada infinitésimo do arco possui força perpendicular ao seu eixo (radial).

Figura 11 - Forças internas em arcos submetidos a forças axiais



Fonte: Elaborado pelos autores

Como pode ser verificado na Figura 11(b), é adotado o referencial x, tangente ao eixo geométrico da barra naquela seção, para definição das forças internas do arco: momento fletor, força cortante e força normal.

De acordo com Soriano (2014), pode-se chegar ao momento fletor, a força cortante e normal da barra curva verificando as forças existentes em um trecho infinitesimal, mostrado na Figura 11(c). O momento fletor pode ser escrito a partir da aplicação da equação de equilíbrio no ponto A, obtém-se a Eq. (25) da seguinte forma:

$$M + V \frac{ds}{2} - (M + dM) + (V + dV) \frac{ds}{2} = 0 \quad (25)$$

Sem considerar produtos de infinitésimos e como ($ds = r d\theta$), tem-se a Eq. (26):

$$\frac{1}{r} \frac{dM}{d\theta} = V \quad (26)$$

De modo análogo calcula-se a cortante e normal na barra, logo, chega-se a Eq. (27) e Eq. (28),

$$-N + (N + dN) \cos d\theta - (V + dV) \sin d\theta + p ds \cos \left(\frac{d\theta}{2} \right) - q ds \sin \left(\frac{d\theta}{2} \right) = 0 \quad (27)$$

$$-V + (V + dV) \cos d\theta - (N + dN) \sin d\theta + q ds \cos \left(\frac{d\theta}{2} \right) - p ds \sin \left(\frac{d\theta}{2} \right) = 0 \quad (28)$$

aplicando as aproximações de ($\sin d\theta = d\theta$) e ($\cos d\theta = 1$), como ($ds = r d\theta$) e desconsiderando os produtos infinitésimos, tem-se a Eq. (29) e Eq. (30):

$$V = \frac{dN}{d\theta} + p r \quad (29)$$

$$N = -\frac{dV}{d\theta} - q r \quad (30)$$

2.5. MÉTODO ANALÍTICO

De acordo com Guo *et al.* (2015) arcos quando submetidos a forças no seu plano tendem a se deformarem lateralmente. Com isso, restrições laterais aplicadas a essas estruturas melhora o seu comportamento, sabendo-se que esse controle lateral deve ter um comportamento elástico.

Estudos sobre esse comportamento do arco ainda são muitos escassos, assim, Guo *et al.* (2015) desenvolveram um estudo analítico sobre a tendência de flambagem fora do plano de arcos de aço, assim como também os esforços que eles provocam nos possíveis travamentos elástico-laterais.

O método verificado pelos autores mostra que com apenas um travamento o arco tende a apresentar um deslocamento no ponto travado, além da flambagem que ocorre na estrutura, sendo esta equiparada a harmônicos simples. Por conseguinte, foi adotado um único termo da série de Fourier para alcançar a solução para a flexão do arco, e esse demonstrou-se preciso.

De forma análoga aos resultados encontrados para um travamento foram definidas fórmulas para m-travamentos laterais. As conclusões foram advindas a averiguação de métodos energéticos, e os que foram analisados foram: energia de deformação, incluindo flexão lateral, torção uniforme e deformação de deformação; energia causa pelas cargas normais sobre deformações não-lineares; e energia de deformação das braçadeiras dos travamentos laterais.

Guo *et al.* (2015) chegaram às expressões matemáticas expressar na Eq. (31), (32), (33), (34), (35):

$$a = \frac{\theta}{(m+1)\pi} \quad (31)$$

$$b = \frac{\pi r_o (m+1)}{S} \sqrt{\frac{N_z}{N_y}} \quad (32)$$

$$N_y = \frac{\pi^2 (m+1)^2 E_s I_y}{S^2} \quad (33)$$

$$N_z = \frac{1}{r_o^2} \left[G_s J + \frac{\pi^2 (m+1)^2 E_s C_w}{S^2} \right] \quad (34)$$

$$N_{cr} = \frac{N_z}{2} \left[\left(1 + \frac{a^2}{b^2} \right) + (1 - a^2)^2 \left(\frac{N_y}{N_z} \right) - \sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{b^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{a^2}{b^2} - 1 \right) (1 - a^2)^2 \left(\frac{N_y}{N_z} \right) + (1 - a^2)^4 \left(\frac{N_y}{N_z} \right)^2} \right] \quad (35)$$

em que a e b são cargas são parâmetros matemáticos; N_y é carga de deformação por flambagem; N_z é a carga de deformação por torção; e N_{cr} é a carga em que a estrutura irá tender a flambar lateralmente. Todos os parâmetros são para m-travamentos.

A rigidez dos travamentos laterais elástico é descrita de acordo com a Eq. (36):

$$K_{ath} = 2 \left(\frac{r_0^2}{R^2} + 1 - \frac{G_s J}{N_{cr} R^2} \right) \left[\cos \left(\frac{\pi}{m+1} \right) + 1 \right] \left[\frac{N_{cr} (m+1)}{S} \right] \quad (36)$$

A clássica carga axial crítica de flambagem no plano do arco é expressa na Eq. (37).

$$N_{cr,in} = \frac{E_s I_x}{R^2} \left(\frac{4 \pi^2 R^2}{S^2} - 1 \right) \quad (37)$$

Para as expressões matemáticas dispostas acima, tem-se que:

θ – ângulo do arco (em graus);

S – comprimento do arco (cm);

R – raio do arco (cm);

I_y - momento de inércia no eixo y (cm⁴);

I_x - momento de inércia no eixo x (cm⁴);

E_s - módulo de Young (kN/cm²);

G_s - módulo de cisalhamento (kN/cm²);

J - constante de torção (cm⁴);

r_0 - raio de giro polar (cm);

C_w – constante de empenamento (cm⁶).

