



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
CENTRO DAS ENGANHARIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

CRISTHIANNE MORAIS MEDEIROS

**ESTUDO COMPARATIVO DE MODELOS PARA ANÁLISE ESTRUTURAL DE
VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

MOSSORÓ
2018

CRISTHIANNE MORAIS MEDEIROS

**ESTUDO COMPARATIVO DE MODELOS ESTRUTURAIS PARA ANÁLISE
ESTRUTURAL DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Trabalho Final de Graduação apresentado à
Universidade Federal Rural do Semi-Árido –
UFERSA, Centro das Engenharias para
obtenção do título de Engenheira Civil.

Orientador: Prof. Thales Henrique Silva Costa

Co-orientador: Prof. M.Sc. Eric Mateus
Fernandes Bezerra

MOSSORÓ

2018

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº

9.610/1998 . O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

M488e

Medeiros, Cristhianne Moraes. Estudo comparativo de modelos estruturais para análise estrutural de vigas de concreto armado / Cristhianne Moraes Medeiros. - 2018.

57 f. : il.

Orientador: Thales Henrique Silva Costa.

Coorientador: Eric Mateus Fernandes Bezeraa.

Monografia (graduação) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Curso de Engenharia Civil, 2018.

1. Análise estrutural. 2. Resultados a favor da segurança. 3. Viga contínua. 4. Pórticos. 5. SAP 2000 . I. Costa, Thales Henrique Silva, orient.

II. Bezeraa, Eric Mateus Fernandes , co-orient.

III. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

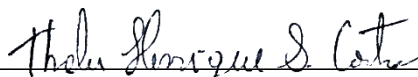
CRISTHIANNE MORAIS MEDEIROS

**ESTUDO COMPARATIVO DE MODELOS ESTRUTURAIS PARA ANÁLISE
ESTRUTURAL DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Monografia apresentada a Universidade
Federal Rural do Semi-Árido como
requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Civil.

Defendida em: 13 / 04/ 2018.

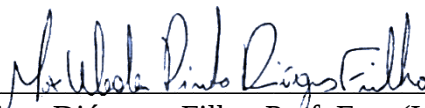
BANCA EXAMINADORA



Thales Henrique Silva Costa, Prof. Esp. (UFERSA)
Presidente



Me. Eric Mateus Fernandes Bezerra, Prof. Me. (UFERSA)
Primeiro Membro



Max Weden Pinto Diógenes Filho, Prof. Esp. (UFERSA)
Segundo Membro

A **Francisco Assis de Medeiros** (*in memorian*),
meu avô. Onde quer que esteja sempre deixará
saudades e estará olhando por mim.

À **Maria das Dores de Medeiros Lima** (*in memorian*), minha madrinha. Onde quer que ela
esteja, sempre esteve me olhando e acreditando
em mim para que eu chegasse até aqui.

À **Ana Cristina de Moraes Medeiros**, minha
mãe.

A **Denildo Marinho Medeiros**, meu pai.

À **Hianne Cristinne de Moraes Medeiros**,
minha irmã.

À **Rosimere Fernandes Evaristo**, minha tia.

Aos meus avós, tios e primos.

Aos meus amigos.

Dedico, com muito amor e carinho.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela força e coragem durante essa caminhada.

Aos meus pais, Denildo Medeiros e Ana Cristina Medeiros, pelo amor incondicional, incentivo, confiança e apoio em todas as horas que precisei. A eles, além da dedicatória desta primeira conquista, dedico todo o meu amor e carinho.

À minha irmã, Hianne Cristinne, que, apesar de longe, sempre acreditou em mim e me incentivou.

Aos meus avós, Francisco Moraes, Maria Joana de Moraes e Tereza Eugênio, que sempre me mostraram apoio para eu chegar até aqui.

A todos os meus tios, por confiarem na minha capacidade de chegar ao fim dessa caminhada.

Ao meu professor e orientador, Eric Mateus Fernandes Bezerra, por transmitir seus conhecimentos, por ter confiado em mim e pela paciência que teve comigo ao longo deste trabalho. Sem a sua ajuda não teria conseguido concretiza-lo

Aos meus primos, que confiaram na minha vitória.

Aos meus amigos Ana Flávia, Bruna Karen, Carolline Cristinne, Emanuelle Nóbrega, Hortência Héllen, Livia Martins, Renato Victor, Tadeu Ribeiro e companheiros da sala de aula e amigos distantes, que fizeram parte da minha formação e acreditaram na minha capacidade de chegar até aqui.

Enfim, a todas as pessoas que me apoiaram de forma direta ou indireta durante minha graduação.

“Lute com determinação, abrace a vida com paixão, perca com classe e vença com ousadia, porque o mundo pertence a quem se atreve e a vida é muito para ser insignificante.”

- Charles Chaplin

RESUMO

A análise estrutural é uma das principais etapas de um projeto de estruturas. Existem vários modelos de análise estrutural, o que torna necessário conhecer as limitações e abrangências de cada para identificar quando suas aplicações são adequadas. Tendo em vista a importância das vigas de concreto armado na estruturação de muitas edificações, este trabalho tem por objetivo realizar um estudo comparativo de modelos de análise estrutural de vigas de concreto armado. Os seguintes modelos foram investigados: viga contínua, viga contínua com apoios elásticos, pórtico plano e pórtico espacial. Para concepção destes modelos, foram utilizados os *softwares* *SAP2000* e *Ftool*. Duas vigas de dois edifícios de múltiplos pavimentos foram avaliadas. Para os problemas analisados, os resultados indicaram que o modelo de viga contínua, que é o mais simples e menos realista de todos, fornece resultados a favor da segurança quando comparados com o modelo de pórtico espacial, fato que viabiliza, mesmo assim, sua utilização.

Palavras-chaves: Análise estrutural. Resultados a favor da segurança. Viga contínua. Pórticos. SAP 2000

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Coeficientes para consideração de solidariedade entre as vigas e os pilares internos	20
Tabela 2- Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta_c = 10\text{mm}$	36
Tabela 3- Momento nos vãos	50
Tabela 4- Vãos (Modelo VC x Modelo VCM)	51
Tabela 5- Vãos (Modelo VC x Modelo PP)	51
Tabela 6- Momentos nos Apoios	51
Tabela 7- Momentos nos nós	52
Tabela 8- Apoios (VC x VCM)	52
Tabela 9- Apoios (VC x PP)	52
Tabela 10- Deslocamentos	53
Tabela A1- Reações de apoio em lajes retangulares, carga uniforme	57

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- a) Vigas de suporte do tabuleiro de um viaduto e b) seu modelo estrutural	16
Figura 2- Influência da vinculação das bordas na curvatura da laje	17
Figura 3- Modelo real e modelo estrutural	18
Figura 4- Condição para o engastamento de apoios intermediários	19
Figura 5- Esquema estrutural para obtenção dos coeficientes	20
Figura 6- Modelo de viga contínua melhorado	21
Figura 7- Barra engastada e apoiada sujeita a uma rotação unitária	21
Figura 8- Pórtico plano de um edifício	22
Figura 9- Associação de pórticos planos na análise das forças horizontais	23
Figura 10- Análise dos pavimentos isolados	23
Figura 11- Modelo do pórtico espacial	24
Figura 12- (a) material perfeitamente elástico; (b) material parcialmente elástico	25
Figura 13- (a) efeito 1ª ordem; (b) efeito 2ª ordem	30
Figura 14- Planta baixa pavimento-tipo (cotas em m)	32
Figura 15- Locação de vigas e pilares no pavimento tipo (cotas em cm)	33
Figura 16- Indicação dos pilares	35
Figura 17- Trechos de carregamento na V01 (cotas em m)	37
Figura 18- Condições de contorno na laje 1 (cotas em m)	38
Figura 19- Reações verticais na Laje 1	40
Figura 20- Distribuição das cargas na laje L2 e comprimentos efetivos em x e y (cotas em m)	41
Figura 21- Área de influência na laje 2 (cotas em m)	43
Figura 22 - Reações verticais na laje L2	43
Figura 23- Esquema de carregamento da viga V01	44
Figura 24- Reações de apoio na viga V01	45
Figura 25- Diagrama de esforços cortantes na viga V01 (Viga Contínua)	45
Figura 26- Diagrama de momento fletor na viga V01 (Viga Contínua)	46
Figura 27- Diagrama de deformação (Viga Contínua)	46
Figura 28- Modelo da viga continua melhorada	46
Figura 29- Reações de apoio (Viga Contínua Melhorada)	47
Figura 30- Diagrama de esforço cortante (Viga Contínua Melhorada)	47

Figura 31- Diagrama do momento fletor (Viga Contínua Melhorada)	48
Figura 32- Diagrama de deformação (Viga Contínua Melhorada)	48
Figura 33- Reações de Apoio (Pórtico Plano)	49
Figura 34- Diagrama de esforço cortante (Pórtico Plano)	49
Figura 35- Diagrama do momento fletor (Pórtico Plano)	49
Figura 36- Diagrama de deformação (Pórtico Plano)	50
Figura 37- Diagrama dos momentos sobrepostos	53

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	13
2.	ANÁLISE ESTRUTURAL	16
2.1.	ELEMENTOS ESTRUTURAIS BÁSICOS	16
2.2	MODELOS ESTRUTURAIS.....	18
2.2.1	Modelo de viga contínua	19
2.2.2	Modelo de pórtico plano	23
2.2.3	Modelo de pórtico espacial	25
2.3	TIPOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL	26
2.3.1	Análise linear	26
2.3.2	Análise linear com redistribuição	28
2.3.3	Análise plástica	29
2.3.4	Análise não linear	29
2.3.4.1	Não linearidade física	30
2.3.4.2	Não linearidade geométrica	31
2.3.5	Análise através de modelos físicos.....	32
3.	MODELO DE CÁLCULO	33
3.1	DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA	33
3.2	PROPRIEDADES FÍSICAS E GEOMÉTRICAS.....	34
3.3	AÇÕES	36
4.	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	46
4.1	MODELO DA VIGA CONTÍNUA.....	46
4.2	MODELO DA VIGA CONTÍNUA MELHORADA	47
4.3	MODELO DO PÓRTICO PLANO	49
4.4	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	51
5.	CONCLUSÃO.....	55
6.	REFERÊNCIAS	56
	ANEXO	58

1. INTRODUÇÃO

A estrutura é o sistema responsável por absorver as cargas que atuam na edificação, sem que nenhum dano seja causado a si própria ou aos outros sistemas. Devem, portanto, ser projetadas para garantir à edificação estabilidade e um desempenho adequado para os fins no qual está sendo concebida.

Uma das etapas mais importante do projeto das estruturas é a análise estrutural. Nesta etapa é idealizado um modelo numérico capaz de simular, com nível de representatividade aceitável, o comportamento real da estrutura e obter sua resposta ante às ações aplicadas. No caso das estruturas reticuladas, comumente empregadas na análise estrutural de edifícios, essas respostas podem ser expressas em termos de esforços solicitantes e deslocamentos.

De posse dos deslocamentos e esforços obtidos na análise estrutural, que fornecem a distribuição e a magnitude destes ao longo de cada elemento, é possível definir e detalhar as características da estrutura que lhe asseguram desempenho adequado, resultando, após o fim destas etapas, no projeto estrutural. Dessa maneira, um dimensionamento e detalhamento rigoroso e bem feito não têm validade se houver algum equívoco na análise estrutural.

Existem diversos modelos que expressam as características de um sistema estrutural, com diferentes níveis de representação da realidade e, por conseguinte, de complexidade no tratamento numérico. Além disso, modelos mais realistas são mais complexos de entender e manipular seus resultados, fato que amplia a possibilidade de erros comprometedores.

Nem sempre é necessário sofisticar a análise com um modelo mais abrangente e, naturalmente, mais caro. Não há motivos que justifiquem, por exemplo, a utilização de um modelo em elementos finitos para analisar uma laje formada por vigotas pré-moldadas apoiada em alvenarias estruturais, quando uma análise considerando um modelo de viga bi-apoiada traria resultados similares. A grande dificuldade é escolher um modelo que seja simples, mas que envolva as principais características do objeto de estudo.

Para a construção de um modelo estrutural matematicamente viável, é necessário realizar uma série de simplificações nas ações, na geometria, no comportamento dos materiais e nas vinculações da estrutura, negligenciando algumas características e aproximando outras. O grau de realismo do modelo estará, assim, condicionado à disponibilidade de ferramentas capazes de resolver o aumento inerente da complexidade do modelo matemático. O surgimento e difusão de computadores tornou possível a implementação de características do sistema físico no modelo cuja consideração, até pouco tempo, era inimaginável.

Mesmo sendo fácil o acesso a modelos mais sofisticados implementados em *softwares* de projetos de estruturas, é importante conhecer e aplicar os métodos simplificados, que podem ser usados para verificar os resultados fornecidos por esses *softwares* e dão uma noção da ordem de grandeza da solução. Isso confere ao projetista uma sensibilidade para notar o absurdo.

Segundo Bernardi (2007), em um passado recente, a inexistência de recursos computacionais impossibilitava a análise conjunta das estruturas de concreto armado. O trabalho era feito manualmente, podendo, a depender do tamanho do edifício que estava sendo analisado, demorar meses para conclusão do detalhamento estrutural. Para facilitar a análise, a estrutura era dividida em elementos cujo comportamento fosse conhecido e a vinculação entre estes era idealizada. Normalmente, os vínculos idealizados eram considerados indeslocáveis. Cada elemento estrutural (pilar, viga, laje, etc.) era visto separadamente, como se fosse um elemento isolado. Um pavimento de edifício, por exemplo, era dividido em lajes isoladas, que se apoiavam nas vigas de borda (consideradas indeslocáveis), que, por sua vez, descarregavam sua carga nos pilares. Atualmente, devido ao elevado poder de processamento dos computadores, é possível analisar a estrutura de forma global, admitindo a interação de diversos elementos e a distribuição natural dos esforços nesses elementos. Por conseguinte, pouco a pouco os modelos de análise estrutural foram se tornando mais realistas.

As vigas são amplamente utilizadas na estruturação de quase todo tipo de edifícios. Em um curso tradicional de estruturas de concreto armado, o modelo de viga contínua, que é respaldado pela NBR 6118 (2014), é comumente utilizado na análise estrutural destas. Neste método, as cargas das lajes são lançadas nas vigas com base nas áreas de influência delimitadas pelas charneiras plásticas. Em seguida, os esforços e deslocamentos são obtidos idealizando os pilares como apoios simples nas vigas. Embora seja simples, é um método que possui muitas limitações, não sendo, portanto, mais utilizado em projetos estruturais profissionais assistidos por computador. Os projetos atuais no Brasil costumam ser concebidos em ferramentas computacionais que adotam o conjunto de vigas e lajes como grelhas e o conjunto de vigas e pilares como pórticos espaciais. No entanto, ressalta-se que o modelo de viga contínua ainda deve ser usado como um recurso para validar os resultados fornecidos pelos *softwares*.

