



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
BACHARELADO INTERDISCIPLINAR EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

AGNNE MARIA MENDONÇA DA SILVA

**ABORDAGEM ILUSTRATIVA DA GEOMETRIA DESCRITIVA: CONTEXTO
HISTÓRICO E CONCEITOS INTRODUTÓRIOS**

MOSSORÓ

2024

AGNNE MARIA MENDONÇA DA SILVA

**ABORDAGEM ILUSTRATIVA DA GEOMETRIA DESCRITIVA: CONTEXTO
HISTÓRICO E CONCEITOS INTRODUTÓRIOS**

Monografia apresentada a Universidade
Federal Rural do Semi-Árido como requisito
para obtenção do título de Bacharel
Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Bruno Rodrigo Simão, Prof. Dr.

MOSSORÓ

2024

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

S587 Silva, Agnes Maria Mendonça da.
a Abordagem ilustrativa da geometria descritiva:
Contexto histórico e conceitos introdutórios /
Agnes Maria Mendonça da Silva. - 2024.
55 f. : il.

Orientador: Bruno Rodrigo Simão.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e
Tecnologia, 2024.

1. Expressão gráfica. 2. Elementos de projeção.
3. Ilustrações educativas. 4. Sistemas de projeção.
5. Estudo do ponto. I. Simão, Bruno Rodrigo,
orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade
com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Biblioteca Campus Mossoró / Setor de Informação e Referência
Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva
CRB: 15/120

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

AGNNES MARIA MENDONÇA DA SILVA

**ABORDAGEM ILUSTRATIVA DA GEOMETRIA DESCRITIVA: CONTEXTO
HISTÓRICO E CONCEITOS INTRODUTÓRIOS**

Monografia apresentada a Universidade
Federal Rural do Semi-Árido como requisito
para obtenção do título de Bacharel
Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia.

Defendida em: 11 / 10 / 2024.

BANCA EXAMINADORA

Bruno Rodrigo Simão, Prof. Dr. (UFERSA)
Presidente

Indalécio Dutra, Prof. Dr. (UFERSA)
Membro Examinador

Daniela da Costa Leite Coelho, Prof^ª. Dr^ª. (UFERSA)
Membro Examinador

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à minha família, em especial à minha mãe, Arilza Mendonça, por ter feito desde cedo, questão de me mostrar o quão importante é o ato de aprender e por sempre estar presente em todas as etapas da minha vida. Ao meu padrasto, Luiz Dilson, por me apoiar e me incentivar. Ao meu tio, Alexsandro de Mendonça, que é o meu exemplo de vida e quem despertou em mim o interesse pela engenharia.

Agradeço aos meus amigos mais próximos e ao meu namorado, por estarem comigo durante toda a minha trajetória e serem a minha segunda família, sempre me apoiando e incentivando a prosseguir.

Por último agradeço ao meu orientador, Bruno Simão, por compartilhar comigo todo o seu conhecimento e ideias de projetos. Também, por me auxiliar da melhor forma a tornar concreto o presente trabalho.

ÉPIGRAFE

“A Geometria existe por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la.”

- Johannes Kepler

RESUMO

Em meio a evolução do ser humano e avanço nos estudos sobre o espaço, as representações gráficas se tornaram mais sofisticadas, incorporando novas camadas de complexidade. Atualmente, é feito o uso de softwares CAD com o intuito de facilitar a elaboração de desenhos técnicos. Entretanto, a qualidade, produtividade e eficiência desses softwares implica no desuso dos conceitos básicos atrelados a geometria descritiva. Desde sempre, uma parte significativa dos estudantes têm demonstrado dificuldade na compreensão básica dos conceitos fundamentais do desenho técnico, afetando diretamente o desenvolvimento da perspectiva visual tridimensional. Nesse contexto, esse trabalho teve como objetivo principal apresentar uma nova abordagem teórica da geometria descritiva com ênfase em uma contextualização ilustrativa e didática. Para validar a abordagem proposta, foi feita uma revisão bibliográfica do conteúdo didático da geometria descritiva e o desenvolvimento de ilustrações que facilitassem a compreensão teórica dos estudantes. Como resultado, obteve-se um material didático que contempla a origem e histórico da geometria descritiva e consegue apresentar os conceitos geométricos iniciais em um formato menos denso atrelado ao uso de ilustrações que expõem situações do cotidiano. Futuramente, o material desenvolvido pode ser aprimorado com o acréscimo de exercícios referentes aos assuntos tratados, além do acréscimo de tópicos mais avançados.

Palavras-chave: Expressão gráfica; Elementos de projeção; Ilustrações educativas; Sistemas de projeção; Estudo do ponto.

ABSTRACT

Between the human evolution and progress of space study, graphic representation become more sophisticated, incorporating new layers of complexity. Nowadays, CAD software is used to make easier the creation of technical drawings. However, the quality, productivity and efficiency of these software imply the disuse of basic concepts associated to descriptive geometry. A significant proportion of students have always demonstrated difficulty in understanding the basic concepts of technical drawing, directly affecting the development of three-dimensional visual perspective. In this context, this paper's main objective a new theoretical approach to descriptive geometry with an emphasis on illustrative contextualization and didactic. To validate the proposed approach, a literature review of descriptive geometry's didactic content was conducted, along with the development of illustrations aimed at facilitating students' theoretical understanding. As a result, a didactic material was produced, covering the origins and historic of descriptive geometry and presenting the initial geometric concepts in a less dense format, supplemented by illustrations depicting everyday situations. In the future, this material can be improved with new exercises about the referred topic, as well as the addition of more advanced topics.

Keywords: Graphic expression; Projection elements; Educational illustrations; Projection systems; Point study.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de Território de Combate Militar.....	16
Figura 2 – Gaspard Monge	17
Figura 3 – Beaune, França.....	17
Figura 4 - École Militaire de Mézières.....	18
Figura 5 - École Polytechnique	18
Figura 6 - École Normale	18
Figura 7 – Academia Real Militar	19
Figura 8 – D. João VI	19
Figura 9 – Par de Esquadros.....	22
Figura 10 – Traçado de Retas com o Uso de Esquadros	23
Figura 11 – Usando a Régua-tê como Esquadro Fixo	23
Figura 12 – Composição de Ângulos com o Par de Esquadros.....	24
Figura 13 – Régua Graduada e Escalímetro	25
Figura 14 – Tipos de Escalímetro e suas Escalas	25
Figura 15 – Lápis e Lapiseira	26
Figura 16 – Grau de Dureza da Grafite	27
Figura 17 – Como Movimentar o Lápis ou Lapiseira	28
Figura 18 – Borracha e Corte de uma Seção da Borracha.....	29
Figura 19 – Compasso Articulado.....	29
Figura 20 – Como Utilizar o Compasso	30
Figura 21 – Transferidor e Como Usar	31
Figura 22 – Fita nos Vértices do Papel Milimetrado.....	32
Figura 23 – Elementos de Projeção	33
Figura 24 – Elementos de Projeção em Conjunto	34
Figura 25 – Exemplo de Cenário de Projeção do Cotidiano	34

Figura 26 – Sistema de Projeção Cônica	35
Figura 27 – Exemplo de Projeção Cônica	35
Figura 28 – Sistema de Projeção Cilíndrica Oblíqua	36
Figura 29 – Sistema de Projeção Cilíndrica Ortogonal	37
Figura 30 – Planos de Projeção	38
Figura 31 – Exemplificação dos Planos de Projeção.....	38
Figura 32 – Elementos do Espaço de Projeção	39
Figura 33 – O Ponto	40
Figura 34 – Exemplificação de um Ponto	40
Figura 35 – Representação de um Ponto por suas Coordenadas Descritivas	41
Figura 36 – Pontos em Posições no Espaço	42
Figura 37 – Exemplificação de Pontos em Posições no Espaço	42
Figura 38 – Origem da Épura	43
Figura 39 – Sinalização das Coordenadas de um Ponto em Épura	44
Figura 40 – Posicionamento dos Pontos em Épura	45
Figura 41 – Planos Bissetores Ímpar (βI) e Par (βP)	46
Figura 42 – Representação das Coordenadas de Pontos no Bissetor ímpar	46
Figura 43 – Representação das coordenadas de Pontos no Bissetor Par	47
Figura 44 – Exemplificação da Simetria de Pontos.....	47
Figura 45 – Simetria de Pontos em Relação a π	48
Figura 46 – Simetria de Pontos em Relação a π'	49
Figura 47 – Simetria de Pontos em Relação a $\pi'\pi$	49
Figura 48 – Simetria de Pontos em Relação ao βI	50
Figura 49 - Simetria de Pontos em Relação ao βP	51

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tipos básicos de linhas	26
Tabela 2 – Subtipos de linhas	27
Tabela 3 – Uso do grafite de acordo com o traçado e objetivo	27
Tabela 4 – Posições do Ponto no Espaço de Acordo com o Sinal das Coordenadas	41
Tabela 5 – Posicionamento dos Pontos de Acordo com as Coordenadas	42

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CAD	Computer Aided Design (Desenho Auxiliado por Computador)
CP	Centro de Projeção
GD	Geometria Descritiva
LT	Linha de Terra
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
(P)	Ponto Objetivo ou Ponto Objeto
P'	Projeção do Ponto
PP	Plano de Projeção
CM	Centímetros
MM	Milímetros
VG	Verdadeira Grandeza

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
2 CONTEXTO HISTÓRICO	16
2.1 Gaspard Monge e o Desenvolvimento da Geometria Descritiva.....	16
2.2 O Surgimento do Desenho Geométrico no Brasil.....	19
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	21
4 MATERIAIS NECESSÁRIOS E COMO UTILIZÁ-LOS	22
4.1 Par de Esquadros.....	22
4.2 Régua Graduada e Escalímetro.....	24
4.3 Lápis ou Lapiseira.....	25
4.4 Borracha.....	28
4.5 Compasso.....	29
4.6 Transferidor	31
4.7 Flanela e/ou Pincel.....	31
4.8 Papel.....	32
5 ELEMENTOS E SISTEMAS DE PROJEÇÃO	33
5.1 Caracterização dos Elementos de Projeção	33
5.2 Sistema de Projeção Cônica.....	35
5.3 Sistema de Projeção Cilíndrica	36
5.3.1 Oblíqua	36
5.3.2 Ortogonal	37
5.4 O Espaço de Projeção	37
6 O PONTO.....	40
6.1 Representação de um Ponto no Espaço Através de suas Coordenadas Descritivas	40
6.2 Épura	43
6.3 Planos Bissectores	45
6.4 Simetria de Pontos	47

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	52
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53

1 INTRODUÇÃO

O ser humano sempre fez uso das suas capacidades cognitivas e do meio ambiente no qual está inserido para conseguir se comunicar, principalmente por meio da escrita e de desenhos. Dando ênfase a esse segundo ponto, sabe-se que em épocas mais remotas eram realizadas pinturas rupestres em cavernas com o intuito de retratar cenas de caça ou da rotina. Ao longo dos séculos, com a evolução do ser humano e de sua compreensão sobre o espaço, as representações gráficas foram sendo enriquecidas com mais camadas, tanto em um contexto artístico quanto técnico.

Desse modo, surgiram os primeiros desenhos técnicos, visualizados em obras como as de Leonardo Da Vinci. Contudo, esse estilo de reprodução gráfica ainda não podia ser considerado como completamente funcional, pois não permitia dar ênfase a todos os detalhes do que se queria representar no papel. Logo, foi somente durante o século XVIII que o desenho técnico ganhou outra dimensão atrelada à geometria descritiva, que teve como precursor o matemático francês Gaspard Monge. A geometria descritiva pode ser definida como uma ciência de raízes matemáticas, responsável por analisar a representação gráfica de elementos no espaço em dois ou mais planos, fazendo uso da geometria plana para solucionar problemáticas tridimensionais (TEXEIRA e SILVA, 2018).

Atualmente, têm-se uma constante revolução digital. Cada vez mais se desenvolvem softwares CAD (Computer Aided Design, ou Desenho Auxiliado por Computador) que facilitam a elaboração de desenhos técnicos. Essa facilitação ocorre através da disponibilização de ferramentas gráficas computacionais, permitindo a garantia de parâmetros de qualidade, produtividade e eficiência.

Alguns desses softwares são o AutoCAD, o SolidWorks, CATIA, entre outros. Contudo, de acordo com Barros e Correia (2007) em meio as vantagens dessa tecnologia, também existem as desvantagens visíveis ainda no âmbito acadêmico dos futuros engenheiros e arquitetos. Para esses autores, o conteúdo didático de disciplinas como expressão gráfica tem sofrido desvalorização em função da ênfase exagerada no uso apenas de softwares.

Outros autores, como Rabello (2005), complementam essa informação argumentando que há alunos em cursos de engenharia apresentando dificuldades básicas, como distinguir os ângulos de um esquadro ou em assimilar o conceito de épura. Brandão (2013) afirma que muitos alunos não compreendem a importância de construir realidades imaginárias por meio de conceitos quando já possuem toda a tecnologia de que necessitam à sua disposição. Atrelado a

isso, entende - se que parte da dificuldade dos alunos em compreender os conceitos geométricos também se deve ao uso de livros pouco didáticos, que apresentam uma leitura densa e excessivamente teórica.

Nesse contexto, o presente trabalho teve como objetivo principal apresentar uma nova abordagem teórica da geometria descritiva com ênfase em uma contextualização ilustrativa e didática. Têm-se a consciência tanto da importância dos softwares para o desenvolvimento acadêmico de um engenheiro quanto da necessidade de uma base sólida sobre os conceitos expressos nessa ciência representativa de elementos. Assim, ocorreu a integração desses dois campos durante a realização dessa pesquisa.

