



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO (UFERSA)
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO (PROGRAD)
CENTRO MULTIDISCIPLINAR DE PAU DOS FERROS (CMPF)
BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

Francielle Carvalho de Oliveira

Análise da influência do traçado do cabo nas perdas imediatas da força de protensão:
Estudo de caso em lajes com cordoalhas engraxadas

PAU DOS FERROS

2023

Francielle Carvalho de Oliveira

Análise da influência do traçado do cabo nas perdas imediatas da força de protensão:
estudo de caso em lajes com cordoalhas engraxadas

Monografia apresentada a Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Matheus Fernandes De Araújo Silva, Prof. Dr.

PAU DOS FERROS

2023

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

0048a Oliveira, Francielle Carvalho.

Análise da influência do traçado do cabo nas perdas imediatas da força de protensão: estudo de caso em lajes com cordoalhas engraxadas / Francielle Carvalho Oliveira. - 2023.
46 f. : il.

Orientador: Matheus Fernandes De Araújo Silva.
Monografia (graduação) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Curso de Engenharia Civil, 2023.

1. protensão. 2. traçado do cabo. 3. perdas imediatas. I. Fernandes De Araújo Silva, Matheus, orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Biblioteca Campus Pau dos Ferros
Bibliotecária: Erlanda Maria Lopes da Silva
CRB: 15/966

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

Francielle Carvalho de Oliveira

Análise da influência do traçado do cabo nas perdas imediatas da força de protensão:

Estudo de caso em lajes com cordoalhas engraxadas

Monografia apresentada a Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Defendida em: 11 / 10/ 2023.

BANCA EXAMINADORA



Documento assinado digitalmente
MATHEUS FERNANDES DE ARAÚJO SILVA
Data: 17/10/2023 09:40:46-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Matheus Fernandes De Araújo Silva, Prof. Dr. (UFERSA)
Presidente



Documento assinado digitalmente
BRENO EDUARDO CARLOS
Data: 17/10/2023 13:29:20-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Breno Eduardo Carlos, Bel. (USP)
Membro Examinador



Documento assinado digitalmente
JOSE HENRIQUE MACIEL DE QUEIROZ
Data: 17/10/2023 21:37:41-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

José Henrique Maciel de Queiroz, Prof. Me. (IFPB)
Membro Examinador

DEDICATÓRIA

A Creuza P.Carvalho (In Memoriam), minha avó, exemplo de ser mãe dedicada. Seu lugar nunca será ocupado, a senhora partiu para a morada eterna e agora só restam as lembranças dos momentos felizes que nos proporcionou em vida.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por ter me guiado e proporcionado força e determinação nos momentos difíceis, pelo aprendizado e conquistas, pela família que tenho, pelas pessoas que me cercam, e pelas bênçãos que tenho recebido durante todos os anos de curso.

Ao meu orientador professor Matheus Fernandes De Araújo Silva, não somente pela orientação e dedicação, mas também pela confiança e aprendizado proporcionados.

A minha mãe Diva e meu pai Vanderlei que, embora estivessem longe, sempre me motivaram nos estudos, dedicando todo seu amor e carinho, incentivando a realizar meus sonhos.

A meu noivo Izaque Bento, por todo o apoio durante os belos anos em que estamos juntos, pelos momentos felizes e inesquecíveis, companheirismo, amor e carinhos desmedidos.

A minha sogra Francisca Maria, a que tenho muito apreço e admiração, que me acolheu e cuidou de mim nos momentos mais difíceis da minha vida.

Ao meu irmão Gian Lucas, a quem sempre pude recorrer nos momentos em que mais precisei.

“A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo”

Albert Einstein

RESUMO

A protensão vem trazendo a indústria de construção civil uma variação de oportunidades no que se refere a liberdade construtiva aliada a economia em alguns sistemas estruturais. A partir disso, é costumaz do engenheiro civil buscar soluções que aprimorem as técnicas já consolidadas na literatura. Um problema que é inerente a protensão na pós-tração são as perdas da força que ocorrem durante e logo após o estiramento do cabo, as chamadas perdas imediatas. Quando mal estimadas, as perdas podem levar o elemento estrutural a ruína, pois as armaduras ativas não serão suficientes para sustentar os esforços de flexão. Nesse sentido, o estudo das perdas de protensão e mais especificamente, as variáveis que a influenciam são importantes para mitigar seus efeitos sobre a estrutura. Com isso, a pesquisa objetivou no estudo de caso a partir de uma análise do traçado dos cabos de protensão em um sistema estrutural, de lajes maciças unidirecional. Além disso, foi abordado como o traçado do cabo interfere nas perdas que ocorrem durante e imediatamente após o estiramento das cordoalhas. Para atender a esses objetivos, foi elaborada uma planilha Excel® a fim de verificar e realizar as análises propostas. Os resultados mostram que a variação do ponto de inflexão ao longo do eixo longitudinal da peça, não causa um efeito significativo sobre as perdas de protensão para os modelos adotados.

Palavras-chave: protensão; traçado do cabo; perdas imediatas

ABSTRACT

Pre-tensioning has been bringing a range of opportunities to the civil construction industry with respect to design freedom coupled with cost savings in some structural systems. Consequently, it is customary for civil engineers to seek solutions that enhance the techniques already established in the literature. One problem inherent to post-tensioning is the force losses that occur during and immediately after cable stretching, known as immediate losses. When poorly estimated, these losses can lead the structural element to failure, as the active reinforcements will not be sufficient to sustain bending forces. In this regard, the study of prestressing losses and, more specifically, the variables influencing them, is crucial for mitigating their effects on the structure. Therefore, this research aimed, through a case study, to analyze the cable layout in a structural system of one-way solid slabs. Additionally, it addressed how the cable layout impacts the losses that occur during and immediately after cable stretching. To achieve these objectives, an Excel® spreadsheet was developed to verify and conduct the proposed analyses. The results indicate that varying the inflection point along the longitudinal axis of the member does not have a significant effect on prestressing losses for the adopted models.

Keywords: prestressing; cable routing; immediate losses.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação da protensão com aderência inicial.....	18
Figura 2 - Monocordoalha engraxada para sistemas de pós tração	18
Figura 3 - Traçado de cabo de protensão.....	20
Figura 4 - Representação do ponto de inflexão do cabo.....	21
Figura 5 - Tipos de perdas de força de protensão.....	22
Figura 6 - Cargas equivalentes ao longo do vão.....	24
Figura 7 - Fluxograma das variáveis da planilha.....	26
Figura 8 - Representação dos trechos do projeto.....	27
Figura 9 - Características da laje maciça (vista superior) em cm.....	29
Figura 10 - Traçado do cabo com ponto de inflexão em 150 cm	35
Figura 11 - Traçado do cabo com ponto de inflexão em 300 cm	35
Figura 12 - Traçado do cabo com ponto de inflexão em 450 cm	36

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Força de protensão após perdas imediatas- Modelo 1 .	37
Gráfico 2: Força de protensão após perdas imediatas- Modelo 2.	37
Gráfico 3: Força de protensão após perdas imediatas- Modelo 3.	38
Gráfico 4: Variação das perdas médias em cada trecho	39

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Comparativo entre sistemas de protensão na pós tração	19
Quadro 2: Identificação dos trechos do cabo	27
Quadro 3: Caracterização de cada traçado	28

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Caracterização do concreto e armadura ativa	30
Tabela 2: Características geométricas da laje	30
Tabela 3- Cálculo das parábolas que compõem o traçado do cabo	34

LISTA DE SÍMBOLOS

ϕ	Diâmetro nominal de uma monocordoalha
σ	Tensão
α	Ângulo formado pelo desvio entre a ancoragem e o ponto na abscissa
%	Porcentagem
Ω	Área referente a perda por encunhamento do cabo
ω	Recuo do cabo no sistema de ancoragem

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 OBJETIVOS.....	16
2.1 Geral	16
2.2 Específicos	16
3 REFERENCIAL TEÓRICO	17
3.1 Concreto protendido e tipos de protensão.....	17
3.2 Influência do traçado do cabo	19
3.3 Perdas de protensão	22
3.4 Força de Protensão	23
4 METODOLOGIA	25
4.1 Traçado do cabo	27
4.2 Caracterização da laje maciça e da armadura ativa.....	28
4.3 Cálculo da força de protensão e das perdas imediatas	30
4.4.1 Cálculo das perdas por atrito	31
4.4.2 Perdas por acomodação de ancoragem.....	31
4.4.3 Perdas por deformação elástica do concreto.....	33
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	34
5.1 Traçado do cabo da armadura ativa.....	34
5.2 Análise das perdas imediatas de protensão.....	36
REFERÊNCIAS	41
APÊNDICE A – MEMORIAL DE CÁLCULO DA ESTIMATIVA DA FORÇA DE PROTENSÃO.....	43

1 INTRODUÇÃO

O mercado da construção civil tem incorporado cada vez mais novas tecnologias que garantem segurança, economia e praticidade, além de construções mais sofisticadas com grandes vãos que garantem mais aproveitamento do espaço das edificações. Esse último, é o que se tem com a possibilidade do uso da protensão como método construtivo.

Até a década de 1990 a utilização da protensão em obras de engenharia era empregado somente em estruturas de grande porte, onde a protensão não aderente tornou-se realidade nas estruturas de edifícios residenciais e comerciais por todo o território brasileiro. Uma das vantagens citadas por Loureiro (2006) é que lajes protendidas são capazes de vencer grandes vãos utilizando pequenas espessuras; possuem fissurações mínimas e flechas reduzidas, pois essa técnica permite que grande parte das cargas permanentes sejam combatidas pela ação da protensão e que somente uma parcela das cargas totais provoquem flechas e tensões de tração no concreto.

Com isso, a força de protensão possui um importante papel na resistência do elemento estrutural, sendo seu dimensionamento influenciado por variáveis como as perdas que ocorrem durante o processo de protensão. Mascarenhas et. al (2022), destacam a relevância da realização dos cálculos das perdas, visto que se pode ter efeitos sobre a força final de projeto e na determinação da resistência estrutural dos componentes solicitados.

A armadura ativa é um dos principais componentes responsáveis pela resistência da estrutura, e sua disposição na peça é um aspecto a ser considerado pelos projetistas. Devido a isso, se torna necessário a verificação quanto a influência do traçado do cabo da armadura ativa sobre as perdas de força de protensão em lajes. Para tanto, a utilização de planilhas é imprescindível a fim de se construir uma análise comparativa entre os exemplos a serem estudados. Por fim, com esse trabalho, espera-se contribuir no estudo sobre lajes protendidas, no intuito de demonstrar a influência que a variação do traçado longitudinal da armadura ativa tem sobre as perdas imediatas de protensão.

2. OBJETIVOS

2.1 Geral

Avaliar a influência do traçado da armadura ativa nas perdas da força de protensão imediatas que ocorrem em lajes maciças.

