



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO – UFERSA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PROPPG
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT**

WELLINGTON DE ALMEIDA JÁCOME

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICANDO
FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU NA CONTA DE ENERGIA RESIDENCIAL
DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DE UMA ESCOLA ESTADUAL DO RIO
GRANDE DO NORTE.**

MOSSORÓ/RN
2024

WELLINGTON DE ALMEIDA JÁCOME

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICANDO
FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU NA CONTA DE ENERGIA RESIDENCIAL
DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DE UMA ESCOLA ESTADUAL DO RIO
GRANDE DO NORTE.**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT do Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino em Matemática

Orientadora: Prof^a. Dra. Luiza Helena Félix de Andrade.

MOSSORÓ/RN
2024

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

J15m Jácome, Wellington de Almeida .
Modelagem Matemática: uma sequência didática aplicando função polinomial do 1º grau na conta de energia residencial dos alunos do ensino médio de uma escola estadual do rio grande do norte / Wellington de Almeida Jácome. - 2024.
106 f. : il.

Orientadora: Luiza Helena Félix de Andrade.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em Matemática, 2024.

1. Modelagem Matemática. 2. Sequência Didática. 3. Função Polinomial do 1º grau. I. Andrade, Luiza Helena Félix de, orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Biblioteca Campus Mossoró / Setor de Informação e Referência
Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva
CRB: 15/120

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

WELLINGTON DE ALMEIDA JÁCOME

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICANDO
FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU NA CONTA DE ENERGIA RESIDENCIAL
DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DE UMA ESCOLA ESTADUAL DO RIO
GRANDE DO NORTE.**

Dissertação apresentada ao Mestrado
Profissional em Matemática em Rede Nacional-
PROFMAT do Programa de Pós-Graduação em
Matemática da Universidade Federal Rural do
Semi-Árido como requisito para obtenção do
título de Mestre em Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino em Matemática

Defendido em: 23/08/2024.

BANCA EXAMINADORA



Documento assinado digitalmente

LUIZA HELENA FELIX DE ANDRADE

Data: 29/10/2024 10:39:37-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Luiza Helena Félix de Andrade, Prof^ª. Dra. (UFERSA)

Presidente



Documento assinado digitalmente

FABIANE REGINA DA CUNHA DANTAS ARAUJO

Data: 29/10/2024 13:27:46-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Fabiane Regina da Cunha Dantas Araújo, Prof^ª. Dra. (UFERSA)

Membro Examinador



Documento assinado digitalmente

FRANCISCO CARPEGIANI MEDEIROS BORGES

Data: 29/10/2024 15:08:47-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Francisco Carpegiani Medeiros Borges, Prof. Dr. (UFDPAr)

Membro Examinador

DEDICATÓRIA

Dedico a realização deste trabalho a minha mãe (In Memoriam), ao meu pai, irmãos, esposa e filha.

AGRADECIMENTOS

Agradecer é sempre um momento especial. Muitas vezes, em virtude da rotina diária, corremos o risco de esquecer de mencionar alguém importante. Entretanto, procurei de uma forma mais coesa agradecer, aqui, todos que colaboraram para esta conquista. Caso esqueça alguém, não se magoe, no meu coração, de alguma maneira, rendo agradecimentos também a você. Dessa forma:

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida, pela sabedoria e paciência concedida para, mesmo perante as dificuldades, ter continuado firme na realização desta etapa de minha vida acadêmica e docente.

Agradeço ao meu pai, Antônio Dantas de Almeida e à minha mãe Creuza Maria de Almeida (*In Memoriam*), por todos os ensinamentos ao longo dos anos de minha vida. Essa conquista tem muito de vocês.

Agradeço à minha esposa, Agnácia Jácome de Oliveira Almeida, e à minha filha, Neriah Jácome de Almeida, por terem acreditado no meu potencial. Vocês são os amores da minha vida.

Agradeço à minha orientadora, Prof^a. Dra. Luiza Helena Félix de Andrade, pela maneira como conduziu as orientações.

Agradeço aos meus colegas de turma, em especial: Marcelo Augusto, Neudvam Bandeira, Benedito Marciano e Mario Andreazza, pelos momentos de encontros virtuais tensos de resolução de listas quase intermináveis de exercícios, na preparação de seminários e, também, nos momentos de descontração e alegria. Tenham toda a minha gratidão. Muito obrigado!

Agradeço aos meus professores (as) de mestrado que conduziram com excelência os seus ensinamentos durante essa jornada. Obrigado!

Agradeço aos meus alunos participantes da pesquisa (sujeitos da pesquisa) que contribuíram de forma significativa para realização deste trabalho.

Agradeço à direção da Escola Estadual Professor Daniel Gurgel – espaço de realização da pesquisa.

Agradeço à CAPES pela bolsa concedida, pois a mesma foi de relevante importância para cursar e concluir este mestrado.

EPÍGRAFE

*“Toda teoria específica é, na verdade, um
modelo matemático de nossa realidade”.*
Bunge

RESUMO

Esse trabalho abordou as estratégias de ensino e aprendizagem, cujo objetivo geral é o desenvolvimento de uma Sequência Didática utilizando as concepções de Modelagem Matemática, avaliando suas contribuições no ensino do conteúdo Função Polinomial do 1º grau associada ao emprego do software dinâmico GeoGebra no esboço gráfico, investigando aspectos da conta de energia elétrica residencial dos alunos da Escola Estadual Professor Daniel Gurgel na cidade de Janduis/RN. A temática está prevista na Base Nacional Comum Curricular - BNCC, com o intuito de levar o(s) aluno(s) a confrontar situações numa perspectiva mais ampla de sua(s) realidade(s), superando as dificuldades matemáticas evidenciadas pelas avaliações do Sistema de Monitoramento e Avaliação Institucional da Rede Estadual de Ensino do Rio Grande do Norte - SIMAIS/RN aplicadas nos anos de 2017, 2018, 2019, 2022 e 2023, de modo a construir um diagnóstico da relação ensino e aprendizagem e, com isso, poder contribuir para o desenvolvimento de competências e habilidades para o aprendizado da Matemática. Para tanto, foi realizada uma pesquisa-ação participante de abordagem qualitativa e desenvolvida em três etapas: atividade de sondagem, atividade interventiva e atividade avaliativa. Verificou-se uma contribuição satisfatória, proporcionada pela aplicabilidade da Modelagem Matemática que muito contribuiu para a aprendizagem do conteúdo Função Polinomial do 1º grau, enquanto estratégia de ensino. Os resultados revelaram ainda, que a Modelagem Matemática pode ser um instrumento de aprendizagem significativa e de motivação na construção do conhecimento matemático, tendo a capacidade de inserir o contexto social do aluno nas aulas de Matemática, proporcionando contextualização do conteúdo a partir de modelos matemáticos e promovendo aulas dinâmicas e lúdicas dentro e fora do ambiente escolar do aluno.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Sequência Didática; Função Polinomial do 1º grau.

ABSTRACT

This work approached teaching and learning strategies, whose general objective is the development of a didactic sequence by using the conceptions of Mathematical Modeling, evaluating their contributions in the teaching of the content First degree polynomial function associated with the use of dynamic software GeoGebra in the sketch graphic, investigating aspects of the residential electricity bill of the students at the Professor Daniel Gurgel State School in the city of Janduis/RN. The thematic is foreseen in the National Common Curricular Base - BNCC, with the aim of leading the students to face situations in a broader perspective of their realities, overcoming the mathematical difficulties evidenced by the evaluations of the Institutional Monitoring and Evaluation System of the State Education Network of Rio Grande do Norte - SIMAIS/RN applied in 2017, 2018, 2019, 2022 and 2023, in order to build a diagnosis of the teaching and learning relationship and, with this, be able to contribute to the development of competences and abilities for learning of Mathematics. To this end, participant action research was carried out with a qualitative approach and developed in three stages: diagnostic activity, interventional activity and evaluative activity. A satisfactory contribution was found, provided by the applicability of Mathematical Modeling which contributed greatly to the learning of the content First degree polynomial function, as a teaching strategy. The results also revealed that Mathematical Modeling can be a significant learning and motivational instrument in the construction of mathematical knowledge, by having the capacity to insert the student's social context in Mathematics classes, providing contextualization of content based on mathematical models and promoting dynamic and playful classes inside and outside the student's school environment.

Keywords: Mathematical Modeling; Didactic Sequence; First degree polynomial function.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	–	Esquema de uma Modelagem Proposta por Bassanezi	29
Figura 2	–	Esquema do Processo da Modelagem Matemática Proposta por Biembengut & Hein	34
Figura 3	–	Dinâmica da Modelagem Matemática	35
Figura 4	–	Etapas para a Produção de uma Atividade de Modelagem Matemática proposta por Burak	39
Figura 5	–	Banner Modelagem na Educação Matemática	42
Figura 6	–	Percentual de Acertos por Habilidade/Descritor	50
Figura 7	–	Conta de Energia Residencial	67
Figura 8	–	Definição e Gráfico da Função Polinomial do 1º grau	73
Figura 9	–	Interface Gráfica do Software GeoGebra Classic	74
Figura 10	–	Menu de Ferramentas do GeoGebra Classic	74

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1	– Resultados SIMAIS/RN	47
Gráfico 2	– Percentual de Alunos por Nível de Proficiência e Padrão de Desempenho - Estado/RN	48
Gráfico 3	– Percentual de Alunos por Nível de Proficiência e Padrão de Desempenho - 14ª Direc/Umarizal	49
Gráfico 4	– Percentual de Alunos por Nível de Proficiência e Padrão de Desempenho – Escola Estadual Professor Daniel Gurgel	49
Gráfico 5	– Gráfico da Função 4	76
Gráfico 6	– Gráfico dos 4 aparelhos	80
Gráfico 7	– Gráfico dos 4 Aparelhos Juntos	81
Gráfico 8	– Desempenho dos Alunos na Atividade Avaliativa	83
Gráfico 9	– Gráfico da Questão RN Avalia/2023 nº 06	87

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	– Desempenho dos Alunos na Atividade de Sondagem	62
Quadro 2	– Relato de Experiências dos Alunos com Atividades com Modelagem Matemática na suas Contas de Energia Elétrica Residencial	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Bandeiras Tarifárias - ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica)	66
Tabela 2	–	Tabela com valores conforme Exemplo 2 – Smart TV LG	71

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACM	Academia Cearense de Matemática
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
COSERN	Companhia Energética do Rio Grande do Norte
Covid	Doença do Coronavírus
CREM	Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino
CE	Ceará
CAEd	Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação
COFINS	Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social
Direc	Diretoria Regional de Educação e Cultura
Dr.	Doutor
FAFIG	Faculdade de Foz do Iguaçu
ICMS	Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços
IMECC	Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
kWh	Quilowatt-hora
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
UNESP	Universidade Estadual Paulista
FURB	Universidade Regional de Blumenau
CIAEM	Comitê Interamericano de Educação Matemática
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
UNICENTRO	Universidade Estadual do Centro – Oeste
UEPG	Universidade Estadual de Ponta Grossa
PIS	Programa de Integração Social
RN	Rio Grande do Norte
SIMAIS/RN	Sistema Integrado de Monitoramento e Avaliação Institucional da Rede Estadual de Ensino do estado do Rio Grande do Norte
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SD	Sequência Didática
UFERSA	Universidade Federal Rural do Semi-Árido

LISTA DE SÍMBOLOS

∞	Infinito
&	Ampersand (e-comercial)
°	Grau
%	Porcentagem
\$	Cifrão
>	Maior que
<	Menor que
=	Igual
$\cong$	Aproximadamente

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
2.1	Breve Histórico da Modelagem Matemática no Brasil	22
2.1.1	A Concepção de Modelagem Matemática	24
2.1.2	Modelagem Matemática segundo alguns Autores	26
2.1.3	Modelagem Matemática Segundo Bassanezi	27
2.1.4	Modelagem Matemática Segundo Biembengut & Hein	32
2.1.5	Modelagem Matemática Segundo Burak	35
2.2	Contribuições da Modelagem Matemática enquanto Estratégia de Ensino em Matemática	40
3	OS CAMINHOS DA INVESTIGAÇÃO	44
3.1	A descrição da Pesquisa	44
3.1.1	O tipo de Pesquisa	44
3.1.2	O Sujeito da Pesquisa	45
3.1.3	O Espaço da Pesquisa	45
3.1.4	A Escolha do Tema	46
3.2	Levantamento (s) de Problema(s)	53
3.3	Sequência Didática (SD) como instrumento de aprendizagem	54
4	PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA E A ANÁLISE DOS RESULTADOS	60
4.1	Atividade de Sondagem	60
4.2	Atividade Interventiva	65
4.2.1	Desenvolvimento da Etapa 1	65
4.2.2	Desenvolvimento da Etapa 2	72
4.2.3	Desenvolvimento da Etapa 3.....	77
4.2.4	Desenvolvimento da Etapa 4	81
4.3	Atividade Avaliativa	82
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	93
6	REFERÊNCIAS	95
	APÊNDICE A – PLANO DE AULA DA ETAPA 1	99
	APÊNDICE B – PLANO DE AULA DA ETAPA 2	100

APÊNDICE C – PLANO DE AULA DA ETAPA 3.....	101
APÊNDICE D – PLANO DE AULA DA ETAPA 4.....	102
ANEXO A: ATIVIDADE DE SONDAGEM	103
ANEXO B: ATIVIDADE INTERVENTIVA	104
ANEXO C: ATIVIDADE AVALIATIVA	105

1 INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática tem se constituído um verdadeiro desafio para os professores, no tocante às competências e habilidades necessárias para a compreensão de situações que envolvam problemas matemáticos. Para Andrade (2016), os alunos se sentem desconfortáveis quando precisam compreender e interpretar determinadas situações que envolvam diferentes níveis de sentidos, uma vez que é necessário o domínio de habilidades e estratégias para que eles adquiram uma proficiência desejada.

Diante dos desafios que se impõem ao ensino e aprendizagem de Matemática, surgem vários questionamentos, dentre os quais estão: Como tornar as aulas de Matemática inovadoras e o conhecimento acessível? O que o professor de Matemática pode fazer em suas práticas, que permita ao aluno desenvolver habilidades para modelar e resolver problemas?

Na tentativa de responder tais questionamentos, este estudo buscará estratégias de ensino que exige o atual cenário educacional, tais como: a descentralização do conhecimento e a apresentação de ferramentas didáticas que sistematizem os conteúdos para uma aprendizagem significativa da Matemática. Nesse contexto, a inserção da Modelagem Matemática associada a softwares dinâmicos promove relações que favorecem a ampliação do aprendizado significativo, que Ausubel (1968) apud Burak (2012, p. 28) afirma envolver necessariamente transferência do que o sujeito já conhece para nova aquisição de conhecimento. Nessa direção, (Brasil, 2018a, p. 528), destaca “a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para investigação Matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional”, e o aluno passe a enxergar a utilização do conhecimento matemático e digital em seu cotidiano.

Para Souza (2020), iniciar uma aula com a proposição de um problema vinculado ao cotidiano do aluno, proporciona a oportunidade de mobilização de seus conhecimentos prévios e o gerenciamento de informações disponíveis, que Onuchic e Allevato (2011, p. 81) define como, “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer”, contribuindo para o desenvolvimento da autonomia dos alunos e conduzindo-os à construção ou à ampliação de seus horizontes de conhecimentos.

Neste trabalho, desenvolvemos uma Sequência Didática abordada à luz da Modelagem Matemática como metodologia de ensino, que Burak (2012, p. 88) define como, “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões.” Assim, a Modelagem Matemática desafia os alunos a compreender uma situação real

e complexa por meio da criação de um modelo matemático que sirva para interpretá-la e realizar previsões. Com essas previsões, pode-se possibilitar relações entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento e, ao destacar sua aplicabilidade, despertar o interesse do aluno pela Matemática (Burak, 2012). Para Almeida, Silva e Vertuar (2009) apud Souza (2020), trata-se de criar possibilidades para enxergar situações do cotidiano por lentes matemáticas, ou seja, de interpretar e analisar situações do cotidiano por meio de linguagem Matemática, e, assim, tomar decisões acerca delas. Barbosa (2004, p. 3) corrobora o assunto, dizendo que, “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade”.

Visando abordar a problemática sobre os resultados obtidos nas avaliações do Sistema Integrado de Monitoramento e Avaliação Institucional da Rede Estadual de Ensino do Rio Grande do Norte – SIMAIS/RN aplicadas nos anos de 2017, 2018, 2019, 2022 e 2023, no que se refere ao desenvolvimento de habilidades/descriptores que estão em defasagem evidenciadas nestas avaliações, foi feita uma consulta/sondagem na Matriz de Referência do SIMAIS/RN e uma coleta de dados, na qual foram identificados percentuais de acerto por habilidades/descriptores que mais estão comprometidas, por meio dos dados colhidos nas divulgações dos resultados das avaliações SIMAIS/RN nos anos em que foram aplicadas, que mostraram o percentual de acertos dos alunos por nível de proficiência e padrão de desempenho classificados em Abaixo do Básico, Básico, Proficiente e avançado. Os resultados mostraram dados preocupantes para os alunos envolvidos nesta pesquisa, que obtiveram desempenho abaixo do básico de forma acentuada, não conseguindo avanços significativos no decorrer dos anos de aplicação da avaliação SIMAIS/RN deixando evidente habilidades/descriptores em defasagem conforme os percentuais de acertos dos alunos ilustrados nos gráficos 2, 3 e 4 (ver p. 48-49) para a Escola Estadual Professor Daniel Gurgel, espaço desta pesquisa. Desse modo, o objeto do conhecimento a ser explorado, foi escolhido devido ao baixo desempenho dos alunos nas avaliações e seguindo a Base Nacional Comum Curricular - BNCC.

Quando o professor adota novas metodologias para o ensino da Matemática, que insere o aluno no contexto de seu cotidiano, que D’Ambrósio (2005, p.22) afirma “está impregnado dos saberes e fazeres [...], usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura”, possibilitando o desenvolvimento de habilidades e a construção para novos conhecimentos, como pontua Moran (2015):

[...] as metodologias precisam acompanhar os objetivos que pretendemos alcançar, se quisermos que os alunos estejam engajados, temos que adotar metodologias em que eles interajam em atividades mais complexas, e que possam tomar decisões e avaliar

os resultados com apoio de materiais didáticos significativos, para que sejam criativos e dinâmicos, e possam experimentar novas possibilidades de mostrar sua iniciativa (Moran, 2015, p. 17).

Diante disso, foi motivado o seguinte objetivo geral: propor uma Sequência Didática que possa dar suporte ao desenvolvimento das etapas da Modelagem Matemática, para estudar a Função Polinomial do 1º grau, analisando os impactos dos aparelhos elétricos na conta de energia elétrica utilizando o software dinâmico GeoGebra no esboço gráfico.

De forma específica, buscou-se trazer a Modelagem Matemática como uma opção de construção da prática Didática para o ensino e aprendizagem de Função Polinomial do 1º grau com auxílio do GeoGebra aplicados a conta de energia elétrica residencial. Este conteúdo e o *software* utilizado, compõem parte da disciplina de Matemática no Ensino Médio e estão inseridos na BNCC (Brasil, 2018a).

Do objetivo geral foram percorridos os seguintes objetivos específicos:

- a) Desenvolver os objetos do conhecimento envolvidos no conceito de kWh das taxas e impostos que são cobrados na conta de energia elétrica residencial;
- b) Construir tabelas a partir de dados coletados sobre o consumo de energia elétrica de equipamentos elétricos e o custo associado ao seu uso;
- c) Explorar a função polinomial do 1º grau determinando sua lei de formação a partir dos dados coletados nas tabelas e a utilização do software GeoGebra para o esboço gráfico.

Para tanto, este trabalho está estruturado em cinco capítulos:

No capítulo 2, foi apresentada a fundamentação teórica que dará norte a este trabalho. Em seguida, foi feita uma breve retrospectiva histórica sobre a Modelagem Matemática no Brasil e seus principais precursores, discutindo a temática sob a luz das concepções de Bassanezi (2002), Biembengut & Hein (2003) e Burak (2012), entre outros autores citados no decorrer deste trabalho. Este capítulo traz, ainda, as contribuições da Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino em Matemática, dando um suporte indispensável à realização das etapas da Modelagem Matemática enquanto Sequência Didática, contribuindo assim para a aprendizagem da função polinomial do 1º grau.

No capítulo 3, foi realizada a descrição da metodologia da pesquisa, onde destacamos o seu tipo de pesquisa e a sua classificação enquanto pesquisa qualitativa de caráter pesquisa-ação, os sujeitos envolvidos, a caracterização do espaço em que será introduzida a pesquisa e, por conseguinte, a estruturação de uma Sequência Didática aplicando as etapas da Modelagem

Matemática na concepção de Burak (2012) como instrumento de ensino e aprendizagem, com a finalidade de combater defasagens de aprendizagem.

No capítulo 4, foi apresentada a Sequência Didática dividida em três partes: inicialmente, foi aplicada uma atividade de sondagem com o intuito de verificar o nível de conhecimento dos alunos a respeito da conta de energia elétrica, bem como colher informações acerca dos aspectos socioeconômicos, com posterior análises dos resultados obtidos. Em seguida foi realizado o desenvolvimento das 4 etapas da Modelagem em conformidade com as etapas da Modelagem Matemática proposta por Burak (2012). Por último, e de forma online, utilizando o *Google Forms*, foi aplicada uma atividade avaliativa com posterior análises dos resultados. Foram contempladas na atividade avaliativa questões relacionadas à conta de energia elétrica, bem como questões sobre o conteúdo Função Polinomial do 1º grau com o uso do GeoGebra, que foram aplicadas na Avaliação Formativa da Rede Estadual de Ensino do Rio Grande do Norte - RN Avaliar 2023, que antecede a aplicação do SIMAIS/RN.

Por fim, no capítulo 5, têm-se as considerações finais desta pesquisa evidenciando a análise dos dados coletados, os questionamentos e resposta que conduziram nosso trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Modelagem Matemática não é uma ideia nova. Sua essência sempre esteve presente na criação das teorias científicas e, em especial, na criação das teorias Matemáticas. A história das ciências testemunha importantes momentos em que a Modelagem Matemática se faz presente (Biembengut & Hein, 2003, p. 15).

2.1 Breve Histórico da Modelagem Matemática no Brasil

Biembengut (2009) expõe em seu artigo, 30 anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira, publicado na revista ALEXANDRIA, Revista de Educação em Ciências e Tecnologia, que:

Os movimentos educacionais pela Modelagem Matemática na Educação influenciaram o Brasil praticamente ao mesmo tempo, com a colaboração dos professores, representantes brasileiros na comunidade internacional de Educação Matemática. A Modelagem Matemática na Educação Brasileira tem como referências singulares pessoas, fundamentais no impulso e na consolidação da Modelagem na Educação Matemática, tais como: Aristides C. Barreto, Ubiratan D'Ambrósio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzeta e Eduardo Sebastiani, que iniciaram um movimento pela Modelagem no final dos anos 1970 e início dos anos 1980, conquistando adeptos por todo o Brasil. Graças a esses precursores, discussões desde como se faz um modelo matemático e como se ensina Matemática ao mesmo tempo permitiram emergir a linha de pesquisa de Modelagem Matemática no ensino brasileiro (Biembengut, 2009, p. 8).

Para Aragão (2016), foram esses pesquisadores matemáticos que permitiram que a abordagem da Modelagem Matemática desse um impulso na Educação Brasileira, conquistando novos adeptos e defensores que abordam o tema. Surgiram a partir dessa conjuntura, segmentos de pesquisas em Modelagem Matemática direcionadas para a Educação Brasileira.

Biembengut (2009) afirma que, atualmente, o número de pesquisas e relatos de experiências em sala de aula apresentados em eventos de Educação Matemática e na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática tem aumentando de forma significativa; os professores que demonstrem interesse por cursos extensão e pós-graduação, assim como por publicações relacionadas aos cursos de formação de professores de Matemática são incentivados a participar, vêm incluindo à grade curricular a Modelagem no ensino como disciplina ou como parte do programa da disciplina Metodologia do Ensino da Matemática.

A Modelagem também é tema de um dos grupos de pesquisa da Sociedade Brasileira de Educação Matemática-SBEM. Esta instituição mantém grupos permanentes voltados ao estudo da Modelagem como estratégias de ensino na Educação, o que favorece a produção de

monografias, dissertações, teses e artigos acadêmicos, consolidando a Modelagem, inclusive nos documentos oficiais de Educação (Biembengut, 2009, p. 9). Biembengut (2009) destaca, ainda, que:

O propósito de explicitar a Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira e dispor de um mapa referência de experiências e pesquisas realizadas, desde 2003 temos realizado o mapeamento das ações pedagógicas de Modelagem Matemática tanto na Educação nacional quanto internacional. O mapeamento consiste em descrever as ações dos precursores e em identificar, organizar, descrever e analisar produções escritas baseadas em experimentos, atividades de extensão, pesquisa, eventos, cursos de graduação e pós-graduação. Os dados identificados são disponibilizados no site do Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino – CREMM (www.furb.br/cremm), e os estudos de cada um dos segmentos e/ou das amostras selecionadas, publicados na forma de artigos e na composição do livro sobre ***Memórias da Modelagem Matemática na Educação Brasileira*** (publicação prevista para 2009) (Biembengut, 2009, p. 9, grifos da autora).

Para Brandt, Burak e Klüber (2016, p. 18-19), a Faculdade de Foz do Iguaçu - FAFIG foi a primeira Instituição de ensino superior no Paraná a abrir-se à proposta de ensino com ênfase em Modelagem Matemática. Os cursos de especialização ofertados consistiam em três fases, conforme segue:

- Fase I – Metodologia do Ensino de Matemática e Modelagem no 1º e 2º graus;
- Fase II – Modelagem no 2º grau e História da Matemática;
- Fase III – Algumas disciplinas: Cálculo Diferencial e Integral, Probabilidade e Estatística e Álgebra Linear.

As Fases I e II enfatizavam especificamente o ensino de 1º e 2º graus, atualmente ensino Fundamental e Médio. A Fase III era destinada à formulação e resolução de problemas envolvendo conteúdos matemáticos em nível superior.

Na Fase I acontecia a visita de grupos de professores-alunos aos locais onde se desenvolviam as principais atividades econômicas do município de Guarapuava, tais como: madeireiras, fábrica de papel, agricultura, plantação de maçãs, suinocultura, criação de peixes, apicultura, entre outras. As visitas consistiam na coleta de dados para os trabalhos das Fases II e III.

Brandt; Burak e Klüber (2016) acrescenta, ainda, que:

Embora a estrutura curricular dos cursos de especialização apresentasse, ainda, resquícios de uma forma mais usual do ensino da Matemática, o grupo de professores, formado na sua maioria por professores do IMECC da UNICAMP, procurava alternativas diferenciadas para o trabalho com o conteúdo matemático. A constituição do corpo docente do Curso de Especialização envolveu professores com experiência

em diferentes níveis de ensino, além do ensino superior, o que contribuiu significativamente com as trocas de ideias para o delineamento de estratégias que pudessem contemplar uma nova perspectiva para o ensino da Matemática (Brandt; Burak e Klüber, 2016, p. 19).

No final da década de 1980, com o desenvolvimento de algumas experiências e o início de trabalhos de conclusão de mestrados voltados para o ensino e especializações, tem início, em âmbito nacional, a formação de uma massa crítica a respeito da Modelagem Matemática e suas concepções. Os programas de mestrado que se instalaram a partir dessa década e tiveram a preocupação com o ensino de Matemática, de Química, de Física e outros, contribuíram para um novo pensamento em relação às áreas de conhecimento e do seu aprendizado (Brandt; Burak e Klüber, 2016).

A Modelagem Matemática, enquanto uma alternativa para o ensino da Matemática para o atual ensino Fundamental e Médio, teve como marco a dissertação de mestrado defendida por Dionísio Burak em 1987, na pós-graduação *stricto sensu*, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Campus de Rio Claro, São Paulo (Brandt; Burak e Klüber, 2016).

2.1.1 A Concepção de Modelagem Matemática

A concepção de Modelagem Matemática abordada é assumida a partir de uma compreensão da natureza da Educação Matemática que contempla as ciências humanas, sociais, na perspectiva de Higginson (1980) e Santos (2006), quando manifestam que todo conhecimento científico natural é conhecimento social. Assumimos, ainda, a Modelagem como uma metodologia de ensino, amparados por Hans Freudenthal, citado por (Rius, 1989b), quando manifesta que uma metodologia presume premissas e essas têm origem na filosofia (Burak, 2012, p. 85).

Dessa forma, considera-se, inicialmente, os porquês de se ensinar Matemática? E o porquê de se ensinar mediado pela Modelagem? Entendemos que a concepção de “pessoa” que se pretende formar para enfrentar os desafios do século XXI é uma questão que tem a ver com a forma de se ensinar e com o que se ambiciona com isso. Essas questões invocam algumas respostas. Não se pretende formar sujeitos sem determinação, sem ideias próprias, sem capacidade de argumentar e dialogar sobre uma situação; formar um sujeito capaz de decidir por si, sem possibilidade de antever uma situação, sem noção do global. Ao contrário, intenciona-se formar um cidadão que desenvolva a autonomia e seja crítico, capaz de trabalhar

em grupo, capaz de tomar decisões diante das situações do cotidiano, da sua vida familiar, da sua vida profissional ou de sua condição de cidadão; um sujeito capaz de promover transformações em sua comunidade (Burak, 2012).