2 CONTEXTO HISTÓRICO

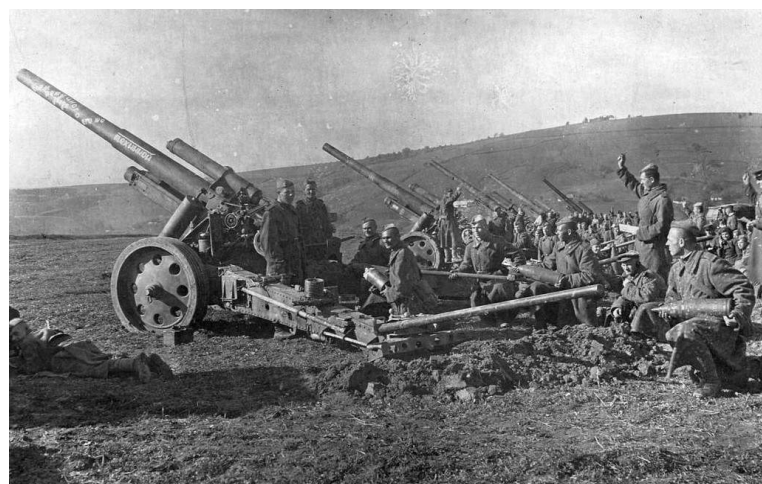
Ao longo dos séculos, a Geometria Descritiva (GD) tornou-se amplamente utilizada em cursos de Engenharia, Arquitetura, Desenho Industrial, Matemática, Geologia, entre outros. Servindo como alicerce teórico, a GD capacita os indivíduos a simplificar dimensões, com o intuito de solucionar problemas geométricos em ambientes tridimensionais, consequentemente, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio espacial e aprimoramento da percepção visual (TEIXEIRA e SILVA, 2018).

No entanto, o fato da GD ter se tornado tão comum em nosso cotidiano implicou na falta de reconhecimento histórico de sua origem, tanto no contexto geral quanto no brasileiro. Por isso, os próximos tópicos abordarão o desenvolvimento histórico da GD enfatizando a importância de Gaspard Monge e como o desenho geométrico surgiu no Brasil.

2.1 Gaspard Monge e o Desenvolvimento da Geometria Descritiva

Durante o apogeu do século XVIII, com o objetivo de compreender a topografia dos terrenos onde ocorriam os combates terrestres (Figura 1) e planejar adequadamente a defesa e o contra-ataque, as equipes de engenharia dos exércitos utilizavam extensos cálculos numéricos, levando em consideração as características geográficas da zona de confronto e o alcance balístico dos canhões em uso (ALMEIDA, 2020).

Figura 1 – Exemplo de território de combate militar



Fonte: TopWar (2021).¹

¹ Disponível em: <https://topwar.ru/uploads/posts/2021-03/1616295021_150-mm-238-tjazhelaja-gaubichnaja-artillerijskaja-brigada.jpg>. Acesso em: 07 set. 2024.

Dentro desse contexto, é relevante mencionar Gaspard Monge (Figura 2), nascido em Beaune, na França (Figura 3), em 9 de maio de 1746, filho de Jacques Monge, um modesto comerciante da Alta Saboia, e Jeanne Rousseaux, natural de Beaune. Em 1762, aos 16 anos, Monge concluiu sua educação básica e criou um mapa de sua cidade natal em grande escala, que impressionou pela sua qualidade e precisão. Esse feito lhe garantiu a oportunidade de aprimorar seus conhecimentos em física na cidade de Lyon. Dois anos depois, Monge retornou a Beaune, onde começou a trabalhar como agrimensor e desenhista na École Militaire de Mézières (ALMEIDA, 2020).

Figura 2 – Gaspard Monge



Fonte: ResearchGate (2019).²

Figura 3 – Beaune, França



Fonte: EuropeanWaterways.³

Entre 1765 e 1789 (STRUICK, 1992), enquanto estava na École Militaire de Mézières (Figura 4), Gaspard Monge foi convocado pelo exército para desenvolver inovações no planejamento de estruturas defensivas e na extração de pedras para fortificações. Ele propôs a aplicação de conceitos geométricos na solução desses desafios, os quais, em conjunto, deram origem ao Método de Monge, que serviu como base para a Geometria Descritiva. No entanto, naquela época, a divulgação do Método de Monge era mantida em sigilo devido ao seu uso militar (ALMEIDA, 2020).

² Disponível em: < <https://www.researchgate.net/profile/Hellmuth-Stachel/publication/332153749/figure/fig1/AS:776784568152064@1562211281044/Portrait-of-Gaspard-Monge-29.jpg> >. Acesso em: 27 set. 2023.

³ Disponível em: < https://gobargingwp-s3.s3.eu-west-1.amazonaws.com/wp-content/uploads/2018/09/Burgundy-Rolling-Hills_800x533_72dpx.jpg >. Acesso em: 07 set. 2024.

Figura 4 - École Militaire de Mézières



Fonte: Wikimedia Commons (2024).⁴

Após sua passagem pela École Militaire de Mézières, Monge tornou-se professor na École Polytechnique (Figura 5) e, mais tarde, na École Normale (Figura 6). Foi somente nesta última instituição que seus estudos sobre geometria descritiva foram publicamente divulgados e seu primeiro livro, intitulado "Géométrie Descriptive: Leçons donnés aux écoles normales," foi publicado em 1795 (BOYER, 1974).

Figura 5 - École Polytechnique



Fonte: MESRI (2018).⁵

Figura 6 - École Normale



Fonte: Clément Maurice (2015).⁶

⁴ Disponível em: <

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Central_building_of_Ecole_Militaire_at_dusk,_Paris_7e_20140607_1.jpg?uselang=fr>. Acesso em: 07 set. 2024.

⁵ Disponível em:< <https://www.enseignementsup-recherche.gouv.fr/fr/histoire-de-l-ecole-polytechnique-45762>>. Acesso em: 07 set. 2024.

⁶ Disponível em:

https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Clément_Maurice_Paris_en_plein_air,_BUC,_1897,179_L%27École_Normale.jpg. Acesso em: 07 set. 2024.

2.2 O Surgimento do Desenho Geométrico no Brasil

Em 1810, na cidade do Rio de Janeiro, foi fundada a Academia Real Militar (Figura 7). A partir desse momento, a GD foi introduzida no Brasil. Por meio da Carta Régia de 4 de dezembro de 1810, o príncipe regente, D. João VI (Figura 8), estabeleceu os requisitos para os professores adaptarem-se ao ensino desse novo conteúdo, incluindo as diretrizes dos programas e os autores que serviriam de base para a elaboração do material didático (TEIXEIRA e SILVA, 2018).

Figura 7 – Academia Real Militar



Fonte: Coleção Gilberto Ferrez (1905).⁷

Figura 8 – D. João VI



Fonte: Monarquia.org.br⁸

Assim, na Academia Real Militar o ensino da GD era completamente baseado nos estudos de Gaspard Monge. Ademais, essa disciplina era obrigatória no segundo ano de todos os cursos de ciências exatas (Matemática, Engenharia, Topografia e Geografia) e formação de oficiais (Artilharia e Engenharia), juntamente com álgebra superior, geometria analítica, cálculo diferencial e integral e desenho.

Em 1811, o segundo-tenente José Vitorino dos Santos e Souza foi nomeado professor da disciplina de Geometria Descritiva. Nesse cargo, José Vitorino dedicou-se à tradução da única obra de Monge na época, "Géométrie Descriptive". Posteriormente, ele publicou um livro em português abordando os temas de Monge, intitulado "Elementos de Geometria Descritiva: Com Aplicações às Artes", destacando a importância e os objetivos da Geometria Descritiva,

⁷ Disponível em: <<https://brasilianafotografica.bn.gov.br/brasiliانا/handle/>>. Acesso em: 27 set. 2023.

⁸ Disponível em: <<https://monarquia.org.br/a-familia-imperial/arvore-genealogica/dom-joao-vi/>>. Acesso em: 07 set. 2024.

bem como a metodologia de ensino eficaz para a época na disciplina (TEIXEIRA e SILVA, 2018).

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O objetivo primordial desse trabalho científico consistiu em desenvolver uma nova abordagem teórica da geometria descritiva, com ênfase em uma contextualização ilustrativa. Para alcançar esse resultado, foram pesquisados livros de caráter histórico que auxiliassem na explicação do surgimento da geometria descritiva e sua importância, além da procura por livros que transmitissem o conteúdo didático de uma forma mais acessível.

Diante dos livros encontrados, ocorreu a organização, explicação e detalhamento dos conceitos relacionados a geometria descritiva e ao desenho técnico. Ao mesmo tempo, focou-se em analisar criticamente como melhorar o entendimento desses conceitos.

Por fim, foi nítida a necessidade de realizar ilustrações para auxiliar a compreensão dos estudantes, sendo necessário o uso de softwares para a elaboração das imagens contidas nessa pesquisa. Optou-se pelo uso do AutoCAD⁹, um software do tipo CAD comercializado pela Autodesk, para criar as imagens relacionadas aos sistemas de projeção e as coordenadas do ponto no espaço. Enquanto foi feito o uso do Canva¹⁰, uma plataforma de design gráfico, para elaborar as demais figuras e tabelas contidas no material didático.

⁹ <https://www.autodesk.com/br/products/autocad/free-trial>

¹⁰ https://www.canva.com/pt_br/free/

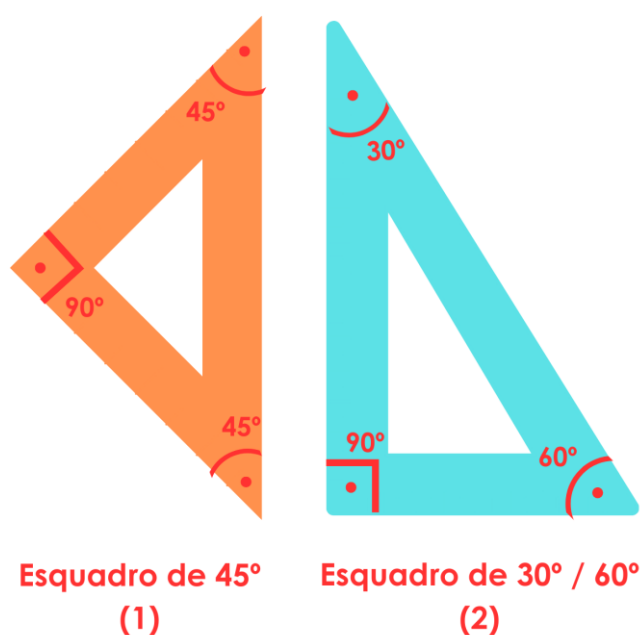
4 MATERIAIS NECESSÁRIOS E COMO UTILIZÁ-LOS

Apesar da sociedade atual está imersa em um mundo repleto de novas tecnologias e, por consequência, de novas ferramentas digitais, como o software AutoCAD, o ato de desenhar a mão prossegue sendo a forma mais direta e versátil de aprender a linguagem da representação do desenho técnico (CHING, 2017). Nesse sentido, vale destacar os materiais necessários para a execução do desenho técnico e a forma correta de utilizá-los.

4.1 Par de Esquadros

Os esquadros são ferramentas de desenho usadas para orientar o traçado de linhas horizontais, verticais e em ângulos específicos. Geralmente, eles são feitos de acrílico resistente, que não amarela, contribuindo para uma visão transparente e não distorcida do projeto que está por baixo (CHING, 2017). Um par de esquadros é comumente composto por um que contém um ângulo de 90° (noventa graus) e dois de 45° (quarenta e cinco graus), formando um triângulo retângulo isósceles, e outro tendo um ângulo de 30° (trinta graus) e um de 60° (sessenta graus), também formando um triângulo retângulo (Figura 9). Além disso, ao observar a Figura 9 percebe-se que a hipotenusa do esquadro de 45° (quarenta e cinco graus) é aproximadamente igual ao maior cateto do esquadro de $30^\circ/60^\circ$ (trinta / sessenta graus) (SATHLER, 1999).

Figura 9 – Par de esquadros



Fonte: Autoria Própria (2023).

Para realizar o traçado de retas paralelas, escolhe-se um dos esquadros como apoio (esquadro fixo), segurando-o com a palma da mão e o polegar, enquanto o outro esquadro (esquadro móvel) é movimentado pelos dedos da mesma mão (SATHLER, 1999). As retas são traçadas utilizando a hipotenusa do esquadro móvel. Na Figura 10-A, observa-se o alinhamento do esquadro móvel com a primeira reta, denominada AB, seguido pela execução de uma reta paralela no ponto P (ALMEIDA, 2015).

Figura 10 – Traçado de retas com o uso de esquadros

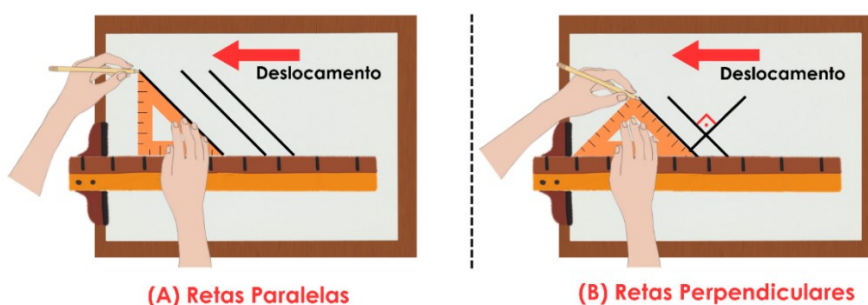


Fonte: Autoria Própria (2024).

Para traçar retas perpendiculares, utiliza-se o mesmo sistema de apoio mencionado anteriormente. Em seguida, traça-se a primeira reta, enquanto o esquadro móvel é movimentado em torno do ângulo reto formado, a fim de traçar as demais retas perpendiculares como mostrado na Figura 10-C (SATHLER, 1999).

É importante destacar que, tanto as retas paralelas quanto as perpendiculares, podem também ser traçadas com o auxílio de uma régua T. A régua T é um instrumento próprio para o desenho técnico, servindo como suporte para os esquadros ou para traçar linhas diretamente. Nesse caso, as linhas verticais são traçadas com o esquadro móvel e a régua T atua como o esquadro fixo. Abaixo tem-se na Figura 11 a exemplificação de ambos os tipos de retas.