Para se obter o raio de giro polar são necessários os raios de giro nos eixos x e y, respectivamente, como nas Eqs. (38):

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad \text{E} \quad r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad (38)$$

em que A é a área da seção transversal e o raio de giro polar é descrito na Eq. (39):

$$r_0 = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} \quad (39)$$

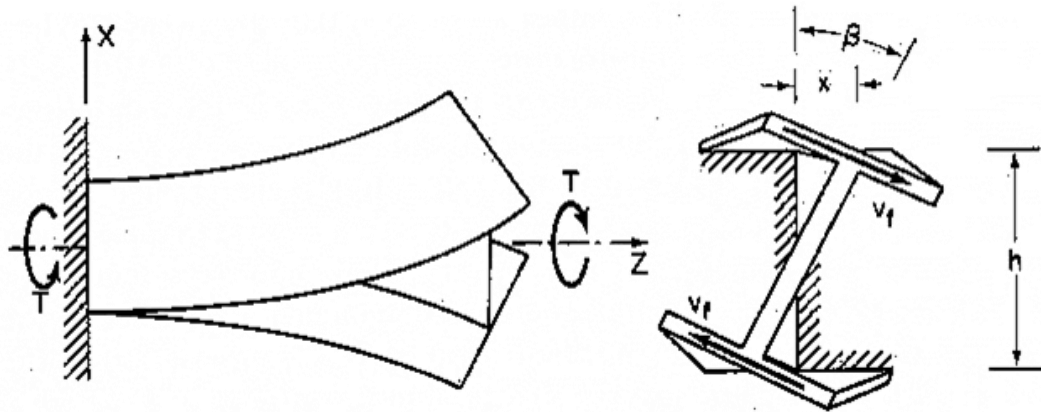
E a constante de empenamento é calculada de acordo com a Eq (40):

$$C_w = \frac{h_0^2 I_y}{4} \quad (40)$$

em que h_0 é o comprimento da metade da espessura da mesa superior até a metade da espessura da mesa inferior, para mesas de mesma espessura, h_0 pode-se ser expresso como sendo o comprimento da alma somada a espessura de uma mesa.

Uma barra apresenta distorção de forma quando está em um estado de cisalhamento puro, caracterizando uma torção uniforme na seção transversal (SILVA, PIERIN e SILVA, 2014). Essa deformação uniforme ocorre quando não há impedimento ao empenamento, como é apresentado na Figura 12, onde uma viga está submetida à torção, vetor curvo na vista longitudinal, o que ocasiona um empenamento na seção.,

Figura 12 - Empenamento de seção I



Fonte: Mori e Munaiar Neto (2009).

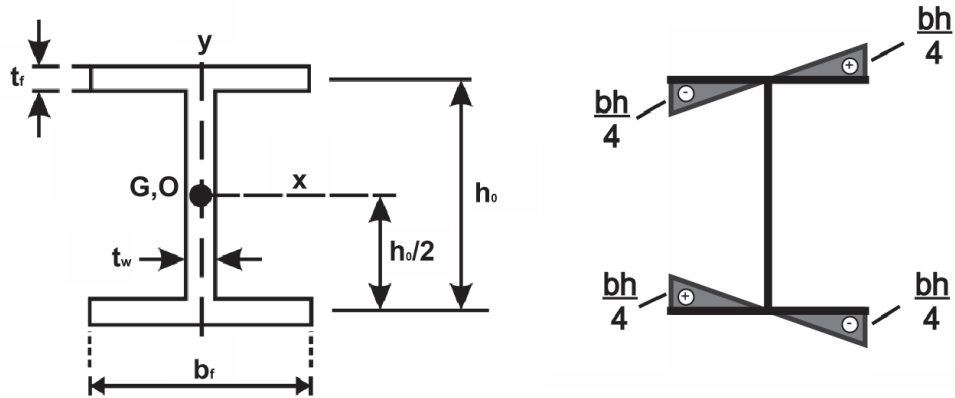
A rotação da seção transversal, em torno do centro de torção Z, conforme esquematiza a Figura 12, é denominado “empenamento da seção”, onde o eixo x rotaciona em um ângulo β , ocasionando a deformação do conjunto em seu eixo longitudinal (MORI e MUNAIAR NETO, 2009). Vale citar que barras com seções circulares fechadas, maciças ou vazadas, não sofrem empenamento na torção.

A constante de empenamento de uma seção aberta é dada pela Eq. (41):

$$C_w = \int_A \omega^2 dA \quad (41)$$

Onde ω é a área setorial da seção, calculada para cada um dos elementos que compõem a seção aberta. Esta área setorial é uma propriedade da seção e para o perfil I é apresentada na Figura 13.

Figura 13 - Área setorial da seção para cálculo da constante de empenamento



Fonte: Elaborado pelos autores

Para o perfil I, a constante de empenamento (C_w) é expressa na Eq. (42), e é obtida da seguinte forma:

$$C_w = \int_A \omega^2 dA = \int_s \omega^2 t ds = t_f \int_s \omega^2 ds = 4t_f \left[\frac{1}{3} \frac{b_f}{2} \left(\frac{b_f h_o}{4} \right)^2 \right]$$

$$C_w = \frac{b_f^3 h_o^2 t_f}{24} = \frac{I_y h_o^2}{4} \quad (42)$$

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Foi utilizado o MATLAB (*MATrix LABoratory*) para desenvolver uma interface gráfica para a obtenção de dados relacionados a resistência de arcos em perfil I fornecidos pelo usuário. O *software* foi disponibilizado pela UFERSA.

O MATLAB é um poderoso software que pode efetuar cálculos das formas mais simples até cálculos mais complexos. A sua linguagem de programação de alto nível é uma facilidade para familiarização e desenvolvimento de projetos. É a interligação de programação lógica, cálculos e a possibilidade de criação de interfaces gráficas.

No ambiente (GUIDE – *Graphical User Interface Development Environment*) do programa, foi desenvolvida a interface gráfica do aplicativo aqui tratado. Essa aplicação do *software* possibilita que seja criada uma interface de forma rápida e fácil. A interface desenvolvida foi dividida em quatro partes: escolha do aço aplicado a estrutura; qual o perfil a ser adotado; as dimensões relacionadas ao arco, ou seja, comprimento do vão e o raio do arco; e a quantidade de travamentos laterais aplicados a estrutura.

A janela da interface gráfica mostrada na Figura 14, foi desenvolvida com o intuito de obter valores de forma simples e prática, e que seja aplicada como ferramenta de projeto para suprir a falta de *software* direcionadas a esse aspecto, sabendo-se que há pouco estudo na área, e projetos com interesse de resultados sobre estabilidade lateral de arcos são desenvolvidos em programas de elementos finitos.

Figura 14 - Janela da interface gráfica

Fonte: Elaborado pelos autores

A primeira parte é a seleção do tipo de aço, no qual estão dipostos para serem definidos os tipos. Para a seleção então demonstradas nas Figura 15 e Figura 16, quando definido o aço e os tipos dipostos no “menu”, respectivamente. Esses tipos de aço estão na Tabela 1, retirada do Bellei, Pinho e Pinho (2008, p. 45).