Essas respostas podem ser alcançadas, em grande parte, com a adoção de práticas que ambicionem uma, ou outra concepção de “pessoa”. Dessa forma, considera-se que uma prática escolar deve estar sempre vinculada ao que se pretende com o ensino, qual formação deseja-se para o aluno. Ao professor compete a decisão de fornecer elementos e desenvolver ações que busquem conformar uma ou outra “concepção de pessoa” (Burak, 2012, p. 86).

Nesse entendimento, buscou-se uma metodologia de ensino que leve em consideração e contemple uma nova perspectiva, um novo modelo de racionalidade, mais amplo, mais abrangente e capaz de se harmonizar com as mudanças que se impõem (Burak, 2012). O paradigma emergente apresenta, segundo (Santos, 2006), um conjunto de teses:

- 1) todo conhecimento científico natural é conhecimento natural;
- 2) todo conhecimento é local e total;
- 3) todo conhecimento é autoconhecimento;
- 4) todo o conhecimento científico visa constituir-se em senso comum.

Essas teses dão uma dimensão da importância de se buscar outros caminhos, outros entendimentos sobre aquilo que muitas gerações defendem e a partir do que construíram o conhecimento com base no estabelecido como o desejável (Burak, 2012).

A crise do paradigma dominante, como se manifesta (Santos, 2006), mostra que:

[...] as condições teóricas da crise do paradigma dominante têm vindo a propiciar uma profunda reflexão epistemológica sobre o conhecimento científico, uma reflexão de tal modo rica e diversificada que, melhor do que qualquer outra circunstância caracteriza exemplarmente a situação intelectual do tempo presente, uma reflexão que apresenta características sociológicas importantes (Santos, 2006, p. 50).

Entendemos que as necessidades atuais da sociedade do século XXI são diferentes das necessidades do século XX. [...] A própria mudança do mundo é inevitável, os novos desafios, o surgimento de novas tecnologias de comunicação e da informação, sobretudo pelos desafios colocados aos professores de Matemática da Educação Básica na condução da formação dos alunos (Burak, 2012, p. 87).

A forma de conceber a Modelagem Matemática assumida como uma metodologia para o ensino de Matemática, ao longo de mais de duas décadas, busca a consistência dos embasamentos e coerências das ações e procedimentos. O *status* de uma metodologia —

significando estudos de caminhos — fundamenta-se em um entendimento de Ciências e em uma visão de conhecimento que contemple e respeite as características e natureza do humano e do natural, bem como com a clareza de que cada objeto deve ser estudado de modo global, assistidos e subsidiados por áreas do conhecimento que promovam essa possibilidade (Burak, 2012, p. 87-88, grifo do autor).

2.1.2 Modelagem Matemática segundo alguns Autores

Existem várias vertentes teóricas em pesquisas sobre Modelagem Matemática, visto que elas são utilizadas na compreensão dos objetivos da investigação realizada, os quais são de natureza diversa (Malheiros, 2012, p. 875), sempre com o intuito de relacionar os conteúdos escolares com os problemas do contexto do aluno. A seguir, a Modelagem Matemática é abordada sob a concepção de alguns autores, em especial, a compreensão da Modelagem Matemática e relações com aprendizagem significativa proposta por Burak (2012), que conduzirá este trabalho.

Sob o ponto de vista de Almeida, Silva e Vertuan (2012),

Um modelo matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura Matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 13).

Para Bassanezi (2009),

A Modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a Modelagem o processo de ensino e aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural (Bassanezi, 2009, p. 38).

Na concepção de Biembengut & Hein (2005),

Modelagem Matemática é um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dado ao aluno a oportunidade de estudar situações-problemas por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico (Biembengut & Hein, 2005, p. 18).

De acordo com Barbosa (2004),

O ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo (Barbosa, 2004, p. 3).

Por último, a concepção de Burak (1992),

A Modelagem Matemática, constitui-se em um conjunto de procedimento cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões (Burak, 1992, p. 62).

Na próxima subseção são descritas e interpretadas as concepções de Modelagem Matemática de quatro autores que desenvolveram pesquisas nessa área: Bassanezi (2002), Biembengut & Hein (2003) e Burak (2012).

2.1.3 Modelagem Matemática Segundo Bassanezi.

Em seu livro, Bassanezi (2002), define:

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A Modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. A Modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com *aproximações* da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele (Bassanezi, 2002, p. 24, grifos do autor).

“Para o desenvolvimento de um novo modelo de Educação menos alienado e mais comprometido com as realidades dos indivíduos e sociedade, necessitamos lançar mão de instrumentos matemáticos interrelacionados a outras áreas do conhecimento humano” Bassanezi (2002, p. 15).

“Nessa nova forma de encarar a Matemática, que a Modelagem pode ser tomada tanto como um método científico de pesquisa quanto uma estratégia de ensino e aprendizagem que tem se mostrado muito eficaz [...], que ajuda a preparar o indivíduo para assumir seu papel de cidadão” (Bassanezi, 2002, p. 16-17).

Conforme Bassanezi (2002, p. 16) “a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas

soluções na linguagem do mundo real”, assim, para o autor, é essencial buscar estratégias alternativas de ensino e aprendizagem que facilitem a compreensão e a aplicação do conteúdo. Para Bassanezi (2002, p. 17), “a Modelagem Matemática, em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la.”

Consoante com Bassanezi (2002, p. 19), um modelo “é um sistema artificial que procura refletir sobre aspectos da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela, é o processo usual de selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros, considerados essenciais e formalizá-los”. Já o modelo matemático para Bassanezi (2002, p. 20) é “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”.

Em relação a Modelagem Matemática, Bassanezi (2002, p. 19-20), limita-se a dois tipos de modelos:

- **Modelo Objeto** é a representação de um objeto ou fato concreto; suas características predominantes são a estabilidade e a homogeneidade das variáveis. Tal representação pode ser *pictórica* (um desenho, um esquema compartimental, um mapa, etc.), *conceitual* (fórmula Matemática), ou *simbólica*.

A representação por estes modelos é sempre parcial deixando escapar variações individuais e pormenores do fenômeno ou do objeto modelado. Um modelo epistemológico (sistema de equações diferenciais) que considera o grupo de infectados como sendo homogêneo onde todos os seus elementos têm as mesmas propriedades é um exemplo de um modelo objeto; um desenho para representar o alvéolo usado pelas abelhas é também um modelo deste tipo.

- **Um Modelo Teórico** é aquele vinculado à uma teoria geral existente – será sempre construído em torno de um modelo objeto em um código de interpretação. Ele deve conter as mesmas características que o sistema real contém, isto é, deve representar as mesmas variáveis existentes no fenômeno e suas relações são obtidas através de hipóteses (abstratas) ou de experimentação (reais).

Desse modo, Paz (2022, p. 14), destaca que, a Modelagem Matemática costuma se apresentar por meio do modelo objeto, pois em geral emprega-se desenhos, símbolos e figuras

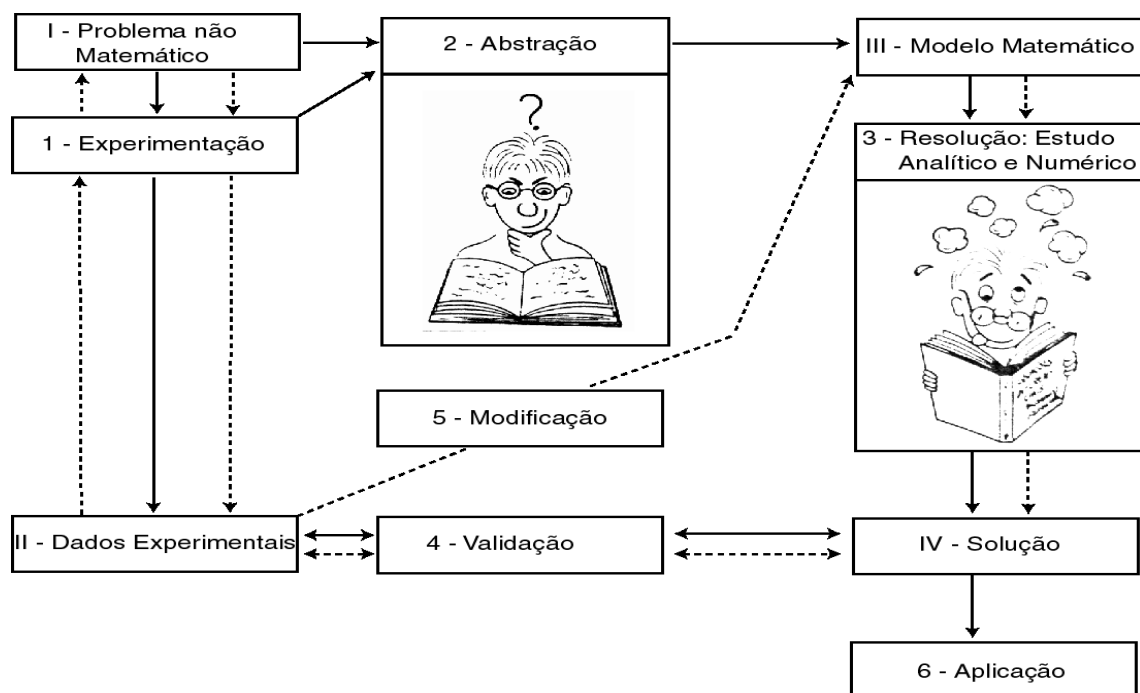
para abordar um conteúdo. A Modelagem Matemática objetiva contextualizar os conteúdos e tornar o ensino mais dinâmico e atraente.

Conforme Bassanezi (2002), os modelos matemáticos podem ser formulados de acordo com a natureza dos fenômenos ou situações e classificados conforme o tipo de Matemática utilizada: Linear ou não – linear, Estático ou Educacional. Em se tratando da Modelagem com propósitos didáticos, o tipo de modelo utilizado é o *educacional*.

Educacional, quando é baseado em um número pequeno ou simples de suposições, tendo, quase sempre, soluções analíticas. [...] O método empregado por tais modelos envolve a investigação de uma ou duas variáveis, isoladas da complexidade das outras relações fenomenológicas. Geralmente estes modelos não representam a realidade com grau de fidelidade adequada para se fazer previsões. Entretanto, a virtude de tais modelos está na aquisição de experiências e no fornecimento de ideias para a formulação de modelos mais adequados à realidade estudada; [...]. E quanto mais complexo for o modelo, mais difícil será mostrar sua validade, isto é, que ele descreve a realidade! (Bassanezi, 2002, p. 20, grifo do autor).

Bassanezi (2002) afirma, a Modelagem Matemática de uma situação ou problema real deve seguir uma sequência de etapas de atividades intelectuais, simplificada visualizadas no esquema da Figura 1.

Figura 1- Esquema de um processo de Modelagem segundo Bassanezi.



Fonte: Bassanezi (2002, P. 27).

A Figura 1 apresenta um esquema de atividade com as etapas da Modelagem Matemática proposta por Bassanezi (2002, p. 27), “em que as setas contínuas indicam a

primeira aproximação. A busca de um modelo matemático que melhor descreve o problema estudado torna o processo dinâmico, indicado pelas setas pontilhadas”.

1. **Experimentação:** é uma atividade essencialmente laboratorial na qual se processa a obtenção de dados. Os métodos experimentais, quase sempre são ditados pela própria natureza do experimento e pelos objetivos da pesquisa. Entretanto, a contribuição de um matemático nessa fase, muitas vezes, poder ser fundamental e direcionar a pesquisa no sentido de facilitar, posteriormente, o cálculo dos parâmetros envolvidos nos modelos matemáticos. A adoção de técnicas e métodos estatísticos na pesquisa experimental pode dar maior grau de confiabilidade aos dados obtidos. Muitas vezes, novas técnicas de pesquisa empírica exercem pressão sobre o foco de interesse da teoria que permitem uma melhor seleção das variáveis essenciais envolvidas no fenômeno (Bassanezi, 2002, p. 26-27).
2. **Abstração:** É o procedimento que deve levar à formulação dos modelos matemáticos. Nesta fase procura-se estabelecer:
 - a) Seleção de variáveis – A distinção entre as variáveis de estado que descrevem a evolução do sistema e as variáveis de controle que agem sobre o sistema. Uma das exigências fundamentais da pesquisa é que os conceitos (variáveis) com as quais se lida sejam claramente definidos (Bassanezi, 2002, p. 27-28).
 - b) Problematização ou formulação aos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando – A adequação de uma investigação sistemática, empírica e crítica leva à formulação de problemas com enunciados que devem ser explicitados de forma clara, compreensível e operacional. Desta forma, um problema se constitui em uma pergunta científica quando explicita a relação entre as variáveis ou fatos envolvidos no fenômeno. Enquanto que a escolha do tema de uma pesquisa pode ser uma proposta mais abrangente, a formulação de um problema é mais específica e indica exatamente o que se pretende resolver (Bassanezi, 2002, p. 28).
 - c) Formulação das hipóteses – As hipóteses dirigem a investigação e são comumente formulações gerais que permitem ao pesquisador deduzir manifestações empíricas específicas. As hipóteses devem incorporar parte da teoria que podem ser testadas e desta forma constituem investimentos poderosos para o avanço da ciência. De forma geral as hipóteses se referem à frequência da interrelação entre as variáveis, observada experimentalmente (hipóteses observacionais), mas podem também ser enunciadas de forma universal quando se procura generalizar os resultados investigados (Bassanezi, 2002, p. 28).

d) **Simplificação** – Os fenômenos que se apresentam para o estudo matemático são, em geral, excessivamente complexos se os considerarmos em todos os seus detalhes. O método científico analítico, iniciado com Galileu (1564-1642) e o método da razão de Descartes, consistem exatamente em restringir e isolar o campo de estudo apropriadamente de tal modo que o problema seja tratável e, ao mesmo tempo, mantém sua relevância. Esta foi a atitude que rompeu com a ciência da Idade Média que pretendia entender de uma só vez: a pedra filosofal! (Bassanezi, 2002, p. 29).

3. **Resolução:** O modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem Matemática coerente – e como num dicionário, a linguagem Matemática admite “sinônimos” que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural [...]. Nesse caso, as hipóteses formuladas podem ser traduzidas por equações de variáveis discretas (equações de diferenças finitas) ou contínuas (equações diferenciais). A resolução de um modelo está sempre vinculada ao grau de complexidade empregado em sua formulação e muitas vezes só pode ser viabilizada através de métodos computacionais, dando uma solução numérica aproximada [...]. A modelagem pode vir a ser fator responsável para o desenvolvimento de novas técnicas e teorias matemáticas quando os argumentos conhecidos não são eficientes para fornecer soluções dos modelos – nisto consiste a riqueza do uso da modelagem, em se tratando de pesquisa no campo próprio da Matemática. A resolução de modelos é uma atividade própria do matemático, podendo ser completamente desvinculada da realidade modelada (Bassanezi, 2002, p. 29-30).
4. **Validação:** É o processo de aceitação ou não do modelo proposto – Nessa etapa, os modelos, justamente com às hipóteses que lhes são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real – O grau de aproximação desejado dessas previsões será o fator preponderante para sua validação. Um modelo deve prever, no mínimo, os fatos que o originaram. Um bom modelo é aquele que tem a capacidade de previsão de novos fatos ou relações insuspeitas. O problema de aceitação ou não de um modelo depende muito mais de fatores que condicionam o modelador, incluindo seus objetivos e recursos disponíveis. O simples confronto com os dados empíricos pode não bastar [...]. A interpretação dos resultados obtidos através dos modelos pode ser feita como o uso de gráficos das soluções que facilita avaliar as previsões ou mesmo sugerir um aperfeiçoamento dos modelos (Bassanezi, 2002, p. 30).
5. **Modificação:** Alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição ou aceitação dos modelos. Quando os modelos são obtidos considerando simplificações e

idealizações da realidade, suas soluções geralmente não conduzem às previsões corretas e definitivas. Também uma previsão pode estar errada ou discordar da intuição por força das seguintes razões:

- Alguma hipótese usada pode ser falsa ou não suficientemente próxima da verdade, e os pressupostos de partida são incorretos e/ou constituem uma simplificação demasiadamente drástica;
- Alguns dados experimentais ou informações podem ter sido obtidos de maneira incorreta;
- As hipóteses e os dados são verdadeiros, mas insuficientes, e nossa intuição da realidade é inadequada;
- Existem outras variáveis envolvidas na situação real que não foram utilizadas no modelo teórico;
- Foi cometido algum erro no desenvolvimento matemático formal;
- “Um penetrante princípio novo foi descoberto” (Harvey J. Gold) (Bassanezi, 2002, p. 30-31).

Bassanezi (2002), acrescenta que, “o aprofundamento da teoria implica na reformulação dos modelos. Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado, considerando que um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos”.

Bassanezi (2002) afirma, ainda, que:

O desenvolvimento de novas teorias matemáticas e suas apresentações como algo acabado e completo acabaram conduzindo ao método tradicional utilizado para o ensino de Matemática nas escolas que se mostra, de maneira desvinculada da realidade, e mesmo do processo histórico de construção da Matemática. Assim é que um teorema é ensinado, seguindo o seguinte esquema: “**enunciado** → **demonstração** → **aplicação**”, quando de fato o que poderia ser feito é sua construção na ordem inversa (a mesma que deu origem ao teorema), isto é, sua *motivação* (externa ou não à Matemática), a *formulação de hipóteses*, a *validação das hipóteses* e novos questionamentos, e finalmente seu *enunciado*. Estaríamos assim reinventando o resultado juntamente com os alunos, seguindo o processo da Modelagem e conjugando verdadeiramente o binômio ensino-aprendizagem (Bassanezi, 2002, p. 36, grifos do autor).

2.1.4 Modelagem Matemática Segundo Biembengut & Hein.

Conforme visão de Biembengut & Hein (2003), muitas situações do mundo real podem apresentar problemas que requeiram soluções e decisões. Alguns desses problemas contêm fatos matemáticos relativamente simples, envolvendo uma Matemática elementar, como:

- O tempo necessário para percorrer uma distância de quarenta quilômetros, mantendo-se a velocidade do veículo a uma média de oitenta quilômetros por hora;
- O juro cobrado por uma instituição financeira a um determinado empréstimo;
- A área de um terreno de forma retangular (Biembengut & Hein, 2003, p. 11).

Com relação à concepção de Biembengut & Hein (2003, p. 12), “seja qual for o caso, a resolução de um problema, em geral quando quantificado, requer uma formulação Matemática detalhada”. Nessa perspectiva, um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real denomina-se modelo matemático (Biembengut & Hein, 2003).

De acordo com Biembengut (1999):

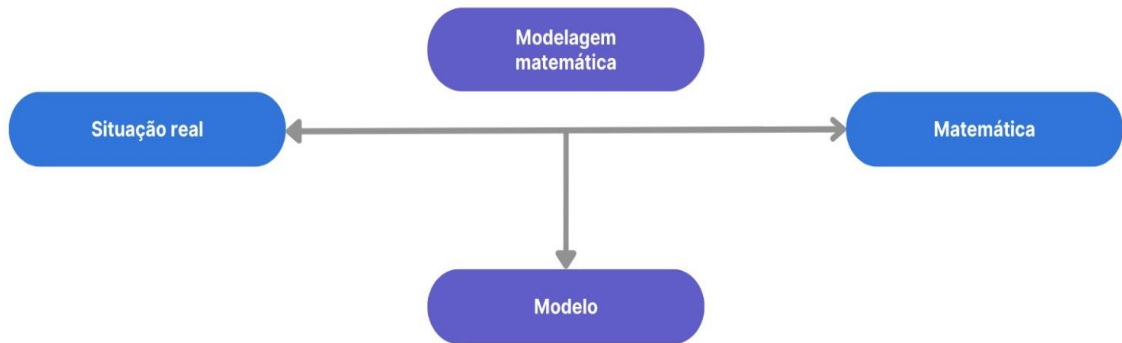
Um modelo pode ser formulado em termos familiares, utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc. Por outro lado, quando se propõe um modelo, ele é proveniente de aproximações nem sempre realizadas para se poder entender melhor um fenômeno, e tais aproximações nem sempre condizem com a realidade. Seja como for, um modelo matemático retrata, ainda que em uma visão simplificada, aspectos da situação pesquisada (Biembengut, 1999).

Ainda nessa perspectiva, “Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Esse, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além do conhecimento de Matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir qual conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas” (Biembengut & Hein, 2003, p. 12).

Para Biembengut & Hein (2003) “a Modelagem Matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias” (Biembengut & Hein, 2003, p. 13).

Biembengut & Hein (2003, p. 13) genericamente constata que matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a Modelagem é um meio de fazê-los interagir. Como podemos visualizar na Figura 2.

Figura 2 - Esquema do Processo da Modelagem Matemática.



Fonte: Biembengut & Hein (2003, P. 13).

Segundo Biembengut & Hein (2003), é essa interação, que permite representar uma situação “real” com “ferramental” matemático (modelo matemático), envolve uma série de procedimentos.

Para Biembengut & Hein (2003, p. 13-15) esses procedimentos podem ser agrupados em três etapas, a saber:

- a) **Interação:** Uma vez delineada a situação que se pretende estudar, deve ser feito um estudo sobre o assunto de modo indireto (por meio de livros e revistas especializadas, entre outros) ou direta, *in loco* (por meio da experiência em campo, de dados experimentais obtidos com especialistas da área). Embora esta etapa esteja subdividida em duas – *reconhecimento* da situação-problema e *familiarização* com o assunto a ser modelado – não obedece a uma ordem rígida tampouco se finda ao passar para a etapa seguinte. A situação-problema torna-se cada vez mais clara, à medida que se vai interagindo com os dados.
- b) **Matematização:** Esta etapa, a mais complexa e “desafiante”, em geral subdivide-se em *formulação* do problema e *resolução*. É aqui que se dá a “tradução” da situação-problema para a linguagem Matemática. Intuição, criatividade, e experiência acumulada são elementos indispensáveis nesse processo. O principal objetivo deste momento do processo de modelar é chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, ou gráfico, ou representações, ou programa computacional, que leve à solução ou permitam a dedução de uma solução. Cabe aqui salientar que muitos modelos matemáticos não resolvidos no século passado levaram ao desenvolvimento de outros ramos da Matemática.

- c) Modelo Matemático: Para concluir o modelo, torna-se necessária uma avaliação para verificar em qual nível ele se aproxima da situação - problema representada e, a partir daí, verificar também o grau de confiança na sua utilização. Dessa forma, se faz necessário:
1. A interpretação do modelo, analisando as implicações da solução derivada daquele que está sendo investigado; e
 2. A verificação de sua adequabilidade, retornando à situação-problema investigada e avaliando quão significativa e relevante é a solução-validação.

Biembengut & Hein (2003. P. 15), acrescenta que, “se o modelo não atender às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa – matematização – mudando-se ou ajustando hipóteses, variáveis tec.”. A Figura 6, mostra a dinâmica da Modelagem Matemática proposta por Biembengut & Hein (2003).

Figura 3 - Dinâmica da Modelagem Matemática.



Fonte: Biembengut & Hein (2003, P. 15).

É importante, ao concluir o modelo, a elaboração de um relatório que registre todas as facetas do desenvolvimento, a fim de propiciar seu uso de forma adequada (Biembengut, 1999).

2.1.5 Modelagem Matemática Segundo Burak.

A cerca da análise da concepção de Burak (2012, p. 88), “a Modelagem Matemática, constitui-se em um conjunto de procedimento cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”.

Para Souza (2020), a aprendizagem Matemática no contexto escolar, quando é abordada de forma expositiva, na maioria das vezes temida pelos alunos que não conseguem associar qualquer relação entre a Matemática que é ensinada na escola e o mundo fora do espaço escolar, os alunos buscam meios de se reinventar, propiciando um ensino e uma aprendizagem significativa que esteja intrínseca à realidade cultural e social deles.

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980) para que ocorra aprendizagem significativa, os autores afirmam que:

[...] a aprendizagem significativa ocorre quando a tarefa de aprendizagem implica relacionar, de forma não arbitrária e substantiva (não literal), uma nova informação a outras com as quais o aluno já esteja familiarizado, e quando o aluno adota uma estratégia correspondente para assim proceder. A aprendizagem automática, por sua vez, ocorre se a tarefa consistir de associação puramente arbitrária, como na associação de pares, quebra-cabeça, labirinto, ou aprendizagem de séries e quando falta ao aluno o conhecimento prévio relevante necessário para tornar a tarefa potencialmente significativa, e também (independente do potencial significativo contido na tarefa) se o aluno adota uma estratégia apenas para internalizá-la de uma forma arbitrária, literal (por exemplo, como uma série arbitrária de palavras) (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980, P. 23).

Nesse sentido, Souza (2020) destaca que, a disposição dos alunos para aprender não depende somente de sua estrutura cognitiva, como também de elementos motivacionais e da disponibilidade de materiais no espaço escolar para que façam uso durante a realização das atividades que envolvam o seu cotidiano. Corroborando com o assunto aprendizagem significativa, Aragão (1976) salienta que:

A teoria de Ausubel enfoca **a aprendizagem e o ensino em aula**. Preocupa-se com maior ênfase na construção de um modelo teórico de aprendizagem que explique como alunos adquirem conceitos e generalizações que são ensinadas na escola e como resolvem problemas inerentes às tarefas escolares e ao mundo em que vivem. Demarca, ainda, princípios que governam a natureza e as condições da aprendizagem significativa. (Aragão, 1976, p. 11, grifo do autor).

Burak (2012) destaca que a importância da aprendizagem significativa no processo de ensino de Educação é devido ao fato de ser este tipo de aprendizagem o mecanismo por excelência para aquisição e a retenção de grande quantidade de ideias e informações em qualquer campo do conhecimento.

Ainda nessa perspectiva Aragão (1976), afirma que, toda aprendizagem significativa envolve necessariamente transferência do que o sujeito já conhece para a nova aquisição de conhecimento, porque não é possível conceber qualquer exemplo desse tipo de aprendizagem que não seja afetado, de alguma forma, pela organização do conhecimento de quem aprende,

pelo que o sujeito já aprendeu, pelo que ele já sabe. Uma experiência significativa de aprendizagem gera, por sua vez, uma nova transferência ao modificar a organização cognitiva existente, tornando-a mais ampla, mais clara, mais substancial e estável ou duradoura (Aragão, 1976, p. 16).

Burak (2012) afirma que:

A apresentação da teoria de David P. Ausubel, bem como a sistematização dos aspectos teóricos fundamentais, possibilita estabelecer relações com a Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática e na perspectiva das Ciências Humanas e Sociais. A adoção dessa teoria para fundamentar epistemologicamente a realização de atividades no âmbito da Modelagem Matemática pode, certamente, trazer luzes e aspectos contributivos para a compreensão de sua utilização em **aulas**, tendo como base suas experiências empíricas e de solução de problemas (Burak, 2012, p. 49-50).

Burak (2012) acrescenta, ainda, partes de duas premissas básicas em sua concepção de Modelagem Matemática:

- 1) O interesse do grupo de pessoas envolvidas;
- 2) Os dados coletados onde se dá o interesse do grupo de pessoas envolvidas.

A primeira premissa se faz presente no campo da Psicologia, uma vez que muitas de nossas ações são motivadas pelo interesse. As etapas sugeridas, os procedimentos e os encaminhamentos são sustentados por essa premissa. A segunda, de que os dados são coletados no ambiente onde se localiza o interesse do grupo ou dos grupos, está no campo dos métodos, notadamente daqueles que, segundo Rius (1989b), fazem uso do enfoque de corte antropológico, fenomenológico, etnográfico e de todos aqueles que se caracterizam por ser uma variedade da “observação participante.” Para Ludke (1986), a etnografia em educação deve envolver uma preocupação maior “pensar o ensino e a aprendizagem dentro de um contexto cultural mais amplo” (Burak, 2012, p. 88).

Ainda na perspectiva apontada por Burak (2012),

O processo de ensino e aprendizagem sustenta-se nas teorias da cognição, constituídas, principalmente, por uma visão construtivista, sociointeracionista e de aprendizagem significativa, que consideram o aluno como um agente da construção do próprio conhecimento. Essa visão possibilita ao aluno torna-se um buscador, mais do que um seguidor, aquele em permanente busca do conhecimento, de novos campos, novas visões, que interroga, discute, reflete e forma suas convicções (Burak, 2012, p. 88).

