

ANÁLISE DO AMORTECIMENTO DA TENSÃO EM UM CIRCUITO RLC POR MEIO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE SEGUNDA ORDEM

Wivissom Fayvre Fernandes Andrade ¹, Ivan Mezzomo (Orientador)

Resumo: As Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) são muito utilizadas na modelagem matemática para solucionar os mais variados problemas físicos, como por exemplo, no estudo de modelos vibratórios, tais como o movimento harmônico simples, movimento amortecido, movimento forçado e os que envolvem as oscilações em circuitos elétricos. Nesse trabalho, estudaremos as aplicações de equações diferenciais de segunda ordem e sua resolução geral em problemas de amortecimento envolvendo circuito RLC. A partir dos resultados calculados e as equações encontradas podemos fazer análises sobre esse circuito, como o comportamento da onda em relação ao amortecimento em cada configuração de circuito, tanto por meio de simulações em softwares quanto por meio de experimentos práticos em laboratório.

Palavras-chave: Equações Diferenciais Ordinárias. Circuito RLC. Oscilação. Análise matemática.

1. CIRCUITOS RLC

Um circuito RLC (também conhecido como circuito ressonante ou circuito aceitador) consiste de um resistor (R), um indutor (L), e um capacitor (C), conectados em série ou em paralelo, matematicamente chamado de circuito de segunda ordem, visto que o comportamento da tensão ou corrente nele podem ser descritas por uma equação diferencial de segunda ordem. Esses circuitos são largamente empregados no ramo das telecomunicações.

Segundo [1], resistência é uma oposição do fluxo da corrente através de um circuito elétrico. O componente utilizado para causar essa resistência é chamado de resistor. Em outras palavras, resistor é um dispositivo utilizado para controlar a corrente em um circuito por oferecer resistência na passagem da corrente elétrica. Além disso, ele converte energia elétrica em térmica, processo chamado de efeito Joule, a resistência elétrica é representada pela letra (R) e sua unidade de medida é o ohm (Ω).

O indutor por sua vez é o elemento do circuito que armazena energia em um campo magnético. Com a corrente variando no tempo, a energia é geralmente armazenada durante algumas partes do ciclo e devolvida para fonte durante outras, sendo sua unidade de medida o Henry (H). Quando o indutor é removido da fonte nenhuma energia é armazenada [2].

O capacitor, assim como o resistor, é um dispositivo de dois terminais, onde toda potência fornecida a um resistor é dissipada na forma de calor. Um capacitor ideal armazena a energia que lhe é fornecida de uma forma que ela possa ser retornada ao sistema. Quando ocorre uma mudança na tensão ou na corrente do circuito esse dispositivo exibe suas verdadeiras características de armazenamento de carga, e sua unidade de medida é o Farad (F) [1].

1.1. Funcionamento de um circuito RLC

Iremos inicialmente considerar um circuito LC, alimentado por uma fonte de alimentação E, como mostrado na Figura 1.

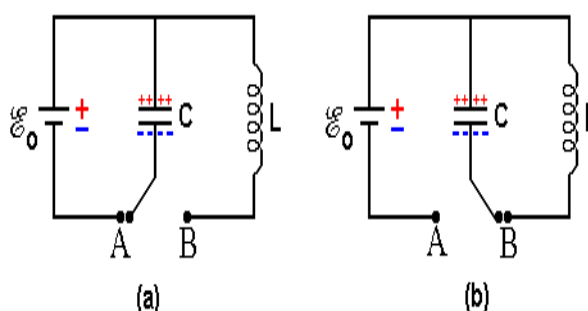


Figura 1. Circuito LC. (ensinoadistancia.pro.br/EaD/Eletromagnetismo/CircuitoLC)

Para que se configure como um circuito RLC, consideraremos que as resistências envolvidas são a princípio apenas as do fio do indutor e a do dielétrico contido no capacitor. Para que haja plena compreensão de seu funcionamento analisaremos esse circuito de modo que a chave alternará entre os estados A e B. Na posição A, o capacitor carrega quase que de forma instantânea com a diferença de potencial (DDP) proveniente da fonte. Tal energia armazenada é denominada de eletrostática. Já na posição B da chave, o capacitor descarrega sobre o indutor, convertendo a energia eletrostática em energia magnética, induzindo uma tensão com a polaridade contrária ao sentido da corrente. Novamente essa tensão é armazenada no capacitor que converte a energia magnética em eletrostática e assim continuamente se repetindo como um ciclo. Esse ciclo é evidenciado na Figura 2.