É imprescindível que se tenha conhecimento da abrangência e deficiências de cada modelo estrutural para identificar em que situação é conveniente a aplicação de cada um. Dessa forma, este trabalho tem como objetivo principal realizar um estudo comparativo de métodos de análise estrutural de vigas de concreto armado sujeitos a cargas verticais. Serão comparados o modelo de viga contínua, modelo de viga contínua melhorado pela consideração da rigidez à flexão dos pilares, modelo de pórtico plano e modelo de pórtico espacial.

Para atingir o objetivo geral, os seguintes objetivos específicos deverão ser alcançados:

- Desenvolvimento do modelo de viga contínua no *Ftool* de vigas de dois edifícios;
- Desenvolvimento do modelo de viga contínua no *Ftool* das mesmas vigas, considerando, no entanto, a ligação com os pilares dada por apoios elásticos;
- Desenvolvimento de modelos de pórticos planos, também no *Ftool*, que contenham as vigas analisadas pelos métodos supracitados;
- Desenvolvimento de modelos de pórticos espaciais no *software SAP2000*;
- Comparação dos resultados fornecidos por todos os métodos.

2. ANÁLISE ESTRUTURAL

A análise estrutural é a etapa do projeto de estruturas que objetiva determinar os esforços e deslocamentos desenvolvido nas vigas, pilares e lajes que compõem um edifício devido à atuação das cargas externas. Essa resposta do sistema é usada para verificar se a estrutura atende às solicitações sem que nenhum dano seja desenvolvido e se é assegurado um desempenho adequado para as condições normais de utilização. Para tanto, é necessário escolher um modelo matemático capaz de reproduzir adequadamente o comportamento real da estrutura.

De acordo com Kimura (2007), não adianta ter um dimensionamento e detalhamento bem feito se a análise estrutural não traduz a realidade no qual a estrutura está sujeita. Isso porque o dimensionamento é reflexo direto da análise estrutural. Portanto, esta é uma das etapas mais importantes do projeto estrutural e deve ser realizada com cuidado.

Para tornar a análise estrutural viável para os recursos disponíveis, é necessário adotar uma série de hipóteses simplificadoras. Muitas vezes é conveniente realizar a discretização da estrutura em uma série de elementos cuja solução seja conhecida. Além disso, simplificações acerca do comportamento mecânico dos materiais são recorrentes. Por exemplo, o concreto, embora seja um material com relação não-linear entre tensões e deformações, pode ser modelado com um material elástico linear, com módulo de elasticidade longitudinal igual ao módulo de elasticidade secante. Os principais tipos de análise estrutural, de elementos estruturais e de modelos estruturais para análise de vigas de concreto armado serão discutidos nas seções seguintes.

2.1. ELEMENTOS ESTRUTURAIS BÁSICOS

As estruturas são compostas por uma ou mais peças ligadas entre si e ao meio exterior que formam um conjunto estável capaz de receber solicitações externas, absorve-las e transmiti-las até seus apoios (SUSSEKIND, 1981). Essas partes são denominados elementos estruturais.

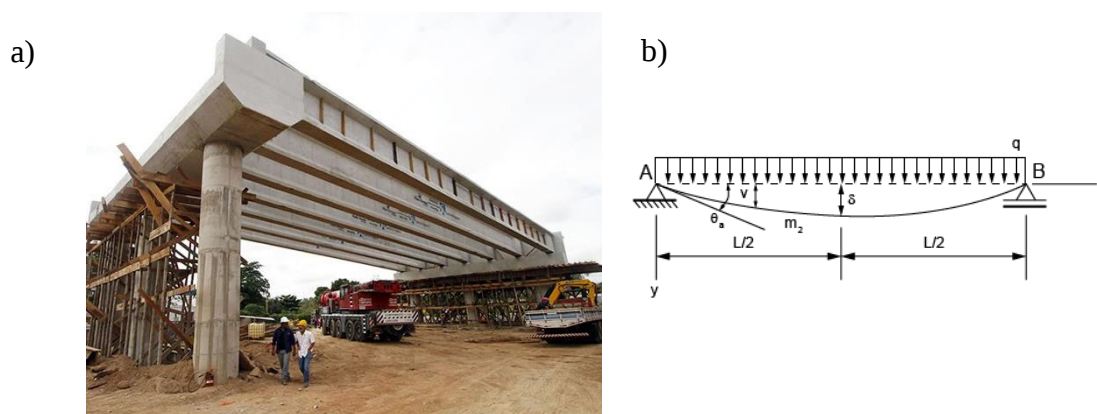
Na idealização dos modelos estruturais de edifícios, os elementos estruturais podem ser classificados de acordo com sua forma geométrica e a sua função estrutural. Com relação à geometria, os elementos estruturais podem ser classificados em lineares, planos e sólidos. A depender do esforço que prepondera, um elemento linear, por exemplo, pode ser classificado como uma viga, pilar, tirante, etc.

Os elementos lineares, também conhecido como elementos de barras, são aqueles que, segundo a NBR 6118 (2014), o comprimento longitudinal é maior em pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal. As barras são representadas por linhas no modelo

estrutural e suas informações tridimensionais ficam representadas por propriedades de suas seções transversais (MARTHA, 2017).

As vigas são elementos lineares carregados perpendicularmente ao seu eixo longitudinal, dispostas, normalmente, na horizontal (Figura 1). Como resultado, em uma seção de uma viga desenvolvem-se forças internas de cisalhamento V e momento fletor M . Como este último efeito é, na maioria dos casos, significativamente superior ao esforço cortante, este costuma ser negligenciado na formulação de peças fletidas. A Teoria Clássica de Vigas é formulada desconsiderando os efeitos do esforço cortante na distribuição de tensões de uma peça fletida.

Figura 1- a) Vigas de suporte do tabuleiro de um viaduto e b) seu modelo estrutural



Fonte: a) Rodrigues (2018) e b) Lages (2018).

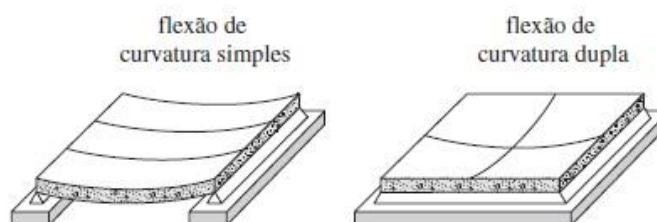
Elementos lineares cuja carga principal é de compressão são denominados colunas. Quando sujeitos predominantemente à tração, são denominados tirantes. Já os arcos são elementos lineares curvos explorados para provocar apenas tensões de compressão em seu interior.

Os elementos bidimensionais, também conhecidos como elementos de superfície, são aqueles que, segundo a NBR 6118, a espessura é pequena comparada as suas outras dimensões. Quando uma superfície é plana, pode ser denominada por placa ou chapa. A placa possui o carregamento perpendicular ao plano da superfície, gerando uma flexão biaxial. Um exemplo desse tipo de elemento são as lajes dos edifícios. A chapa, por sua vez, possui o carregamento contido na superfície. Uma parede estrutural é um exemplo desse elemento.

As lajes são elemento planares cujas espessuras são pequenas, quando comparada ao comprimentos e a largura. São utilizadas como pisos em prédios e pontes ou como paredes de reservatórios. Seu comportamento depende da posição dos apoios ao longo das bordas: se placas

retangulares são apoiados ao longo das bordas, elas se flexionam com curvatura simples; se os apoios são contínuos em torno das bordas eles se flexionam com curvatura dupla (Figura 2). Como as lajes são flexíveis por possuírem pequena espessura, a distância que podem vencer sem se deformar é pequena.

Figura 2- Influência da vinculação das bordas na curvatura da laje



Fonte: LEET; UANG; GILBERT, 2009

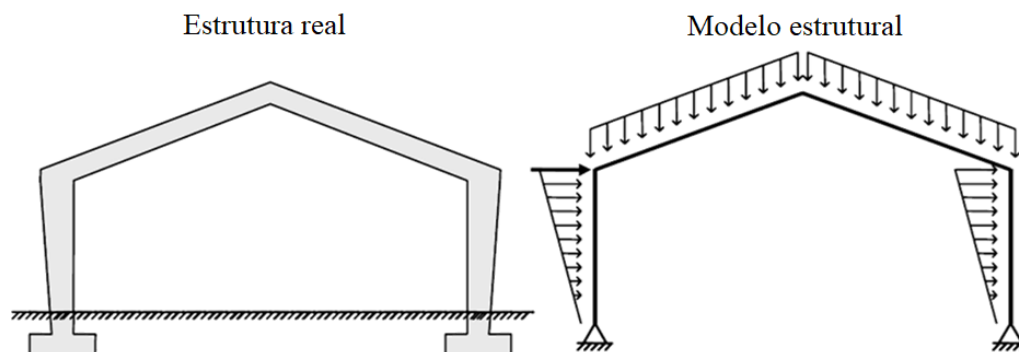
Os elementos sólidos são aqueles cuja três dimensões têm a mesma ordem de grandeza. Como exemplo, os blocos de fundações e as sapatas.

2.2 MODELOS ESTRUTURAIS

A análise estrutural é considerada a etapa mais importante do projeto. Com a evolução das ferramentas computacionais, que possibilitam o cálculo estrutural mais rapidamente, muitos engenheiros esquecem de dar maior atenção a esta etapa, dedicando então maior parte do tempo ao dimensionamento e detalhamento das armaduras, sendo que é a partir da análise estrutural que serão determinados os esforços solicitantes que posteriormente serão empregados no dimensionamento e detalhamento da estrutura.

De acordo com Brasil, Balthazar e Góis (2015), um modelo é uma representação idealizada da realidade. O modelo estrutural é, dessa maneira, o modelo analítico que é utilizado para representar matematicamente o comportamento real da estrutura que está sendo analisada (MARTHA, 2017). É neste onde todas as hipóteses acerca da geometria, carregamento, condições de suporte e leis constitutivas que regem o comportamento dos materiais são elaboradas e incorporadas. A Figura 3 mostra uma representação de um modelo estrutural.

Figura 3- Modelo real e modelo estrutural



Fonte: Martha (2017)

Com a finalidade de determinar os esforços, os modelos estruturais consideram a associação dos vários tipos de elementos. Esses modelos, também chamados de esquemas estruturais, devem considerar os diferentes esforços que solicitam a estrutura e tem seu uso condicionado à disponibilidade de tempo, conhecimento e ferramentas computacionais por parte do projetista ou por limitações de uso do projeto (FONTES, 2005).

Segundo Rebello (2000), nas estruturas de concreto armado, que possuem uma ligação rígida praticamente natural e seu enrijecimento dado pela armadura, o tipo da vinculação está associado às dimensões dos elementos. Quando se tem um sistema de vigas bi-apoiadas, o esforço no pilar será apenas de compressão, resultando em um pilar mais esbelto do que a viga. Nas associações de pórticos, a viga transfere esforço de flexão para o pilar, fazendo com que fique mais robusto em relação a viga, já que a rotação é restringida, e portanto, a deformação na viga será menor. Desse modo, quanto maior forem as dimensões do pilar em relação às dimensões da viga, mais rígida será essa ligação, uma vez que haverá maior resistência à rotação.

Vários modelos estruturais podem ser empregados na análise estrutural de vigas de concreto armado, que se diferenciam pela abrangência e, por conseguinte, pela complexidade matemática. Alguns desses principais modelos serão discutidos a seguir.

2.2.1 Modelo de viga contínua

O modelo clássico da viga contínua considera a viga simplesmente apoiada nos pilares, ou seja, como se não houvesse transmissão de momento entre esses elementos. Contudo, isso não é verdade e só deve ser usado para certos apoios. Por exemplo quanto mais os vãos e os carregamentos de uma viga contínua são parecidos e, portanto, maior a uniformidade na

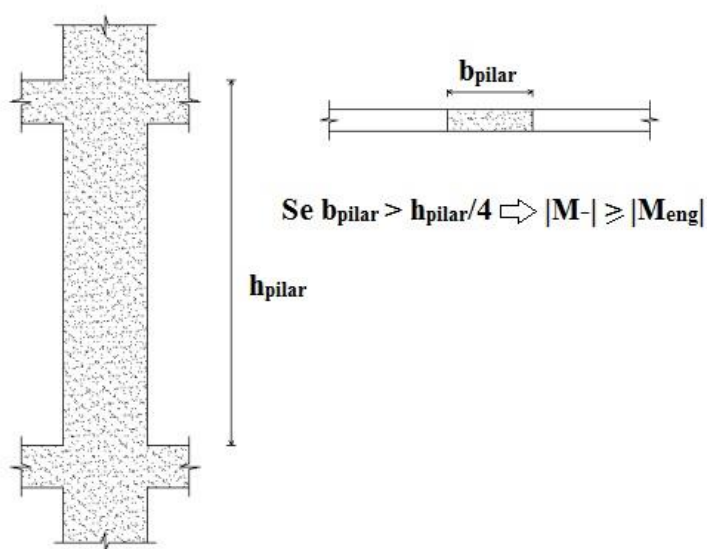
distribuição dos esforços, mais os pilares internos aproximam-se da condição de apoio simples. Os apoios das vigas contínuas são geralmente constituídos de pilares ou de outras vigas, podendo ser considerado como apoio simples, engastes, ou como apoios semirrígidos, dependendo da rigidez e da precisão que se quer implementar no modelo (FONTES, 2005).

A viga contínua é um dos modelos mais comum para análise de estruturas por ações de cargas verticais. É um modelo simples que consiste de vigas isoladas que recebem o carregamento do peso próprio, lajes, outras vigas, alvenarias, entre outros. A representação das vigas é dada através de barras com pontos de apoio e forças aplicadas no eixo de simetria. Os esforços que predominam são os momentos fletores e esforço cortante. A torção só é considerada em casos que é essencial ao equilíbrio da viga e é necessário um novo modelo, já que a viga continua situa-se em um plano com eixo longitudinal e a torção está perpendicular a ele.