Burak (2012) descreve as etapas que podem favorecer os encaminhamentos das atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, principalmente na Educação Básica que são igualmente válidas para outros níveis de ensino:

- 1) Escolha do Tema: a escolha do tema para ser desenvolvido em Modelagem Matemática parte do interesse do grupo ou dos grupos de alunos envolvidos. Esses temas são inicialmente colocados pelos alunos, segundo o interesse que manifestam, pela curiosidade ou mesmo para a resolução de uma situação-problema (Burak, 2012, p. 89).
- 2) Pesquisa Exploratória: a pesquisa exploratória é uma etapa que acontece de forma natural, pois uma vez escolhido o tema, muitas vezes, depende do nível de ensino em que esteja sendo trabalhado, e escolhido por curiosidade, pelo desejo de se conhecer mais e melhor aquele assunto. A pesquisa exploratória tem o propósito de inserir os alunos em atividades que formam e desenvolvem atitudes e posturas de um investigador, ao preparar com detalhes uma saída para conhecer o ambiente onde se localiza o interesse do grupo de pessoas envolvidas (Burak, 2012, p. 93).
- 3) Levantamento do(s) problema (s): os dados coletados na pesquisa exploratória dão sustentação à etapa de levantamento do problema ou dos problemas relativos ao tema. O papel do professor, na qualidade de mediador, é de importância fundamental no trabalho com a Modelagem, pois esse é o momento em que se pode contribuir de forma significativa no desenvolvimento da autonomia do aluno e na formação de seu espírito crítico. É a etapa em que se inicia a ação Matemática propriamente dita, pois é o início da formulação dos problemas em linguagem Matemática como resultado da pesquisa exploratória (Burak, 2012, p. 94).
- 4) Resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema: a resolução do(s) problema (s) confere à Modelagem Matemática a etapa em que se faz uso de todo o ferramental matemático disponível no aluno. Na resolução de um problema ou de uma situação-problema os conteúdos matemáticos ganham importância e significado. As operações, as propriedades e os diversos campos da Matemática que se fazem presentes nessa etapa sem dúvida atribuem significados aos conteúdos matemáticos. A confecção experimental de um modelo, é muito interessante e permite alcançar objetivos, tais como: conjecturar, levantar hipóteses, experimentar, refletir, desenvolver a autonomia, a capacidade de buscar novas estratégias e encaminhamentos (Burak, 2012, p. 95-97).
- 5) Análise crítica da solução de problemas: esta etapa da Modelagem é um momento muito rico e especial para analisar e discutir a solução ou as soluções encontradas. É uma ocasião

em que se fazem as considerações e análise das hipóteses abordadas na etapa de levantamento dos problemas. Objetiva-se, nesta fase, discutir as ações decorrentes de uma constatação Matemática, ou não, que resulte em um problema ou uma situação-problema, as consequências das decisões tomadas, as relações, as repercussões em vários níveis (dentre eles o individual, o familiar e o comunitário) e as relações possíveis sob diversos enfoques, constitui o ponto forte dessa prática educativa, mediada pela Modelagem. Esses são momentos importantes no espaço educativo e que devem merecer atenção, pois são essenciais para a faixa etária dos alunos da Educação Básica. É o ponto forte da Modelagem Matemática (Burak, 2012, p. 100).

Para Burak (2012), cada etapa pode sofrer alterações, portanto, não se tratam de etapas rígidas, isso significa que, se o professor, durante o planejamento, perceber que uma etapa foi pulada ou está sendo pulada é necessário de ser aplicada juntamente com outra, não havendo problema algum, mas de uma forma natural de encaminhamentos. A Figura 4, detalha as etapas para a produção de uma atividade de Modelagem Matemática.

Figura 4 - Etapas para a Produção de uma Atividade de Modelagem Matemática.



Fonte: Guia do Professor (2021, p. 20).

Elas expressam e refletem o resultado dos direcionamentos que se sucederam ao trabalho realizado no âmbito da Educação Básica, em mais de 80 cursos. Essas etapas são diferentes em relação às etapas mais clássicas do trabalho da Modelagem, quando utilizadas na perspectiva da Matemática Aplicada, ou seja: o problema, a fase exploratória, a construção do modelo, a validação do modelo e a análise e interpretação dos resultados (Burak, 2012, p. 88-89).

Dameto (2021, p. 5), destaca que, as etapas da Modelagem Matemática proposta por Burak (2012) e Bassanezi (2002), estabelecem conexões, visto que, permitem relacionar

situações reais aos conceitos matemáticos, uma vez que, apresentam-se como uma forma de transformar situações do cotidiano em problemas matemáticos, levando à interpretações de suas soluções para uma linguagem do mundo real, e indicam um caminho comum para amenizar o modelo de ensino tradicional de Matemática, que para Burak (1992, p. 68), “ênfatisa em demasia as regras, a memorização para as respostas às questões matemáticas” e é exemplificada pela frequência com que encontramos em cadernos de alunos exercícios do tipo *arme e efetue*, onde é apresentado um modelo (a “continha” a ser efetuada) e pede-se que executem um algoritmo para obter o resultado (Burak, 1992, p.68).

2.2 Contribuições da Modelagem Matemática enquanto Estratégia de Ensino em Matemática

A seguir foram apresentadas as diferentes possibilidades, contribuições e vantagens da Modelagem Matemática na perspectiva da educação Matemática destacadas por Silveira e Ribas (2023), Biembengut & Hein (2003), Burak (2012), Matemática (2023) e Barbosa (2001).

Inicialmente, Skovsmose (1990) apud Barbosa (2001, p. 4) distingue três tipos de conhecimentos que podem ser relacionados à Modelagem Matemática:

- O conhecimento matemático em si;
- O conhecimento tecnológico, que se refere a como construir e usar um modelo matemático;
- O conhecimento reflexivo, que se refere à natureza dos modelos e os critérios usados em sua construção, aplicação e avaliação.

Ciente disso, Silveira e Ribas (2023, p.1), destacam algumas vantagens para o uso da Modelagem Matemática, que são:

- 1) Motivação dos alunos e do próprio professor.
- 2) Facilitação da aprendizagem. O conteúdo matemático passa a ter mais significação, deixa de ser abstrato e passa a ser concreto.
- 3) Preparação para a profissão.
- 4) Desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo em geral.
- 5) Desenvolvimento do aluno como cidadão crítico e transformador de sua realidade.
- 6) Compreensão do papel sociocultural da Matemática, tornando-a assim, mais importante.

Biembengut & Hein (2003, p. 18-19) orienta que “o trabalho com Modelagem se norteie por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar

o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem”. Assim, os autores esperam que a Modelagem contribua como estratégia de ensino em Matemática para:

- Incentivar a pesquisa e a aproximação com uma outra área do conhecimento da Matemática;
- Enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno;
- Despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade;
- Melhorar a apreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos;
- Promover e desenvolver habilidades em formular e resolver problemas; e
- Estimular e desenvolver a criatividade.

Além das contribuições destacadas, Biembengut & Hein (2003), sugerem que o professor faça inicialmente um levantamento sobre os alunos: sua realidade socioeconômica, o tempo disponível para a realização de trabalho extraclasse e o conhecimento matemático que possuem.

Burak (2012) ressalta,

A preocupação com o ensino e a aprendizagem da Matemática apresenta-se com novas/outras características, posto que dizem respeito ao ensino que gera aprendizagem significativa porque conduz à crítica, à libertação ao confronto necessário daqueles que frequentam a escola com situações presentes na sociedade da qual são membros (Burak, 2012, p. 79).

Para Burak (2012), isto quer dizer que o foco é no ensino que promova aprendizagem significativa que possibilite ao aluno se tornar cidadão e que busque atribuir sentido e significado ao que aprende por compreensão.

Ainda na perspectiva apontada por Burak (2012, p. 79), o grande desafio é de identificar, discutir e realizar estudos de problemas que constituam e tenham como objetivo o ensino e a aprendizagem da Matemática de tal forma que suscite nos alunos a construção ou o desenvolvimento de suas capacidades. Aprender a pensar em termos matemáticos vai além do matemático porque implica, sobretudo, contribuir para:

1. Compreender outra visão — interdisciplinar, transdisciplinar — que promove o *conhecimento capaz de aprender os problemas globais e fundamentais para neles inserir os conhecimentos parciais e locais* (MORIN, 2006, p. 14);
2. Lidar com situações que estimulem o aluno a desenvolver sua autonomia, suas estratégias próprias de buscar solução para uma situação-problema;

3. Favorecer situações capazes de possibilitar ao aluno conjecturar, atribuir significados ao conteúdo e dele se apropriar integrando o conhecimento fragmentado;
4. Operar cognitivamente articulando partes e todo e indo além dos termos compreensivos, configurando uma visão global que suplante questões restritas e apenas matemáticas e;
5. Nessa perspectiva, incentivar o aluno a estabelecer relações cognitivas entre os vários significados de um mesmo conceito, entre diferentes representações matemáticas que envolvem língua materna, linguagem simbólica, desenhos, gráficos e tabelas.

É com essa visão de Biembengut & Hein (2003) e Burak (2012) que a Modelagem Matemática pretende contribuir com estratégias de ensino e aprendizagem que favoreçam o aluno para que ele construa competências importantes para o momento presente, tais com: I) observa, explorar e investigar; II) estabelecer relações, classificar e generalizar; III) argumentar, tomar decisões e criticar. Tais competências permitem, segundo Morin (2006), preparar o aluno para enfrentar situações novas e inusitadas, enfrentar incertezas, imprevistos e o inesperado, ao serem construídas e, ao longo do tempo, se consolidarem (Burak, 2012, p. 80).

Conforme Matemática (2023), em 13/05/2023 foi realizada em Fortaleza/CE uma palestra conduzida pelo Dr. Dionísio Burak, que trouxe elementos da temática Educação Matemática na concepção de Higginson (1980) e outras áreas do conhecimento que dão sustentação as ações da prática com Modelagem, na concepção da Educação Matemática (Burak, 1992, 2004) envolvendo a Educação Básica.

O evento foi organizado e divulgado por Matemática (2023) conforme Figura 5.

Figura 5 - Banner Modelagem na Educação Matemática.



Fonte: Matemática (2023).

O evento abordou os princípios e as etapas norteadoras dos encaminhamentos das práticas com Modelagem Matemática que a constituem como uma metodologia diferenciada e capaz de possibilitar um novo entendimento seja na formação de professores ou no processo de ensino e aprendizagem da Matemática (Matemática, 2023).

Segundo Matemática (2023), o evento destacou entre os temas, as contribuições da Modelagem na Educação Matemática para o ensino da Matemática, entre as quais destacaram-se:

1. Estimular a resolução de problemas e a aplicação da Matemática no mundo real.
2. Proporcionar uma visão mais concreta e significativa da Matemática, tornando-a mais acessível e interessante para os alunos.
3. Desenvolver o pensamento crítico e a capacidade de análise e interpretação de dados.
4. Incentivar a interdisciplinaridade, possibilitando a integração da Matemática com outras áreas do conhecimento.

Feitas as considerações históricas, as concepções sobre Modelagem Matemática conforme alguns autores, sobretudo, a Modelagem Matemática proposta por Burak (2012) e suas contribuições enquanto estratégias de ensino de Matemática: abordou-se os caminhos da investigação, delineados no próximo capítulo.

3 OS CAMINHOS DA INVESTIGAÇÃO

Esse capítulo destina-se à apresentação da sistematização da pesquisa e do ferramental adotado para a análise e levantamento dos dados no decorrer do processo de ensino e aprendizagem em Modelagem Matemática.

Segundo Barbosa (2001),

“A investigação é o caminho pelo qual a indagação se faz. É a busca, seleção, organização e manipulação de informações. É uma atividade que não conhece procedimentos *a Priori*, podendo comportar a intuição e as estratégias informais. Pode-se dizer que Modelagem é uma investigação Matemática, pois ela se dá por meio de conceitos, ideias e algoritmos desta disciplina (Barbosa, 2001, p. 7).

Para Barbosa (2001), “indagação e investigação são tidas como indissociáveis, pois uma só ocorre na mesma medida da outra. Se o aluno não avança no conhecimento das informações sobre a situação em estudo, não pode indaga-la; e vice-versa”.

3.1 A descrição da Pesquisa

Diante dos suportes teóricos e metodológicos da pesquisa qualitativa, e analisando a Modelagem Matemática e suas contribuições para processo de ensino e aprendizagem de Matemática voltada para os alunos do 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Professor Daniel Gurgel no Município de Janduis/RN, inicialmente, foi feita a descrição da pesquisa, fazendo-se necessário conhecer o ambiente escolar em que ocorreu a aplicação da Sequência Didática e os sujeitos envolvidos.

3.1.1 O tipo de Pesquisa

A metodologia da pesquisa utilizada foi a pesquisa qualitativa com características de uma pesquisa-ação em Modelagem Matemática, com a finalidade de compreender o contexto social dos alunos. A pesquisa foi desenvolvida na perspectiva do cotidiano dos alunos.

Nesse sentido Burak (2012) afirma que:

Diferentemente da pesquisa quantitativa, que se apoia fundamentalmente na aplicação de métodos estatísticos, dos quais obtém a sua tão alegada objetividade, a pesquisa qualitativa enfoca e trata de problemas sob a ótica que fornece uma concepção distinta de objetividade. Nessa forma de conceber a investigação estão considerados, enfoques de cortes antropológico, fenomenológico, etnográfico e todos aqueles que se

caracterizam pela amplitude de vertentes da “observação participante” (Burak, 2012, p. 70).

Para Burak (2012), tais enfoques oferecem uma visão alternativa da subjetividade e dos métodos adequados para estudar o comportamento humano e são partes da tradição de investigação desenvolvida pelos enfoques, posto que o método deve adequar-se à cada estudo.

3.1.2 O Sujeito da Pesquisa

A proposta de trabalho foi desenvolvida na escola e envolveu os alunos do 3º ano do ensino médio, turno vespertino da Escola Estadual Professor Daniel Gurgel. Participaram 20 alunos com idades entre 15 e 20 anos. Inicialmente, os alunos foram submetidos à uma atividade de sondagem, que foi realizada em folha impressa, individualmente e de forma anônima. Os alunos foram identificados por Aluno 1, Aluno 2, Aluno 3, ..., Aluno 19, Aluno 20.

Em um segundo momento, para realização da atividade interventiva, os alunos se organizaram em duplas, ficando a critério deles a formação das duplas, que foram identificadas por códigos, a primeira dupla foi identificada por D₁, a segunda por D₂, ..., e a décima por D₁₀.

Finalmente, foi aplicada a Atividade Avaliativa, realizada individualmente por intermédio do aplicativo de formulários Google Forms.

3.1.3 O Espaço da Pesquisa

A pesquisa foi realizada numa escola de ensino médio localizada no Município de Janduis/RN intitulada Escola Estadual Professor Daniel Gurgel.

Para fins de descrição, a referida escola fica localizada na rua Lourival Gurgel no bairro São Bento na cidade de Janduis/RN é uma instituição de ensino estadual que possui 65 anos de existência. Atendendo aluno (as) proveniente de diferentes classes sociais. É uma escola que oferece Ensino Fundamental (6º ao 9ºanos), Ensino Médio (1º ao 3ºanos) e Ensino Médio Potiguar (1º a 3º anos). Atualmente a escola possui 305 alunos matriculados, distribuídos em 12 turmas entre os turnos matutino, vespertino e noturno. São alunos oriundos da zona urbana e de comunidades rurais.

A escola apresenta em seu quadro funcional: um diretor (a), um vice-diretor (a), um coordenador, dois apoios pedagógico, 15 professores de Educação Básica e dez auxiliares de serviços gerais.

A respeito da estrutura física, a escola possui seis salas de aula, uma biblioteca, uma sala de professores, uma sala de direção, uma secretaria, uma cozinha, um refeitório, banheiros masculino e feminino e um amplo espaço externo que permite a prática de diversas atividades escolares.

3.1.4 A Escolha do Tema

A escolha do tema leva em consideração as duas primeiras etapas de Modelagem Matemática propostas por Burak (2012): a escolha do tema e a pesquisa exploratória.

Para Burak (2012, p. 89), a escolha de um tema para ser desenvolvido em Modelagem Matemática parte do interesse do grupo ou dos grupos de alunos envolvidos. Esses temas são inicialmente colocados pelos alunos, segundo o interesse que manifestam, pela curiosidade ou mesmo para a resolução de uma situação problema.

Conforme Burak (2012), a pesquisa exploratória consiste na busca de literatura específica que trate do tema. Nesse sentido o professor tem um papel também importante no encaminhamento dessa etapa, pois ao estudar e conhecer o potencial socioeconômico da região da cidade ou de um bairro pode fornecer subsídios importantes para a tomada de decisão do grupo ou dos grupos.

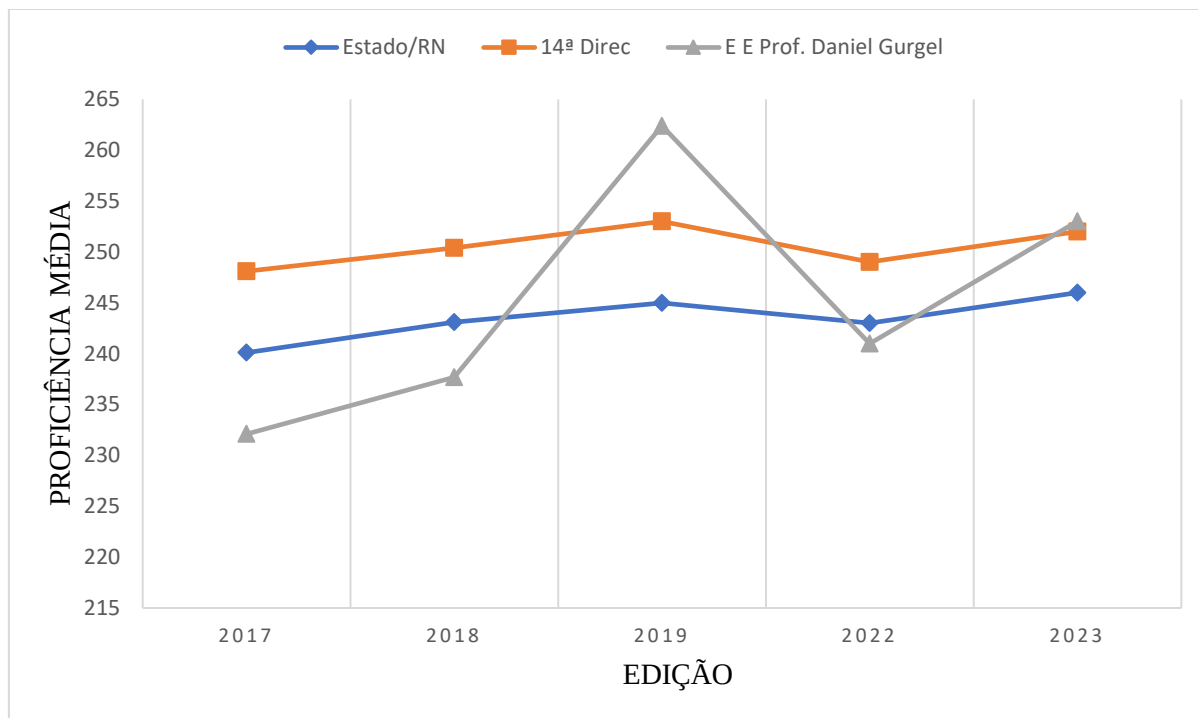
Nessa etapa, Biembengut & Hein (2003, p. 24) destacam a atuação do professor, que deve ser voltada primordialmente para utilização de estratégias que facilitem aos alunos a escolha de um assunto abrangente, motivador e sobre o qual seja fácil obter dados e informações.

A metodologia escolhida para esse trabalho tem como tema a Função Polinomial do 1º grau com o intuito de superar as dificuldades matemáticas evidenciadas pelas avaliações externas do Sistema Integrado de Monitoramento e Avaliação Institucional da Rede Estadual de Ensino do Estado do Rio Grande do Norte – SIMAIS/RN, que foi criado, em 2016, pela SEEC/RN com o intuito de monitorar a qualidade do ensino ofertado pelas escolas da rede estadual. As avaliações foram aplicadas nos anos de 2017, 2018, 2019, 2022 e 2023, de modo a construir um diagnóstico da relação ensino e aprendizagem, buscando alcançar uma proficiência satisfatória, tendo como base a Matriz de Referência de Matemática do SAEB/SIMAIS do 3º ano do Ensino Médio (Plataforma, 2023).

O Gráfico 1, ilustra a evolução do nível de proficiência média alcançada pelos alunos do 3º ano do Ensino Médio pelo Estado/RN, pela 14ª Direc/Umarizal e pela Escola Estadual Professor Daniel Gurgel nos anos de 2017, 2018, 2019, 2022 e 2023. Nos anos de 2020 e 2021

não foram aplicadas avaliações SIMAIS/RN devido ao estado de pandemia do Covid-19, retornado sua aplicação em 2022.

Gráfico 1 - Resultados do SIMAIS/RN.



Fonte: Autoria própria com base nos dados do SIMAIS/RN (2024).

O Gráfico 1 mostra uma ligeira evolução da proficiência média nos anos de 2018 e 2019. Em 2019 a Escola Estadual Professor Daniel Gurgel obteve seu melhor desempenho, superando a proficiência média do Estado/RN e da 14ª Direc. Já no ano de 2022, pós pandemia, ocorreu uma queda acentuada na proficiência média da escola, diferentemente do Estado/RN e da 14ª Direc, cuja quedas foram mínimas. A Escola Estadual Professor Daniel Gurgel voltou a elevar sua proficiência em 2023, enquanto o Estado/RN e a 14ª Direc tiveram avanços tímidos nesse mesmo ano.

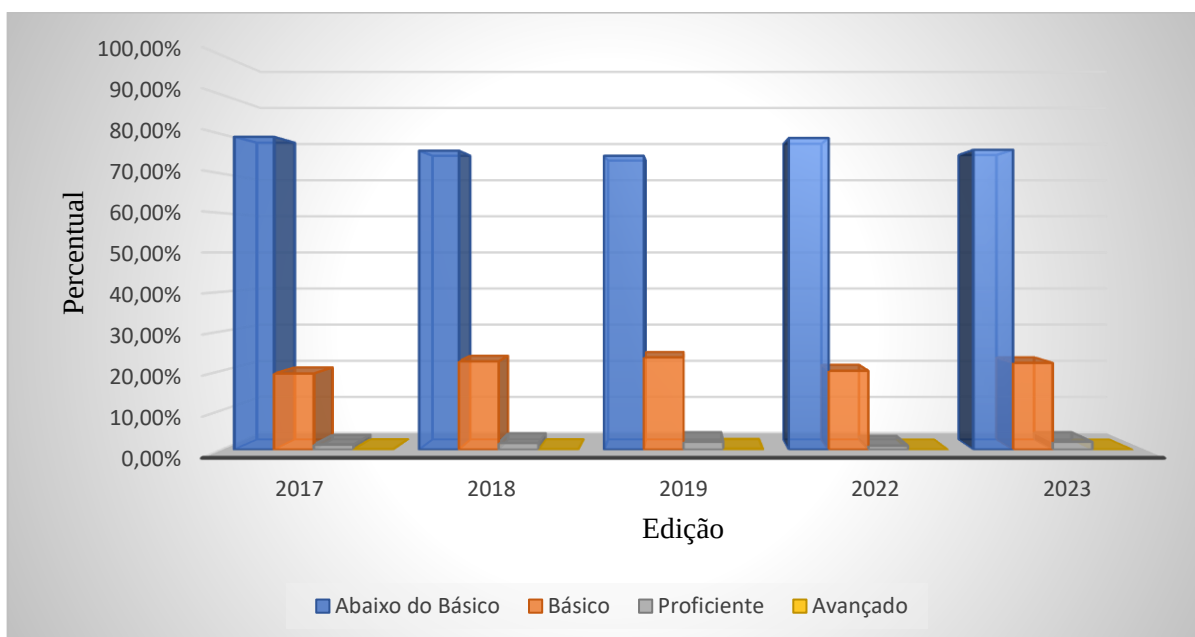
O SIMAIS/RN classifica o padrão de desempenho, que permite identificar o nível de desempenho dos alunos em suas avaliações em (Plataforma, 2023):

- 1. Abaixo do Básico (até 275 pontos):** Este padrão reúne alunos com carência de aprendizagem para o desenvolvimento das habilidades e competências mínimas requeridas para a conclusão da etapa de escolaridade em que se encontram. São alunos que necessitam de ações pedagógicas de recuperação.

2. **Básico (de 275 a 350 pontos):** Este padrão agrupa alunos que ainda não demonstram ter desenvolvido adequadamente as habilidades e competências essenciais para a sua etapa de escolaridade. Demandam atividades de reforço na aprendizagem.
3. **Proficiente (de 350 a 400 pontos):** Este padrão reúne alunos que consolidaram o desenvolvimento das competências previstas para a etapa de escolaridade. Entretanto, ainda requerem ações para aprofundar a aprendizagem.
4. **Avançado (acima de 400 pontos):** Este padrão agrupa alunos com desenvolvimento além do esperado para sua etapa de escolaridade, os quais precisam de estímulos para continuar avançando no processo de aprendizagem.

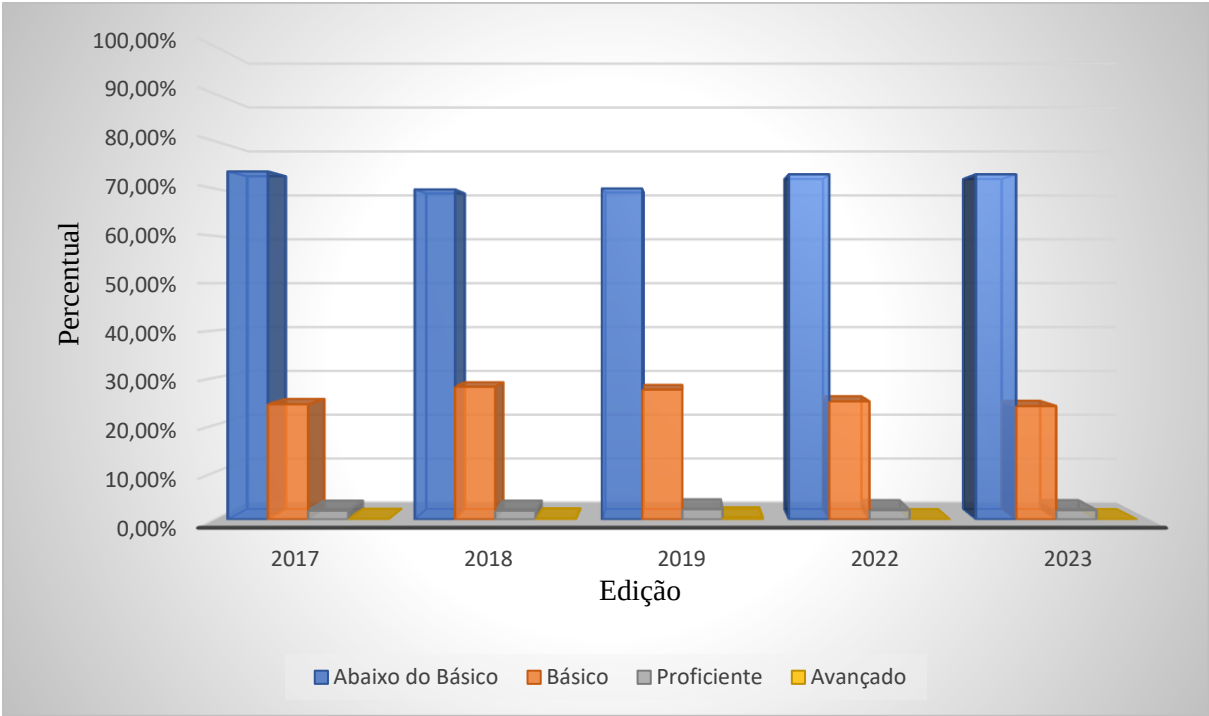
O SIMAIS/RN determina o percentual de alunos por Nível de Proficiência e Padrão de Desempenho dos alunos durante os anos de aplicação da avaliação, como mostra os Gráficos 2, 3 e 4, respectivamente.

Gráfico 2 - Percentual de Alunos por Nível de Proficiência e Padrão de Desempenho Estado/RN.



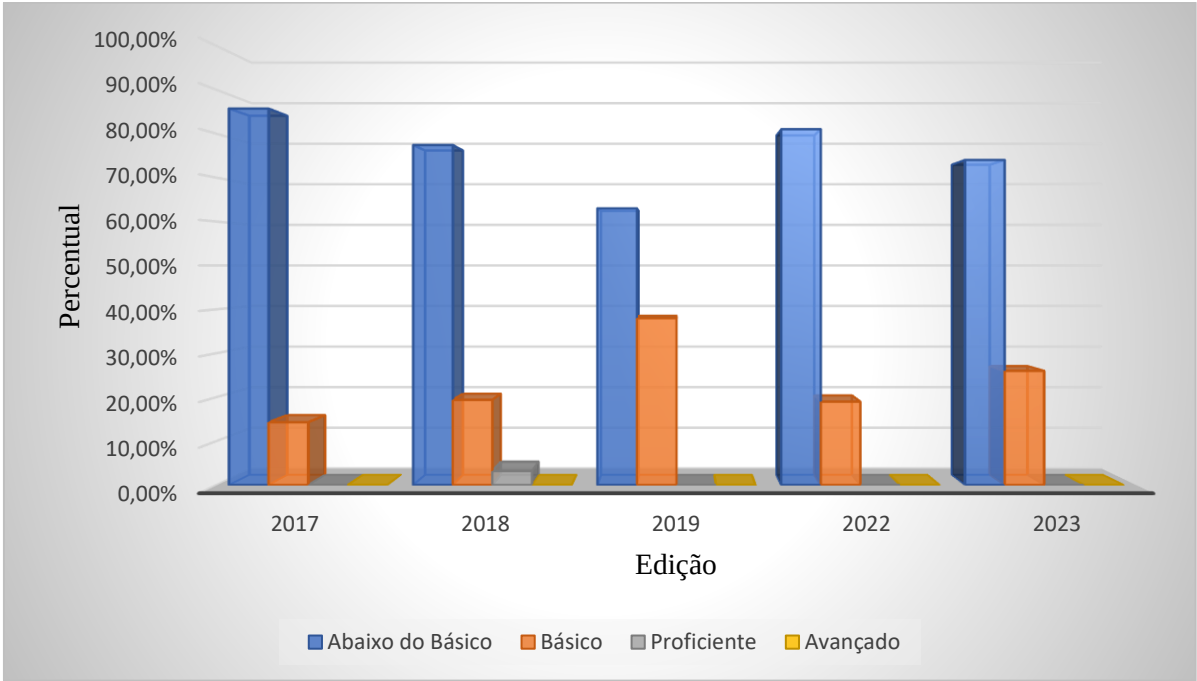
Fonte: Autoria própria com base nos dados do SIMAIS/RN (2024).