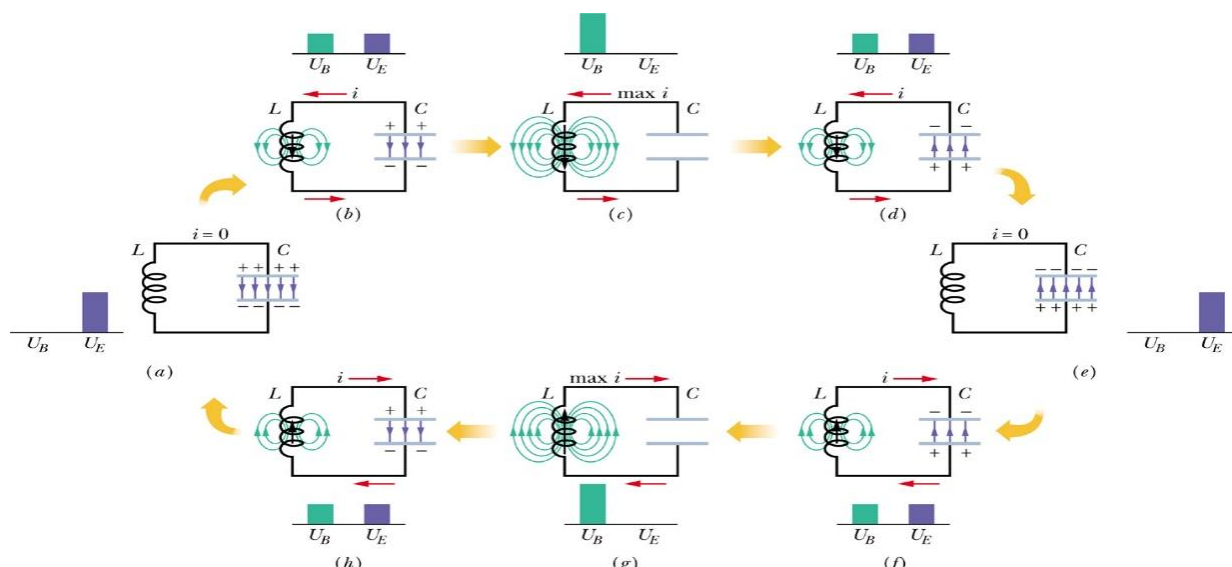


Figura 2. Ciclo de conversão de um circuito. (Pbx-brasil)

O resultado desse ciclo é uma corrente oscilatória cuja frequência está diretamente dependente dos valores adotados para o indutor L e o capacitor C . Porém devido as supostas resistências do fio do indutor e a do dielétrico contido no capacitor consideradas, teremos uma variável dissipativa envolvida que por sua vez ocasionará uma perda de energia, de modo que a oscilação reduzirá a sua amplitude até desaparecer. Essa oscilação pode ser classificada como superamortecida, criticamente amortecida e sub-amortecida. A representação gráfica desses três tipos de amortecimento pode ser visualizada na Figura 3.

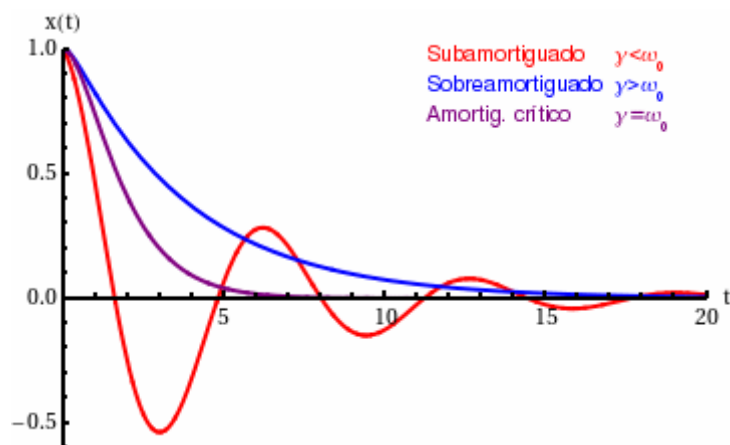


Figura 3. Tipos de amortecimento de um circuito RLC. (Universidade de Sevilla)

Logo a célula LC é basicamente um oscilador com uma frequência natural de oscilação (ω), que sofre influência de um fator de carga (λ). Esses são os dois parâmetros fundamentais dos circuitos RLC e que possibilitam sua manipulação para diversas aplicações do cotidiano.

1.2. Aplicações de um circuito RLC

Os circuitos ressoantes (circuitos RLC) são diretamente empregados em equipamentos de telecomunicações. Tais equipamentos são responsáveis pela frequência de sinais de recepção ou transmissão por separar sinais em

faixas ou bandas através de filtros, pela rejeição de interferências e ruídos que poderão ocasionar uma má captação ou emissão, entre diversas outras funcionalidades.

Dentre essas funções temos os circuitos sintonizados, que é uma combinação de elementos resistivos, indutivos e capacitivos que possuem uma resposta em frequência semelhante. O comportamento da tensão e da corrente em relação à frequência é de uma curva normal, como mostra a Figura 4.

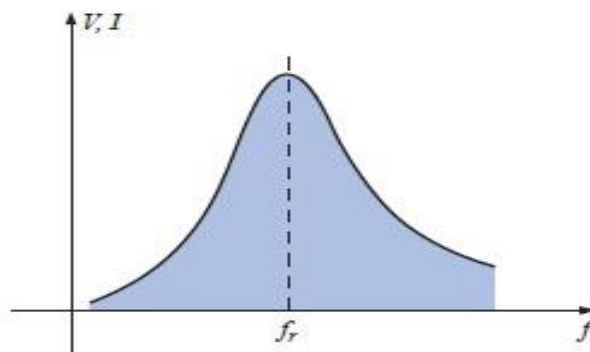


Figura 4. Gráfico de determinação da faixa de frequência de ressonância (UTFPR)

Observa-se no gráfico que a resposta é máxima para a frequência f_r (frequência de ressonância), diminuindo tanto para a direita quanto para a esquerda. Assim, tem-se que para uma determinada faixa de frequência deve ter a resposta com valor igual ou próximo do valor máximo. Já para frequências distantes, sua influência no sistema é consideravelmente menor, ou seja, quando a resposta está próxima do máximo dizemos que o circuito está em estado de ressonância. Essa funcionalidade é muito empregada em receptores de rádio ou TV que possuem uma curva de resposta para cada emissora. Quando o receptor é ajustado (sintonizado) para captar um sinal de uma determinada emissora, logo o mesmo é ajustado para a frequência próxima a f_r , não sofrendo influência das demais frequências.

