



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
CENTRO MULTIDICIPLINAR DE ANGICOS – CMA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIAS – DENGE
INTERDISCIPLINAR EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

DEVERSON RAFAEL AMARO DO NASCIMENTO

**ESTUDO DA CARGA CRÍTICA APLICADA EM ELEMENTOS SUBMETIDOS À
FLAMBAGEM CONCÊNTRICA – COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS
ANALÍTICOS E NUMÉRICOS**

ANGICOS – RN

2021

DEVERSON RAFAEL AMARO DO NASCIMENTO

**ESTUDO DA CARGA CRÍTICA APLICADA EM ELEMENTOS SUBMETIDOS À
FLAMBAGEM CONCÊNTRICA – COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS
ANALÍTICOS E NUMÉRICOS**

Monografia apresentada a Universidade
Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA,
Campus Angicos, para obtenção do título de
Bacharel em Ciência Tecnologia.

Orientadora: Marcilene Vieira da Nóbrega,
Prof(a) Dra.

ANGICOS – RN

2021

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

N244e Nascimento, Deverson Rafael Amaro do .
ESTUDO DA CARGA CRÍTICA APLICADA EM ELEMENTOS
SUBMETIDOS À FLAMBAGEM CONCÊNTRICA ? COMPARAÇÃO
ENTRE RESULTADOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS / Deverson
Rafael Amaro do Nascimento. - 2021.
49 f. : il.

Orientadora: Marcilene Vieira da Nóbrega.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e
Tecnologia, 2021.

1. Carga crítica. 2. colunas . 3. flambagem .
I. Nóbrega, Marcilene Vieira da , orient. II.
Título.

DEVERSON RAFAEL AMARO DO NASCIMENTO

**ESTUDO DA CARGA CRÍTICA APLICADA EM ELEMENTOS SUBMETIDOS
À FLAMBAGEM CONCÊNTRICA – COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS
ANALÍTICOS E NUMÉRICOS**

Monografia apresentado à Universidade
Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA,
Campus Angicos, para obtenção do título
de Bacharel em Ciência e Tecnologia.

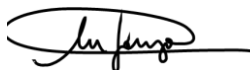
Defendida em: 01 / 06 / 2021 .

BANCA EXAMINADORA

Marcilene Vieira
da Nóbrega

Assinado de forma digital por
Marcilene Vieira da Nóbrega
Dados: 2021.06.02 22:45:49
-03'00'

Marcilene Vieira da Nobrega, Prof. Dra. (UFERSA/Campus Angicos)
Presidente da Banca



Assinado de forma digital por WENDELL ROSSINE MEDEIROS
DE SOUZA:01875503447
Dados: 2021.06.02 08:59:43 -03'00'

Wendell Rossine Medeiros de Souza, Prof. Dr. (UFERSA/Campus Angicos)
Examinador Interno

MATHEUS FERNANDES DE
ARAUJO
SILVA:01435936418

Assinado de forma digital por
MATHEUS FERNANDES DE ARAUJO
SILVA:01435936418
Dados: 2021.06.02 17:37:24 -03'00'

Matheus Fernandes de Araújo Silva, Prof. Dr. (UFERSA/Campus Pau dos Ferros)
Examinador Externo

*Ao meu avô Sebastião Pereira do Nascimento
in memoriam!*

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer primeiramente a Deus pelo dom da vida, por todo conforto e amparo que ele tem proporcionado em minha, pela saúde e discernimento para tocar minha vida acadêmica.

Agradeço aos meus pais Domingos Pereira e Rosa Maria, por sempre acreditarem, apoiarem e me incentivarem a seguir meus sonhos, aos meus irmãos Derik e Daniel por serem meu porto seguro.

A todos que fazem parte do AP20, por serem parte essencial na minha estadia em Angicos, graças a todos eles que foi possível me sentir em casa mesmo distante dos meus familiares e amigos da minha terra natal.

Gostaria de agradecer também a Prof(a) Dra. Enai Taveira por ter sido basicamente uma mentora no início da minha vida acadêmica.

Ao Prof(o) Dr. Rogério Taygra e a Prof(a) Eng. Sara Marques, por terem despertado em mim o interesse pela engenharia civil, em especial na tecnologia BIM e a área de estruturas.

Aos membros integrantes da banca Prof. Dr. Matheus Fernandes de Araújo Silva e Prof. Dr. Wendell Rossine Medeiros de Souza, por terem se disponibilizado a avaliar o presente trabalho.

A Prof(a) Dra. Marcilene Vieira da Nóbrega, que mesmo diante de toda a dificuldade que o ensino vem sofrendo devido a Pandemia, esteve disposta a me orientar e passar conhecimento, necessário para realização desse trabalho.

*“Você pode encarar um erro como uma
besteira a ser esquecida ou como um resultado
que aponta uma nova direção”*

(Steve Jobs)

RESUMO

A análise estrutural tem como objetivo prever e estudar comportamentos de elementos estruturais submetidos determinadas ações ou combinações desta. Tal estudo pode ser feito de forma analítica, experimental e numérica. O estudo analítico pode ser realizado a partir do conhecimento físicos e matemáticos adquiridos durante a formação da engenharia estrutural; o estudo experimental baseia-se no ensaio em laboratório de um modelo representativo do elemento estrutural, já estabelecidas no campo técnico correspondente a estrutura em análise; a modelagem numérica é baseada no método dos elementos finitos o qual tem o intuito de realizar análises que seriam complexas para resolver por outros meios de forma rápida e segura. De forma geral uma coluna é um elemento delgado submetido a um esforço axial de compressão e o esforço máximo que a coluna pode suportar antes de sofrer flambagem é denominado de carga crítica. Nesse trabalho foram realizados estudos analíticos e numéricos para determinação da carga crítica em colunas com duas condições de apoio: engastadas nas duas extremidades e engastada na base e livre na extremidade. Foram variados, para essas condições, o material (aço) e as seções transversais (retangulares e circulares). Com o estudo tentou-se verificar quais características afetariam de forma direta na quantificação da carga crítica. Na segunda parte do estudo foi desenvolvido um modelo numérico no software SAP2000 para determinar o valor das cargas críticas nas mesmas colunas citadas anteriormente. Diante dos dados obtidos de forma analítica, foi possível determinar que a carga crítica depende de variáveis, como o comprimento da coluna, material, geometria da seção transversal e condições de contorno. Com os resultados obtidos foi possível compreender como cada parâmetro influencia na carga crítica. O modelo numérico desenvolvido nesse trabalho apresentou valores para a carga crítica muito próximos aos que foram obtidos de forma analítica, demonstrando que o método utilizado para construção do mesmo foi adequado para essa situação.

Palavras-chave: Carga crítica. Colunas. Flambagem.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Flambagem de uma coluna devido a um carregamento axial de compressão P.	16
Figura 2 - Mecanismo de barras comprimidas.	17
Figura 3 – Coluna ideal apoiada por pinos	19
Figura 4 - Coluna defletida.....	19
Figura 5 - Colunas para diferentes tipos de apoios. (a) Apoiada por pinos. (b) Engastada numa extremidade e com pino em outra. (c) Engastada e (d) Engastada e livre na outra extremidade.	22
Figura 6 - Níveis de abstração	23
Figura 7: Passos principais na análise de uma estrutura.....	24
Figura 8 - Tipos de seções transversais retangulares (SR) utilizadas.....	30
Figura 9 - Tipos de seções transversais circulares (SC) utilizadas.....	30
Figura 10 - Parte da planilha para obtenção da carga crítica para SR.....	31
Figura 11- Parte da planilha para obtenção da carga crítica para SC	31
Figura 12 - Elemento frame utilizado na elaboração do modelo numérico	32
Figura 13 - C1 SAP2000	32
Figura 14 - C2 SAP2000	33
Figura 15 - Elemento frame discretizado	33
Figura 16 - SR - C1 SAP2000	38
Figura 17 - SC - C1 SAP2000	39
Figura 18 - SR - C2 SAP2000	39
Figura 19- SC - C2 SAP2000.....	40

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Propriedades mecânicas do material utilizado na pesquisa.	29
Tabela 2 - Valores das cargas críticas obtidas de forma analítica e numérica, para colunas com seções transversais retangulares e engastada nas duas extremidades – Aço.	36
Tabela 3 - Valores das cargas críticas obtidas de forma analítica e numérica, para colunas com seções transversais retangulares e engastada e livre – Aço.	37
Tabela 4 -Valores das cargas críticas obtidas de forma analítica e numérica, para colunas com seções transversais circulares e engastada nas duas extremidades – Aço.	37
Tabela 5 - Valores das cargas críticas obtidas de forma analítica e numérica, para colunas com seções transversais circulares e engastada e livre – Aço.	38

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Valores médios de Pcr para os cinco comprimentos de colunas (Coluna com condição de apoio C1).	34
Gráfico 2: Valores médios de Pcr para os cinco comprimentos de colunas (Coluna com condição de apoio C2).	34
Gráfico 3: Valores médios de Pcr para os cinco comprimentos de colunas (Coluna com condição de apoio C1).	35
Gráfico 4: Valores médios de Pcr para os cinco comprimentos de colunas (Coluna com condição de apoio C2).	36

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de normas técnicas
C1	Condição de contorno um
C2	Condição de contorno dois
CG	Centro de gravidade
MEF	Método dos elementos finito
SR	Seção transversal retangular
SC	Seção transversal circular

LISTA DE SÍMBOLOS

E	Módulo de elasticidade
L	comprimento
L_e	Comprimento efetivo
K	Fator de comprimento efetivo
I	Momento de inercia
P_{cr}	Carga critica

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
1.1	OBJETIVOS.....	15
1.1.1	OBJETIVO GERAL	15
1.1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	ELEMENTOS SUBMETIDOS À CARGA DE COMPRESSÃO – FLAMBAGEM.....	16
2.2	CONCEITO DE FLAMBAGEM.....	16
2.3	INSTABILIDADE EM BARRAS SOB COMPRESSÃO	17
2.4	DETERMINAÇÃO DA CARGA CRÍTICA (P_{CR})	18
2.5	ANÁLISE DE ESTRUTURAS.....	23
2.5.1	Estudos analíticos.....	24
2.5.2	Estudos numéricos	25
2.5.3	Modelagem numérica via softwares computacionais	25
2.5.4	Pesquisas para determinação da carga crítica via modelagem numérica	25
3	METODOLOGIA DA PESQUISA.....	29
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	34
4.1	RESULTADOS ANALÍTICOS.....	34
4.2	COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS	36
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	41
	REFERÊNCIAS	42
	ANEXOS	43
	APÊNDICE A	44
	APÊNDICE B.....	45
	APÊNDICE C.....	46
	APÊNDICE D.....	47
	APÊNDICE E	48
	APÊNDICE F.....	49

1 INTRODUÇÃO

Segundo a NBR 6118 (2014), a análise estrutural tem como objetivo determinar o comportamento devido algumas ações em que a estrutura pode ser submetida. Verificando o estado limite e de ultimo serviço. A análise estrutural permite estabelecer esforços internos, deformações tensões e deslocamento em uma parte ou na estrutura como um todo. A análise estrutural é uma etapa de grande importância num projeto estrutural e é dever do projetista garantir sua segurança e estética. Essas análises podem ser analíticas, utilizando-se de princípios físicos e matemáticos conhecidos; de modo experimental ou de forma numérica com o auxílio de softwares. No âmbito da engenharia civil, os principais tipos de estruturas são colunas, vigas, pórticos, grelhas entres outras. Neste trabalho, o objeto de estudo são as colunas.