2.2 Específicos

- Propor exemplos de traçado de cabo em um estudo de caso de uma laje maciça;
- Desenvolver uma planilha de cálculo para cálculo das perdas imediatas de protensão pós tração não-aderente;
- Comparar as perdas imediatas que ocorrem na protensão em diferentes tipos de traçado do cabo

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 Concreto protendido e tipos de protensão

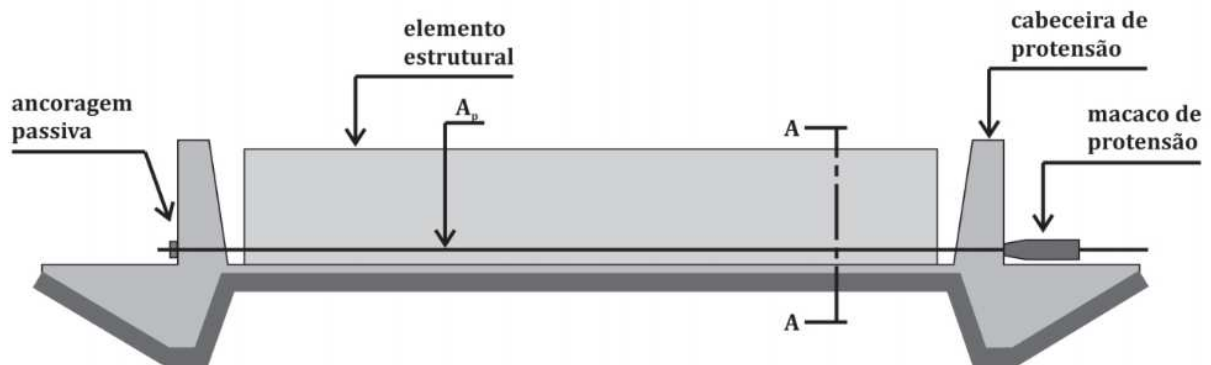
A protensão do concreto é feita utilizando-se de cabos de aço, sendo estes esticados e ancorados nas suas extremidades. O concreto utilizado por esse método construtivo, possui resistência de duas a três vezes ao concreto convencional, e os cabos de aço de três a cinco vezes superiores quando se comparadas ao concreto armado (Pfeil, 1984).

A partir do momento que o concreto armado não consegue mais suportar as deformações impostas pelo carregamento, causando deformações excessivas, uma das soluções é o uso da protensão. O princípio da protensão visa, no caso do concreto, compensar a sua fraca resistência à tração, comprimindo-o (Schmid, 2022). A resistência a tração fica sujeita a ação de cabos ou conjuntos de cordoalhas que serão previamente tensionadas antes do recebimento dos esforços solicitantes.

Andrade e Teixeira (2018) evidenciaram em seus estudos as seguintes vantagens da utilização do concreto protendido frente ao concreto armado: redução do número de pilares promovendo um uso melhor do espaço construído, atendendo as necessidades arquitetônicas; redução das fissurações das peças e reversão das flechas que podem ocorrerem no concreto armado.

A operação de protensão, que consiste no estiramento da armadura de protensão (ou chamada de armadura ativa), pode ser realizada antes ou após o lançamento e endurecimento do concreto. Quando o estiramento é feito antes, tem-se a pré-tração, e após o endurecimento do concreto tem-se a pós-tração (Bastos, 2021). “A protensão com aderência inicial é largamente empregada na produção de elementos pré fabricados em pistas de protensão. Utilizam-se fios ou cordoalhas de aço especial, estirados ao ar livre com o auxílio de macacos hidráulicos, que se apoiam em cabeceiras na pista” (Veríssimo; Cesar Junior, 1998, pag. 12). Na Figura 1 é mostrada esse tipo de protensão.

Figura 1 - Representação da protensão com aderência inicial



Fonte: Schmid (2022)

A protensão na pós tração pode ser do tipo aderente e não aderente, sendo que em ambos os casos, a força na armadura ativa é aplicada após a concretagem. A primeira caracteriza-se por receber uma “nata” de cimento injetada no interior das bainhas após a realização da protensão. No processo não aderente, são utilizadas monocordoalhas engraxadas revestidas por uma bainha metálica ou polimérica, como demonstra a Figura 2. Após o concreto ter alcançado certa resistência, a armadura de protensão é tracionada por meio de macacos hidráulicos apoiados diretamente no elemento estrutural (Schmid, 2022).

Figura 2 - Monocordoalha engraxada para sistemas de pós tração



Fonte: Impacto (2017).

No Quadro 1 são abordados alguns fatores que podem auxiliar o engenheiro na escolha do melhor tipo de sistema pós tracionado.

Quadro 1 - Comparativo entre sistemas de protensão na pós tração

Tipo de protensão	
Com aderência	Sem aderência
• Possui mais segurança em situações adversas como incêndios já que as cordoalhas são envoltas pela nata de cimento e pela bainha metálica; • A solução aderente oferece maior proteção contra a corrosão; • O custo é de 5 a 10% mais elevado em comparação ao sistema não aderente; • A bainha por ser metálica é mais fácil de ser manuseada e os cabos introduzidos • A aderência permite uma melhor distribuição das fissuras e maior segurança a ruína (ELU)	• Requer mão de obra especializada para a colocação das monocordoalhas nos cabos; • A ausência de bainha metálica permite maior excentricidade do cabo e por consequência maior eficiência da protensão; • Deve-se evitar ou ter o máximo de cuidado ao se realizar aberturas ou cravações nesse tipo de estrutura, já que o rompimento da cordoalha representa a perda total da força de protensão; • Como a ancoragem é a responsável por manter a força de protensão na peça, uma falha desse equipamento significa a perda imediata da contribuição do cabo; • O uso de cabos não aderentes não é recomendado para estruturas expostas a agentes corrosivos e cargas dinâmicas;

Fonte: Adaptado de Schmid (2002).

Para Moura (2010), a elaboração de um projeto em concreto protendido possui como umas das etapas a verificação das tensões obtidas pelos carregamentos permanentes, acidentais e aqueles advindos da protensão, assim como suas respectivas combinações para que não se ultrapassem os valores admissíveis ao longo da peça e durante sua vida útil.

3.2 Influência do traçado do cabo

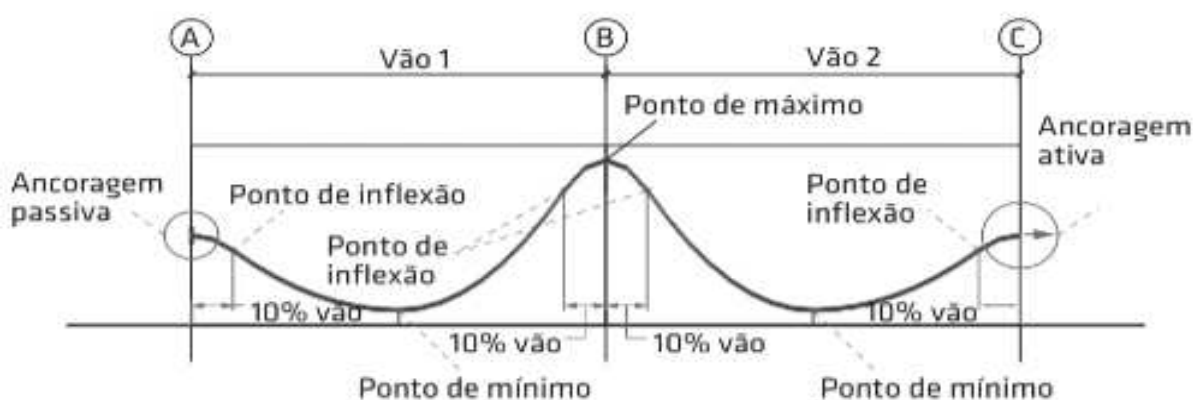
Consoante Emerick (2002), nas lajes protendidas com monocordoalhas não-aderentes as ancoragens devem ser anexadas no baricentro da seção transversal da laje, de forma que o cabo acompanhe esse trecho reto até uma distância de pelo menos 50 cm. O autor explica que

isso impede o aparecimento de momentos fletores devido a protensão nas extremidades, já que os momentos devido ao carregamento também são nulos nessa região.

Moura (2010) salienta que a introdução de uma excentricidade nos cabos reduz significativamente a protensão necessária. Isso resulta em uma economia da armadura ativa, já que a força de protensão está relacionada a quantidade de cabos empregados em cada peça. Além disso, o autor ressalta que há mais vantagens em se utilizar cabos com curvaturas parabólicas com excentricidade crescente da ancoragem até o meio do vão, visto que obtém-se diagramas de tensões normais mais uniformes, e a viga absorve esforços cortantes com mais eficácia.

Para que a estrutura de concreto protendido resista aos carregamentos impostos, o cabo precisa ter uma trajetória ao longo da viga ou laje com traçado curvo ou poligonal, como mostra a Figura 3. Nesse exemplo está evidenciado o ponto de inflexão, localizado a uma distância de 10 % dos apoios. O ponto mínimo geralmente fica no meio do vão, mas também pode ser encontrado entre 30 % e 70 % do apoio (Santos, 2017).

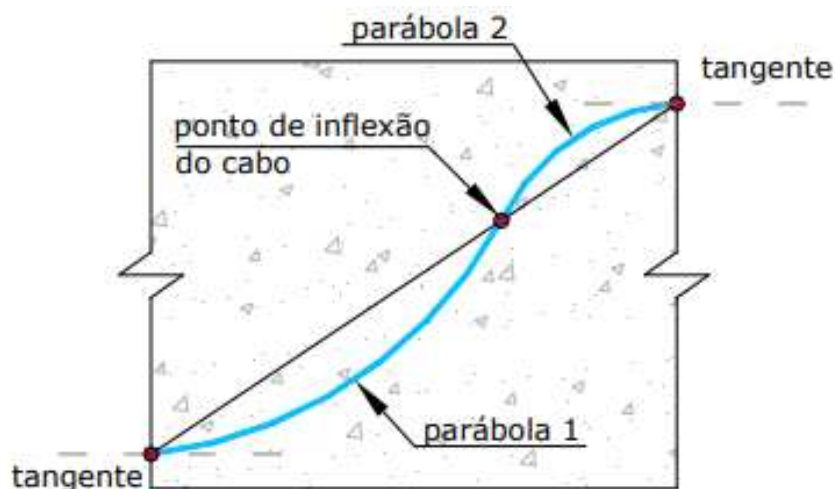
Figura 3 - Traçado de cabo de protensão



Fonte: Santos (2017).

O ponto de inflexão de uma parábola marca a mudança de concavidade ao longo do traçado do cabo. Através de uma reta, ele liga os pontos de máximos e mínimos, de modo que o ponto de inflexão deve estar sob essa reta para que a inclinação das parábolas consecutivas sejam as mesmas (Dornelles, 2009). Na Figura 4 é possível perceber que o posicionamento desse ponto na reta, traz uma concordância entre as parábolas 1 e 2.