Outra funcionalidade bastante utilizada são os filtros de sinais que são capazes de permitir a passagem ou o bloqueio de sinais de determinadas frequências. Existem diversas aplicações para esses filtros, vejamos alguns exemplos de aplicações.

Exemplo 1(Filtros de antena): o filtro de “passa-faixas” possibilita a conexão a uma mesma antena vários tipos de receptores tais como: AM, TV e FM. Esse filtro atua fazendo a separação dos sinais de tal modo que o produto final seja apenas a faixa de sinais que se deseja trabalhar. Podemos ver nas figuras abaixo seus circuitos e equipamento encontrado no mercado.

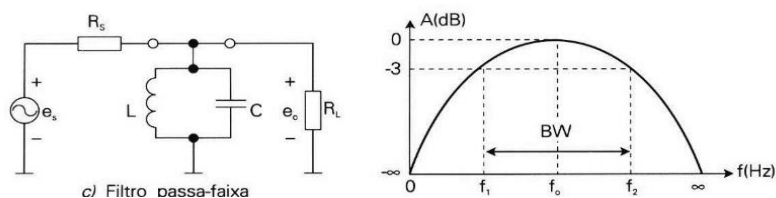


Figura 5. Circuito de filtro passa-faixa. (Newton Braga)

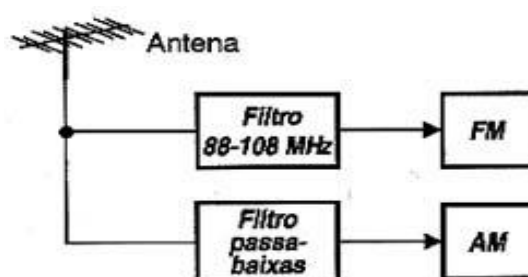


Figura 6. Esquemático de um filtro passa-faixa. (Newton Braga)

Vemos na Figura 5, o circuito do filtro em si, essa configuração nos permite a passagem de sinal de uma determinada faixa intermediária, e o restante dos sinais que estejam tanto abaixo como acima desses valores intermediários, o filtro atenua. E na Figura 6, vemos uma reação do filtro passa faixas, ou seja, aqui o filtro seleciona quais faixas são de baixa (AM) ou alta (FM) frequência e as divide nesses dois ramos.

Exemplo 2 (Filtro anti-interferência ou contra interferência): Temos que fontes chaveadas, motores elétricos, circuitos SCR (Retificador Controlador de Silício) entre outros equipamentos que causam interferência eletromagnética, tais interferências afetam aparelhos de rádio, TV, equipamentos de telecomunicações e etc. O nível de interferência pode chegar a interromper completamente a recepção dos sinais em alguns casos, como também afetar seu alcance de emissão. Diversas técnicas podem ser utilizadas para evitar que tais ruídos se propaguem e assim não atinjam os aparelhos mais sensíveis, sendo uma delas a aplicação de um filtro Anti-interferência.

O tipo de filtro contra interferência mais simples é composto por duas bobinas e dois capacitores em paralelo. Como mostrado na figura a seguir:

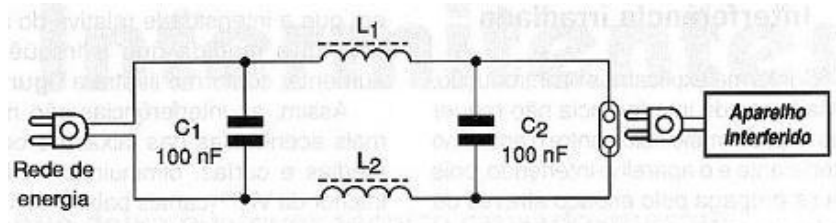


Figura 7. Filtro contra interferência via rede. (Newton Braga)