Tabela 1 - Características e propriedades dos aços

Denominação	Características	Propriedades mecânicas mínimas			
		Limite de escoamento f_y		Limite de ruptura f_u	
		tf/cm ²	kN/cm ²	tf/cm ²	kN/cm ²
ASTM A36/ MR 250	Aço-carbono estrutural comum	2,5	25	4,0	40
ASTM A36/ MDC0S CIVIL	Aço-carbono média resistência	3,0	30	4,0	40
ASTM A570 G33	Aço-carbono laminado a quente para perfis dobrados a frio	2,3	23	3,6	35
ASTM A572 G50-1/ G35	Aço de baixa liga e alta resistência mecânica	3,5	34,5	4,5	45
ASTM A709 G36	Aço de baixa liga e alta resistência à corrosão atmosférica	2,5	25	4,0	40
ASTM A709 G50, USISAC-300, COSARCOR 300 e CSN COR-420	Aço de baixa liga e alta resistência à corrosão atmosférica	3,0	30	4,0	40
		3,0	30	4,2	42
ASTM A588, USI SAC-350, COSARCOR 350	Aço de baixa liga, alta resistência mecânica e à corrosão atmosférica	3,5	34,5	4,9	49
ASTM A709G70, USI SAC-490	Aço de baixa liga, alta resistência mecânica e à corrosão atmosférica	4,9	49	5,8	58

Fonte: Modificado de Bellei, Pinho e Pinho (2008, p. 45)

Figura 15 - Repartição "Tipo de aço" da janela gráfica

Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 16 - Tipos de aço

Fonte: Elaborado pelos autores

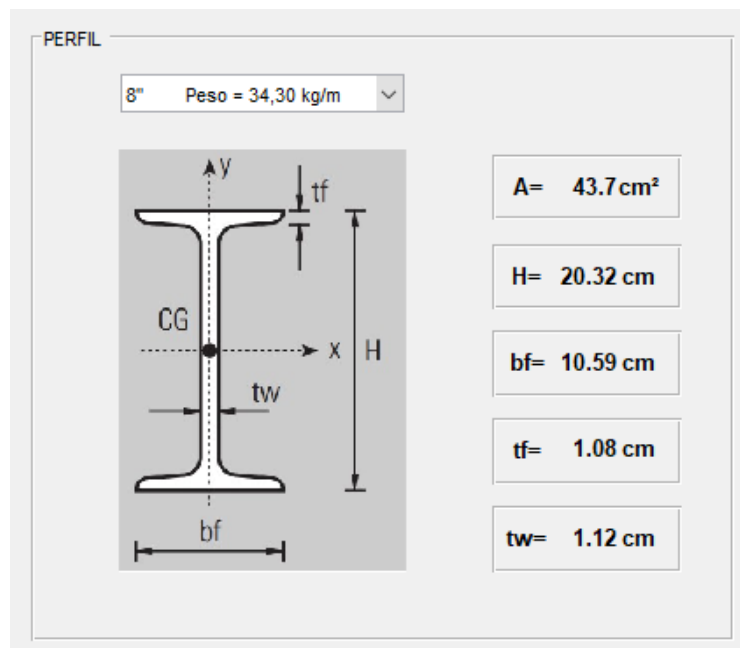
A sequência adotada para determinar os parâmetros do arco não tem necessariamente uma ordem necessária. Portanto adotou-se uma ordem aleatória para a determinação dos dados. Estabelecendo o perfil, na Figura 17 tem-se uma “aba de seleção” para este parâmetro idêntica à vista anteriormente. Todos os dados relacionados ao perfil estão na Tabela 2.

Tabela 2 - Dados dos perfis I

	H	P	A	b_f	t_f	t_w	EIXO X-X			EIXO Y-Y			r_t	α
							I	W	r	I	W	r		
pol	Cm	Kg/m	Cm ²	Cm	Cm	Cm	cm ⁴	Cm ³	Cm	cm ⁴	Cm ³	Cm	Cm	-
3"	7,62	8,45	10,80	5,92	0,66	0,432	105,1	27,6	3,12	18,9	6,41	1,33	1,45	433
		11,20	14,20	6,37	0,66	0,886	121,8	32,0	2,93	24,4	7,67	1,31	1,50	466
4"	10,16	11,40	14,50	6,76	0,74	0,483	252,0	49,7	4,17	31,7	9,40	1,48	1,63	418
		14,10	18,00	7,10	0,74	0,828	0,283	55,6	3,96	37,6	10,60	1,45	1,65	439
5"	12,70	14,80	18,80	7,62	0,83	0,533	511,0	80,4	5,21	50,2	13,20	1,63	1,83	420
		22,00	28,00	8,34	0,83	1,255	634,0	99,8	4,76	69,1	16,60	1,57	1,88	461
6"	15,24	18,50	23,60	8,46	0,92	0,584	919,0	120,6	6,24	75,7	17,90	1,79	2,00	426
		25,70	32,70	9,06	0,92	1,181	1095,0	143,7	5,79	96,2	21,20	1,72	2,06	456
8"	20,32	27,30	34,80	10,16	1,08	0,686	2400,0	236,0	8,30	155,0	30,50	2,11	2,39	456
		34,30	43,70	10,59	1,08	1,120	2700,0	266,0	7,86	179,0	33,90	2,03	2,41	474
10"	25,40	37,70	48,10	11,83	1,27	0,77	5081	399,8	10,34	287,2	49,16	2,46	-	-
		44,70	56,90	12,18	1,27	1,135	5556	437,8	9,93	316,3	52,44	2,36	-	-

Fonte: Modificado de Pinheiro (2005)

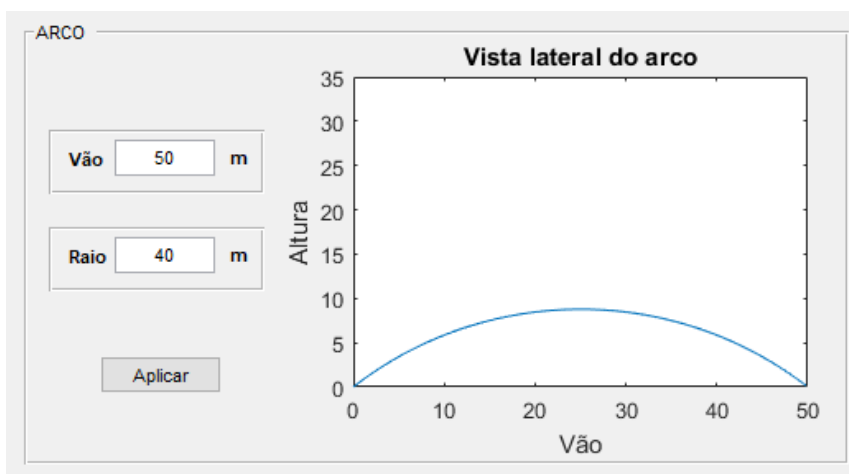
Figura 17 - Repartição "Perfil" da janela gráfica



Fonte: Elaborado pelos autores

A repartição da janela da interface destinada a parâmetros do arco encontra-se disposta na Figura 18. Em seguida, determina o comprimento do vão e raio do arco. A geometria do arco poderá ser visualizada após clicar no botão 'Aplicar'.