O uso do modelo da viga contínua, para o estudo das cargas verticais, é permitido pela NBR 6118:2014 desde que seja acompanhado da seguintes correções:

- a) Não deve ser considerado momentos positivos menores que os que se obteriam se houve engastamento perfeito da viga nos apoios internos;
- b) Quando a viga for solidária com o pilar intermediário e a largura do apoio, medida na direção do eixo da viga, for maior que a quarta parte da altura do pilar, não pode ser considerado momento negativo de valor absoluto menor que o de engastamento perfeito nesse apoio (Figura 4);

Figura 4- Condição para o engastamento de apoios intermediários



- c) Quando não for realizado o cálculo exato da influência da solidariedade dos pilares com vigas, deve ser considerado, nos apoios externos, momento fletor igual ao momento de engastamento perfeito multiplicado pelos coeficientes encontrados na tabela 1. Esses coeficientes já estão adaptados para o esquema indicado na Figura 5, admitindo-se o tramo da extremidade da viga bi-engastado e os tramos do pilar engastados no nó e simplesmente apoiados nas outras extremidades.

Tabela 1- Coeficientes para consideração de solidariedade entre as vigas e os pilares internos

Local	Viga	Tramo superior do pilar	Tramo inferior do pilar
Coeficiente	$\frac{3r_{\text{inf}} + 3r_{\text{sup}}}{4r_{\text{viga}} + 3r_{\text{inf}} + 3r_{\text{sup}}}$	$\frac{3r_{\text{sup}}}{4r_{\text{viga}} + 3r_{\text{inf}} + 3r_{\text{sup}}}$	$\frac{3r_{\text{inf}}}{4r_{\text{viga}} + 3r_{\text{inf}} + 3r_{\text{sup}}}$

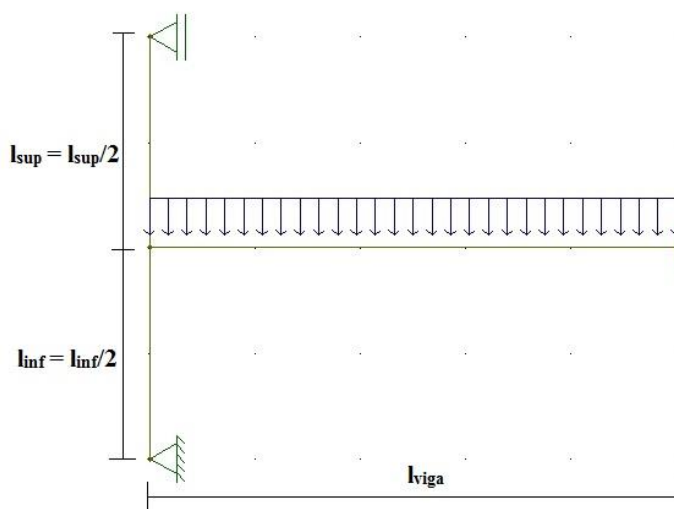
Fonte: NBR 6118:2014.

Onde: r_{inf} = coeficiente de rigidez do pilar inferior

r_{sup} = coeficiente de rigidez do pilar superior

r_{viga} = coeficiente de rigidez da viga

Figura 5- Esquema estrutural para obtenção dos coeficientes



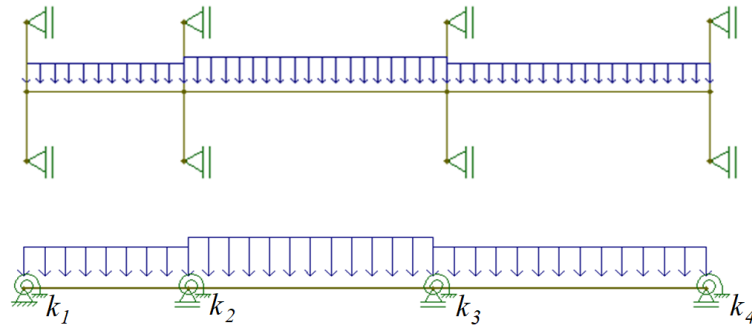
Fonte: Adaptado NBR 6118:2014.

Devido ao rápido crescimento das ferramentas computacionais para o cálculo estrutural, o modelo de viga contínua vem sendo pouco utilizada. Todavia, esse modelo, por ser simples, continua sendo uma boa alternativa para efetuar verificações das soluções de modelos mais complexos.

2.2.2. Modelo de viga contínua melhorado

O modelo de viga contínua pode ser melhorado considerando a solidariedade dos pilares com a viga mediante a introdução de um apoio elástico que representa a rigidez à flexão dos pilares. O cálculo da rigidez do pilar é feito considerando o modelo evidenciado na Figura 6.

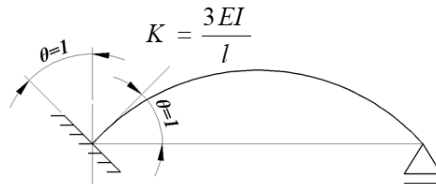
Figura 6- Modelo de viga contínua melhorado



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018

Esse pressuposto é baseado na ideia de que, se os pavimentos forem iguais, o ponto de inflexão do pilar será no meio. Então, nesta posição é inserido um apoio de primeiro gênero. Cada lance do pilar será, assim, representado por uma barra engastada na viga e simplesmente apoiada no seu ponto médio. Para determinar sua rigidez à flexão, basta encontrar o momento fletor que é desenvolvido no engaste quando é prescrito uma rotação unitária, conforme pode ser visto na Figura 7.

Figura 7- Barra engastada e apoiada sujeita a uma rotação unitária



Fonte: Bezerra (2017)

Como metade do lance superior e do lance inferior do pilar estão ligados à viga, a rigidez da mola pode, dessa maneira, ser calculada pela Equação 2.1.

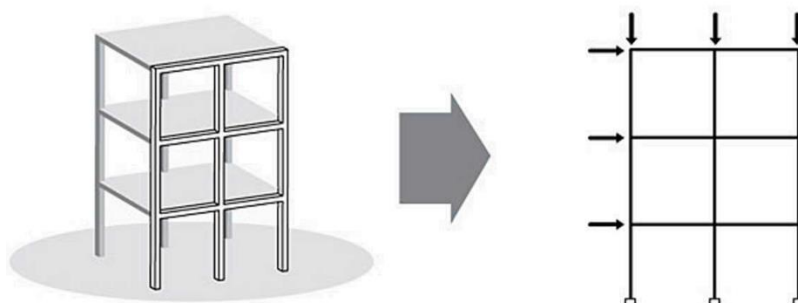
$$K_i = E_{cs} \left(\frac{6I_{i,sup}}{l_{i,sup}} + \frac{6I_{i,inf}}{l_{i,inf}} \right) \quad (2.1)$$

Esse modelo apresenta as mesmas limitações do modelo de viga contínua. Entretanto, neste, é levado em consideração a influência da rigidez do pilar à flexão na distribuição dos esforços das vigas.

2.2.2 Modelo de pórtico plano

Os pórticos são estruturas formadas por barras contidas em um mesmo plano, que resultam, em modelos de edifícios, em painéis compostos por pilares, vigas e possíveis tirantes (Figura 8). As lajes, dessa forma, não fazem parte desse modelo, embora seu efeito na compatibilização dos deslocamentos no pavimento possa ser considerado. Os pontos de intersecção das barras, chamados de nós, podem ter ligações rígidas, semi-rígidas ou flexíveis.

Figura 8- Pórtico plano de um edifício



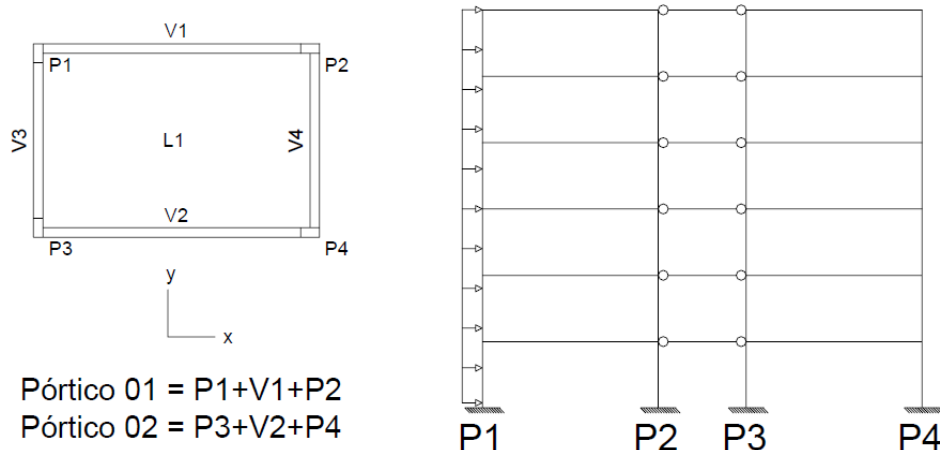
Fonte: Kimura (2007)

Por atuarem apenas forças no plano e momentos normais a este, poderão atuar no pórtico esforço normal, esforço cortante e momento fletor. É um modelo mais preciso do que o da viga contínua, por não precisar idealizar a vinculação dos elementos situados no mesmo plano. Isso faz com que os esforços sejam conduzidos naturalmente entre os elementos a partir da rigidez. Como desvantagem, esse modelo não analisa os esforços de torção.

O modelo de pórtico plano não se limita à análise do pavimento, sendo, portanto, apropriado para análise global do edifício. Segundo Fontes (2005), o uso dos pórticos planos é recorrente na análise da estabilidade global de edifícios. Devido à laje se comportar como um diafragma rígido (elevada rigidez no plano), os pontos situados em um mesmo pavimento devem ter o mesmo deslocamento. Sendo assim, os diferentes pórticos situados em uma mesma direção podem ser modelados em um mesmo plano, com suas extremidades ligadas por barras

articuladas assumidas indeformáveis axialmente, que representam o efeito da laje. A Figura 9 mostra a associação de dois pórticos planos para análise das cargas horizontais em um edifício.

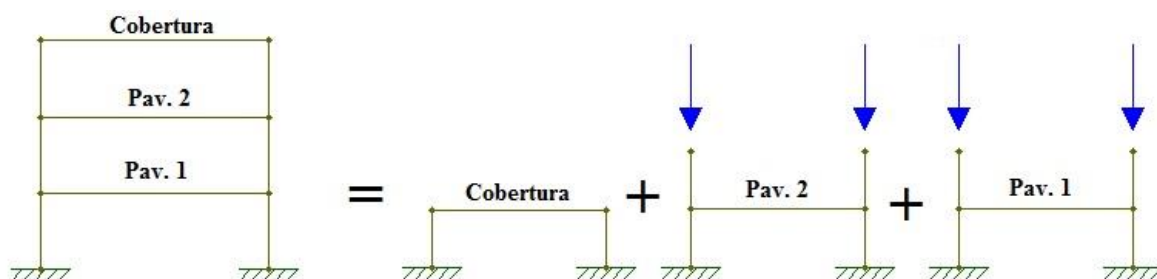
Figura 9- Associação de pórticos planos na análise das forças horizontais.



Fonte: Fontes (2005)

Ainda de acordo com Fontes (2005), uma forma alternativa mais simples de utilização dos pórticos planos é avaliar o edifício com os pavimentos isolados. A análise é feita partindo-se do pavimento mais alto, transmitindo os esforços nas vigas e pilares, para os pavimentos inferiores. Os pilares do pavimento abaixo são considerados engastados, enquanto os demais com extremidade livre, recebendo as reações dos pavimentos que estão acima, como mostra a figura 10.

Figura 10- Análise dos pavimentos isolados



Fonte: Adaptado de Fontes (2005).

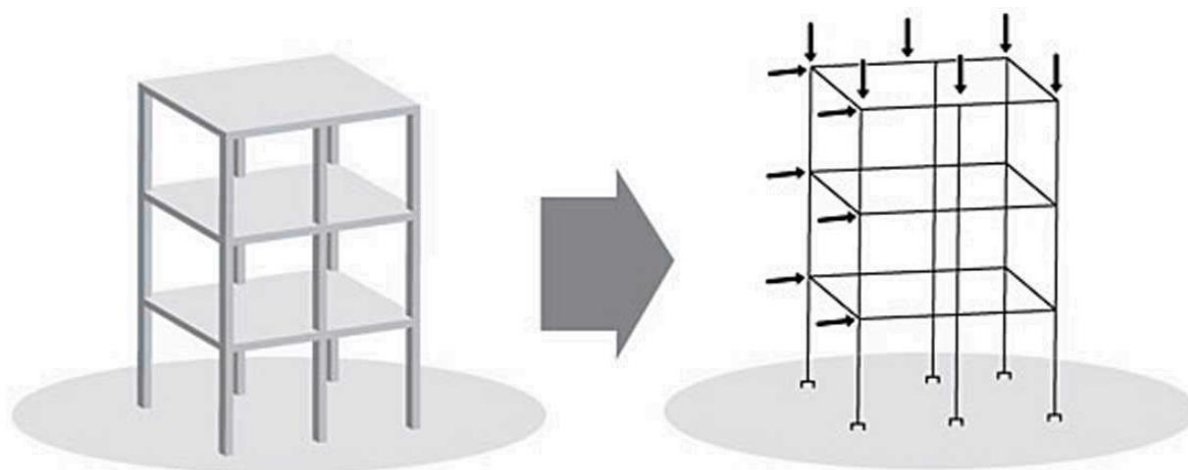
Em edifícios pouco suscetíveis a esforços de torção, o modelo de pórtico plano traz bons resultados, com notória vantagem, principalmente, pela simplicidade na manipulação dos resultados e na facilidade de implementação computacional. Segundo Kimura (2007), o modelo de pórtico plano foi utilizado de forma satisfatória na análise dos efeitos do vento e na avaliação

da estabilidade global de edifícios. Entretanto, hoje, esse modelo tem sido substituído pelo modelo de pórtico espacial.

2.2.3 Modelo de pórtico espacial

O modelo de pórtico espacial é formado pelo conjunto de pilares e vigas do edifício que são dispostos nas três dimensões do espaço. O pórtico espacial é o modelo que melhor simula o comportamento global da estrutura. Inerentemente à maior abrangência do modelo há um aumento da complexidade numérica, o que torna indispensável a utilização de ferramentas computacionais na aplicação desse modelo (Figura 11). Enquanto um pórtico plano possui três graus de liberdade nodais, no modelo de pórtico espacial, cada nó tem seis possibilidades de deslocamento.

Figura 11- Modelo do pórtico espacial



Fonte: Kimura (2007)

Devido ao elevado poder de processamento de dados dos computadores atuais, o modelo de pórticos espaciais se tornou um dos preferidos dos engenheiros que projetam com auxílio de uma ferramenta computacional. Essa análise integrada da edificação minimiza os erros que poderiam surgir devido considerações equivocadas das simplificações dos modelos até então discutidos. Ferramentas computacionais consolidadas no mercado nacional, tais como *Eberick* e *TQS*, utilizam esse modelo na análise estrutural dos edifícios de concreto armado.

