



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO

PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO

CENTRO DE ENGENHARIAS

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

GENILTON CLÁUDIO RANGEL DOS SANTOS

**FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA DIMENSIONAMENTO E
DETALHAMENTO DE LAJES MACIÇAS ISOLADAS E CONTÍNUAS DE ACORDO
COM NBR 6118:2014**

MOSSORÓ – RN

2019

GENILTON CLÁUDIO RANGEL DOS SANTOS

**FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA DIMENSIONAMENTO E
DETALHAMENTO DE LAJES MACIÇAS ISOLADAS E CONTÍNUAS DE ACORDO
COM NBR 6118:2014**

Monografia apresentada à Universidade
Federal Rural do Semi-árido – UFERSA,
Centro de Engenharias para obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Me. Francisco Rosendo
Sobrinho

MOSSORÓ – RN

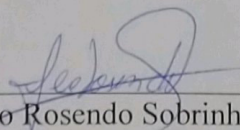
GENILTON CLÁUDIO RANGEL DOS SANTOS

**FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA DIMENSIONAMENTO E
DETALHAMENTO DE LAJES MACIÇAS ISOLADAS E CONTÍNUAS DE ACORDO
COM NBR 6118:2014**

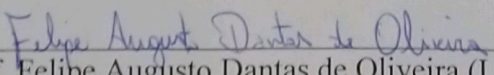
Monografia apresentada à Universidade
Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA,
Centro de Engenharias para obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Civil.

Defendida em: 22/03/2019

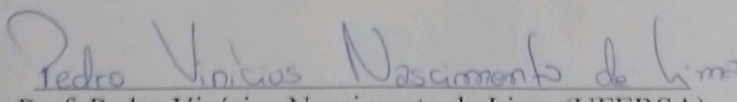
BANCA EXAMINADORA



Prof. Me. Francisco Rosendo Sobrinho (UFERSA)
Presidente



Prof. Felipe Augusto Dantas de Oliveira (UFERSA)
Membro Examinador



Prof. Pedro Vinícius Nascimento de Lima (UFERSA)
Membro Examinador

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

S237f Santos, Genilton Cláudio Rangel dos.
Ferramenta computacional para dimensionamento
e detalhamento de lajes maciças isoladas e
contínuas de acordo com NBR 6118:2014 / Genilton
Cláudio Rangel dos Santos. - 2019.
78 f. : il.

Orientador: Francisco Rosendo Sobrinho.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Engenharia Civil,
2019.

1. Excel. 2. Lajes. 3. Concreto armado. I.
Rosendo Sobrinho, Francisco, orient. II. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

Dedico este trabalho de conclusão de curso aos meus pais, **Genildo Rangel dos Santos e Eulália Rangel do Santos**, que sempre estiveram presentes na minha vida, me educando e incentivando a alcançar meus objetivos. Devo tudo que sou a minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me dado coragem e determinação no decorrer desse curso, iluminando meu caminho durante essa jornada e por ter realizado os meus desejos até mesmo nos momentos que eu não fui merecedor.

Aos meus pais Genildo Rangel dos Santos e Eulália Rangel dos Santos, pela educação, amor e incentivo para que eu alcançasse meus objetivos.

A meus irmãos George Rangel dos Santos e Geovane Rangel dos Santos, e toda minha família pelos incentivos e apoios para realização do meu sonho.

A minha esposa, Maria Andreza Justino da Silva por estar sempre do meu lado nesta jornada, me incentivando e me aconselhando nos momentos difíceis. Sendo uma companheira compreensiva nos momentos em que eu não podia estar ao seu lado, principalmente nesta reta final. Te amo muito e, se Deus permitir, estaremos unidos pelo resto da vida.

A meu orientador, Professor e amigo Francisco Rosendo Sobrinho, pelas cobranças, exigência, compreensão, paciência e disponibilidade em repassar seus conhecimentos, me auxiliando durante o desenvolvimento desse trabalho de conclusão. Não tenho palavras para agradecer por ter aceitado ser meu orientador.

Aos demais professores do curso de Engenharia Civil da UFERSA – Mossoró/RN, que de alguma forma também contribuíram para a execução deste trabalho. Obrigado por todas as dúvidas tiradas e todos os ensinamentos durante todo o curso.

Também quero agradecer a meu grande amigo Pedro Vinicius, que durante este tempo todo tirou minhas dúvidas diariamente e sempre estava ali presente para me ajudar, principalmente agora na reta final.

A meus amigos do peito Junior Albuquerque, Camila, Quezia, Diego, Adão Valério que são como irmãos que essa vida acadêmica me presenteou. Obrigado por serem essas pessoas especiais, companheiras e amigas para todas horas.

A toda minha família e amigos que eu não citei aqui por esquecimento, mas de certa forma me ajudou a chegar nessa etapa da minha vida.

“Nunca deixe ninguém dizer que você não pode fazer alguma coisa. Se você tem um sonho, tem que correr atrás dele. As pessoas não conseguem vencer, e dizem que você também não vai vencer. Se quer alguma coisa, corre atrás.

À Procura da Felicidade”

(Autor desconhecido)

RESUMO

A construção civil é formada por elementos estruturais que estão sujeitos à esforços que devem ser dimensionados com a finalidade de garantir sua estabilidade. A laje é um desses elementos com a capacidade de transmitir cargas normais ao seu plano para vigas. Podemos encontrar vários *softwares* no mercado para dimensionamento de laje com alto desempenho e valor monetário, dessa maneira o projetista tem que buscar soluções para diminuir o custo da obra por meio do desenvolvimento de técnicas para suprir essa necessidade de forma segura e com agilidade. É através dessas perspectivas, que o objetivo desse trabalho é desenvolver, uma ferramenta computacional por meio do programa *Microsoft Office Excel® (Excel)*, capaz de dimensionar e detalhar lajes maciças de concreto armado de acordo com a NBR 6118:2014. Através de aplicações numéricas foi possível validar a planilha desenvolvida e concluiu-se que o programa se mostra apto a cumprir com eficiência ao que se propôs a realizar. A interface é didática e com praticidade na inserção dos dados e interpretação dos resultados, mostrando dessa forma que pode ser explorada tanto em ambiente acadêmico quanto no profissional.

Palavras-chave: *Excel*. Lajes. Concreto armado.

QUADRO

Quadro 1: Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto, considerando o uso de granito como agregado graúdo.	18
Quadro 2: Valores do coeficiente adicional γ_n para lajes em balanço	24
Quadro 3: Classes de agressividade ambiental (CAA).....	25
Quadro 4: Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta c = 10$ mm.....	25
Quadro 5: Reações de apoio nos lados maiores das lajes.....	35
Quadro 6: Abertura máxima das fissuras características (w_k).....	40
Quadro 7: Limite para deslocamento.....	41
Quadro 8: Valores do coeficiente ξ em função do tempo.....	44
Quadro 9: Taxas mínimas de armadura de flexão	49
Quadro 10: Exemplificação de dados de entrada e valores iniciais calculados.....	56
Quadro 11: Cálculos das ações atuante	56
Quadro 12: Cálculo dos momentos e esforços	58