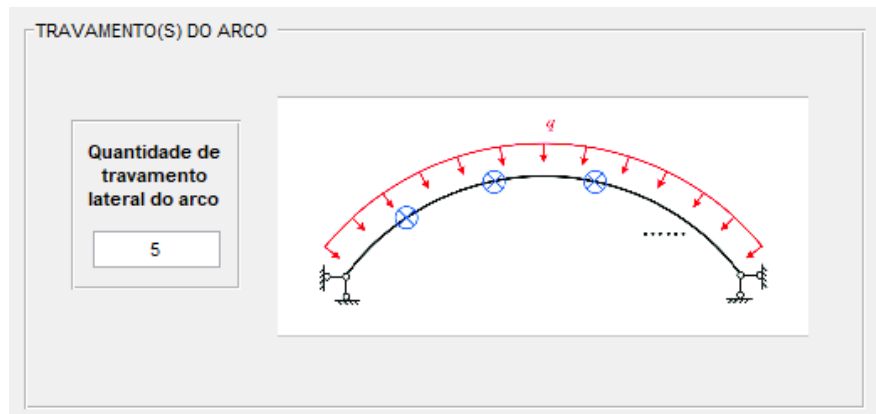
Figura 18 - Repartição "Arco" da janela gráfica



Fonte: Elaborado pelos autores

E para concluir na utilização da interface, determina a quantidade de travamentos laterais em que o arco metálico está submetido. Pode-se verificar na Figura 19 o campo para a implementação do número de travamentos do arco.

Figura 19 - Repartição "Travamento(s) do arco" da janela gráfica



Fonte: Elaborado pelos autores

Após fornecer todos os parâmetros de projeto necessários, por fim terá um arquivo em que são apresentados os dados fornecidos pelo o usuário e os dados de saída do *software*, podendo assim, salvar os resultados obtidos. O modelo desse arquivo está no Anexo I, com dados resultantes de um exemplo de arco a ser apresentado no próximo capítulo.

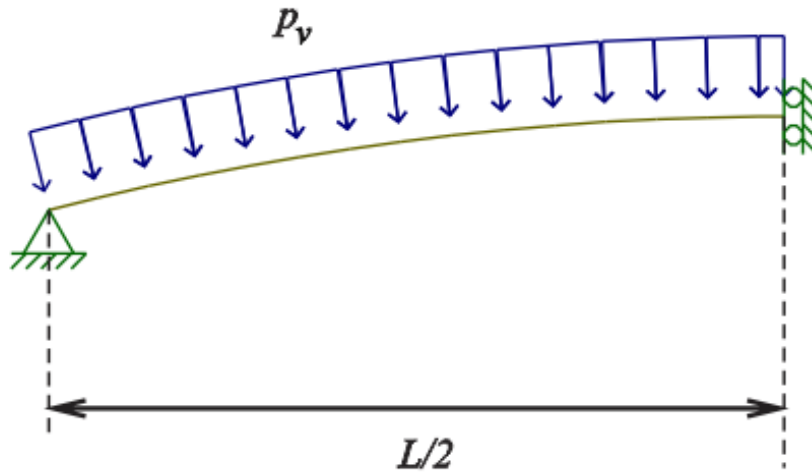
4. EXEMPLO PRÁTICO

Para uma aplicação prática, será feita uma verificação de estabilidade do arco. Foram descritas as expressões matemáticas de Guo *et al.* (2015) em uma versão de teste MATLAB. Foram implementados dados sobre um arco no programa, e os mesmos parâmetros foram aplicados no FTOOL.

A aplicação no *software* FTOOL foi de metade do arco, logo, como é um arco isométrico com forças externas radiais, não influencia nos dados de cargas axiais internas. Será feita uma análise quanto as cargas críticas de compressão obtidas no FTOOL com as cargas críticas de flambagem no MATLAB, verificando a quantidade de travamentos laterais serão necessários para que o arco fique estável.

O arco apresentado é biarticulado e, portanto, é uma vez hiperestático. Para sua solução foi utilizado o *software* FTOOL, dividindo 31 elementos e foi definido o vão do arco com 25 m, o raio 500 com 50 m, assim a flecha do arco tem 1,588 m de altura. Pode-se verificar o arco na Figura 20.

Figura 20 – Arco analisado com simetria e carregamento radial



Fonte: Elaborado pelos autores

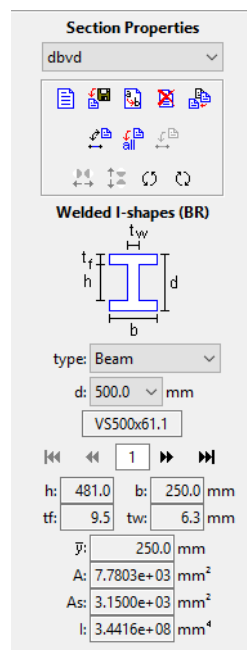
As coordenadas do arco foram calculadas utilizando as Eq. (43) e (44) em função da variável α ($0^\circ < \alpha < \theta$), que representa o ângulo de abertura do arco.

$$x(\alpha) = \frac{L}{2} - R \cos\left(90^\circ - \frac{\theta}{2} + \alpha\right) \quad (43)$$

$$y(\alpha) = R \left[\sin\left(90^\circ - \frac{\theta}{2} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (44)$$

No FTOOL, por conveniência, apenas metade do arco foi simulado, devido a simetria existente. As cargas aplicadas são transversais ao eixo longitudinal do arco com valor de 10kN/m. Foi aplicado o perfil I soldado VS 500 x 61mm. A escolha do perfil foi de forma arbitrária. O perfil está demonstrado na Figura 21.