Assim como no modelo de pórticos planos, as lajes não fazem parte do modelo de pórtico espacial. Entretanto, a compatibilidade dos deslocamentos horizontais de todos os pontos pertencentes a um pavimento conferida pela laje deve ser feita no modelo. Uma

possibilidade para tanto é usar um nó de referência do pavimento (nó mestre) e associar a este todos os graus de liberdade dos demais nós.

2.3 TIPOS DE ANÁLISE ESTRUTUAL

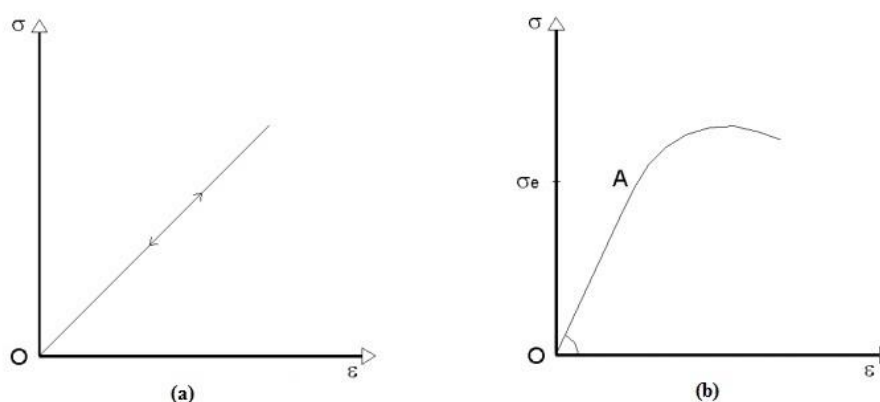
A NBR 6118 (2014) afirma que, para que seja possível equacionar o problema da análise estrutural de um edifício, é necessário idealizar o comportamento mecânico dos materiais e definir as equações governantes deste. Sendo assim, o tipo de análise estrutural pode ser definido como o processo ou método que se aplicará à estrutura com o intuito de representar da melhor forma o comportamento do material adotado.

A NBR6118 (2014) preconiza cinco tipos de análise estrutural, cabendo ao engenheiro adotar pelo menos um destes: análise linear, análise linear com distribuição, análise plástica, análise não-linear e análise através dos modelos físicos.

2.3.1 Análise linear

A análise linear considera que os materiais que constituem a estrutura assumem comportamento elástico linear. Isto é, há uma proporcionalidade entre as tensões e deformações desenvolvidas no corpo. Entende-se por elasticidade como sendo a propriedade que o material apresenta de se deformar e recuperar as suas características iniciais sem danos permanentes. Se um elemento consegue voltar as suas características iniciais, ele é dito perfeitamente elástico. Se apenas parte volta ao normal, ele é dito parcialmente elástico.

Figura 12 - (a) material perfeitamente elástico; (b) material parcialmente elástico



O físico inglês Robert Hooke (1635-1703) foi o primeiro a estabelecer a relação entre tensão e deformação, em 1676, conhecida como a “Lei de Hook”:

$$\sigma = E.\varepsilon \quad (2.2)$$

onde

σ = tensão;

E = módulo de elasticidade longitudinal;

ε = deformação linear.

O módulo de elasticidade é verificado de acordo com o diagrama tensão x deformação do concreto ($\sigma \times \varepsilon$). Como o diagrama $\sigma \times \varepsilon$ possui uma não linearidade, o valor do módulo da elasticidade pode ser calculado com infinitos valores. O coeficiente de Poisson (ν) relaciona as deformações longitudinais e diametrais, que são constantes quando as tensões aplicadas são inferiores a do limite elástico. Nas estruturas de concreto armado, quando não há ensaio o coeficiente é 0,2.

Segundo a NBR6118/14, a rigidez dos elementos lineares é dada pelo momento de inércia da seção bruta. Para determinação dos esforços solicitantes e verificação dos estados limites de serviço, deve-se utilizar o módulo da elasticidade secante (E_s), que corresponde a 85% do módulo da elasticidade inicial (E_I), que por sua vez, quando não forem realizados ensaios para sua determinação e o f_{ck} estiver entre 20 MPa e 50 MPa, pode ser estimado de forma simplificada com mostra a equação 2.3:

$$E_s = 0,85.E_I = 0,85.5600.\sqrt{f_{ck}} \quad (2.3)$$

Onde, f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto.

A Lei de Hooke é válida para deformações abaixo do limite elástico do material. O comportamento elástico do materiais segue o regime elástico na Lei de Hooke até um determinado valor de força, após este valor a proporcionalidade fica indefinida, sendo necessário recorrer a outro tipo de análise. (BARBOZA, 2008)

Os resultados desta análise são empregados na verificação dos estados limites de serviço, podendo ser usada na verificação de estado limite último somente em situações que se possa garantir a ductilidade do material. Segundo Fontes (2005), essa ductilidade é garantida

pelo dimensionamento dos elementos nos domínios 1, 2 e 3. Ainda segundo o mesmo, é necessário a consideração da fissuração e da fluência em cálculos de flechas.

Para avaliação da flecha imediata, a NBR 6118/14, permite a utilização da inércia equivalente de Branson, como mostra a equação 2.4. Se os esforços não ultrapassam, nos esforços que determinam a fissuração, pode-se admitir que o concreto e o aço possuem comportamento elástico-lineares, sendo possível verificar a flecha no estágio I.

$$(EI)_{eq} = E_s \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_C + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} < E_s \cdot I_C \quad (2.4)$$

Onde: I_C é a inércia bruta da seção, I_{II} é o momento de inércia do estágio II, M_a é o momento fletor da seção crítica e M_r é o momento de fissuração.

2.3.2 Análise linear com redistribuição

Uma vez realizada a análise linear de uma estrutura, pode-se proceder uma redistribuição dos esforços calculados, decorrentes da variação de rigidez dos elementos estruturais. A fissuração, e a consequente entrada no estágio II, de determinadas seções transversais, provoca um remanejamento dos esforços solicitantes, para regiões de maior rigidez, como por exemplo nas vigas contínuas. Ao aumentar progressivamente o carregamento em uma viga contínua, aparecerão primeiramente fissuras nos apoios, onde os momentos fletores são maiores. A região do apoio entra do estágio II, quando o concreto tracionado deixa de contribuir na resistência, por ação das fissuras. Ainda sobre o carregamento crescente, nota-se um aumento mais rápido dos momentos fletores nos vãos, que ainda estão no estágio I, onde não está fissurado, do que nos apoios. Esse processo continua até a entrada também da região no vão do estágio II. (FONTES,2005)

A análise linear com redistribuição possibilita a redução dos momentos fletores nos apoios das vigas contínuas e consequentemente o aumento dos momentos fletores nos vãos, tornando a análise plástica completa, desnecessária. Sendo assim, obtém-se uma economia na armadura uma vez que os valores dos momentos positivos e negativos passam a ser mais próximos.

A redistribuição se dá pela multiplicação dos momentos nos apoios por um coeficiente de redistribuição. A NBR6118/14, permite uma redução de até 25% para elementos lineares,

para estruturas de nós fixos, e de até 10% para estruturas de nós móveis. Com os momentos reduzidos, pode-se calcular as reações e os momentos positivos, corrigindo, assim, o momento do vão.

A NBR6118/14, afirma que as verificações de combinações de carregamento de estado limite de serviço ou de fadiga podem ser baseadas na análise linear sem redistribuição. Desse modo, aconselha-se que não haja redistribuição de esforços em serviço.

2.3.3 Análise plástica

Um material passa a ter comportamento plástico, quando no alívio do carregamento aplicado o mesmo sofre deformações permanentes, ou seja, suas dimensões originais sejam alteradas permanentemente. Quando se considera as deformações permanentes da estrutura o material é melhor aproveitado, como por exemplo, o aço, que possui resistência mesmo quando as tensões aplicadas forem superiores a sua tensão de escoamento. (BEZERRA,2014) Segundo a NBR6118/14, a análise plástica é quando as não linearidades são consideradas admitindo-se materiais de comportamento rígido-plástico perfeito ou elastoplástico perfeito. Este tipo de análise deve ser utilizado apenas para verificação do estado limite último.

Na análise plástica, admite-se que o concreto armado trabalha na iminência de ruptura, ou seja, que ele apresenta um comportamento correspondente à uma fase posterior ao da análise não linear de seu diagrama de tensão-deformação, caracterizada pelo escoamento de armaduras e pelo progresso de linhas de plastificação ao longo de uma estrutura. (BARBOZA,2008)

Quando são considerados os efeitos de segunda ordem e não houver dutilidades suficiente para que as configurações adotadas sejam atingidas, não se adota a análise plástica.

2.3.4 Análise não linear

Um material é dito não linear, quando apresenta uma relação não linear entre tensões e deformações, ou seja, essa relação não pode ser definida por um constante (ver figura 12.b). Apesar de se saber que o comportamento do concreto armado é não linear, acima de certos limites de tensão, na prática é comum a utilização da análise linear, devido a sua simplicidade. (FONTES, 2005).

Conforme visto na figura 12.b, o gráfico tensão x deformação ($\sigma \times \varepsilon$), considerado é um comportamento não linear, pode-se perceber que a medida que a tensão σ aumenta, a deformação ε também aumenta, porém sem proporcionalidade.

Uma análise completamente não linear exige esforços computacionais grandes, devido ao fato de que toda a geometria da estrutura, bem como suas armaduras, devem ser previamente conhecidas, o que requer um cálculo iterativo. Ao final da análise não linear, tem-se novos esforços, que permite o cálculo de um armadura diferente, que passa a ser utilizada na iteração seguinte. O processo se repete até que os resultados das iterações da armadura sejam próximas, por isso é considerado um método que necessita da ajuda computacional. (FONTES, 2005)

A não linearidade pode ser física, que refere-se a não linearidade entre tensão e deformação, e geométrica, que refere-se a não linearidade entre deformações e deslocamentos.

2.3.4.1 Não linearidade física

A não linearidade física desenvolve-se a partir da fissuração, fluência, deformação plástica do concreto, escoamento das armaduras, entre outros fatores, e está associada ao comportamento do material. A sua consideração envolve a determinação da rigidez de cada elemento estrutural, para cada seção transversal com variação da quantidade e da disposição da armadura, e do grau de solicitação, a partir das relações constitutivas dos materiais (FONTES, 2005). Sabe-se que o concreto apresenta microfissuras, devido a retração, antes mesmo de receber cargas, provocando então um comportamento não linear.

Devido a curva de tensão x deformação ($\sigma \times \varepsilon$) não ser linear, o módulo da elasticidade (E), não tem um valor constante, ou seja, o módulo da rigidez (E.I) de um elemento de concreto armado não é constante, além disso o momento de inércia nas seções transversais (I) variam de acordo com o aparecimento de fissuras.

Segundo Bezerra (2014), uma consideração simples e aproximada da não linearidade física em estruturas reticulares com no mínimo quatro andares, é reduzir a inércia bruta das seção transversais dos elementos estruturais. Essa redução é feita a partir da diminuição do módulo de elasticidade do concreto e do momento de inércia provocado pela fissuração. Para consideração desse efeito, usa-se como rigidez para a laje a equação 2.5, para a viga as equações 2.6, quando a armadura de compressão for diferente da armadura de tração, e 2.7, quando for igual e para pilar a equação 2.8.

$$(EI)_{\text{sec}} = 0,3.E_I.I \quad (2.5)$$

$$(EI)_{\text{sec}} = 0,4.E_I.I \quad (2.6)$$

$$(EI)_{\text{sec}} = 0,5.E_I.I \quad (2.7)$$

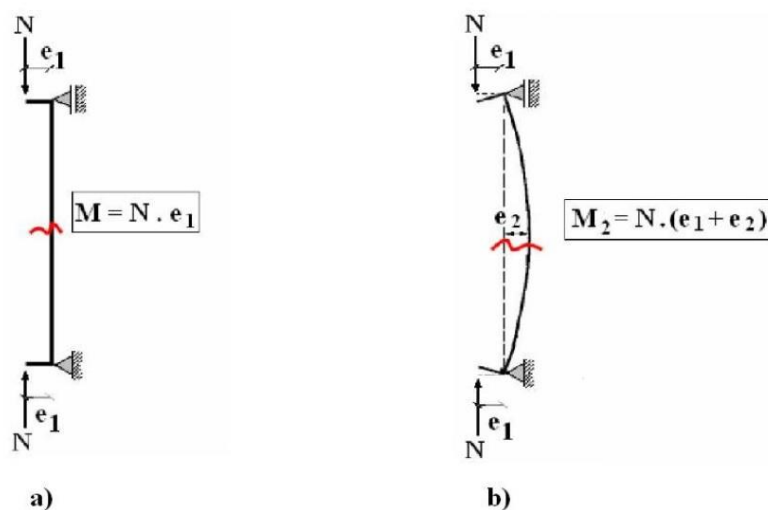
$$(EI)_{\text{sec}} = 0,8.E_I.I \quad (2.8)$$

A NBR 6118/14 admite que a redução que a redução direta da rigidez é apenas para obtenção de esforços globais de 2ª ordem, sendo necessário aplicar métodos mais precisos para obtenção de esforços locais de 2ª ordem.

2.3.4.2 Não linearidade geométrica

A análise dos efeitos de 1ª ordem, é aquela em que o cálculo da estrutura é realizado na sua configuração geométrica inicial não deformada, gerando os efeitos de primeira ordem, sendo assim, este tipo de análise não leva em conta o efeito das deformações ocorridas com a aplicação do carregamento, como mostra a figura 13.a. Já a análise de 2ª ordem é aquela em que o cálculo da estrutura é realizado na sua posição deformada, ocasionando o aparecimento de efeitos adicionais, chamado efeitos de segunda ordem, que tendem a desestabilizar a edificação, ver figura 13.b. (BARBOZA, 2008)

Figura 13 - (a) efeito 1ª ordem; (b) efeito 2ª ordem



Segundo Fontes (2005), a não linearidade geométrica é decorrente da consideração dos efeitos de segunda ordem, provenientes da análise da estrutura em sua posição deformada, e que devem ser somadas aos efeitos de primeira ordem. Geralmente, as estruturas apresentam um comportamento não linear aos efeitos de segunda ordem, ou seja, os efeitos extras não são diretamente proporcionais ao carregamento aplicado.

Um exemplo do efeito de segunda ordem é o aumento de momentos fletores nos pilares de edifícios, resultado da atuação simultânea das ações verticais e horizontais provocada pelos deslocamentos laterais de nós ou da estrutura.