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Diagrama tensão-deformação do concreto.....	17
Figura 2: Diagrama tensão-deformação para aços com patamar de escoamento	19
Figura 3: Diagrama tensão-deformação para aços sem patamar de escoamento	20
Figura 4: Diagrama tensão-deformação dos aços.....	21
Figura 5: Vão efetivo.....	23
Figura 6: Altura total e altura útil da laje	24
Figura 7: Elemento de laje que possuir área unitária.....	26
Figura 8: Laje armada em cruz	29
Figura 9: Laje armada em uma direção	30
Figura 10: Convenção de condição de apoio.....	31
Figura 11: Condições de apoio das lajes	31
Figura 12: Regiões da laje para cálculo das reações nas vigas.....	33
Figura 13: Momento fletores nas lajes armada em uma direção	34
Figura 14: Reações de apoio da laje em uma direção.....	35
Figura 15: Laje armada em uma direção sobre apoios simples e com carregamento uniforme	36
Figura 16: Laje armada em uma direção sobre apoio simples e engaste perfeito carregamento uniforme	36
Figura 17: Laje armada em uma direção biengastada com carregamento uniforme	37
Figura 18: Compatibilização de momentos fletores	38
Figura 19: Situação de elemento da seção retangular para concreto até C50, considerando a ductilidade	45
Figura 20: Relação entre a posição da linha neutra e altura útil.....	47
Figura 21: Tela de entrada de dados da ferramenta.....	55
Figura 22: Entrada de dados iniciais do exemplo.....	57
Figura 23: Exemplo de um aviso de verificação	59
Figura 24: Exemplo do resultado da armadura positiva de uma laje.....	60
Figura 25: Exemplo do resultado da armadura negativa de uma laje.....	60
Figura 26: Tela de entrada de dados da ferramenta para altura de laje de 8 cm.....	62
Figura 27: Dados de entrada para altura de laje de 8 cm.....	63
Figura 28: Armadura longitudinal positiva e o detalhamento para laje de altura de 8 cm	63
Figura 29: Armadura longitudinal negativa e o detalhamento para laje de altura de 8 cm	64
Figura 30: Dados de entrada para altura de laje de 10 cm.....	64
Figura 31: Armadura longitudinal positiva e o detalhamento para laje de altura de 10 cm	65
Figura 32: Armadura longitudinal negativa e o detalhamento para laje de altura de 10 cm	65
Figura 33: Tela de entrada de dados da ferramenta para altura de laje de 12 cm.....	66
Figura 34: Armadura longitudinal positiva e o detalhamento para laje de altura de 12 cm	66
Figura 35: Armadura longitudinal negativa e o detalhamento para laje de altura de 12 cm	67
Figura 36: Pavimento simples com quatro lajes	67
Figura 37: Momento fletores em kN.m/m	68
Figura 38: Resultados do momento fletores da ferramenta	68

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVOS.....	13
1.1.1	Objetivo Geral	13
1.1.2	Objetivos Específicos.....	13
2	REVISÃO DE LITERATURA	14
2.1	DEFINIÇÃO DA LAJES	14
2.2	PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS	14
2.2.1	Concreto armado	14
2.2.2	Resistencia à compressão	15
2.2.3	Resistência caraterísticas do concreto a compressão	15
2.2.4	Resistência do concreto à tração	16
2.2.5	Diagramas de tensão x deformação.....	17
2.2.6	Propriedades mecânicas do aço.....	19
2.3	HIPÓTESES DE DIMENSIONAMENTO	21
2.4	PRÉ-DIMENSIONAMENTO	22
2.4.1	Vãos teóricos (ou efetivos).....	22
2.4.2	Determinação da espessura das lajes	23
2.5	AÇÕES ATUANTES	26
2.5.1	Ações permanentes	26
2.5.2	Ações acidentais	28
2.6	ANÁLISE ESTRUTURAL.....	29
2.6.1	Classificação das lajes quanto à armação.....	29
2.6.2	Condições de apoios (vinculação).....	31
2.6.3	Cálculo do momento fletores e das reações de apoio.....	32
2.6.4	Compatibilização de momentos fletores	37
2.7	VERIFICAÇÃO	38
2.7.1	Estado de limite de último (ELU).....	38
2.7.2	Estado de limite de serviço (ELS)	41

2.7.3	Estado de limite de abertura de fissuras (ELS-W).....	42
2.8	DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL	44
2.8.1	Equacionamento para concreto de classe até C50.....	45
2.8.2	Formulas adimensionais para calcular o dimensionamento de seção retangular	48
2.9	DETALHAMENTO	49
2.9.1	Armadura mínima	49
2.9.2	Armadura máxima	50
2.9.3	Diâmetro máximo das barras longitudinais.....	50
2.9.4	Quantidade de barras por metro de laje (n)	50
2.9.5	Espaçamento das barras	50
2.9.6	Espaçamento máximo das armaduras longitudinais.....	51
2.9.7	Espaçamento mínima das armaduras longitudinais	51
2.9.8	Comprimento de ancoragem reto básica da armadura passiva.....	51
2.9.9	Comprimento das barras	52
3	DESCRIÇÃO DA FERRAMENTA	54
3.1	ENTRADA DE DADOS	54
3.2	ROTINA PARA O DIMENSIONAMENTO	55
3.3	SAÍDA DE DADOS	58
4	APLICAÇÕES NUMÉRICAS	61
4.1	APLICAÇÕES	61
4.1.1	Primeira aplicação	61
4.1.2	Segunda aplicação	67
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	69
	REFERÊNCIAS	70
	ANEXO A: Coeficiente $\mu_x, \mu'_x, \mu_y, \mu'_y$ para o cálculo dos momentos máximo em laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente carregadas (caso 1, 2,3).....	71
	ANEXO B: Coeficiente $\mu_x, \mu'_x, \mu_y, \mu'_y$ para o cálculo dos momentos máximo em laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente carregadas (caso 4, 5,6).....	73
	ANEXO C: Coeficiente $\mu_x, \mu'_x, \mu_y, \mu'_y$ para o cálculo dos momentos máximo em laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente carregadas (caso 7, 8,9).....	73

ANEXO D: Coeficiente K_x, K'_x, K_y, K'_y para o cálculo dos reações nas vigas de apoio de laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente carregadas (caso 1, 2,3).....	75
ANEXO E: Coeficiente K_x, K'_x, K_y, K'_y para o cálculo dos reações nas vigas de apoio de laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente carregadas (caso 4, 5,6).....	76
ANEXO F: Coeficiente K_x, K'_x, K_y, K'_y para o cálculo dos reações nas vigas de apoio de laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente carregadas (caso 4, 5,6).....	77
ANEXO G: Coeficiente α para de flecha elástica em laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente distribuído.....	78

1 INTRODUÇÃO

A engenharia civil é formada por diversas áreas que passa por constantes evoluções, entre elas a área de cálculos de estrutura que tem como características principais a modelagem analítica (ou numérica) e o dimensionamento dos elementos estruturais. O elemento estrutural que é desenvolvido em concreto armado, por possuir características bastante complexas nas matérias que o constitui, fazendo com que seus dimensionamentos tenham um grau relativamente complexo. Só no concreto já encontramos elementos com características muito variáveis, e quando adiciona o aço torna a modelagem do problema mais complicada. O concreto armado é confeccionado por elementos estruturais que são peças que geralmente apresentam uma ou duas dimensões preponderante as demais, que podemos citar como exemplos as que mais se destacam como vigas, lajes e pilares entre outra (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2017).

Segundo Carvalho e Pinheiro (2009), o avanço dos programas computacionais levou a redução de centímetros na espessura de uma laje de um vão, gerando como resultados uma economia considerável na construção. Mas com isso leva a necessidade de estar sempre aperfeiçoado os métodos de cálculos com objetivo de obter as deformações o mais próximo possível da realidade.

O dimensionamento como já foi explicado anteriormente cobra um grau de conhecimento teórico muito alto, e por isso durante anos vem sendo desenvolvido com o auxílio da evolução tecnológica. Com isso, as ferramentas computacionais se destacam para substituir o trabalho manual, agilizando e diminuindo os seus erros.

Hoje já encontramos no mercado vários *softwares* em diversas áreas, desenvolvidos para elaboração de cálculo e detalhamentos dos elementos estruturais de maneira rápida através de análises das diversas probabilidades existentes, encontrando o melhor entre o mesmo. Esses programas possuem um valor monetário relativamente elevado no geral, por isso a necessidade de desenvolver programas com ferramentas básicas disponíveis que nos permita dimensionar de formas rápidas e didáticas. É através dessas perspectivas, que o objetivo desse trabalho é desenvolver uma ferramenta computacional através do *programa Microsoft Office Excel® (Excel)*, capaz de dimensionar e detalhar lajes maciças de concreto armado de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014).

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver uma ferramenta computacional prática e didática, que permita auxiliar o cálculo de lajes isoladas e contínuas de concreto armado de acordo com a norma ABNT NBR 6118:2014.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Compreender a problemática por trás do dimensionamento de lajes maciças;
- Desenvolver uma ferramenta computacional prática e didática a ser utilizada;
- Aplicar os conhecimentos teóricos desenvolvendo uma ferramenta computacional;
- Apresentar uma ferramenta que segue todas as recomendações da norma ABNT NBR 6118:2014.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste trabalho serão abordados temas relevantes a respeito de lajes maciças confeccionados em concretos armados. Começando com uma grande revisão bibliográfica através de literaturas existentes em relação ao dimensionamento de lajes maciças e as características dos materiais que as constituem.