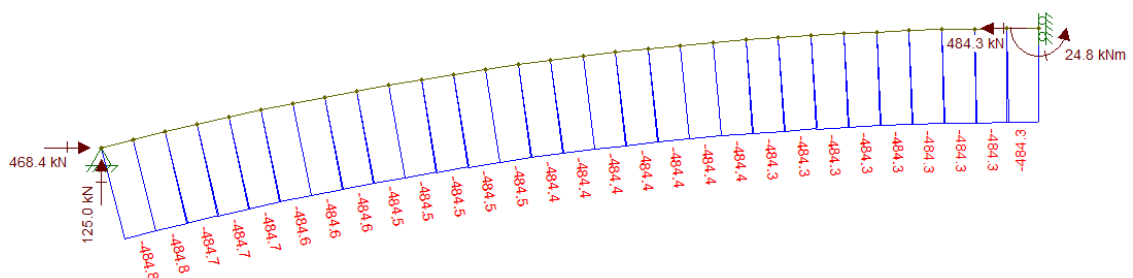
Figura 21 - Perfil I soldado VS 950 x 127mm



Fonte: Elaborado pelos autores

A análise feita no *software* FTOOL sobre as cargas axiais está demonstrada na Figura 22. Como o *software* por padrão apresenta cargas internas de compressão com sinal negativo, nota-se que o arco mostra comportamento semelhante a pilares, pois ambos são estruturas submetidas a compressão.

Figura 22 - Esforços axiais no arco (kN)



Fonte: Elaborado pelos autores

O FTOOL indicou a que o arco está sob uma carga axial de compressão de aproximadamente 485 kN. Já os resultados advindos do MATLAB, estão presentes na Tabela 3. Como a resistência do arco no seu plano não depende dos travamentos laterais, sendo necessário 4334 kN para poder perturba o equilíbrio do arco no seu plano, independente de travamentos.

Tabela 3 - Carga crítica de flambagem

Número de travamentos	Carga crítica de flambagem fora do plano
1	138,4 kN
2	424,8 kN
3	794,5 kN
4	1.140,2 kN

Fonte: Elaborado pelos autores

Em relação aplicação da estrutura no FTOOL e com a carga externa sobreposta ao arco, analisa-se a Tabela 3, onde pode-se notar que para 1 e 2 travamentos a estrutura tenderá a ser instável. Já para 3 ou 4 travamentos, observa-se que a o arco terá um comportamento estável.

Para essa aplicação é ideal a atribuição de 3 pontos de travamento lateral do arco, sendo que para mais pontos a estrutura permanecerá estável, mas seria desnecessário, e dependendo da aplicação de um maior número de travamentos poderia influenciar no peso da estrutura e em quantitativos financeiros.

5. ANÁLISE PARAMÉTRICA

Neste capítulo será realizada uma análise paramétrica com o intuito de avaliar a estabilidade do arco com a variação de alguns parâmetros do arco. Esses parâmetros refletem a geometria do arco (vão, raio), distância entre pontos de travamento lateral e perfis I laminados utilizados (padrão americano com abas inclinadas).

A análise será realizada tomando por base a planta de plano de cobertura apresentada na Figura 23, logo, não implica dizer que esse estudo seja aplicado apenas as dimensões aqui expostas, mas os dados que serão apresentados são para observar o comportamento do arco metálico dadas as variações expostas e explicadas a seguir.

Figura 23 - Planta Baixa



Fonte: Elaborado pelos autores

Foram tomados dados como padrão, visando uma aplicação simples do estudo abordado no presente trabalho. Como mostra a Figura 23, o vão foi determinado com 20 m, o raio foi estabelecido como sendo 15 m, o perfil optado foi um perfil mediano, o de 5" e peso de 22 kg/m, sendo essa estrutura curva submetida a 5 travamentos laterais, tomando em consideração que esses travamentos, terças, são elementos com elasticidade.

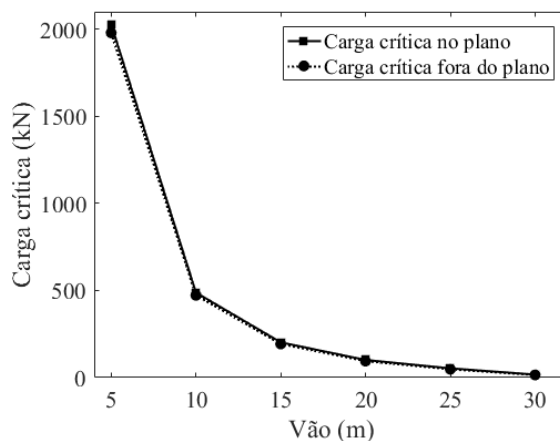
As figuras gráficas expostas nesse capítulo foram criadas no MATLAB (disponibilizado pela UFERSA) em programação fora a desenvolvida na interface, pois, ela retorna valores apenas de um arco por vez. Os dados resultantes dos arcos aplicados nos subtópicos que se segue, foram coletados um por vez para cada ponto de variação exposto nas figuras e guardados em vetores para serem criadas os gráficos.

5.1. VERIFICAÇÃO DO COMPORTAMENTO DA ESTRUTURA CIRCULAR METÁLICA DIANTE DA VARIAÇÃO DO VÃO

Para a avaliação do comportamento do arco com a variação do vão, partiu-se das informações expostas no tópico anterior. As características inseridas nessa análise podem ser observadas na Figura 23, os parâmetros aplicados foram: o vão de 20 m; raio de 15 m; o perfil de 5" e peso de 22 kg/m; estrutura com 5 travamento laterais.

Nessa verificação modificou-se o comprimento do vão do arco, com a finalidade de observa seu comportamento para vãos menores e maiores do que foi posto como referência. Com as tensões fornecidas pela interface desenvolvida nesse trabalho pode-se observa as curvas apresentadas na Figura 24.

Figura 24 - Estabilidade de arco ao variar o vão



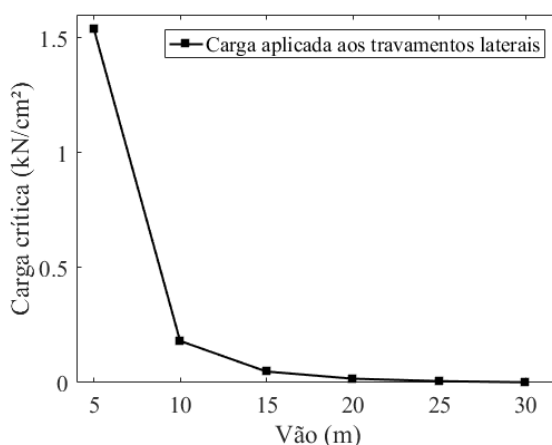
Fonte: Elaborado pelos autores

Observa-se na Figura 24 que as tensões críticas apresentam grande aproximação nos dados, isso implica dizer que o arco aqui considerado apresenta uma tendência a flambagem no seu próprio plano e fora de seu plano quase que iguais, e pode-se afirmar também que, à medida que o vão aumenta a estrutura se apresenta mais instável, ou melhor, ela apresenta um limite para flambagem cada vez menor.