Gráfico 3 - Percentual de Alunos por Nível de Proficiência e Padrão de Desempenho - 14ª Direc/Umarizal.



Fonte: Autoria própria com base nos dados do SIMAIS/RN (2024).

Gráfico 4 - Percentual de Alunos por Nível de Proficiência e Padrão de Desempenho - Escola Estadual Professor Daniel Gurgel.



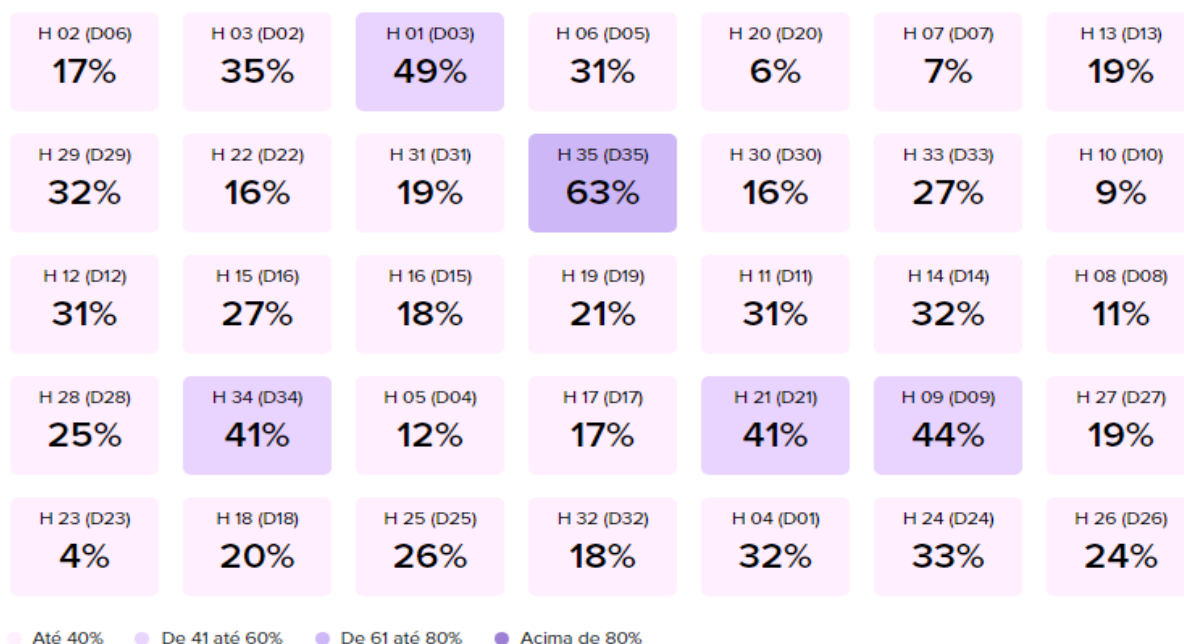
Fonte: Autoria própria com base nos dados do SIMAIS/RN (2024).

O Gráfico 2 mostra que o padrão de desempenho do Estado/RN manteve-se praticamente estável em 2023, o mesmo acontecendo com a 14ª Direc, como mostra o Gráfico 3, que mesmo tendo uma leve melhora, não foi suficiente para avanços significativos. No ano de 2023, a proficiência média da Escola Estadual Professor Daniel Gurgel demonstrou melhorias, de acordo com o Gráfico 4, confirmando os resultados observados no Gráfico 1, isso indica que, quando a proficiência média aumenta, os padrões de desempenho também melhoram proporcionalmente.

As representações gráficas evidenciam as dificuldades dos alunos quanto aos percentuais de Padrão de Desempenho Abaixo do Básico e Básico, proficiente e Avançado sinalizando defasagens que precisam ser enfrentadas, tanto no Estado/RN, 14ª Direc e principalmente da Escola Estadual Professor Daniel Gurgel.

Diante dos resultados obtidos nos anos de Avaliação SIMAIS/RN, foi feita uma análise dos percentuais de acertos registrados nos testes nos quais as cores indicam as Habilidades/Descritores que foram mais ou menos acertadas de acordo com a matriz de referência SIMAIS/SAEB de Matemática para o 3º ano do ensino médio, conforme Figura 6.

Figura 6 - Percentual de Acertos por Habilidade/Descritor.



Fonte: SIMAIS/RN (2024).

Com as informações de indicador de acertos por habilidade, é possível identificar as Habilidades/Descritores nas quais os alunos demonstram ter mais dificuldades, e direcionar o trabalho que massifique essas habilidades.

Para tanto, utilizaremos as etapas da Modelagem Matemática e seu ferramental na concepção de Burak (2012) como proposta de ensino e aprendizagem com o intuito de superar dificuldades evidenciadas na Figura 6. Com essa finalidade, serão destacados os Temas III e IV: Números e Operações/Álgebra, Funções e Tratamento da Informação da matriz de referência do SIMAIS/RN (Plataforma, 2023):

- H18/D18: Reconhecer expressões algébricas que representa uma função a partir de uma tabela.
- H19/D19: Resolver problema que envolva uma função do 1º grau.
- H20/D20: Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.
- H23/D23: Reconhecer o gráfico de uma função polinomial do 1º grau por meio de seus coeficientes.
- H24/D24: Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o gráfico.
- H34/D34: Resolver problemas envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.
- H35/D35: Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

Para isso, foram utilizadas as habilidades (EM13MAT302) e (EM13MAT404) da BNCC, utilizando-se o software dinâmico GeoGebra, que está presente em ambas as habilidades. O modelo elaborado faz uso de pelo menos uma parte do conteúdo programático da disciplina, o que apoiou a realização das etapas da Modelagem Matemática:

- (EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º e 2º graus para resolver problemas em contextos diversos com ou sem **apoio de tecnologias digitais**. (grifo nosso) (Brasil, 2018a, p. 536).

Essa habilidade está relacionada à Competência Específica 3 que contempla a:

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos

resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (Brasil, 2018a, p. 535).

Essa competência está relacionada à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos, geométricos, estatísticos, probabilísticos, entre outros (Brasil, 2018a).

- (EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabelas do imposto de renda, contas de luz, água, gás, etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem **apoio de tecnologias digitais**. (grifo nosso) (Brasil, 2018a, p. 539).

Essa habilidade está relacionada à Competência Específica 4, que contempla a:

Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação Matemática (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas (Brasil, 2018a, p. 538).

Essa competência está relacionada a utilização de diferentes representações de um mesmo objeto matemático na resolução de problemas em vários contextos, como socioambientais, e da vida cotidiana, tendo em vista que elas têm um papel decisivo na aprendizagem do aluno (Brasil, 2018a).

De acordo com Souza (2020), para que ocorra o desenvolvimento das habilidades elencadas, é fundamental que o professor tenha parâmetros, esteja ciente em suas práticas, que para dar continuidade às aprendizagens desenvolvidas, ele possa orientar e acompanhar os alunos do ensino médio no desenvolvimento do trabalho com Modelagem, fazendo encaminhamentos e desenvolvendo estratégias de interação e em que momento nortear os alunos. De acordo com a BNCC (Brasil, 2018a):

[...] devem ser desenvolvidas habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos de resolução e de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados (Brasil, 2018a, p. 529).

3.2 Levantamento (s) de Problema(s)

Escolhido o tema, foi realizada a pesquisa exploratória que deu sustentação à etapa de levantamentos e formulação do problema ou dos problemas relativos(s) ao tema, na qual os alunos trouxeram subsídios que contenham informações sobre o que se quer modelar. A pesquisa de campo foi realizada nas residências dos próprios alunos e na Internet, especificamente no site da Neoenergia/COSERN, fontes diversificadas de informações e estímulo para realização da coleta de dados relacionados à conta de energia residencial.

Para tanto, a Modelagem Matemática será utilizada na construção de um modelo empregando a Função Polinomial do 1º grau na conta de energia residencial juntamente com o auxílio do software GeoGebra no esboço gráfico.

Inicialmente, os alunos fizeram uma sondagem nas contas de energia de suas residências e fizeram os seguintes questionamentos:

- O que é Watt e kWh? Qual a relação em Watt e kWh em termos numéricos?
- Como é feito o cálculo para encontrar o consumo mensal de energia elétrica de suas residências?
- O que são as bandeiras que aparecem com frequência na cobrança das contas de luz energia e como são determinados seus respectivos valores?
- O que significam as siglas PIS, COFINS e ICMS e como as alíquotas atribuídas a cada sigla incidem no preço unitário cobrado na conta de energia?
- Como é feito o cálculo para encontrar o valor em reais da conta de energia de suas residências?
- Como é feito o cálculo do consumo mensal em kWh de um eletrodoméstico e qual valor em reais a pagar?

Não foram apenas nos questionamentos relativos às contas de energia das residências, mas também, os alunos deixaram evidentes que sentem dificuldades em aplicar as operações aritméticas básicas às questões que necessitam de multiplicação e adição com números decimais, também recordaram vagamente do conteúdo Função Polinomial do 1º grau, domínio, imagem, crescimento, decrescimento bem como o esboço gráfico, assuntos vistos no 1º ano do ensino médio e não fazem ideia do que seja o software GeoGebra.

Para Burak (2012, p. 94) é nesse momento, que o papel do professor, na qualidade de mediador, tem fundamental importância no trabalho com a Modelagem, pois é nesse momento em que se pode contribuir de forma significativa com o desenvolvimento da autonomia do aluno

e com a formação de seu espírito crítico. O autor acrescenta ainda que o “Erro” deve ser entendido como uma aproximação da verdade, pois é mais educativo e preferível o erro resultante de um processo de pensamento do que uma resposta correta emitida ao acaso, quando o aluno não é capaz de justificar o porquê da resposta dada. O levantamento de problemas é, ainda, uma ação cognitiva por excelência, porque é resultante de um encadeamento que promove a intuição e a lógica (Burak, 2012, p. 95).

De posse desses materiais e dos dados da pesquisa exploratória, os alunos foram incentivados a conjecturarem tudo sobre o que pode ter relação com Matemática na conta de energia elétrica de suas residências, elaborando problemas simples ou complicados que permitam vislumbrar a possibilidade de aplicar ou aprender os conteúdos matemáticos, com o professor no papel de mediador das atividades (Klüber; Burak, 2008, p. 21).

Na próxima seção, buscou-se definir Sequência Didática (SD) sob a concepção de alguns autores, suas etapas ou fases e seus benefícios para o ensino e para a aprendizagem com Modelagem Matemática.

3.3 Sequência Didática (SD) como instrumento de aprendizagem

Com o intuito de discutir uma proposta de Sequência Didática (SD) que auxilie no desenvolvimento das atividades trabalhadas com a Modelagem Matemática em cooperação com os sujeitos da pesquisa, a seguir foram apresentadas as concepções de Sequência Didática (SD) pelos autores Zaballa (1998), Peretti e Tonin (2013), Oliveira (2013) e Pereira (2021), com o objetivo de discutir os conceitos, as etapas, características e vantagens das variáveis que promovam uma maior eficácia no processo de ensino e aprendizagem.

Para Zabala (1998, p. 27), “por trás de qualquer proposta metodológica se esconde uma concepção do valor que se atribui ao ensino, assim como certas ideias mais ou menos formalizadas e explícitas em relação aos processos de ensinar e aprender”. Ainda nessa perspectiva Zabala (1998), destaca as relações interativas estabelecidas pelas Sequências Didáticas em sala de aula: o papel dos professores e dos alunos, permitindo a construção do conhecimento e consequente desenvolvimento de habilidades.

Como “um conjunto de atividades, que nos oferecem uma série de oportunidades comunicativas, mas que por si mesmas não determinam o que constitui a chave de todo ensino: as relações que se estabelecem entre os professores, os alunos e os conteúdos de aprendizagem”. As atividades são o meio para mobilizar a trama de comunicações que pode se estabelecer em classe; as relações que ali se estabelecem definem os diferentes papéis dos professores e dos alunos. Desse modo, as atividades,

e as sequências que formam, terão um ou outro efeito educativo em função das características específicas das relações que possibilitam (Zabala, 1998, p. 89).

Conforme Revista Escola (2012) apud Peretti e Tonin (2013),

Um dos pioneiros em pesquisa sobre como os alunos aprendem Matemática, o francês Guy Rousseau desenvolveu a Teoria das Situações Didáticas, que se baseia no princípio de que “cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação, entendida como uma ação entre duas ou mais pessoas” (Revista Escola, 2012 apud Peretti e Tonin, 2013, p. 6).

Segundo Peretti e Tonin (2013), para que as atividades apresentadas sejam práticas e lúdicas para o aluno, é necessário que uma Sequência Didática forneça subsídios diferenciados com material concreto, que oportunize ao aluno desafios maiores e que permita a construção relevante do conhecimento.

De acordo com Zabala (1998, p. 14), na sala de acontecem muitas coisas ao mesmo tempo, rapidamente e de forma imprevista, e durante muito tempo, o que fez com que se considere difícil, quando não impossível, a tentativa de encontrar referências ou modelos para racionalizar a prática educativa.

Nesse sentido, Elliot (1993) apud Zabala (1998) distingue duas formas muito diferentes do professor desenvolver esta prática:

- a) O professor que empreende uma pesquisa sobre um problema prático, mudando sobre esta base algum aspecto de sua prática. Nesse caso, o desenvolvimento da compreensão precede a decisão de mudar as estratégias (Elliot, 1993 apud Zabala, 1998, p. 14).
- b) O professor que modifica algum aspecto de sua prática como resposta a algum problema prático, depois de comprovar sua eficácia para resolvê-lo. Através da avaliação, a compreensão inicial do professor sobre o problema se transforma. Portanto, a decisão de adotar uma estratégia de mudança precede o desenvolvimento da compreensão. A ação inicia a reflexão. (Elliot, 1993 apud Zabala, 1998, p. 15).

Para Elliot (1993) apud Zabala (1998), o primeiro tipo de professor constitui uma projeção das inclinações acadêmicas sobre o estudo do pensamento dos professores, que supõem que existe uma atuação racional na qual se selecionam ou escolhem as ações sobre a base de uma observação desvinculada e objetiva da situação; marco teórico em que pode se separar a investigação da prática. O segundo tipo de professor representa com mais exatidão a lógica natural do pensamento prático.

Com base nessa visão, há variados níveis de conexão e dependência, cabendo ao professor refletir sobre os dois grandes referenciais que embasam a sua prática educacional: “em primeiro lugar, e de maneira destacada, encontrar um referencial que esteja ligado ao sentido e ao papel da educação, e o que deve responder às perguntas: para que educar? para que ensinar?”. Estas são perguntas capitais, sem elas nenhuma prática educativa se justifica e dá sentido à intervenção pedagógica (Zaballa, 1998, p. 21-22).

Na abordagem dos conteúdos, Zaballa (1998) agrupa segundo sua tipologia em três categorias: conceituais, procedimentais e atitudinais.

- Conteúdos conceituais se referem ao conjunto de fatos, objetos ou símbolos que têm características comuns, e os princípios se referem às mudanças que se produzem num fato, objeto ou situação em relação a outros fatos, objetos ou situações e que normalmente descrevem relações de causa-efeito ou de correlação (Zaballa, 1998, p. 42).
- Conteúdos procedimentais se referem ao conjunto de ações ordenadas e com um fim, quer dizer, dirigidas para a realização de um objetivo. São conteúdos procedimentais: ler, desenhar, observar, calcular, classificar, traduzir, recortar, saltar, inferir, espertar, etc. Se examinarmos a definição, vemos que os conteúdos procedimentais são um conjunto de ações ordenadas e com um fim (Zaballa, 1998, p. 43-44).
- Conteúdos atitudinais englobam uma série de tópicos que por sua vez podemos agrupar em valores, atitudes e normas. Cada um destes grupos tem uma natureza suficientemente diferenciada que necessitará, em dado momento, de uma aproximação específica (Zaballa, 1998, p. 46).

Zaballa (1998), destaca ainda que, o planejamento e a avaliação de uma Sequência Didática (SD) constituem as peças substanciais em toda prática educacional em sala de aula, sugerindo que:

O planejamento e a avaliação dos processos educacionais são uma parte inseparável da atuação docente, já que acontece nas aulas, a própria intervenção pedagógica, nunca pode ser entendida sem uma análise que leve em conta as intenções, as previsões, as expectativas e a avaliação dos resultados. Por pouco explícitos que sejam os processos de planejamento prévio ou os de avaliação da intervenção pedagógica, esta não pode ser analisada sem ser observada dinamicamente desde que um modelo de percepção da realidade da aula, onde estão estritamente vinculados o planejamento, a aplicação e a avaliação (Zaballa, 1998, p. 17).

Em seu livro, Zabala (1998, p. 18) define Sequência Didática como sendo “*um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos*” (grifos do autor). Ou seja, a Sequência Didática que compreende as atividades.

Zabala (1998), utiliza indistintamente os termos unidade didática, unidade de programação ou unidades de intervenção pedagógica para se referir às sequências de atividades estruturadas para a realização de certos objetivos educacionais determinados, utilizando critérios que guiam sua construção, incluindo as três fases de toda intervenção reflexiva: planejamento, aplicação e avaliação.

Das diferentes variáveis que configuram as propostas metodológicas, sobretudo, as que formam um tipo uma Sequência Didática, frente a um modelo expositivo da denominada aula magistral, surge uma diversidade de propostas nas quais a Sequência Didática se torna mais complexa. Dessa forma, e esquematicamente seguindo Bini (1977) apud Zabala (1998, p. 54) a sequência do modelo tradicional, que ele denomina circuito didático dogmático, estaria formada por quatro fases:

- a) Comunicação da lição.
- b) Estudo individual sobre o livro didático.
- c) Repetição do conteúdo aprendido (numa espécie de ficção de haver se apropriado dele e o ter compartilhado, embora não se esteja de acordo com ele), sem discussão nem ajuda recíproca.
- d) Julgamento ou sanção administrativa (nota) do professor ou da professora.

Discorrendo sobre as fases de uma Sequência Didática, Zabala (1998) considera que essa metodologia de ensino tem seu principal objetivo:

[...] permitam introduzir nas diferentes formas de intervenção aquelas atividades que possibilitem uma melhora de nossa atuação nas aulas, como resultado de um conhecimento mais profundo das variáveis que intervêm e do papel que cada uma delas tem no processo de aprendizagem de meninos e meninas (Zabala, 1998, p. 54).

O autor, destaca ainda que, na identificação das fases de uma Sequência Didática (SD), deve-se considerar as atividades que as conformam, e que as relações estabelecidas entre elas sirvam para compreender o valor educacional que têm, as razões que as justifiquem e a necessidade de introduzir mudanças ou atividades novas que melhorem a compreensão dos conteúdos ensinados na sala de aula (Zabala, 1998).

Sob a perspectiva de Peretti e Tonin (2013):

A Sequência Didática é um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para a aprendizagem de seus alunos e envolvendo atividade de avaliação que pode levar dias, semanas ou durante o ano. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema e por sua vez a outro tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido (Peretti e Tonin, 2013, p. 6).

Para Pereira (2021), uma Sequência Didática (SD) é um planejamento bem elaborado, um plano de aula com conteúdos definidos a serem ensinados e objetivos a serem alcançados em cada etapa de seu desenvolvimento, utilizando materiais necessários, introduzindo metodologias que favoreçam a apresentação de conteúdos e atividades, norteando a longo prazo todo processo educativo de desenvolvimento e aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem.

Para Peretti e Tonin (2013) ao iniciar e desenvolver uma Sequência Didática (SD):

[...] é necessário efetuar um levantamento prévio dos conhecimentos dos alunos e, a partir desses, planejar uma variedade de aulas com desafios e/ou problemas diferenciados, jogos, análise e reflexão. Aos poucos, faz-se necessário aumentar a complexidade dos desafios e orientações permitindo um aprofundamento do tema proposto (Peretti e Tonin, 2013, p. 6).

Segundo Pereira (2021), o conhecimento prévio da turma pelo professor contribui significativamente para configuração de uma Sequência Didática que contribua para elaboração de atividades que busquem romper a barreira da fragmentação dos conhecimentos, desafiando os alunos a desenvolver suas habilidades, respeitando seu nível de conhecimento e possibilitando uma aprendizagem significativa satisfatória e eficaz.

Sob a perspectiva da organização dos conteúdos curriculares, Oliveira (2013) define Sequência Didática (SD):

Como uma metodologia simples que envolve um conjunto de atividades interligadas e que prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma mais integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino/aprendizagem (Oliveira, 2013, p. 39).

Oliveira (2013, p. 40) considera os passos básicos ou fases para elaborar uma Sequência Didática (SD) a saber:

- a) A escolha do tema a ser trabalhado;
- b) Os questionamentos para problematização do assunto a ser desenvolvido;

- c) Planejamento dos conteúdos;
- d) Os objetivos a serem alcançados no processo de ensino e aprendizagem;
- e) Determinação da sequência de atividades, considerando ainda, a divisão de grupos, o cronograma, o material didático, a integração entre cada atividade e avaliação dos resultados.

Dentre as vantagens da aplicação de uma Sequência Didática (SD) empregando a Modelagem Matemática como instrumento de ensino e aprendizagem, Pereira (2021, p. 51) cita:

- A possibilidade de potencializar o trabalho com interdisciplinaridade e a modelagem uma vez que, como há mais tempo, torna-se viável trabalhar com várias metodologias de forma integrada;
- Experimentação de novas metodologias, técnicas e abordagens de ensino para um conteúdo específico;
- Possibilitar uma avaliação mais concisa do processo de ensino e aprendizagem, através da observação dos avanços, retrocessos, facilidades e dificuldades encontradas ao longo do processo.

No próximo capítulo foi descrito o desenvolvimento da proposta da Sequência Didática proposta nesta pesquisa e a análise dos resultados das atividades que foram desenvolvidas em sala de aula com os alunos do 3º Ano do Ensino Médio da Escola Estadual Professor Daniel Gurgel.

4 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA E A ANÁLISE DOS RESULTADOS.

A Sequência Didática (SD) foi sistematizada da seguinte maneira:

- Atividade de Sondagem;
- Atividade Interventiva, que corresponde ao desenvolvimento das etapas da Modelagem Matemática proposta por Burak (2012) em conformidade com o desenvolvimento proposto por Paz (2022);
- E, finalmente, uma Atividade Avaliativa.

Na perspectiva de Sacristán (1998), a avaliação pode ser entendida como:

[...] qualquer processo por meio do qual alguma ou várias características de um aluno/a, ou de um grupo de alunos, de um ambiente educativo, de objetivos educativos, de materiais, professores/as, programa, etc., recebem atenção de quem avalia, analisam-se e valorizam-se suas características e condições em função de alguns critérios ou pontos de referências para emitir um julgamento que seja relevante para a Educação (Sacristán, 1998, p. 298).

Deixando evidente que o propósito da avaliação é contribuir para os processos de ensino e aprendizagem na escola, com o papel de compreender as situações dos alunos e informá-los das suas aptidões e capacidades no processo de ensino e aprendizagem.

4.1 Atividade de Sondagem

Para fins de contextualização, primeiramente, com o intuito de inserir o tema que será modelado no contexto do aluno, foi aplicada a Atividade de Sondagem, como é mais conhecida no contexto escolar, composta por 10 questões objetivas para turma escolhida do 3º ano do ensino médio, turma A, da Escola Estadual Professor Daniel Gurgel.

A Atividade de Sondagem foi aplicada com a participação dos 20 alunos que compõem a turma do 3º ano, e teve como objetivo principal fazer uma sondagem dos conhecimentos dos alunos, compreendendo a situação socioeconômica de cada um com a finalidade de coletar informações sobre os conhecimentos prévios adquiridos sobre uma conta de energia residencial, descobrindo as causas que dificultam a aprendizagem, regulando os processos de ensino e aprendizagem, buscando estabelecer relações com conceitos matemáticos e com o conteúdo Função Polinomial do 1º grau, assunto já estudado no 1º ano do ensino médio.

A aplicação ocorreu após uma conversa formal com a turma que durou 20 minutos, onde diversas dúvidas e questionamentos surgiram, e posteriormente

surgiram pontos de resistência por parte de alguns alunos, visto que, a atividade poderia prejudicá-los caso o resultado não fosse satisfatório, que, por se tratar de uma espécie de teste surpresa, eles não tiveram oportunidade de revisar nenhum conteúdo.

Entretanto, foi esclarecido que a atividade não determinaria se os alunos obteriam sucesso ou fracasso para classificá-los em aprovados ou reprovados, mas fazer uma verificação e não uma avaliação do nível de conhecimento que eles trazem sobre a conta de energia de suas residências.

Sob o ponto de vista de D'Ambrósio (2005):

[...] a avaliação deve ser uma orientação para o professor na condução de sua prática docente e jamais um instrumento para reprovar ou reter alunos na construção de seus esquemas de conhecimento teórico e prático. Selecionar, classificar, filtrar, reprovar e aprovar indivíduos para isto ou aquilo não são missão de educador. Outros setores da sociedade devem se encarregar disso (D'ambrósio, 2005, p. 78).

Com as dúvidas sanadas e após um bom tempo de discussão, antes da entrega da atividade, foi ressaltado que, a Atividade de Sondagem seria aplicada sem que os alunos envolvidos se identificassem, ou seja, de forma anônima.

Durante a realização da Atividade de Sondagem, foi aberto um canal de comunicação ou “feedback” com a finalidade de tirar dúvidas que viessem a surgir sobre as perguntas.

A abertura de canal ou “feedback” possibilitou que os alunos ficassem mais tranquilos, diminuindo a tensão pré-aplicação da atividade de sondagem. A falta desse canal ou “feedback” poderia deixar os alunos sem norte no processo de ensino.

A Atividade de Sondagem instrumentalizou o professor, a fim de colocar em prática seu planejamento de maneira adequada às necessidades e o crescimento dos alunos, tornando-os autônomos e participativos enquanto sujeitos do processo de ensino e aprendizagem, proporcionando momentos de satisfação recíproca entre professor e aluno.

Concluída a aplicação da Atividade de Sondagem, que durou aproximadamente 45 minutos, ou seja, o tempo de uma aula, teve início a realização das análises dos resultados obtidos do desempenho dos alunos.

A seguir foram apresentados os principais aspectos das análises das respostas apresentadas pelos alunos, baseadas nos conhecimentos prévios e socioeconômicos sobre a conta de energia elétrica. Como a Atividade de Sondagem foi realizada de forma que os alunos

não precisariam se identificar, ou seja, de forma anônima, eles foram classificados aleatoriamente como dispostos a seguir.

Aluno 1, Aluno 2, Aluno 3, ..., Aluno 19, Aluno 20.

O desempenho dos alunos foi analisado por meio de uma análise quantitativa e qualitativa do número de acertos e erros.

Para correção da Atividade de Sondagem, foram criadas categorias denominadas como: **Questão correta – C; Questão incorreta – I, Questão assinalada – Sim e Questão assinalada – Não** (grifo nosso).

O Quadro 1, traz um panorama completo do desempenho dos alunos. O quadro foi construído, atribuindo uma cor para cada categoria, para que se tenha uma perspectiva geral do desempenho dos alunos.

Quadro 1 - Desempenho dos Alunos na Atividade de Sondagem.

	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6	Questão 7	Questão 8	Questão 9	Questão 10
Aluno 1	C	Sim	C	C	I	I	C	C	C	C
Aluno 2	C	Sim	C	C	I	I	C	C	C	C
Aluno 3	C	Sim	C	C	I	I	C	C	C	C
Aluno 4	C	Sim	C	C	C	I	C	C	C	C
Aluno 5	C	Sim	C	C	I	I	C	C	C	C
Aluno 6	C	Sim	C	C	C	I	C	C	C	I
Aluno 7	C	Sim	C	C	C	C	C	C	C	C
Aluno 8	C	Sim	C	C	C	C	C	C	C	C
Aluno 9	C	Sim	C	C	I	I	C	I	C	I
Aluno 10	C	Sim	C	C	C	C	C	C	C	C
Aluno 11	C	Sim	C	C	C	C	C	C	C	C
Aluno 12	C	Sim	C	C	C	I	C	C	C	C
Aluno 13	C	Sim	C	C	I	I	C	C	C	C
Aluno 14	C	Sim	C	C	C	C	C	C	C	C
Aluno 15	C	Sim	C	C	C	C	C	C	C	C
Aluno 16	C	Sim	C	C	C	C	C	C	C	C
Aluno 17	C	Sim	C	C	C	I	C	C	C	C
Aluno 18	C	Sim	C	C	C	C	C	C	C	C
Aluno 19	C	Sim	C	C	C	C	C	C	C	C
Aluno 20	C	Sim	C	C	C	I	C	C	C	C

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

- Questão correta-C
- Questão incorreta-I
- Questão Assinalada - Sim
- Questão Assinalada – Não

A partir dos resultados exibidos do Quadro 1, foram feitas as análises críticas das soluções da Atividade de Sondagem realizada pelos alunos:

A questão 1, todos os alunos assinalaram a alternativa correta, ou seja, eles conhecem a companhia energética que fornece energia no Estado do Rio Grande do Norte.