2.1 DEFINIÇÃO DA LAJES

Segundo Portos e Fernandes (2015), os edifícios são formados por elementos estruturais (lajes, vigas e pilares) nos quais são dimensionados para suportar os esforços submetidos por elementos não estruturais que não tem a capacidade de resistência. As lajes são elementos estruturais tridimensionais com uma das dimensões (espessura) menor do que as outras duas (largura e comprimento), com capacidade de transmitir cargas normais ao seu plano para vigas, que transmitem para os pilares e os mesmos transferem às fundações.

Lajes maciças tem como características a distribuição das suas reações em torno de todas as vigas ao seu contorno, fazendo com que possibilite um melhor aproveitamento de todas as vigas, já que todos vão receber esforços com a mesma proporção. Além da facilidade de colocação de tubulações elétricas e outros tipos de instalações antes da concretagem, quando comparada com as lajes nervuradas pré-moldadas (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2017).

2.2 PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS

2.2.1 Concreto armado

O concreto armado (concreto e armadura passiva) é a associação do concreto simples que apresenta boa resistência a compressão, juntamente com aço que é um dos materiais que tem uma boa resistência a tração (PORTOS; FERNANDES, 2015).

O conjunto desses dois materiais (concreto e aço) trabalha de modo solidário aos esforços solicitantes, e isso acontece devido à alta aderência entre a superfície de ambos (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2017).

Pode-se citar várias características importantes no concreto armado, como a facilidade de sua execução, um material que pode ser moldados em quaisquer tipos de formas, uma boa resistência aos efeitos da dilatação técnica, pouca manutenção e conservação por longo tempo, além de permitir uma estrutura monolítica e hiperestáticas (PORTO; FERNANDES, 2015).

2.2.2 Resistencia à compressão

Segundo Bezerra (2016), a resistência a compressão é a principal caraterística do concreto, no qual é determinado no laboratório pelo ensaio de curta duração em corpos de prova por compressão centrada. Sendo possível determinar o módulo de elasticidade longitudinal.

2.2.3 Resistência caraterísticas do concreto a compressão

A NBR 6118 (ABNT, 2014) define no item 12.2, que os valores caraterísticos f_k da resistência em um lote de matérias tem uma probabilidade de ser ultrapassado no sentido desfavorável para segurança. Normalmente é de interesse a resistência característica inferior ($f_{k,inf}$) que o valor é menor que a resistência média (f_m), ou seja, sendo o valor apenas 5% de probabilidade de não ser atingidos no lote. Há também o interesse as vezes nas resistências características superior ($f_{k,sup}$), valor maior em relação à média (f_m).

Dessa maneira podemos definir a resistência caraterística do concreto a compressão (f_{ck}), como sendo o valor que tem um grau de confiabilidade de 95%, sendo assim o f_{ck} representa o valor da resistência do concreto, de maneira que 95% de probabilidade dos resultados estar acima do mesmo, ou 5% abaixo (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2017).

2.2.4 Resistência do concreto à tração

A resistência do concreto à tração é relativamente baixa e desprezada no dimensionamento, porém relativamente importante para obter algumas verificações no estado limite de serviço. Existe três tipos de ensaios para obter esse tipo de resistência, o de tração direta, compressão diametral e tração na flexão (BEZERRA, 2016).

Na NBR 6118 (ABNT, 2014), no item 8.2.5 permite em caso de falta de ensaio específicos de resistência à tração do concreto a adoção de valores. Utilizam a resistência média à tração do concreto ($f_{ct,m}$) e as resistências características à tração inferior e superior do concreto, $f_{ctk,inf}$ e $f_{ctk,sup}$, respectivamente. As Equações (1) e (2) são fornecidas pela norma.

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (1)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad (2)$$

Para o concreto de classe até C50 , temos

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (3)$$

Já o concreto de classe de C50 até C90, é através da equação seguinte:

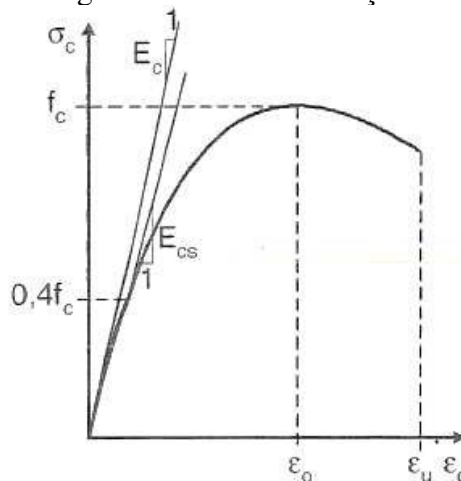
$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad (4)$$

As resistências $f_{ct,inf}$ e f_{ck} são expressas em megapascals (Mpa).

2.2.5 Diagramas de tensão x deformação

O concreto quando é submetido a uma tensão de certa intensidade sofre uma microfissuração progressiva no contato entre o agregado graúdo e a pasta de cimento. Esta microfissuração progressiva faz com que não haja proporcionalidade entre as tensões e deformações, ou seja, o mesmo é um material que não obedece à Lei de Hooke. Esse comportamento não linear, resulta em uma ausência de proporcionalidade entre as tensões e deformações, quando o concreto é submetido à compressão simples em um diagrama ($\sigma_c - \epsilon_c$) como podemos observar indicado na Figura 01 (ARAÚJO, 2010).

Figura 1: Diagrama tensão-deformação do concreto



Fonte: Araújo (2010)

Podemos definir que E_c é o módulo de deformação longitudinal tangente, representando a inclinação da reta tangente à curva da origem do diagrama. Já o módulo secante é obtido pela inclinação da reta que passa pela origem cortando o diagrama em uma tensão de $0,4f_c$.

No item 8.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) representa o módulo de deformação tangente do concreto (E_{ci}), pelas seguintes expressões

$$E_{ci} = \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa para } f_{ck} \text{ de } 20 \text{ MPa a } 50 \text{ MPa} \quad (5)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{\frac{1}{3}}, \text{ para } f_{ck} \text{ de } 55 \text{ MPa a } 90 \text{ MPa} \quad (6)$$

sendo

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$ para calcário;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito.

Para o módulo de deformação secante, é fornecida a seguinte expressão

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} \quad (7)$$

onde

$$\alpha_i = 0,8 + \frac{0,2 f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (8)$$

No Quadro 01 apresentamos valores estimados arredondados que podem ser utilizados em projetos estruturais.

Quadro 1: Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto, considerando o uso de granito como agregado graúdo.

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
α_i	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1,00

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014)

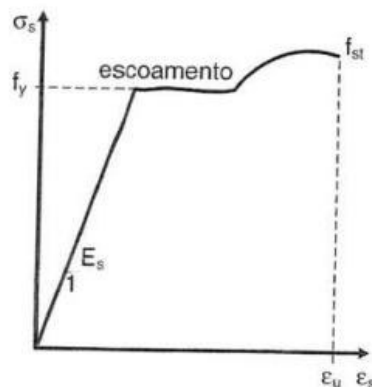
A norma considera para as tensões de compressão menores que $0,5f_c$ e tensões de tração menores que f_{ct} , o coeficiente de Poisson ν pode ser tomado como igual a 0,2 e o módulo de elasticidade transversal G_c igual a $E_{cs}/2,4$.

2.2.6 Propriedades mecânicas do aço

Na NBR 7480 (ABNT, 2007), as armaduras para concreto armado podem ser classificadas em barras e fios. As barras possuem, diâmetro mínimo de 6,3 mm e são obtidos por laminação a quente obrigatoriamente. Os fios possuem diâmetros máximos de 10 mm e são obtidos por trefilação a frio ou estiramento. Podemos classificar as barras nas categorias CA25 e CA50 e os fios na categoria CA60, levando em conta a resistência característica de escoamento,

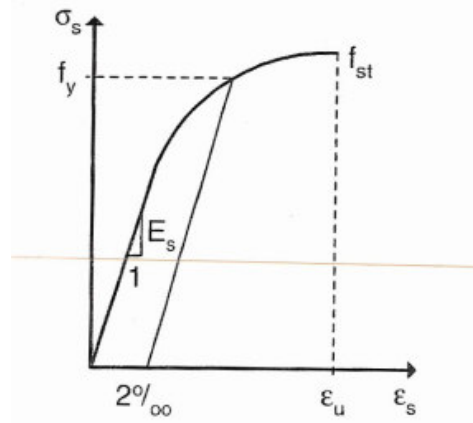
O processo de fabricação influencia os diagramas de tensão de formação dos aços, como pode-se observar a seguir nos diagramas com um patamar de escoamento bem definido na Figura 2, e um com patamar de escoamento não bem definido na Figura 3 (ARAÚJO, 2010).