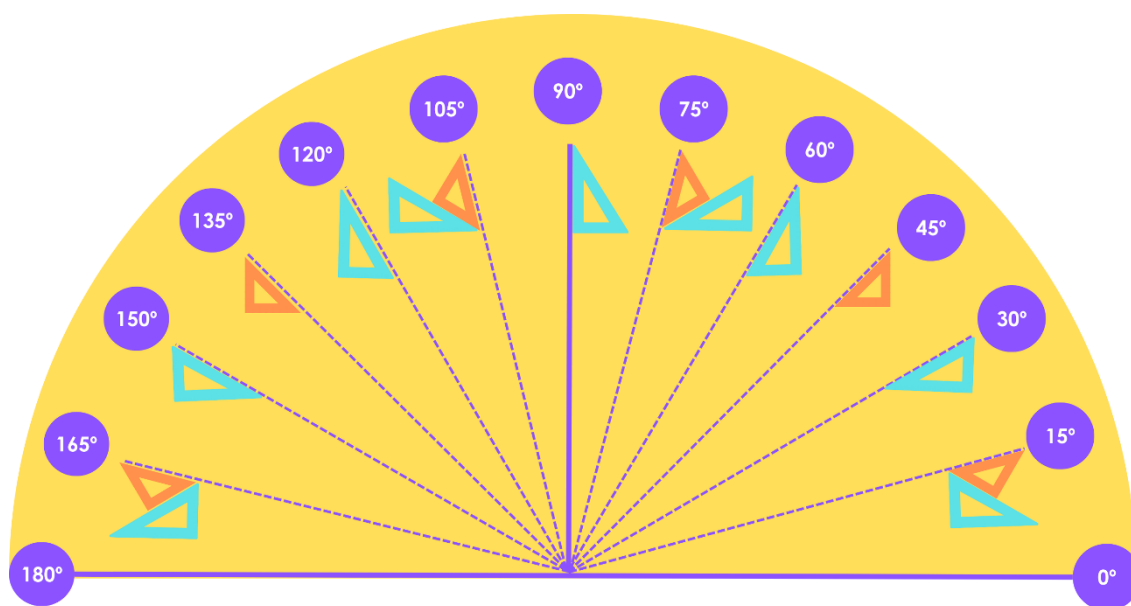
Figura 11 – Usando a Régua T como esquadro fixo



Fonte: Autoria Própria (2023).

Por fim, os esquadros de 45° (quarenta e cinco graus) e de $30/60^\circ$ (trinta / sessenta graus) podem ser utilizados em conjunto para a realização de retas com incrementos de 15° (quinze graus) em suas angulações (CHING, 2017). A Figura 12, apresenta os movimentos necessários para obter um ângulo específico usando o par de esquadros.

Figura 12 – Composição de ângulos com o par de esquadros



Fonte: Autoria Própria (2023).

4.2 Régua Graduada e Escalímetro

Tanto a régua graduada quanto o escalímetro (Figura 13) são instrumentos de medição. Para facilitar a execução do desenho técnico, recomenda-se o uso de uma régua graduada opaca, que ajude a cobrir traços do desenho e a deixar visível apenas a reta que se deseja medir. Vale ressaltar que as régua comumente utilizadas têm 30 cm de comprimento e são graduadas em centímetros (cm) e milímetros (mm).

Normalmente, as pessoas têm o hábito de utilizar a régua para traçar retas, o que é incorreto e não condiz com a verdadeira função do instrumento, além de poder danificá-lo. O uso adequado da régua consiste apenas em marcar segmentos por meio de pequenos traços em uma reta já existente. Marca-se todos os segmentos que pretende-se utilizar de uma só vez, mantendo o zero da escala fixo, para evitar erros nas medições (SATHLER, 1999).

Figura 13 – Régua graduada e escalímetro

Fonte: Autoria Própria (2023).

O escalímetro pode ser considerado como uma régua mais completa, que possui formato triangular e contém seis lados. As escalas presentes no escalímetro variam conforme o tipo de modelo escolhido. A Figura 14 apresenta a numeração de cada variação do instrumento e as escalas correspondentes.

Figura 14 – Tipos de escalímetros e suas escalas

Numeração do Escalímetro		Escalas
Nº 1	→	1:20 1:25 1:50 1:75 1:100 1:125
Nº 2	→	1:100 1:200 1:250 1:300 1:400 1:500
Nº 3	→	1:20 1:25 1:33 1:50 1:75 1:100

Fonte Adaptada: PEREIRA (2018).

Geralmente, o escalímetro é utilizado para medir desenhos e marcar segmentos que não estão na escala padrão da régua graduada, isto é, representações reduzidas da realidade. É importante destacar que, na elaboração de desenhos técnicos, o escalímetro mais utilizado é o nº 1. Já os escalímetros de numeração 2 e 3 são normalmente usados para a execução de desenhos topográficos.

4.3 Lápis ou Lapiseira

Tanto o lápis quanto a lapiseira (Figura 15) são instrumentos essenciais para a execução do desenho técnico, auxiliando no traçado dos elementos desejados pelo desenhista, como retas, áreas, circunferências, entre outros. A escolha entre lápis e lapiseira, bem como o tipo

necessário, dependem da finalidade do desenho, qualidade do papel e largura das linhas (SATHLER, 1999).

Figura 15 – Lápis e lapiseira



Fonte: Autoria Própria (2024).

No desenho a mão livre, é essencial diferenciar as linhas traçadas com base em suas espessuras e intensidades. Segundo a Norma Brasileira (NBR) da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) - NBR 16.861:2020, existem quinze tipos básicos de linhas que podem ser traçadas (Tabela 1).

Tabela 1 – Tipos básicos de linhas

N.º	Representação	Descrição
01	—————	Linha contínua
02	- - - - -	Linha tracejada
03	- - - - -	Linha tracejada espaçada
04	—	Linha traço longo e ponto
05	—	Linha traço longo e ponto duplo
06	—	Linha traço longo e ponto triplo
07		Linha pontilhada
08	— — — — —	Linha traço longo e traço curto
09	— — — — —	Linha traço longo e traço curto duplo
10	—	Linha traço e ponto
11	—	Linha traço duplo e ponto
12	—	Linha traço e ponto duplo
13	—	Linha traço duplo e ponto duplo
14	—	Linha traço e ponto triplo
15	—	Linha traço duplo e ponto triplo

Fonte: ABNT – NBR 16861: Desenho Técnico Requisitos para Representação de Linhas e Escritas (2020).

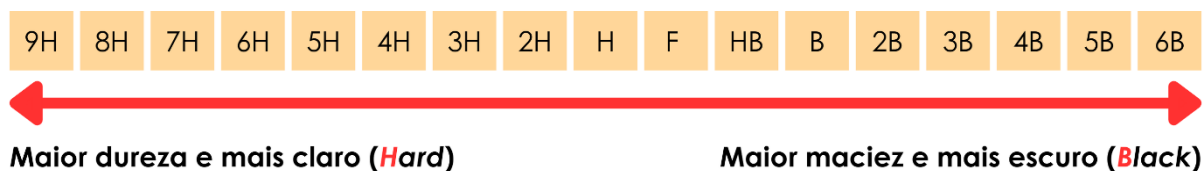
Além dos quinze tipos básicos de linhas apresentados, a NBR 16.861:2020 apresenta três subtipos de linhas (Tabela 2).

Tabela 2 – Subtipos de linhas

Representação	Descrição
	Estreita
	Larga
	Extralarga

Fonte: ABNT – NBR 16861: Desenho Técnico Requisitos para Representação de Linhas e Escritas (2020).

Normalmente, combina-se um tipo básico de linha com um subtipo para se obter o traçado desejado no desenho. Para realizar essa combinação de forma adequada, é essencial compreender a classificação dos lápis e lapiseiras de acordo com a dureza da grafite, conforme apresentado na Figura 16.

Figura 16 – Grau de dureza da grafite

Fonte Adaptada: SATHLER (1999).

Grafites mais duras são utilizadas, por exemplo, para o traçado de linhas auxiliares, enquanto grafites mais macias são indicadas para a execução de segmentos de reta definitivos (SOUZA e ROCHA, 2010). A Tabela 3, abaixo, exemplifica esse raciocínio, considerando apenas as grafites HB, H e 2H.

Tabela 3 – Uso do grafite de acordo com o traçado e objetivo

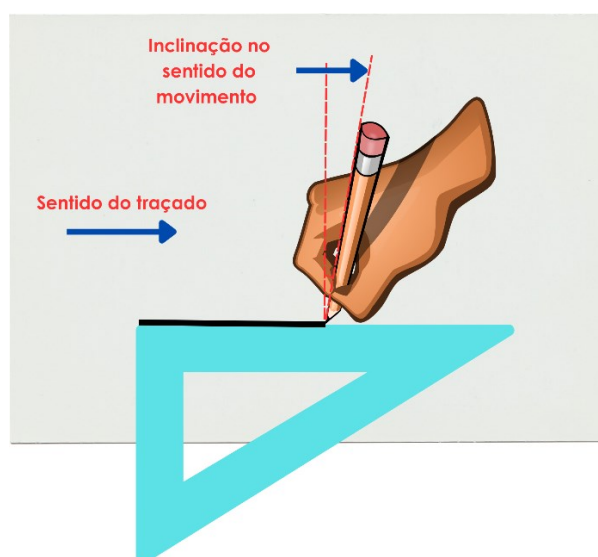
Traçado (Tipo / intensidade)	Grafite	Aplicação
	HB	Linhas definitivas e contornos
	H	Hachuras e caligrafia
	H	Linhas ocultas e imaginárias
	2H	Linhas auxiliares e cotas
	2H	Linhas de centro e simetria

Fonte Adaptada: SOUZA e ROCHA (2010).

Para uso geral, recomenda-se a grafite de dureza F. Para uso de lapiseira, recomenda-se uma de 0,5 mm (espessura média) e dureza HB. Dessa forma, traços mais intensos podem ser obtidos passando a grafite sobre a reta várias vezes. Além disso, é importante manter o lápis sempre bem apontado (CRUZ, 2014).

O movimento adequado do lápis consiste em segurá-lo entre o polegar e o dedo indicador a uma distância de 4 a 5 cm da ponta, de forma que este fique totalmente visível e a mão esteja apoiada no dedo mínimo (SATHLER, 1999). Após essa etapa, deve-se colocar o lápis próximo ao esquadro ou à régua T, na posição mais perpendicular possível e com uma leve inclinação na direção do movimento (Figura 17).

Figura 17 – Como movimentar o lápis ou lapiseira



Fonte: Autoria Própria (2023).

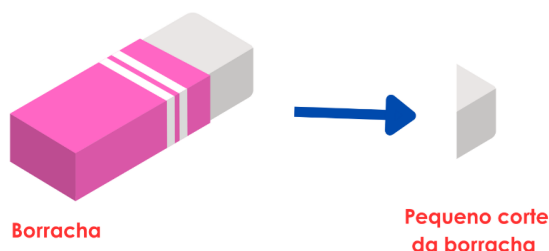
Assim, consegue-se traçar as retas, sendo importante lembrar de sempre puxar o lápis ou a lapiseira no sentido do movimento e nunca empurrá-los. Além disso, não se deve utilizar a grafite nos cantos dos instrumentos auxiliares (como, por exemplo, o esquadro) a fim de evitar borrões na folha de desenho (ALMEIDA, 2015). Vale ressaltar que é preferível o uso da lapiseira devido à sua praticidade, que torna desnecessário o uso de apontadores.

4.4 Borracha

Um dos benefícios de realizar primeiramente o desenho técnico a lápis ou lapiseira é a possibilidade de corrigir erros com mais facilidade (CHING, 2017). Logo, a borracha é o

instrumento responsável por essa função e existem diversos tipos disponíveis no mercado. Recomenda-se o uso de borrachas que não rasurem ou borrem o desenho, macias e flexíveis (CRUZ, 2014). Além disso, para apagar pequenos excessos de desenho é interessante cortar um pequeno pedaço da borracha (Figura 18) de forma que suas arestas sejam perceptíveis (SATHLER, 1999).

Figura 18 – Borracha e Corte de uma Seção da Borracha

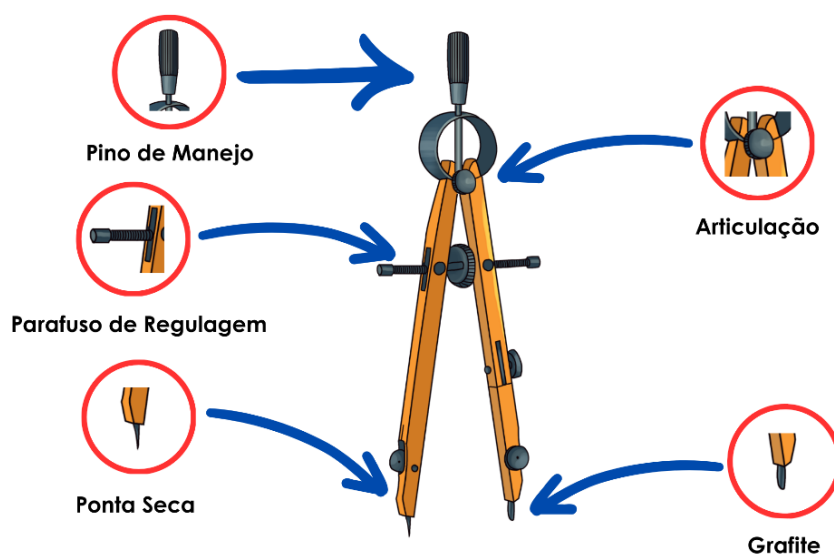


Fonte: Autoria Própria (2023).

4.5 Compasso

O compasso é um instrumento utilizado no desenho técnico para traçar circunferências e arcos, além de facilitar no transporte de medidas. Para traçar circunferências ou arcos utilizam-se compassos contendo uma ponta seca e outra com grafite, enquanto para o transporte de medidas, ambas as pontas do instrumento são secas (CRUZ, 2014).

Figura 19 – Compasso Articulado

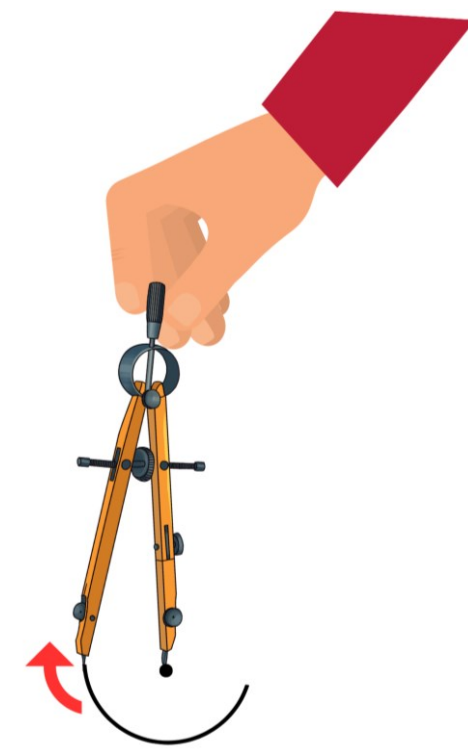


Fonte: Autoria Própria (2023).