Na questão 2, todos os alunos assinalaram que sabem identificar na conta de energia de sua residência o consumo mensal, o que deixou uma boa impressão para resolução de questões que envolvem figuras e tabelas na conta de energia.

As questões 3 e 4, foram consideradas corretas, visto que, são questões que abordam características socioeconômicos dos alunos, ou seja, se eles têm conhecimentos sobre sua renda familiar mensal, bem como, quanto dessa renda é destinada para pagar a conta de energia elétrica de suas residências.

Na questão 5, 14 alunos obtiveram êxito na resolução, visto que, a questão ilustra a figura de uma conta de luz, e necessitava que os alunos tivessem o conhecimento de como é feito o cálculo do consumo mensal de energia elétrica da residência, observando, que o consumo é calculado pela diferença entre a leitura atual e a leitura anterior discriminadas na conta de energia. Mesmo a leitura anterior e a leitura atual estando destacadas por um retângulo vermelho, seis alunos não conseguiram fazer a subtração corretamente.

Já na questão 6, os alunos deveriam visualizar novamente a conta de luz da questão 5, com a finalidade de calcular o valor da conta em (R\$). Já sabendo do consumo mensal, os alunos deveriam realizar uma multiplicação da quantidade de kWh obtidos na questão 5 pelo respectivo valor em (R\$), este valor é dado na questão 6, a cada kWh consumido. Nessa questão, todos os alunos deveriam ter conhecimentos básicos de multiplicação de números decimais, porém, alguns deles pediram para utilizar uma calculadora, pois, não lembravam como fazer determinado cálculo, mesmo assim, 11 alunos não realizaram o cálculo corretamente e assinaram alternativas incorretas. Conforme dados obtidos no Quadro 1, nove alunos obtiveram resultado satisfatório, ou seja, realizaram corretamente a multiplicação com números decimais.

Na questão 7, o aluno deveria fazer uma análise do gráfico da média de consumo de energia em cada estação do ano. Todos os alunos acertaram essa questão, que pedia para identificar a estação do ano em que ocorre o menor consumo de energia elétrica.

A questão 8, traz novamente um gráfico que representa o consumo de energia elétrica dos 12 meses do ano de 2017 de uma residência com quatro pessoas, e pede que o aluno identifique os dois meses em conformidade com o gráfico em que o consumo foi maior durante o ano de 2017. Apenas o Aluno 9 não identificou corretamente os dois meses.

A questão 9, pedia para que o aluno observasse novamente o gráfico da questão 8 e identificasse em quais meses o consumo foi exatamente igual a 300 kWh. Todos identificaram corretamente os meses em que o consumo foi igual a 300 kWh, e consequentemente acertaram a questão.

E, finalmente, a questão 10, traz novamente para o aluno uma análise de um gráfico de pizza que representa os percentuais do uso eficiente de energia por cada aparelho elétrico em uma residência e pede para identificar quais aparelhos são os vilões da conta de energia elétrica da referida residência. Apenas os alunos 6 e 9 não fizeram a identificação corretamente dos aparelhos vilões do consumo de energia elétrica, conforme Quadro 1 dos resultados dos desempenhos dos alunos.

Durante a análise dos resultados do desempenho dos alunos, foi constatado que eles sentem mais dificuldades quando são cobradas suas competências e habilidades com o manuseio das operações aritméticas como adição, subtração, multiplicação e divisão com números decimais.

A Atividade de Sondagem também trouxe à tona a facilidade com que a maioria dos alunos tem em fazer análises corretas e com relativa rapidez em resolver questões que trazem figuras, gráficos ou tabelas, isso porque, influenciam na percepção, oportunizam e despertam o interesse dos alunos, contribuindo para que se sintam inseridos no processo de ensino e aprendizagem.

Quando a avaliação traz elementos que inserem os alunos em seu cotidiano, ajuda a ter uma melhor compreensão da realidade, por meio de linguagem Matemática, fazendo com que o erro seja transposto de forma que consigam absorver as informações e avancem na aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

A inserção de figuras, gráficos e tabelas no processo avaliativo, muda a rotina das avaliações e geram novas perspectivas no planejamento escolar, rompendo a barreira das avaliações tradicionais em que os alunos na maioria das vezes não encontram significados, estabelecendo relações que promovam as mais variadas estratégias pautadas nos procedimentos utilizados pelos alunos para obter a solução de uma determinada situação-problema, e a avaliação seja usada como uma ferramenta dinâmica a partir de uma análise global do cotidiano escolar do aluno, melhorando as condições do processo de ensino e aprendizagem.

Durante a elaboração, aplicação e análises dos resultados da Atividade de Sondagem, foi possível perceber que a Resolução de Problemas representa uma metodologia explorada. Mesmo sabendo da conexão entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, não desejamos abordá-la no desenvolvimento deste trabalho.

A Atividade de Sondagem do aluno encontra-se disponível no Anexo A, deste estudo.

Na seção seguinte apresentou-se o desenvolvimento das etapas da Modelagem Matemática, que corresponderá a Atividade Interventiva aplicada em sala de aula, dividida e desenvolvida em 4 subseções.

4.2 Atividade Interventiva

A seguir foi apresentada a Atividade Interventiva desenvolvida neste estudo, obedecendo às 5 etapas que correspondem ao desenvolvimento da Modelagem Matemática proposta por Burak (2012) em conformidade com o desenvolvimento proposto por Paz (2022). Elas foram desenvolvidas a partir da conta de energia elétrica residencial dos alunos. São elas:

1. Escolha do tema.
2. Pesquisa exploratória.
3. Levantamento de problemas.
4. Resolução de problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema.
5. Análise crítica das soluções.

A partir da exploração dessas etapas, foi construído um diagnóstico preciso, visando desenvolver o conteúdo função polinomial do 1º grau com o auxílio do GeoGebra por meio da Modelagem Matemática da conta de energia elétrica residencial dos alunos.

4.2.1 Desenvolvimento da Etapa 1

O desenvolvimento desta etapa foi contemplado com a união das duas primeiras etapas da Modelagem Matemática propostas por Burak (2012): A escolha do tema e a pesquisa exploratória. Demonstrando que as etapas não são estáticas, podendo se combinar ou serem alteradas conforme o roteiro proposto pelo professor.

Em resgate ao que foi pontuado por Burak (2012), é nesta etapa que o interesse do aluno se manifesta, pela curiosidade ou mesmo para a Resolução de uma situação-problema. Nesse sentido, o professor tem um papel importante nos encaminhamentos, por conhecer o potencial socioeconômico da cidade ou região, fornecendo importantes subsídios para tomada de decisão dos alunos. Durante a realização da pesquisa exploratória, os alunos foram inseridos em atividades que desenvolvam atitude e postura de um investigador, assim eles prepararam com detalhes uma saída para conhecer melhor o ambiente de estudo de seu interesse (Burak, 2012).

Para realização desta etapa foi estimado o tempo de 90 minutos, que é equivalente a duas horas/aulas consecutiva, com a finalidade de abordar o tema, e fazer os encaminhamentos para a pesquisa exploratória. Num primeiro momento, foram determinados 30 minutos para fazer uma exposição geral sobre a temática Modelagem Matemática e sua definição, como também a exposição de uma conta de energia elétrica, que é o objeto de estudo a ser modelado. Todo esse processo foi possível com auxílio de um aparelho multimídia disponível na escola.

Após a exposição do tema e da conta de energia elétrica de suas residências, os alunos foram instruídos a formarem duplas, designadas por D₁, D₂, D₃, D₄, D₅, D₆, D₇, D₈, D₉ e D₁₀.

Os alunos realizaram uma pesquisa na internet e nas suas próprias residências com o propósito de responder as questões (Paz, 2022, p. 19-20):

1. O que é o quilowatt-hora (kWh)?

É uma medida da energia elétrica consumida por um aparelho durante um certo período de funcionamento.

2. Qual é o valor cobrado em média por 1 kWh na conta de luz residencial na sua cidade?

A tarifa de energia elétrica apresenta custo médio de R\$0,417019 centavos por kWh pertencente ao consumidor residencia do Grupo B na cidade Janduis/RN, em agosto de 2023.

3. Quais são os tipos de bandeiras tarifárias e quanto é o acréscimo correspondente a cada bandeira na conta de energia?

Os tipos de bandeiras tarifárias presentes nas contas de energia são, conforme a Tabela

1.

Tabela 1 - Bandeiras Tarifárias - ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica).

Bandeiras	Acréscimos
Bandeira Verde (condições favoráveis de geração de energia)	Sem cobrança adicional
Bandeira Amarela (condições menos favoráveis)	R\$2,989 a cada 100 kWh consumidos
Bandeira Vermelha Patamar I (condições desfavoráveis)	R\$6,500 a cada 100 kWh consumidos
Bandeira Vermelha Patamar II (condições muito desfavoráveis)	R\$9,795 a cada 100 kWh consumidos
Bandeira Preta (Escassez Hídrica)	R\$14,200 a cada 100 kWh

Fonte: ANEEL (2023).

Os alunos foram estimulados a observar uma conta de energia elétrica para identificar os valores que são apresentados. Observe a Figura 7.

Figura 7 - Conta de Energia Residencial.

REF: MÊS / ANO		TOTAL A PAGAR		VENCIMENTO	
05/2022		56,83		20/05/2022	



Nota fiscal nº 000111222 SÉRIE ÚNICA 000 DATA DE EMISSÃO 05/05/2022
 Consulte pela chave de acesso em
<https://notafiscal.exemplo/notafiscal>

Chave de acesso
 0000 1111 2222 3333 4444 5555 6666 7777 8888 9999
 EMITIDO EM CONTINGÊNCIA Pendente de autorização

Cadastre-se e receba a sua fatura por e-mail utilizando o qr code no verso da fatura.

DATAS DE LEITURAS	LEITURA ANTERIOR	LEITURA ATUAL	Nº DE DIAS	PRÓXIMA LEITURA
	12/04/2022	13/06/2022	31	13/06/2022

ITENS DE FATURA	UNID.	QUANT.	PREÇO UNIT. COM TRS. (R\$)	VALOR (R\$)	PIS/COFINS (R\$)	BASE CÁLC. ICMS (R\$)	ALÍQUOTA ICMS (%)	ICMS (R\$)	TARIFA UNIT. (R\$)
Consumo-TUSD	kWh	50,00	0,65560967	32,78	1,26	23,78	27,00	8,66	0,45380967
CONSUMO-TE	kWh	60,00	0,37236161	18,81	0,70	18,81	27,00	5,02	0,25796161
Acrés. Band. ESCASSEZ				5,44	0,19	5,44	27,00	1,47	
TOTAL DA FATURA				56,83					

HISTÓRICO DE CONSUMO		
CONSUMO FATURADO		
MÊS/ANO	kWh	Dias Fat.
MAI 22	50	31
ABR 22	0	29
MAR 22	0	32
FEV 22	0	29
JAN 22	0	29
DEZ 21	0	31
NOV 21	0	30
OUT 21	0	30
SET 21	0	30
AGO 21	0	32
JUL 21	0	30
JUN 21	0	32
MAI 21	67	29

TRIBUTOS	BASE DE CÁLCULO (R\$)	ALÍQUOTA (%)	VALOR (R\$)
PIS	41,48	0,92	0,38
COFINS	41,48	4,27	1,77
ICMS	56,83	27,00	15,35
RESERVADO AO FISCO			

MEDIDOR	GRANDEZAS	POSTOS HORÁRIOS	LEITURA ANTERIOR	LEITURA ATUAL	CONST. MEDIDOR	CONSUMO kWh
0011223344	Energia Ativa	Único	53.506,00	53.536,00	1,0000	30,00

Fonte: Autoria própria (2023).

Podemos destacar que possuem alguns itens que foram realçados por cores diversas na conta de luz:

1. No retângulo verde, tem-se o consumo total do mês em kWh;
2. No retângulo vermelho, tem-se as tarifas cobradas com os valores dos impostos por cada kWh;
3. No retângulo amarelo, tem-se o total a ser pago pela conta de energia; note que, se somar os valores destacados em roxo, obtemos exatamente o valor no retângulo amarelo;
4. Os valores correspondentes ao retângulo roxo são encontrados de três formas:

O primeiro é o consumo-TUSD (Tarifa do uso do Sistema de Distribuição) que é o resultado da multiplicação do total de kWh pelo preço da tarifa, que está destacado em vermelho. O segundo, é o consumo-TE (Tarifa de Energia) é o resultado da multiplicação do total de kWh pelo preço da segunda tarifa, que está destacado em vermelho. Já o terceiro valor, é o adicional da bandeira virgente na conta de energia que é proporcional ao consumo total do mês. Na Figura 7, a bandeira virgente é a Preta (Excassez Hídrica);

5. No retângulo vermelho escuro, tem-se as tarifas publicadas pela ANEEL (sem impostos);
6. No retângulo marrom, tem-se o histórico de consumo;
7. No retângulo azul, tem-se a leitura anterior e a leitura atual. Para calcular o consumo mensal de energia elétrica em uma residência, procede-se do seguinte modo: Consumo mensal = (leitura atual – leitura anterior);
8. No retângulo rosa, tem-se os tributos de PIS, COFINS e ICMS, a base de cálculo, as alíquotas (%) e o valor (R\$).

Os valores circulados em vermelho são as tarifas, preço unitário com tributos (R\$) desta conta de energia. Eles são obtidos a partir dos preços unitários sem tributos (R\$), que são os valores das tarifas aplicadas pela ANEEL, que são reajustadas uma vez por ano em datas determinadas pelo contrato de concessão. No Brasil os valores dos tributos (PIS, COFINS e ICMS) estão imbutidos nos preços de bens e serviços, na conta de energia da Figura 7, os valores são PIS = 0,92% , COFINS = 4,27% e ICMS = 27%. Assim para obter o valor da tarifa a ser cobrada ao consumidor, a COSERN (Companhia Energética do Rio Grande do Norte) utiliza a seguinte expressão:

$$\text{Valor a ser cobrado ao consumidor} = \frac{\text{valor da tarifa aplicada pela ANEEL}}{1-(\text{PIS}+\text{COFINS}+\text{ICMS})} \quad (1)$$

Para uma melhor identificação, a expressão foi chamada de *valor a ser cobrado ao consumidor* (grifo nosso). Esta expressão está disponível no site da Cosern, em: <https://servicos.neoenergiacosern.com.br/Pages/todos-os-servicos.aspx>.

Considerando uma fatura Residencial gerada em 05/2022 com consumo 50 kWh e os seguintes valores de tributos:

PIS = 0,92% , COFINS = 4,27% e ICMS = 27%.

Deve-se aplicar os tributos nas tarifas, valor divulgado pela ANEEL para estas categorias e períodos especificados são CONSUMO-TUSD = 0,45380967 e CONSUMO-TE = 0,25796161, de acordo com a fórmula, obtemos:

$$\text{Valor a ser cobrado ao consumidor (TUSD)} = \frac{0,45380967}{1 - (0,92\% + 4,27\% + 27\%)}$$

$$\text{Valor a ser cobrado ao consumidor (TUSD)} \cong \text{R\$}0,6556$$

$$\text{Valor a ser cobrado ao consumidor (TE)} = \frac{0,25796161}{1 - (0,92\% + 4,27\% + 27\%)}$$

$$\text{Valor a ser cobrado ao consumidor} \cong \text{R\$}0,3723$$

Isenção de ICMS conforme art.14, do RICMS-RN.

Multiplicando o preço calculado pelo consumo do período teremos o valor total de consumo pago com o incremento dos tributos, obtemos:

$$\text{Consumo} - \text{TUSD} = 50 \text{ kWh} \times \text{R\$}0,6556 = \text{R\$}32,78$$

$$\text{Consumo} - \text{TE} = 50 \text{ kWh} \times \text{R\$}0,3723 = \text{R\$}18,61.$$

$$\text{Total a pagar} = \text{R\$}51,39$$

Para saber o valor de cada imposto basta multiplicar o valor cobrado pelo percentual do imposto correspondente:

$$\text{PIS} = \text{R\$}51,39 \times 0,92\% = \text{R\$}0,47$$

$$\text{COFINS} = \text{R\$}51,39 \times 4,27\% = \text{R\$}2,19$$

$$\text{ICMS} = \text{R\$}51,39 \times 27\% = \text{R\$}13,87$$

Os consumos TUSD e TE podem ser somados e obter o valor a ser cobrado ao consumidor sem prejuízo do valor cobrado, assim:

$$\text{Valor cobrado ao consumidor (TUSD + TE)} \cong \text{R\$}0,6556 + \text{R\$}0,3723 \cong \text{R\$}1,0279 \text{ (2)}$$

$$\text{Valor total} = 50 \text{ kWh} \times \text{R\$}1,0279 = \text{R\$}51,39$$

Exemplo 1. Quantos Watts consome o aparelho eletrônico que você utiliza com mais frequência? Qual a tarifa correspondente ao uso desse aparelho por 1 hora? Qual a tarifa correspondente ao uso desse aparelho por 24 horas? E durante 1 mês (PAZ, 2022, p. 21)?

O eletrodoméstico escolhido foi uma Churrasqueira Elétrica Fischer, 1.800 W de potência.

Assim, a tarifa correspondente o uso da Churrasqueira Elétrica por 1 hora será de 1.800 Wh. De fato,

$$1.800 \text{ W} \times 1 \text{ h} = 1.800 \text{ Wh}$$

Dividindo 1.800 Wh por 1000, visto que existe uma equivalência entre kWh e Watts (1 kWh = 1000 W), obtemos 1,8 kWh.

Logo, a tarifa de 1 dia (24 horas) é obtida multiplicando 1,8 kWh por 24 que é igual a 43,2 kWh. De fato,

$$\frac{1.800}{1000} = 1,8 \text{ kWh}$$

$$1,8 \text{ kWh} \times 24 \text{ horas} = 43,2 \text{ kWh/dia.}$$

Para encontrar a quantidade de energia elétrica consumida pela Churrasqueira Elétrica durante 1 mês (30 dias), multiplicamos 43,2 kWh/dia por 30 dias que representa um consumo final de 1.296 kWh/mês. Assim,

$$43,2 \text{ kWh/dia} \times 30 = 1.296 \text{ kWh/mês.}$$

Essa pesquisa é de suma importância para o desenvolvimento das etapas seguintes. Em seguida, foi solicitado que os alunos escolhessem mais 1 aparelho eletrônico de sua residência que seja usado com mais frequência, e pesquise no rótulo indicado pelo fabricante sua potência. De posse dessas informações, os alunos deverão responder as perguntas do exemplo 1.

É importante observar que alguns aparelhos eletrônicos já trazem em suas fichas técnicas o consumo em kWh/mês, sendo indispensável observar que o valor é diferente da potência.

Exemplo 2: Considere uma Smart TV LG 32 polegadas, cuja potência 65 Watts (65 W). Estimaremos o custo que o aparelho representará em média na conta mensal de energia elétrica da residência, estando ele ligado por 3 horas/dia durante 30 dias (PAZ, 2022, p. 22-23).

Multiplicamos a potência da TV pelo número de horas e de dias de uso durante 1 mês, e todos os 30 dias, encontramos o consumo de 5.850 Wh.

$$65 \text{ W} \times 3 \text{ h} \times 30 = 5.850 \text{ Wh}$$

Para chegar à quantidade de energia consumida em kWh/mês, dividimos 5.850 Wh por 1000, obtemos 5,85 kWh. Portanto, uma Smart TV LG 32 polegadas, com uso diário de 3 horas, representa um consumo final de 5,85 kWh/mês.

Como as informações nos rótulos dos eletrodomésticos trazem o consumo de energia (kWh/mês), basta multiplicar esse valor pelo número de horas que o aparelho permanece ligado por dias durante 30 dias.

Caso o aluno queira saber, a quantidade de Watts que o aparelho consome em n dias, basta fazer o seguinte cálculo:

$$\text{Consumo (kWh)} = [\text{Potência em (W)} \times (\text{horas de uso por dia}) \times (n \text{ dias de uso no mês})] / 1000$$

Assim, para $n = 8$, obtemos:

$$65 \text{ W} \times 8 \text{ h} \times 15 \text{ dias} = 7.800 \text{ Wh/mês}$$

Observe que, se dividir 7.800 Wh/mês por 1000, encontrará o valor 7,8 kWh/mês, como mostrado a seguir:

$$\frac{7.800}{1000} = 7,8 \text{ kWh (3)}$$

O cálculo de quanto o aparelho representará, em média, na conta de energia elétrica, será o resultante da multiplicação do consumo do aparelho obtido na equação (1). Desse modo, se R\$1,0279 foi a tarifa encontrada por kWh, os valores pagos na conta de energia podem ser visualizados na Tabela 2.

Assim que os alunos estiverem com os dados em mãos, eles deverão construir uma tabela com as informações adquiridas correspondentes ao aparelho escolhido.

Tabela 2 -Tabela com valores conforme Exemplo 2 – Smart TV LG.

Dias	Horas	Consumo em kWh	Valor Pago em R\$
1	3	0,195	0,2
2	6	0,39	0,4
6	18	1,17	1,2
13	39	2,535	2,61
21	63	4,095	4,21
27	81	5,265	5,41
30	90	5,85	6,01

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Foram disponibilizadas duas tabelas para cada dupla, para que cada aluno preencha a sua tabela conforme o aparelho eletrônico escolhido. Em vez de calcular o valor pago em 1, 2, 3, ..., 29, 30 dias, será possível fazer essa estimativa mensal apenas conhecendo a tarifa e o consumo de um dia? Essa indagação, pode-se responder em conjunto com a turma para assim relacionar a atividade com o conteúdo função polinomial do 1º grau.

Nessa etapa buscou-se sanar as dúvidas sobre alguns conceitos relacionados a conta de energia elétrica residencial, bem como da aplicação do conteúdo regra de três simples para relacionar Watts e kWh. Os alunos perceberam que a maioria dos cálculos são facilitados.

Foi acordado que, a expressão (1), *valor a ser cobrado ao consumidor*, relativa aos consumos (TUSD e TE) seria classificada como uma expressão algébrica, visto que as tarifas aplicadas a conta de energia como PIS, COFINS e ICMS podem variar no decorrer dos anos. E isso tornou o cálculo dos consumos (TUSD e TE) mais práticos, com sua posterior aplicação no consumo mensal em kWh.

A tarifa aplicada à conta de energia, de acordo com a bandeira tarifaria, que mostra se as condições de geração de energia são favoráveis ou não, em vigor conforme Tabela 1, que tem seus valores estabelecidos pela ANEEL, ficou bem ilustrada, assim como seu impacto na cobrança do valor final da conta de energia.

Outros pontos importantes, e que mereceram destaques pelos alunos, foram a identificação no rótulo do aparelho elétrico de sua potência elétrica em Watts, como é feito o cálculo do valor em kWh consumido por esse eletrodoméstico durante uma hora, um dia e um mês, e seus respectivos valores em (R\$). A partir destes cálculos foi possível cada aluno preencher sua tabela de acordo com o aparelho escolhido em sua residência, conforme Tabela 2.

Ficou perceptível que a Etapa 1 foi concluída com êxito, pressupondo que a pesquisa exploratória foi proveitosa e que os dados foram bem explorados pelos alunos.

Na próxima subseção foi desenvolvida a etapa 2, ou seja, o levantamento dos problemas observados na pesquisa exploratória e relativos ao tema.

4.2.2 Desenvolvimento da Etapa 2

Essa etapa compreendeu o levantamento dos problemas da Modelagem Matemática, ou seja, os dados que foram coletados na pesquisa exploratória que deram suporte a possibilidade de aplicação do conteúdo matemático que foi desenvolvido no contexto do tema.

Trazendo, novamente, o que disse Burak (2012) no capítulo 2, é nessa etapa que o papel do professor, na qualidade de mediador, é de fundamental importância, pois é nesse momento que se pode contribuir para o desenvolvimento da autonomia do aluno e na formação de seu espírito crítico de forma significativa. É a etapa em que se inicia a ação Matemática propriamente dita, pois é o início da formulação dos problemas resultante da pesquisa

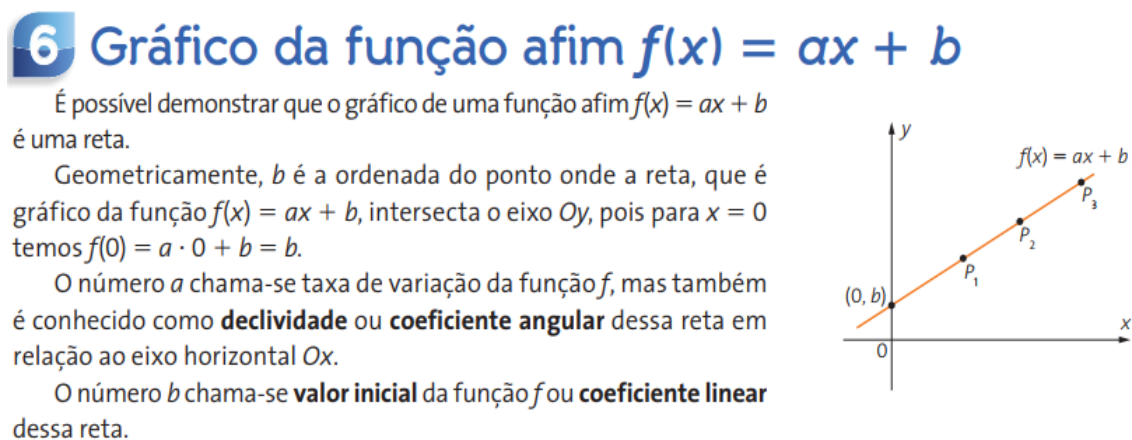
exploratória, sendo ainda, uma ação cognitiva por excelência, porque é resultado de um encadeamento que promove a intuição e a lógica.

Para realização dessa etapa foi estimado o tempo de 90 minutos, que é equivalente a duas horas/aulas consecutivas. Com a finalidade de abordar o conteúdo função polinomial do 1º grau, e fazer os encaminhamentos para o levantamento dos problemas no contexto do tema.

Num primeiro momento, foram determinados 40 minutos para fazer uma exposição geral sobre o conteúdo proposto, com o intuito de investigar como a Modelagem Matemática se apresenta nos livros didáticos do ensino médio, analisando situações que podem ser modeladas por intermédio de uma função, sendo oportuno utilizar a dinamicidade da interface do software educacional GeoGebra, com objetivo de permitir uma melhor visualização gráfica.

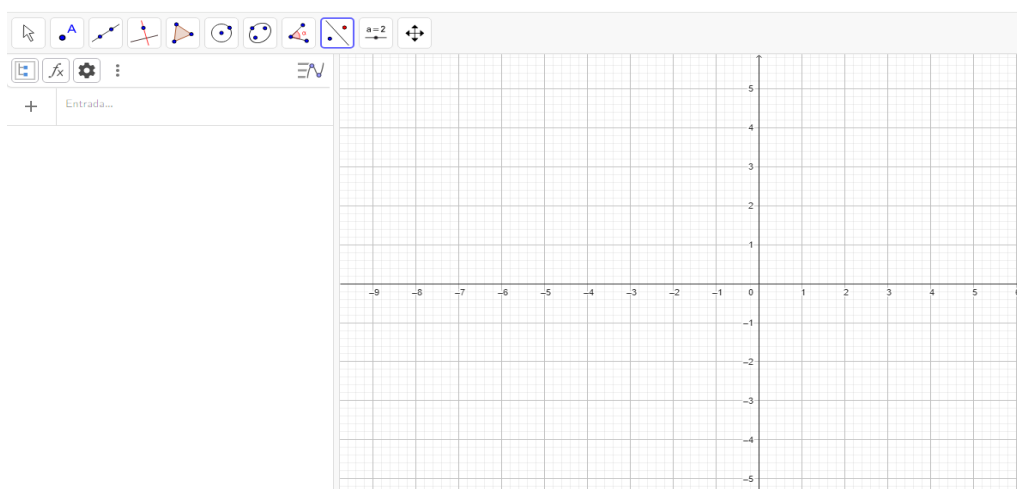
No livro Contexto e Aplicações de autoria de Dante (2013), a obra apresenta a Modelagem Matemática como possibilidade metodológica de ensino e aprendizagem para aulas de Matemática, possibilitando o estudo do conteúdo função polinomial do 1º grau, conforme definição da Figura 8.

Figura 8 - Definição e Gráfico da Função Polinomial do 1º grau.



Fonte: Dante (2013, p. 78).