Figura 4 - Representação do ponto de inflexão do cabo



Fonte: Dornelles (2009).

A força de protensão depende de vários componentes do sistema estrutural, como o aparelho tensor, as bainhas e as ancoragens. Além disso, o tipo de concreto e a armadura ativa exibem comportamentos intrínsecos quando submetidos aos carregamentos da própria protensão e das tensões que atuam na estrutura (Bonilha, 2018). A partir disso, a armadura de protensão deve ser disposta de modo a tornar o sistema eficiente e econômico.

Em um estudo realizado por Vettori, et. al (2019), constatou-se que nas lajes a disposição dos cabos que gerou maior economia de armadura ativa deu-se em modelos baseados na distribuição de cabos no maior sentido do vão. Além disso, o traçado do cabo deve seguir linhas suaves e sem mudanças repentinas de direção, e que, a partir da ancoragem, deve-se ter um comprimento de pelo menos 50 cm (Schmid, 2022).

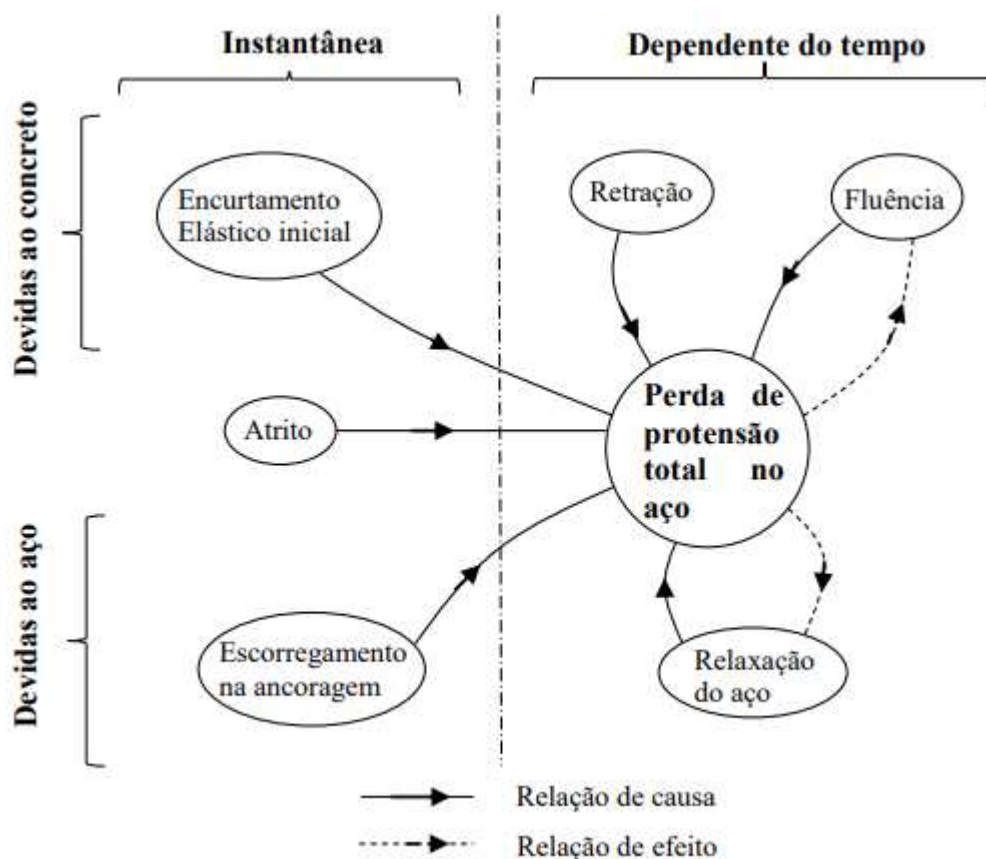
Oliveira (2018) concluiu que para vigas de concreto protendido com cordoalhas aderentes na pós-tração, o traçado utilizando trechos reto com parabólico foram mais econômicos que os traçados compostos por trechos totalmente parabólicos, visto que demonstraram menos perdas de protensão.

Consoante Schmid (2022), para permitir uma deformação contrária à deformação natural da peça, é fundamental que os cabos de aço de protensão sejam posicionados no local correto. Além disso, em campo para se manter as cordoalhas na posição vertical especificada no projeto, são utilizados espaçadores de apoio pontuais. Estes espaçadores quando industrializados, são em modelos plásticos ou de aço, com controle rigoroso no processo de produção da altura (Cattelan, 2022).

3.3 Perdas de protensão

De acordo com Verissimo (1998), as perdas de protensão podem ser de caráter imediatas ou progressivas que se desenvolvem durante certo tempo da vida útil da estrutura, sendo estabilizadas em um período que varia entre 2 e 3 anos. Ainda segundo o autor, os fatores que provocam perdas imediatas de protensão são: deformação elástica do concreto, atrito do cabo com a bainha e acomodação da ancoragem. Já as perdas progressivas são desencadeadas pela retração e fluência do concreto, bem como em função da relaxação da armadura ativa. Na Figura 5 são esquematizados esses tipos de perdas.

Figura 5 - Tipos de perdas de força de protensão



Fonte: Bastos (2021).

As perdas por atrito na pós tração são maior nos trechos curvos dos cabos em decorrência da maior pressão de contato que surgem nos desvios da trajetória. No entanto, esse atrito também pode ser observado em trechos retos, visto que ocorrem na prática as chamadas ondulações parasitas (Hanai, 2005). Essas ondulações são consequência da sinuosidade da

bainha que envolvem os cabos de protensão e devem-se a fatores como: pouca rigidez da bainha; defeitos na montagem da armadura; insuficiência de pontos de amarração do cabo e ao empuxo do concreto durante a concretagem (Verissimo, 1998).

As perdas progressivas geradas pela retração do concreto são contabilizadas somente a partir do momento de atuação da protensão, de modo que esse fenômeno ocorre devido a expulsão de água que não reage com o cimento. Destarte, parte do estiramento da armadura desaparecerá, causando perdas de protensão (Carvalho, 2012). O fenômeno da relaxação do aço se dá com a ancoragem do material à um comprimento constante. A relaxação é influenciada pelo tipo de aço utilizado, tensão de ancoragem e temperatura, sendo essa última, a principal responsável pelas perdas por relaxação (Pfeil, 1984).

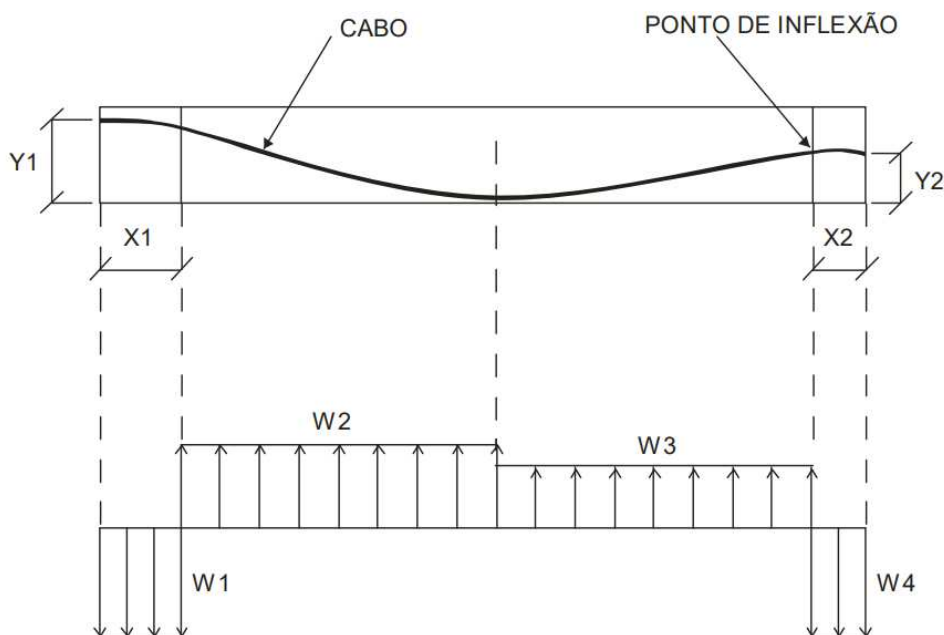
Em um estudo comparativo entre os diferentes métodos de cálculo de perdas de protensão, Boukendakdji et al. (2017), concluiu que as perdas totais (imediatas e progressivas) na pós tração são superiores a aquelas observadas na pré-tração. Isso se deve a influência do tamanho do cabo das cordoalhas curtas (na ordem de 7,5 m). Segundo o autor, as perdas totais na pós tração variaram de 25,34% a 35,5% conforme os diferentes métodos adotados em sua pesquisa.

Já Mascarenhas et. al. (2022) avaliou em seus exemplos numéricos que as perdas imediatas ficaram na ordem de 19,07%, considerando as perdas totais, os valores são da ordem de 27,78%. A partir desses valores supramencionados, é notável que o efeito das perdas de protensão não podem ser ignorados, tampouco se fazer aproximações empíricas. Aplicar um valor sem os devidos cálculos à estrutura em análise pode produzir estruturas inseguras ou não otimizadas gerando custos mais elevados.

3.4 Força de Protensão

Carvalho (2012) aponta que o efeito da protensão pode ser analisado a partir do diagrama do corpo livre da estrutura, separando deste o cabo de protensão, A Figura 6 apresenta o referido efeito da força provocada pelo cabo de aço na estrutura. A depender da curvatura desse cabo, as forças podem ser positivas ou negativas em um dado trecho.

Figura 6 - Cargas equivalentes ao longo do vão



Fonte: Hanai (2005).

Essas cargas são denominadas cargas equivalentes de protensão e são caracterizadas por serem cargas verticais distribuídas ao longo do vão. A partir disso, é introduzido o conceito de carga balanceada *load- balancing*, que tem como princípio básico fazer com que as cargas verticais equivalentes de protensão “W” equilibrem uma fração das cargas permanentes atuantes na estrutura (Loureiro, 2006).