Existem diversos tipos de compasso. O modelo simples é caracterizado por ter pernas dependentes uma da outra, que evita a abertura do compasso enquanto se traça a circunferência. Entretanto, durante o traçado, o pequeno círculo central pode sofrer um alargamento. O tipo mais recomendado, devido à sua precisão, é o compasso articulado (Figura 19). A ponta seca desse compasso perfura o papel utilizado para o desenho de forma perpendicular. Além disso, ele possui uma peça denominada extensor, que auxilia na realização de circunferências maiores (SATHLER, 1999).

Para utilizar o compasso corretamente, é necessário, primeiramente, usar o escalímetro para ajustar sua abertura ao tamanho de raio desejado e dobrar as articulações para que as pernas fiquem perpendiculares. Após isso, deve-se marcar o centro da circunferência no papel (ALMEIDA, 2015). Em seguida, coloca-se a ponta seca do instrumento no centro definido no papel, de forma que a ponta com o lápis fique mais próximo do desenhista (Figura 20).

Figura 20 – Como Utilizar o Compasso



Fonte: Autoria Própria (2024).

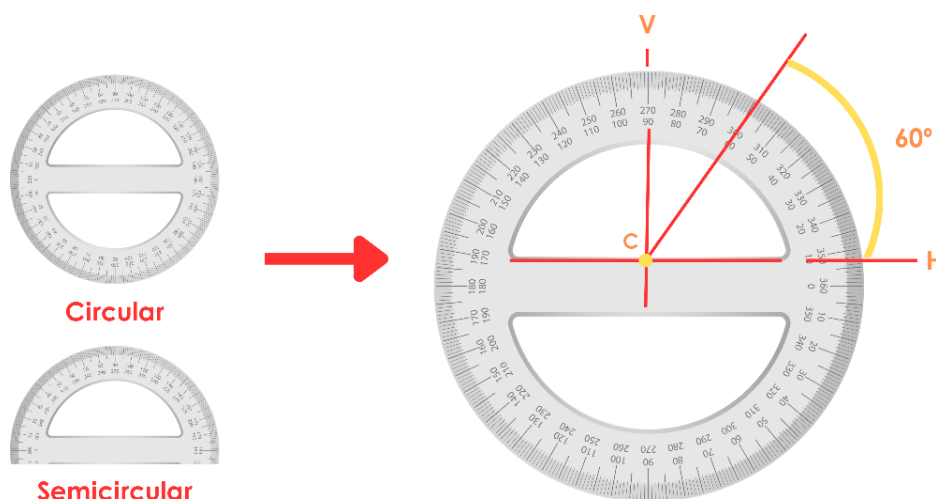
Em seguida, segura-se o compasso na parte superior, utilizando os dedos polegar e indicador, realizando uma leve inclinação na direção do traço e girando o instrumento no sentido horário da circunferência ou traçado desejado. Caso seja necessário usar o extensor,

uma das mãos fixará a ponta seca no centro definido, enquanto a outra movimentará a extremidade do extensor (MONTENEGRO, 2017).

4.6 Transferidor

O transferidor é um instrumento semicircular ou circular, geralmente feito de plástico transparente, utilizado para medir e marcar ângulos (CHING, 2017). Vale ressaltar que, por se tratar da medição de ângulos, é graduado em graus. Ao usar o transferidor, é importante que o centro do instrumento (C, na Figura 21) e o ponto de intersecção entre a linha horizontal (linha H, na Figura 21) e a vertical (linha V, na Figura 21) coincidam com o vértice do ângulo que se deseja medir. Logo, enquanto um dos lados do ângulo coincide com a linha horizontal, o outro atravessa a escala, permitindo a leitura da angulação (SATHLER, 1999).

Figura 21 – Transferidor e Como Usar



Fonte: Autoria Própria (2024).

4.7 Flanela e/ou Pincel

Tanto a flanela quanto o pincel são instrumentos de limpeza. A flanela deve ser utilizada regularmente nos esquadros e na régua, com o objetivo de remover o grafite e sobras de borracha que possam estar aderidos a eles. Já o pincel tem a função de remover os restos de borracha presentes na folha do desenho, decorrente do seu uso diante o processo. Além disso, o pincel deve ser usado na folha após cada traço de finalização, para evitar que partículas de grafite adiram aos esquadros e provoquem borrões no desenho (SATHLER, 1999).

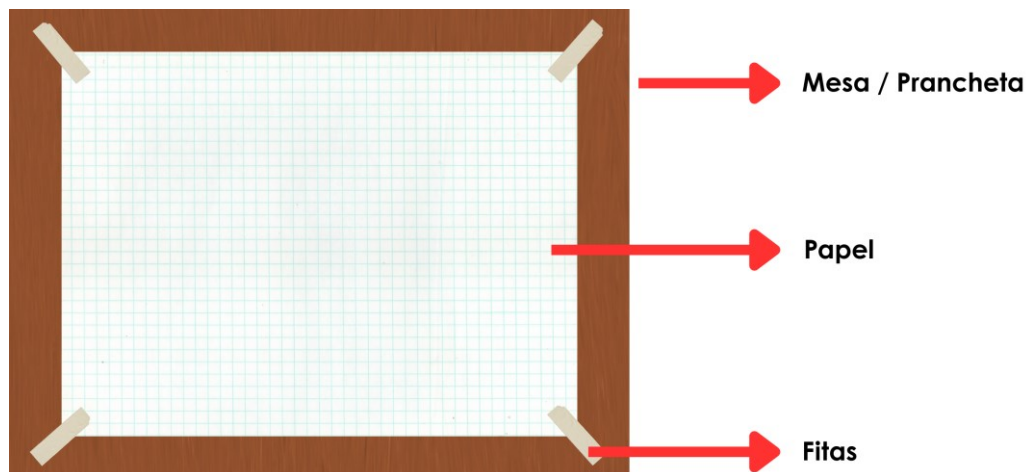
4.8 Papel

Existem diversos tipos de papel utilizados para a realização de desenhos técnicos, dependendo do objetivo do desenhista. Por exemplo, o papel manteiga usado para croquis à mão livre, sobreposições e estudos, enquanto o papel vegetal é utilizado para reproduções e sobreposições (CHING, 2017).

A princípio, é comum usar o papel milimetrado, pois facilita o aprendizado no que diz respeito à traçagem de retas e pontos. Além disso, pode-se usar o papel ofício A4, contudo, nesse caso, é necessário inicialmente traçar retas horizontais e verticais com o par de esquadros, a fim de obter a configuração do papel milimetrado (SATHLER, 1999).

Vale ressaltar que, antes de iniciar o desenho, é necessário fixar o papel à mesa ou à prancheta com a utilização de fita adesiva (MONTENEGRO, 2017). Os pedaços de fita devem ser colocados nos vértices do papel, conforme explicitado na Figura 22 abaixo. Dessa forma, evita-se que a folha mude de posição e, conseqüentemente, contribua para uma falha no desenho.

Figura 22 – Fita nos Vértices do Papel Milimetrado



Fonte: Autoria Própria (2023).

5 ELEMENTOS E SISTEMAS DE PROJEÇÃO

Projetar é o ato de representar graficamente um objeto tridimensional em apenas um único plano. Quando o desenhista executa essa ação, precisa lidar com escolhas relacionadas a quais aspectos de sua percepção ou imaginação pode ou deve expressar, para que outras pessoas consigam interpretar facilmente o objeto em questão (CHING, 2012). Portanto, é necessário compreender os principais sistemas de projeção e os elementos que os compõem.

5.1 Caracterização dos Elementos de Projeção

Segundo Sathler (1999) e Silva et al. (2023) os elementos de projeção são os apresentados na Figura 23 abaixo.

Figura 23 – Elementos de Projeção



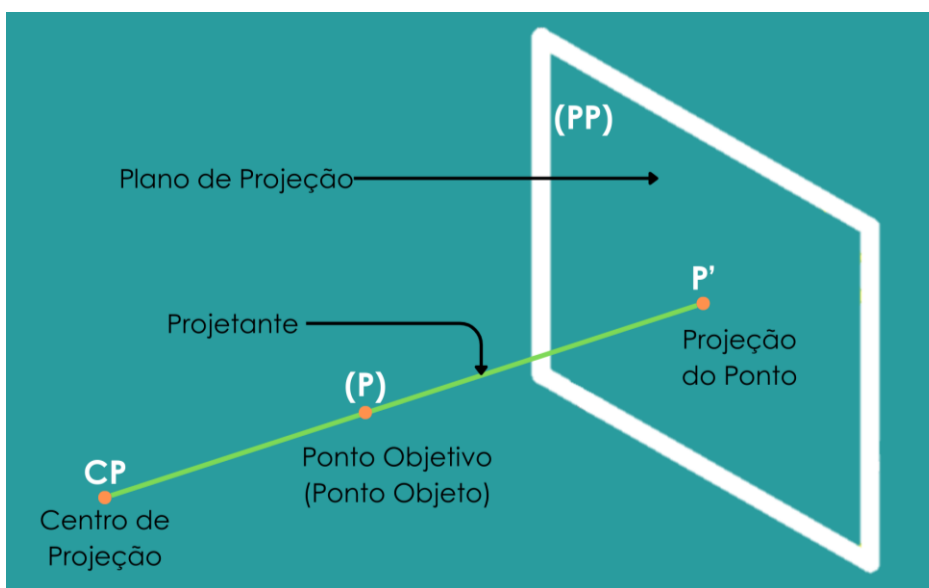
Fonte Adaptada: Sathler (1999) e Silva et al. (2023).

Em relação ao centro de projeção (CP), é importante destacar que ele se divide em “próprio” e “impróprio”. O primeiro, ocorre quando o CP e o PP estão a uma distância finita, e os raios projetantes que vêm do CP convergem, ou seja, tendem a se encontrar em algum ponto.

Enquanto o segundo ocorre quando o CP e o PP estão a uma distância infinita e, por isso, os raios projetantes tornam-se paralelos entre si.

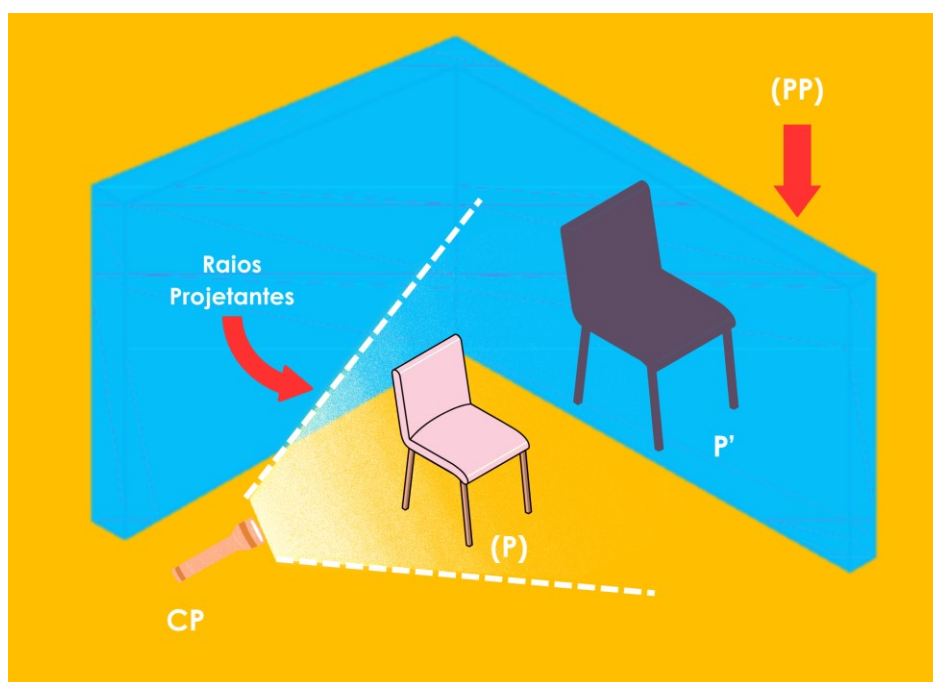
A Figura 24, apresentada a seguir explicita todos os elementos mencionados até o momento, enquanto a Figura 25 os ilustra de uma forma didática.

Figura 24 – Elementos de Projeção em Conjunto



Fonte: Autoria Própria (2023).

Figura 25 – Exemplo de Cenário de Projeção do Cotidiano

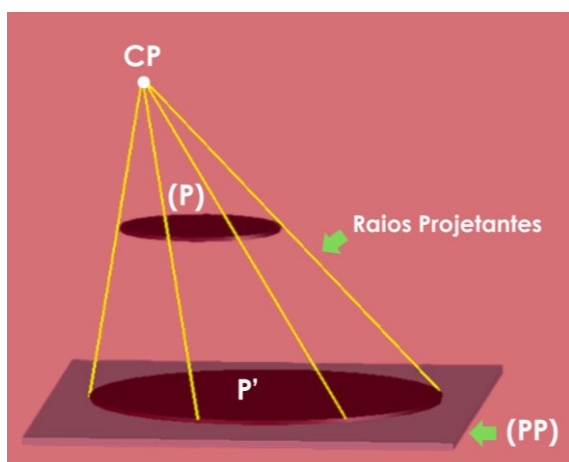


Fonte: Autoria Própria (2023).

5.2 Sistema de Projeção Cônica

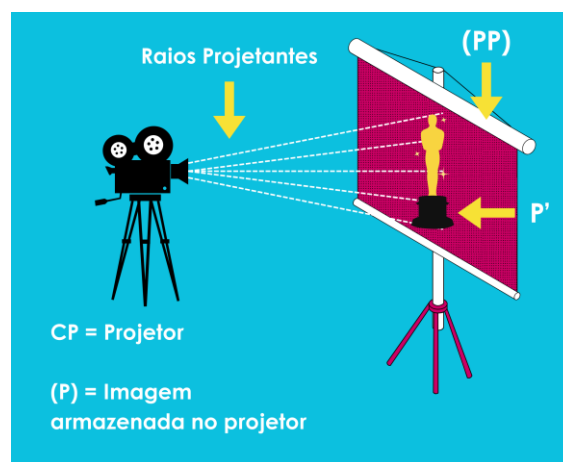
Trata-se de um sistema em que a projeção é gerada quando o centro de projeção está a uma distância finita do PP. Nesse caso, os raios projetantes partem de um ponto “visível” (Figura 26), denominado ponto próprio (SOUZA e VARGAS, 2008). Alguns exemplos de sistemas projetivos cônicos incluem a visão humana, câmeras fotográficas, projetores (Figura 27) e a luz projetada por uma lâmpada (TEIXEIRA e SILVA, 2018).