Para (HIBBELER, 2018) coluna é um elemento delgado, cuja seção transversal é relativamente pequena em comparação ao comprimento. Se esse tipo de estrutura estiver submetido a um esforço de compressão axial ela tenderá a sofrer uma deflexão lateral; esse comportamento é denominado flambagem. A carga de compressão máxima que uma coluna suporta antes que venha a sofrer flambagem é chamada de carga crítica.

De acordo com (MARTHA, 2020) o pioneiro no estudo da flambagem de barras submetida a um carregamento concêntrico de compressão foi o matemático Leonard Euler, em meados do século XVIII. Euler descobriu que a estabilidade de colunas submetidas a esforços axiais de compressão depende da relação entre a propriedade da seção transversal e do comprimento da coluna.

O que determinara se a coluna vai se manter estável ou se tornara estável, quando submetida a uma carga axial é capacidade que a mesma pode resistir da flexão. Sendo assim para quantificar a carga crítica aplicasse a equação da linha elástica, uma vez que essa equação relaciona o momento interno da coluna e sua forma defletida (HIBBLER, 2018).

Com o passar dos anos, os usos de programas computacionais para auxiliar nas tarefas do dia a dia vêm se tornado uma prática mais comum. no Ramo da análise estrutural não é diferente. Atualmente o mercado conta coma uma grande variedade de softwares baseados no método dos elementos finitos (MEF), que fornecem uma análise estrutural de forma rápida, interativa e segura.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Obter a carga crítica concêntrica que atua em uma coluna pelo método analítico e numérico, este último através do software SAP2000.

1.1.2 Objetivos específicos

- Obter a carga crítica para colunas fixas na base e livre na extremidade e fixas nas duas extremidades;
- Verificar a interferência na carga crítica considerando dos tipos de seções transversais diferentes, retangulares e circulares;
- Desenvolver os modelos numéricos de análise utilizando o SAP2000;
- Comparar os resultados das cargas críticas obtidas analiticamente e numericamente.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 elementos submetidos à carga de compressão – flambagem

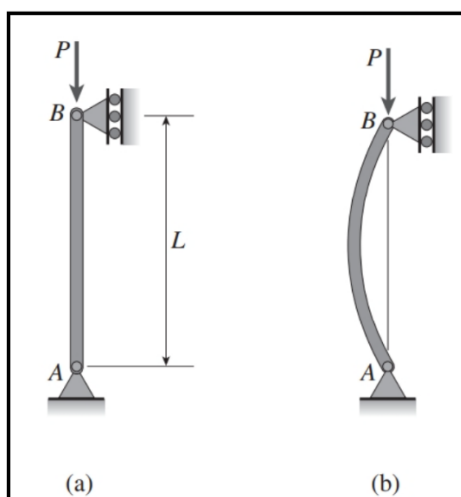
Uma vez que esteja submetida a determinadas cargas, elementos estruturais podem apresentar determinadas falhas, dependendo do material utilizado em sua construção, do tipo da estrutura, das condições de apoio dentre outros fatores. Se a estrutura for esbelta ou seja, apresentar uma seção transversal pequena em relação ao seu comprimento, estiver submetida a uma compressão axial, a mesma irá apresentar uma instabilidade que se denomina flambagem. É importante salientar que a flambagem não está limitada apenas a colunas (GERE e GOODNO, 2017).

2.2 Conceito de flambagem

Segundo (HIBBELER, 2018) coluna é um elemento estrutural comprido e delgado e que não deve apenas satisfazer os requisitos de resistência a deflexão, sendo necessário também que seja estável. Caso uma coluna esteja submetida a um determinado carregamento axial de compressão, sua estabilidade será perturbada e o fenômeno que ocorrerá na estrutura denominasse flambagem.

A flambagem é fenômeno que ocorre em elementos estruturais que estão submetidos a uma compressão, como é possível observar na Figura 1.

Figura 1 - Flambagem de uma coluna devido a um carregamento axial de compressão P .



Fonte: (GERE e GOODNO, 2017)

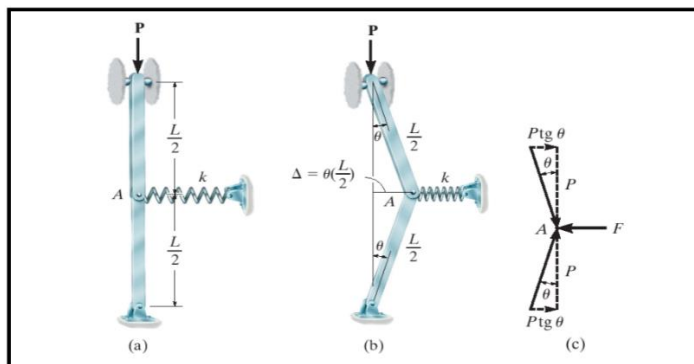
Na Figura 1 a), o sistema da barra se encontra em equilíbrio mesmo diante da carga de compressão P , entretanto se a carga P for intensa o suficiente ocorrerá uma perturbação no equilíbrio que pode ser observado na Figura 1 b), esse deslocamento lateral ocorrido é o que entendesse por flambagem.

A carga máxima de compressão P , que barra pode suportar antes que venha sofrer flambagem é chamada de carga crítica P_{cr} , qualquer carregamento adicional fara com que a barra sofra flambagem (HIBBELER, 2018).

2.3 Instabilidade em barras sob compressão

Para compreender o fenômeno da instabilidade, deve-se considerar um sistema de duas barras rígidas conectadas por pinos, com peso desprezível como demonstrado na Figura 2.

Figura 2 - Mecanismo de barras comprimidas.



Fonte: (HIBBELER,2018)

A princípio as barras estão retas e a mola não apresenta nenhum esforço axial. Entretanto, diante de uma pequena alteração na carga P ocorrer uma perturbação no equilíbrio no pino do ponto A, como é possível observar no diagrama de corpo livre na Figura 2 c); a mola produz uma força de restauração $F = k \Delta$; Essa força reage as componentes horizontais $P_x = P \tan \theta$, que empurram a barra ainda mais para fora da posição de equilíbrio. Considerando que θ é relativamente pequeno, $\Delta \approx \theta(L/2)$ e $\tan \theta \approx \theta$, a força de restauração será $F = k \theta(L/2)$, e a força perturbadora $2P_x = 2P\theta$.

Se a força restauradora for maior que a força perturbadora, isto é, se $k\theta(L/2) > 2P\theta$, os θ se anulam e conclui-se que P será:

$$P < \frac{kL}{4} \quad \text{equilíbrio estável}$$

O equilíbrio será considerado estável se a força restaurada desenvolvida pela mola for intensa o suficiente para retornar as barras para configuração original, porém se $k\theta(L/2) < 2P\theta$, tem-se:

$$P > \frac{kL}{4} \quad \text{equilíbrio instável}$$

O equilíbrio é instável quando a força perturbadora é intensa o suficiente para impedir que as barras voltem para a sua configuração original, por fim tem a situação em que $k\theta(L/2) = 2P\theta$.

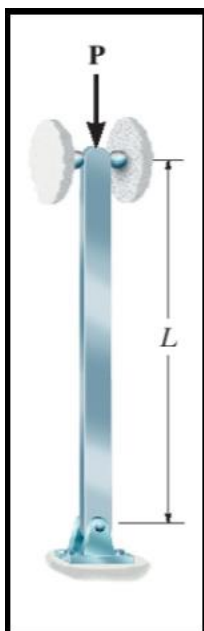
$$P_{cr} = \frac{kL}{4} \quad \text{equilíbrio neutro}$$

Nessa situação é onde tem-se a carga crítica (P_{cr}) que será independente do deslocamento θ . Nesse ponto qualquer pequena perturbação não fará com que a barra se afaste mais do equilíbrio, nem que retorne a sua posição inicial, em vez disso a barra se manterá na posição defletida.

2.4 Determinação da carga crítica (P_{cr})

Um dos pioneiros no estudo da flambagem, em barras submetidas a um carregamento concêntrico de compressão foi o matemático suíço *Leonard Euler* (1704 – 1783). O modelo de Euler parte das seguintes hipóteses: que a coluna é ideal e apoiada por pinos (Figura 3); essa coluna é considerada perfeitamente reta, homogênea e que a carga de compressão (P) é aplicada no centro de gravidade (CG) da seção transversal, se comporta de forma elástico linear e que a flambagem sempre ocorrerá em torno do menor momento de inércia (QUEIROZ, 2020).

Figura 3 – Coluna ideal apoiada por pinos



Fonte: (HIBBELLER,2018)

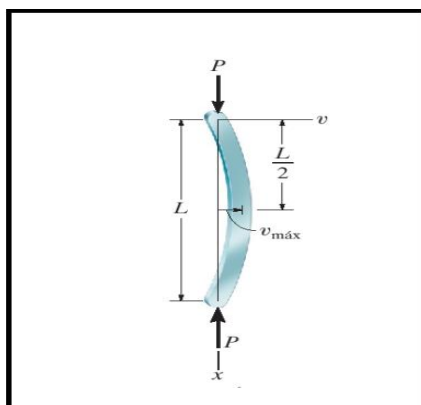
Para determinar a carga crítica, de Euler partiu do princípio da equação da linha elástica, que relaciona o momento interno da coluna com a sua forma defletida.

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M \quad (1)$$

O produto EI , (módulo de elasticidade vezes momento de inércia) é a rigidez à flexão da coluna, (esse produto é considerado constante), M é o momento interno da barra.

Ao seccionar-se a barra da Figura 3, na altura de $L/2$ e analisando a barra de baixo pra cima (Figura 4), tem-se um momento interno positivo no sentido anti-horário.