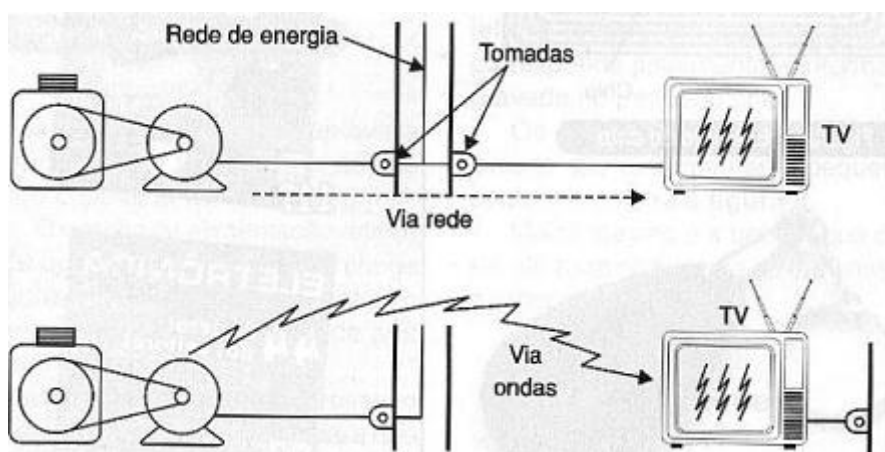


Figura 8. Temos aqui a ilustração de dois modos de propagação de interferência. (Newton Braga)

Vemos na Figura 7, o circuito de filtro contra interferência via rede, esse é um filtro duplo LC do tipo passa baixas. Seu funcionamento é da seguinte forma, a energia flui pelos indutores (L) indo do plugue para a tomada, pois ela consiste na componente de baixa frequência. Já em relação aos sinais interferentes de altas frequências não passam pelo circuito, pois serão colocados em curto pelos dois capacitores (C) que compõem o filtro.

Exemplo 3 (Filtro para alto-falantes): Teremos a seguinte configuração, três sistemas em série interligados com um amplificador, formando um divisor de frequência, sendo eles: 1. Em série com um woofer (alto-falante de graves ou frequências baixas), ligamos um filtro de passa-baixas, que permite apenas a passagem de baixas frequências fazendo que haja a reprodução de sons graves. 2. Em série com um mide-range (alto-falante de médios), ligamos um filtro passa-faixas, que permite a passagem de frequências consideradas médias, assim tendo uma reprodução mais efetiva para esse tipo de alto-falante. 3. Em série com um tweeter (alto falante de altas frequências ou agudos), ligamos um filtro de passa-altas, que deixa passar apenas sinais de frequências elevadas que serão reproduzidas sons agudos pelos tweeters. O funcionamento dessa seleção pode ser visualizada no esquemático da Figura 9.

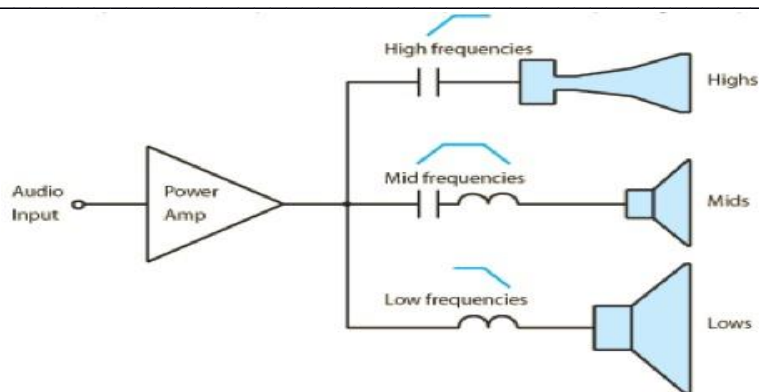


Figura 9. Esquemático de um filtro para alto-falantes. (Clube do Hardware)

Exemplo 4 (Filtro de equalização): Esse filtro funciona de forma que na entrada de um amplificador de áudio podem ligar vários tipos de filtros com sua execução determinada por um potenciômetro ajustável. Dessa forma, cada filtro determinará a proporção com que os sinais de uma determinada banda de frequência poderão passar e serem reproduzidos, como é possível observar no esquemático da Figura 9.

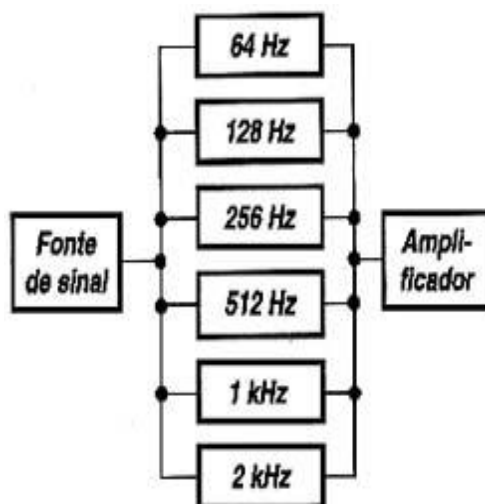


Figura 10. Esquemático de um filtro de equalização. (Newton Braga)

Tais filtros são extremamente importantes para que haja uma adaptação da curva de reprodução de um amplificador ao tipo de sinal que se quer reproduzir. Os filtros citados acima podem trabalhar sozinhos ou em conjunto, dependendo da necessidade a ser sanada.

2. ANÁLISE MATEMÁTICA DO CIRCUITO RLC

2.1 Equações Diferenciais

A equação diferencial relaciona uma determinada função com suas derivadas. Resolver uma equação diferencial significa encontrar a função que irá satisfazer a equação e determinar o conjunto de condições iniciais. Essas equações podem ser definidas como uma equação que contém derivadas de uma ou mais variáveis dependentes em relação a uma ou mais variáveis independentes [3].