2.3.5 Análise através de modelos físicos

A NBR 6118/14 estabelece que na análise através dos modelos físicos, o comportamento estrutural é determinado a partir de ensaios realizados com modelos físicos de concreto, considerando os critérios de semelhança mecânica.

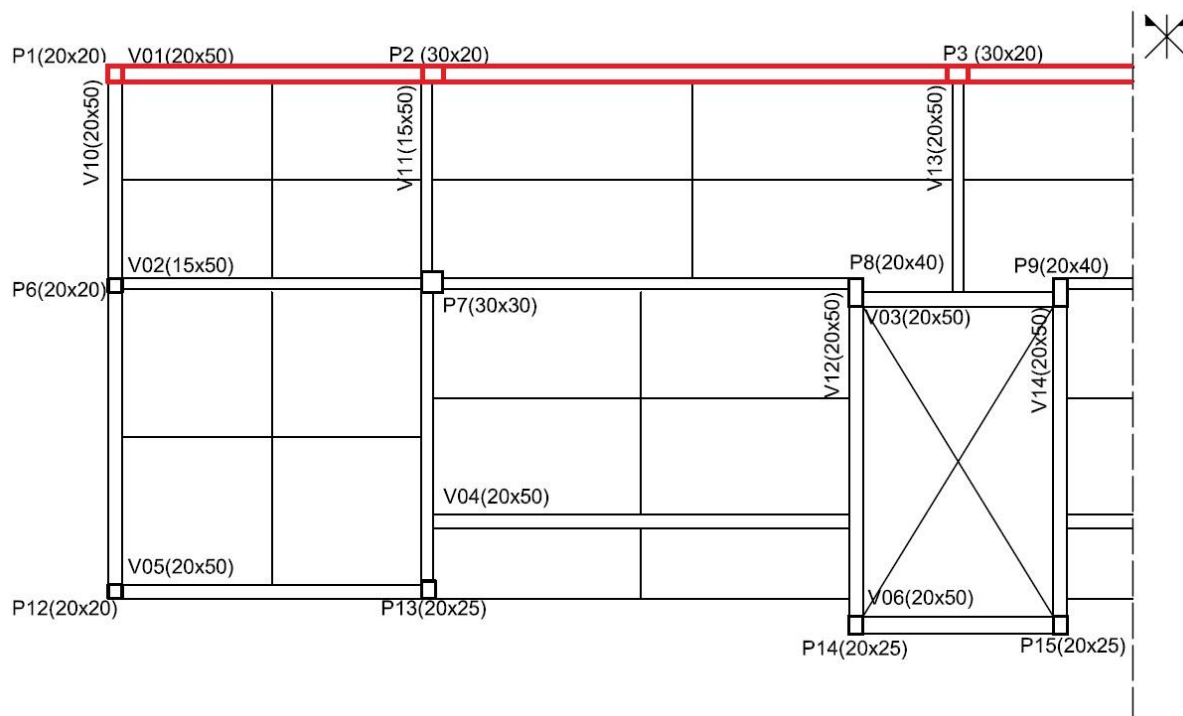
Segundo Fontes (2005), o uso de modelos físicos na análise estrutural, tem diversos objetivos, entre eles:

- demonstrar o comportamento de diversas estruturas, seja com o caráter pedagógico ou de pesquisa;
- checar a validade de procedimentos analíticos utilizados, geralmente no caso de estruturas cuja teoria ainda não se encontra consolidada no meio técnico;
- participar diretamente na concepção de estruturas, sendo este o objetivo que mais exige precisão na semelhança mecânica entre o modelo e estrutura real, e na interpretação de dados obtidos.

A NBR 6118/14, ainda prescreve que obrigatoriamente, devem ser obtidos resultados para todos os estados limites últimos e de serviço a serem empregados na análise da estrutura. Todas as ações, condições e possíveis influências que possam ocorrer durante a vida da estrutura devem ser convenientemente reproduzidas no ensaio.

A utilização de análise através de modelos físicos ainda não é muito solicitadas, visto que seu custo é maior e sua utilização requer equipamento sofisticados de laboratório e pessoal especializado.

Figura 15 - Locação de vigas e pilares no pavimento tipo (cotas em cm)



Fonte: Adaptada de Porto e Fernandes (2015).

A estrutura foi modelada como viga contínua e pórtico plano no programa *Ftool*, e como pórtico espacial, discretizado em elementos finitos de barras e placas, no *software SAP 2000*, baseado nos dados apresentado por Thiago Bomjardim no livro Curso Básico de concreto armado. Do projeto arquitetônico foram retiradas algumas medidas e a locação do pórtico.

Para idealização da infraestrutura no modelo, os apoios foram considerados fixos e móveis. No método da viga contínua e pórtico plano, todos os apoios internos foram considerados engastados, ou seja, tiveram os seus graus de liberdade restrito.

3.2 PROPRIEDADES FÍSICAS E GEOMÉTRICAS

As propriedades físicas são as qualidades mensuráveis num sistema físico. Para os métodos escolhidos na análise do edifício de concreto armado foram utilizados o módulo da elasticidade (E) e o módulo de cisalhamento (G).

O módulo da elasticidade é uma grandeza proporcional a rigidez de um material quando é submetido a uma tensão externa de tração ou compressão. Resumidamente, como mostra a equação 2.1, é a razão entre a tensão aplicada (δ) e a deformação sofrida pelo corpo (ε), quando o comportamento é linear. No caso da estrutura utilizada o f_{ck} do concreto é 30MPa

para todos os elementos da estrutura. Como o f_{ck} do concreto está entre 20MPa e 50MPa e considerando $\alpha_E = 1,0$ para granito, então:

$$E_I = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (3.1)$$

$$E_I = 1.5600 \cdot \sqrt{30}$$

$$E_I = 30672,46 \text{ MPa}$$

O módulo da elasticidade transversal está relacionada com um força aplicada paralelamente a superfície, com o objetivo de deslizar os planos paralelos uns em relação aos outros, é dado por:

$$G = \frac{T}{Y} \quad (3.2)$$

Onde, T = tensão de cisalhamento;

Y = deformação elástica de cisalhamento.

De acordo com a NBR 6118:14, o coeficiente de Poisson, como não houve ensaio de determinação em laboratório, é considerado 0,2. Desse modo, o módulo da elasticidade transversal é dado por:

$$G = \frac{E_s}{2,4} \quad (3.3)$$

O módulo de deformação secante é estimado por:

$$E_s = \alpha_i \cdot E_I$$

$$E_s = 0,875 \cdot 30672,46$$

$$E_s = 26838,4 \text{ MPa}$$

$$\text{Sendo, } \alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{30}{80} \leq 1,0$$

$$\alpha_i = 0,875$$

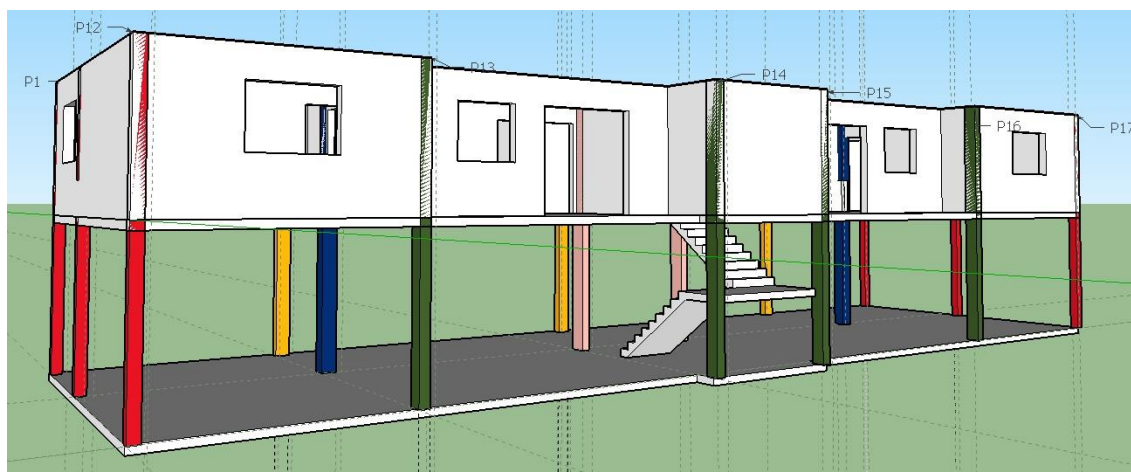
Desse modo, o módulo da elasticidade transversal, será:

$$G = \frac{26838,4}{2,4}$$

$$G = 11182,67 \text{ MPa}$$

As vigas possuem seção transversal de 20cm x 50cm e 15cm x 50cm, variando com a espessura da parede, os pilares nos cantos extremos indicados na cor vermelha tem seção de 20cm x 20cm, os pilares azuis tem seção de 30cm x 30cm, os pilares amarelos tem seções 20cm x 30cm, os pilares rosa são 20cm x 40cm e os pilares verdes tem seção 20cm x 25cm, como mostra a figura 16 abaixo.

Figura 16 - Indicação dos pilares



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

3.3 AÇÕES

Para realizar a análise da estrutura, deve-se levar em consideração as ações que possam alterar a segurança da estrutura, as quais são classificadas de acordo com a NBR 6120, em cargas permanentes, variáveis e excepcionais. Segundo Porto e Fernandes (2015), as cargas permanentes refere-se aos valores constantes em praticamente toda a vida útil da estrutura, podendo ser direta, que se tratam do peso próprio da estrutura, seus elementos fixos, instalações e empuxos permanentes, e indiretas, como retração e fluência do concreto, imperfeições geométricas, protensões e deslocamentos de apoio.

As cargas variáveis também são classificadas direta e indiretamente. A carga direta, refere-se as cargas acidentais devido ao uso da estrutura, ação do vento e da água, e as indiretas, como variações uniformes e não uniformes de temperatura e ações dinâmicas. As ações excepcionais, referem-se a situações atípicas de carregamentos que provocam efeitos que não são possíveis de serem controlados por outros meios. (PORTO; FERNANDES, 2015)

A determinação das cargas seguiu a prescrição da norma NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980) – cargas para o cálculo de estruturas de edificações. As cargas foram subdivididas em dois grupos, como mostra a seguir:

A) Cargas permanentes dos pavimentos:

- peso próprio do concreto = 25kN/m^3 ;
- peso próprio da alvenaria = 13kN/m^3 ;
- carga do revestimento = 1kN/m^2 ;

B) Cargas acidentais dos pavimentos:

- sala, cozinha, banheiro, instalação sanitária, quarto e varanda = $1,5\text{kN/m}^2$;
- área de serviço e circulação = 2kN/m^2 ;
- $f_{ck} = 30\text{MPa}$, para todos os elementos estruturais.

De acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) – projeto de estrutura de concreto, pode-se definir o cobrimento correspondente em cada elemento da estrutura, de acordo com a tabela 3.1 retirada do item 7.4.7.6:

Tabela 2 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta_c = 10\text{mm}$

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto Armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto Protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para o concreto armado.

^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ³ 15mm.

^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ³ 45mm.

Fonte: (NBR 6118:2014)

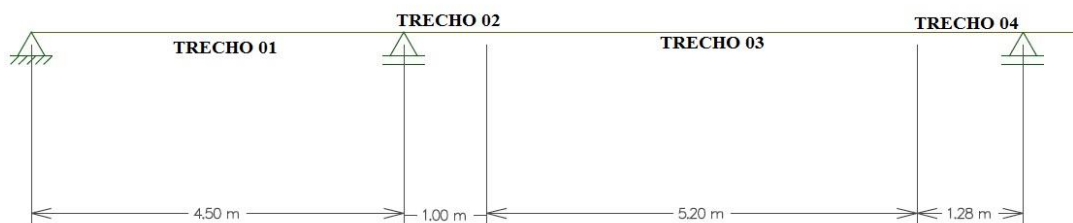
A classe de agressividade ambiental considerada para o edifício foi a II, desse modo o cobrimento para as lajes é de 25mm e para vigas, pilares e fundações é de 30mm.

Para definição do carregamento de alvenaria foi considerado, que:

- Paredes externas e paredes corta-fogo (caixa de escadas): $e = \text{espessura da arquitetura} + 5\text{cm}$
 $= 20\text{cm} + 5\text{cm} = 25\text{cm}$;
- paredes internas: $e = \text{espessura da arquitetura} = 15\text{cm}$.

Todos os elementos estruturais estão submetidos ao carregamento pelo peso próprio. Para determinação do carregamento na viga V01, foram divididos em 04 trechos que determinam a carga aplicada na viga, como a viga é simétrica o carregamento no outro lado é o mesmo, como mostra a figura 17.

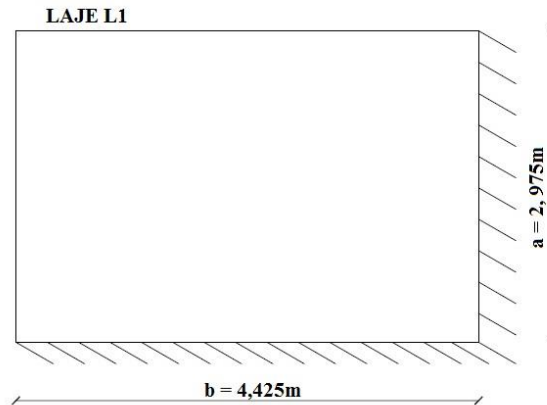
Figura 17 - Trechos de carregamento na V01 (cotas em m)



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

Para o cálculo do carregamento no trecho 01, a princípio foi calculado o carga da Laje L1, figura 18, que está entrado na viga V01. Inicialmente calcula-se os comprimentos efetivos da laje na direção x e y e em seguida a carga da alvenaria interna, onde não foram considerados os vãos referentes a janelas e portas, tem-se de acordo com a equação:

Figura 18 - Condições de contorno na laje 1 (cotas em m)



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

$$l_{efx} = l_o + \frac{l_{V10}}{2} + \frac{l_{V11}}{2} \quad (3.4)$$

$$l_{efx} = 4,25 + \frac{0,20}{2} + \frac{0,15}{2}$$

$$l_{efx} = 4,425m = b$$

$$l_{efy} = l_o + \frac{l_{V01}}{2} + \frac{l_{V02}}{2}$$

$$l_{efy} = 2,8 + \frac{0,20}{2} + \frac{0,15}{2}$$

$$l_{efy} = 2,975m = a$$

Para a alvenaria interna, utiliza a equação 3.5, abaixo:

$$p_{alv} = \frac{e.H.L.\rho_{alv}}{A_{laje}} \quad (3.5)$$

em que:

e = espessura da alvenaria;

H = altura da alvenaria;

L = comprimento da alvenaria;

ρ_{alv} = peso específico da alvenaria

A_{laje} = área da laje.