É importante ressaltar que o aço aplicado na estrutura deve ser sempre observado com cuidado, para arcos com vão de até 10 m, apresentam uma tensão crítica de flambagem muito alta, com isso, os aços aplicados (Tabela 1) nos arcos desse estudo apresentam limite de escoamento e ruptura menor que o limite de flambagem da estrutura, por conseguinte, a estrutura pode vir a se romper sem apresentar nenhum tipo de flambagem.

Os dados aplicados no arco explorado, cujo a análise de sua estabilidade em relação a arcos de vãos diferentes apresentados na Figura 24, também são os parâmetros utilizados para se obter a curva descrita na Figura 25, a qual expõe a quantidade de força repassada para os travamentos laterais, as terças.

Figura 25 - Força aplicada nos travamentos ao variar o vão



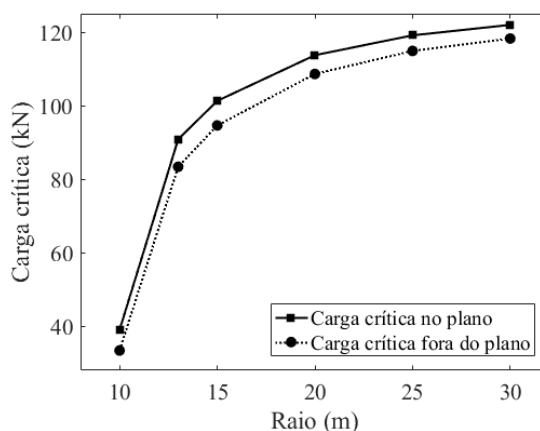
Fonte: Elaborado pelos autores

Observa-se que a medida que o vão do arco aumenta, as cargas críticas de flambagem diminuem e, por conseguinte as forças repassadas para os travamentos também, e como pode se notar no gráfico anterior, essas forças repassadas tendem a serem nulas a medida que o arco analisado apresenta um vão maior.

5.2. ANÁLISE COMPORTAMENTAL DA ESTRUTURA DE ARCO DE AÇO DIANTE DA VARIAÇÃO DO RAIÃO

Agora verifica-se como o arco se comporta ao variar o comprimento do raio e para esse caso, o arco terá os mesmos parâmetros indicados no tópico anterior. Analisará como o arco se comporta ao variar a sua altura (flecha), da menor possível para um vão de 20 m (raio de 10 m) até raio de comprimento maiores, quando têm uma flecha baixa. Os dados adquiridos nesse estudo estão dispostos nas curvas da figura a seguir.

Figura 26 - Estabilidade de arco ao variar o raio



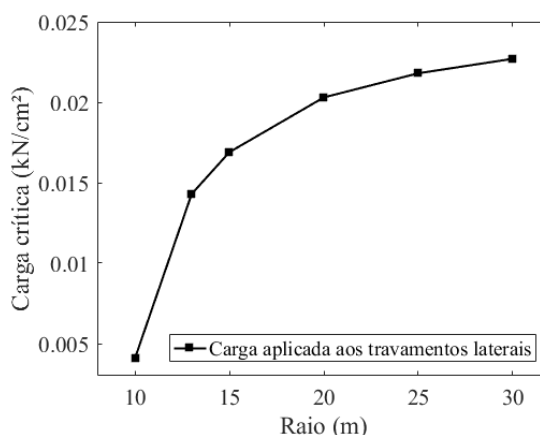
Fonte: Elaborado pelos autores

De acordo com o que se observa na figura abordada, pode-se denotar que a medida que o raio aumenta, o que implica dizer que a flecha do arco diminui, a estrutura apresenta maior estabilidade, sendo suas cargas críticas de flambagem cada vez maiores para o arco analisado.

Observa-se que assim como o comportamento estrutural do arco quando submetido a variação do vão, o arco estudado apresenta as curvas das cargas críticas de flambagem próximas, mas, é perceptível que todas as estruturas analisadas e descritas nos pontos da Figura 26 apresentam uma tendência a se deformarem lateralmente.

Os parâmetros usados para a criação das curvas da Figura 26 foram os mesmos inseridos na GUIDE desenvolvida, assim, com os resultados elaborou-se a Figura 27. Pode-se notar na que na medida que se aumenta o comprimento do raio, o arco transmite forças mais intensas aos seus travamentos laterais.

Figura 27 - Força aplicada nos travamentos ao variar o raio



Fonte: Elaborado pelos autores

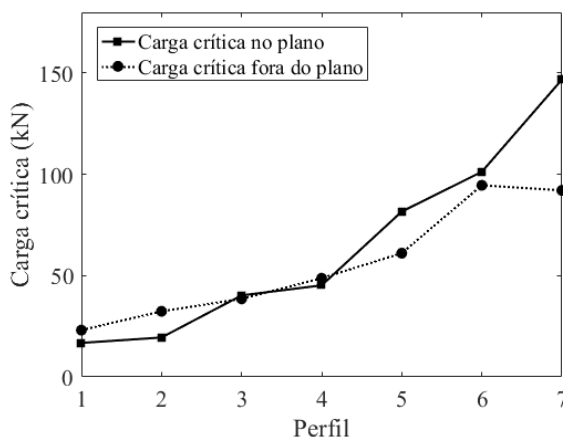
O comportamento do arco “padrão” averiguado mostra na Figura 26 que se aumentar o raio a estrutura ganha estabilidade, pois a carga crítica da deformação no plano e fora dele aumentam, já na Figura 27 esse comportamento apresenta influência de forma negativa, pois se aumentar o raio, mais resistentes terão de ser os travamentos laterais.

5.3. VERIFICAÇÃO DO COMPORTAMENTO DA ESTRUTURA CIRCULAR METÁLICA RELACIONADA À APLICAÇÃO DOS PERFIS

Agora irá se explorar o comportamento dos arcos quando alterados os perfis I. Os perfis aplicados são da forma apresentada na Figura 17, cujo os dados dos perfis aplicados estão na Tabela 2. Os outros dados inseridos na verificação foram os mesmos valores inseridos nas análises anteriores.