A seguir foi apresentada uma breve descrição da funcionalidade da interface gráfica do software GeoGebra como ferramenta educacional alternativa no caso específico para o esboço de gráficos de função polinomial do 1º grau, conforme Figura 9.

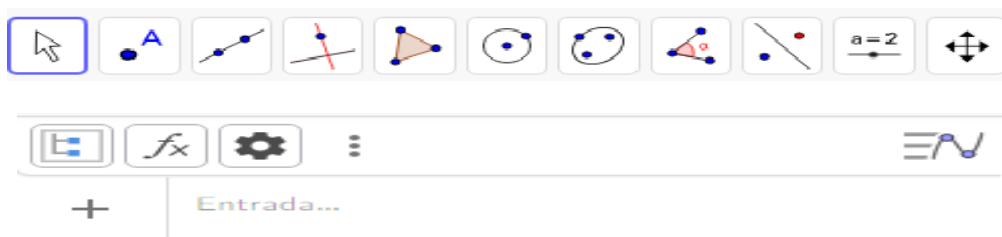
Figura 9 - Interface Gráfica do Software GeoGebra Classic.

Fonte: GeoGebra Classic (2023).

A Figura 9, GeoGebra Classic, fornece ferramental composto de ícones que vão auxiliar no esboço gráfico de funções. Utilizando o GeoGebra para visualizar de que forma os coeficientes a e b de uma Função Polinomial do 1º grau influenciam o gráfico e verificar como esses coeficientes se relacionam com transformações no plano cartesiano (Bonjorno; Júnior; Sousa, 2020, p. 98).

No campo de entrada do GeoGebra, será digitada a função $f(x) = a.x$ e pressionando a tecla Enter, e o programa exibirá o gráfico e o controle deslizante para o coeficiente a . À medida que a posição do ponto for alterada ao longo do controle deslizante, o valor de a será alterado, consequentemente o gráfico sofrerá alteração (Bonjorno; Júnior; Sousa, 2020).

A Figura 10, exibe o menu ferramentas composto por ícones diversos que vai permitir a construção e a manipulação de objetos matemáticos, proporcionando que os esboços gráficos construídos ocorram de forma interativa e dinâmica. A visualização das ferramentas geométricas do GeoGebra, desperta o interesse do aluno e a compreensão dos assuntos ensinados em sala de aula (Bonjorno; Júnior; Sousa, 2020).

Figura 10 - Menu de Ferramentas do GeoGebra Classic.

Fonte: GeoGebra Classic (2023).

Todo o processo de explanação do conteúdo Função Polinomial do 1º grau e da visualização do software GeoGebra, foi possível com auxílio de um aparelho multimídia disponível na escola e conectado à internet.

Nessa etapa foi conjecturada a lei de formação através dos entendimentos já adquiridos conforme Figura 7 e com a Tabela 2 preenchida na 1ª etapa, com posterior esboço do gráfico da função definida pela lei de formação.

A partir da Tabela 2, os alunos são instigados a pensar em uma lei de formação que represente o valor pago na conta de luz correspondente ao aparelho eletrônico escolhido em suas residências, em função dos dias de sua utilização.

Considerando $f(x)$ = valor pago e x = número de dias de uso do aparelho. Considere a lei de formação (PAZ, 2022, p. 25-27):

$$f(x) = a \cdot x \quad (4)$$

O coeficiente angular a será obtido multiplicando o valor do consumo diário em kWh pela tarifa cobrada:

$$a = \text{Consumo diário em kWh} \times \text{tarifa}$$

Para o Exemplo 2 temos: (Smart TV)

$$f(x) = (0,195) \cdot (1,0279) \cdot x \Rightarrow f(x) = 0,2004405 \cdot x$$

Utilizando uma aproximação de até duas casas decimais (uma vez que $f(x)$ representa o valor pago em reais) temos:

$$f(x) = 0,2 \cdot x$$

Consideremos o valor pago pela bandeira (que denominamos de V_B) na estimativa da conta de luz. O valor da bandeira é proporcional ao consumo diário do aparelho. Na Figura 7, a bandeira considerada é a Preta (Escassez Hídrica). Utilizando a regra de três, obtemos:

$$\text{R\$14,20} \quad 100 \text{ kWh}$$

$$V_B \quad 0,195 \text{ kWh}$$

Temos $V_B = 0,0277$ por dia, para o caso do Exemplo 2.

Para uma melhor precisão na estimativa na conta de energia, no Estado do Rio Grande do Norte é cobrado cerca de 32,20% de encargos e impostos sobre o valor de V_B . Então:

$V_B = (0,0277) \cdot (1,322) = 0,0366$ por dia pelo uso da Smart TV. Como esse valor é cobrado em reais, será utilizado o valor aproximado de R\$0,04.

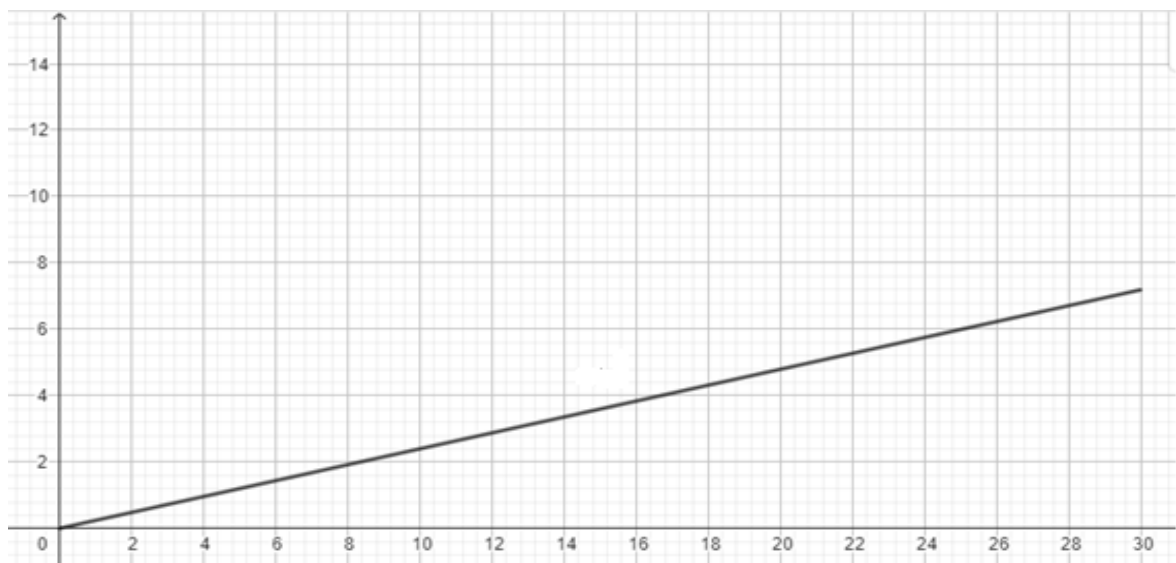
Portanto, teremos a lei de formação que estima o valor pago pela utilização da Smart TV em função do número de dias:

$$f(x) = 0,2 \cdot x + 0,04 \cdot x = 0,24 \cdot x \quad (4)$$

Os valores de x estão no intervalo $[0,30]$, pois é estimado o valor a ser pago de uma conta de energia referente a um mês. É possível ampliar esse domínio, quando o número de dias ultrapassar 30 dias.

Dessa forma, será mantida a restrição do domínio $[0,30]$ no contexto da questão, pois x representa a quantidade de dias do mês.

Gráfico 5 - Gráfico da Função 4.



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o GeoGebra Classic (2023).

Assim, o contradomínio da função será $[0, +\infty)$ pois o valor a ser pago é sempre positivo. A imagem da função será o intervalo $[0, y(30)] = [0, (7,2)]$ (PAZ, 2022). A função apresenta apenas crescimento, visto que, a tendência é sempre para aumentar o consumo com consequente aumento do valor a ser pago na conta de luz pelo aparelho investigado, como mostra o Gráfico 5.

Dessa maneira, conseguimos comparar os resultados obtidos e verificar quanto o aparelho consumiu na conta de energia elétrica. Em 1 mês, a *Smart TV*, representa um custo de R\$7,20 aproximadamente, é importante ressaltar que estimamos o tempo de uso diário da *Smart TV* em 3 horas.

Nessa etapa, buscou-se recordar o conteúdo função polinomial do 1º grau, visto no 1º ano do ensino médio, recorrendo ao livro didático Contexto & Aplicações de autoria de Dante (2013), conforme Figura 8. No mesmo contexto, foi realizada uma busca via internet com a finalidade de explorar o software educacional GeoGebra conforme visualização das Figuras 9 e 10, que forneceu um suporte computacional no esboço do Gráfico 5.

Durante o desenvolvimento dessa etapa, os alunos se sentiram mais seguros em relação ao conteúdo proposto, pois a compreensão da 1ª etapa facilitou a matematização dos problemas modelados por meio de uma função, melhorando a compreensão dos alunos, assim como a utilização da regra de três simples que auxiliou bastante no entendimento do cálculo com números decimais da bandeira tarifária em (R\$). O assunto arredondamento também foi evocado, como intuito de estimar valores até a segunda casa decimal, que foi de fácil compreensão pelos alunos.

Com relação ao software GeoGebra, houve um maior entretenimento por parte dos estudantes, visto, a familiaridade com as ferramentas tecnológicas de uso prático, que estimula e desperta interesse dos alunos.

Em suma, a 2ª etapa foi desenvolvida tranquilamente e dentro do tempo programado pelo professor, levando em consideração que a 1ª etapa também foi bem construída na sua pesquisa exploratória.

Na busca de respostas às questões levantadas, a subseção seguinte trata da resolução de problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema, ou simplesmente etapa 3.

4.2.3 Desenvolvimento da Etapa 3

Invocando, novamente, o que disse Burak (2012) no capítulo 2, a resolução do(s) problema (s) confere à Modelagem Matemática a etapa em que se faz uso de todo o ferramental matemático disponível ao aluno. Na resolução de um problema ou de uma situação-problema os conteúdos matemáticos ganham importância e significado. As operações, as propriedades e os diversos campos da Matemática que se fazem presentes nessa etapa sem dúvida atribuem significados aos objetos do conhecimento. A confecção experimental de um modelo, é muito interessante e permite alcançar objetivos, tais como: conjecturar, levantar hipóteses, experimentar, refletir, desenvolver a autonomia, a capacidade de buscar novas estratégias e encaminhamentos.

Essa etapa, é, basicamente, a união das duas etapas anteriores em uma única. Desse modo, é necessário que os alunos tenham tirado todas as dúvidas sobre o que já foi realizado até o momento. Em seguida, analisaram os 4 aparelhos eletrônicos, mais usados em suas residências (Paz, 2022, p. 29).

Assim, precisaram saber a potência exata de cada aparelho, uma vez que realizaram a 1ª Etapa. Desse modo, supuseram que um mês possui 30 dias, com intuito de estimar qual seria a tarifa mensal da conta de luz para o grupo de aparelhos em questão. Para obter este valor é necessário realizar os passos da Etapa 1 para cada aparelho e reunir essas informações.

Para realizar a pesquisa e repetir os passos das Etapas 1 e 2 para cada aparelho, foram estimadas 4 aulas de 45 minutos. A terceira aula é destinada para construir o gráfico referente à Bandeira Preta (Escassez Hídrica). Observe que, o gráfico deve compreender o grupo de aparelhos (na etapa 2 o gráfico foi esboçado apenas com um aparelho eletrônico) (Paz, 2022).

O professor pode construir um único gráfico com os alunos, onde cada um escolheu um aparelho, de modo que foram os 4 aparelhos que a turma achou que mais se utiliza. Esse gráfico pode ser esboçado em conjunto com a turma. Outra possibilidade é pedir para que os alunos troquem as informações obtidas de acordo com os 4 aparelhos que cada um considerar os mais utilizados nas residências (Paz, 2022).

Segue o cálculo com os aparelhos diferentes do que já foram utilizados na 2ª Etapa (Paz, 2022, p. 30-31).

2º Aparelho – Ar-condicionado 12.000 BTUs – Potência Elétrica de 850 W

Para a realização dos cálculos, foram utilizadas as potências dos aparelhos eletrônicos da residência do professor mediador.

Normalmente, se usarmos o aparelho durante 8 horas por dia, teremos um consumo de 6.800Wh em 1 dia, que podemos obter esse consumo em kWh/dia, então a ar-condicionado consome 6,8 kWh/dia. Desse modo, o aparelho representa um custo diário aproximado de R\$6,99 por dia. Portanto, temos $f(x) = 6,99x$.

Sabendo que o valor gasto em kWh pelo ar-condicionado é de 6,8 kWh, com esse resultado podemos estimar o valor pago pela bandeira. Utilizando a regra de três, obtemos:

R\$14,20 100 kWh

V_B 6,8 kWh

Temos $V_B = 0,9656$ por dia (sem os impostos). Se os impostos forem incluídos, teremos, $V_B = (0,9656) \cdot (1,322) = 1,2765$ por dia pelo uso do ar-condicionado. Como esse valor é

cobrado em reais, será utilizado o valor aproximado de R\$1,28. Desse modo encontramos a lei de formação $f(x) = 6,99x + 1,28x = 8,27x$. Portanto, $f(x) = 8,27x$. Assim, o ar-condicionado representa um custo diário de R\$8,27 e mensal de R\$248,10.

3º Aparelho – Aspirador de Pó – Potência Elétrica de 1000 W

Se o eletrodoméstico for usado durante 30 minutos por dia, teremos um consumo de 500Wh em 1 dia, que podemos obter esse consumo em kWh/dia, então o Aspirador de pó consome 0,5 kWh/dia. Desse modo, o aparelho representa um custo diário aproximado de R\$0,51 por dia. Portanto, temos $f(x) = 0,51x$.

Sabendo que o valor gasto em kWh pelo Aspirador de Pó é de 0,5 kWh, com esse resultado podemos estimar o valor pago pela bandeira. Utilizando a regra de três, obtemos:

R\$14,20 100 kWh

V_B 0,5 kWh

Temos $V_B = 0,071$ por dia (sem os impostos). Se os impostos forem incluídos, teremos, $V_B = (0,071) \cdot (1,322) = 0,094$ por dia pelo uso do Aspirador de Pó. Como esse valor é cobrado em reais, será utilizado o valor aproximado de R\$0,09. Desse modo encontramos a lei de formação $f(x) = 0,51x + 0,09x = 0,60x$. Portanto, $f(x) = 0,60x$. Assim, o Aspirador de Pó representa um custo diário de R\$0,60 e mensal de R\$18,00.

4º Aparelho – Micro-ondas – Potência Elétrica de 1300 W

Se o aparelho for usado durante 1 hora por dia, teremos um consumo de 1300 Wh em 1 dia, que podemos obter esse consumo em kWh/dia, então o Micro-ondas consome 1,3 kWh/dia. Desse modo, o aparelho representa um custo diário aproximado de R\$1,34 por dia. Portanto, temos $f(x) = 1,34x$.

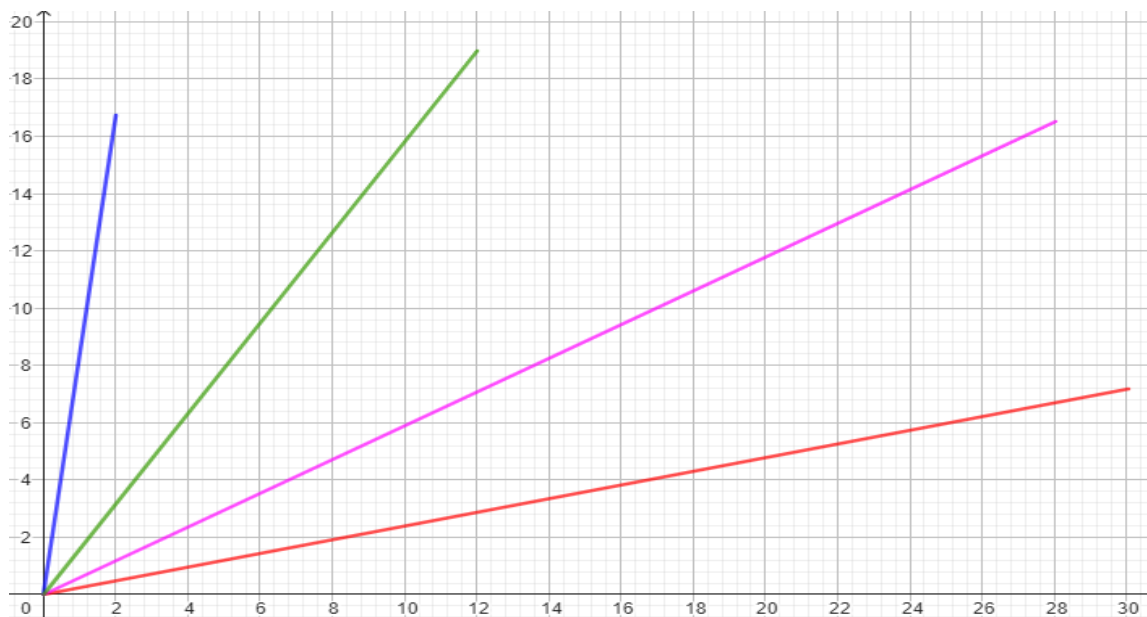
Sabendo que o valor gasto em kWh pelo Micro-ondas é de 1,3 kWh, com esse resultado podemos estimar o valor pago pela bandeira. Utilizando a regra de três, obtemos:

R\$14,20 100 kWh

V_B 1,3 kWh

Temos $V_B = 0,1846$ por dia (sem os impostos). Se os impostos forem incluídos, teremos, $V_B = (0,1846) \cdot (1,322) = 0,24$ por dia pelo uso do Micro-ondas. Como esse valor é cobrado em reais, será utilizado o valor aproximado de R\$0,24. Desse modo encontramos a lei de formação $f(x) = 1,34x + 0,24x = 1,58x$. Portanto, $f(x) = 1,58x$. Assim, o Micro-ondas representa um custo diário de R\$1,58 e mensal de R\$47,40.

Gráfico 6 - Gráfico dos 4 Aparelhos.



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o GeoGebra (2023).

Observe que,

- A reta em vermelho representa o gráfico do 1º aparelho (*Smart TV*);
- Em verde é o gráfico referente ao 4º aparelho (Micro-ondas);
- Já em lilás é o gráfico referente ao 3º aparelho (Aspirador de Pó),
- E por fim a reta azul é o gráfico que representa o 2º aparelho (Ar-condicionado), que representa o maior custo mensal.

Portanto, cada reta que aparece no Gráfico 6, são os gráficos que denotam o valor pago por cada aparelho em função dos dias.

Na próxima subseção foi desenvolvida a 4ª etapa, ou seja, a análise crítica da solução de problema e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema.

4.2.4 Desenvolvimento da Etapa 4

Para Burak (2012), esta etapa da Modelagem é um momento muito rico e especial para analisar e discutir a solução ou as soluções encontradas. Objetivou-se, nessa fase, discutir as ações decorrentes de uma constatação Matemática, ou não, que resulte em um problema ou uma situação-problema, as consequências das decisões tomadas, as relações, as repercussões em vários níveis (dentre eles o individual, o familiar e o comunitário) e as relações possíveis sob diversos enfoques, constitui o ponto forte dessa prática educativa, mediada pela Modelagem.

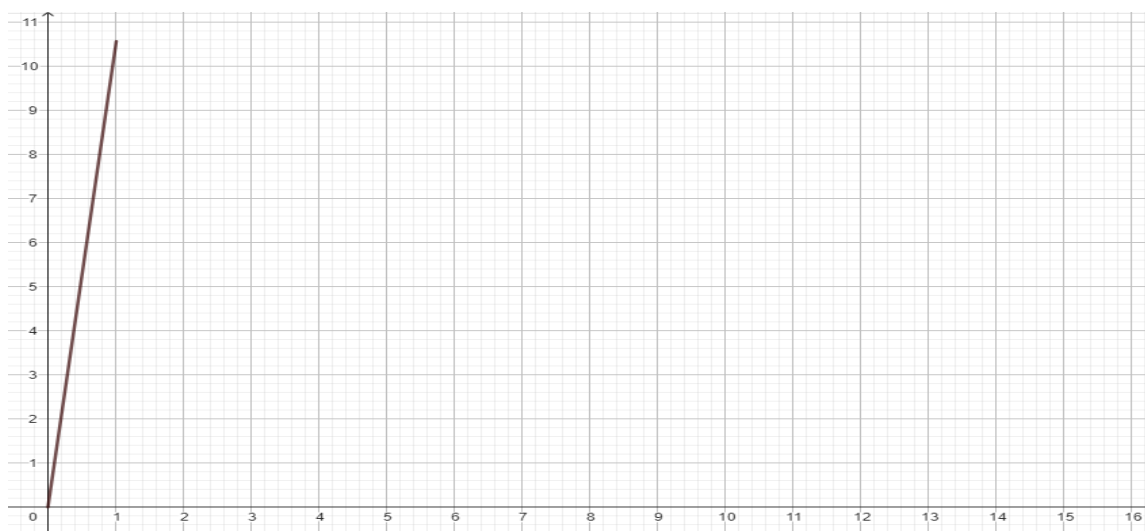
Esses são momentos importantes no espaço educativo e que devem merecer atenção, pois são essenciais para a faixa etária dos alunos da Educação Básica.

Nessa etapa final, foi consultado o consumo do grupo de aparelhos escolhidos pelos alunos na etapa 3. Desse modo, usaremos a conta de energia para comparar os resultados conseguidos na etapa 3, e com a bandeira vigente, ou seja, a bandeira que a conta de energia foi cobrada.

Posteriormente, foi esboçado um gráfico geral da turma, objetivando corrigir dúvidas que ainda persistam e proporcionar um diálogo professor/aluno por intermédio de uma discussão dos resultados obtidos no decorrer das atividades, bem como instigar nos alunos a importância do uso consciente da energia elétrica, e que, eles possam compreender como é feito o cálculo do custo real que cada aparelho eletrônico representa e quais são os eletrodomésticos que mais pesam na conta de luz de suas residências (Paz, 2022, p. 33).

Para ilustrar, se fossem utilizados apenas os 4 aparelhos descritos nas etapas 2 e 3, então a conta de energia da residência do professor mediador, poderia ser descrita pela lei de formação $f(x) = 0,24x + 8,27x + 0,60x + 1,58x = 10,69x$. Esses aparelhos juntos representam um custo diário estimado de R\$10,69 e mensal de R\$320,70 (Paz, 2022).

Gráfico 7 - Gráfico dos 4 Aparelhos Juntos.



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o GeoGebra (2023).

É importante destacar que ao estimar o consumo de 4 aparelhos, estamos levando em consideração a Figura 7, ilustrativa de uma conta de energia retirada do site da Cosern/RN, grupo residencial B₁, que é similar à que recebemos em nossas residências, pois, existe a possibilidade de que a residência pertença, por exemplo, ao grupo A, pagando uma taxa mínima

de consumo, que se aplica quando o total do consumo não ultrapassa o valor do consumo mensal (Paz, 2022, p. 34).

Cabe ressaltar que, fazendo uma visita ao Site da COSERN na Opção Serviços ao Cliente, é possível simular o consumo de energia elétrica de cada aparelho de nossas residências. No site <<https://servicos.neoenergiacosern.com.br/portal-imobiliario/pagamentos-e-faturas/Paginas/calcular-consumo.aspx>> permite que seja simulado o consumo detalhado de cada aparelho. O que corrobora com os cálculos do consumo dos aparelhos da etapa 3.

Ressaltando que, devido à aplicação de simulados direcionados as avaliações externas RN Avalia/2013, SIMAIS/RN, SAEB e ENEM na Escola Estadual Professor Daniel Gurgel, com posterior realização destes exames ocorrendo em datas muito próximas. Posteriormente, vieram as avaliações finais escolar do ano letivo de 2023, não sendo possível a aplicação e o desenvolvimento da etapa 4.

Em outro momento todas as etapas da Sequência Didática serão desenvolvidas na sua integralidade no decorrer dos anos letivos vindouros em turmas de 3º anos do ensino médio da Escola Estadual Professor Daniel Gurgel.

A Atividade Interventiva do aluno encontra-se disponível no Anexo 2 deste trabalho.

Os planos de aula para o desenvolvimento das etapas da Modelagem Matemática encontram-se no Apêndice A, B, C e D.

Na próxima seção foram apresentados e discutidos os resultados obtidos na atividade avaliativa.

4.3 Atividade Avaliativa

Com a finalidade de explorar os conteúdos que os alunos haviam absorvido durante o desenvolvimento das etapas da Modelagem Matemática na perspectiva proposta por Burak (2012), foi aplicada uma atividade avaliativa composta por 10 questões objetivas, contextualizadas em conformidade com as experiências cotidianas dos alunos.

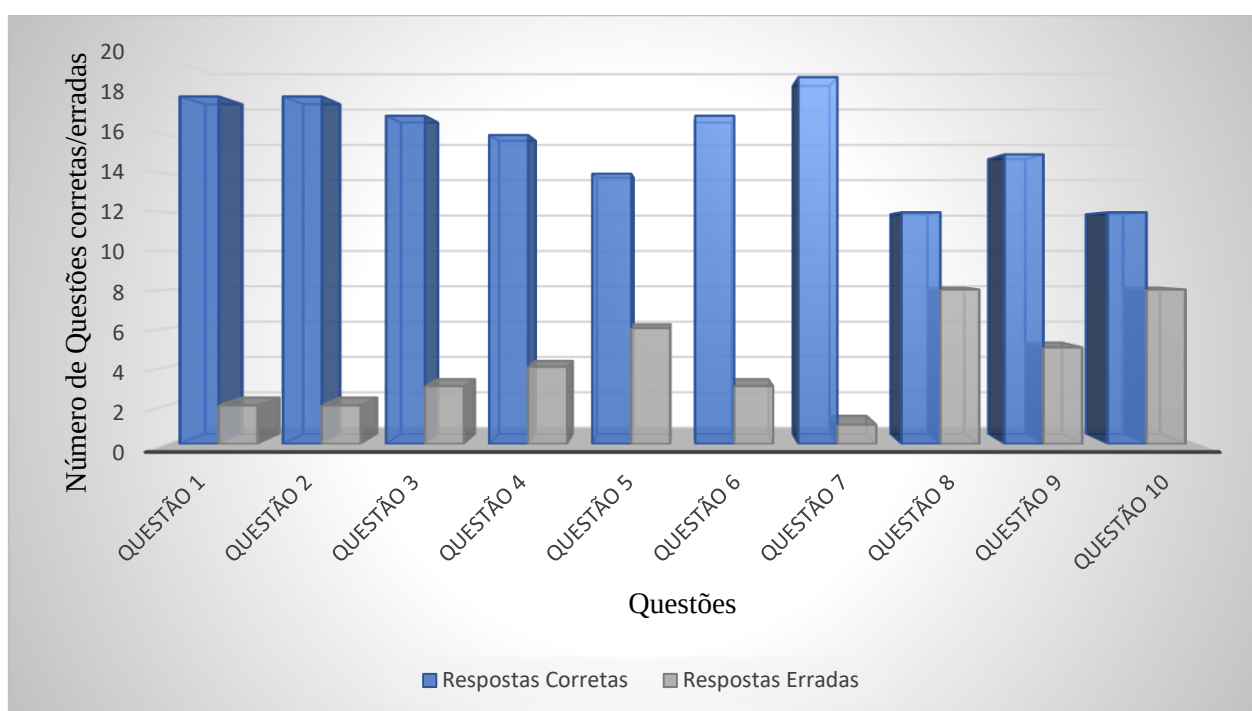
A aplicação da atividade avaliativa só foi possível após o fim do ano letivo 2023, e foi realizada utilizando a ferramenta computacional *Google Forms*, que é um serviço gratuito via internet que cria formulários, como atividade com questões de múltiplas escolhas dentre outros serviços. O *Google Forms* fornece os resultados automaticamente e os respectivos desempenhos dos alunos esboçados em gráficos.

Foi determinado o tempo de 1 hora para realização da atividade avaliativa, e os alunos podiam ter o auxílio de outras ferramentas, como calculadoras para realizar cálculos de determinadas situações-problema.

Vale ressaltar que, a atividade avaliativa foi realizada de forma que os alunos não precisariam se identificar, ou seja, de forma anônima. Foi aberto um canal ou “feedback” de comunicação via *WhatsApp* que possibilitou aos alunos tirarem dúvidas com o professor.

O Gráfico 8, fornece um panorama dos resultados do desempenho dos alunos obtidos na atividade avaliativa.

Gráfico 8 - Desempenho dos Alunos na Atividade Avaliativa.



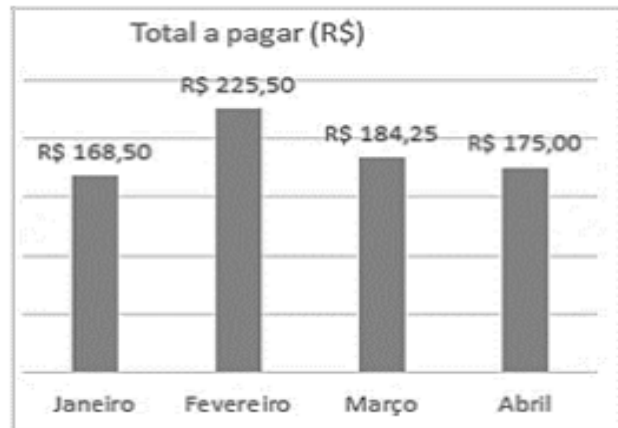
Fonte: Autoria própria com dados obtidos no Google Forms (2023).