Então,

$$p_{alv} = \frac{0,15 * 2,95 * (1,75 + 0,15 + 0,90 + 1,10) * 13}{4,425 * 2,975}$$

$$p_{alv} = 1,7kN / m^2$$

Quanto ao peso próprio da laje, sabendo que a laje tem 10cm de espessura, tem-se:

$$PP_{laje} = h \cdot \rho_{conc} = 0,10 \cdot 25 = 2,5 \text{ kN/m}^2$$

em que: h = altura da laje e ρ_{conc} = peso específico do concreto

Desse modo, define-se então as cargas atuantes na laje:

Cargas permanentes (g):

$$PP_{laje} = 2,5 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{alv} = 1,7 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Carga de revestimento} = 1 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Cargas acidentais (q), para o quarto, } q = 1,5 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Logo, } p_{laje1} = g + q = (2,5 + 1,7 + 1) + 1,5$$

$$p_{laje1} = 6,7 \text{ kN/m}^2$$

Para o cálculo das reações na Laje L1, primeiramente classifica a armação da laje, se é armada em uma ou duas direções de acordo com a seguinte condição:

$$0,5 \leq \frac{b}{a} \leq 2,0 \text{ - laje armada nas duas direções} \quad (3.6)$$

$$\frac{b}{a} < 0,5 \text{ ou } \frac{b}{a} > 2,0 \text{ - laje armada em uma direção}$$

Onde, a = vão cuja direção apresenta o maior número de engastes. Caso o número de engastes seja igual para as duas direções, adota-se como o menor dos vãos e b = o outro vão da laje.

$$\text{Então, } \frac{b}{a} = \frac{4,425}{2,975} = 1,4873 \approx 1,5, \text{ a laje então é armada nas duas direções. Para o cálculo}$$

das reações na laje armada em duas direções, utiliza no anexo a tabela A.1 de Tepedino, para uma laje do tipo C, calculando através das equações:

$$\begin{cases} R'_a = r'_a \cdot p_{laje} \cdot a \\ R''_a = r''_a \cdot p_{laje} \cdot a \\ R'_b = r'_b \cdot p_{laje} \cdot a \\ R''_b = r''_b \cdot p_{laje} \cdot a \end{cases} \quad (3.7)$$

em que:

R = reação de apoio (R'_a = reação de apoio no lado a apoiado; R''_a = reação de apoio no lado a engastado; R'_b = reação de apoio no lado b apoiado; R''_b = reação de apoio no lado b engastado);

r = valor obtido na tabela (r'_a = para lado a apoiado; r''_a = para lado a engastado; r'_b = para lado b apoiado; r''_b = para lado b engastado);

p_{laje} = carga normal distribuída na laje;

a = menor vão.

De acordo a tabela A.1, obtém-se os seguintes valores:

$$r'_a = 0,183$$

$$r''_a = 0,317$$

$$r'_b = 0,244$$

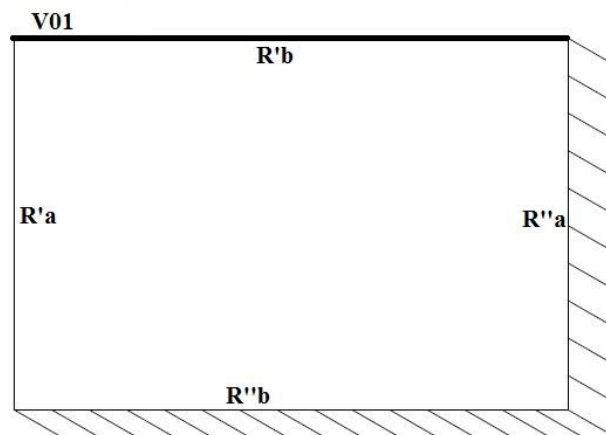
$$r''_b = 0,423$$

Como o valor utilizado será o da reação que está na viga V01, ou seja, a reação de apoio que está no lado apoiado a viga, como mostra a figura 19, então:

$$R'_b = r'_b \cdot p_{laje} \cdot a = 0,244 \cdot 6,7 \cdot 2,975$$

$$R'_b = 4,863 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Figura 19 - Reações verticais na Laje 1



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

Ainda no trecho 01, estão atuando o PP_{alv} e PP_{viga} , que soma com a carga da laje L1. A alvenaria externa que passa pela V01 tem 0,25m de espessura e 2,55m de altura, então o peso próprio da alvenaria é:

$$PP_{alv} = e \cdot h \cdot \rho_{alv} = 0,25 \cdot 2,55 \cdot 13$$

$$PP_{alv} = 8,287 \text{ kN} / \text{m}^2$$

E o peso da viga V01, que possui seção 20cm x 50cm é:

$$PP_{viga} = l \cdot h_{viga} \cdot \rho_{concreto} = 0,2 \cdot 0,5 \cdot 25$$

$$PP_{viga} = 2,5 \text{ kN} / \text{m}^2$$

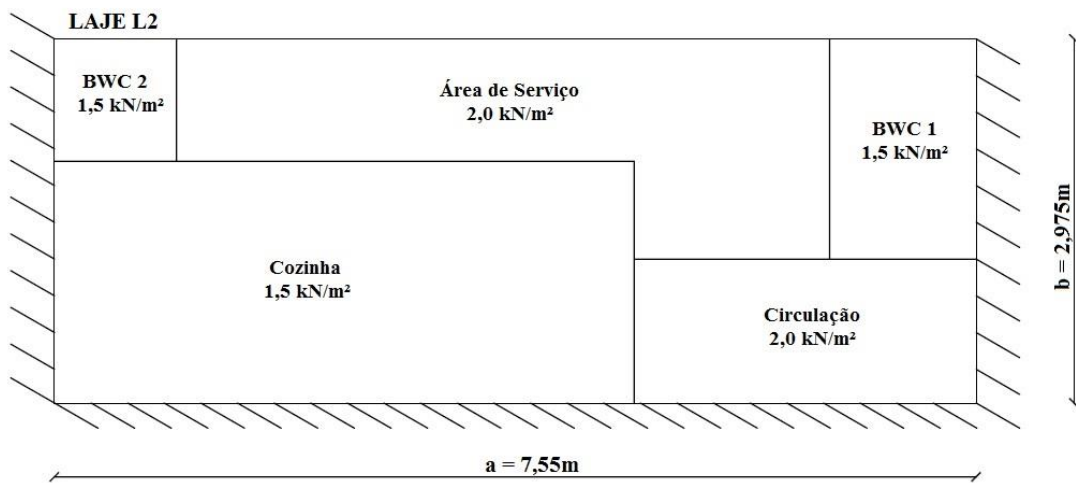
Portanto, o carregamento atuante na viga V01, é a soma da carga da laje, peso próprio da alvenaria e peso próprio da viga:

$$TRECHO\ 01 = R'_b + PP_{alv} + PP_{viga} = 4,863 + 8,287 + 2,5$$

$$TRECHO\ 01 = 15,65 \text{ kN/m}^2$$

Para os TRECHOS 02, 03 e 04 a carga da laje L2, PP_{laje} e PP_{viga} são os mesmos, portanto, $PP_{laje} = 2,5 \text{ kN/m}^2$ e $PP_{viga} = 2,5 \text{ kN/m}^2$. Para a carga da laje L2, figura 20, inicialmente calcula-se o comprimento efetivo nas direções x e y e em seguida o peso da alvenaria interna na laje, como mostra as equações 3.4 e 3.5:

Figura 20 - Distribuição das cargas na laje L2 e comprimentos efetivos em x e y (cotas em m)



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

$$l_{efx} = l_o + \frac{l_{V11}}{2} + \frac{l_{V13}}{2}$$

$$l_{efx} = 7,4 + \frac{0,015}{2} + \frac{0,15}{2}$$

$$l_{efx} = 7,55 \text{ m} = a$$

$$l_{efy} = l_o + \frac{l_{V01}}{2} + \frac{l_{V02}}{2}$$

$$l_{efy} = 2,8 + \frac{0,20}{2} + \frac{0,15}{2}$$

$$l_{efy} = 2,975 \text{ m} = b$$

Para a alvenaria interna, tem-se:

$$p_{alv} = \frac{0,15 * 2,95 * (4,6 + 0,15 + 1,45 + 0,15 + 1,05 + 0,80 + 1,85 + 1,60) * 13}{7,55 * 2,975}$$

$$p_{alv} = 2,98 \text{ kN} / \text{m}^2$$

A laje L2, suporta 2 banheiros, área de serviço, cozinha e circulação como mostra a figura 19, tendo uma carga acidental (q) média de:

$$q = \frac{1,50 + 1,50 + 2,00 + 1,50 + 2,00}{5}$$

$$q = 1,7 \text{ kN} / \text{m}^2$$

As cargas permanentes (g), são:

$$PP_{laje} = 2,5 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$p_{alv} = 2,98 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Carga de revestimento} = 1 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Logo, } p_{laje2} = g + q = (2,5 + 2,98 + 1) + 1,7$$

$$p_{laje2} = 8,18 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Para o cálculo das reações na laje L2, primeiramente classifica a armação da laje, de acordo com a condição 3.6, então:

$$\frac{b}{a} = \frac{2,975}{7,55} = 0,394 \approx 0,4 < 0,5$$

A laje é armada em uma direção. O cálculo das reações será realizado por meio da análise das áreas de influência, a equação utilizada foi:

$$R = \frac{p \cdot A_i}{l} \quad (3.8)$$

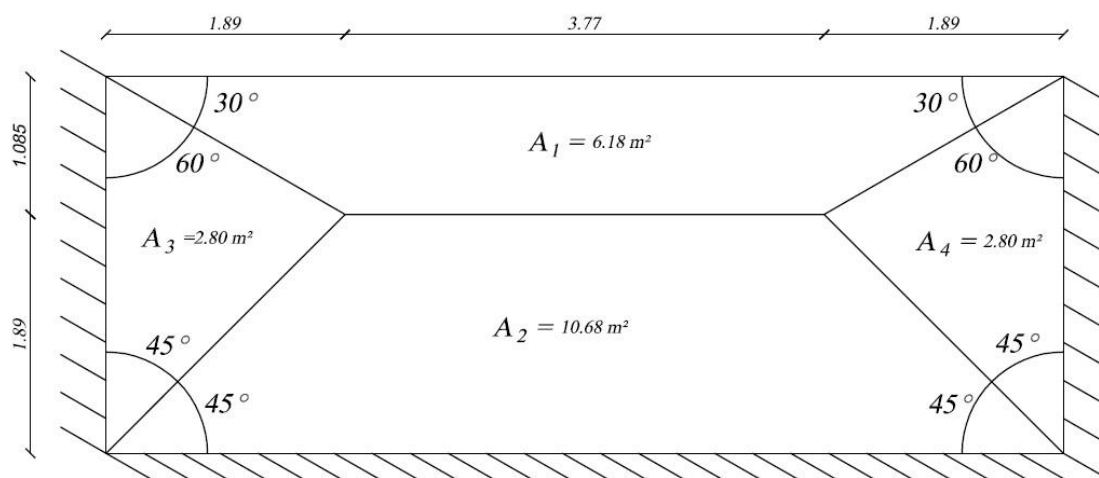
onde: $p = p_{laje2}$; A_i = área de influência em análise e l = borda da laje referente à área de influência calculada.

Para o cálculo na área de influência são utilizados os seguintes ângulos:

- 45° entre apoios do mesmo tipo;
- 60° começando pelo apoio considerado engastado quando o outro for apoiado;
- 90° quando a borda vizinha for livre.

Dessa maneira as áreas estão definidas como mostra a figura a seguir:

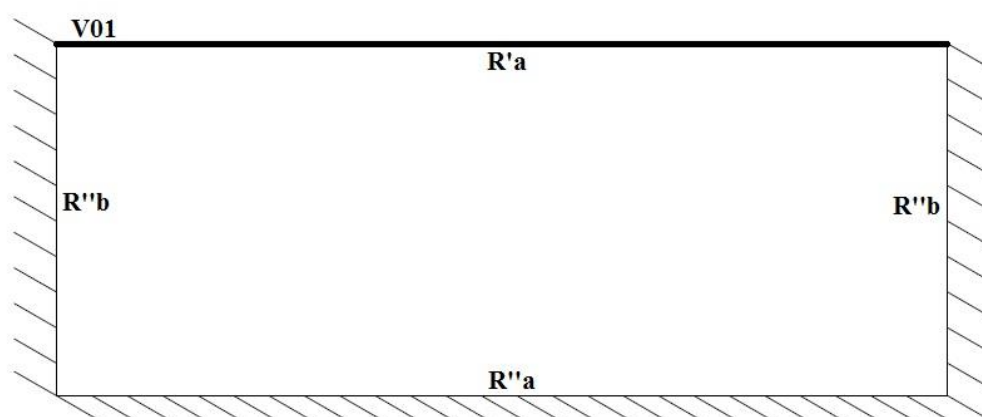
Figura 21 - Área de influência na laje 2 (cotas em m)



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

Utilizando a equação 3.8, tem-se as reações de apoio na laje, para a viga V01, a reação será R'_a , pois está no lado apoiado na viga, como mostra a figura 22:

Figura 22 - Reações verticais na laje L2



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018

$$\text{Portanto, } R'_a = \frac{p_{laje2} \cdot A_i}{l} = \frac{8,18 \cdot 6,18}{7,55} = 6,70 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Logo, o carregamento no TRECHO 02 é igual ao TRECHO 04, e o peso próprio da alvenaria é o mesmo utilizado no TRECHO 01, pois a alvenaria tem a mesma espessura, altura e peso específico, então:

$$TRECHO \ 01 = TRECHO \ 04 = R'_a + PP_{alv} + PP_{viga} = 6,7 + 8,287 + 2,5$$

$$TRECHO \ 01 = TRECHO \ 04 = 17,49 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Por último, o TRECHO 03, que terá mesma carga da laje L2 e mesmo peso próprio da viga, mas a peso próprio da alvenaria externa é diferente, tem mesmo peso específico, espessura de 0,15m e altura de 1,20m portanto:

$$PP_{alv} = e.h.\nu_{alv} = 0,15 * 1,20 * 13$$

$$PP_{alv} = 2,34 \text{ kN} / \text{m}^2$$

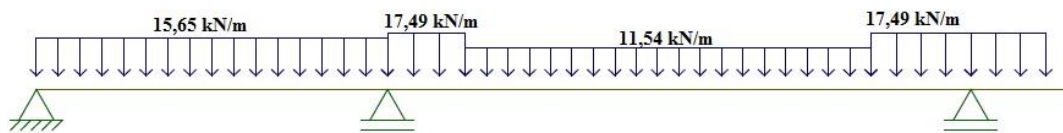
Então,

$$TRECHO \ 03 = R'_a + PP_{alv} + PP_{viga} = 6,7 + 2,34 + 2,5$$

$$TRECHO \ 03 = 11,54 \text{ kN} / \text{m}^2$$

O carregamento na viga V01, ficou distribuída de acordo com a figura 23:

Figura 23 - Esquema de carregamento da viga V01



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 MODELO DA VIGA CONTÍNUA

O modelo foi utilizado em sua forma clássica, considerando-se os apoios como apoios simples, ou seja, a viga não está ligada aos pilares, desse modo não é necessário aplicar as exigências anteriormente citadas na NBR6118:2014. Esse modelo não necessitou do uso de dimensões dos pilares, tornando-o muito útil durante a fase preliminar. Os vãos de cálculo, definidos como a distância entre os centros dos apoios e as cargas que correspondem ao carregamento total atuando na viga V01 (cargas permanentes e cargas acidentais), são obtidos da Figura 23. As reações de apoio estão indicadas na figura 24.