Figura 4 - Coluna defletida



Fonte: (HIBBLER, 2018)

Utilizando as equações de equilíbrio pra fazer o somatório de momento na extremidade inferior, tem-se que o momento interno M será dado por:

$$M = -P \cdot v \quad (2)$$

Substituindo a Equação (2) na Equação (1), tem-se o seguinte caso:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI} \right) v = 0 \quad (3)$$

A Equação 3 trata-se de uma equação diferencial de segunda ordem com coeficientes constantes. Usando os métodos convencionais para resoluções de equações diferenciais tem-se a seguinte solução geral para equação:

$$v = C_1 \sin \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) + C_2 \cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) \quad (4)$$

Para determinar as constantes de integração, utiliza-se das condições de contorno das duas extremidades coluna, que são elas:

- $v = 0$ quando $x = 0$;
- $v = 0$ quando $x = L$;

Aplicando a primeira condição de contorno na equação 4 conclui-se que $C_2 = 0$, quando é aplicado a segunda condição de contorno na equação, tem-se o seguinte caso:

$$C_1 \sin \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L \right) = 0 \quad (5)$$

A equação 5 é satisfeita se $C_1 = 0$, entretendo isso assumiria que a coluna não sofreria deslocamento lateral, ou seja, independente da carga de compressão aplicada a coluna não iria sofrer flambagem. Outra possível solução é:

$$\sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L\right) = 0 \quad (6)$$

Para que a condição da equação 6 seja satisfeita é necessário que:

$$\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L\right) = n\pi \quad (7)$$

Onde n é um número inteiro, $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

A Equação 7 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} \quad (8)$$

A menor carga P será obtida quando $n = 1$, logo a formula da carga critica será:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (9)$$

A Equação 9 é conhecida na literatura como a Carga Crítica de Euler. Esta é a equação de flambagem para uma coluna delgada longa apoiada por pinos.

Onde:

P_{cr} = carga crítica que a coluna suporta antes de sofrer flambagem;

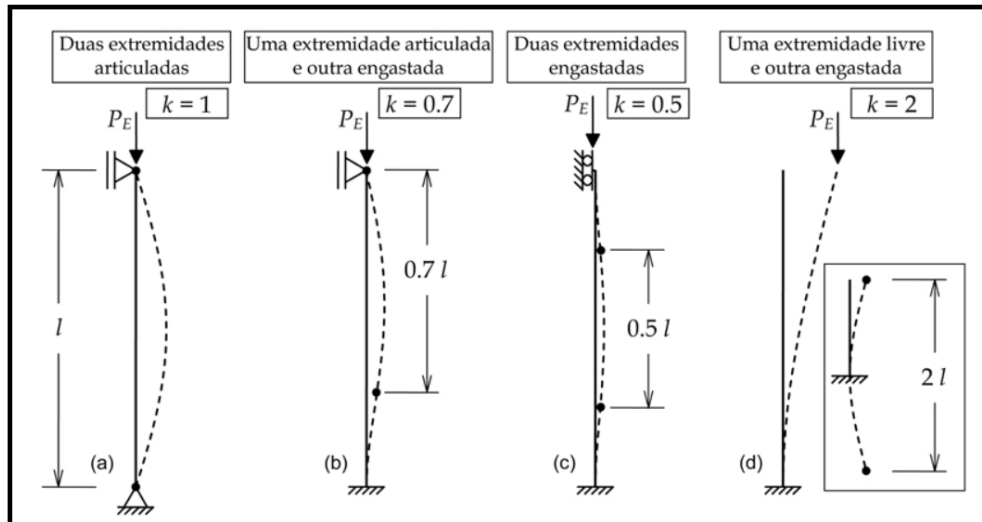
E = módulo de elasticidade do material;

I = menor momento de inércia da seção transversal;

L = comprimento da coluna apoiada por pinos nas duas extremidades;

A partir da Equação 9, é possível verificar que a carga de crítica está diretamente relacionada as propriedades físicas e geométricas do material. Entretanto é importante salientar que a Equação 9 foi desenvolvida para uma coluna apoiada por pino em ambas extremidades. Em colunas com diferentes tipos de apoios (Figura 5) deve-se ser levado em consideração o fator do comprimento efetivo.

Figura 5 - Colunas para diferentes tipos de apoios. (a) Apoiada por pinos. (b) Engastada numa extremidade e com pino em outra. (c) Engastada e (d) Engastada e livre na outra extremidade.



Fonte: (MARTHA, 2020)

O comprimento efetivo L_e é a distância sem apoios dos pontos da coluna que possui momento nulo, conforme podemos observar na Figura 5, o comprimento efetivo está relacionado ao tipo de apoio barra, cada apoio possui um coeficiente adimensional K denominado fator de comprimento efetivo, definido por:

$$L_e = KL \quad (10)$$

Logo a Equação 9 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(L_e)^2} \quad (11)$$

Ou ainda:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (12)$$

Desde que as propriedades mecânicas e geométricas da coluna sejam conhecidas, a Equação 12 pode ser utilizada de forma genérica para determinar o valor da carga crítica para os diferentes tipos de apoios que a coluna pode ser submetida.

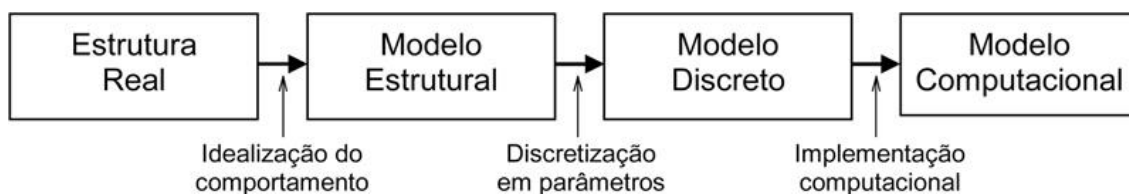
2.5 Análise de estruturas

Quando se projeta uma estrutura é necessário levar em consideração certas incertezas em relação aos materiais e aos carregamentos. Tais como um possível material heterogêneo, tensões residuais, alterações/modificações na geometria, cargas ocasionadas devido a vibrações ou impacto, e corrosão (HIBBELER, 2010).

Segundo (MARTHA, 2020), análise estrutural é a etapa do projeto, na qual realiza-se a idealização do comportamento da estrutura. Tal comportamento pode ser expressado por diversos parâmetros, como as tensões, deformações e deslocamentos no qual a estrutura pode ser submetida. De modo geral, a análise de estruturas tem como objetivo determinar os esforços internos e externos, e compreender como será o comportamento da estrutura que está sendo projetada.

Atualmente a análise estrutural está dividida em quatro níveis de abstração (Figura 6). O primeiro nível se refere a representação da estrutura real na qual pretende-se fazer a análise; o segundo nível é modelo estrutural, esse é o modelo analítico utilizado para representar matematicamente a estrutura em análise.

Figura 6 - Níveis de abstração



Fonte: (MARTHA, 2020)

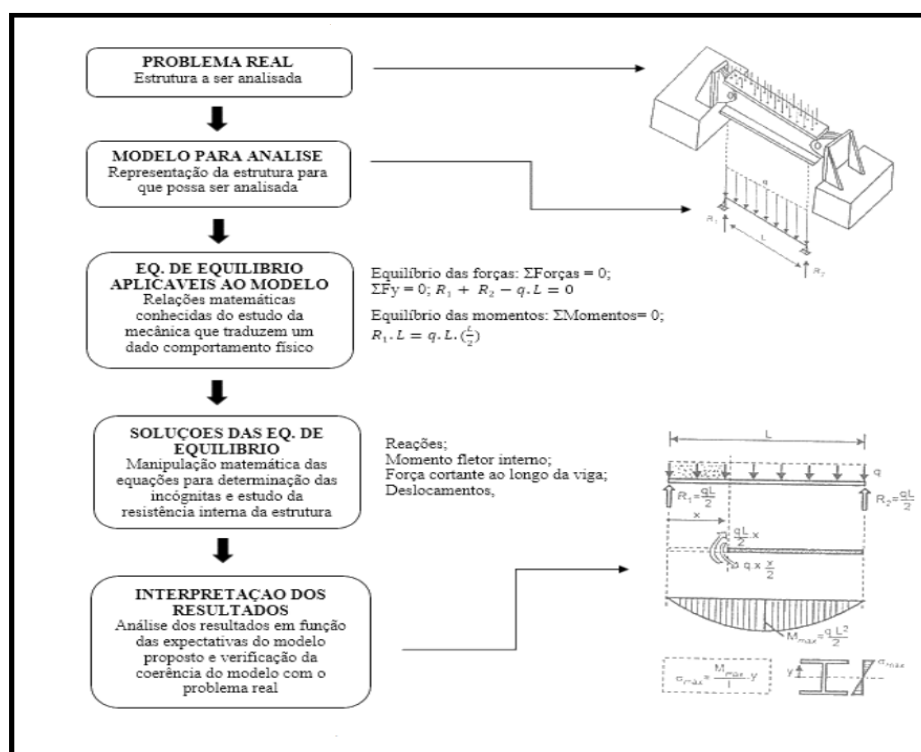
O terceiro nível é o modelo discreto. Segundo (SAMPAIO, 2017) nesse nível de abstração o comportamento analítico do modelo estrutural é substituído por um comportamento discreto, onde as soluções analíticas contínuas são representadas pelos valores discretos dos parâmetros adotados. O processo de mudança do modelo matemático para o modelo discreto é chamado de discretização.

Nesse trabalho só utilizaremos os estudos analíticos e numéricos, portanto não serão abordadas as teorias que envolvem estudos experimentais.

2.5.1 Estudos analíticos

O estudo analítico é uma das etapas mais importante da análise estrutural. Trata-se da idealização de um modelo matemático baseado em uma situação real, como pode ser visto no esquema apresentado na Figura 7.

Figura 7: Passos principais na análise de uma estrutura.



Fonte: (MONTEIRO, 2017)

Conforme ilustrado na Figura 7, partindo do modelo real da estrutura é feito a idealização do comportamento da estrutura, obtendo assim um modelo para análise. Para resolução de tais modelos faz-se o uso de teorias físicas e matemáticas, a partir desse princípio é possível utilizar as equações de equilíbrio para determinar as reações externas do elemento em análise.

(MARTHA, 2020) reitera que na concepção do modelo estrutural realiza-se uma idealização de como se dará o comportamento da estrutura real. Para tal idealização é feita uma série de hipóteses simplificadoras. Estas são baseadas em teorias físicas e

estudos experimentais, essas hipóteses podem ser em relação a geometria, condições de contorno, comportamento dos materiais e sobre o tipo de carregamento que no qual a estrutura será submetida.