Figura 2: Diagrama tensão-deformação para aços com patamar de escoamento



Fonte: Araújo (2010)

Figura 3: Diagrama tensão-deformação para aços sem patamar de escoamento



Fonte: Araújo (2010)

Assim temos as seguintes definições para as Figura 2 e 3:

f_y → Tensão de escoamento;

f_{st} → Tensão de ruptura;

E_s → Módulo de elasticidade longitudinal;

ε_u → Deformação de Ruptura.

Podemos entender as características mecânica do aço em seguida com as explicações de Carvalho e Figueiredo Filho (2017).

A máxima tensão que a barra ou o fio deve suportar é a resistência característica de escoamento do aço à tração (f_{yk}), ou seja, é a tensão a partir da qual o aço passa a sofrer deformações permanentes. Os aços que não apresentam patamar de escoamento definido como CA60, seu valor f_{yk} corresponde a uma deformação de 2‰.

O limite de resistência (f_{stk}) é obtido diretamente pela máquina, sendo o valor da tensão máxima suportada pelo material no momento do seu rompimento. Esse aumento do comprimento do corpo de prova no momento da sua ruptura, expresso em porcentagem pela expressão

$$\varepsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100 \quad (9)$$

onde:

$l_0 \rightarrow$ comprimento inicial do corpo de prova;

$l_1 \rightarrow$ comprimento final de um trecho do corpo de prova.

Os aços que possui um patamar de escoamento definido, ou seja, uma tensão menor que o valor de escoamento, o valor da deformação de escoamento (ε_{yd}), e obtido pela Equação 10.

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (10)$$

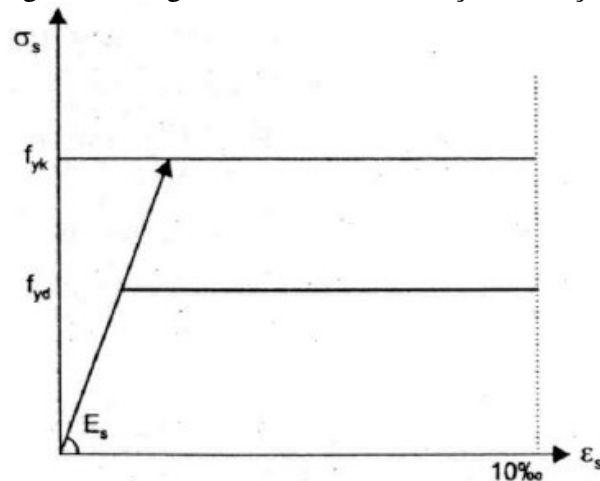
em:

$f_{yd} \rightarrow$ tensão de escoamento do aço a tração

$E_s \rightarrow$ módulo de elasticidade do aço

Na NBR 6118 (ABNT, 2014) permite a consideração de aço com comportamento elasto-plástico perfeito, cujo diagrama tensão-deformação tem intervalo de temperatura entre -20°C e 150°C é indicado na Figura 4.

Figura 4: Diagrama tensão-deformação dos aços



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2017)

2.3 HIPÓTESES DE DIMENSIONAMENTO

Admitimos, segundo Araújo (2010), as seguintes hipóteses para a determinação dos esforços resistentes de uma seção em concreto armado. Estas hipóteses estão descritas, também, no item 17.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

- A) As seções transversais se mantêm planas após a deformação, até o estado limite último (ELU).
- B) Admite uma solidariedade dos materiais, ou seja, solidariedade perfeita entre o concreto e o aço, seja em tração ou compressão.
- C) No ELU devemos desprezar as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal.
- D) Para qualquer tipo de flexão no ELU, sua ruína da seção transversal fica caracterizado pelas deformações do concreto (ε_c) nas fibras menos tracionadas e no aço (ε_s) nas fibras mais tracionadas.
- E) O encurtamento último do concreto no ELU para classe até C50, com os parâmetros (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) é $2,0 \cdot 10^{-3}$ ocorre na seções totalmente comprimidas, ε_{cu} (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura) é $3,5 \cdot 10^{-3}$ ocorre na seções sobre flexão.
- F) Alongamento máximo ao longo da armadura tracionada permitido é de $\varepsilon_{cu} = 10,0 \cdot 10^{-3}$ para prevenir deformação plástica excessiva.

2.4 PRÉ-DIMENSIONAMENTO

2.4.1 Vãos teóricos (ou efetivos)

Segundo Araújo (2010), o vão teórico (ou efetivos) representado pela letra l , é a distância entre os centros de apoios, enquanto nas lajes em balanço esse comprimento será a medida da extremidade livre até o centro do apoio. Já o vão livre (l_0) é a distância entre as faces interna do vão.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece que podemos calcular o vão efetivo pela seguinte formula:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (11)$$

Considerando,

$$a_1 \leq \frac{t_1}{2} \text{ ou } 0,3h$$

$$a_2 \leq \frac{t_2}{2} \text{ ou } 0,3h$$

onde:

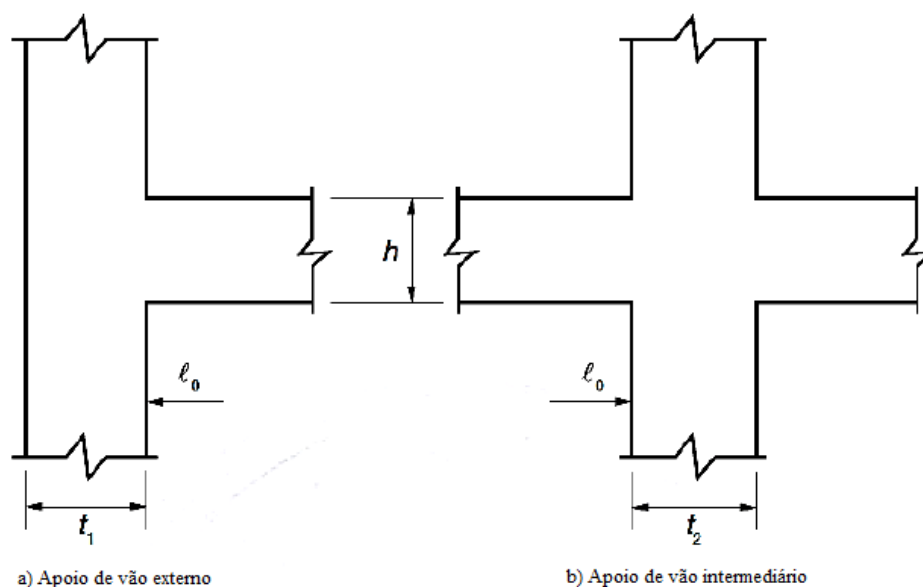
$l_{ef} \rightarrow$ vão efetivo;

$l_0 \rightarrow$ distância entre as faces interna do vão da laje;

$t \rightarrow$ Comprimento do apoio paralelo ao vão da laje;

$h \rightarrow$ espessura da laje.

Figura 5: Vão efetivo



Fonte: ABNT NBR 6118 (2014.).

2.4.2 Determinação da espessura das lajes

Para calcular os esforços é necessário antes fazer a estimativa da altura final de uma laje e posteriormente efetuar correção se for necessário. A mesma é calculada em função da deformação limite ou do momento no estado de limite último (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2017).

Na NBR 6118 (ABNT, 2014) não tem nenhuma recomendação sobre a estimativa da altura inicial que devemos adotar, só estabelece que os valores de altura mínima para espessura no item 13.2.4.1.