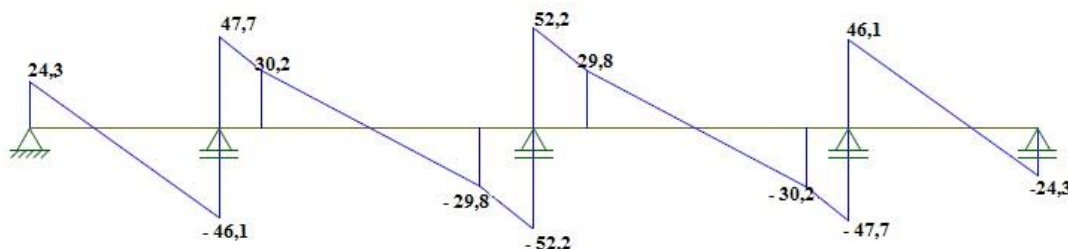
Figura 24 - Reações de apoio na viga V01



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

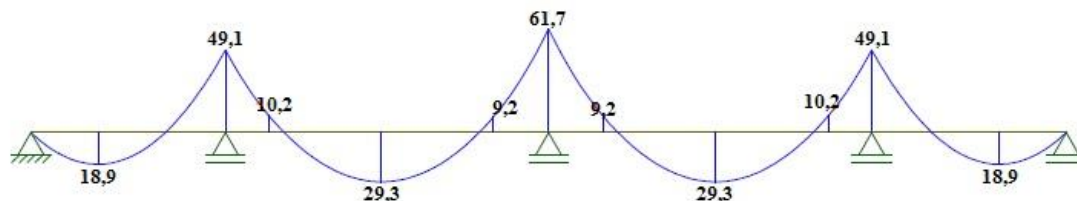
Os esforços para o dimensionamento são aqueles resultantes do cálculo como viga contínua. As figuras 25 e 26 representam o diagrama de esforço cortante e o diagrama de momento fletor, respectivamente:

Figura 25 - Diagrama de esforços cortantes na viga V01 (Viga Contínua)



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

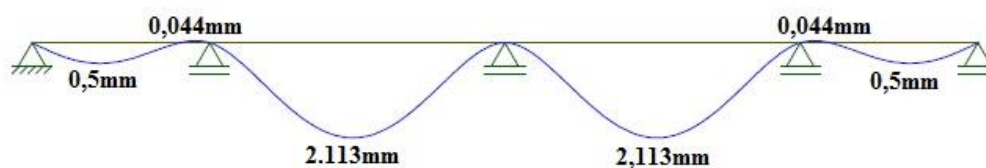
Figura 26 - Diagrama de momento fletor na viga V01 (Viga Contínua)



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

As unidades utilizadas nos diagramas são kN (quilo-Newton) ou kN.m (quilo-Newton x metro). O deslocamento máximo na viga V01, foi de 2,113mm como mostra a figura 27.

Figura 27- Diagrama de deformação (Viga Contínua)

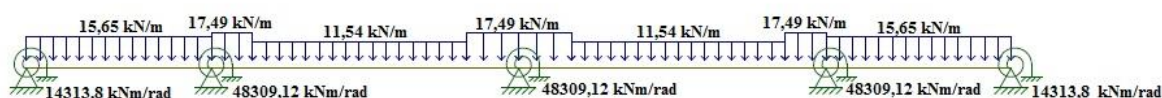


Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

4.2 MODELO DA VIGA CONTÍNUA MELHORADA

Neste modelo foi utilizado a adição de molas angulares em todos os apoios referentes a ligações com pilares, cujas constantes foram calculadas pela equação (4.1). Neste caso as dimensões dos pilares interferem no cálculo da constante da mola. De acordo com a NBR 6118:2014, o modelo da viga contínua pode ser melhorado, considerando-se a solidariedade do pilar com a viga. Isso pode ser feito conforme ilustrado na figura abaixo, modelada pelo *software* Ftoll:

Figura 28- Modelo da viga continua melhorada



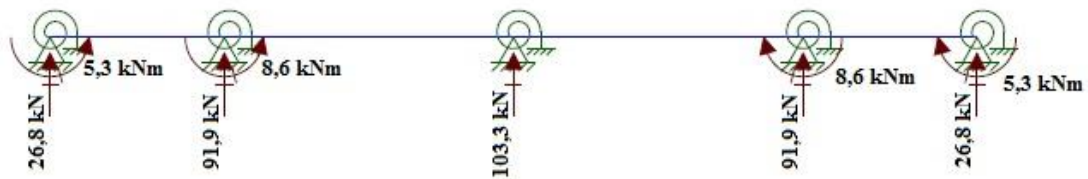
Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

Sendo assim, o cálculo da rigidez das molas foi realizado a partir da equação 4.1:

$$K = E_s \left(\frac{6I_{\text{sup}}}{l_{\text{sup}}} + \frac{6I_{\text{inf}}}{l_{\text{inf}}} \right) = \frac{12E_s \cdot I}{l} \quad (4.1)$$

Para os pilares com seção 20cmx20cm, $K = 14313,8 \text{ kNm}$ e para os pilares de seção 20cmx30cm, $K = 48309,12 \text{ kNm}$. Desse modo, basta adicionar o valor da rigidez na matriz global da viga, na posição do grau de liberdade correspondente à rotação do nó do apoio, no restante a viga contínua permanece inalterada. As reações de apoio obtida nesse modelo estão apresentadas na figura abaixo.

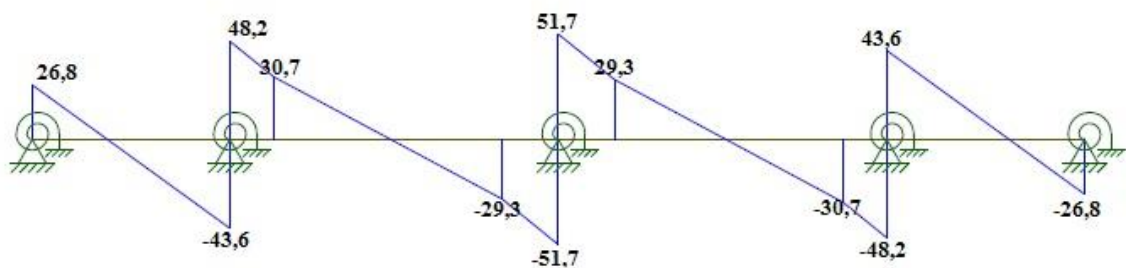
Figura 29- Reações de apoio (Viga Contínua Melhorada)



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

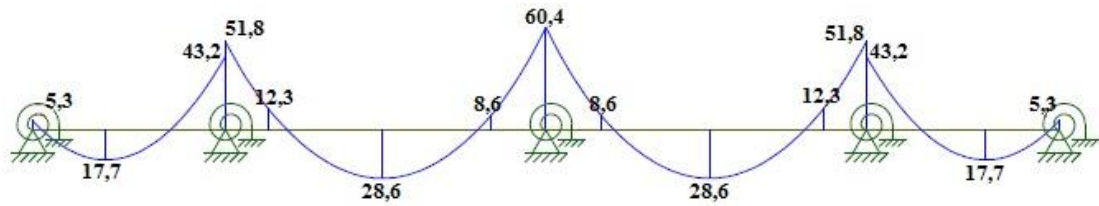
As figuras 30 e 31 representam respectivamente o diagrama de esforço cortante e momento fletor.

Figura 30- Diagrama de esforço cortante (Viga Contínua Melhorada)



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

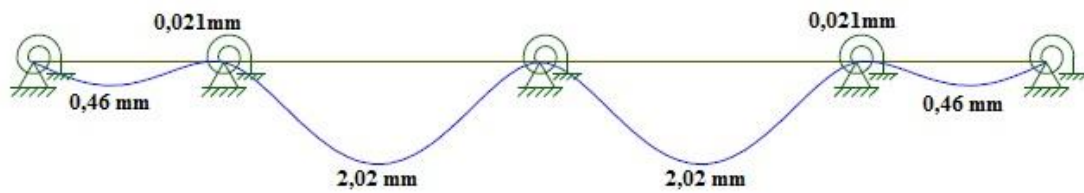
Figura 31- Diagrama do momento fletor (Viga Contínua Melhorada)



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

As unidades utilizadas nos diagramas são kN (quilo-Newton) ou kN.m (quilo-Newton x metro). O deslocamento máximo na viga contínua melhorada, foi de 2,021mm como mostra a figura 32.

Figura 32- Diagrama de deformação (Viga Contínua Melhorada)

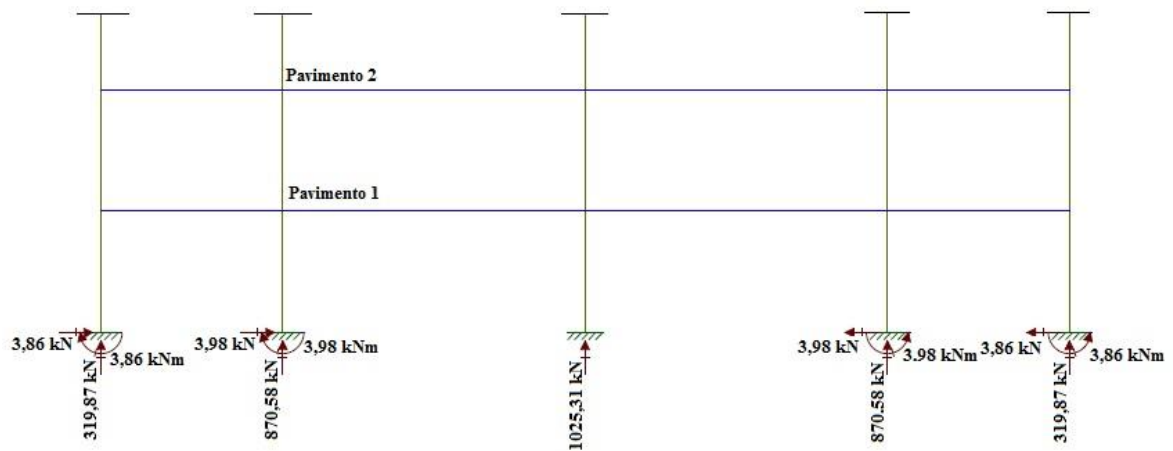


Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

4.3 MODELO DO PÓRTICO PLANO

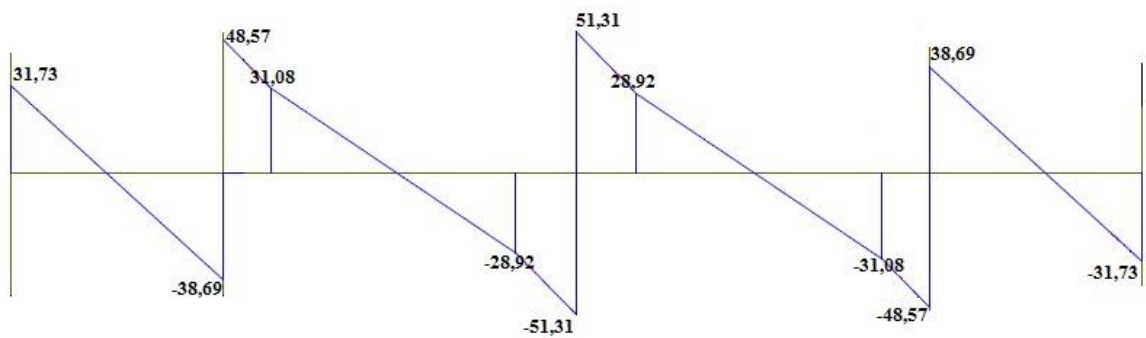
Neste modelo, os diagramas de momento fletor e esforço cortante foram obtidos utilizando a altura do pilar de 3 metros para um edifício com 10 pavimentos, resultando os seguintes diagramas:

Figura 33- Reações de Apoio (Pórtico Plano)



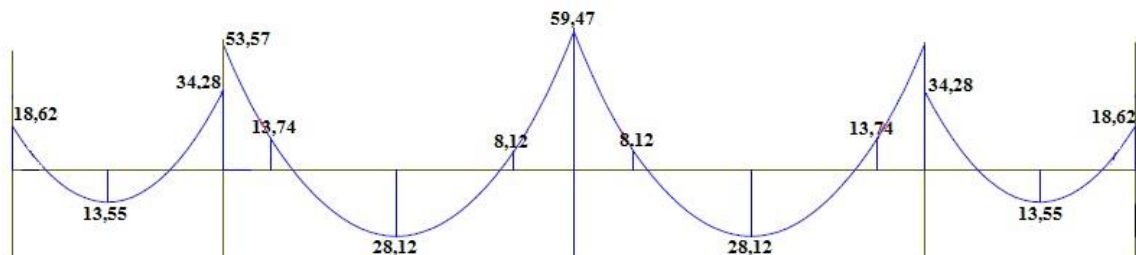
Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

Figura 34- Diagrama de esforço cortante (Pórtico Plano)



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

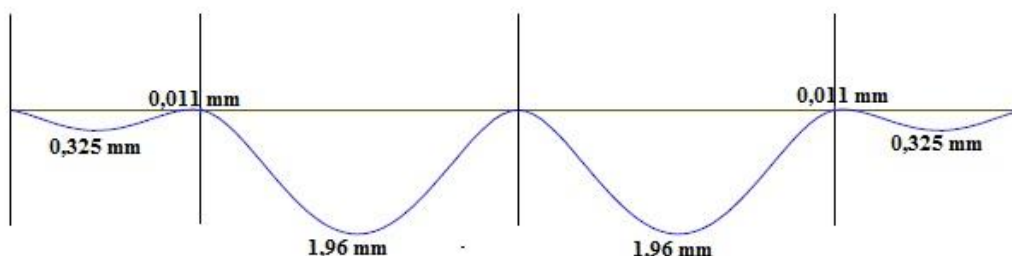
Figura 35- Diagrama do momento fletor (Pórtico Plano)



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

As unidades utilizadas nos diagramas são kN (quilo-Newton) ou kN.m (quilo-Newton x metro). O deslocamento máximo no pórtico plano, foi de 1,96mm como mostra a figura 36.