De acordo com a lista de perfis laminados, a Figura 28 não exibe curvas suaves devido a forma que os perfis estão listados, de forma crescente quanto ao peso, área e inércias, mas o raio de giro dos perfis não segue uma ordem, e sim são disposto na tabela relacionados as dimensões das almas e mesas de cada perfil. Os dados aplicados na verificação de estabilidade dos arcos no presente estudo foram os da Tabela 2.

Figura 28 - Estabilidade de arco ao variar o perfil



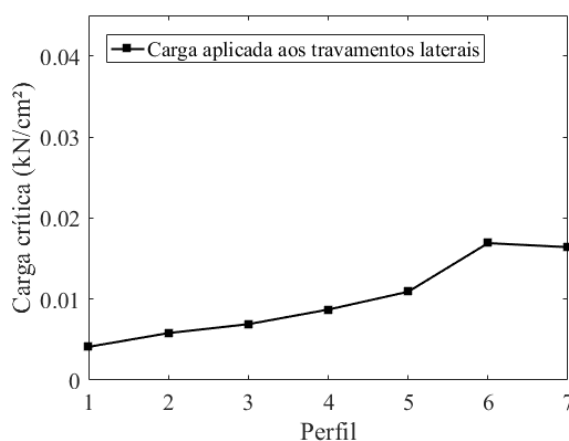
Fonte: Elaborado pelos autores

Pode-se observa na figura anterior que a medida que são atribuídos perfis mais robustos, a estrutura em estudo tende a ser mais resistente. Sua carga de flambagem no plano se eleva muito equiparada a carga crítica de flambagem do arco no seu plano, ou melhor, até o perfil 6 da Tabela 2 as cargas críticas de flambagem demonstradas na Figura 28 são

praticamente as mesmas, mas a partir do perfil 7, as cargas apresentadas na figura mostram que um arco com esse perfil tenderá a apresentar deformações fora do seu plano.

Para se chegar à Figura 29, foram aplicados os mesmos parâmetros usados para criar a Figura 28. Contudo, estão apresentadas as forças transmitidas dos arcos aos seus travamentos laterais. Nota-se que ao se aplicar perfis mais robustos a estrutura tenderá a exigir uma maior resistência dos travamentos.

Figura 29 - Força aplicada nos travamentos ao variar o perfil



Fonte: Elaborado pelos autores

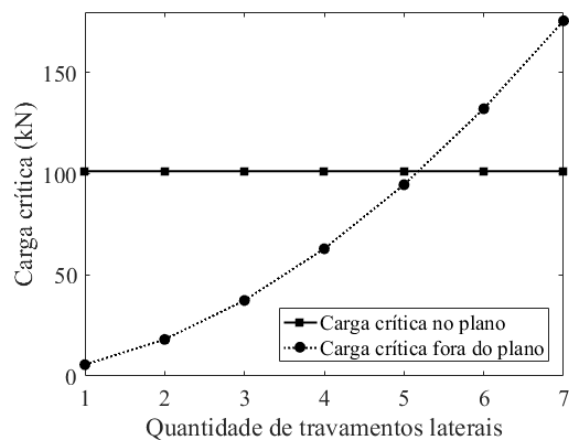
5.4. ESTUDO DO COMPORTAMENTO DA ESTRUTURA DE ARCO METÁLICA MEDIANTE A ALTERAÇÃO DA QUANTIDADE DE TRAVAMENTOS LATERAIS

Para a análise comprobatória da estabilidade do arco analisado no presente tópico, verifica-se a variação da quantidade de travamentos laterais, mantendo os demais dados inseridos na interface os parâmetros “padrões”.

Como pode ser observado na Figura 30, quanto maior a quantidade de travamentos, maior será necessária a carga crítica para que a estrutura apresente flambagem para fora de seu plano. Ainda pode ser afirmado que para o arco estudado, quando submetido a 5 travamentos, tenderá a flambar primeiro fora de seu plano, mas quando passa a ter 6, tenderá a se deforma em seu plano.

Além disso, nota-se que o número de travamentos laterais não terá nenhuma influência na resistência do arco no seu plano, sendo a carga crítica de flambagem no plano do arco uma reta.

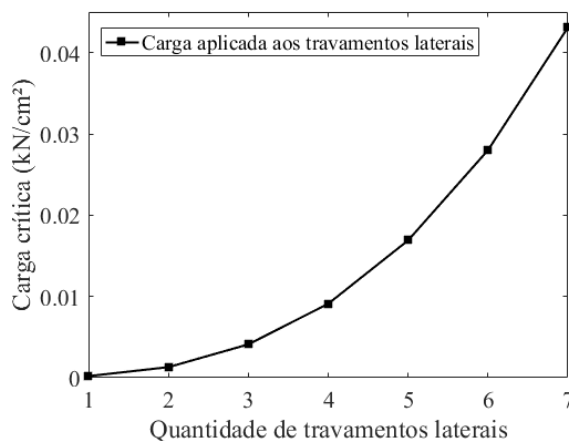
Figura 30 - Estabilidade de arco ao variar o número de travamentos



Fonte: Elaborado pelos autores

Por analogia, ao observar a Figura 31, pode-se concluir que ao se aumentar as travas nas laterais do arco, a estrutura tenderá a transmitir cada vez mais força para seus travamentos, mesmo que essas sejam na ordem de centésimos. Pode-se notar que, quando a estrutura tiver apenas um travamento, repassará uma carga praticamente nula.

Figura 31 - Força aplicada nos travamentos ao variar o número de travamentos



Fonte: Elaborado pelos autores

Nesse sentido, consegue-se verificar que com apenas um travamento lateral no arco em análise, a força que o arco aplica aos seus pontos de travados é quase insistente, logo, o arco tem uma grande facilidade de se deforma lateralmente, pois sua carga crítica de flambagem é pequena.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou dados obtidos a partir da utilização do *software* MATLAB, no qual foi criada uma interface para cálculos de estabilidade de arco e a verificação de flambagem de arcos em perfil I. Conseguiu-se criar com êxito uma interface gráfica simples para ser aplicada na análise do equilíbrio de arcos, sendo essa uma ferramenta de aplicação básica para o auxílio de projetos. A interface possibilita que o projetista guarde os resultados obtidos (Anexo I).

No exemplo prático pode-se observar como poderá se proceder a análise de parâmetros aplicados aos arcos. No exemplo notou-se que o ideal não é ter uma resistência alta, mas, uma aplicação de travamentos ideal levando em consideração a estrutura e custos financeiros.