A atividade avaliativa contemplou, além de questões relacionadas a conta de luz residencial e situações problema em conformidade com o conteúdo função polinomial do 1º grau, objeto principal de nosso estudo, que possui potencial para ser explorado com o emprego da Modelagem Matemática, questões que foram cobradas na prova RN Avalia/2023 (Avaliação Formativa da Rede Estadual de Ensino do Rio Grande do Norte), que em 2023 foi aplicada sua primeira edição para alunos do 9º ano do ensino fundamental e do 3º ano do ensino médio da rede estadual de ensino do RN, sendo esta avaliação que antecedeu a prova SIMAIS/RN.

A partir dos resultados exibidos no Gráfico 8, foi feita às análises críticas dos resultados obtidos, resultante da atividade avaliativa, mostrando o aproveitamento dos alunos e as

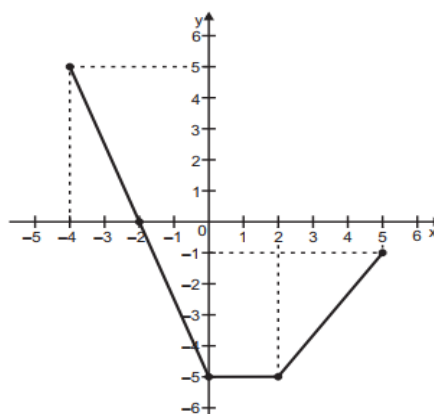
habilidades em defasagem que foram desenvolvidas durante a Atividade Interventiva, que contemplou as etapas da Modelagem Matemática proposta por Burak (2012).

A questão 1, ilustra um gráfico de barras da conta de energia de um consumidor durante um quadrimestre, e pede que os alunos somem os valores decimais correspondentes e assinalem a alternativa correta.



Observou-se pelo Gráfico 8, que 18 alunos responderam corretamente e obtiveram a resposta correta, um aproveitamento significativo de 90%. Para a questão em análise, alguns alunos recorreram a manuseio da calculadora, o que era permitido durante a realização da atividade avaliativa. Os resultados obtidos desta questão contemplaram a habilidade H34/D34: Resolver problemas envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos, conforme matriz de referência do SIMAIS/RN.

A questão 2, fornece um gráfico de uma função representado no plano cartesiano, e pede que os alunos identifiquem a alternativa em que o intervalo da função é estritamente crescente.



Fonte: RN Avalia (2023).

Para resolver essa questão foi recordado o conteúdo função polinomial do 1º grau, revisado na etapa 2. É fácil notar que uma mesma função pode ter intervalos diferentes no domínio com classificações diferentes de comportamento: crescente, decrescente ou constante.

A saber:

- Se $a > 0$, então a função f é crescente.
- Se $a < 0$, então a função f é decrescente.
- Se $a = 0$, então a função f será constante.

O aluno deveria observar e determinar entre os pontos de inflexão no gráfico, aqueles que mudam de comportamento. Assim, o intervalo em que a função muda seu comportamento e se torna estritamente crescente e assinalar a alternativa correta. Observou-se pelo Gráfico 8, que 18 alunos responderam corretamente, um aproveitamento significativo de 90%. O que contempla a habilidade H20/D20: Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.

Já a questão 3, pedia para o aluno calcular o consumo em kWh de uma lâmpada ligada durante 24 horas/dia durante um ano, dada sua potência elétrica. O Gráfico 8 mostra que 17 alunos tiveram sucesso ao realizar o cálculo corretamente, um aproveitamento de 85%. Além disso, a questão cobrava do aluno a competência de converter Watts em kWh utilizando regra de três simples. Calcular o consumo de um aparelho elétrico foi feito durante a realização da etapa 2.

A questão 4, forneceu uma tabela com valores do domínio de uma função polinomial do 1º grau, f , com suas respectivas imagens $f(x)$ e pedia para encontrar a lei de formação dessa função.

x	$f(x)$
-1	-6
0	-4
1	-2

Fonte: RN Avalia (2023).

Para resolver a questão recordemos a definição de função polinomial do 1º grau, definida por $f(x) = a.x + b$, com a e b são números reais e $a \neq 0$ vista na etapa 2, conforme Figura 8. O aluno deveria observar os dados da tabela, aplicando a definição e obtendo sua lei de formação:

Sabendo que, para cada elemento do domínio de x existe um elemento da imagem de $f(x)$, temos:

- $f(x) = -6 \Rightarrow a. (-1) + b = -6 \Rightarrow -a + b = -6$
- $f(0) = -4 \Rightarrow a. 0 + b = -4 \Rightarrow 0 + b = -4$

Substituindo $b = -4$ em $-a + b = -6$, temos:

$$-a + (-4) = -6 \Rightarrow -a - 4 = -6 \Rightarrow -a = -6 + 4 \Rightarrow -a = -2 \Rightarrow a = 2.$$

Logo, a lei de formação dessa função será $f(x) = 2x + (-4) \Rightarrow f(x) = 2x - 4$.

Uma solução alternativa, seria o aluno observar que, quando $f(0) = -4$ é o ponto $(0, -4)$ do eixo das ordenadas do plano cartesiano que é interceptado pelo gráfico da função $f(x)$, ou seja, é o coeficiente linear $b = -4$ da função $f(x)$ que fica $f(x) = a.x + (-4)$, utilizando o ponto $(1, -2)$ da tabela e substituindo na função $f(x) = a.x + (-4)$, obtemos:

$f(x) = a.x + (-4) \Rightarrow -2 = a.1 - 4 \Rightarrow a = -2 + 4 \Rightarrow a = 2$, portanto, a lei de formação dessa função será $f(x) = 2x - 4$.

O Gráfico 8 mostra que 16 alunos realizaram corretamente as substituições dos valores na definição de função polinomial do 1º grau, um aproveitamento de 80%. O que contempla a habilidade H18/D18: Reconhecer expressões algébricas que representa uma função a partir de uma tabela.

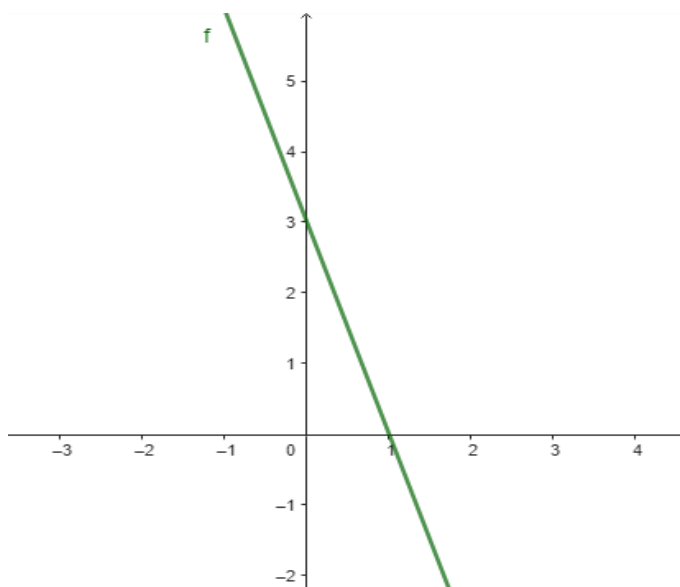
A questão 5 traz uma tabela com a descrição de uma nota fiscal de uma conta de energia residencial de um determinado mês, e pede que o aluno calcule o valor total da fatura em (R\$) a ser paga pelos moradores dessa residência, bastando para isso que se faça a soma de todos os valores descritos na nota, ou seja, uma adição de números decimais.

DESCRIÇÃO D			
	QUANTIDADE	PREÇO(R\$)	VALOR(R\$)
Consumo Ativo(kWh)-TUSD	190,0000000	0,40529705	77,00
Consumo Ativo(kWh)-TE	190,0000000	0,31788805	60,35
Acréscimo Bandeira AMARELA			4,84
Acréscimo Bandeira VERMELHA			30,23
Contrib. Ilum. Pública Municipal			15,98
Multa por atraso NF 067653316 - 05/10/21			3,60
Juros por atraso NF 067653316 - 05/10/21			0,35
Atualização IPCA NF 067653316 - 05.10.21			0,31

O Gráfico 8 mostra que 14 alunos realizaram a soma corretamente, um aproveitamento de 70%. Mesmo com o auxílio da calculadora, seis alunos não realizaram o cálculo corretamente. Os resultados obtidos desta questão, também contemplam a habilidade H34/D34: Resolver problemas envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.

A questão 6 pede para considerar uma função polinomial do 1º grau que tem coeficiente angular igual a -3 e o coeficiente linear igual a 3, a fim de identificar dentre as alternativas que a representa o esboço gráfico. Para tanto, recorremos a definição de função polinomial do 1º grau, definida por $f(x) = a.x + b$, com a (coeficiente angular) e b (coeficiente linear) são números reais e $a \neq 0$. Portanto, substituindo os valores de $a = -3$ e $b = 3$ a função será definida pela seguinte lei de formação $f(x) = -3x + 3$. O Gráfico 8 destaca que, 17 alunos conseguiram êxito nesta questão, um aproveitamento de 85%. Para uma melhor visualização do esboço gráfico da $f(x) = -3x + 3$, o aluno poderia utilizar o software GeoGebra, inserindo a função na caixa de entrada, conforme Figura 9 e etapa 2, e pressionando a tecla Enter para obter o Gráfico 9 a seguir:

Gráfico 9- Gráfico da Questão RN Avalia/2023 nº 06.



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o GeoGebra (2023).

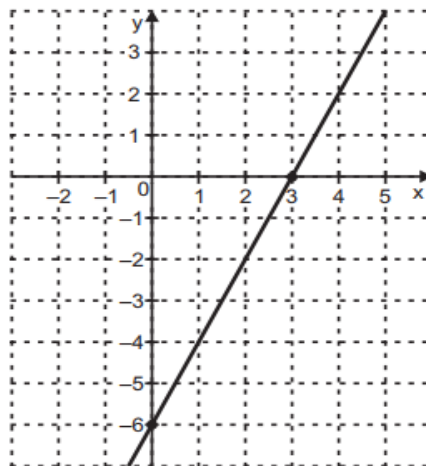
O esboço do gráfico da função utilizando o GeoGebra, definida pela lei de formação $f(x) = -3x + 3$, garante a alternativa correta. A solução desta questão contempla a habilidade H23/D23: Reconhecer o gráfico de uma função polinomial do 1º grau por meio de seus coeficientes.

A questão 7 traz uma figura que representa o Histórico e a Composição de Consumo da conta de energia de uma residência, e pede que o aluno identifique o mês em que o consumo de energia elétrica nessa residência foi menor.



É fácil ver que o histórico de consumo da conta de energia é representado por um gráfico de barras de fácil visualização e compreensão. O Gráfico 8 mostra que 19 alunos conseguiram acertar a questão, um aproveitamento de 95%. A solução dessa questão contempla a habilidade H35/ D35: Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

A questão 8 pede que o aluno observe que o Gráfico a seguir é de uma função polinomial do 1º grau f , tal que $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e determine sua lei de formação.



Fonte: RN Avalia (2023).

Para tanto, basta observar os pontos de interseção do gráfico com os respectivos eixos das abscissas e das ordenadas e aplicar a definição de função polinomial do 1º grau definida por $f(x) = a.x + b$, com a e b são números reais e $a \neq 0$. Como o gráfico corta o eixo das ordenadas no ponto $(0, -6)$, seu coeficiente linear $b = -6$ e a função fica $f(x) = a.x + (-6)$ e substituir o ponto do gráfico que corta o eixo das abscissas no ponto $(3, 0)$ e obtemos:

$f(x) = a.x + (-6) \Rightarrow 0 = a.3 - 6 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2$. Substituindo os valores de $a = 2$ e $b = -6$ na função $f(x) = a.x + b$, obtemos a lei de formação da função que será determinada por $f(x) = 2x - 6$. O Gráfico 8 mostra que, 12 alunos responderam corretamente à questão, um aproveitamento de 60%. A resolução dessa questão contempla a habilidade H24/D24: Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o gráfico.

A questão 9 trouxe o demonstrativo de Consumo da Nota Fiscal da conta de energia elétrica de uma residência, conforme figura a seguir:

DEMONSTRATIVO DE CONSUMO DESTA NOTA FISCAL							
NÚMERO DO MEDIDOR	TIPO DA FUNÇÃO	ANTERIOR		ATUAL		Nº DIAS	CONSTANTE
		DATA	LEITURA	DATA	LEITURA		
2150088098	CAT	05/10/2021	12.731,00	04/11/2021	12.921,00	30	1,00000
DATA PREVISTA DA PRÓXIMA LEITURA: 03/12/2021							

A questão 9 pede que o aluno calcule o consumo em kWh, bastando que seja feita a diferença entre a leitura atual e a leitura anterior. O Gráfico 8 mostra que 15 alunos responderam corretamente à questão, um aproveitamento de 75%. A resolução dessa questão contempla a habilidade H34/D34: Resolver problemas envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.

E, Finalmente, a questão 10 traz uma função polinomial do 1º grau $f(x) = a.x + b$, e pede que aluno verifique seu comportamento e assinale a alternativa correta. Para resolver essa questão, basta recordar como se comporta a função em classificações diferentes de comportamento: crescente, decrescente ou constante. A saber:

- Se $a > 0$, então a função f é crescente.
- Se $a < 0$, então a função f é decrescente.
- Se $a = 0$, então a função f será constante.

Como o coeficiente $a = 4 > 0$, ou seja, seu coeficiente angular é positivo e a função é classificada como crescente. O Gráfico 8 mostra que, 12 responderam corretamente à questão, um aproveitamento de 60%. A resolução dessa questão contempla a habilidade H19/D19: Resolver problema que envolva uma função do 1º grau.

Durante a análise crítica dos resultados, cada questão da atividade avaliativa foi contemplada com uma das habilidades descritas no Capítulo 3, os caminhos da pesquisa, subseção 3.1.4 a escolha do tema.

Os dados obtidos conforme o Gráfico 8 mostram que a atividade avaliativa atingiu seu objetivo, contemplando todas as habilidades integralmente ou parcialmente, que este trabalho almeja alcançar para os alunos do 3º ano do ensino médio, com índices de acertos bem acima do esperado.

Isso mostra que a Atividade Interventiva, ou seja, o desenvolvimento das etapas da Modelagem Matemática na concepção de Burak (2012) mostrou ser eficaz, e que uma Sequência Didática elaborada nos moldes da Modelagem Matemática se constitui como uma ferramenta que tem o domínio de conciliar a Matemática e a realidade, partindo de um tema real do cotidiano, de modo que, os alunos possam enxergar sua vida na sala de aula, tornando o processo de ensino e aprendizagem interdisciplinar e contextualizado.

A atividade avaliativa, realizada em formulário do Google Forms, também trouxe as respostas dos alunos de como eles passaram a enxergar a Modelagem Matemática após a conclusão de nossa proposta de intervenção. Os alunos foram indagados a relatar em poucas palavras o que eles aprenderam com base nas experiências com atividades relacionadas com a temática Modelagem Matemática nas contas de energia elétrica de suas residências, utilizando-se, no mínimo uma parte do conteúdo estudado. Observe o que mostram os depoimentos dos alunos, conforme Quadro 2:

Quadro 2 - Relato de Experiências dos Alunos com Atividades com Modelagem Matemática na suas Contas de Energia Elétrica Residencial.

Relate em poucas palavras o que você aprendeu com base nas experiências com Temática Modelagem Matemática na conta de luz de sua residência.

20 respostas

Que a gente paga mais imposto do que o que consumir

aprendi mais ou menos em como calcular

aprendi e entendi como realmente é calculado a conta de luz uma residência, como eles fazem para chegar no valor final.

Aprendi a descobrir muito mais coisa sobre a conta de luz.

Aprendi como faz o cálculo da conta de energia, e também, a importância de saber o quanto a gente consome, para que chegue o valor da conta no final do mês.

a calcular a conta de luz da residência.

A calcular o consumo de kWh.

Entendi como funciona os cálculos para saber o valor da conta de luz.

Aprendi a calcular o papel de energia da minha casa.
Aprende que é importante saber O que a gente consome
Aprendi a economizar o consumo de energia que é bastante importante
Aprendi poucas coisas, aprendi a saber os kwh
A entender melhor os custos de energia
como ler uma conta de luz e como fazer contas para saber quanto gasto de energia com cada aparelho.
aprendi a ler papel de energia
Eu aprendi bastante sobre como funciona a distribuição de energia pelo país e que diversos fatores podem influenciar o preço final da energia na residência.
Através da modelagem matemática, aprendi a identificar padrões de consumo de energia em minha casa, otimizando o uso dos aparelhos elétricos.
Calculo de Kwh sobre uma residencia ou eletrodomestico a partir do registro de seus funcionamentos.
Tive uma experiência legal, achei interessante
Compreendi que a modelagem matemática na conta de luz residencial envolve a análise e representação matemática de diferentes componentes que influenciam os custos, como o consumo de energia, tarifas e impostos. Isso permite uma compreensão mais detalhada e preditiva dos fatores que contribuem para o valor final da conta de luz.

Fonte: Autoria própria com dados do Google Forms (2023).

Analisando as respostas dos alunos acerca das percepções que eles passaram a ter sobre a Modelagem Matemática aplicada a conta de energia elétrica de suas residências, acredita-se que inserir a Modelagem Matemática na sala de aula foi essencial, fazendo com que os alunos, não apenas encarassem a Matemática do modo tradicional como é ensinada em sala de aula, mas atribuisse significado aos diversos aspectos de seu cotidiano. Foi fundamental a interatividade entre professor/aluno e aluno/aluno, contribuindo de forma significativa para o processo de ensino e aprendizagem.

Retornando aos comentários dos discentes participantes, percebe-se que atividades trabalhadas com Modelagem Matemática traz luz a vários aspectos de seu dia a dia até antes desconhecidos por eles, o que provocou até certa euforia e aprovação em introduzir nas aulas de Matemática conteúdo que se relacionam ao seu cotidiano, chamando atenção para algo interessante, estudar de forma como se não tivesse estudando, tornando a aula uma experiência inovadora e ao mais tempo desfrutando do assunto de forma positiva e significativa.

Alguns comentários chamam mais atenção, pois trouxeram um maior ou menor entendimento sobre o tema Modelagem Matemática e a conta de energia.

Um dos comentários chega a enfatizar que *“através da Modelagem Matemática, aprendi a identificar padrões de consumo de energia em minha casa, otimizando o uso dos aparelhos*

elétricos”. O comentário do aluno (a), mostra que ele compreendeu, que através da Modelagem Matemática é possível ter uma visão abrangente do consumo dos aparelhos elétricos de sua residência, identificando os eletrônicos que mais consomem energia, motivando-o a estudar e buscar no seu próprio cotidiano conhecimentos que traduza em linguagem Matemática o que existe ao seu redor, em virtude do elevado grau de interação entre sala de aula e seu dia a dia.

Outro comentário, o aluno (a) afirma que *“compreendi que a modelagem matemática na conta de luz residencial, envolve análise e representação matemática de diferentes componentes que influenciam os custos, como consumo de energia, tarifas e impostos. Isso permitiu uma compreensão mais detalhada e preditiva dos fatores que contribuem para o valor final da conta de luz”*, demonstrando um nível de compreensão mais aguçado em relação a conta de energia elétrica, trazendo uma análise fiel, que destaca pontos da conta de energia que não foram observados nos comentários anteriores, mostrando que o aluno (a) compreendeu seus vários aspectos e como a Modelagem Matemática pode contribuir para sua compreensão. O aluno (a) participante vai além, e diz que irá sugerir aos outros professores que passem a utilizar a Modelagem em suas aulas com o intuito de torna-las dinâmica e atrativa.

Um aluno (a) fez um comentário mais modesto, afirmando que *“aprendi poucas coisas, aprendi o kWh”*. Durante o desenvolvimento das etapas da Modelagem Matemática, ele se mostrou desmotivado com nossa proposta de intervenção, não encontrando significado em se submeter a atividades que, segundo ele, é sem sentido, mas que no decorrer do desenvolvimento da etapa 2 começou a gostar da experiência, e passou a ser mais participativo.

Em suma, os alunos (as) buscaram desenvolver seu espírito de pesquisador, trazendo melhorias e desenvolvendo competências, habilidades e segurança necessárias ao aprofundamento e domínio sobre o assunto. Uma experiência com atividades mediadas pela Modelagem Matemática deve ser feita, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas significativas.

A partir da análise dos resultados obtidos e dos 20 comentários dos alunos envolvidos durante a realização da Sequência Didática, não restam dúvidas que esta proposta de intervenção foi bem-sucedida, e conseguiu-se responder as indagações dos alunos (as) que delineou este trabalho, sendo possível verificar que uma Sequência Didática de atividades com Modelagem Matemática como instrumento didático e interativo, contribuiu com o ensino do conteúdo Função Polinomial do 1º grau aplicada a análise da conta de energia elétrica residencial, proporcionando ao professor/pesquisador uma significativa reflexão sobre suas práticas cotidianas de ensino e o caminho mais curto para obter êxito no processo de ensino e aprendizagem.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho permitiu observar que a Modelagem Matemática quando trabalhada de maneira organizada, traz para o aluno situações práticas que envolvem o seu cotidiano e o ambiente escolar, tornando-se um procedimento eficaz para uma aprendizagem significativa e duradoura no âmbito das aulas de Matemática, bem como no alcance dos objetivos que pretendíamos atingir. Foi realizado uma pesquisa-ação participante caracterizada pelo método qualitativo com 20 alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública da rede estadual. Inicialmente, realizou-se uma atividade de sondagem, que forneceu um panorama e que foram utilizados para nortear os planos de aula da Sequência Didática e para realização deste trabalho. Cada um dos objetivos específicos foi contemplado com um plano de aula estabelecido para cada etapa das atividades que envolviam a Modelagem Matemática, a partir das proposições de Burak (2012) com os objetivos, metodologia, recursos, avaliação e tempo estimado para realização de cada etapa, a fim de alcançar as habilidades/descriptores em defasagens.

Buscou-se estabelecer conexões entre o cotidiano do aluno e o tema Função Polinomial do 1º grau. Durante a investigação foi possível constatar que o objetivo específico de desenvolver os objetos do conhecimento, conceito de kWh, taxas e impostos cobrados na conta de energia elétrica residencial foi alcançado conforme plano de aula estabelecido para 1ª etapa da Modelagem Matemática proposta por Burak (2012), o que se configurou numa pesquisa de campo realizada na internet (site da Cosern e da ANEEL) e nas residências dos alunos, que se comprometeram bastante na busca dos dados para o alcance do objetivo proposto, configurando assim exitosa a realização desta etapa.

Já o objetivo específico de construir tabelas a partir de dados coletados sobre o consumo de energia elétrica de equipamentos elétricos e o custo associado ao seu uso foi alcançado conforme plano de aula estabelecido para a 2ª etapa da Modelagem Matemática. Esta etapa foi realizada em sala de aula e com o suporte dos dados coletados na 1ª etapa, a construção das tabelas a partir dos dados foi tranquila, pois bastou os alunos aplicarem os conhecimentos adquiridos na etapa anterior para terem êxito. Foi nesta etapa que se iniciou a ação Matemática propriamente dita, pois foi realizada a exposição do conteúdo proposto com o intuito de investigar como a Modelagem Matemática se apresenta nos livros didáticos, como foi apresentado no livro Contexto e Aplicações de autoria de Dante (2013). Ainda nesta etapa foi feita uma breve descrição da funcionalidade da interface gráfica do software dinâmico GeoGebra Classic como ferramenta educacional para o esboço de gráficos de Função Polinomial do 1º grau.

E, finalmente, o objetivo específico de explorar a Função Polinomial do 1º grau, determinando a lei de formação para cada aparelho a partir de suas potências elétricas e dos dados coletados nas tabelas conforme plano de aula estabelecido para a realização da 3ª etapa. Nesta etapa, foi possível determinar a lei de formação dos quatro aparelhos escolhidos por cada dupla de alunos e esboçar seus respectivos gráficos em um único plano cartesiano, utilizando para essa finalidade o software educacional GeoGebra.

Na etapa final da Sequência Didática, aplicou-se uma atividade avaliativa via *Google Forms*, o que deixou perceptível pelos resultados obtidos e pelos comentários dos alunos, que esta proposta interventiva foi bem-sucedida. Verificou-se que, as habilidades/descriptores foram contempladas em sua maioria, o que configurou por parte dos alunos o estabelecimento de relações entre as contas de energia elétrica e o conteúdo estudado, expandindo principalmente a construção do conhecimento matemático com foco na contextualização do ensino da Matemática.

Na condição de professor, são perceptíveis as dificuldades que os alunos apresentam em Matemática o que, provavelmente, contribui para o desinteresse por essa disciplina, principalmente quando é lecionada de forma mecanizada. Desse modo, na busca incessante por metodologias de ensino que desperte o interesse e melhore o aprendizado do aluno, como pesquisador, encontramos na Modelagem Matemática uma ferramenta de ensino e aprendizagem que alia os conteúdos dos livros didáticos utilizados na sala de aula ao contexto sociocultural do aluno. Refletimos também sobre uso de novas tecnologias como recurso intrínseco no processo de ensino e aprendizagem dentro das metodologias de ensino da Matemática. Portanto, estas foram as razões e os achados que conduziu a escolha da Modelagem Matemática na busca pelo êxito do supracitado processo.

Por fim, espera-se que as considerações presentes neste trabalho possam de alguma forma contribuir para futuras pesquisas em Sequência Didática que abordam a Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem, não somente no tocante ao que esta pesquisa objetivou atingir, mas em diferentes pontos de vista, uma vez que existem infinitas possibilidades de explorar a Matemática.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. O registro gráfico em atividades de modelagem matemática – um estudo da conversão entre registros segundo a teoria dos registros de representação semiótica. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SIEMAT, II.* São Paulo, 2009.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica.** São Paulo: Contexto, 2012.
- ANDRADE, Luiz Carlos de Lucena. **O WhatsApp como instrumento didático no processo de ensino e aprendizagem de leitura e de produção de textos** – Pau dos Ferros, RN, 2016.
- ARAGÃO, R. M. R. **Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel:** sistematização dos aspectos teóricos fundamentais. Tese de Doutorado, FE/UNICAMP. Campinas, 1976.
- ARAGÃO, M. de F. A. **A história da modelagem Matemática: Uma perspectiva de didática no Ensino Básico.** 2016. 17f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional.** 2. Ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico.** IN: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio de Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? Veritati,** n. 4, p. 73-80, 2004. 2.
- BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com Modelagem matemática. **Contexto**, 2002. Disponível: <https://www.researchgate.net/publication/256007243Ensinoaprendizagem_com_Modelagem_matematica>. Acesso em: 06/10/2023.
- BASSANEZI, R. C. Ensino – Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia. 3. Ed. São Paulo: **Contexto**, 2009.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino Aprendizagem de Matemática.** Blumenau: Ed. FURB, 1999.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem Matemática no Ensino. -3 ed. - São Paulo: **Contexto**, 2003.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino.** -4 ed. - São Paulo: **Contexto**, 2005.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37939>>. Acessado em: 20 set. 2023.

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. *Prisma Matemática: conjuntos e funções. Ensino Médio. Manual do professor*. Área do conhecimento: Matemática e suas tecnologias. -1. ed.-São Paulo: Editora FTD, 2020.

BRANDT, C. F.; BURAK, D.; and KLÜBER, T. E. orgs: *Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações* [online]. 2nd ed. **rev. and enl. Ponta Grossa**: Editora UEPG, 2016, 226 p. Disponível em: <<https://static.scielo.org/scielobooks/b4zpq/pdf/brandt-9788577982325.pdf>>. Acesso em: 06/10/2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a Base. Brasília, DF, 2018.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo ensino-aprendizagem. 1992. Tese (Doutorado) – Curso de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas 24, jun. 1992.

BURAK, D. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. – 1.ed. – Curitiba, PR: CRV, 2012.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática**: da teoria à prática. 12. ed. Campinas: Papirus, 2005. (perspectivas em Educação Matemática).

DAMETO, Christian Roberto. **Modelagem Matemática e a BNCC do Ensino Médio**. 2021. Trabalho de conclusão de curso (grau de Licenciatura em Matemática pelo Departamento de Matemática) – Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, da Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2021.

DANTE, L. R. *Matemática: contextos & aplicações*/Luiz Roberto Dante. – 2 ed. – São Paulo: **Ática**, 2013.
Disponível:<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 10/10/2023.

FORMS, Google. **Desempenho dos Alunos na Atividade Avaliativa**. 2023. Google Forms. Disponível em: <https://docs.google.com/forms/d/1kgsO6DMKMREv7ufRoYf_wCxuw-f0eZsmuiyEFq59tn4/edit>. Acesso em: 14 dez. 2023.

GEOGEBRA. **GeoGebra Classic**. 2023. GeoGebra. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/classic>>. Acesso em: 10 dez. 2023.