2.5.2 Estudos numéricos

Um estudo experimental nem sempre é uma opção viável tratando-se da análise de estruturas e algumas vezes fazer estudo analítico pode ser bastante complexo em determinados casos. Sendo assim a modelagem numérica é uma solução para muitas situações. Esta análise trata-se de uma simulação computacional do comportamento de uma estrutura, sendo baseada no método dos elementos finitos (MEF).

O MEF trata-se de um método aproximado de cálculos de sistemas contínuos, nesse método a estrutura é dividida em um número satisfatório de elementos, que se conectam por meio dos pontos discretos, que são denominados de nós. A montagem do elemento constituinte do modelo matemático tem seu comportamento representado por um número finito de parâmetros, os quais na análise de estruturas são deslocamentos nodais (FILHO, 2018).

2.5.3 Modelagem numérica via softwares computacionais

Segundo (MARTHA, 2020), os computadores vêm sendo utilizados na análise de estruturas desde de 1960. Entretanto, nessa época, o uso de computadores para esses fins estava delimitados somente as universidades. Somente entre os anos de 1980 e 1990, após a criação de programas gráficos interativos, a análise de estruturas veio a ganhar popularidade.

Na atualidade há uma grande busca na obtenção de resultados da análise de estruturas de forma rápida, segura, eficaz e econômica. Sendo assim, o mercado disponibiliza de inúmeros softwares exclusivos para modelagem numérica, esses são softwares com interfaces gráficas 3D, que fazem uso do MEF para solução do modelo matemático.

2.5.4 Pesquisas para determinação da carga crítica via modelagem numérica

Foi realizada a leitura de diversos trabalhos que utilizavam a modelagem numérica de estruturas, com ênfase principal na modelagem numérica de colunas. Esses trabalhos serviram como base para conhecimento acerca de temas como a modelagem numérica, a análise de colunas por meio método dos elementos finitos. Essa leitura foi de suma importância para o desenvolvimento do método numérico utilizado nesse trabalho para a modelagem numérica.

2.5.4.1 Morales (2017)

A autora desenvolveu um trabalho que teve por finalidade a determinação da carga crítica de painéis estruturais reforçados com conectores longitudinais e afirmou que os painéis que possuem conectores longitudinais são em sua maioria estruturas de aço, dado ao fato que são estruturas de fácil fabricação e possuem uma vasta aplicação, desde a construção de edificações a indústria automobilística até a indústria aeronáutica.

Segundo a autora painéis estruturais reforçados com conectores longitudinais, são pré-moldados em fábricas, o que os tornam uma alternativa para a construção, já que sua produção se dar de forma rápida, é possível ter um melhor controle de qualidade, produzem uma quantidade menor de resíduos e tem um menor tempo de construção.

Os modelos utilizados na pesquisa se tratavam de duas chapas com espessuras de 6mm, comprimento de 3000mm e 1000mm de largura, dois e três conectores lisos com espessura de 2mm, comprimento de 3000mm, e altura de 120mm. Para determinar o valor da carga crítica foi realizado um cálculo analítico, e desenvolveu dois modelos numéricos, sendo um no SAP2000 e o outro modelo que foi criado por KZAM(2016).

Para a modelagem numérica no modelo de (KZAN, 2016), a autora considerou uma placa delgada sob compressão uniforme e simplesmente apoiada em suas duas extremidades, para gerar uma instabilidade local na placa ela liberou os apoios na direção em que a força estava aplicada, e restringiu nos demais eixos. Já no modelo desenvolvido no SAP2000, as tensões aplicadas nas bordas das placas foram transformadas para cargas pontuais em cada nó do elemento.

Por fim os valores obtidos pelos três métodos apresentaram erros relativamente baixos, o erro entre o analítico – SAP2000 teve uma variação entre 0,05% à 1,53%, já entre o modelo de (KZAM, 2016) – SAP2000 apresentou uma variação de 0,15% à 1,33%.

2.5.4.2 Monteiro (2017)

A autora realizou um trabalho para analisar a capacidade resistente de painéis *light steel frame* (LSF) com foco na modelagem numérica. Seu trabalho teve como principal objetivo avaliar o desempenho estrutural de painéis LSF, para isso foi desenvolvido uma modelagem numérica no software SAP2000®. Com o objetivo de validar o modelo numérico desenvolvido, a autora comparou os resultados obtidos com outros resultados analíticos e experimentais.

Segundo a autora, o sistema LSF tem sua estrutura formada por perfis de aço formado a frio, sendo essas treliças, vigas secundarias e de piso. Ela ressalta que o objetivo principal é dividir as cargas da edificação, transformando em vários elementos estruturais, onde cada um desses elementos vai distribuir as cargas uniformemente para fundação.

Um modelos numérico em uma plataforma computacional, é constituído em três etapas devem ser seguidas para solucionar o problema, sendo elas o Pré -Processamento; nessa fase e feita a escolha dos elementos finitos que serão utilizado, definição das propriedades mecânicas dos matérias, delimitação das condições de contorno e a criação da geometria, a próxima fase é o processamento, onde o mesmo é feito de forma estático linear e por fim o Pós-processamento, onde é obtido os resultados e feita a comparação com os resultados analíticos e experimentais.

Para a criação do modelo no SAP2000® os montantes foram criados a partir do elemento *Frame*, que é disponibilizado na biblioteca do próprio software, nesse tipo de geometria é considera deformações axiais, de flexão, de torção e de cisalhamento no cálculo dos deslocamentos e pode ser utilizada para modelar barras de estruturas planas ou espaciais.

Quando esses montantes tiveram sua flambagem analisada pela autora, foi-se obtido um erro de 0,25%, nos valores da carga critica apresentada pelo SAP2000® em relação a obtida de forma analítica, que por sua vez foi calculada utilizando a fórmula de Euler.

2.5.4.3 Gomes (2019)

Nesse trabalho foi analisada a influência da temperatura na carga crítica de flambagem fazendo uso do método dos elementos finitos, para fazer essa análise o autor utilizou o software Ansys®.

O autor ressaltou que a deflexão lateral ocorre em elementos esbeltos que estão, e também que a carga máxima de compressão que tal elemento suportará é determinada pela fórmula de Euler. Por vez o módulo de elasticidade foi definido como a máxima tensão que o material pode suportar antes de vim a sofrer uma deformação permanente, o autor também afirma que o módulo de elasticidade pode variar de acordo com a temperatura na qual ele é submetido,

Para esse estudo autor analisou um elemento circular com 32cm de comprimento e diâmetro de 3,2cm. Como material foi utilizado o aço A-36. As condições de contorno foram definidas como engastada na base e livre no topo. Como variável foi utilizado 5 temperaturas distintas, essa variação de temperatura ocasionou em 5 valores diferentes para o modo de elasticidade.

Após análise numérica, foram comparados os resultados numéricos com os resultados obtidos de forma analítica. A variação da carga crítica foi de 1,34% á 2,99%. Como essa variação foi menor que 3%, o autor considerou a malha adotada adequada, e concluiu as expectativas do seu artigo foram compridas pelo software.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

3.1 Caracterização das colunas utilizadas

3.1.1 Condições de apoios

Foram utilizadas duas condições de apoios nesse trabalho: coluna engastada nas duas extremidades (C1) e coluna engastada em uma extremidade e livre na outra (C2). Optou-se por esses tipos de apoios por serem bastante utilizados em desenvolvimento de modelos de projetos.

3.1.2 Tipo de material

Foram construídos modelos analíticos e numéricos utilizando como material o aço estrutural, as propriedades mecânicas desse material podem ser observadas na tabela 1.

Tabela 1: Propriedades mecânicas do material utilizado na pesquisa.

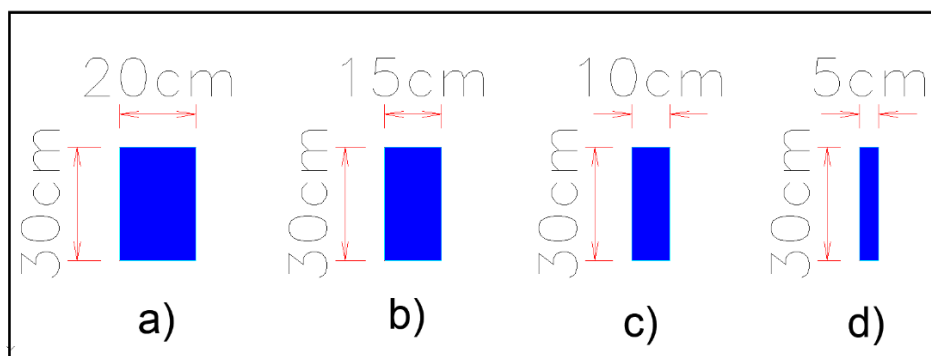
Material	Densidade ρ (kg/m ³)	Coeficiente de Poisson ν	Modulo de elasticidade E(GPa)
Aço A-36	7,85	0,32	200

Fonte: Autoria Própria

3.1.3 Seções transversais

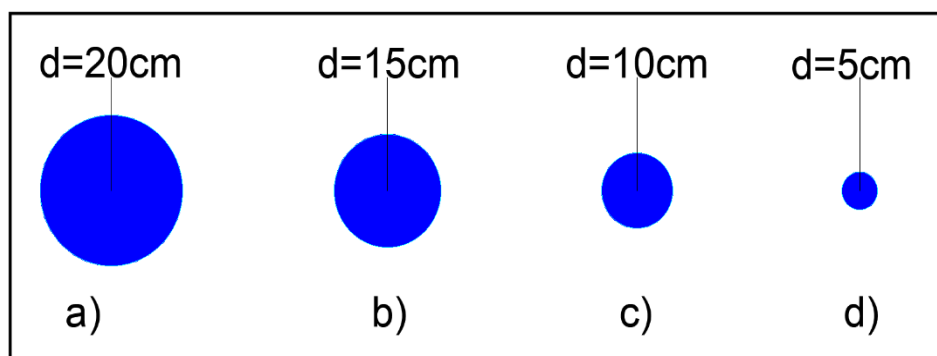
Como objeto de análise nesse trabalho foi utilizado dois modelos de colunas, com seções transversais distintas, uma com seção transversal retangular (SR), outra com seção transversal circular (SC). Os detalhes dessas seções são apresentados nas Figuras 8 e 9.

Figura 8 - Tipos de seções transversais retangulares (SR) utilizadas.



Fonte: Autoria própria

Figura 9 - Tipos de seções transversais circulares (SC) utilizadas.