Averiguou-se o comportamento estrutural de um arco que se assemelhasse há uma aplicação do trabalho, na análise comportamental da estrutura aplicada a um projeto. A estrutura analisada demonstrou-se instável ao aumentar o vão do arco, já quando se aumenta o raio, a estrutura ganha estabilidade, ou melhor, ela tem uma maior resistência a flambar.

Adicionalmente, os principais resultados apontam que a medida que se atribui um perfil mais robusto, a composição do arco de aço tenderá a ter um comportamento estável, sendo necessárias forças mais intensas para perturba o equilíbrio do arco. Contudo, para análise comportamental da estrutura, quando são alterados o número de pontos travados, ou seja, quanto maior a atribuição de travamentos laterais, maior resistência a estrutura metálica apresentará diante da tendência de flambagem lateral.

Vale salientar que o aço aplicado em cada estrutura também apresenta limitações e, essas não podem ser desconsideradas, pois, de acordo com o aço aplicado no arco metálico, a estrutura pode escoar ou romper com cargas inferiores as cargas de flambagem apresentadas nos gráficos dos resultados.

Diante do estudo aqui executado, tem-se que está restrito a perfis I, a análise de estabilidade de arcos ainda é muito restrita, contudo, isso poderá ser sanado em pesquisas posteriores, onde a interface criada será ampliada a casos adversos. Os arcos podem ser estudados com inúmeras seções transversais, podendo ser estruturas com seção simples ou compostas. Mas também podem ser analisados arcos de outros materiais, podendo ser além de aço, madeira e concreto.

Este estudo tem uma aplicação no desenvolvimento de projetos, sendo que *softwares* que se possa obter dados sobre a estabilidade estrutural de arcos são programas que utilizam

elementos finitos para simulação, e estes, geralmente, não são programas disponíveis à sociedade e não apresentam uma obtenção de valores de forma simples como a interface criada.

7. REFERÊNCIAS

- ALVES, V. M. **Estudo sobre a estabilidade de arcos metálicos esbeltos como suporte de membranas**. 2015. 88 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Técnico Lisboa, Lisboa, 2015.
- BELLEI, L. H.; PINHO, F. O.; PINHO, M. O. **Edifícios de múltiplos andares em aço**. 2. ed. São Paulo: Pini, 2008. 538 p.
- CROCETTI, R. STRUTTURE IN LEGNO DI GRANDE LUCE. Alcune considerazioni ingegneristiche sulla progettazione_PARTE 2. **Structural**, [s.l.], n. 206, p.1-16, ago. 2016. De Lettera Editore s.a.s.. <http://dx.doi.org/10.12917/Stru206.16>.
- GRIGGS JR., F. E. Nineteenth-Century Metal Arch Bridges. **Practice Periodical On Structural Design And Construction**, [s.l.], v. 16, n. 4, p.151-169, nov. 2011. American Society of Civil Engineers (ASCE). [http://dx.doi.org/10.1061/\(asce\)sc.1943-5576.0000082](http://dx.doi.org/10.1061/(asce)sc.1943-5576.0000082).
- GUO, Y. *et al.* Out-of-Plane Elastic Buckling of Circular Arches with Elastic End Restraints. **Journal Of Structural Engineering**, [s.l.], v. 140, n. 1, p.040140711-040140719, out. 2014. American Society of Civil Engineers (ASCE). [http://dx.doi.org/10.1061/\(asce\)st.1943-541x.0000987](http://dx.doi.org/10.1061/(asce)st.1943-541x.0000987).
- GUO, Y. *et al.* Threshold Stiffness of Discrete Lateral Bracing for Out-of-Plane Buckling of Steel Arches. **Journal Of Structural Engineering**, [s.l.], v. 141, n. 10, p.040150041-040150047, out. 2015. American Society of Civil Engineers (ASCE). [http://dx.doi.org/10.1061/\(asce\)st.1943-541x.0001236](http://dx.doi.org/10.1061/(asce)st.1943-541x.0001236).
- HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, 2009. 659 p.
- MASCIA, N. T. **Flambagem de barras**. Disponível em: <<http://www.fec.unicamp.br/~nilson/apostilas/flambagemdebarras.pdf>>. Acesso em: 13 mar. 2018.
- MORI, D. D.; MUNAIAR NETO, J. **Flexo torção: Barras de seção aberta e paredes delgadas - Teoria e Exemplos**. São Carlos: EESC - Usp, 2009. 315 p.
- NUNES, P. C. C. **Teoria do Arco de Alvenaria: Uma Perspectiva Histórica**. 2009. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-005A/09,

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 160p.

PINHEIRO, A. C. F. B. **Estruturas Metálicas**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2005. 316 p.

SÁLES, J. J. *et al.* **Sistemas Estruturais**. 2. ed. São Carlos: Campus, 2015. 218 p.

SILVA, E. L.; PIERIN, I.; SILVA, V. P. **Estruturas compostas por perfis formados a frio – Dimensionamento pelo método das larguras efetivas e aplicação conforme ABNT NBR 14762:2010 e ABNT NBR 6355:2012**. Rio de Janeiro: Instituto Aço Brasil / CBCA, 2014.

SORIANO, H. L. **Estática das Estruturas**. 4. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014. 422 p.

SOUSA, G. N. A. C. **Estudo do comportamento estrutural de uma ponte em arco**. 2012. 208 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto - Portugal, 2012.

SOUZA, M. F. S. M.; RODRIGUES, R. B.; MASCIA, N. T. **Sistemas estruturais de edificações e exemplos**. Disponível em: <http://www.fec.unicamp.br/~nilson/apostilas/sistemas_estruturais_grad.pdf>. Acesso em: 05 fev. 2018.

ANEXO I: Arquivo de dados gerados pela interface gráfica

Estabilidade de arco

Dados fornecidos:

A partir dos dados do projeto que foram fornecidos obteve-se tais valores:

- O aço escolhido foi o ASTM A36/ M R 250 com limite de escoamento de 25 kN/cm², e limite de ruptura de 40 kN/cm².
- O perfil I selecionado foi o de 5" e peso de 22 kN/m.
- O vão do arco é 20 m.
- O raio do arco é 15 m.
- O arco terá 5 pontos de travamento lateral.
- O arco terá 381.966 cm de altura.

Valores obtidos:

Mediante as informações fornecidas pode-se obter os resultados:

- A relação altura/vão do arco é 0.19098.
- A tensão crítica para flambagem no plano é 101.2864 kN.
- A tensão crítica para flambagem fora do plano é 94.6101 kN.
- A força aplicada a cada travamento lateral é de 0.016883 kN/cm².