De acordo com Hanai, (2005), na elaboração do projeto de estruturas em protendido, é comumente empregado termos que se associam a situações típicas e são determinados para verificação de esforços, e podem ser definidos como:

P_i : é a força máxima correspondente aquela aplicada pelo aparelho tensor no momento da protensão, ou seja, antes de ser realizada a ancoragem dos fios ou cordoalhas;

P_a : na pós tração esse valor corresponde ao valor da força P_i subtraídas as perdas de tensão decorrentes dos escorregamentos das cordoalhas no sistema de ancoragem;

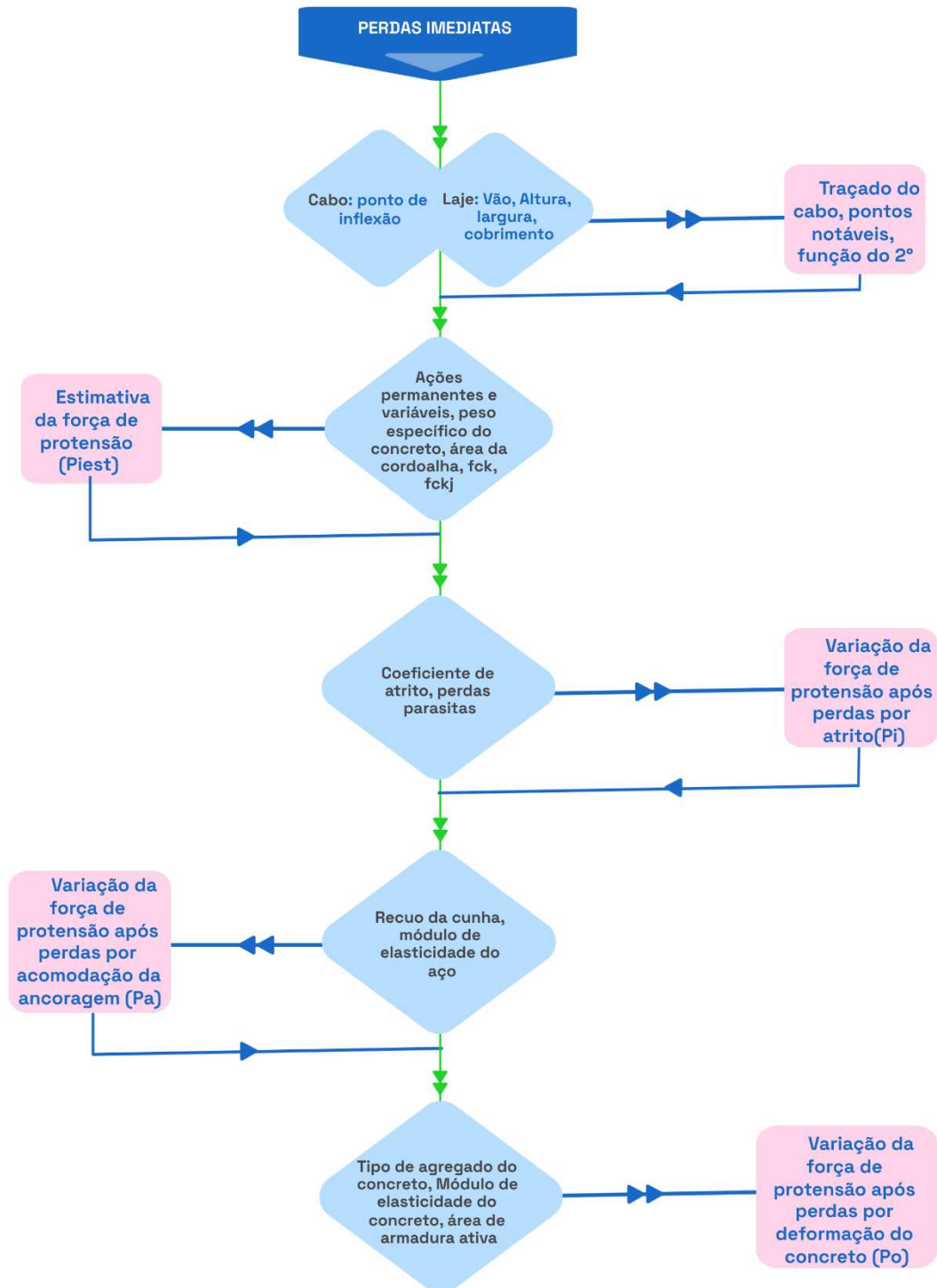
P_0 : na pós tração, é o valor da força P_i deduzindo-se os valores das perdas decorrentes do atrito nos cabos, do escorregamento e acomodação da ancoragem, da deformação imediata do concreto devido ao estiramento dos cabos restantes, da retração e da fluência inicial do concreto e da relação inicial da armadura.

4 METODOLOGIA

O trabalho é de natureza quantitativa com a finalidade exploratória e explicativa cujo objetivo é demonstrar um fenômeno a partir dos testes e análise dos dados obtidos. Todavia, é importante destacar que o trabalho foi desenvolvido em sua grande parte em caráter teórico, que englobará a fase de cálculo das perdas imediatas na protensão. Para os cálculos, foi desenvolvida uma planilha na ferramenta *Microsoft Excel* 2019 que compreendeu desde o traçado do cabo parabólico e estimativa da força de protensão inicial, até o cálculo da variação da força de protensão através das perdas por atrito, encunhamento e deformação imediata do concreto.

Na Figura 7 está representado os dados de entrada e a sequência de cálculo que foram levados em consideração para obtenção da força de protensão após cada perda na planilha desenvolvida. As variáveis destacadas em azul descrevem os dados de entrada, e em rosa os dados de saída.

Figura 7 - Fluxograma das variáveis da planilha



Fonte: Autora (2023)

4.1 Traçado do cabo

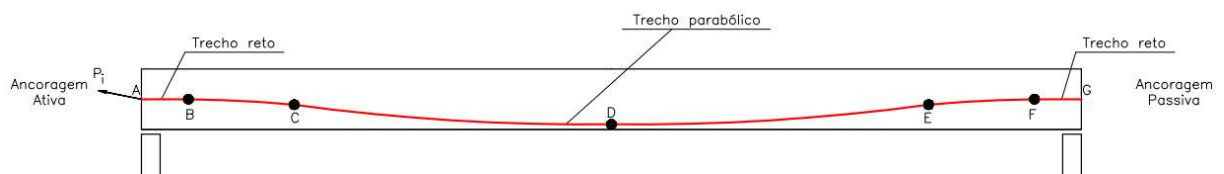
O traçado do cabo foi desenvolvido subdividindo o vão em seis trechos identificados no Quadro 2, sendo os três últimos espelhos dos primeiros. Com isso, cada trecho foi segmentado em 10 seções com espaçamentos iguais, sendo o valor do espaçamento dependendo de cada extensão considerada. Os trechos a serem considerados estão representados pela Figura 8.

Quadro 2 - Identificação dos trechos do cabo

IDENTIFICAÇÃO	TRECHO
AB	RETO HORIZONTAL
BC	CURVILÍNEO CÔNCAVO
CD	CURVILÍNEO CONVEXO
DE	CURVILÍNEO CONVEXO
EF	CURVILÍNEO CÔNCAVO
FG	RETO HORIZONTAL

Fonte: Autora (2023).

Figura 8 - Representação dos trechos do projeto



Fonte: Autora (2023)

A partir disso, estabeleceu-se os dados necessários para a formulação da equação em cada trecho, tendo como parâmetro final o valor da ordenada em cada segmento. Para tanto, foi desenvolvida uma função do 2º grau para cada trecho parabólico, na qual os coeficientes a , b e c foram determinados traçando-se uma reta associando as duas curvas. Como apontado por Dornelles (2009), o ponto de inflexão deve estar localizado nessa reta. Com isso, foi definida

as elevações do cabo em cada segmento considerado, permitindo desse modo, identificar as coordenadas “x” e “y” de cada ponto da parábola.

O traçado do cabo foi desenvolvido variando-se o ponto de inflexão das parábolas com origem nas extremidades. O Quadro 3 demonstra os exemplos utilizados no presente estudo, sendo a localização do ponto de inflexão em função do vão da laje (L).

Quadro 3 - Caracterização de cada traçado

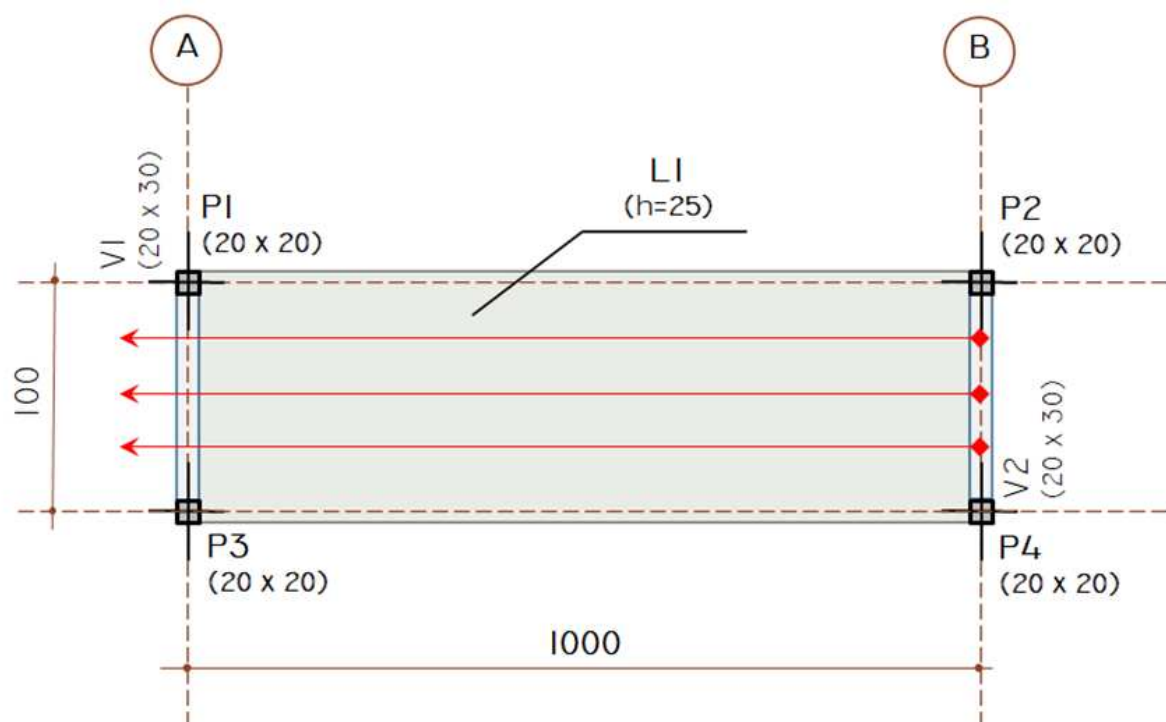
Descrição	Localização do ponto de inflexão
Modelo 1:	15% L
Modelo 2:	30%L
Modelo 3:	45%L

Fonte: Autora (2023).

4.2 Caracterização da laje maciça e da armadura ativa

O elemento estrutural do estudo é um pavimento de laje maciça apoiada em suas duas extremidades longitudinais por vigas e essas, por sua vez, apoiadas em pilares em cada extremidade. A Figura 8 demonstra uma vista em planta da laje, com as cotas indicadas em centímetros. A laje possui altura mínima pré dimensionada como sendo a relação $L/40$ sendo L o vão da laje. Dessa forma, considerando o vão de 10 metros, a altura da laje foi adotada como sendo de 25 cm.