- 7 cm para cobertura não em balanço;
- 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- 10 cm para lajes em balanço;
- 10 cm para lajes que suporte veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- 12 cm para lajes que suporte veículo de peso total maior que 30 kN;
- 15 cm para lajes com protensão apoiada em vigas, com mínimo de $\frac{l}{42}$ para lajes de piso biapoiadas e $\frac{l}{50}$ para lajes de piso contínuas;

g) 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes lajes-cogumelos, fora o capitel.

Para o dimensionamento das lajes em balanço, devemos multiplicar os esforços solicitantes de cálculo por um coeficiente adicional γ_n , no qual estar indicada no Quadro 2.

Quadro 2: Valores do coeficiente adicional γ_n para lajes em balanço

h cm	≥ 19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45

onde

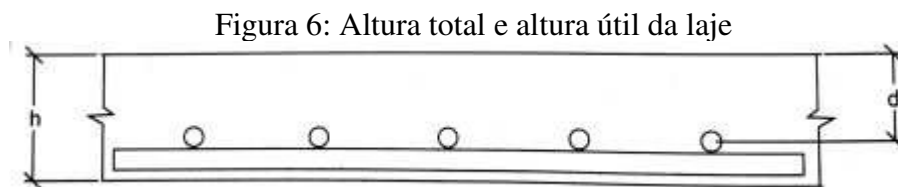
$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 h;$$

h é a altura da laje, expressa em centímetros (cm).

NOTA O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo nas lajes em balanço, quando de seu dimensionamento.

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014)

Dessa forma podemos determinar (Figura 6) um indicativo de pré-dimensionamento a princípio utilizando o valor do d maior (caso de armadura negativa) através da formula.



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2017)

$$h = d + c + \phi + \frac{\phi}{2} \quad (12)$$

onde:

h → altura total;

d → altura útil;

ϕ → diâmetro da armadura;

c → cobrimento mínimo para garantir durabilidade das estruturas está diretamente relacionada com a classe de agressividade ambiental (CCA) na NBR 6118 (ABNT, 2014) que estabelece à qualidade do concreto que será utilizado para proteger as armaduras de ataques químicos (Quadro 3).

Quadro 3: Classes de agressividade ambiental (CAA)

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{a, b}	Pequeno
III	Forte	Marinha ^a	Grande
		Industrial ^{a, b}	
IV	Muito forte	Industrial ^{a, c}	Elevado
		Respingos de maré	

^a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

^b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

^c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

Conforme a agressividade ambiental que a estrutura está sujeita, podemos estabelecer os valores para cobrimento das armaduras, conforme Quadro 4.

Quadro 4: Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta c = 10 \text{ mm}$

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal $\geq 15 \text{ mm}$.

^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal $\geq 45 \text{ mm}$.

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

2.5 AÇÕES ATUANTES

As cargas atuantes nas lajes de edificações são classificadas como cargas permanentes e cargas acidentais. As ações permanentes são aquelas com valores praticamente constante ou com pouca variabilidade durante a vida útil da construção, sendo formado pelo peso próprio da estrutura, sobrecarga fixas, peso dos revestimentos, alvenarias e enchimento. Os seus valores são obtidos através dos pesos específicos dos materiais de construção. As ações variáveis são constituídas por cargas acidentais que atua na estrutura. Podemos citar como exemplos as cargas verticais que atuam nos pisos da edificação referente ao peso de pessoas, transporte, utensílios e moveis entre outros, sendo usado também a NBR 6120 (ABNT, 1980) para encontrar seus valores de cargas (ARAÚJO, 2010).

2.5.1 Ações permanentes

Usando peso específicos dos materiais de construção podemos encontrar valores das cargas permanentes que estão atuando nas lajes, como descritas a seguir:

- O Peso próprio da laje é calculada através de um elemento de laje que possuir área unitária como podemos visualizar na Figura 7. O concreto armado tem peso específico de 25 kN/m^3 , dessa forma podemos determinar por:

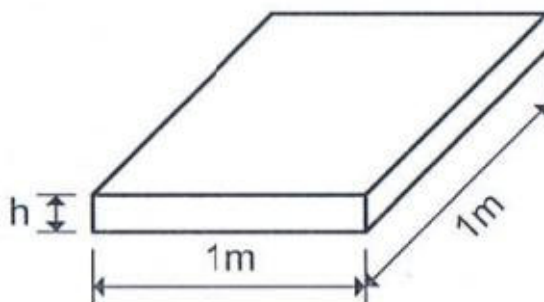
$$q_{pp} = 25h \quad (13)$$

onde:

$q_{pp} \rightarrow$ é o peso próprio em kN/m^2 ;

$h \rightarrow$ é espessura da laje em metro.

Figura 7: Elemento de laje que possuir área unitária



Fonte: Araújo (2010).

- Peso do contrapiso da laje, o seu valor também vai depender do material utilizado, dessa forma podemos determinar por:

$$g_{cont} = \gamma_{cont} \cdot e \quad (14)$$

em que:

q_{cont} → é o peso de contrapiso em kN/m²;

γ_{cont} → é o peso específico do contrapiso;

e → é a espessura do revestimento.

- Peso do revestimento é a fase inferior da laje, e seu valor também vai depender do material utilizado como piso. Dessa forma podemos determinar por:

$$g_{rev} = \gamma_{rev} \cdot e \quad (15)$$

onde:

q_{rev} → é o peso de revestimento em kN/m²;

γ_{rev} → é o peso específico do revestimento;

e → é a espessura do revestimento.

- O Peso da alvenaria vai depender do tipo de tijolo cerâmico utilizado, da espessura do reboco e argamassa de assentamento. Dessa forma a NBR 6120 (ABNT, 1980) recomenda adotar os seguintes pesos específicos;

Alvenaria de tijolo cerâmicos furado :13 kN/m³

Alvenaria de tijolo cerâmicos maciços :18 kN/m³

Segundo Durigan e Portella (2017), a maneira como a carga é considerada no cálculo de esforço vai depender se a laje é armada em cruz (duas direções) ou em uma direção.

- A) Laje armada em cruz considera-se a carga da parede uniformemente distribuída na área da laje, tendo por tanto:

$$g_{par} = \frac{\gamma_{alv} \cdot e \cdot h \cdot l}{A_{laje}} \quad (16)$$

onde:

$g_{par} \rightarrow$ é o peso da parede em kN/m²;

$\gamma_{alv} \rightarrow$ é o peso específico da alvenaria em kN/m³;

$e \rightarrow$ é a espessura da parede;

$h \rightarrow$ é a altura da parede em m;

l é o comprimento da parede em m;

$A_{laje} \rightarrow$ é a área da laje em m².

B) Para lajes armadas em apenas uma direção seguem duas possibilidades:

Parede paralela à direção principal, ou seja, de menor vão:

$$g_{par} = \frac{\gamma_{alv} \cdot e \cdot h \cdot l}{A_{laje}} \quad (17)$$

onde:

$g_{par} \rightarrow$ é o peso da parede em kN/m²;

$\gamma_{alv} \rightarrow$ é o peso específico da alvenaria em kN/m³;

$e \rightarrow$ é a espessura da parede;

$h \rightarrow$ é a altura da parede em m;

$l \rightarrow$ é o comprimento da parede em m;

$A_{laje} \rightarrow$ é a área da laje em m².

Parede perpendicular à direção principal (l_x):

$$g_{par} = \frac{\gamma_{alv} \cdot e \cdot h}{A_{laje}} \quad (18)$$

2.5.2 Ações acidentais

Os valores das cargas acidentais que devemos utilizar na edificação é de acordo com tipo de ocupação e sua finalidade. Estes valores estão disponibilizados na NBR 6120 (ABNT, 1980), a qual a mesma está sugerindo 1,5 kN/m² para sala, copa, dormitórios, cozinha e banheiro, e 2 kN/m² para despensa, lavanderia e área de serviço.