As equações diferenciais podem ser classificadas por ordem, tipo ou por linearidade. A ordem de uma equação diferencial é a ordem da maior derivada da equação. Em relação ao tipo as equações diferenciais podem ser classificadas como equação diferencial ordinária ou equação diferencial parcial. O primeiro caso ocorre quando suas derivadas forem de uma ou mais variáveis dependentes em relação a uma única variável independente. Quando a derivada envolve duas ou mais variáveis independentes é chamada de equação diferencial parcial. A linearidade de uma equação diferencial linear é caracterizada por duas propriedades segundo [3], sendo que a primeira nos diz que a variável dependente y e todas as suas derivadas são do primeiro grau; isto é, a potência de cada termo envolvendo y é 1. E a segunda dita que cada coeficiente depende apenas da variável independente x .

2.1.1 Equação diferencial de segunda ordem

Segundo [3], uma equação diferencial de n -ésima ordem é da forma mostrada a seguir:

$$a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$$

é dita como homogênea se na equação o $g(x)$ assumir o valor igual a zero, caso contrário a equação é dita como sendo não homogênea. Ao se demonstrar uma equação diferencial de n -ésima ordem homogênea, podemos entender o conceito básico e posteriormente aplicar tal conhecimento a ordem da equação que será utilizada em nosso contexto em relação ao circuito.

Aplicando a leis de Kirchhoff para encontrar a tensão total no circuito, usamos a soma de todas as quedas de tensões do sistema para se chegar a um potencial resultante geral [1], daí então teremos a equação a seguir:

$$V = V_R + V_L + V_C \quad (1)$$

onde V_R é a queda de tensão no resistor, V_L é a queda de tensão no indutor, e V_C é a queda de tensão no capacitor.

Para queda de tensão no resistor, teremos:

$$V_R = R \cdot I$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$V_R = R \cdot \frac{dq}{dt} \quad (2)$$

onde R é a resistência elétrica do sistema e I é a corrente elétrica.

Para encontrar a queda de tensão do indutor, temos que:

$$V_L = L \cdot \frac{di}{dt}$$
$$V_L = L \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} \quad (3)$$

A queda de tensão no capacitor é dada por:

$$V_C = \frac{q}{c} \quad (4)$$

Tomando uma equação diferencial linear de segunda ordem, onde A , B e C são constantes e $F(t)$ uma função em relação ao tempo, obteremos a seguinte equação:

$$Ay'' + By' + Cy = F(t) \quad (5)$$

Adequando a equação para as variáveis do circuito obtemos a equação diferencial ordinária de segunda ordem que caracteriza o circuito RLC, dado por

$$Lq'' + Rq' + \left(\frac{1}{C}\right)q = V(t) \quad (6)$$

Quando $V(t) \neq 0$, há uma força externa de uma fonte.

Quando $V(t) = 0$, há uma oscilação livre (equação homogênea).

Para $V(t) = 0$ (Tensão em função do tempo) obtêm-se a seguinte relação:

$$Lq'' + Rq' + \left(\frac{1}{C}\right)q = 0 \quad (7)$$

Dividindo toda equação por L para obter a forma padrão da equação:

$$q'' + \frac{R}{L}q' + \frac{1}{LC}q = 0 \quad (8)$$

Substituindo $\frac{R}{L} = 2\lambda$ e $\frac{1}{LC} = \omega^2$, temos:

$$q'' + 2\lambda q' + \omega^2 q = 0 \quad (9)$$

onde λ é o fator de amortecimento e ω é a frequência relativa.

Temos que para oscilações livres quando $V(t) = 0$ (Tensão em função do tempo) logo não existirá um forçante no sistema, então a Equação (6) se configura como uma equação homogênea e tendo a Equação (9) como equação auxiliar, então teremos um caso para quando ($\lambda = 0$) que é dado como sendo sem amortecimento e outras três formas de descrever os comportamentos de amortecimentos resultantes para ($\lambda \neq 0$), sendo eles criticamente amortecido, sub-amortecido e superamortecido que veremos a seguir [3]:

Sem amortecimento

Condição: ($\lambda = 0$)

$$\begin{aligned} q'' + 2\lambda q' + \omega^2 q &= 0 \\ q'' + \omega^2 q &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Como $\lambda = \left(\frac{R}{2L}\right)$, temos que $R = 0$, ou seja, não há resistência no circuito. Como resultado, temos que esse tipo de circuito oscila sem causar nenhum amortecimento.

Criticamente amortecido

Condição: ($\lambda^2 = \omega^2$)

Substituindo os valores de λ e ω , temos que:

$$\begin{aligned} \left(\frac{R}{2L}\right)^2 &= \left(\frac{1}{LC}\right) \\ R^2 &= \left(\frac{4L^2}{LC}\right) \\ R^2 - \left(\frac{4L}{C}\right) &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Esse circuito resulta em uma onda que provoca um pico e vai diminuindo gradativamente até aproximar-se de zero.

Sub-amortecido

Condição: ($\lambda^2 - \omega^2 < 0$)

Assim, temos a seguinte inequação:

$$\begin{aligned} \left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \left(\frac{1}{LC}\right) &< 0 \\ R^2 - \left(\frac{4L^2}{LC}\right) &< 0 \\ R^2 - \left(\frac{4L}{C}\right) &< 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Como resultado, temos que um circuito RLC Subamortecido provoca um pico e continua tentando oscilar, mas em função do capacitor vai perdendo tensão até chegar a praticamente zero.