Figura 36- Diagrama de deformação (Pórtico Plano)



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

4.4 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Analisando os figuras 25, 30 e 34 verifica-se os diagramas de esforços cortantes para os três modelos estudados, percebe-se que o modelo da viga contínua tradicional, figura 25, possui menor valor de esforço cortante, devido ao fato da viga não ter ligação com o pilar, logo quando considerada essa ligação, figura 30, o esforço cortante aumenta, aproximando-se do modelo do pórtico plano, figura 34.

De acordo com os resultados conclui-se que os momentos encontrados nos vãos, no procedimentos tradicional, viga contínua, são maiores que os momentos obtidos no modelo da viga contínua melhorada (considerando a ligação com os pilares) e no modelos do pórtico plano, como mostra a tabela 3 a seguir:

Tabela 3- Momento nos vãos

Vão	Viga contínua (VC)	Viga contínua melhorada (VCM)	Pórtico plano (PP)
1	18,9	17,7	13,55
2	29,3	28,6	28,12
3	29,3	28,6	28,12
4	18,9	17,7	13,55

Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

Fazendo uma comparação do modelo do pórtico plano , percebe-se que o modelo da viga contínua melhorado (tabela 5), é que mais se aproxima com melhor precisão do que o modelo da viga contínua tradicional (tabela 4), visto que em uma margem de diferença, possuem porcentagens menores.

Tabela 4- Vãos (Modelo PP x Modelo VC)

Vão	PP	VC	Diferença
1	13,55	18,9	28,3%
2	28,12	29,3	4,03%
3	28,12	29,3	4,03%
4	13,55	18,9	28,3%

Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

Tabela 5- Vãos (Modelo VCM x Modelo PP)

Vão	PP	VCM	Diferença
1	13,55	17,7	28,44%
2	28,12	28,6	1,68%
3	28,12	28,6	1,68%
4	13,55	17,7	28,44%

Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

O aumento do momento fletor ocorre tanto nos momentos positivos, mostrado acima, como nos negativos dos apoios internos e nós, tabela 6 e 7.

Tabela 6- Momentos nos Apoios

Apoio	Viga contínua	Viga contínua melhorada	Pórtico plano
1	0	5,3	18,62
2 pela direita	49,1	51,8	53,57
2 pela esquerda	49,1	43,2	34,28
3	61,7	60,4	59,47
4 pela direita	49,1	43,2	34,28
4 pela esquerda	49,1	51,8	53,57
5	0	5,3	18,62

Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

Tabela 7- Momentos nos nós

Nó	Viga contínua	Viga contínua melhorada	Pórtico plano
1	10,2	12,3	13,74
2	9,2	8,6	8,12
3	9,2	8,6	8,12
4	10,2	12,3	13,74

Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

Realizando a comparação da viga contínua tradicional, com a viga contínua melhorada, seguido do pórtico plano, tem-se os resultados nas tabelas 8 e 9, abaixo.

Tabela 8- Apoios (PP x VC)

Apoio	PP	VC	Diferença
1	18,62	0	100%
2 pela direita	53,57	49,1	8,34%
2 pela esquerda	34,28	49,1	29,81%
3	59,47	61,7	3,61%
4 pela direita	34,28	49,1	29,81%
4 pela esquerda	53,57	49,1	8,34%
5	18,62	0	100%

Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

Tabela 9- Apoios (PP x VCM)

Apoio	PP	VCM	Diferença
1	18,62	5,3	71,5%
2 pela direita	53,57	51,8	3,3%
2 pela esquerda	34,28	43,2	20,65%
3	59,47	60,4	1,54%
4 pela direita	34,28	43,2	20,65%
4 pela esquerda	53,57	51,8	3,3%
5	18,62	5,3	71,5

Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

O momento nos apoios extremos são os que possuem maior porcentagem de erro, pois no modelo da viga contínua melhorada e no modelo do pórtico plano as ligações com os pilares acarreta uma redução nos momentos positivos, como uma consequência do surgimento de momentos negativos nos apoios.

O pórtico plano é o que possui menor deslocamento, pois é o modelo mais rígido entre os comparados, o seu deslocamento máximo foi de 1,96mm, no vão de maior distância entre os pilares, no vão de menor distância foi de 0,325mm e próximo aos apoios intermediário há um deslocamento de 0,011mm, sendo o método que menos se deforma. Já o modelo da viga contínua possui maior deslocamento, com 2.113 mm no vão de maior distância entre os pilares, no vão de menor distância foi de 0,5mm e próximo aos apoios intermediários de 0,044mm. A tabela a seguir, mostra os deslocamentos máximo em cada modelo:

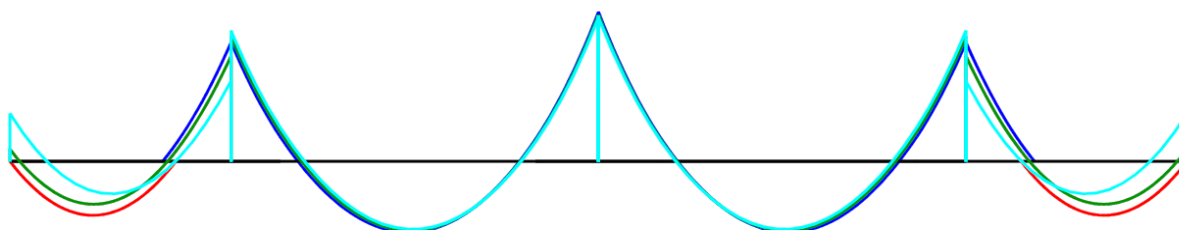
Tabela 10- Deslocamentos

Modelo	Deslocamentos máximos
Viga contínua	2,113 mm
Viga contínua melhorada	2,02 mm
Pórtico plano	1,96 mm

Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

A figura abaixo representa o diagrama com os momentos sobrepostos, é possível visualizar que todos os métodos se aproximam de um mesmo resultado. A cor azul piscina representa o modelo do pórtico espacial, a verde é a viga contínua melhorada e o vermelho e azul royal representam a viga contínua tradicional.

Figura 37- Diagrama dos momentos sobrepostos



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2018.

5. CONCLUSÃO

O *software* Ftool, tem como principais vantagens a sua simplicidade e a possibilidade de analisar várias estruturas simultaneamente num mesmo arquivo, sua interface intuitiva facilita tanto na modelagem quanto na visualização dos resultados. Além de oferecer uma série de recursos interessantes, como por exemplo a integração de vínculos elásticos, que foi de fundamental importância neste trabalho.

Os modelos estruturais utilizados mostraram que o modelo da viga contínua, fornece resultados a favor da segurança, quando comparado com o modelo do pórtico plano e com a adição de apoios elásticos no modelo da viga contínua melhorada. A introdução desses apoios elásticos e a rigidez no pórtico plano, causam a diminuição do momentos não vão da viga e consequentemente aparecem momentos negativos nos apoios extremos, necessitando de uma ancoragem na região.

Conclui-se, por critério, que deve ser considerado as ligações das vigas com os pilares de extremidade para a determinação dos momentos positivos nos vão das vigas contínuas. A forma eficiente é aquele tradicionalmente empregado, realizando: como viga contínua sem ligação com os pilares, engastando apenas os apoios internos.

6. REFERÊNCIAS

._____. **NBR 6118:2014**. Projeto de estruturas de concreto: Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ARAUJO, José Milton de. **Projeto Estrutural de Edifícios de Concreto Armado**. Rio Grande: Dunas, 2009

BARBOZA, Marcos Robiati. **Concepção e Análise das Estruturas de Edifícios em Concreto Armado**. 2008. 166 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2008.

BASTOS, Prof. Dr. Paulo Sergio dos Santos. Elementos estruturais em concreto armado. In: BASTOS, Prof. Dr. Paulo Sergio dos Santos. **Fundamentos do Concreto Armado**. Bauru - Sp: Unesp, 2006. p. 19-36.

BERNARDI, Douglas Francescatto. **Estudo comparativo entre o modelo de viga contínua e o modelo de pórtico espacial para uma estrutura em concreto armado de pequeno porte**. 2007. 61 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

BEZERRA, Eric Mateus Fernandes. **Análise Estrutural dos Pórticos das Arquibancadas do Estádio Manoel Leonardo Nogueira**. 2014. 65 f. Monografia (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2014.

BEZERRA, Eric Mateus Fernandes. **Análise Estrutural**. Mossóro: Sonoro-video, 2017. Color.

BRASIL, Reyolando M. L. R. F.; BALTHAZAR, José Manoel; GÓIS, Wesley. **Métodos Numéricos e Computacionais na Prática de Engenharias e Ciências**. São Paulo: Blucher, 2015.

FONTES, F. F. **Análise estrutural de elementos lineares segundo a NBR 6118:2003**. Dissertação (Mestrado), São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, 2005, 137p.

KIMURA, Alio. **Informática Aplicada em Estruturas de Concreto Armado**: cálculo de edifícios com o uso de sistemas computacionais. São Paulo: Pini, 2007.

LAGES, Andressa Eulálio. **Cálculo de flecha em viga pelo método da linha elástica**. Disponível em: <www.guiadaengenharia.com/flecha-viga-linha-elastica>. Acesso em: 9 mar. 2018.

LEET, Kenneth M.; UANG, Chia-ming; GILBERT, Anne M.. **Fundamentos da Análise Estrutural**. 3. ed. Porto Alegre: Amgh Editora Ltda, 2009.

MCCORMAC, Jack C.. **Análise Estrutural**: Usando Métodos Clássicos e Métodos Matriciais. Rio de Janeiro: Ltc, 2009.

PORTO, Thiago Bomjardim; FERNANDES, Danielle Stefane Gualberto. **Curso Básico de Concreto Armado**. São Paulo: Oficina de Textos, 2015.

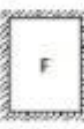
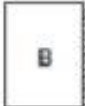
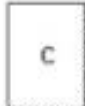
REBELLO, Y. C. P. **A concepção estrutural e a arquitetura**. São Paulo: Zigurate, 2000:

RODRIGUES, Edson. **Instalação de vigas para viaduto em obra da copa em MT**. Disponível em: <g1.globo.com/mato-grosso/noticia/2013/07/comeca-instalacao-de-vigas-para-viaduto-em-obra-da-copa-em-mt.html>. Acesso em: 9 mar. 2018.

SUSSEKIND, José Carlos. **Curso de Análise Estrutural**. 6. ed. Porto Alegre: Globo, 1981.

ANEXO

Tabela A1 – Reações de apoio em lajes retangulares, carga uniforme

Reações de apoio em lajes retangulares, carga uniforme (Tepedino)										
Tipo	  $r_a=0,25$				 $r'_a=0,183$ $r''_a=0,317$		 $r_a=0,144$			
	b/a	r_b	r_a	r'_b	r''_b	r'_b	r''_b	r_b	r'_a	r''_a
0,50	-	0,165	0,125	0,217	-	-	0,217	0,125	0,217	0,158
0,55	-	0,172	0,138	0,238	-	-	0,238	0,131	0,227	0,174
0,60	-	0,177	0,150	0,260	-	-	0,259	0,136	0,236	0,190
0,65	-	0,181	0,163	0,281	-	-	0,278	0,140	0,242	0,206
0,70	-	0,183	0,175	0,302	-	-	0,294	0,143	0,247	0,222
0,75	-	0,183	0,187	0,325	-	-	0,308	0,144	0,249	0,238
0,80	-	0,183	0,199	0,344	-	-	0,320	0,144	0,250	0,254
0,85	-	0,183	0,208	0,361	-	-	0,330	0,144	0,250	0,268
0,90	-	0,183	0,217	0,376	-	-	0,340	0,144	0,250	0,281
0,95	-	0,183	0,225	0,390	-	-	0,348	0,144	0,250	0,292
1,00	0,250	0,183	0,232	0,402	0,183	0,317	0,356	0,144	0,250	0,303
1,05	0,262	0,183	0,238	0,413	0,192	0,332	0,363	0,144	0,250	0,312
1,10	0,273	0,183	0,244	0,423	0,200	0,346	0,369	0,144	0,250	0,321
1,15	0,283	0,183	0,250	0,432	0,207	0,358	0,374	0,144	0,250	0,329
1,20	0,292	0,183	0,254	0,441	0,214	0,370	0,380	0,144	0,250	0,336
1,25	0,300	0,183	0,259	0,448	0,220	0,380	0,385	0,144	0,250	0,342
1,30	0,308	0,183	0,263	0,455	0,225	0,390	0,389	0,144	0,250	0,348
1,35	0,315	0,183	0,267	0,462	0,230	0,399	0,393	0,144	0,250	0,354
1,40	0,321	0,183	0,270	0,468	0,235	0,408	0,397	0,144	0,250	0,359
1,45	0,328	0,183	0,274	0,474	0,240	0,415	0,400	0,144	0,250	0,364
1,50	0,333	0,183	0,277	0,479	0,244	0,423	0,404	0,144	0,250	0,369
1,55	0,339	0,183	0,280	0,484	0,248	0,429	0,407	0,144	0,250	0,373
1,60	0,344	0,183	0,282	0,489	0,252	0,436	0,410	0,144	0,250	0,377
1,65	0,348	0,183	0,285	0,493	0,255	0,442	0,413	0,144	0,250	0,381
1,70	0,353	0,183	0,287	0,497	0,258	0,448	0,415	0,144	0,250	0,384
1,75	0,357	0,183	0,289	0,501	0,261	0,453	0,418	0,144	0,250	0,387
1,80	0,361	0,183	0,292	0,505	0,264	0,458	0,420	0,144	0,250	0,390
1,85	0,365	0,183	0,294	0,509	0,267	0,463	0,422	0,144	0,250	0,393
1,90	0,368	0,183	0,296	0,512	0,270	0,467	0,424	0,144	0,250	0,396
1,95	0,372	0,183	0,297	0,515	0,272	0,471	0,426	0,144	0,250	0,399
2,00	0,375	0,183	0,299	0,518	0,275	0,475	0,428	0,144	0,250	0,401
O valor da reação é dado por: $R = r \text{ (pa)}$										
a é o vão com o maior número de engaste. Caso o número de engaste seja o mesmo nas duas direções, a é o menor vão.										

Fonte: adaptado de Tepedino, 1983.