2.6 ANÁLISE ESTRUTURAL

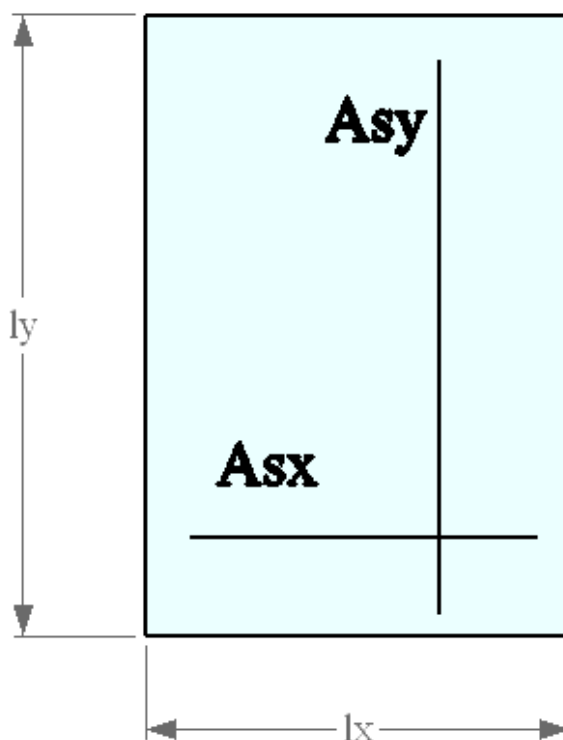
2.6.1 Classificação das lajes quanto à armação

Considerando os apoios rígidos, o momento fletor na direção do vão menor é maior que o da direção do vão maior. Dessa maneira as lajes são classificadas de acordo com a relação entre seus vãos, em lajes armada em cruz (ou armada em duas direções) e lajes armada em uma direção.

1. Lajes armada em cruz (ou armada em duas direções)

As lajes armadas em cruz analisando a Figura 8 são aquela que a relação entre o vão maior (l_y) e o menor (l_x) dá um valor menor ou igual a 2 ($\frac{l_y}{l_x} \leq 2$). Dessa maneira devemos calcular o momento fletor nas duas direções e depois dimensionar as armaduras representado na Figura 8.

Figura 8: Laje armada em cruz

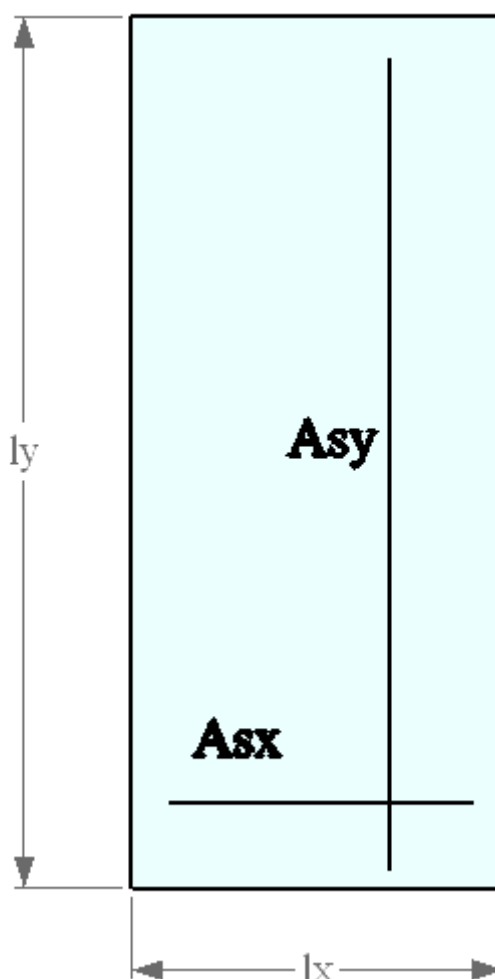


Fonte: Adaptada de Araújo (2010).

2. Lajes armada em uma direção

As lajes armadas em uma direção são aquelas que a relação entre os vãos dá um valor maior que 2 ($\frac{l_y}{l_x} > 2$), como apresentado na Figura 9. Neste caso devemos calcular só o momento fletor na direção do menor vão, pois na direção do vão maior é pequeno e pode ser desprezados sendo adotado armadura de distribuição. Podemos observar na Figura 9 a representação da laje armada em uma direção.

Figura 9: Laje armada em uma direção



Fonte: Adaptada de Araújo (2010).

Segundo Araújo (2010), essas relações só podem ser consideradas para apoios rígidos ou quase rígidos, já que nos apoios flexíveis como ocorre normalmente em edifício residencial e em escritório, vai depender da rigidez das vigas de apoio.

2.6.2 Condições de apoios (vinculação)

Calcular o correto esforço solicitante nas lajes é um dos trabalhos mais difícil dentro da análise estrutural de um edifício, já que depende da interação das lajes com as vigas que compõem a estrutura. As condições de contorno e de rigidez dos elementos estruturais são fatores muito importantes, pois se os mesmos forem mal analisados os resultados poderão ser totalmente distorcidos da realidade (ARAÚJO, 2010).

Nessa etapa cada pavimento deve ser identificado os tipos vínculos de suas bordas, sendo os mesmos basicamente, dois tipos aqui apresentado: borda simplesmente apoiada e borda engastada, como mostra na Figura 10.

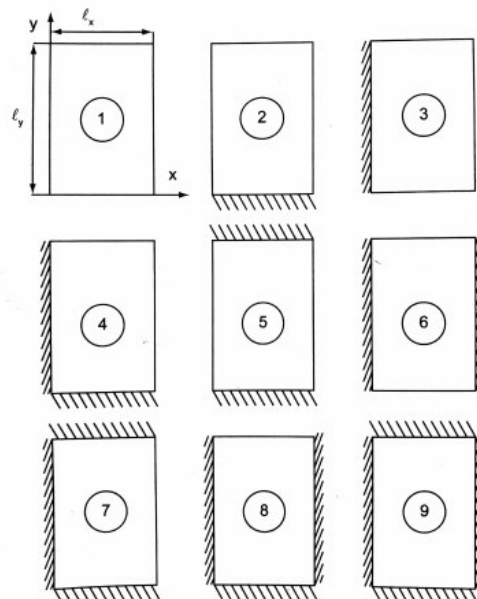
Figura 10: Convenção de condição de apoio

Borda simplesmente apoiada	Borda engastada
	

Fonte: Adaptado de Mota (2017).

Os quadros utilizados aqui foram baseados nas soluções em séries desenvolvido por Bases e devidamente adaptado para o coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,2. Na Figura 11 apresenta vários casos de vinculações, com bordas simplesmente apoiada e engastadas.

Figura 11: Condições de apoio das lajes



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2017)

2.6.3 Cálculo do momento fletores e das reações de apoio

Nas lajes maciças os momentos fletores e as reações de apoio são determinado conforme a laje é armada em duas direções (cruz) ou em uma direção. Nas lajes armadas em duas direções pode ser aplicada diferentes teorias, como das Charneiras Plásticas e a da Elasticidade. Já nas lajes armadas em uma direção são calculadas como vigas de faixa unitária.

2.6.3.1 Cálculo lajes armadas em duas direções

Os momentos fletores máximos por unidade de comprimento das lajes em duas direções são determinadas pelas equações 19 a 22, no qual a letra m representa o positivo e a letra m' o negativo.

- Momentos positivos máximos (em x e y)

$$m_x = \mu_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (19)$$

$$m_y = \mu_y \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (20)$$

- Momentos negativo máximos (em x e y)

$$x_x = \mu'_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (21)$$

$$x_y = \mu'_y \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (22)$$

onde,

$l_x \rightarrow$ menor lado da laje

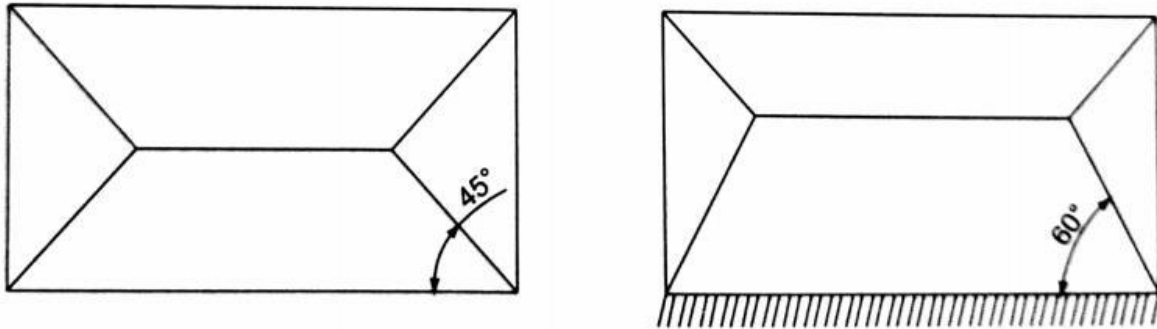
μ_x, μ_y, μ'_x e $\mu'_y \rightarrow$ Coeficientes presente no ANEXO A, B e C:

Segundo Durigan e Portela (2017) a duas formas de determinação das reações das lajes sobre as vigas, podem ser a partir da análise plástica, de acordo com o item 14.7.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014) e, a segunda, pela aproximação das charneiras. Neste segundo caso são traçados triângulos e trapézios nas lajes de acordo com as seguintes considerações:

- 45° entre dois apoios do mesmo tipo;

- 60° a partir do apoio engastado, se o outro for simplesmente apoiado;
- 90° a partir do apoio vinculado (apoiado ou engastado), quando a borda vizinha for livre.