G1RN. **No RN, bandeira tarifária da energia elétrica segue verde em agosto**. 2023. G1 RN. Notícia. Disponível em: <<https://g1.globo.com/rn/rio-grande-do-norte/noticia/2023/08/01/no-rn-bandeira-tarifaria-da-energia-eletrica-segue-verde-em-agosto.ghtml>> Acesso em: 10 set. 2023.

HIGGINSON, W. *On the Foundations of Mathematics Education*. Texto mimeografado, 1980.
 KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.10, p. 17-34, 2008. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1642/1058>>. Acesso em: 06/08/2023.

LÜDKE, M; ANDRÉ, M.E.D. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MATEMÁTICA, Acm - Academia Cearense de. **Modelagem na Educação Matemática**. 2023. ACM - Academia Cearense de Matemática. Disponível em: <<https://acm-itea.org/educacao-matematica-3/>>. Acesso em: 03 nov. 2023.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos: Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 43, p. 861-882, ago. 2012.

MORÁN, J. Mudando a educação com metodologias ativas. In: SOUZA, C. A. de; MORALES, O. E. T. (Orgs.). **Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações jovens**. Ponta Grossa, PR: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015.

MORIN, E. **Sete saberes necessários à Educação do futuro**. São Paulo: Cortez, 2006.

MOREIRA, Wanderson Pinto. 5 Etapas para a realização de uma atividade com Modelagem Matemática em sala de aula: **Guia do Professor** [recurso eletrônico] /Wanderson Pinto Moreira, Luciano Lessa Lorenzoni, Oscar Luiz Teixeira de Rezende. – Vitória, ES: Editora Ifes, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ifes.edu.br/bitstream/handle/123456789/1510/PRODUTOEDUCACIONAL_5_Etapas_Para_Realizacao.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso:07/10/2023.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Sequência Didática Interativa no Processo de Formação de Professores**. Cidade: Vozes, 2013.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2005. P. 213-231.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

PAZ, Murilo da Cunha. **Função Afim**: uma proposta de atividade sobre a conta de luz utilizando a Modelagem Matemática. 2022. Trabalho de conclusão de curso (grau de Licenciado, pelo Curso de Matemática Licenciatura) - Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande. Rio Grande, 2022.

PEREIRA, Maria Micaely Juvêncio. **Proposta de sequência didática para o ensino médio: O ensino de geometria espacial com demonstrações**. 2021. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2021.

PERETTI, Lisiane; TONIN, G. M. da C. Sequência didática na matemática. **Revista de Educação do Instituto de Desenvolvimento Educacional do Alto Uruguai**. v.17, n. 8, jan./jun. 2013. Disponível em:

<https://www.bage.ideau.com.br/wpcontent/files_mf/7ff08743d52102854eaaf22c19c4863731_1.pdf>. Acesso em: 18 dez. 2023.

PLATAFORMA de Avaliação e Monitoramento da Educação do Rio Grande do Norte. 2023. **SIMAIS/RN**.

Disponível em: <https://avaliacaoemmonitoramentosimais.caeddigital.net/#!/pagina-inicial>. Acesso em: 03 jul. 2023.

RIUS, B. E. **La educaci3n matemática: reflexi3n sobre su naturaliza y sobre su metodologia**. *Educaci3n Matemática*, México: Iberoamérica v. 1, n. 3, p. 30-36, dic. 1989b.

SACRISTÁN, J. G. A avaliação no ensino. In: SACRISTÁN, J. G.; GÓMEZ, A. I. P. **Compreender e transformar o ensino**. 4. Ed. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SANTOS, B. V. de S. **Um discurso sobre as ciências**. 4. Ed. São Paulo. Cortez, 2006.

SILVEIRA, J. C.; RIBAS, J. L. D. Discussões sobre Modelagem Matemática e o Ensino-Aprendizagem. *Só Matemática*. Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/artigos/a8>>. Acesso em: 18 dez. 2023.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos Matemática: Estatística e Probabilidade: Ensino Médio**/Joamir Roberto de Souza. – 1. ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.

ZABALA, Antoni. **A Prática Educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE A – PLANO DE AULA DA ETAPA 1

ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO, DA CULTURA, DO ESPORTE E DO LAZER ESCOLA ESTADUAL PROFESSOR DANIEL GURGEL JANDUIS – 14ª DIREC – UMARIZAL/RN	
I - Identificação: Escola: Escola Estadual Professor Daniel Gurgel Professor: Wellington de Almeida Jacome Componente Curricular: Matemática e suas Tecnologias. Nível: Médio Série: 3º Ano Unidade Temática: Números e Álgebra.	
II – Habilidades da BNCC	
(EM13MAT302): Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	
(EM13MAT404): Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabelas do imposto de renda, contas de luz, água, gás, etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	
1ª Etapa: Escolha do Tema e Pesquisa Exploratória	
III – Objetivos, Metodologia, Recursos, Avaliação e Tempo Estimado	
Geral	Apresentar o tema “Os eletrônicos que mais impactam a conta de energia elétrica e formular ideias de como calcular uma conta de energia residencial (PAZ, 2022, p. 17).
Específicos	• Pesquisar o que é quilowatt-hora (kWh); • Pesquisar o valor de cada quilowatt-hora (kWh) na conta de energia elétrica; • Definir qual o valor da tarifa por quilowatt-hora (kWh) será utilizado pela turma nas atividades; • Pesquisar o valor do acréscimo na conta de energia elétrica de acordo com as bandeiras da conta de energia: Verde, Amarela, Vermelha (Patamar I), Vermelha (Patamar II) e Preta (Escassez Hídrica); • Estudar a conta de energia elétrica para compreender suas características e como é feito o cálculo do valor final; • Estudar o consumo de um aparelho eletrônico utilizado pelo aluno em sua residência; • Calcular quantas horas por mês o eletrônico utilizado fica ligado na tomada. • Calcular o consumo mensal do aparelho escolhido de acordo com a tarifa aplicada; • Construir uma tabela com as informações obtidas (PAZ, 2022).
Metodologia	A metodologia empregada será a Modelagem Matemática, que segue a perspectiva de que a aprendizagem é construída com a participação do educando e o professor como fomentador do desenvolvimento do senso crítico e a autonomia do aluno na busca pelo conhecimento como parte integrante e fundamental no desdobramento da etapa em curso.
Recursos	Internet: Buscas nos sites da Cosern. Suporte multimídia, lápis, borracha, calculadora, folhas de ofício e régua.
Avaliação	Avaliação contínua ocorrerá durante todo processo de ensino e aprendizagem, observando o nível de participação e envolvimento de cada aluno na etapa proposta.
Tempo Estimado	2 aulas de 45 minutos.

APÊNDICE B – PLANO DE AULA DA ETAPA 2

ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO, DA CULTURA, DO ESPORTE E DO LAZER ESCOLA ESTADUAL PROFESSOR DANIEL GURGEL JANDUIS – 14ª DIREC – UMARIZAL/RN	
I - Identificação: Escola: Escola Estadual Professor Daniel Gurgel Professor: Wellington de Almeida Jacome Componente Curricular: Matemática e suas Tecnologias. Nível: Médio Série: 3º Ano Unidade Temática: Números e Álgebra.	
II – Habilidades da BNCC	
(EM13MAT302): Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT404): Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabelas do imposto de renda, contas de luz, água, gás, etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	
2ª Etapa: Levantamento (s) dos Problemas	
III – Objetivos, Metodologia, Recursos, Avaliação e Tempo Estimado	
Geral	Esboçar o gráfico da Função Polinomial do 1º grau para representar o valor da tarifa paga em função dos dias de utilização do aparelho eletrônico escolhido na etapa anterior. (PAZ, 2022, p. 24).
Específicos	• Esboçar a lei de formação que representa o problema em questão; • Esboçar o gráfico do valor pago em função dos dias de utilização do aparelho definido; • Comparar os resultados obtidos; • Concluir quanto representa o custo desse eletrônico na conta mensal de energia elétrica; • Identificar a taxa da bandeira vigente relativa ao mês escolhido para estimar o custo final do aparelho na conta de energia elétrica (PAZ, 2022).
Metodologia	A metodologia empregada será a Modelagem Matemática, que segue a perspectiva de que a aprendizagem é construída com a participação do educando e o professor como fomentador do desenvolvimento do senso crítico e a autonomia do aluno na busca pelo conhecimento como parte integrante e fundamental no desdobramento da etapa em curso.
Recursos	Buscas na internet, suporte multimídia, caderno, calculadora, demais materiais de apoio.
Avaliação	Avaliação continua ocorrerá durante todo processo de ensino e aprendizagem, observando o nível de participação e envolvimento de cada aluno na etapa proposta.
Tempo Estimado	2 aulas de 45 minutos.

APÊNDICE C – PLANO DE AULA DA ETAPA 3

ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO, DA CULTURA, DO ESPORTE E DO LAZER ESCOLA ESTADUAL PROFESSOR DANIEL GURGEL JANDUIS – 14ª DIREC – UMARIZAL/RN	
I - Identificação: Escola: Escola Estadual Professor Daniel Gurgel Professor: Wellington de Almeida Jacome Componente Curricular: Matemática e suas Tecnologias. Nível: Médio Série: 3º Ano Unidade Temática: Números e Álgebra.	
II – Habilidades da BNCC (EM13MAT302): Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT404): Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabelas do imposto de renda, contas de luz, água, gás, etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	
3ª Etapa: Resolução do (s) problema (s) e o trabalho dos conteúdos temáticos no contexto do tema	
III – Objetivos, Metodologia, Recursos, Avaliação Tempo Estimado	
Geral	Esboçar gráficos relacionados a bandeira vigente da conta de energia elétrica de cinco aparelhos eletrônicos escolhidos pelos alunos (PAZ, 2022, p. 28).
Específicos	• Escolher os 4 aparelhos eletrônicos mais usados em sua residência; • Verificar qual a potência de cada aparelho; • Supor que um mês tenha 30 dias e estimar qual a tarifa mensal para o grupo de aparelhos para bandeira Vermelha (Patamar I) como foi efetivado na Etapa 1 com um único eletrodoméstico (será necessário utilizar o valor total que o grupo dos 4 aparelhos consomem); • Esboçar o gráfico da conta de energia elétrica em função do número de dias em que os aparelhos foram utilizados, referente a uma determinada bandeira com o auxílio do GeoGebra; • Identificar domínios de validade, imagens, crescimento e decrescimento; • Utilizar regra de três; • Utilizar porcentagem (PAZ, 2022).
Metodologia	A metodologia empregada será a Modelagem Matemática, que segue a perspectiva de que a aprendizagem é construída com a participação do educando e o professor como fomentador do desenvolvimento do senso crítico e a autonomia do aluno na busca pelo conhecimento como parte integrante e fundamental no desdobramento da etapa em curso.
Recursos	Dados sobre o consumo de 4 aparelhos eletrônicos, software GeoGebra, calculadora, lápis e borracha, folhas de ofício e régua.
Avaliação	Avaliação contínua ocorrerá durante todo processo de ensino e aprendizagem, observando o nível de participação e envolvimento de cada aluno na etapa proposta.
Tempo Estimado	2 aulas de 45 minutos.

APÊNDICE D – PLANO DE AULA DA ETAPA 4

ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO, DA CULTURA, DO ESPORTE E DO LAZER ESCOLA ESTADUAL PROFESSOR DANIEL GURGEL JANDUIS – 14ª DIREC – UMARIZAL/RN	
I - Identificação: Escola: Escola Estadual Professor Daniel Gurgel Professor: Wellington de Almeida Jacome Componente Curricular: Matemática e suas Tecnologias. Nível: Médio Série: 3º Ano Unidade Temática: Números e Álgebra.	
II – Habilidades da BNCC (EM13MAT302): Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT404): Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabelas do imposto de renda, contas de luz, água, gás, etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	
4ª Etapa: Análise Crítica da (s) Solução (ões)	
III – Objetivos, Metodologia, Recursos, Avaliação e Tempo Estimado.	
Geral	Estimar o consumo de energia elétrica de cada residência e discutir as soluções apresentadas e se elas são válidas para resolver o problema (PAZ, 2022, p. 32).
Específicos	• Consultar o consumo e discutir dos aparelhos elétricos mais utilizados em cada residência; • Estimar o uso de outros aparelhos; • Concluir sobre qual mês representa um gasto maior na conta de energia elétrica, dentre os meses que foram utilizados na estimativa da tarifa; • Esboçar um gráfico geral da turma referente a bandeira vigente; • Discutir os resultados das etapas anteriores e manter os alunos no centro do desenvolvimento das atividades; • Explorar os impactos e desdobramentos das soluções na aprendizagem dos alunos. (PAZ, 2022).
Metodologia	A metodologia empregada será a Modelagem Matemática, que segue a perspectiva de que a aprendizagem é construída com a participação do educando e o professor como fomentador do desenvolvimento do senso crítico e a autonomia do aluno na busca pelo conhecimento como parte integrante e fundamental no desdobramento da etapa em curso.
Recursos	Dados coletados sobre os aparelhos eletrônicos e duas contas de energia recentes, roda de conversas, multimídia, apresentação do material produzido nas etapas anterior
Avaliação	Avaliação contínua ocorrerá durante todo processo de ensino e aprendizagem, observando o nível de participação e envolvimento de cada aluno na etapa proposta.
Tempo Estimado	2 aulas de 45 minutos.

ANEXO A: ATIVIDADE DE SONDAAGEM

ATIVIDADE DE SONDAAGEM DO ALUNO

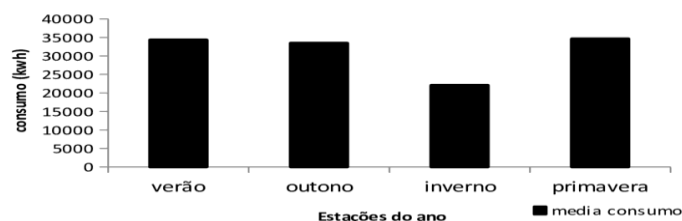
1. Qual a companhia energética que fornece energia no seu estado:
 - a) ANEEL
 - b) Cosern
 - c) Energisa
 - d) Procel
2. Você sabe identificar na conta de energia de sua residência o consumo mensal:
 - a) Sim
 - b) Não
3. Qual a renda mensal de sua família:
 - a) Menos de 1 salário mínimo
 - b) 1 salário mínimo
 - c) Mais de 1 salário mínimo
 - d) A renda é variável, não podendo ser estimado um valor.
4. Quanto de sua renda familiar é utilizada para pagar a conta de energia:
 - a) De R\$20,00 a R\$100,00
 - b) De R\$101,00 a R\$200,00
 - c) De R\$201,00 a R\$400,00
 - d) Mais de R\$400,00

Observe a figura a seguir que representa parte da conta de energia de uma residência e responda as questões 5 e 6:

Próxima Leitura		Nº da Nota Fiscal/Conta de Energia Elétrica	
21/02/2013		000.533.716	
Dados de Cadastro			
Medidor / Constante		Classificação	
B09095202 1		RESIDENCIAL - Resi-BIFASICO	
Tensão Nominal ou contratada (v)		Limite adequados de tensão (v) Débito Aut.	
127 / 220		116 a 133 / 201 a 231	
Leitura			
Item	Anterior	Atual	
Consumo	24021	24323	Anterior 24/12/2012 Dias do Período 29

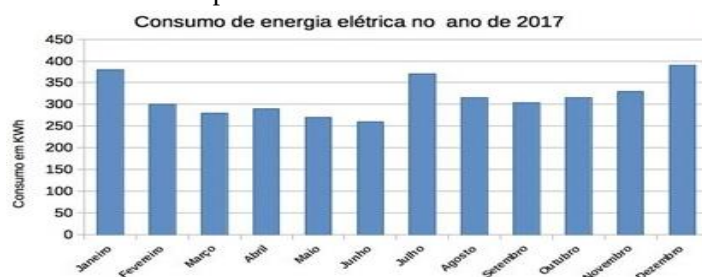
5. Qual foi o consumo mensal de energia elétrica na residência da figura acima:
 - a) 321 kWh
 - b) 127kWh
 - c) 220 kWh
 - d) 302 kWh
6. De acordo com a figura da questão anterior, se a Cosern cobra R\$0,7239 por cada kWh consumido, quanto foi pago pela residência neste mês?
 - a) R\$218,62
 - b) R\$281,62
 - c) R\$218,26
 - d) R\$262,18

7. Observe o gráfico da média de consumo de energia em cada estação do ano.



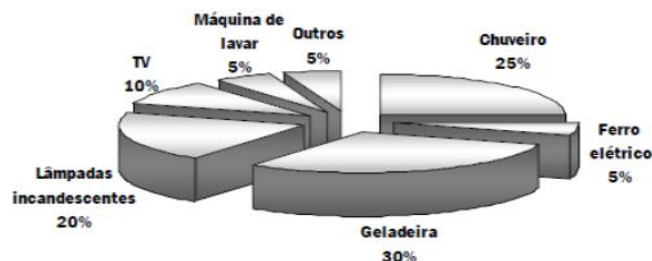
Em qual estação o consumo é menor:

- a) Primavera b) Outono c) Verão d) Inverno
8. Observe o gráfico abaixo que representa o consumo de energia elétrica dos 12 meses do ano de 2017 de uma residência com 4 pessoas.



Em quais meses o consumo foi MAIOR durante o ano de 2017:

- a) janeiro e julho c) janeiro e dezembro
 - b) julho e dezembro d) julho e novembro
9. Ainda de acordo com o gráfico da questão 8. Em quais meses o consumo foi exatamente igual a 300 kWh:
 - a) fevereiro e setembro b) fevereiro e abril
 - b) março e setembro d) abril e agosto
 10. O gráfico abaixo representa os percentuais do uso eficiente de energia por cada aparelho elétrico em uma residência:



Quais são os aparelhos vilões da conta de energia elétrica nessa residência:

- a) Geladeira, chuveiro e lâmpadas incandescentes.
- b) Geladeira, lâmpadas incandescentes e TV.
- c) Chuveiro, lâmpadas incandescentes e ferro elétrico.
- d) Máquina de lavas, ferro elétrico e TV

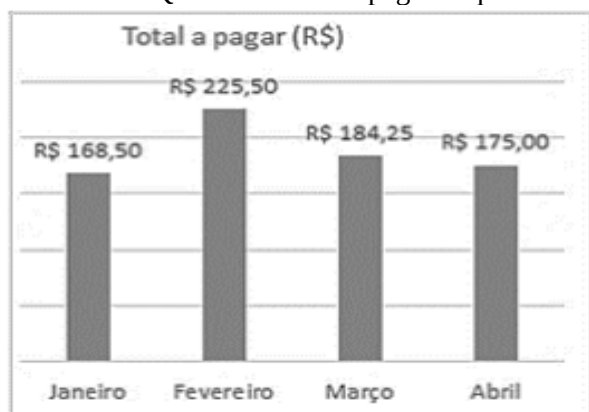
ANEXO B: ATIVIDADE INTERVENTIVA

ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO, DA CULTURA, DO ESPORTE E DO LAZER ESCOLA ESTADUAL PROFESSOR DANIEL GURGEL JANDUIS – 14ª DIREC – UMARIZAL/RN ATIVIDADE INTERVENTIVA - MODELAGEM MATEMÁTICA NA CONTA DE ENERGIA ELÉTRICA																																																																			
Etapas 1																																																																			
Atividade 1: Pesquise na internet com a finalidade de responder as seguintes questões: 1. O que é quilowatt-hora (kWh)? 2. Qual é valor cobrado em média por kWh na conta de energia residencial de sua cidade? 3. Quais são os tipos de bandeira tarifaria e quanto é o acréscimo correspondente a cada bandeira na conta de energia? Atividade 2: Faça o que se pede: 1. Escolha um aparelho eletrônico que seja mais utilizado na sua residência. 2. Qual é o nome do aparelho escolhido? 3. Quantos Watts ele consome? (caso essa informação não venha no aparelho, pesquise na internet)	4. Complete as tabelas a seguir, de acordo com o aparelho escolhido: <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <tr> <th style="width: 10%;">Dias</th> <th style="width: 10%;">Horas</th> <th style="width: 40%;">Consumo em kWh</th> <th style="width: 40%;">Valor pago R\$</th> </tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <th style="width: 10%;">Dias</th> <th style="width: 10%;">Horas</th> <th style="width: 40%;">Consumo em kWh</th> <th style="width: 40%;">Valor pago (\$)</th> </tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>			Dias	Horas	Consumo em kWh	Valor pago R\$																													Dias	Horas	Consumo em kWh	Valor pago (\$)																												
Dias	Horas	Consumo em kWh	Valor pago R\$																																																																
Dias	Horas	Consumo em kWh	Valor pago (\$)																																																																
Etapas 2																																																																			
Atividade 3: Utilizando a tabela construída na Etapa 1 para esboçar o gráfico do valor pago em (\$) pelo uso do aparelho usado em função dos dias em que foi utilizado.																																																																			
Etapas 3																																																																			
Atividade 4: Realizadas as etapas 1 e 2. Faça o que se pede: 1. Selecione os 4 aparelhos eletrônicos mais utilizados na sua residência.	2. Esboce o gráfico do valor pago pela conta de energia em função do número de dias. Observação: Os gráficos dos 4 aparelhos poder ser esboçado em um único plano cartesiano, desde que sejam identificados.																																																																		
Etapas 4																																																																			
Atividade 5: Esboçar o gráfico geral da turma.																																																																			

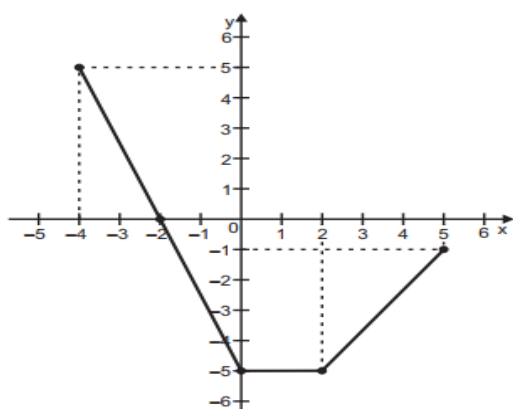
ANEXO C: ATIVIDADE AVALIATIVA

ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO, DA CULTURA, DO ESPORTE E DO LAZER
ESCOLA ESTADUAL PROFESSOR DANIEL GURGEL
JANDUIS – 14ª DIREC – UMARIZAL/RN
ATIVIDADE AVALIATIVA – MODELAGEM MATEMÁTICA

1. Ao longo de determinado período, a conta de energia de um consumidor apresentou os valores presentes no gráfico de barras abaixo. Qual o valor a ser pago no quadrimestre:



- a) R\$7,75 b) R\$753,25 c) R\$766,50 d) R\$745,00
2. (RN Avalia/2023) observe o gráfico da função $f: [-4,5] \rightarrow [-5,5]$ representado no plano cartesiano abaixo.

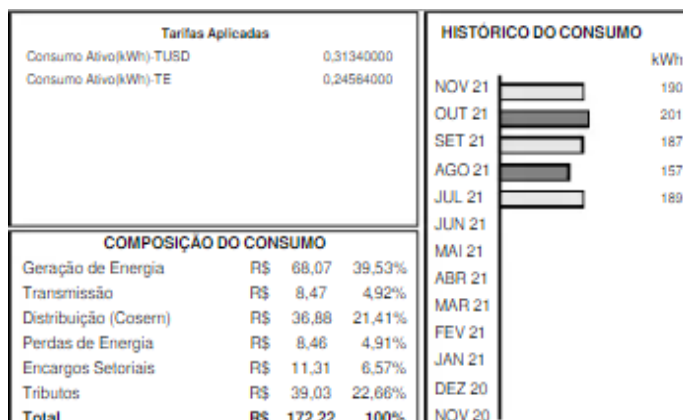


O intervalo em que essa função é estritamente crescente é:

- a) $[-5, -1]$ b) $[0, 2]$ c) $[-4, 0]$ d) $[2, 5]$ e) $[-4, -2]$
3. A quantidade de energia em kWh necessária para manter uma lâmpada de 120 W de potência acesa 24 horas por dia, durante um ano (365 dias) é:
a) 525,60 kWh b) 120 kWh c) 225,60 kWh d) 1051,2 kWh
4. (RN Avalia/2023) Observe, na tabela abaixo, alguns valores do domínio de uma função polinomial do 1º grau, f , com suas respectivas imagens $f(x)$.

x	$f(x)$
-1	-6
0	-4
1	-2

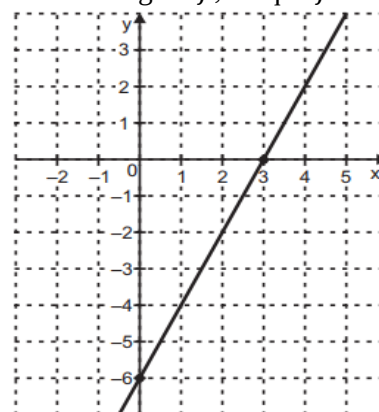
7. Observe a figura que representa o Histórico e a Composição de Consumo da conta de energia elétrica de uma residência.



Em qual Mês o consumo de energia elétrica nessa residência foi menor?

- a) JUH 21 b) AGO 21 c) SET 21 d) NOV 21

8. (RN Avalia/2023) Observe abaixo o gráfico de uma função polinomial do 1º grau f , tal que $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.



A lei de formação dessa função é?

- a) $f(x) = -6x + 3$.
b) $f(x) = -2x - 6$.
c) $f(x) = x - 6$.
d) $f(x) = 2x - 6$.
e) $f(x) = 2x + 6$.

Qual é a lei de formação dessa função?

a) $f(x) = 2x + 4$ d) $f(x) = \frac{3}{5}x + \frac{8}{5}$

b) $f(x) = 2x - 4$ e) $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$

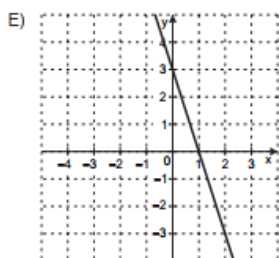
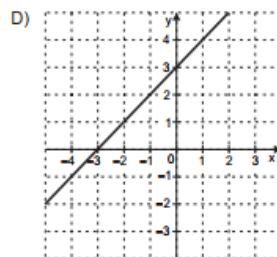
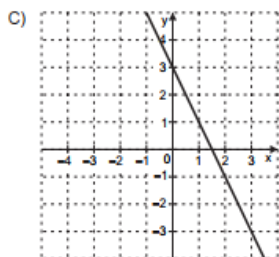
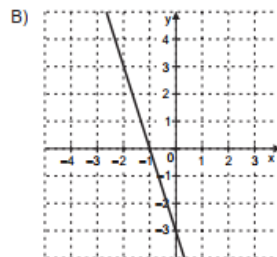
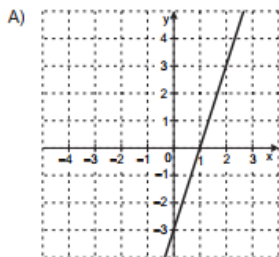
c) $f(x) = x - 2$

5. Observe na figura, a descrição da nota fiscal de uma conta de energia residencial de um determinado mês. Qual o valor total da fatura em (R\$) a ser pago pelos moradores dessa residência?

DESCRIÇÃO DA FATURA			
	QUANTIDADE	PREÇO(R\$)	VALOR(R\$)
Consumo Ativo(kWh)-TUSD	190,0000000	0,40529705	77,00
Consumo Ativo(kWh)-TE	190,0000000	0,31766805	60,35
Acréscimo Bandeira AMARELA			4,64
Acréscimo Bandeira VERMELHA			30,23
Contrib. Ilum. Pública Municipal			15,98
Multa por atraso-NF 067653316 - 05/10/21			3,60
Juros por atraso-NF 067653316 - 05/10/21			0,35
Atualização IPCA-NF 067653316 - 05.10.21			0,31

- a) R\$ 192,46 b) R\$191,45 c) R\$190,44 d) 189,43

5. (RN Avalia/2023) Considere uma função polinomial do 1º grau que tem coeficiente angular igual a -3 e o coeficiente linear igual a 3. Qual é o gráfico dessa função?



9. Observando o Demonstrativo de Consumo de energia elétrica da Nota Fiscal de uma Residência, conforme a Figura.

DEMONSTRATIVO DE CONSUMO DESTA NOTA FISCAL							
NÚMERO DO MEDIDOR	TIPO DA FUNÇÃO	ANTERIOR		ATUAL		Nº DIAS	CONSTANTE
		DATA	LEITURA	DATA	LEITURA		
2150066096	CAT	05/10/2021	12.731,00	04/11/2021	12.921,00	30	1,00000

DATA PREVISTA DA PRÓXIMA LEITURA: 03/12/2021

Quantos kWh essa residência consumiu?

- a) 731 kWh b) 921 kWh c) 30 kWh d) 190 kWh

10. (RN Avalia/2023) Sobre o comportamento da função polinomial do 1º grau $f(x) = 4x - 3$, marque a alternativa correta:

- a) $f(x)$ é crescente, pois seu coeficiente angular é positivo e igual a 4.
 b) $f(x)$ é decrescente, pois seu coeficiente angular é positivo e igual a 4.
 c) $f(x)$ é decrescente, pois seu coeficiente angular é positivo e igual a -3.
 d) $f(x)$ é crescente, pois seu coeficiente angular é negativo e igual a -3.
 e) $f(x)$ é decrescente, pois o seu coeficiente linear é negativo e igual a -3.