Figura 26 – Sistema de Projeção Cônica



Fonte: Autoria Própria (2023).

Figura 27 – Exemplo de Projeção Cônica



Fonte: Autoria Própria (2023).

Entre os raios projetantes, forma-se um ângulo que é responsável por causar deformações no objeto projetado. Portanto, o sistema de projeção cônica caracteriza-se por não representar os objetos em verdadeira grandeza (VG), isto é, em dimensões correspondentes com as do objeto real (SILVA et al, 2023).

Essas distorções são denominadas efeito perspectivo e ocorrem quando elementos mais próximos do observador são projetados com dimensões maiores do que os elementos mais distantes, mesmo que mantenham as mesmas proporções. Além disso, é interessante pontuar que a distância entre o CP e o PP é responsável por definir o tamanho do objeto projetado, enquanto a distância entre o CP e o objeto determina o grau das distorções da projeção (TEIXEIRA e SILVA, 2018).

Apesar do efeito perspectivo gerado pelo sistema de projeção cônica, ele serve como base teórica para os demais sistemas projetivos, pois seus conceitos podem ser generalizados ou particularizados. Além disso, é fundamental para a construção de perspectivas cônicas que buscam representar a realidade de modo semelhante à visão humana (TEIXEIRA e SILVA, 2018).

5.3 Sistema de Projeção Cilíndrica

O sistema projetivo cilíndrico é caracterizado por ter um centro de projeção localizado a uma distância infinita do plano de projeção (centro de projeção impróprio). Pode-se dizer que a distância entre o CP e o PP é tão grande, em comparação as dimensões do objeto a ser projetado, que se torna infinita (TEIXEIRA e SILVA, 2018). Os raios projetantes são paralelos entre si e seguem uma direção (d) específica. Assim, partem do infinito em um feixe de retas paralelas, que correspondem às geratrizes de um cilindro.

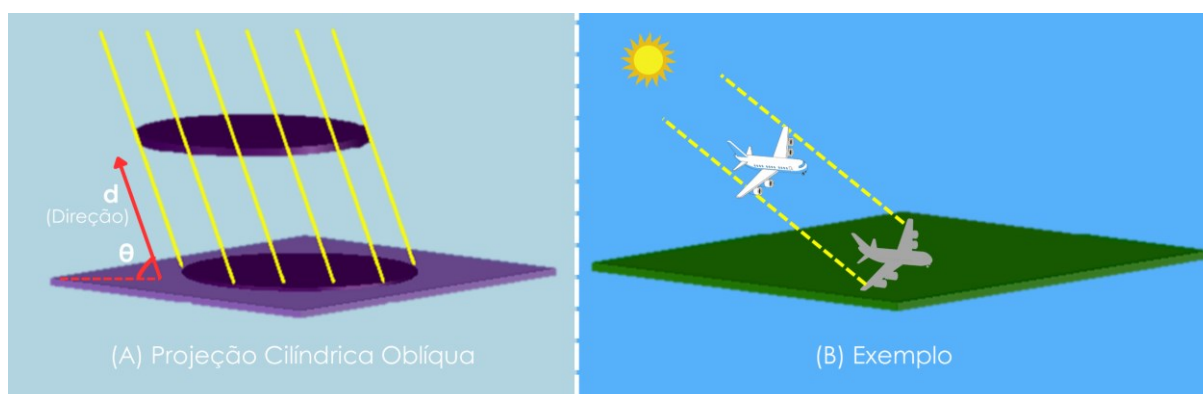
Consequentemente, é por esse motivo denominado sistema cilíndrico (LOPES e GUSMÃO, 2023). É interessante ressaltar que, nesse tipo de projeção, as faces paralelas ao PP são representadas em verdadeira grandeza, ou seja, sem distorção de suas medidas reais. Isso contribui para aplicações onde a precisão é essencial. Além disso, não ocorre distorção na posição de arestas e planos (TEIXEIRA e SILVA, 2018).

O sistema cilíndrico é dividido em projeções oblíquas e ortogonais. A distinção entre elas está relacionada ao ângulo de incidência dos raios projetantes no PP (LOPES e GUSMÃO, 2023).

5.3.1 Oblíqua

O sistema de projeção cilíndrica oblíqua ocorre quando as retas projetantes formam um ângulo θ (teta), em que $0 < \theta < 90^\circ$ graus (Figura 28–A). Esse sistema de projeção, está frequentemente associado à perspectiva Cavaleira.

Figura 28 – Sistema de Projeção Cilíndrica Oblíqua



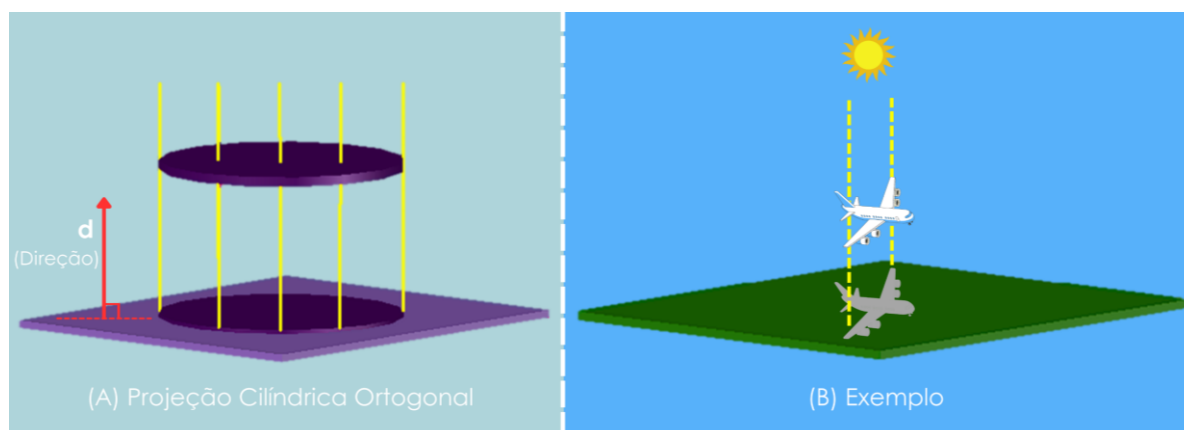
Fonte: Autoria Própria (2023).

Para compreender de forma prática esse sistema de projeção pode-se utilizar os raios solares como exemplo (Figura 28-B). A distância entre a Terra e o sol é tão grande que, quando os raios luminosos atingem a superfície terrestre, estão quase paralelos entre si. Assim, é visível a projeção da sombra dos objetos sobre a superfície, formando um ângulo oblíquo em determinados horários (LOPES e GUSMÃO, 2023).

5.3.2 Ortogonal

A projeção ortogonal ocorre quando o ângulo formado é igual a 90° graus (Figura 29-A). Este sistema está associado ao desenho projetivo (vistas ortográficas) e às perspectivas axonométricas isométricas, nas quais é possível garantir, no desenho, reduções proporcionais aos ângulos entre os eixos da peça e do PP (TEIXEIRA e SILVA, 2018).

Figura 29 – Sistema de Projeção Cilíndrica Ortogonal

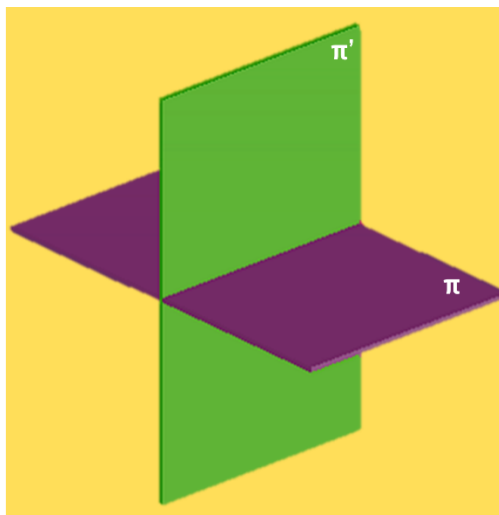


Fonte: Autoria Própria (2023).

Ainda considerando os raios solares como exemplo, quando estão perpendiculares ao globo terrestre, em uma determinada região onde o observador se encontra. Observa-se a projeção cilíndrica ortogonal (Figura 29-B).

5.4 O Espaço de Projeção

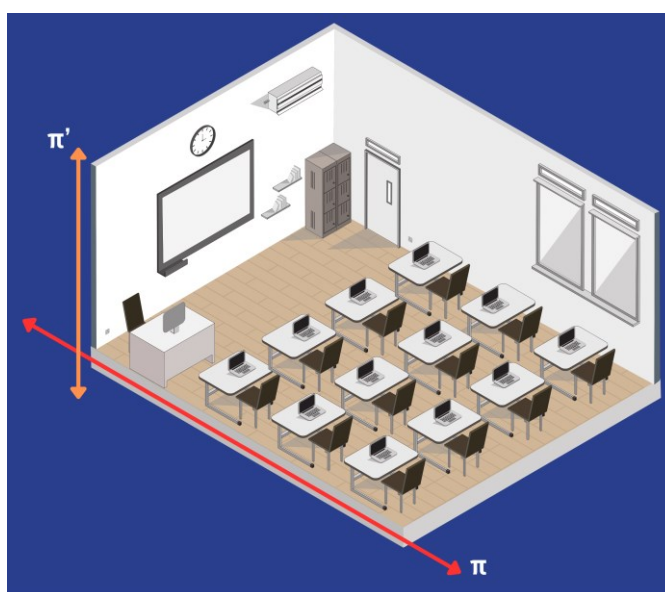
Até o momento, abordou-se o ato de projetar em apenas um plano. Contudo, o Método de Monge, que é conhecido como “Método da Dupla Projeção Ortogonal”, consiste em projetar simultaneamente em dois planos distintos, porém complementares (Figura 30).

Figura 30 – Planos de Projeção

Fonte: Autoria Própria (2023).

Esses planos são denominados plano de projeção horizontal, representado pela letra grega π (pi), e plano de projeção vertical, representado pela letra grega π' (pi com apóstrofo, onde se lê pi linha) (SATHLER, 1999).

Para uma melhor compreensão, pode-se interpretar esse cenário como se estivesse dentro de uma sala de aula. Nesse contexto, o plano horizontal teria origem no piso dessa sala, enquanto o plano vertical estaria localizado na parede frontal onde se vê o quadro branco (Figura 31).

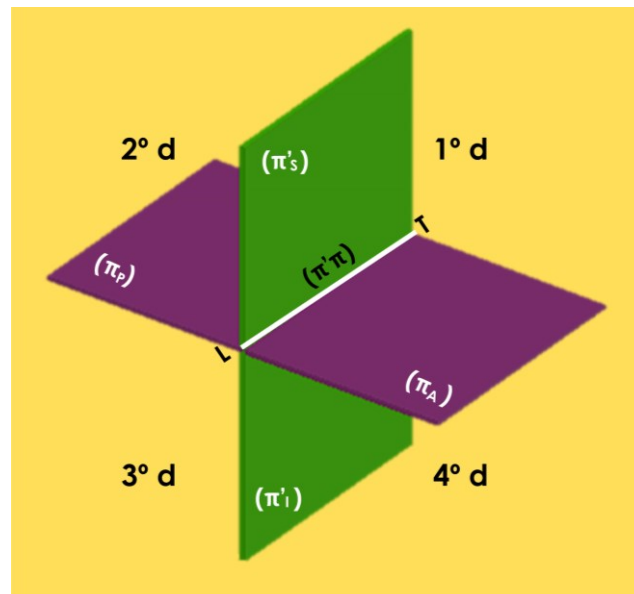
Figura 31 – Exemplificação dos Planos de Projeção

Fonte Adaptada: Canva (2024).

A junção de planos explicitada anteriormente define o que pode ser entendido como um espaço de projeção. Logo, torna-se necessário conceituar os elementos desse espaço (Figura 32), os quais, segundo Sathler (1999), Almeida (2020), Lopes e Gusmão (2023), são:

- **Linha de Terra (LT ou $\pi'\pi$):** Consiste na reta de intersecção entre os planos de projeção horizontal e vertical.
- **Semiplanos de projeção:** A linha de Terra é responsável por dividir os planos de projeção principal em duas partes iguais, ou seja, dois semiplanos. Consequentemente, gera quatro semiplanos conhecidos como vertical superior (π'_s) e vertical inferior (π'_l), horizontal anterior (π_A) e horizontal posterior (π_P).
- **Diedros:** São as regiões existentes entre os semiplanos de projeção. Vale salientar que os diedros são numerados sequencialmente no sentido anti-horário.

Figura 32 – Elementos do Espaço de Projeção

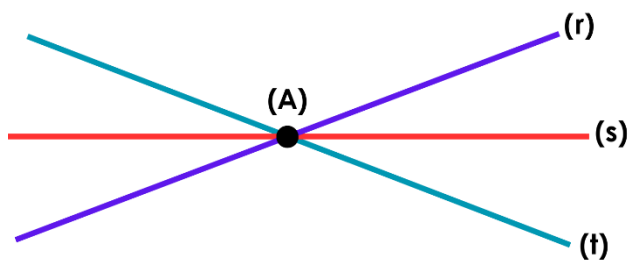


Fonte: Autoria Própria (2023).