Figura 12: Regiões da laje para cálculo das reações nas vigas



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2017).

As reações são obtidas consideradas cargas uniformemente distribuídas, no qual o valor do fator k é tabelado nos diversos casos de apoios das lajes. Em que entramos com caso e o γ (relação de l_x/l_y) e obtemos no (ANEXO D,E e F) o valores de K , e sabendo que p é o carregamento, l_x o menor vão, são determinado as reações com as equações 23 a 26 para bordas apoiada e engastada (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2017).

- Reações nas direções x e y nas vigas em bordas simplesmente apoiada:

$$q_x = k_x \cdot p \cdot \frac{l_x}{10} \quad (23)$$

$$q_y = k_y \cdot p \cdot \frac{l_x}{10} \quad (24)$$

- Reações nas direções x e y nas vigas em bordas engastada:

$$q'_x = k'_x \cdot p \cdot \frac{l_x}{10} \quad (25)$$

$$q'_y = k'_y \cdot p \cdot \frac{l_x}{10} \quad (26)$$

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2017), a determinação da flecha elásticas não considera os efeitos de fissuração e fluência, e a mesma são para lajes com carregamento uniforme que encontramos na formula seguinte de acordo com as vinculações da Figura 11.

$$f = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot h^3} \cdot \frac{\alpha}{100} \quad (27)$$

Onde:

$p \rightarrow$ carregamento uniformemente distribuído sobre a laje;

$\alpha \rightarrow$ coeficiente tirado da figura do ANEXO G;

$l_x \rightarrow$ menor lado da laje;

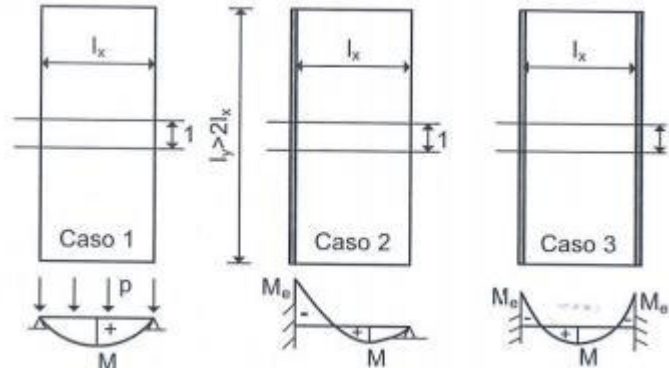
$E \rightarrow$ módulo de deformabilidade do concreto;

$h \rightarrow$ altura ou espessura da laje.

2.6.3.2 Cálculo de lajes armadas em uma direção

Os cálculos de momentos fletores na laje armada em uma direção como foi visto anteriormente, são necessários somente na direção do menor vão em uma faixa de largura unitária, como uma viga. Na Figura 13 apresentam os três tipos de lajes juntamente com as expressões de formulas, no qual p é a carga total uniformemente distribuída (em kN/m²), l_x é o menor vão (em m).

Figura 13: Momento fletores nas lajes armada em uma direção



Fonte: Adaptado de Araújo (2010)

Caso 1: Laje apoiada nos dois lados

Momento positivo máximo, é dado por:

$$M = \frac{p \cdot l_x^2}{8} \quad (28)$$

Caso 2: Laje apoiada em um lado e engastada no outro

Momento positivo máximo, é dado por:

$$M = \frac{p \cdot l_x^2}{14,22} \quad (29)$$

Momento negativo máximo, é dado por:

$$M' = -\frac{p \cdot l_x^2}{8} \quad (30)$$

Caso 3: Laje engastada nos dois lados

Momento positivo máximo, é dado por:

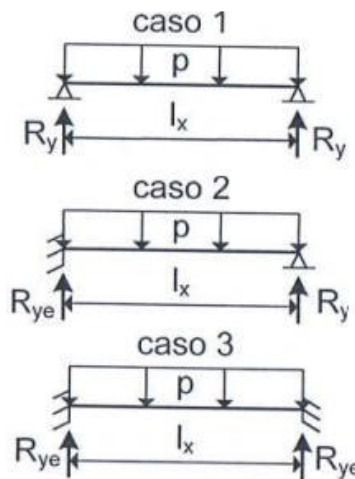
$$M = \frac{p \cdot l_x^2}{24} \quad (31)$$

Momento negativo máximo, é dado por:

$$M' = -\frac{p \cdot l_x^2}{12} \quad (32)$$

Reações de apoios do lado maior, pode ser calculada considerando uma faixa de largura unitária na direção do vão menor. Essas reações são consideradas uniformemente distribuída ao longo do lado maior (Figura 14).

Figura 14: Reações de apoio da laje em uma direção



Fonte: Adaptado de Araújo (2010).

Segundo Araújo, as formulas de reações de apoio que são utilizadas para calcular devem ser de acordo com o caso apresentado na Quadro 5.

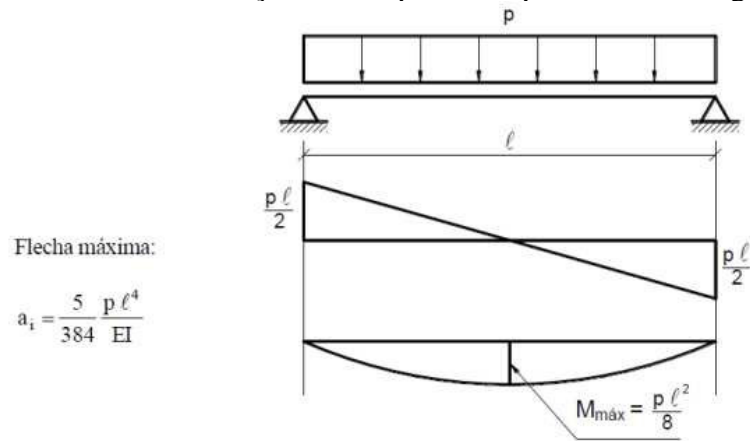
Quadro 5: Reações de apoio nos lados maiores das lajes

Caso 1	Caso 2	Caso 3
$v_y = \frac{p \cdot l_x}{2}$	$v_y = \frac{3p \cdot l_x}{8}$	
	$v'_y = \frac{5p \cdot l_x}{8}$	$v'_y = \frac{p \cdot l_x}{2}$

Fonte: Adaptado Araújo (2010)

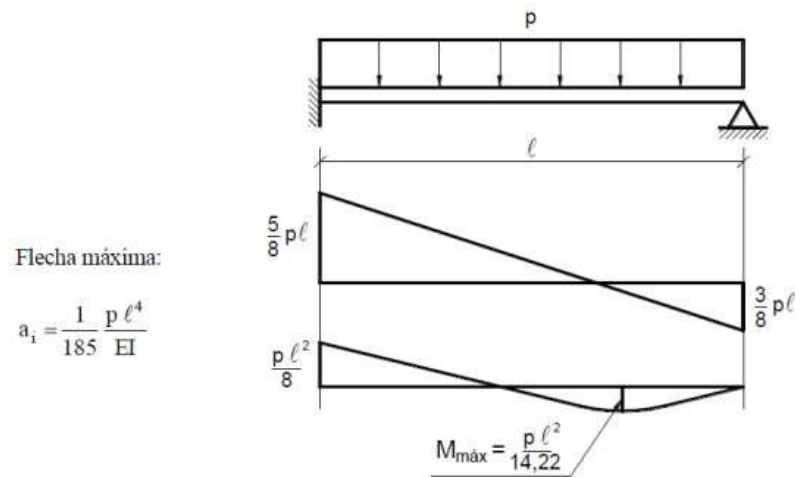
Para calcular as flechas, nas Figura 15, 16 e 17, que mostra casos de vinculação possíveis de existirem quando considerados apoios simples e engastes perfeitos. Na mesma, encontra-se representada as equações para cálculo das reações de apoio, momentos fletores máximos e flechas imediatas, para carregamento uniformemente distribuído.