Superamortecido

Condição: $(\lambda^2 - \omega^2 > 0)$

Assim, chegamos a seguinte inequação:

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \left(\frac{1}{LC}\right) > 0$$

$$R^2 - \left(\frac{4L^2}{LC}\right) > 0$$

$$R^2 - \left(\frac{4L}{C}\right) > 0 \quad (13)$$

Como resultado, esse circuito provoca uma onda amortecida, semelhante ao circuito criticamente amortecido, neste caso a onda demora um pouco mais para aproximar-se de zero devido a uma maior resistência a passagem da corrente exercida pelo resistor incluso no circuito.

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Para construção do circuito RLC foi utilizado:

- Protoboard
- Aparelho para medir indutância
- Cabos BNC
- Resistor de 220Ω
- Capacitor de 47nF
- Indutor de $19,3\mu\text{H}$
- Osciloscópio
- Gerador de onda

Primeiramente com o indutímetro foi verificada a indutância do indutor. Logo após, foi montado na protoboard o circuito RLC em série com um resistor, capacitor e um indutor e foram conectados ao circuito os cabos BNC do osciloscópio e do gerador de onda conforme a Figura 10.

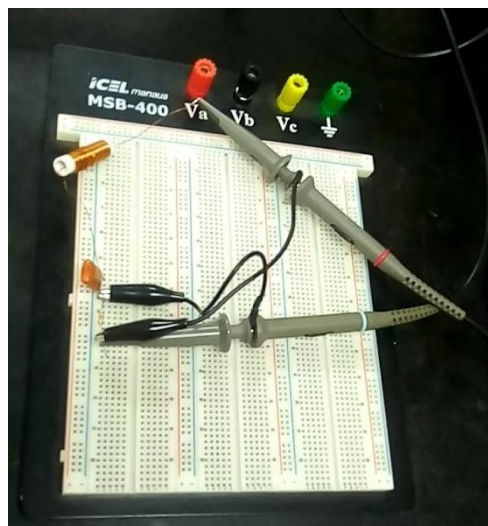


Figura 11 – Montagem do circuito. (Autoria própria)

Posteriormente, o gerador de onda foi ligado e seus valores foram ajustados, utilizando uma frequência de 50 Hz e tensão 5Vpp , como mostrado na Figura 12 a seguir.



Figura 12 – Gerador de ondas. (Autoria própria)

A fim de verificar o tipo de onda que seria gerada no osciloscópio, foi modificado ainda no gerador de onda o tipo de onda a ser gerada, escolhendo a opção de onda quadrada, e em seguida o osciloscópio foi ligado para que houvesse a visualização da onda. Como resultado obtivemos a geração de uma onda com características de uma onda superamortecida de um circuito RLC como pode ser visualizado na Figura 13.

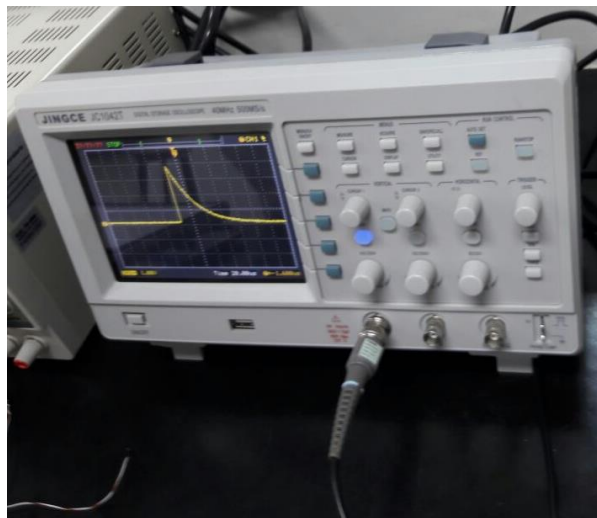


Figura 13 – Onda criticamente amortecida no osciloscópio. (Autoria própria)

Como definido anteriormente a condição que define um circuito superamortecido é $\lambda^2 > \omega^2$. Para isso, temos que a resistência é de 220 Ohms, indutância é de 19,3 micro Henri e capacitância é de 47 nano Faradays. Com base na equação (13), temos

$$\begin{aligned} \left(\frac{R}{2L}\right)^2 &> \left(\frac{1}{LC}\right) \\ R^2 &> \left(\frac{4L^2}{LC}\right) \\ 220^2 &> \left(\frac{4 \cdot 19,3e(-6)}{47e(-9)}\right) \\ 48400 &> 1642,55 \end{aligned} \tag{14}$$

Através das relações obtidas através do cálculo diferencial da equação característica de um circuito RLC é possível verificar que o circuito testado é superamortecido como mostrado no osciloscópio.

4. SIMULAÇÃO

Para a simulação foi utilizado o software Proteus com a mesma configuração de componentes do experimento feito em laboratório, como mostra a Figura 14, tendo variação apenas da resistência para que seja

possível observar todas as três configurações possíveis de amortecimento do circuito.