Figura 9 - Características da laje maciça (vista superior) em cm



Fonte: Autora (2023).

Para os modelos proposto utilizou-se concreto com resistência de 30MPa considerando a classe de agressividade ambiental II, conforme o mínimo estabelecido na ABNT NBR 6118:2023. A disposição das cordoalhas engraxadas seguiu orientação do maior vão, sendo o sistema composto por uma extremidade ativa e uma passiva. Cordoalhas com diâmetro de 12,7 mm CP 190 RB serão utilizadas como armadura ativa nos exemplos propostos.

A NBR 6118:2023 estabelece que a tensão σ_{pi} da armadura de protensão na saída do aparelho tensor no caso da pós tração para cordoalhas de baixa relaxação conforme a Equação 1.

$$\sigma_{pi} = 0,8 f_{ptk} \quad (1)$$

As Tabelas 1 e 2 resumem os dados característicos da laje e da armadura ativa utilizados no cálculo para os exemplos propostos.

Tabela 1 - Caracterização do concreto e armadura ativa

CONCRETO		AÇO ATIVO (CP190-RB)							
f_{ck} (MPa)	$f_{ck,j=7}$ (MPa)	f_{ptk} (MPa)	f_{yk} (MPa)	Φ (mm)	A_{cord} (cm ²)	E_p (GPa)	w (cm)	μ (1/rad)	κ (1/m)
30	25	1900	1710	12,7	0,99	200	1	0,08	0,004

Fonte: Autora (2023)

Tabela 2 - Características geométricas da laje

SEÇÃO	DADOS GEOMÉTRICOS							
	b_w (cm)	h (cm)	A_c (cm ²)	I_c (cm ⁴)	W_i (cm ³)	W_s (cm ³)	d (cm)	L_{ef} (cm)
100 X 25	100	25	2500	$1,3 \cdot 10^5$	10416,67	10416,67	19	1000

Fonte: Autora (2023)

4.3 Cálculo da força de protensão e das perdas imediatas

A estimativa da força de protensão inicial (P_i) se deu através do método de análise de cargas equivalentes na qual é obtida uma força tal qual se equilibra o carregamento atuante na laje. A partir do carregamento, foi possível obter a estimativa da força de protensão inicial através das combinações nos Estados Limites de Serviço (ELS), e a tensão de serviço atuante na armadura de protensão. Por fim foi calculada a quantidade de cabos necessários para o equilíbrio do carregamento imposto sobre a laje. O cálculo da força de protensão estimada ($P_{i,est}$), foi desenvolvido na ferramenta SMATH Solver e pode ser vista no Apêndice “A” ao final do presente trabalho.

Para isso, utilizou-se as seguintes séries de equações para obtenção da força de protensão. A Equação 2 foi utilizada para a estimativa da força de protensão, a partir da força obtida a partir dos estados limites de serviço (P_∞) e fator de perdas de protensão estimadas (r_∞).

$$P_{i,est} = \frac{P_\infty}{r_\infty} \quad (2)$$

Obtida a força de protensão estimada, a área de protensão (A_p) necessária é dada pela Equação 3, onde σ_{pi} é a tensão máxima que atua na armadura ativa.

$$A_p = \frac{P_{i.est}}{\sigma_{pi}} \quad (3)$$

O número de cabos é determinado em função da área de uma unidade de armadura ativa ($A_{p\phi}$), conforme a Equação 4.

$$N_{cordoalhas} = \frac{A_p}{A_{p\phi}} \quad (4)$$

Com o número de cordoalhas necessária para equilibrar o carregamento, é possível obter o valor inicial da força de protensão, ou seja, aquele que será aplicado pelo macaco hidráulico. A força de protensão P_i é dada pela Equação 5.

$$P_i = N_{cordoalhas} A_{p\phi} \sigma_{pi} \quad (5)$$

4.4.1 Cálculo das perdas por atrito

As perdas por atrito seguiram recomendação da NBR 6118:2023 no caso da pós tração, definida pela Equação 6.

$$\Delta P(x) = P_i [1 - e^{-(\mu \sum \alpha + kx)}] \quad (6)$$

Sendo que:

$\Delta P(x)$ – Perda de tensão de protensão devido ao atrito ao longo do cabo;

P_i – Tensão inicial de protensão;

$\sum \alpha$ – soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa x, em radianos;

μ – é o coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha, em 1/radianos;

k – é o coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo

4.4.2 Perdas por acomodação de ancoragem

Para obtenção da força de protensão após as perdas por acomodação da ancoragem utilizou-se a metodologia sugerida por Albino e Migliore Junior (2022), que considera o término da posição de bloqueio na posição j com comprimento acumulado das posições anteriores. Com isso, o valor acumulativo da área necessária de compensação de energia de deformação perdida é dado pela Equação 7.

$$\Omega_j = \sum_{i=1}^j [c_i(P_{i-1} + P_i - 2P_j)] \quad (7)$$

Essa área acumulada deve ser correspondente a quantidade de energia perdida devido a acomodação gerada pelo recuo ω , sendo este estabelecido pelo fornecedor das ancoragens. Com isso, a energia de deformação perdida é dada pela Equação 8.

$$\Omega = E_p A_p \omega \quad (8)$$

Em alguns casos, o autor ressalta que devido ao sistema de pós tração com cordoalhas não aderentes possui pouco atrito, é possível que a posição de bloqueio não seja encontrada pelo método tradicional, sendo necessária o incremento de uma área $\Delta\Omega$ para que seja alcançada a energia de deformação, sendo essa de acordo com a Equação 9.

$$\Delta\Omega = \Omega - \Omega_j \quad (9)$$

Obtida essa variação na energia, deve-se eliminar a parcela ΔP_s das forças residuais em cada ponto (Albino; Megliore Junior, 2022) de modo que, essa variação é calculada pela Equação 10.

$$\Delta P_s = \frac{\Delta\Omega}{\sum c_i} \quad (10)$$

Sendo:

$\sum c_i$ – é a distância entre segmentos no eixo longitudinal

Com esses dados, o valor da força P_a (força de protensão após perdas por ancoragem) em cada segmento do cabo é obtida através da Equação 11.

$$P_{a,j} = P_{i,j} - \Delta P_s - 2(P_{i,j} - P_{i,j=L}) \quad (11)$$

Em que:

$P_{i,j}$ – Valor da força de protensão após perdas por atrito no segmento;

$P_{i,j=L}$ – Valor da força de protensão após perdas por atrito no final do cabo

4.4.3 Perdas por deformação elástica do concreto

O cálculo da força de protensão após as deformações imediatas do concreto obedeceram ao procedimento da NBR 6118:2023, na qual estabelece que a perda de tensão ($\Delta\sigma_p$) em cada segmento é calculada por meio da Equação 12.

$$\Delta\sigma_p = \alpha_p(t) \left(\frac{n-1}{2n} \right) \sigma_{c,p0g} \quad (12)$$

Em que:

α_p = relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto;

$\sigma_{c,p0g}$ = é a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pelo efeito conjunto da protensão (compressão) após as perdas por atrito e por acomodação da ancoragem e pelo efeito da carga permanente (tração)

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesse item serão apresentados os resultados obtidos para análise da força de protensão após as perdas imediatas ocorridas ao longo da laje maciça variando-se a localização do ponto de inflexão em 15%, 30% e 45% do vão. Para tanto, foi elaborada uma planilha no *Microsoft Excel* que permite o cálculo automático do traçado e das forças de protensão após ocorridas as perdas, na qual os parâmetros permaneceram os mesmos com variação apenas do ponto de inflexão.

5.1 Traçado do cabo da armadura ativa

Na Tabela 1 é possível observar os valores obtidos das coordenadas dos pontos que compõem o traçado da extremidade ativa até a metade do vão da laje.

Tabela 3 - Cálculo das parábolas que compõem o traçado do cabo

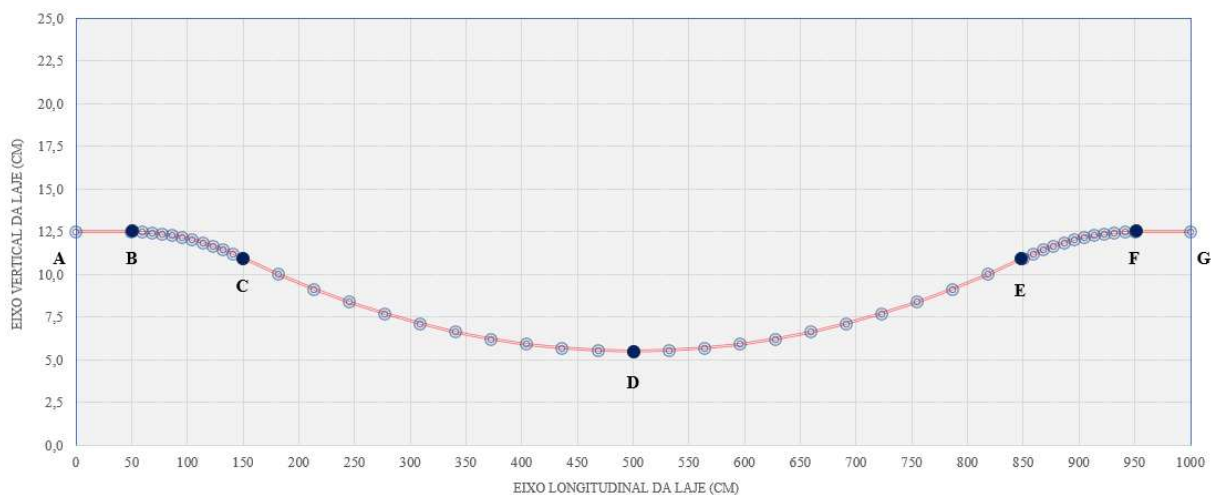
TRECHO	SEÇÃO k	ELEVAÇÃO DO CABO				FUNÇÃO 2º GRAU $ax_i^2 + bx_i + c$		
		Dx (cm)	x_{local} (cm)	x (cm)	y (cm)	a (1/cm)	b (—)	c (cm)
AB	0	0	0	0	12,5			
	1	50	0	50	12,5			
BC	2	22,73	22,73	72,7	12,47			
	3	22,73	45,45	95,5	12,37			
	4	22,73	68,18	118,2	12,21			
	5	22,73	90,91	140,9	11,99			
	6	22,73	113,64	163,6	11,70	-6,22E-05	0,00	12,50
	7	22,73	136,36	186,4	11,34			
	8	22,73	159,09	209,1	10,93			
	9	22,73	181,82	231,8	10,44			
	10	22,73	204,55	254,5	9,90			
	11	22,73	227,27	277,3	9,29			
	12	22,73	250,00	300	8,6			
CD	13	18,2	181,8	318,2	8,07	7,78E-05	0,00	5,50
	14	18,2	163,6	336,4	7,58			
	15	18,2	145,5	354,5	7,15			
	16	18,2	127,3	372,7	6,76			
	17	18,2	109,1	390,9	6,43			
	18	18,2	90,9	409,1	6,14			
	19	18,2	72,7	427,3	5,91			
	20	18,2	54,5	445,5	5,73			
	21	18,2	36,4	463,6	5,60			
	22	18,2	18,2	481,8	5,53			
	23	18,2	0,0	500	5,5			

Fonte: Autora (2023).