6 O PONTO

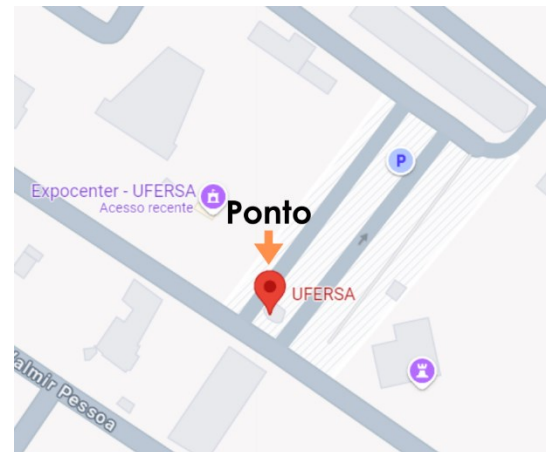
O ponto objetivo ou ponto objeto, (A), (Figura 33) é o elemento mais primitivo e primordial da geometria descritiva. Ele indica uma posição, contudo, não possui formato ou dimensão. Para conseguir determinar o ponto, é necessário traçar duas ou mais retas que se cruzem. Exatamente na interseção entre essas retas, tem-se o ponto (LOPES e GUSMÃO, 2023). Se considerar, por exemplo, o mapa de uma cidade, as ruas dessa cidade representam as retas e o ponto é o local onde estamos ou para onde queremos ir (Figura 34).

Figura 33 – O Ponto



Fonte: Autoria Própria (2023).

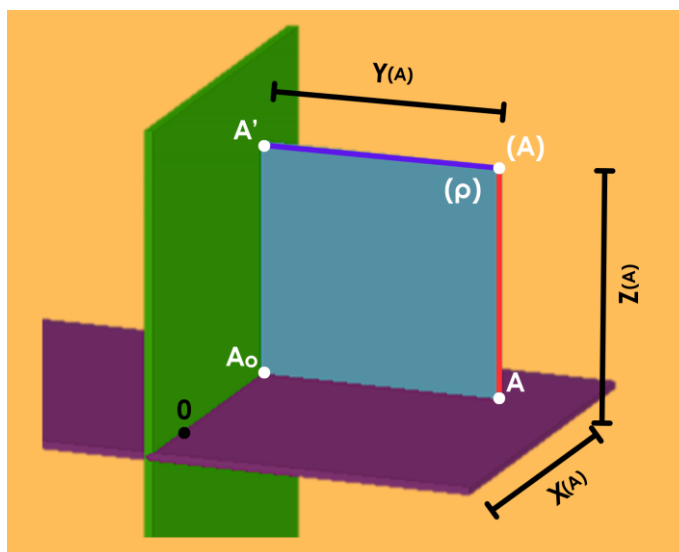
Figura 34 – Exemplificação de um Ponto



Fonte Adaptada: Google Maps (2024).

6.1 Representação de um Ponto no Espaço Através de suas Coordenadas Descritivas

Para representar um ponto objeto (A) no espaço por meio de suas coordenadas descritivas, é essencial obter sua projeção ortogonal horizontal (A) e vertical (A'), respectivamente, nos planos de projeção horizontal (π) e vertical (π'), como descrito na Figura 30 (SATHLER, 1999) (Figura 35).

Figura 35 – Representação de um Ponto por suas Coordenadas Descritivas

Fonte: Autoria Própria (2023).

Como visto na Figura 35 acima, ocorre a formação de duas projetantes, $(A)A$ e $(A)A'$. A junção dessas retas forma um plano (ρ) . A interseção entre o plano (ρ) e a LT originam um ponto (A_0) , que é a projeção ortogonal do ponto (A) na LT (SATHLER, 1999).

Com base nessas informações, é possível determinar a abscissa, o afastamento e a cota de um ponto. Primeiramente, a abscissa (x) refere-se à posição do ponto (A_0) ao longo da LT, ou seja, em relação ao plano de origem identificado por zero (0). O afastamento (y) corresponde à distância da projeção no plano horizontal A até a LT, enquanto a cota (z) é a distância da projeção vertical A' até a LT. Todas essas coordenadas podem ter variações de sinal (positivo ou negativo), dependendo do diedro em que o ponto está localizado. A seguir, a Tabela 4 apresenta todas as possíveis alternâncias (ALMEIDA, 2020).

Tabela 4 – Posições do Ponto no Espaço de Acordo com o Sinal das Coordenadas

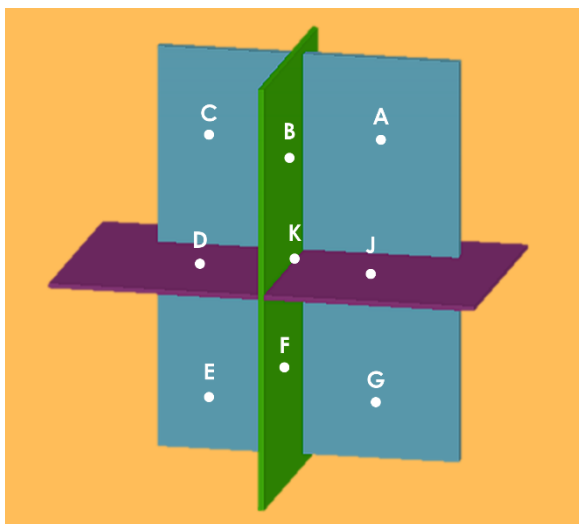
Coordenada	Quadrante			
	1° D	2° D	3° D	4° D
Afastamento (y)	+	-	-	+
Cota (z)	+	+	-	-
Abscissa (x)	+ / -			

Fonte Adaptada: Souza (2014).

É importante destacar que, no caso da abscissa, o ponto pode estar localizado à direita (+) ou à esquerda (-) da origem, o que determina o uso do sinal + ou -. A abscissa depende exclusivamente do referencial adotado como origem na LT, ou seja, o ponto zero dessa linha. Assim, uma vez definida a origem, à direita dela têm-se $x > 0$ (positivo), enquanto à esquerda têm-se $x < 0$ (negativo). Comumente, para facilitar o entendimento opta-se por utilizar mais abscissas positivas.

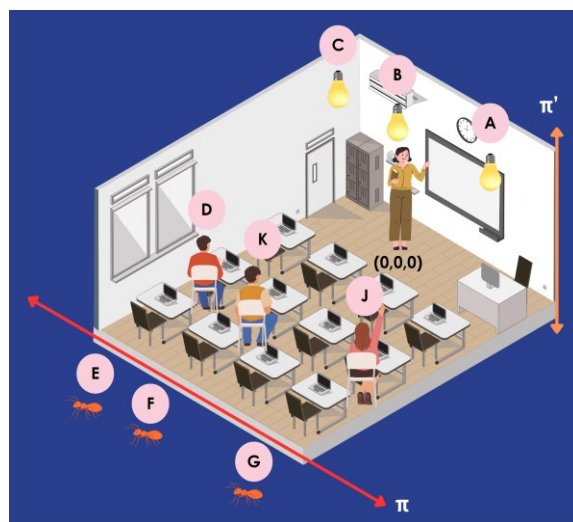
Para facilitar a compreensão da representação de um ponto, é importante destacar que ele pode ser posicionado em nove posições diferentes localizadas no espaço, conforme ilustrado na Figura 36. A Figura 37, por sua vez, apresenta as nove posições do ponto em um contexto de sala de aula (SOUZA, 2014).

Figura 36 – Pontos em Posições no Espaço



Fonte Adaptada: Souza (2014).

Figura 37 – Exemplificação de Pontos em Posições no Espaço



Fonte: Autoria Própria (2024).

As coordenadas dessas nove posições estão descritas na Tabela 5 a seguir:

Tabela 5 – Posicionamento dos Pontos de Acordo com as Coordenadas

PONTOS	A	B	C	D	E	F	G	J	K
Posição no Espaço	1º D	$\pi's$	2º D	π_P	3º D	π'_I	4º D	π_A	$\pi'\pi$
Afastamento	+	0	-	-	-	0	+	+	0
Cota	+	+	+	0	-	-	-	0	0

Fonte Adaptada: Souza (2014).

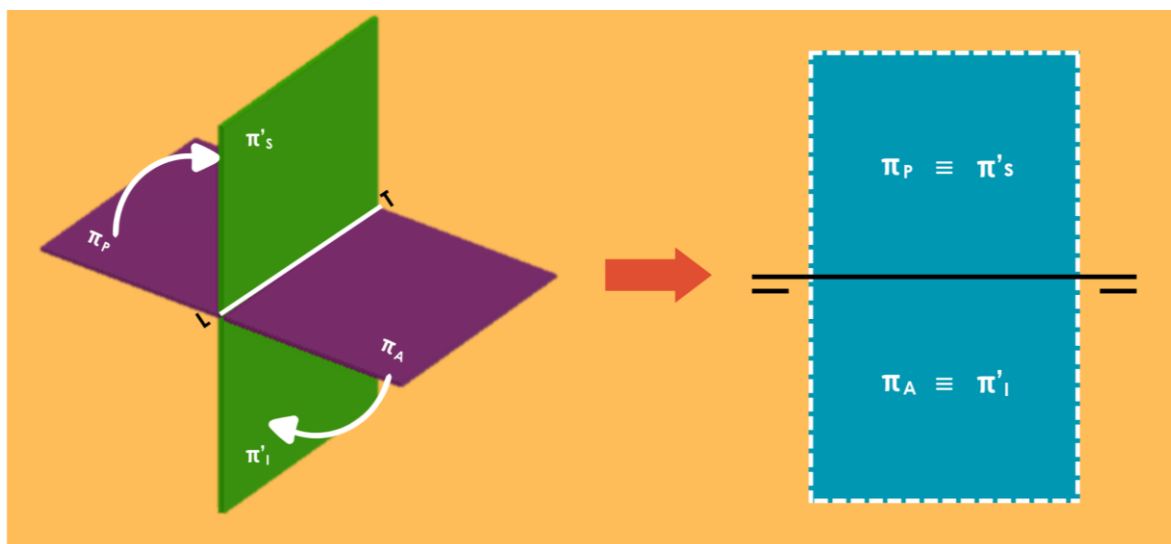
Por fim, no que diz respeito à nomenclatura, um ponto deve ser representado sempre por letras maiúsculas. As coordenadas descritivas devem ser apresentadas sempre nessa ordem: abscissa, afastamento e cota. Assim, a expressão utilizada para descrever um ponto no espaço é (P) [x; y; z] (ALMEIDA, 2020).

6.2 Épura

No cotidiano o uso de um espaço de projeção para representar um ponto, torna-se inviável quando consideramos apenas uma folha de papel como meio de reprodução desse ponto. Isso ocorre porque o espaço de projeção é definido por dois planos de projeção tridimensionais, enquanto uma folha de papel só permite a representação de um plano bidimensional.

Com o intuito de resolver essa problemática, deve-se girar o plano horizontal de projeção em torno da LT (no sentido horário, de 90°) até que ele coincida com o plano vertical de projeção (Figura 38) (SOUZA, 2014). Assim, obtêm-se a épura, que é, um plano bidimensional resultante da superposição dos planos de projeção horizontal e vertical.

Figura 38 – Origem da Épura



Fonte Adaptada: Sathler (1999).

Na épura, a LT é representada por uma linha contínua horizontal sublinhada por dois pequenos traços, como exposto na Figura 38 acima. Além disso, o semiplano de projeção horizontal posterior π_P coincide com o semiplano de projeção vertical superior π'_S acima da

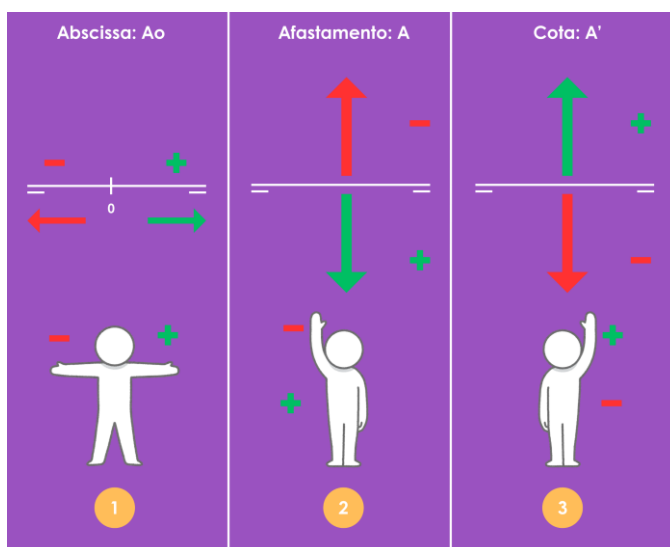
LT ($\pi_p \equiv \pi'_s$). Da mesma forma, o semiplano de projeção horizontal anterior π_A coincide com o semiplano de projeção vertical inferior π'_l abaixo da LT ($\pi_A \equiv \pi'_l$). Tanto no espaço como em épura se faz uso das mesmas três coordenadas descritivas $[x; y; z]$. No entanto, existem diferenças sutis na forma de posicionar o ponto com base nessas coordenadas.

A abscissa permanece dependente do referencial adotado para ser a origem, definida como zero (0). Assim, a abscissa positiva ($x > 0$) localiza-se à direita do referencial, enquanto a abscissa negativa ($x < 0$) fica à esquerda. Quanto ao afastamento e à cota, ocorre uma inversão de lados. O afastamento (y) positivo é medido a partir da linha de terra para baixo, enquanto o negativo é medido para cima. Já a cota (z) positiva é medida a partir da LT para cima, e a negativa para baixo (Figura 39) (SOUZA, 2014).

Uma maneira alternativa de entender essas situações é imaginar que a LT seria uma linha na altura do peito de uma pessoa, onde seu braço esquerdo representa o afastamento e o direito a cota. Portanto, considerando o afastamento positivo, o braço esquerdo estaria posicionado para baixo, enquanto no afastamento negativo estaria posicionado para cima (Figura 39-2).

O mesmo raciocínio se aplica à cota, quando é positiva, o braço direito fica posicionado para cima e quando é negativa fica posicionado para baixo (Figura 39-3). Assim, se o braço esquerdo estiver posicionado para baixo e o direito para cima, significa afastamento e cota positivos, logo o ponto estaria no primeiro diedro, seguindo a mesma analogia para as demais posições.