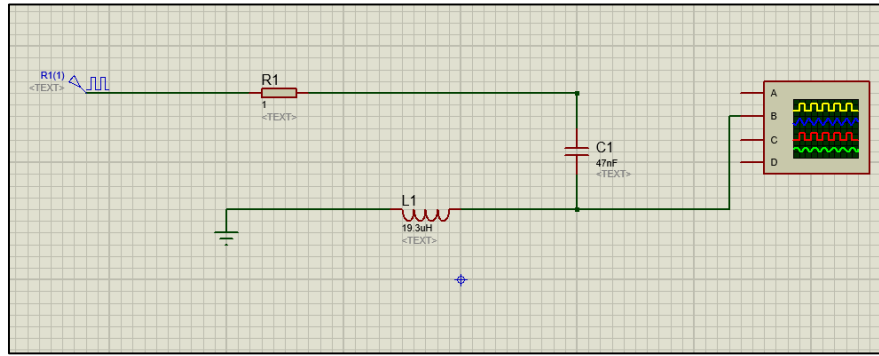


Figura 14. Circuito RLC montado no software Proteus. (Autoria própria)

Portanto, os componentes utilizados para a simulação foram: um capacitor de 47nF, um indutor de 19.3 μ H, um gerador de pulso de onda quadrada com tensão de 5V e frequência de 50 Hz, um osciloscópio e resistências de 1 Ω , 40.53 Ω e 220 Ω .

Com a resistência de 1 Ω , pela condição $\lambda^2 - \omega^2 = 0$

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \left(\frac{1}{LC}\right) = 0$$

$$R^2 - \left(\frac{4L^2}{LC}\right) = 0$$

$$1^2 - \left(\frac{4 \cdot 19,3e(-6)}{47e(-9)}\right) = 0$$

$$1 - 1642,550$$

Levando como base a equação (12), vemos a seguir a configuração de um sub-amortecimento de uma onda.

$$-1641,55 < 0$$

Como $\lambda^2 - \omega^2 < 0$ com uma resistência de 1 Ω se obtêm uma onda subamortecida como mostra a Figura 15.

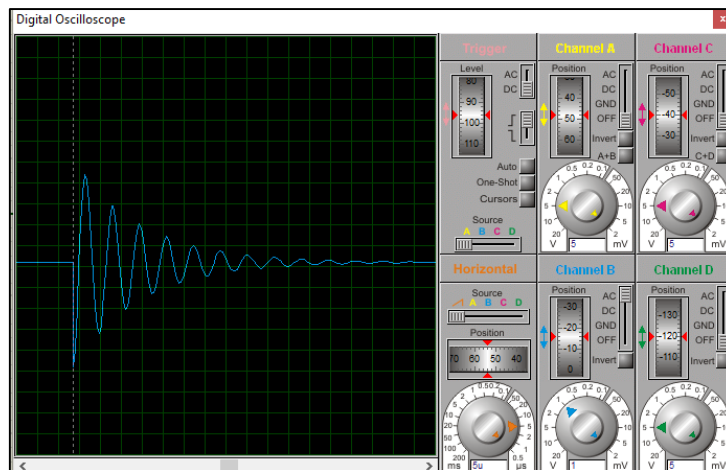


Figura 15. Onda subamortecida obtida no simulador do Proteus. (Autoria própria)

Com a resistência de 220 Ω , a mesma usada no experimento em laboratório, como já mostrado matematicamente, a condição atendida é de que $\lambda^2 - \omega^2 > 0$ e na equação (14), ou seja, a onda é superamortecida, e de fato é o que se obtêm como mostra a Figura 16.

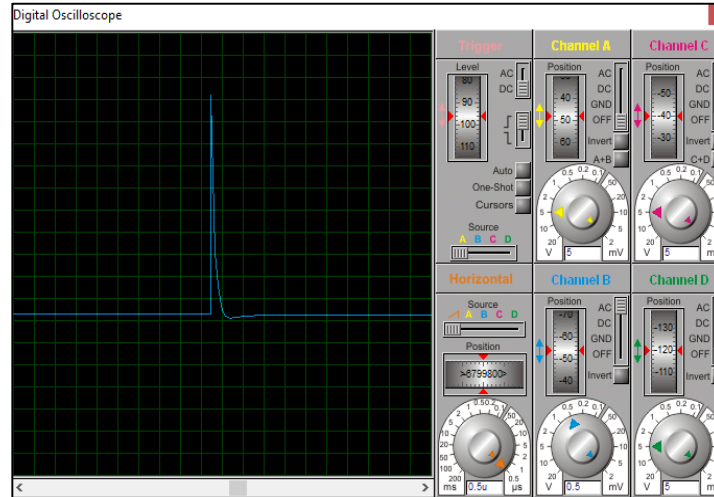


Figura 16. Onda superamortecida obtida no simulador do Proteus. (Autoria própria)

Com a resistência de 40.53Ω , usando a condição $\lambda^2 - \omega^2 = 0$. E usando como base a equação (11).