A partir dos pontos estabelecidos pelas equações do 2º grau, foi possível traçar o cabo da armadura ativa em três situações distintas, com base na mudança do ponto de inflexão da

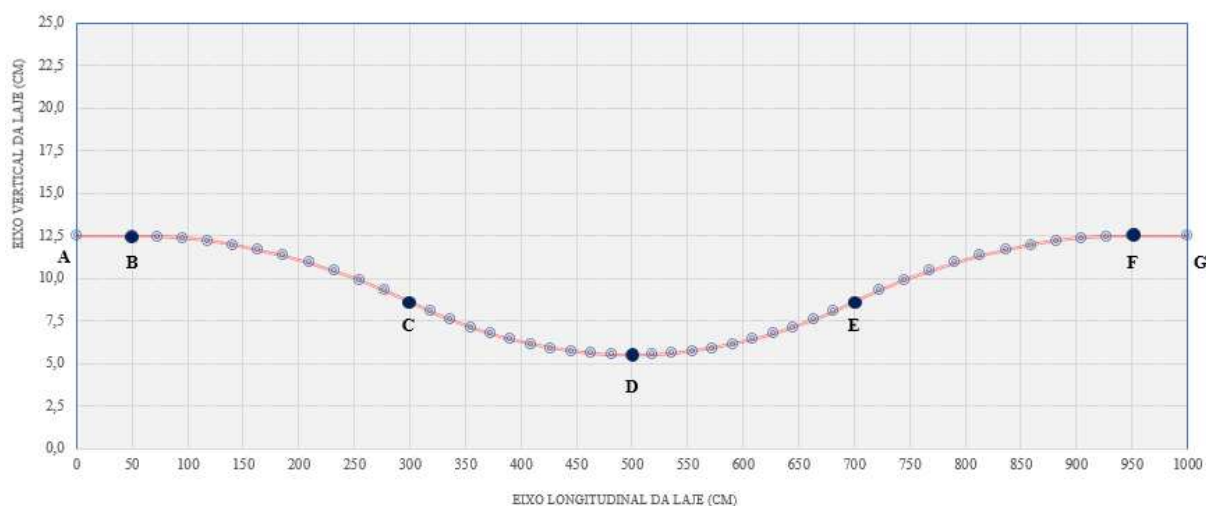
parábola do trecho BC para o trecho CD, sendo a primeira caracterizada por uma parábola convexa, e a segunda por uma parábola côncava. Os pontos de inflexão foram localizados respectivamente em 15%L (150 cm), 30%L (300cm) e 45%L (450cm) a partir da extremidade ativa da laje. Nas Figuras de 9 a 11 pode-se observar o traçado do cabo para cada situação proposta.

Figura 10 - Traçado do cabo com ponto de inflexão em 150 cm



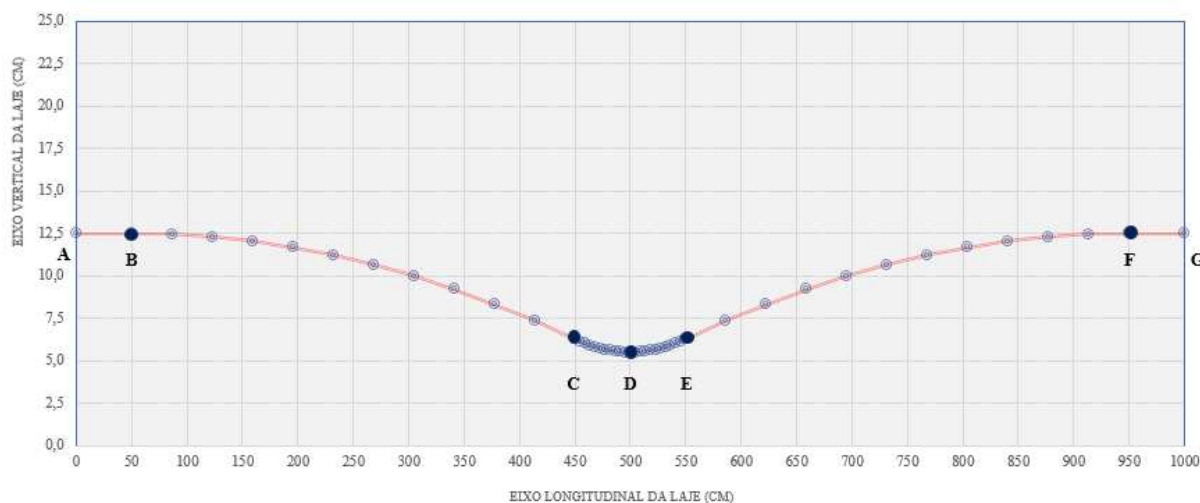
Fonte: Autora (2023).

Figura 11 - Traçado do cabo com ponto de inflexão em 300 cm



Fonte: Autora (2023).

Figura 12 - Traçado do cabo com ponto de inflexão em 450 cm



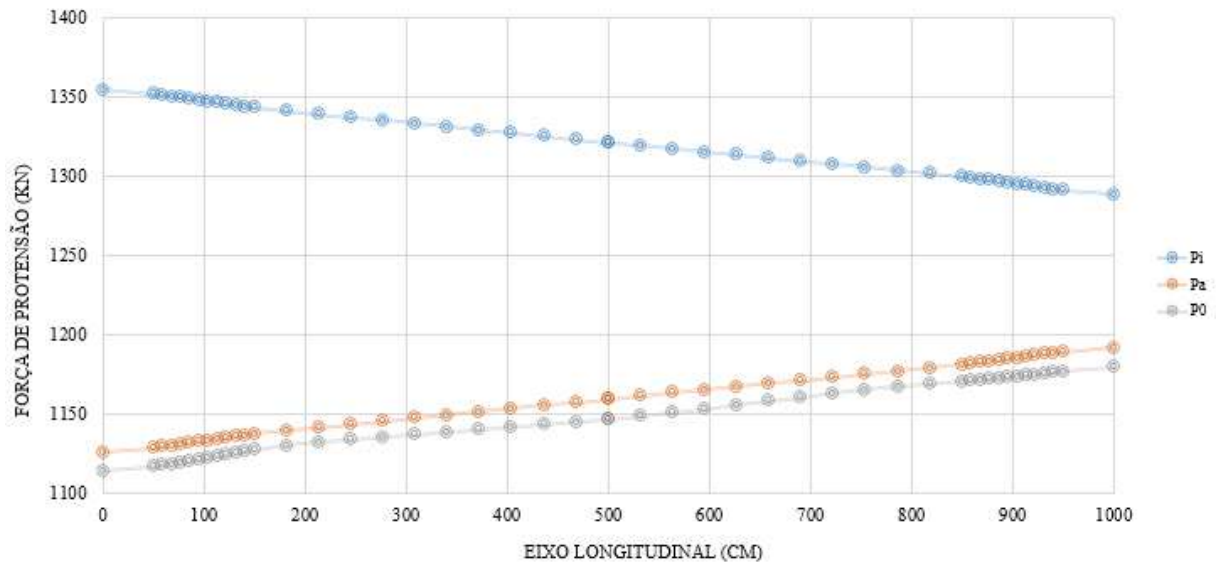
Fonte: Autora (2023).

A mudança no ponto de inflexão pode causar a variação na distribuição da força de protensão equivalente ao longo da laje. No primeiro caso, as cargas transferidas da armadura ativa para o concreto se concentram no trecho BC e EF, enquanto no traçado representado com ponto de inflexão em 30% a distribuição dessas cargas é mais homogênea. Já no terceiro caso, há a predominância de transferência de carga no sentido negativo até o ponto “C”, na qual se observa a mudança na concavidade da parábola em um trecho curto. A partir dessa análise, reitera-se a necessidade de respeitar o traçado desenvolvido no projeto, a fim de se evitar qualquer alteração na distribuição da força de protensão ao longo do vão da laje.

5.2 Análise das perdas imediatas de protensão

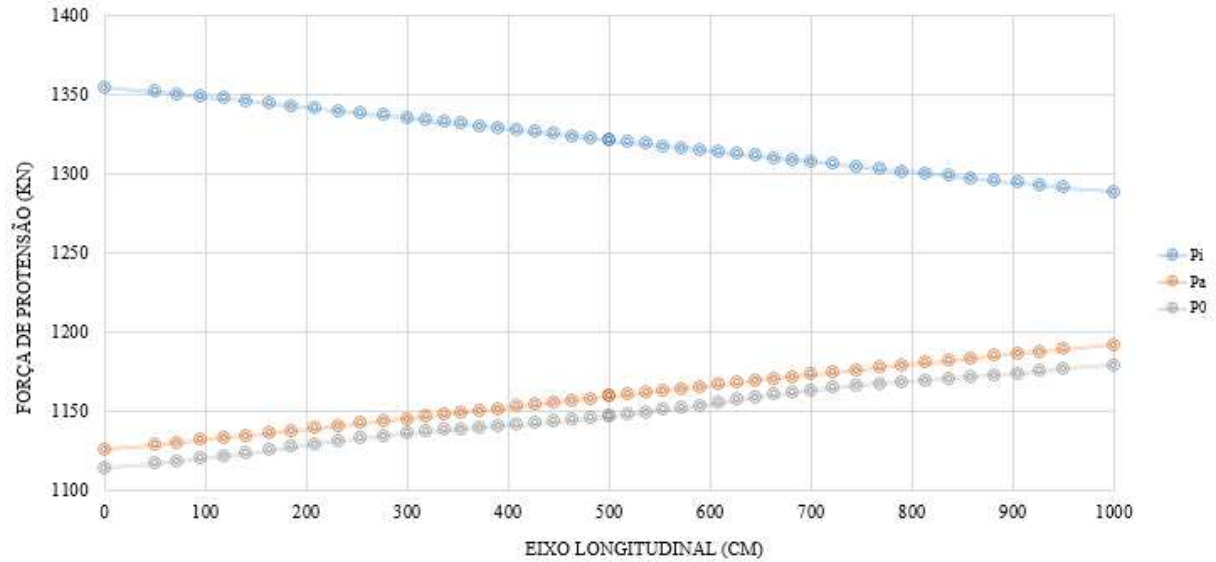
Nos Gráficos 1, 2 e 3 é mostrada a disposição da força de protensão ao longo do vão após as perdas por atrito, acomodação da ancoragem e deformação elástica do concreto, nos três casos analisados. Nota-se que as perdas de protensão na extremidade ativa são da ordem de 17,78%, maiores quando se comparado a extremidade passiva que chega a 12,96% em relação a força de protensão inicial. As perdas devido a acomodação da ancoragem se mostraram maiores em todos os exemplos propostos, em comparação com as perdas da força de protensão devido ao atrito e as deformações imediatas do concreto.