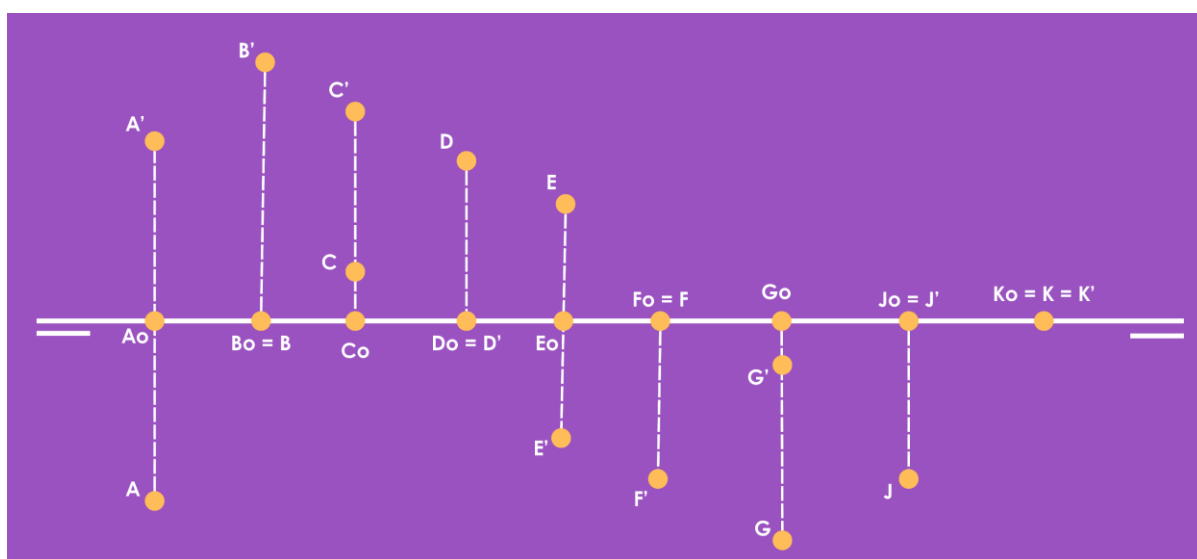
Figura 39 – Sinalização das Coordenadas de um Ponto em Épura



Fonte: Autoria Própria (2024).

De forma análoga à Figura 36, que demonstra as nove posições de um ponto no espaço, a Figura 40 a seguir apresenta a épura dessas nove posições. O objetivo dessa épura é mostrar que as coordenadas descritivas dos pontos se mantiveram iguais. Além disso, é importante destacar que as projeções dos pontos, como por exemplo, A_o , A e A' estão situadas em uma mesma reta, perpendicular à LT, denominada de linha de chamada e representada por uma linha tracejada.

Figura 40 – Posicionamento dos Pontos em Épura

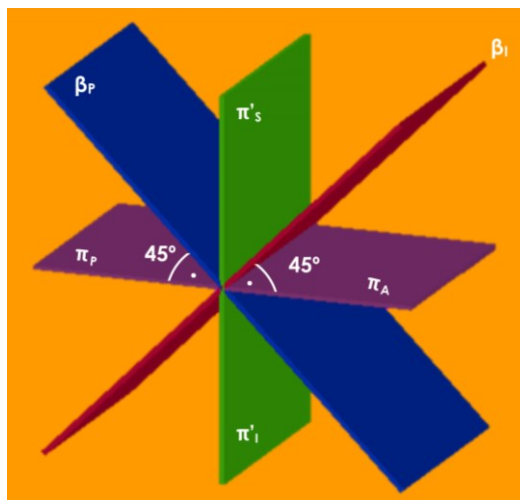


Fonte Adaptada: Souza (2014).

6.3 Planos Bissetores

Os planos bissetores podem ser interpretados como planos de projeção auxiliares, capazes de dividir os diedros em dois semiplanos compostos por ângulos de 45° . Existem somente dois planos bissetores, denominados de bissetor ímpar (β_I), que atravessa os diedros ímpares (1° e 3°) e o bissetor par (β_P), que atravessa os diedros pares (2° e 4°) (Figura 41) (CRUZ e AMARAL, 2012).

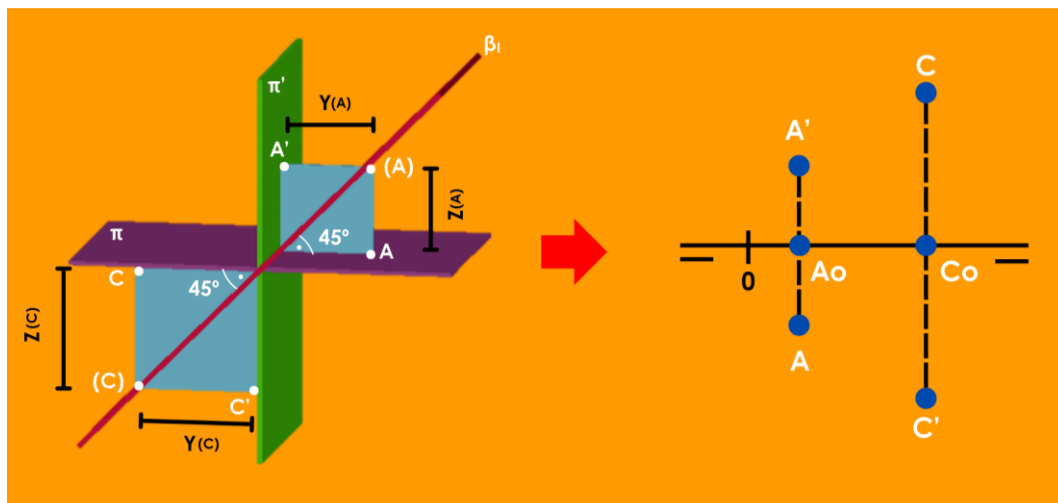
Figura 41 – Planos Bissetores Ímpar (β_I) e Par (β_P)



Fonte Adaptada: Cruz e Amaral (2012).

Com relação às coordenadas de pontos, no bissetor ímpar tem-se que a cota e afastamento possuem o mesmo valor ($Y(p) = Z(p)$). Resultando, em épura, nas projeções horizontal e vertical simétricas à LT. (Figura 42).

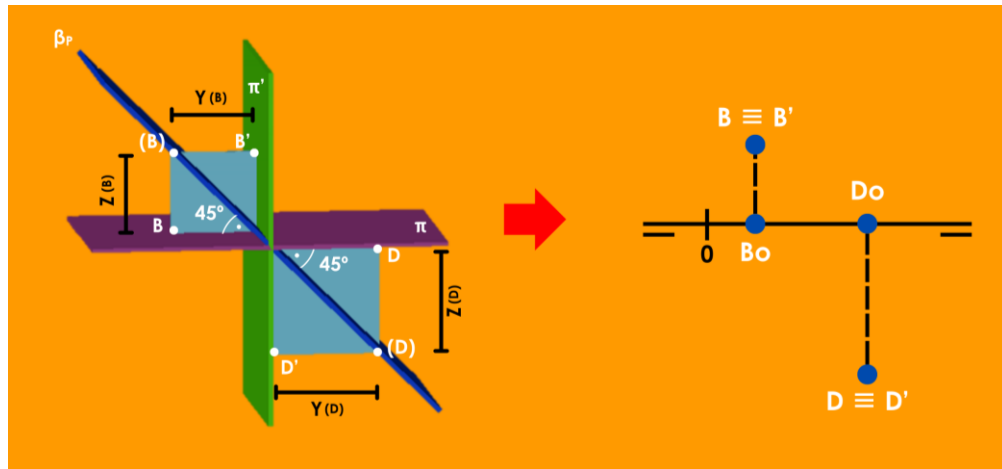
Figura 42 – Representação das Coordenadas de Pontos no Bissetor ímpar



Fonte Adaptada: Sathler (1999).

No bissetor par, a cota e o afastamento são simétricos, ou seja, possuem sinais opostos ($Z(p) = -Y(p)$). Assim, em épura, as projeções horizontal e vertical tornam-se coincidentes (Figura 43) (SATHLER, 1999).

Figura 43 – Representação das coordenadas de Pontos no Bissetor Par

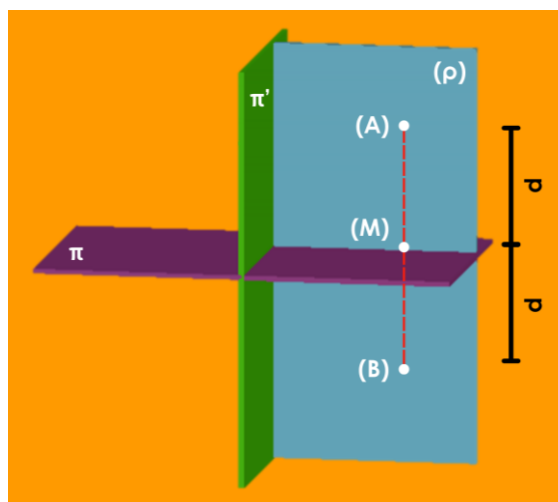


Fonte Adaptada: Sathler (1999).

6.4 Simetria de Pontos

Dois pontos (A) e (B) são considerados simétricos em relação a um plano quando o segmento de reta que os une é ortogonal a esse plano, o que implica que ambos os pontos compartilham a mesma abscissa. Além disso, existe um ponto médio (M) neste plano, de modo que os segmentos (A)(M) e (M)(B) são equidistantes em relação ao plano, apresentando a mesma distância a partir dele, como ilustrado na Figura 44 abaixo (CRUZ e AMARAL, 2012) (JUNIOR, 1975).

Figura 44 – Exemplificação da Simetria de Pontos

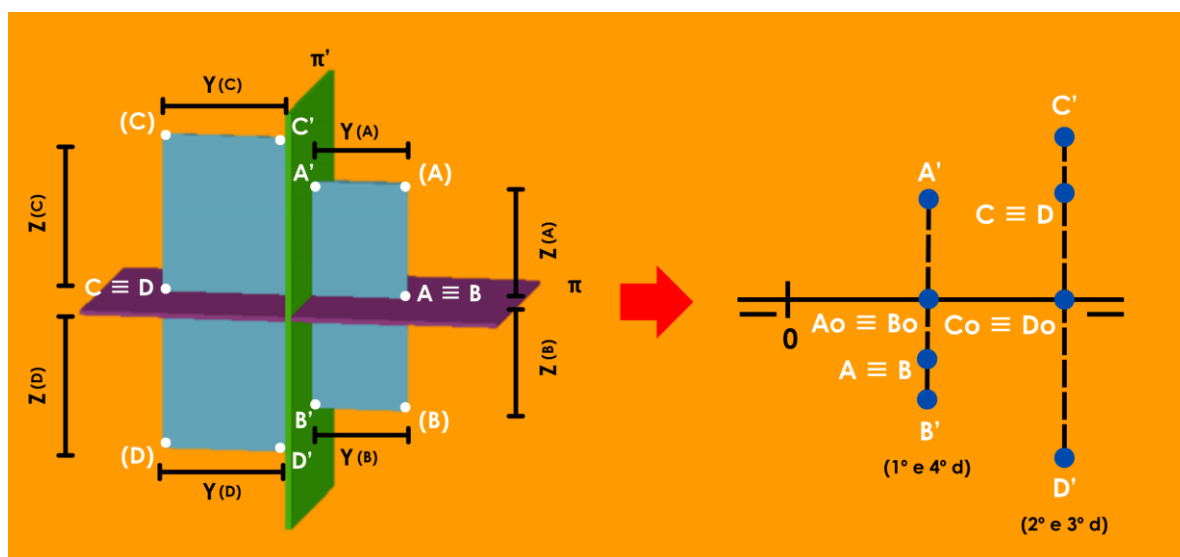


Fonte Adaptada: Sathler (1999).

De acordo com Cruz e Amaral (2012), Sathler (1999) e Junior (1975), a simetria de pontos pode ser analisada nos seguintes cenários:

- **Em relação ao plano de projeção horizontal (π):** Nesse caso, os pontos não apenas apresentam a mesma abscissa ($X_{(A)} = X_{(B)}$) e possuem o mesmo afastamento ($Y_{(A)} = Y_{(B)}$), mas também têm cotas que são simétricas em relação ao plano, ou seja, $Z_{(A)} = -Z_{(B)}$ (Figura 45).

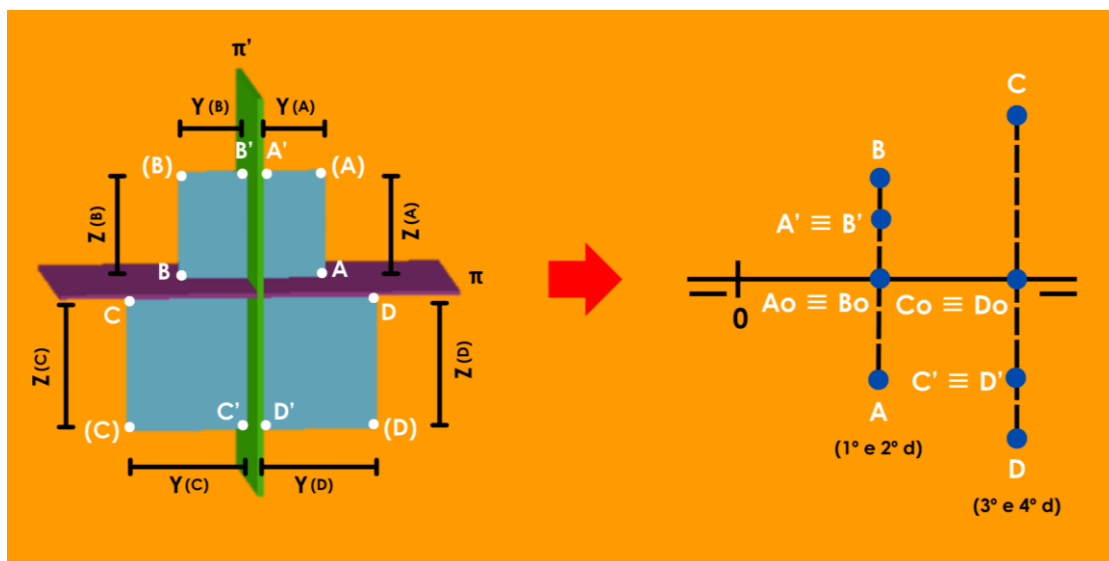
Figura 45 – Simetria de Pontos em Relação a π



Fonte Adaptada: Sathler (1999).

- **Em relação ao plano de projeção vertical (π'):** Neste caso, ocorre o inverso do que foi exposto em relação ao plano horizontal (π). As abscissas e cotas dos pontos permanecem as mesmas, ou seja, $X_{(A)} = X_{(B)}$ e $Z_{(A)} = Z_{(B)}$, enquanto os afastamentos são simétricos, conforme a relação $Y_{(A)} = -Y_{(B)}$ (Figura 46).