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \left(\frac{1}{LC}\right) = 0$$

$$R^2 - \left(\frac{4L^2}{LC}\right) = 0$$

$$40,53^2 - \left(\frac{4 \cdot 19,3e(-6)}{47e(-9)}\right) = 0$$

$$1642,55 - 1642,55 = 0$$

$$0 = 0$$

Como $\lambda^2 - \omega^2 = 0$ a onda produzida tem um amortecimento crítico como mostra a Figura 17.

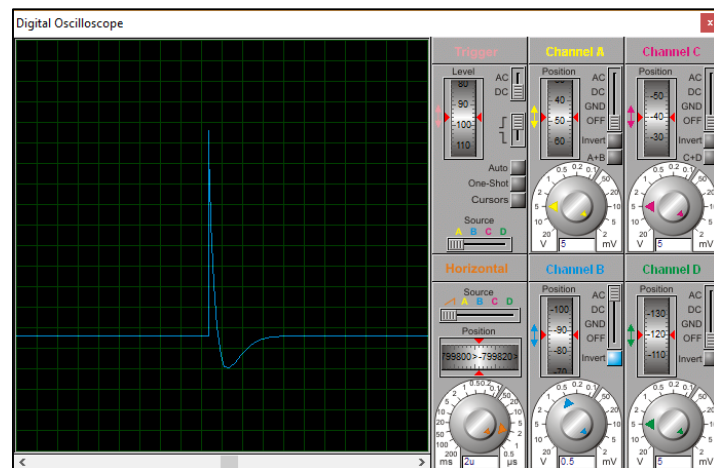


Figura 17. Onda com amortecimento crítico obtida no simulador do Proteus. (Autoria própria)

5. CONCLUSÕES

Os circuitos RLC's são de fundamental importância para diversos equipamentos que utilizam a manipulação de ondas eletromagnéticas ou mecânicas como princípio de funcionamento. E para que se tenha total compreensão desses princípios, o entendimento sobre o assunto de equações diferenciais é primordial, pois elas descrevem de forma precisa o comportamento dessas ondas, por meio de equações e análises matemáticas legítimas. Portanto, fica evidente a importância que o cálculo diferencial teve para a evolução da tecnologia até os dias de hoje e para aplicações futuras, pois o uso de ondas eletromagnéticas é um campo vasto de aplicações e ainda será muito explorado ao decorrer dos anos.

Foi mostrado que as equações formuladas, as simulações e as aplicações praticadas em laboratório são perfeitamente coesas entre si, atingindo resultados satisfatórios na análise de nosso circuito RLC com aplicação de uma equação homogênea de segunda ordem como base de resolução teórica e seus respectivos casos de amortecimentos.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]BOYLESTAD, Robert L. Introdução à análise de circuitos. Pearson Education do Brasil, 2012 – 12º Ed.
- [2] NAHVI, M.; EDMINISTER, J. Circuitos elétricos. Bookman, 2005 – 2º Ed.
- [3] ZILL, D. G. & CULLEN, M. S. *Equações Diferenciais*. Vol. 1, 3ª ed. São Paulo: Makron Books, 2000.
- [4] ALBUQUERQUE, R.O.–Análise de Circuitos em Corrente Alternada.São Paulo: Editora Érica,1989–10º Ed.
- [5] MANUAL DE EXEMPLOS. Disponível em:< <http://www.newtoncbraga.com.br/index.php/144-eletroneletricidade/eletricidade-industrial-eletroneletrica/1814-indutores-capacitores-e-filtros-el001>> Acesso em: 01 Dez. 2017.
- [6] MARKUS, O. – Circuitos Elétricos, Corrente Contínua e Alternada. São Paulo: Editora Érica, 2001 – 1º Ed.
- [7] CIRCUITO ELÉTRICOS. Disponível em:<http://paginapessoal.utfpr.edu.br/lucianesantos/lt34c-circuitos-eletricos/notas-de-aula/Aula%208%20-%20Circuitos%20Ressonantes.pdf/at_download/file> Acesso em: 01 Dez. 2017.
- [8] FÍSICA IV. Disponível em: <<http://www.pbxbrasil.com/outrasDisciplinas/FisIV/Notas/Iarea/aula105/aula105.html>>Acesso em: 13 Dez. 2017.
- [9] CIRCUITOS LC. Disponível em: <<http://ensinoadistancia.pro.br/ead/eletromagnetismo/CircuitoLC/CircuitoLC.html>>.Acesso em: 13 Dez. 2017.
- [10] http://www.newtoncbraga.com.br/images/stories/eletrica/el0001_10.jpg Acesso em: 13 Dez. 2017
- [11] http://www.newtoncbraga.com.br/images/stories/eletrica/el0001_08.jpg Acesso em: 13 Dez. 2017
- [12]http://www.clubedohardware.com.br/applications/core/interface/imageproxy/imageproxy.php?img=http%3A%2F%2F137.photobucket.com%2Falbums%2Fq227%2FLafaller%2FLafaller%2FFiltros_zpsrel5qs0a.jpg&key=1775ac49f6270684f3c811e821fe779a1a76855a6b274c04d9be99e28767143f .Acesso em: 17 Dez. 2017
- [13] http://www.newtoncbraga.com.br/images/stories/eletrica/el0001_11.jpg Acesso em: 17 Dez. 2017
- [14] https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/20693/circuito_rlc_serie3.html Acesso em: 17 Dez. 2017