Gráfico 1: Força de protensão após perdas imediatas- Modelo 1



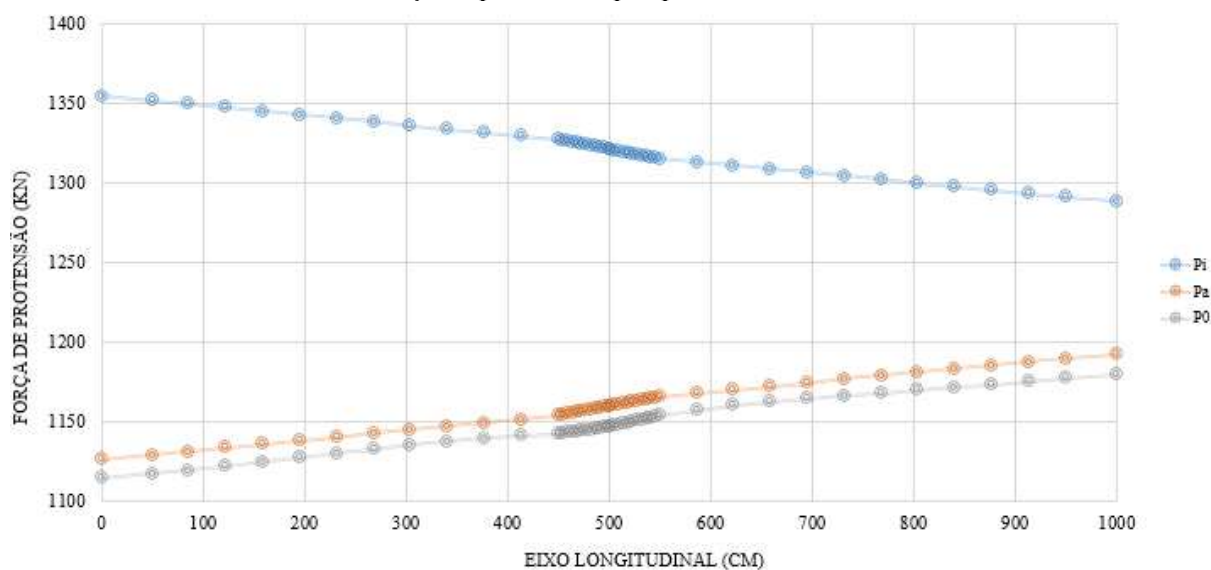
Fonte: Autora (2023).

Gráfico 2: Força de protensão após perdas imediatas- Modelo 2



Fonte: Autora (2023).

Gráfico 3: Força de protensão após perdas imediatas- Modelo 3



Fonte: Autora (2023).

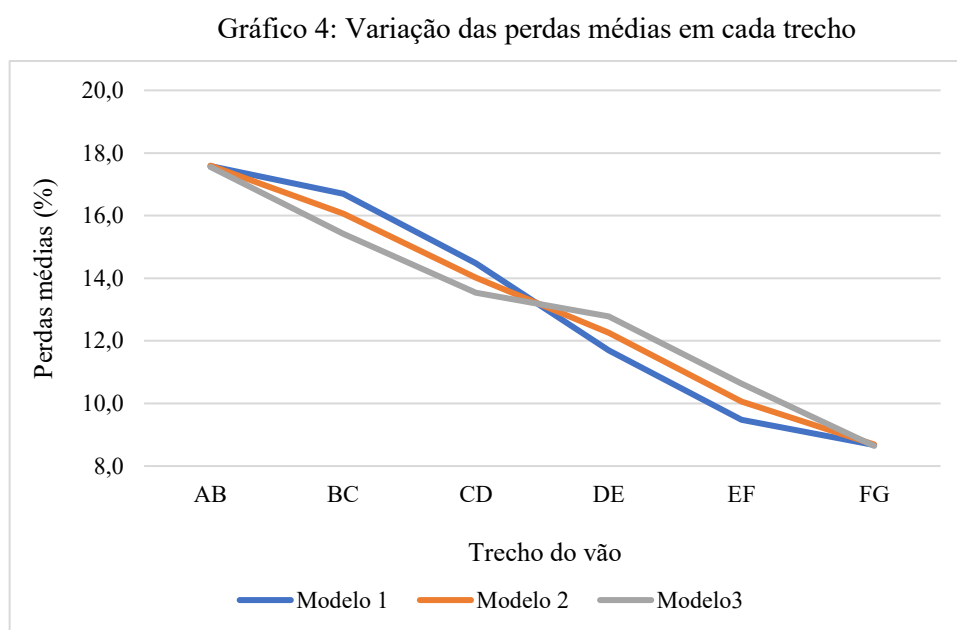
Em relação a variação das perdas em cada trecho, verificou-se que no Gráfico 1 a variação maior ocorreu nos trechos do meio do vão (CD e DE), enquanto que no Gráfico 3, onde o ponto de inflexão se encontra mais próximo da metade do vão, essa variação se deu nos pontos BC e EF. No Gráfico 2 as perdas foram mais homogêneas em cada trecho, sendo a diferença observada nos outros dois casos, explicada pela distância vertical dos pontos iniciais e finais de cada trecho devido a alteração do ponto de inflexão.

Nos três exemplos, notou-se que a variação do ponto de inflexão da armadura ativa não interferiu significativamente nas perdas de protensão imediata nos exemplos adotados com cordoalhas engraxadas. Esse fato pode ser indicativo de que, como o atrito é demasiado pequeno nesse exemplo de laje, visto o traçado do cabo com poucos desvios, a posição do ponto de inflexão não interfere consideravelmente nos desvios do cabo ao longo dos trechos.

Em seu estudo “in loco” de análise de perdas de protensão, Soares et. al. (2008) também concluíram que as perdas na ancoragem ativa são maiores quando comparadas a força de protensão no ponto de armadura passiva, sendo no primeiro caso ocorridas perdas na ordem de 15,06% em relação a força inicial, e na extremidade passiva as perdas são em torno de 12,72%. Souza Junior e Oliveira (2016) reiteram em suas análises sobre perdas de protensão em vigas, que o vão frente a força do cabo e o processo de cravação da cunha, influenciam no aumento do valor das perdas imediatas, que chegaram a 41,4% para cabos com perfis parabólicos. Os mesmos autores concluem ainda que essas perdas também são atribuídas aos desvios nos cabos nesse tipo de traçado, o que não se evidenciou no traçado reto que apresentou perdas na ordem de 29,9%.

Com isso, mostra-se a importância do cálculo das perdas imediatas, pois se mostraram maiores que os valores de referência encontrados na literatura. “A adoção de um valor sem o devido cálculo para a estrutura em análise pode ou gerar estruturas contra a segurança ou estruturas não otimizadas que gerem um maior custo” (Mascarenhas, et. al., 2022, p. 15)

No Gráfico 4 pode ser observado a variação das perdas em cada trecho considerado, sendo estas decrescentes a partir da extremidade ativa.



Fonte: Autora (2023).

Extraí-se a partir da análise que o trecho AB possui uma variação média nas perdas totais na ordem de 17,6 % enquanto que na extremidade do trecho FG recaiu para 8,7 %. Ademais, pode ser constatado que no traçado com ponto de inflexão em 15%, as perdas são mais evidentes entre os pontos B e F, visto que nas extremidades a variação nas perdas foram menor. Em comparação com o traçado do modelo 3, esse por sua vez, evidenciou pouca variação nas perdas entre os pontos C e E, enquanto que nas extremidades a variação foi maior. Já o traçado com ponto de inflexão em 30%L, apresentou perdas lineares ao longo de todo o vão.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O propósito desse estudo foi aprofundar a compreensão sobre as perdas imediatas que ocorrem durante a protensão, expondo a abordagem da importância do traçado do cabo na análise das perdas ao longo do vão da laje. Com base nas observações feitas, é possível concluir que:

- A mudança do ponto de inflexão não possui interferências significativas nos valores finais das perdas imediatas em lajes pós tracionadas com cordoalhas engraxadas, o que pode ser explicado pelo baixo atrito produzido entre a cordoalha e a bainha. Outro fator que pode ter contribuído para esse resultado é o número de desvios do cabo adotado nos exemplos propostos;
- Como mostra estudos encontrados na literatura, na extremidade da armadura ativa as perdas foram maiores que na extremidade passiva. As diferenças entre os trechos mostram que a mudança no ponto de inflexão possivelmente causa uma mudança na transferência da força equivalente de protensão sobre o concreto;
- As perdas imediatas foram significativas e de acordo com os valores encontrados na literatura, ficando na ordem de 17,78%. A maior parcela se deve a contribuição das perdas por acomodação da ancoragem da armadura ativa. Esse fato pode ter causa relacionado ao alto valor da força de protensão necessária para a laje proposta, que conseqüentemente exige do sistema de ancoragem mais trabalho para compensar o encunhamento;
- A planilha desenvolvida permite o cálculo automático do traçado do cabo e as perdas em cada segmento de seção ao longo do vão, permitindo a alteração das variáveis de entrada, cabendo ao projetista as análises com relação aos Estados Limite de serviço descritos na NBR 6118:2023.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, C. J. M.; TEIXEIRA, E. A. G. Concreto protendido: vantagens da protensão não aderente com cordoalhas engraxadas comparada ao concreto armado estrutural, 2018.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto**: procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.
- ALBINO, F. S.; MIGLIORE JUNIOR, A. R. Avaliação prática de perdas de protensão. 1. ed. São Paulo: Própria, 2021.
- BASTOS, P. S. S. Concreto Protendido. Bauru: Editora Dunas, 2015 (apostila).
- BOUKENDAKDJI, M.; TOUAHMIA, M.; ACHOUR, B. **Comparative Study of Prestress Losses**. *Engineering, Technology & Applied Science Research*, 7(3), 1633-1637, 2017. Disponível em: <https://www.etasr.com/index.php/ETASR/article/view/1172>. Acesso em 18 de jul. de 2023.
- BONILHA, L; CHOLFE, L. **Concreto Protendido: teoria e prática**. São Paulo: Oficina de textos, 2018
- CARVALHO, R. C. **Estruturas em Concreto Protendido: cálculo e detalhamento** (1ed.). São Paulo: Pini, 2012.
- CATTELAN, R.; CIELO, L.; SANTOS LÜBECK, A.; NETO, A. B. S. (2022). **Análise da influência da variação da excentricidade de cordoalhas engraxadas no comportamento estrutural de lajes lisas protendidas**, *Revista ALCONPAT*, 11 (2), pp. 210 – 226. Disponível em: <https://revistaalconpat.org/index.php/RA/article/view/570>. Acesso em 10 de jul. de 2023.
- DORNELLES, F. L. **Estudo sobre a modelagem da protensão em lajes lisas com o uso de analogia de grelhas**. 2009. 131 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.
- EMERICK, A. A. Projeto e execução de lajes protendidas. Brasília: [s.n.], 2002.
- HANAI, J. B. **Fundamentos do concreto protendido. E-book de apoio para o Curso de Engenharia Civil**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005.
- SCHMID, M.T. **A protensão parcial do concreto**. São Paulo: Editora Blucher, 2022. E-book. ISBN 9786555061253. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9786555061253/>. Acesso em: 10 jul. 2023.
- SCHMIDT, M. T. Lajes Planas Protendidas. 3. ed. rev. e ampl. São Paulo: Rudloff Sistema de Protensão Ltda., 2009. Publicação técnica n. 1.
- SANTOS, J. S. **Desconstruindo o projeto estrutural de edifícios: concreto armado e protendido**. São Paulo: Oficina de Textos, 2017.
- LOUREIRO, G.J. **Projeto de lajes protendidas com cordoalhas engraxadas**. VI Simpósio sobre Estruturas de Concreto- EPUSP, Fortaleza, 2006.