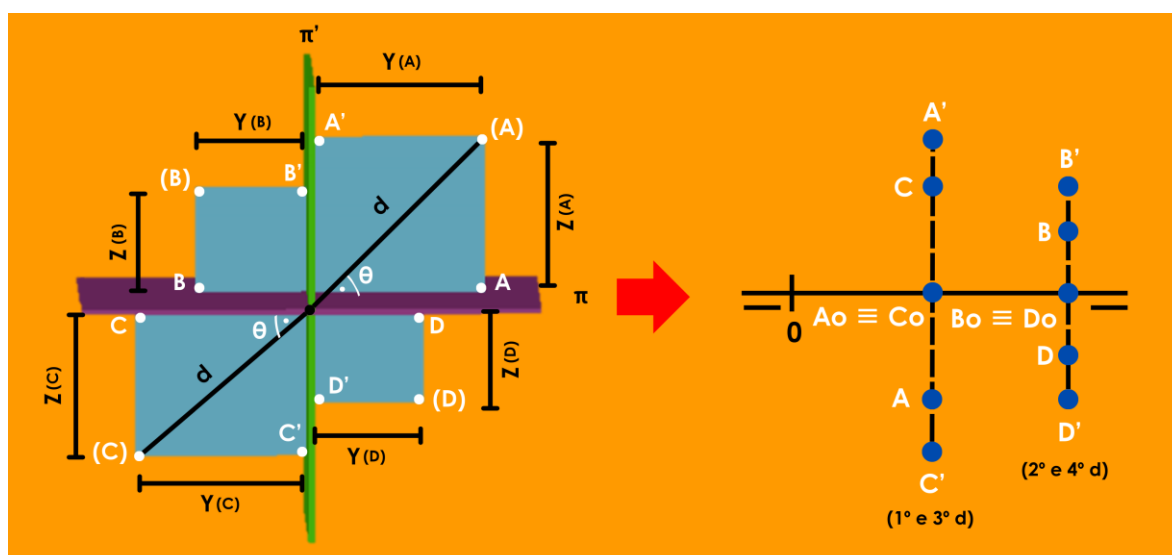
Figura 46 – Simetria de Pontos em Relação a π'



Fonte Adaptada: Sathler (1999).

- **Em relação à linha de terra ($\pi'\pi$):** Têm-se que a abscissa dos pontos permanece a mesma, ou seja, $X_{(A)} = X_{(C)}$. No entanto, os afastamentos e as cotas são simétricos, apresentando a relação $Y_{(A)} = -Y_{(C)}$ e $Z_{(A)} = -Z_{(C)}$. Como mostrado na Figura 47.

Figura 47 – Simetria de Pontos em Relação a $\pi'\pi$

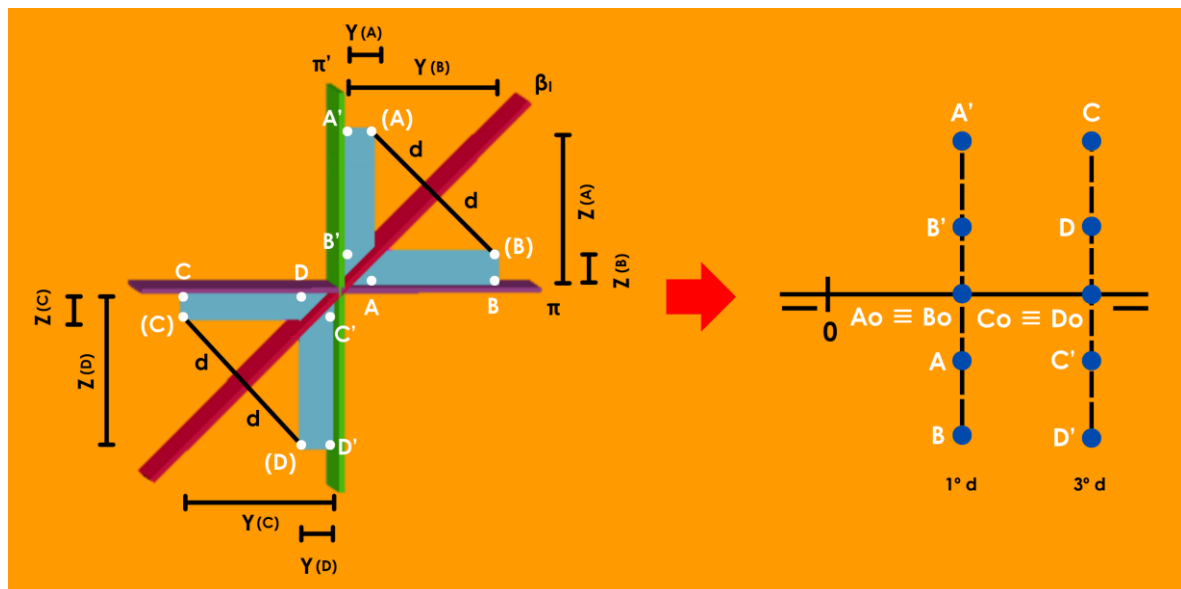


Fonte Adaptada: Sathler (1999).

- **Em relação ao bissetor ímpar (β_I):** Para compreender essa situação, considera-se 4 pontos, como ilustrado na Figura 48 a seguir. Os pontos (A) e (B), localizados no 1º diedro apresentam a mesma abscissa ($X_{(A)} = X_{(B)}$). Da mesma forma, os pontos (C) e (D), situados no 3º diedro também apresentam a mesma abscissa ($X_{(C)} = X_{(D)}$).

Em contrapartida, os afastamentos e cotas apresentam valores trocados. No 1º diedro têm-se $Y_{(A)} = Z_{(B)}$ e no 3º diedro, observa-se que $Y_{(C)} = Z_{(D)}$. Em épura, é possível visualizar que as projeções dos pontos de nomes contrários são simétricas: A é simétrica a B', A' é simétrica a B, C é simétrico a D' e C' é simétrico a D (Figura 48).

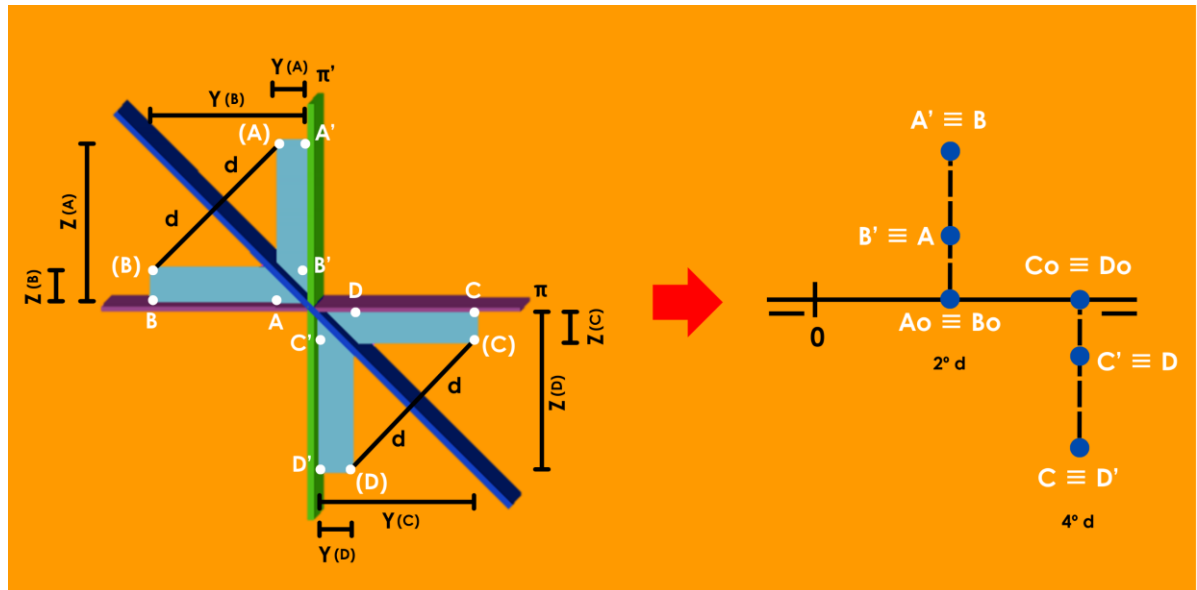
Figura 48 – Simetria de Pontos em Relação ao β_I



Fonte Adaptada: Sathler (1999).

- **Em relação ao bissetor par (β_P):** Considerando os pontos (A), (B), (C) e (D), observa-se que eles continuam apresentando a mesma abscissa em seus respectivos diedros. Além disso, as cotas e afastamentos mantêm valores trocados, mas seus sinais são contrários: $Y_{(A)} = -Z_{(B)}$, $Z_{(A)} = -Y_{(B)}$, $-Y_{(C)} = Z_{(D)}$ e $Z_{(C)} = -Y_{(D)}$. Assim, em épura, as projeções de nomes contrários são coincidentes: A coincide com B', A' coincide com B, C' coincide com D e C coincide com D'. Como demonstrado na Figura 49.

Figura 49 – Simetria de Pontos em Relação ao βP



Fonte Adaptada: Sathler (1999).

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o desenvolvimento desta pesquisa, ficou evidente que o estado da arte em geometria descritiva se consolidou há muitos anos. Observou-se que livros mais recentes, em sua maioria, apenas alteram a forma de apresentação dessas informações, sem introduzirem novos conceitos. Assim, a seleção de obras para embasar o presente trabalho considerou, principalmente, aquelas que transmitissem o conteúdo didático de maneira didática e acessível, evitando a complexidade de textos tradicionais.

Para garantir que o trabalho não se fundamentasse apenas em aspectos teóricos, foram utilizados exemplos práticos que trazem cenários do cotidiano dos estudantes. Por exemplo, o uso do Google Maps foi empregado para ilustrar o conceito de ponto no espaço, enquanto uma sala de aula serviu para explorar os planos de projeção. Essas abordagens visaram facilitar a compreensão dos conceitos apresentados, tornando o material mais próximo da realidade dos estudantes.

Como sugestões de trabalhos futuros, destaca-se: (i) a inclusão de exercícios nos tópicos existentes, permitindo que os estudantes verifiquem de maneira mais eficaz sua compreensão sobre os assuntos abordados; (ii) o desenvolvimento de novos tópicos sobre a GD, com o objetivo de complementar o material iniciado nessa pesquisa; e (iii) a transformação de todo o conteúdo desenvolvido em um livro digital interativo com animações e vídeos, visando aumentar a acessibilidade e praticidade referente ao trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Antônia Fabiana Marques. **Utilização dos Instrumentos de Desenho Técnico e Normas**. 2015. Disponível em: http://wiki.urca.br/dcc/lib/exe/fetch.php?media=aula_04_utilizacao_instrumentos.pdf. Acesso em: 27 set. 2023.

ALMEIDA, Célio Pinto de. **Geometria Descritiva**. Rio de Janeiro: G. Ermakoff Casa Editorial, 2020.

BARROS, Thyana Farias Galvão de; CORREIA, Ana Magda Alencar. **Quebrando tabus: o ensino do desenho arquitetônico no curso de engenharia civil**. 2007.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Blucher, 1974.

BRANDÃO, Susana Isabel Pereira de Azevedo. **Geometria descritiva: didática em prol do pensamento espacial e geométrico**. 2013. Tese de Doutorado.

CHING, Francis D. K. **Desenho para arquitetos**. Grupo A, 2012. *E-book*. ISBN 9788540701915. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788540701915/>. Acesso em: 10 dez. 2023.

CHING, Francis D. K. **Representação gráfica em arquitetura**. Bookman Editora, 2017.

CRUZ, Dennis Coelho; DO AMARAL, Luís Gustavo Henriques; BARREIRAS, B. A. **Apostila de Geometria Descritiva**. Universidade Federal da Bahia Barreira, BA, 2012.

CRUZ, Michele David da. **Desenho Técnico**. Editora Saraiva, 2014. *E-book*. ISBN 9788536518343. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536518343/>. Acesso em: 06 nov. 2023.

JUNIOR, Alfredo dos Reis Príncipe. **Noções de Geometria Descritiva**. Vol. 1 23ª ed. São Paulo: Nobel SA, 1975.

LOPES, Andiará Valentina de F. e; GUSMÃO, Mariana Buarque R. de. **Representação Gráfica para Engenharias, Arquitetura, Expressão Gráfica e Design**. São Paulo: Editora Pimenta Cultural, 2023.

MONTENEGRO, Gildo A. **Desenho arquitetônico**. Editora Blucher, 2017. *E-book*. ISBN 9788521212072. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521212072/>. Acesso em: 10 nov. 2023.

PEREIRA, Caio. O que é Escalímetro e como utilizá-lo. Escola Engenharia, 2018. Disponível em: <https://www.escolaengenharia.com.br/escalimetro/>. Acesso em: 13 de setembro de 2024.

RABELLO, Paulo Sérgio Brunner. **Ensino de Geometria Descritiva no Brasil**. Revista SBPC Ciência Hoje, vol. 37, nov. 2005, p. 49 a 51.

SATHLER, Nilson de Sousa. **Notas de aula de desenho I: ponto, reta, plano, escalas numérica e gráfica, e vistas ortográficas**. 1999.

SILVA, Arlindo; RIBEIRO, Carlos T.; João Dias; et al. **Desenho Técnico Moderno**. Grupo GEN, 2023. E-book. ISBN 9788521638469. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521638469/>. Acesso em: 10 dez. 2023.

SOUZA, André M. Santos de; VARGAS, Saulo. **Geometria Descritiva**. UNIASSELVI, 2008.

SOUZA, Gilson Jandir de; ROCHA, Sérgio Pereira da. **Introdução ao Desenho Técnico**. 2010. Disponível em: https://wiki.sj.ifsc.edu.br/images/9/93/INTRODUÇÃO_AO_DESENHO_TÉCNICO_Parte_1.pdf. Acesso em: 27 set. 2023.

SOUZA, Renê Medeiros de. **Licenciatura em Matemática – Geometria Descritiva**. Cruz das Almas, BA: UFRB, 2014.

STRUIK, Dirk J. **História Concisa das Matemáticas**. Lisboa, Portugal: Gradiva, 1992.

TEIXEIRA, Fábio G.; SILVA, Régio P. da. **Geometria Descritiva: Design – Based Learning**. 2018.