Fonte: autoria própria

3.1.4 Comprimento (L)

O comprimento L da coluna variou 4,5m a 6,5m, sendo portanto utilizado cinco comprimentos de colunas.

3.2 Determinação da carga crítica (P_{cr}) – método analítico

A carga crítica P_{cr} nas colunas em estudo, foram determinada de acordo com a equação 12, considerando o carregamento concêntrico.

A Figura 10 mostra parte da planilha elaborada para quantificar o valor da P_{cr} para as seções transversais retangulares do SR. Na Figura 11 é mostrada parte da planilha para quantificar a P_{cr} para as seções transversais circulares do SR.

Nessas planilhas foram inseridos os valores do módulo de elasticidade E, fator de comprimento efetivo K, e comprimento L, com diferencial que na planilha dinâmica SR

é fornecido os valores de altura H e base B da seção, enquanto na planilha dinâmica SC é fornecido o valor do diâmetro D .

Figura 10 - Parte da planilha para obtenção da carga crítica para SR

$E = 2,00E+11$	
$K = 0,5$	
$I = 2,000000E-04$	
$L = 6,5$	
$A = 6,00E-02$	
$\lambda = 56,3$	
$H = 0,3$	
$B = 0,2$	
	$P_{cr} = 3,7376E+07$

Fonte: Autoria própria

Figura 11- Parte da planilha para obtenção da carga crítica para SC

$E = 2,00E+11$	
$K = 0,5$	
$I = 3,067962E-07$	
$L = 6,5$	
$A = 1,96E-03$	
$\lambda = 260,0$	
$D = 0,05$	
$R = 0,025$	
	$P_{cr} = 5,7334E+04$

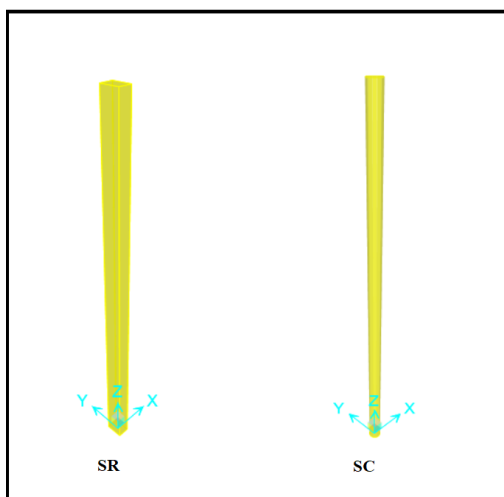
Fonte: Autoria própria

3.3 Determinação da carga crítica (P_{cr}) – método numérico

O modelo numérico foi desenvolvido no software SAP2000 versão 23, o mesmo é um programa para análise estrutural linear e não-linear por meio do método dos elementos finitos. O elemento utilizado na modelagem foi do tipo *Frame*, (Figura 12) que se encontra disponível na própria biblioteca do software.

Foi escolhido elemento tipo *frame* (barra) pois esse elemento permite a simulação da instabilidade por flexão, o elemento barra faz essa simulação com 6 graus de liberdade.

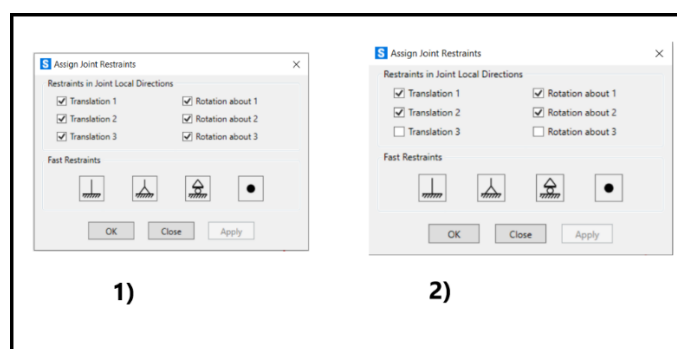
Figura 12 - Elemento frame utilizado na elaboração do modelo numérico



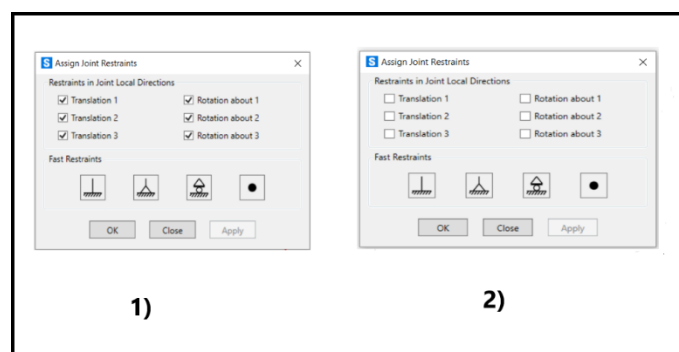
Fonte: Autoria própria

Foi desenvolvido um modelo adaptado de (MONTEIRO, 2017), primeiro é aplicado as restrições movimento para cada condição de contorno, na C1 os movimentos e rotações são bloqueados em todas as direções na base (Figura 13.1), na extremidade superior da base o movimento e rotação são liberados no eixo Z (Figura 13.2). Na C2 barra fica livre na extremidade superior e tem os movimentos e rotações bloqueados na parte inferior.

Figura 13 - C1 SAP2000

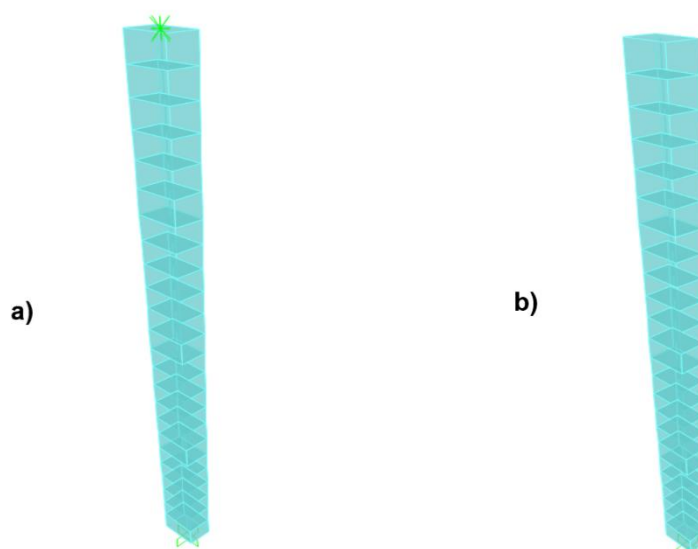


Fonte: Autoria própria

Figura 14 - C2 SAP2000

Fonte: Autoria própria

A malha foi determinada dividindo a barra em quatro partes iguais. Para realizar a análise da flambagem, o software discretiza cada barra em 6 elementos. Sendo assim, cada coluna ficou com 24 elementos Figura 15.

Figura 15 - Elemento frame discretizado

Fonte: Autoria própria

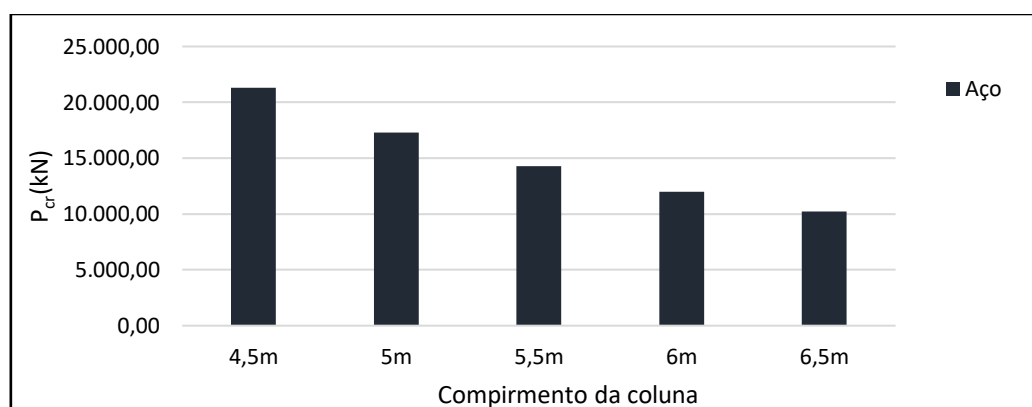
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Resultados analíticos

A seguir serão apresentados os resultados referentes à carga crítica obtida analiticamente. Os valores foram obtidos calculando-se as médias das cargas críticas obtidas analiticamente nesse trabalho. As tabelas geradoras desses gráficos, assim como as tabelas com o valor exato da carga crítica em cada coluna analisada, encontram-se em ANEXOS.

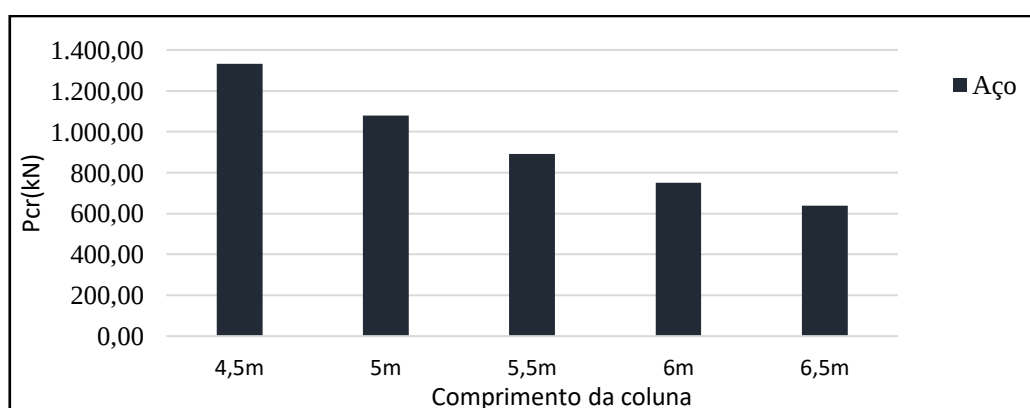
Nos Gráficos 1 e 2 são apresentados os valores P_{cr} para as seções transversais retangulares (SR), com variação dos comprimentos das colunas e para as condições de apoio C1 e C2, respectivamente.

Gráfico 1: Valores médios de P_{cr} para os cinco comprimentos de colunas (Coluna com condição de apoio C1).



Fonte: Autoria própria

Gráfico 2: Valores médios de P_{cr} para os cinco comprimentos de colunas (Coluna com condição de apoio C2).