MASCARENHAS, F. J. R.; CHRISTOFORO, A. L.; CARVALHO, R. C.; LAHR, F. A. R. (2022). **Análise da perda de protensão com o auxílio de ferramenta de cálculo alternativa.** Disponível em: <https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/10409>. Acesso em: 17 de jul. de 2023.

MOURA, Jose Ricardo Brígido. **Estruturas de concreto protendido: aplicado a sistemas estruturais de edificações com uso de cordoalhas engraxadas.** Fortaleza, 2010 (apostila).

OLIVEIRA, A.L. **Análise comparativa referente a cabos em vigas de concreto protendido aderentes na pós-tração,** 2018. Disponível em: <https://semanaacademica.org.br/artigo/analise-comparativa-referente-cabos-em-vigas-de-concreto-protendido-aderentes-na-pos-tracao>. Acesso em 10 de jul. de 2023.

PFEIL, W. **Concreto Protendido: Processos Construtivos, Perdas de Protensão, Sistemas Estruturais** (1ed.). Rio De Janeiro: Livros Técnicos E Científicos, 1980.

VETTORI, C. L. M.; SGARBI, M.; SOUZA, F. A. Influência da distribuição de cordoalhas engraxadas e plastificadas em projetos de lajes lisas protendidas. São Paulo, 2019. Disponível em: <https://www.idd.edu.br/downloads-idd/?tcc=30>. Acesso em: 7 set. 2023.

VERÍSSIMO, G. S.; CÉSAR JR, K. M. L. **Concreto Protendido: Perdas de Protensão.** Notas de Aula na disciplina de Concreto Protendido do curso de Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Viçosa. 4. ed. Viçosa, 1998.

IMPACTO. **Protensão não aderente.** São Paulo, 2017. Disponível em: Acesso em 04 de dezembro de 2018.

APÊNDICE A – MEMORIAL DE CÁLCULO DA ESTIMATIVA DA FORÇA DE PROTENSÃO

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS:

$$A_g := b_w \cdot h = 2500 \text{ cm}^2$$

$$y_{cginf} := \frac{h}{2} = 12,5 \text{ cm}$$

$$y_{cgsup} := \frac{h}{2} = 12,5 \text{ cm}$$

$$I_{xcg} := \frac{b_w \cdot h^3}{12} = 1,3 \cdot 10^5 \text{ cm}^4$$

Excentricidade do cabo no meio do vão:

$$e := y_{cginf} - d' = 7 \text{ cm}$$

Módulo elástico à flexão do bordo inferior:

$$W_{inf} := \frac{I_{xcg}}{y_{cginf}} = 10416,67 \text{ cm}^3$$

Módulo elástico à flexão do bordo superior:

$$W_{sup} := \frac{I_{xcg}}{y_{cgsup}} = 10416,67 \text{ cm}^3$$

CÁLCULO DAS TENSÕES DE REFERÊNCIA:

Ações permanentes (g):

$$g_{sob} := 150 \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \cdot b_w = 1,47 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carga permanente + peso próprio :

$$g := g_{sob} + \gamma_{concreto} \cdot A_g = 7,72 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Momento fletor máximo devido a carga permanente total:

$$M_g := \frac{g \cdot L^2}{8} = 96,51 \text{ kN m}$$

Momento fletor máximo devido ao peso próprio

$$M_{PP} := \frac{\gamma_{concreto} \cdot A_g \cdot L^2}{8} = 78,12 \text{ kN m}$$

Tensões no bordo superior:

$$\sigma_{gsup} := -\frac{M_g}{W_{sup}} = -9,27 \text{ MPa}$$

Tensões no bordo inferior:

$$\sigma_{ginf} := \frac{M_g}{W_{inf}} = 9,27 \text{ MPa}$$

Ações variáveis (q):

$$q := 200 \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \cdot b_w = 2,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Momento fletor máximo devido a carga variável:

$$M_q := \frac{q \cdot L^2}{8} = 24,52 \text{ kN m}$$

Tensões no bordo superior:

$$\sigma_{qsup} := -\frac{M_q}{W_{sup}} = -2,35 \text{ MPa}$$

Tensões no bordo inferior:

$$\sigma_{qinf} := \frac{M_q}{W_{inf}} = 2,35 \text{ MPa}$$

VERIFICAÇÃO DO ELS-D (Comb. Quase Permanente):

Bibliotecas, arquivos e edifícios de garagem:

$$\psi_2 := 0,6$$

Bordo superior:

$$\sigma_{sup,cqp} := \sigma_{gsup} + \psi_2 \cdot \sigma_{qsup} = -10,68 \text{ MPa}$$

Bordo inferior:

$$\sigma_{inf,cqp} := \sigma_{ginf} + \psi_2 \cdot \sigma_{qinf} = 10,68 \text{ MPa}$$

$$P_{\infty CQP} := \frac{\sigma_{inf,cqp}}{\frac{1}{A_g} + \frac{e}{W_{inf}}} = 996,02 \text{ kN}$$

Tensões no bordo superior:

$$\sigma_{Psup} := -\frac{P_{\infty CQP}}{A_g} + \frac{P_{\infty CQP} \cdot e}{W_{sup}} = 2,71 \text{ MPa}$$

Tensões no bordo inferior:

$$\sigma_{Pinf} := -\frac{P_{\infty CQP}}{A_g} - \frac{P_{\infty CQP} \cdot e}{W_{inf}} = -10,68 \text{ MPa}$$

Verificação da tensão no bordo inferior:

$$\sigma_{inf} := \sigma_{ginf} + \psi_2 \cdot \sigma_{qinf} + \sigma_{Pinf} = 0 \text{ MPa}$$

Verificação da tensão no bordo superior:

$$\sigma_{sup} := \sigma_{gsup} + \psi_2 \cdot \sigma_{qsup} + \sigma_{Psup} = -7,97 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_{sup}}{f_{ck}} = -0,27$$

VERIFICAÇÃO DO ELS-F (Comb. Frequente):

Bibliotecas, arquivos e edifícios de garagem:

$$\psi_1 := 0,7$$

Bordo superior:

$$\sigma_{sup,cf} := \sigma_{gsup} + \psi_1 \cdot \sigma_{qsup} = -10,91 \text{ MPa}$$

Bordo inferior:

$$\sigma_{inf,cf} := \sigma_{ginf} + \psi_1 \cdot \sigma_{qinf} = 10,91 \text{ MPa}$$

Resistência direta à tração do concreto:

$$f_{ctk} := 0,7 \text{ MPa} \cdot 0,3 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}} = 2,03 \text{ MPa}$$

Seção Retangular

$$\alpha := 1,5$$

$$P_{\infty CF} := -\frac{\alpha \cdot f_{ctk} - (\sigma_{inf,cf})}{\frac{1}{A_g} + \frac{e}{W_{inf}}} = 734,27 \text{ kN}$$

$$\alpha \cdot f_{ctk} = 3,04 \text{ MPa}$$

Tensões no bordo superior:

$$\sigma_{Psup} := -\frac{P_{\infty CF}}{A_g} + \frac{P_{\infty CF} \cdot e}{W_{sup}} = 2 \text{ MPa}$$

Tensões no bordo inferior:

$$\sigma_{Pinf} := -\frac{P_{\infty CF}}{A_g} - \frac{P_{\infty CF} \cdot e}{W_{inf}} = -7,87 \text{ MPa}$$

Verificação da tensão no bordo inferior:

$$\sigma_{inf} := \sigma_{ginf} + \psi_1 \cdot \sigma_{qinf} + \sigma_{Pinf} = 3,04 \text{ MPa}$$

Verificação da tensão no bordo superior:

$$\sigma_{sup} := \sigma_{gsup} + \psi_1 \cdot \sigma_{qsup} + \sigma_{psup} = -8,92 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_{sup}}{f_{ck}} = -0,3$$

ESTIMATIVA DE P_i E DETERMINAÇÃO DO NÚMERO DE CORDOALHAS:

Estimativa do valor final da força de protensão:

$$P_{\infty est} := \max \left(\begin{bmatrix} P_{\infty CQP} \\ P_{\infty CF} \end{bmatrix} \right) = 996,02 \text{ kN}$$

Estimativa das perdas totais da força de protensão:

$$perdas := 20 \%$$

Estimativa da força de protensão inicial:

$$P_{iest} := \frac{P_{\infty est}}{1 - perdas} = 1245,03 \text{ kN}$$

Aço CP190 - RB:

$$f_{ptk} := 1900 \text{ MPa}$$

Resistência ao escoamento:

$$f_{pyk} := 0,9 \cdot f_{ptk} = 1710 \text{ MPa}$$

Valor limite da tensão na armadura de protensão por ocasião da operação de protensão:

$$\sigma_{pi} := 0,8 \cdot f_{pyk} = 1520 \text{ MPa}$$

Área de aço estimada:

$$A_{pest} := \frac{P_{iest}}{\sigma_{pi}} = 8,19 \text{ cm}^2$$

$$n_{cordoalhas} := \frac{A_{pest}}{A_{p\phi}} = 8,27$$

Número de cordoalhas adotadas:

$$n_{cord} := 9$$

Área de aço adotada:

$$A_p := n_{cord} \cdot A_{p\phi} = 8,91 \text{ cm}^2$$

Valor inicial a força de protensão:

$$P_i := A_p \cdot \sigma_{pi} = 1354,32 \text{ kN}$$