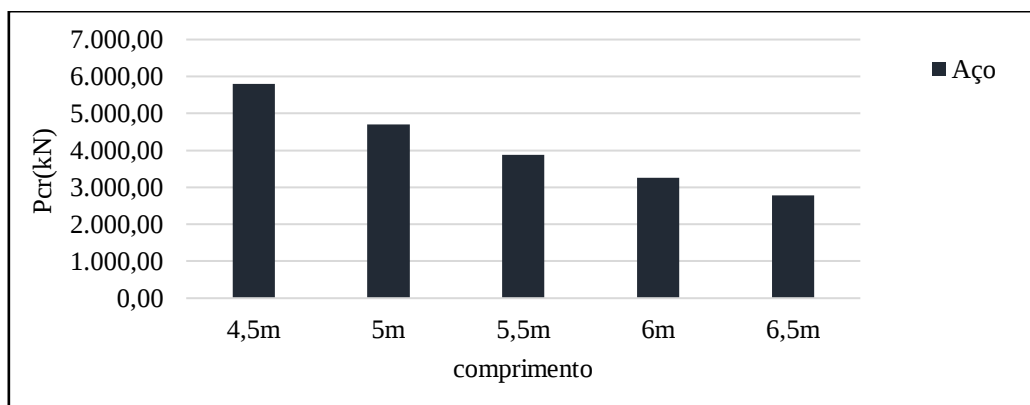
Fonte: Autoria própria

Com base nos valores apresentados nos Gráficos 1 e 2, é possível observar que conforme o comprimento (L) aumenta, independentemente do material que a coluna é confeccionada (Aço ou Madeira), o valor da carga crítica (P_{cr}) vai gradativamente tornando-se menor. Sendo assim é possível concluir que a P_{cr} em uma coluna é inversamente proporcional ao seu comprimento.

No Gráfico 2, é possível notar o mesmo comportamento no valor da carga crítica que foi apresentado no Gráfico 1, quanto maior for o comprimento da coluna menor será valor da carga crítica, porém, no Gráfico 2, vê-se que mesmo com comprimentos iguais, o valor da P_{cr} é consideravelmente menor em comparação aos valores exibidos no Gráfico 1. Esse fato pode ter ocorrido devido a mudança na condição de contorno.

Os Gráficos 3 e 4, também mostram o comportamento da carga crítica em relação a variação do comprimento da coluna, porém agora são apresentados os resultados obtidos para colunas de seções transversais circulares (SC) e condições de contorno C1 e C2, respectivamente.

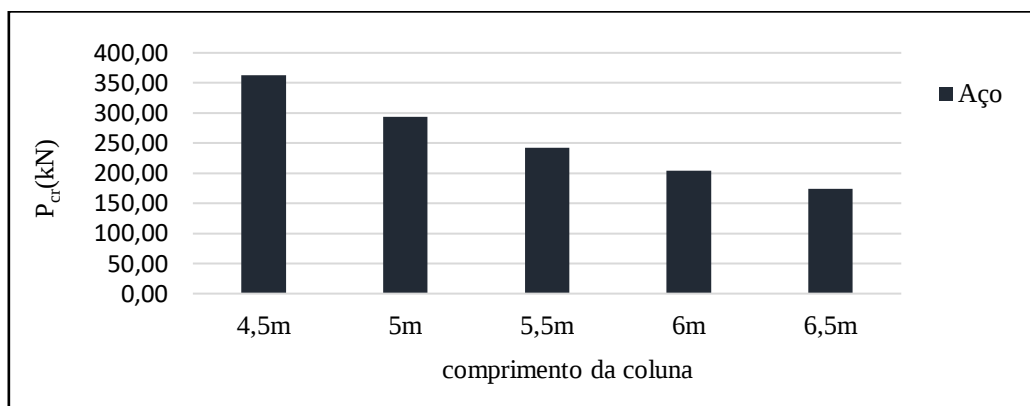
Gráfico 3: Valores médios de P_{cr} para os cinco comprimentos de colunas (Coluna com condição de apoio C1).



Fonte: Autoria própria

De acordo com os dados apresentados no Gráfico 3, observa-se que o tipo de seção transversal é um parâmetro que influencia na carga crítica. Percebe-se que mesmo diante da mesma condição de contorno e comprimento que as colunas apresentadas no Gráfico 1, os valores da carga crítica apresentados no Gráfico 3 são consideravelmente menores, sendo assim é possível afirmar que a carga crítica está relacionada a propriedade geométrica da seção transversal.

Gráfico 4: Valores médios de P_{cr} para os cinco comprimentos de colunas (Coluna com condição de apoio C2).



Fonte: Autoria própria

No Gráfico 4 é possível notar novamente a influência da condição de contorno na carga crítica, sabe-se que cada tipo de condição de contorno possui um fator de comprimento efetivo (k), que é definido de acordo com a quantidade de restrições impostas as extremidades da coluna, então, é possível chegar a conclusão que P_{cr} é inversamente proporcional a k .

4.2 Comparação entre os resultados analíticos e numéricos

Na Tabela 2 é apresentado os valores das cargas críticas obtidas de forma analítica e numérica, para as colunas com seções transversais retangulares e engastada nas duas extremidades (C1).

Tabela 2 - Valores das cargas críticas obtidas de forma analítica e numérica, para colunas com seções transversais retangulares e engastada nas duas extremidades – Aço.

MATERIAL: AÇO A36			
L (m)	ANALITICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO (%)
4,5	77.982,0743	77.266,0730	0,92
5	63.165,4802	62.770,8602	0,62
5,5	52.028,7623	52.000,4066	0,05
6	43.864,9084	43.774,0753	0,21
6,5	37.376,0238	37.351,3260	0,07

Fonte: Autoria própria

O modelo criado para a análise das seções transversais retangulares de 20cm x 30cm e condição de contorno C1, apresentou erros relativos baixos quando comparado aos valores da carga crítica obtidos analiticamente.

Na Tabela 3 é apresentado os valores das cargas críticas obtidas de forma analítica e numérica, para colunas com seções transversais retangulares e engastada e livre (C2).

Tabela 3 - Valores das cargas críticas obtidas de forma analítica e numérica, para colunas com seções transversais retangulares e engastada e livre – Aço.

MATERIAL: AÇO A36			
L(m)	ANALITICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO (%)
4,5	4.873,8796	4.867,9479	0,12
5	3.947,8425	3.942,9742	0,12
5,5	3.262,6797	3.260,0550	0,08
6	2.741,5573	2.739,7185	0,07
6,5	2.336,0014	2.334,6775	0,06

Fonte: Autoria própria

Os erros relativos encontrados na comparação da segunda condição de contorno também foram baixos, sendo assim o modelo criado no SAP2000 para determinação da carga crítica em colunas com seções retangulares e impostos a C1 e C2, foi bem sucedido.

Nas Tabelas 4 é apresentado os valores das cargas críticas, obtidos para as seções transversais circulares (SC), para a condição de apoio (C1).

Tabela 4 - Valores das cargas críticas obtidas de forma analítica e numérica, para colunas com seções transversais circulares e engastada nas duas extremidades – Aço.

MATERIAL AÇO A36			
L (m)	ANALITICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO (%)
4,5	30.623,3489	30.491,7831	0,43
5	24.805,0261	24.753,6565	0,21
5,5	20.500,0216	20.491,4912	0,04
6	17.225,7126	17.140,2742	0,50
6,5	14.677,5302	14.704,3717	0,18

Fonte: Autoria própria

Para as seções circulares com diâmetro de 20cm e condição de contorno (C1), foram encontrados erros muito baixos. A Tabela 5 mostra os dados obtidos com comparação para segunda condição de contorno (C2).

Tabela 5 - Valores das cargas críticas obtidas de forma analítica e numérica, para colunas com seções transversais circulares e engastada e livre – Aço.

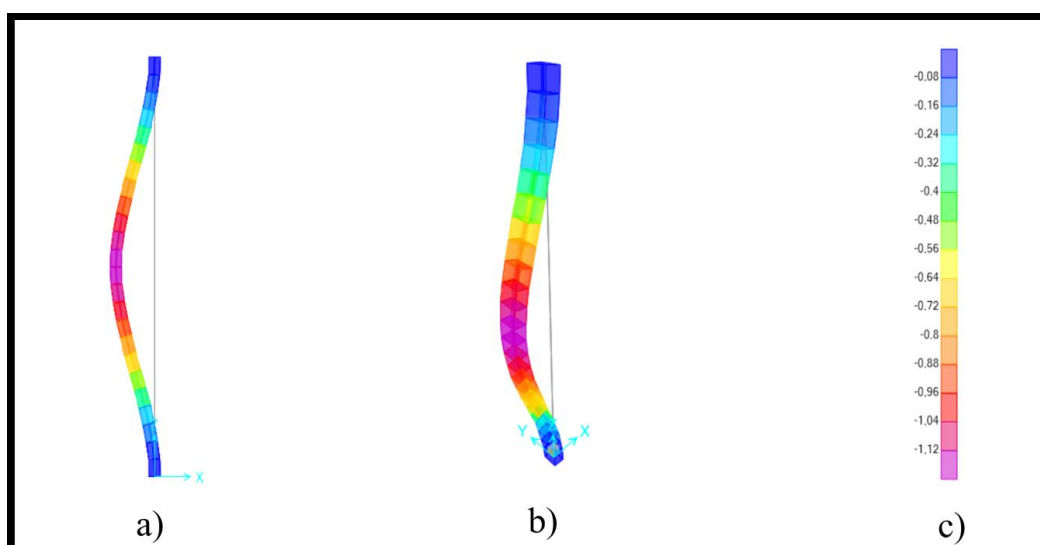
ATERIAL AÇO A36			
L (m)	ANALITICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO (%)
4,5	1.913,9681	1.912,3433	0,08
5	1.550,3141	1.549,2576	0,07
5,5	1.281,2513	1.280,5368	0,06
6	1.076,6070	1.076,1081	0,05
6,5	917,3456	916,9879	0,04

Fonte: Autoria própria

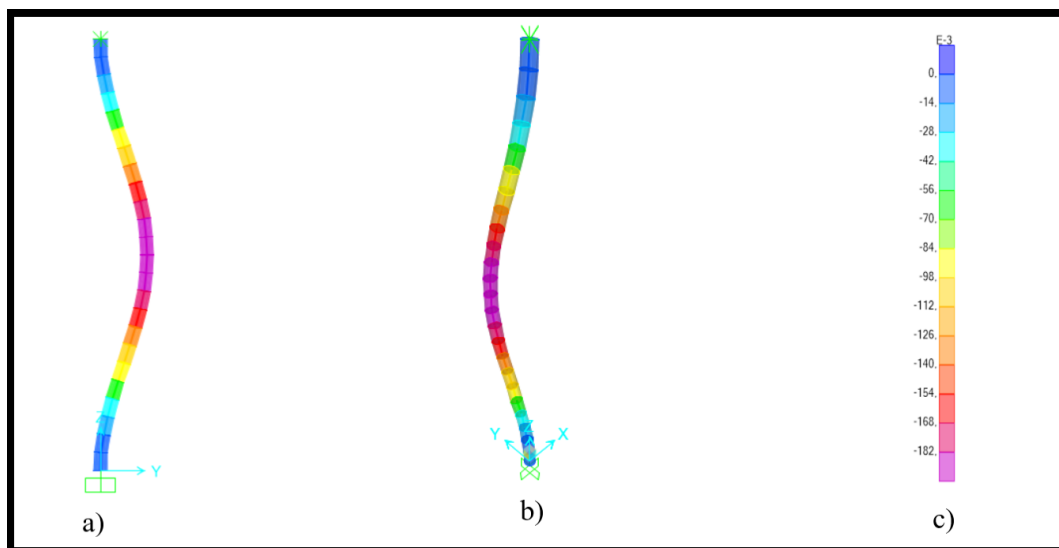
Novamente os erros obtidos na comparação entre os valores da carga critica obtida pelo modelo desenvolvido no SAP2000 e os valores analíticos, foram relativamente pequenos.

As Figuras 15 e 16 mostram o modelo numérico após a análise de uma seção transversal retangular e outra seção transversal circular respectivamente, com condição de contorno engastada nas duas extremidades. Em a) tem-se a deformação lateral (flambagem) da coluna, em b) tem-se a mesma deformação, porém em uma perspectiva 3D, em c) tem-se a escala em mm da deformação, essa escala está detalhada em cores, o que ajuda a entender onde haverá a maior deformação na peça.

Figura 16 - SR - C1 SAP2000

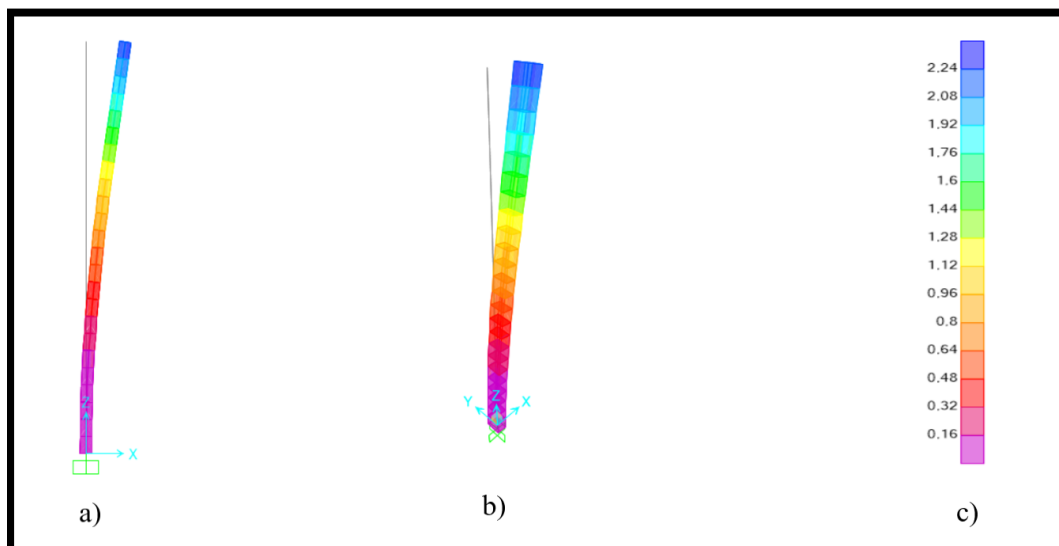


Fonte: Autoria própria

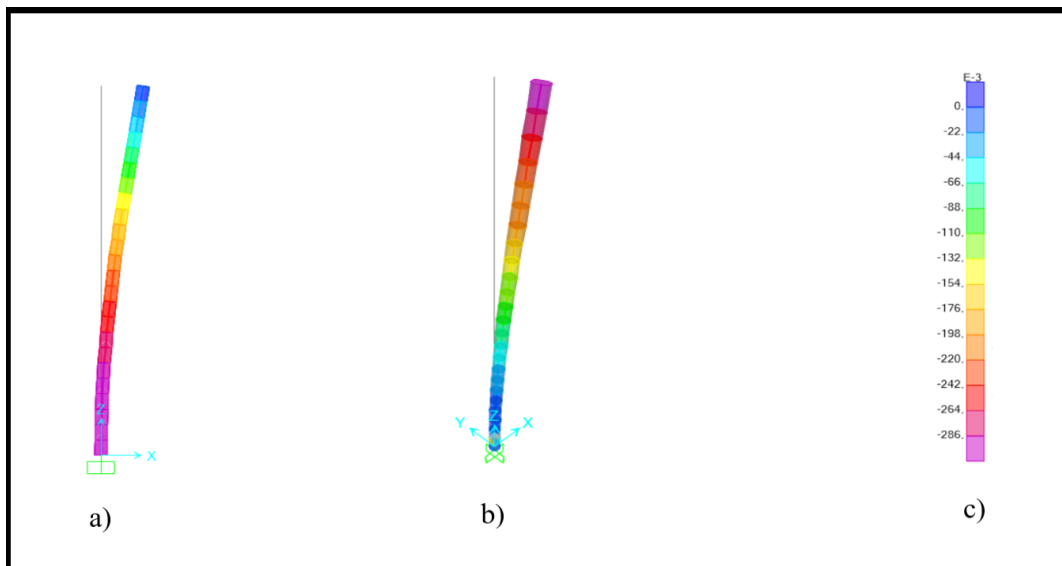
Figura 17 - SC - C1 SAP2000

Fonte: Autoria própria

As Figuras 17 e 18, mostram as deformadas para a segunda condição de contorno, engastado na base e livre na extremidade.

Figura 18 - SR - C2 SAP2000

Fonte: Autoria própria

Figura 19- SC - C2 SAP2000

Fonte: Autoria própria

Pode-se observar que a deformação em cada condição de contorno da coluna foi semelhante ao que se é proposto na literatura, ao se estudar a carga crítica de modo analítico, trabalhamos com comprimento efetivo da barra L_e , onde o mesmo é um produto entre o comprimento real L e um fator de comprimento efetivo K que é determinado de acordo com condição de contorno em análise, já no modelo numérico é fornecido somente o valor do comprimento da coluna, o próprio software faz o cálculo de forma automática de acordo com delimitações impostas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo analítico da carga crítica, nas colunas submetidas a um carregamento concêntrico de compressão indicou, quais parâmetros influenciam de forma direta no valor da carga crítica, foi possível observar o comportamento desse valor para diferentes situações.

Com base nos dados obtidos pode-se concluir que flambagem em colunas está relacionada às suas vinculações, o que quer dizer que quanto mais os movimentos nas extremidades forem restritos mais difícil será de ocorrer flambagem na coluna.

A flambagem também está relacionada as propriedades geométricas da coluna, comprimento e seção transversal, de acordo com o comprimento vai aumentando a carga necessária pra provar flambagem vai diminuindo, enquanto que para seção transversal o valor da carga critica tende a diminuir conforme a área da seção também diminui.

Outro fator que pode ser observado nesse trabalho, e que influencia de forma significativa na facilidade em que barra vai sofrer flambem é a propriedade mecânica do material, mesmo diante, mas mesmas condições de contorno e propriedades geométricas, matérias mais rígidos tendem a resistir mais ao fenômeno da flambagem.

O modelo numérico desenvolvido no SAP2000, apresentou baixa variação nos valores da carga crítica mesmo para condições diversas, quando comparado ao obtidos de forma analítica, o que mostra que os elementos e métodos de análise foram aplicados de forma correta, deixando assim o modelo satisfatório.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS ABNT NBR 6118:2014- Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2008.

FILHO, A. A. **Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE**. 6ª. ed. [S.l.]: Editora Érica, 2013. 321 p.

GERE, J. M.; GOODNO, B. J. **Mecânica dos Materiais**. 3ª. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2017. 515 p.

GOMES, A. C. **análise da influência da temperatura na carga crítica de flambagem com a utilização do método dos elementos finitos**. 2019. 8 f. TCC (Graduação) - Curso de Bacharelado em Ciência e Tecnologia, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2019. Disponível em: <http://repositorio.ufersa.edu.br/handle/prefix/4623>. Acesso em: 22 maio 2021.

HIBBLER, R. C. **Análise das estruturas**. 8ª. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2013. 524 p.

HIBBLER, R. C. **RESISTÊNCIA DOS MATERIAS**. 10ª. ed. São Paulo: Pearson Education Brasil, 2018. 724 p.

MARTHA, L. F. **Análise de estruturas: conceitos e métodos básicos**. 2ª. ed. Rio de Janeiro: GEN | GRUPO EDITORIAL NACIONAL S.A., 2020. 569 p.

MEDEIROS, K. A. D. S. **Introdução básica ao SAP2000**. Anigicos: Universidade Federal Rural do Semi-Árido, 2018. 33 p.

MONTEIRO, A. C. L. **análise da capacidade resistente de painéis light steel frame com foco na modelagem numérica**. 2017. 75 p. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017.

MORALES, M. A. M. **determinação da carga crítica de painéis estruturais reforçados com conectores longitudinais**. 2017. 67 p. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal da Integração Latino-Americana, Foz do Iguaçu, 2017.

QUEIROZ, L N. **análise numérica de perfil formado a frio com presença de furo submetido a compressão centrada**. 2020. 53 p. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Pau dos Ferros, 2020.

SAMPAIO, E. IMPORTÂNCIA DA ANÁLISE ESTRUTURAL. **Linkedin**, 2017. Disponível em: <https://www.linkedin.com/pulse/importancia-da-analise-estrutural-edson-sampaio/>. Acesso em: 14 maio 2021.

UPCARREIRA. A importância dos softwares na engenharia civil. **Upcarreira Educação**, 2020. Disponível em: <https://upcarreira.com/blog/a-importancia-dos-softwares-na-engenharia-civil/>. Acesso em: 22 maio 2021.

ANEXOS

APÊNDICE A

DADOS ANALITICOS

Pcr (kN) para colunas retangulares biengastada

L(m)	Aço SR a)	Aço SR b)	Aço SR c)	Aço SR d)	Madeira: SR a)	Madeira SR b)	Madeira SR c)	Madeira SR d)
4,5 m	77.982,074 3	32.898,687 6	9.747,7592	1.218,4699	5.107,8258	2.154,8640	638,4782	79,8097
5 m	63.165,480 2	26.647,936 9	7.895,6850	986,9606	4.137,3399	1.745,4398	517,1673	64,6459
5,5 m	52.028,762 3	22.023,088 4	6.525,3595	815,6699	3.419,2884	1.442,5122	427,4110	53,4263
6 m	43.864,908 4	18.505,511 8	5.483,1146	685,3893	2.873,1520	1.212,1110	359,1440	44,8930
6,5 m	37.376,0238	15.768,0100	4.672,0030	584,0003	2.448,1295	1.032,8046	306,0162	38,2520

Pcr (kN) para colunas retangulares engastada livre

L(m)	Aço SR a)	Aço SR b)	Aço SR c)	Aço SR d)	Madeira SR a)	Madeira SR b)	Madeira SR c)	Madeira SR d)
4,5 m	4.873,8796	2.056,1679	609,2350	76,1543	319,2391	134,6790	39,9048	4,9881
5 m	3.947,8425	1.665,4960	493,4803	61,6850	258,5836	109,0899	32,3229	4,0403
5,5 m	3.262,6797	1.376,4430	407,8349	50,9793	213,7055	90,1570	26,7132	3,3391
6 m	2.741,5573	1.156,5944	342,9460	42,8368	179,5720	75,7569	22,4465	2,8058
6,5 m	2.336,0014	985,5006	292,0002	36,5000	153,0080	64,5503	19,1260	2,3908

Pcr (kN) para para colunas circulares biengastada

L(m)	Aço SR a)	Aço SR b)	Aço SR c)	Aço SR d)	Madeira SR a)	Madeira SR b)	Madeira SR c)	Madeira SR d)
4,5 m	30.623,3489	9.684,4633	1.913,9681	119,6230	2.005,8385	634,6598	125,3665	7,8353
5 m	24.805,0261	7.848,4653	1.550,3141	96,8946	1.624,7292	514,0745	101,5456	6,3466
5,5 m	20.500,0216	6.486,3350	1.281,2514	80,0782	1.342,7514	424,8549	83,9222	5,2451
6 m	17.225,7126	5.450,3231	1.076,6070	67,2879	1.128,2842	356,9962	70,5178	4,4074
6,5 m	14.677,5302	4.644,0623	917,3464	57,3341	961,3782	304,1861	60,0861	3,7554

Pcr (kN) para para colunas circulares biengastada

L(m)	Aço A-36 M1 a)	Aço A-36 M1 b)	Aço A-36 M1 c)	Aço A-36 M1 d)	Madeira M1 a)	Madeira M1 b)	Madeira M1 c)	Madeira M1 d)
4,5 m	1.913,9681	605,5915	119,6230	7,4764	125,3649	39,6662	7,8353	0,4897
5 m	1.550,3141	490,5291	96,8946	6,0559	101,5456	32,1297	6,3466	0,3966
5,5 m	1.281,2513	405,3959	80,0782	5,0049	83,9220	26,5534	5,2451	0,3278
6 m	1.076,6070	340,6452	67,2879	4,2055	70,5178	22,3123	4,4074	0,2755
6,5 m	917,3456	290,2589	57,3341	3,5834	60,0861	19,0116	3,7554	0,2347

APÊNDICE B**TABELAS BASE PARA OS GRAFICOS DA SEÇÃO 4.1**

Para G1

	4,5M	5M	5,5M	6M	6,5M
AÇO	21.323,2234	17.271,8110	14.274,2240	11.994,3132	10.220,0065
MADEIRA	1.396,6711	1.131,3036	934,9616	785,6275	669,4104

Para G2

	4,5M	5M	5,5M	6M	6,5M
AÇO	1.332,7015	1.079,4882	892,1390	749,7702	638,7504
MADEIRA	87,2919	70,7064	58,4351	49,1017	41,8382

Para G3

	4,5M	5M	5,5M	6M	6,5M
AÇO	5.799,2157	4.699,3897	3.883,7932	3.263,4651	2.780,7044
MADEIRA	380,0132	307,8100	254,3886	213,7570	182,1361

Para G4

	4,5M	5M	5,5M	6M	6,5M
AÇO	362,6072	293,7119	242,7371	203,9666	173,7965
MADEIRA	23,7508	19,2381	15,8993	13,3598	11,3835

APÊNDICE C

COLUNA DE AÇO ENGASTADO – ENGASTADO

CARGA CRÍTICA PARA SEÇÃO 20CM X 30CM			
L (M)	ANALÍTICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO (%)
4,5	77.982,0743	77.266,0730	0,92
5	63.165,4802	62.770,8602	0,62
5,5	52.028,7623	52.000,4066	0,05
6	43.864,9084	43.774,0753	0,21
6,5	37.376,0238	37.351,3260	0,07
CARGA CRÍTICA PARA SEÇÃO 15CM X 30CM			
L (M)	ANALÍTICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO (%)
4,5	32.898,6876	32.830,5565	0,21
5	26.647,9369	26.641,0329	0,03
5,5	22.023,0884	22.046,9778	0,11
6	18.505,5118	18.544,5343	0,21
6,5	15.768,0100	15.813,8427	0,29
CARGA CRÍTICA PARA SEÇÃO 10CM X 30CM			
L (M)	ANALÍTICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO (%)
4,5	9.747,7592	9.779,3532	0,32
5	7.895,6850	7.927,6814	0,41
5,5	6.525,3595	6.555,7234	0,47
6	5.483,1146	5.511,1368	0,51
6,5	4.672,0030	4.697,5440	0,55
CARGA CRÍTICA PARA SEÇÃO 5CM X 30CM			
L (M)	ANALÍTICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO (%)
4,5	1.218,4699	1.226,3281	0,64
5	986,9606	993,5268	0,67
5,5	815,6699	821,2195	0,68
6	685,3893	690,1311	0,69
6,5	584,0003	588,0928	0,70

APÊNDICE D

COLUNA DE MADEIRA ENGASTADO - ENGATDO

CARGA CRÍTICA (PCR) PARA SEÇÃO 20CM X 30CM

L(M)	ANALITICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO(%)
4,5	5.107,8258	5.061,5757	0,91
5	4.137,3399	4.112,7727	0,59
5,5	3.419,2884	3.406,9050	0,36
6	2.873,1520	2.867,8240	0,19
6,5	2.448,1295	2.446,9645	0,05

CARGA CRÍTICA (PCR) PARA SEÇÃO 15CM X 30CM

L (M)	ANALITICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO(%)
4,5	2.154,8640	2.150,8679	0,19
5	1.745,4398	1.745,2945	0,01
5,5	1.442,5122	1.444,2870	0,12
6	1.212,1110	1.214,8155	0,22
6,5	1.032,8046	1.035,9146	0,30

CARGA CRÍTICA (PCR) PARA SEÇÃO 10CM X 30CM

L (M)	ANALITICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO(%)
4,5	638,4782	640,6095	0,33
5	517,1673	519,3038	0,41
5,5	427,4110	429,4277	0,47
6	359,1440	360,9991	0,52
6,5	306,0162	307,7034	0,55

CARGA CRÍTICA (PCR) PARA SEÇÃO 10CM X 30CM

L (M)	ANALITICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO(%)
4,5	79,8097	80,3264	0,65
5	64,6459	65,0773	0,67
5,5	53,4263	53,7907	0,68
6	44,8930	45,2040	0,69
6,5	38,2520	38,5205	0,70

APÊNDICE E

PARA COLUNA DE AÇO EGATADO – LIVRE

CARGA CRÍTICA (PCR) PARA SEÇÃO 20CM X 30CM			
L(M)	ANALITICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO (%)
4,5	4.873,8796	4.867,9479	0,12
5	3.947,8425	3.942,9742	0,12
5,5	3.262,6797	3.260,0550	0,08
6	2.741,5573	2.739,7185	0,07
6,5	2.336,0014	2.334,6775	0,06
CARGA CRÍTICA (PCR) PARA SEÇÃO 15CM X 30CM			
L (M)	ANALITICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO(%)
4,5	2.056,1679	2.054,7889	0,07
5	1.665,4960	1.664,6014	0,05
5,5	1.376,4430	1.375,8396	0,04
6	1.156,5944	1.156,1744	0,04
6,5	985,5006	985,2004	0,03
CARGA CRÍTICA (PCR) PARA SEÇÃO 10CM X 30CM			
L (M)	ANALITICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO(%)
4,5	609,2350	609,0643	0,03
5	493,4803	493,3713	0,02
5,5	407,8349	407,7629	0,02
6	342,9460	342,6446	0,09
6,5	292,0002	291,9660	0,01
CARGA CRÍTICA (PCR) PARA SEÇÃO 5CM X 30CM			
L (M)	ANALITICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO(%)
4,5	76,1543	76,1509	0,0045
5	61,6850	61,6813	0,0059
5,5	50,9793	50,9784	0,0018
6	42,8368	42,8363	0,0011
6,5	36,5000	36,4998	0,0004

APÊNDICE F

PARA COLUNA DE MADEIRA ENGASTADA - LIVRE

CARGA CRÍTICA (PCR) PARA SEÇÃO 20CM X 30CM			
L(M)	ANALÍTICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO(%)
4,5	319,2391	318,8536	0,12
5	258,5836	258,3323	0,10
5,5	213,7055	213,5350	0,08
6	179,5720	179,4525	0,07
6,5	153,0080	152,9220	0,06
CARGA CRÍTICA (PCR) PARA SEÇÃO 15CM X 30CM			
L (M)	ANALÍTICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO(%)
4,5	134,6790	134,5894	0,07
5	109,0899	109,0318	0,05
5,5	90,1570	90,1178	0,04
6	75,7569	75,7296	0,04
6,5	64,5503	64,5308	0,03
CARGA CRÍTICA (PCR) PARA SEÇÃO 10CM X 30CM			
L (M)	ANALÍTICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO(%)
4,5	39,9048	39,8938	0,03
5	32,3229	32,3159	0,02
5,5	26,7132	26,7085	0,02
6	22,4465	22,4433	0,01
6,5	19,1260	19,1238	0,01
CARGA CRÍTICA (PCR) PARA SEÇÃO 5CM X 30CM			
L (M)	ANALÍTICO (KN)	SAP2000 (KN)	ERRO RELATIVO(%)
4,5	4,9881	4,9878	0,01
5	4,0403	4,0402	0,00
5,5	3,3391	3,3390	0,00
6	2,8058	2,8057	0,00
6,5	2,3908	2,3907	0,00