Figura 15: Laje armada em uma direção sobre apoios simples e com carregamento uniforme



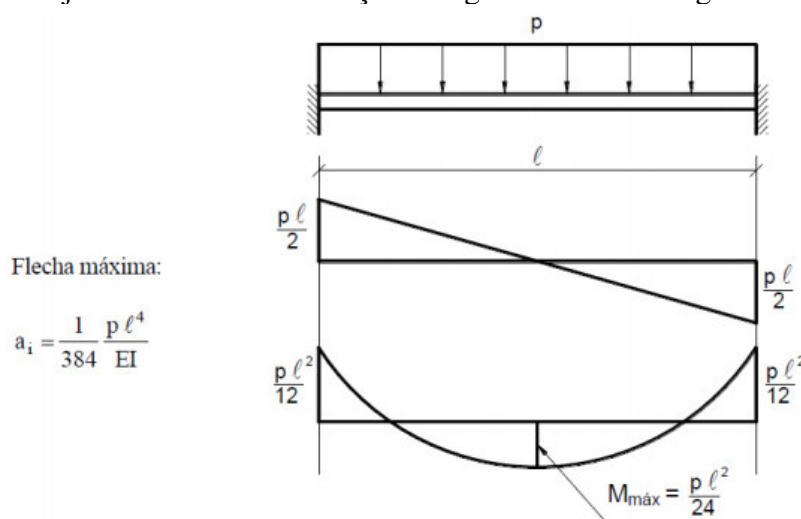
Fonte: Mota (2017)

Figura 16: Laje armada em uma direção sobre apoio simples e engaste perfeito carregamento uniforme



Fonte: Mota (2017).

Figura 17: Laje armada em uma direção biengastada com carregamento uniforme



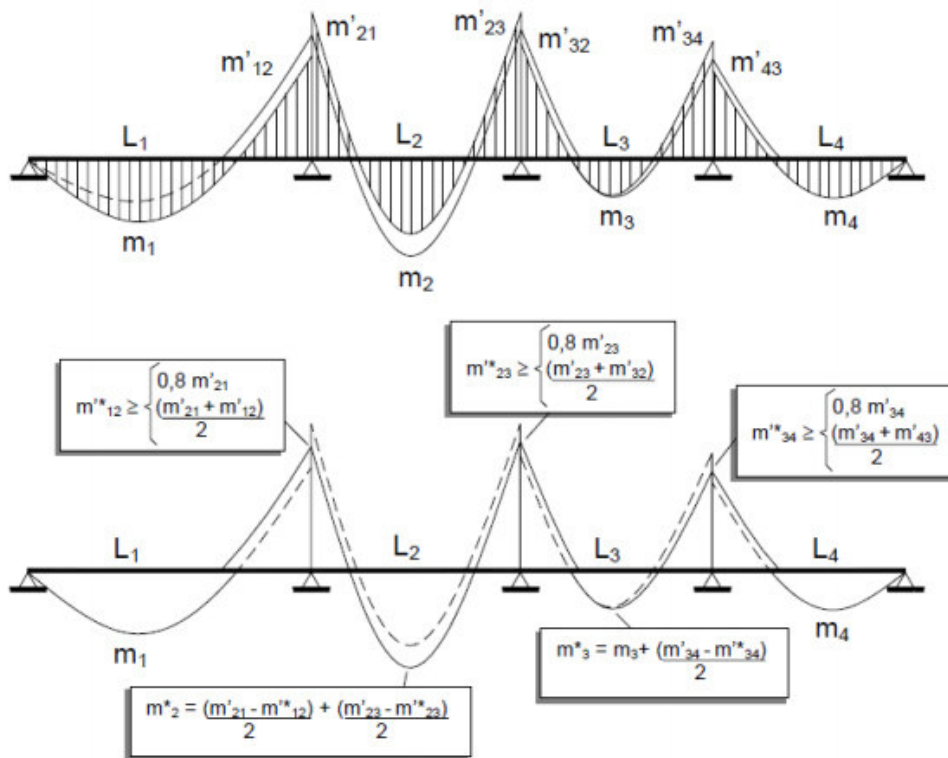
Fonte: Mota (2017).

2.6.4 Compatibilização de momentos fletores

A necessidade de promover a compatibilização dos momentos, surgiu em lajes adjacentes que apresenta diferentes valores para momentos negativos. Na Figura 18 podemos visualizar essa situação.

Segundo Mota (2017), quando os dois momentos apresentam a mesma ordem de grandeza, a compatibilidade dos momentos negativos seguir o critério em adotar o maior valor entre a média dos dois momentos ou 80% do maior momento. Essa compatibilidade tende a influenciar os momentos positivos, sendo necessários analisar na mesma direção, caso ela tenda a diminuir o valor do momento positivo como ocorreu nas lajes L1 e L4 da Figura 18, ignora-se a redução a favor da segurança. Caso contrário, quando há aumento, a correção é feita somando o valor deste momento fletor a média das variações ocorrido nos momentos fletores negativos, como podemos observar no caso da laje L2 da Figura 18. Como também pode ocorrer de diminuir o momento positivo, de um lado, e aumentar, do outro. Neste caso considera somente o aumento como no caso da laje L3 da Figura 18, e ignora-se a diminuição a favor da segurança.

Figura 18: Compatibilização de momentos fletores



Fonte: Mota (2017)

2.7 VERIFICAÇÃO

É uma das partes do projeto de grande importância para a segurança da estrutura. O cálculo de verificação leva em consideração a descrição da NBR 6118 (ABNT, 2014) e Carvalho e Figueiredo Filho (2017).

2.7.1 Estado de limite de último (ELU)

A) Verificação da armadura transversal

De acordo com o item 19.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) devemos desconsiderar armadura transversal para combater as forças de tração oriundas da força cortante, quando obedecer à expressão :

$$S_{sd} \leq S_{Rd1}$$

Sendo a força cortante resistente de cálculo dada por:

$$V_{rd1} = [t_{Rd} \cdot K(1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w d$$

Considerando que não tem proteção, temos:

$$V_{rd1} = [t_{Rd} \cdot K(1,2 + 40 \cdot \rho_1)] \cdot b_w d \quad (33)$$

sendo:

$$t_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02$$

$$k = 1,6 - d \geq 1 \text{ , com d em metros;}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c} \text{ , como não tem proteção vai ser igual a zero.}$$

em que:

$k \rightarrow$ é o coeficiente,

$t_{Rd} \rightarrow$ é a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

$A_{s1} \rightarrow$ é a área da armadura de tração;

$b_w \rightarrow$ é a largura mínima da seção ao longo da altura útil d;

$N_{sd} \rightarrow$ é a força longitudinal na seção devida à protensão ou carregamento (a compressão é considerada com sinal positivo)

B) Abertura de fissuração (ELS-W)

A NBR 6118 (ABNT, 2014), no item 17.3.2 o valor da abertura das fissuras calculado por ter possibilidade de apresentar influências de restrições às variações volumétricas da estrutura e suas condições de execução, se torna difíceis de serem consideradas de forma suficientemente precisa, mas deve ser considerada como umas avaliações aceitáveis em relação ao comportamento geral.

No item 17.4.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), (dados no Quadro 6, adaptação da Tabela 13.4 da norma) podemos verificar os valores de critérios para verificação de abertura da fissuração.

Quadro 6: Abertura máxima das fissuras características (w_k)

Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	

Fonte: Adaptada de ABNT NBR (2014).

O valor da abertura característica das fissuras (w) determinado para cada parte da região de envolvimento será a menor entre os valores obtidos pelas expressões a seguir:

$$w \leq \begin{cases} \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}}{f_{ct,m}} \\ \frac{\phi_i}{(12,5 \cdot \eta_i)} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \end{cases} \quad (34)$$

Sendo;

$\sigma_{si}, \phi_i, E_{si}, \sigma_{si} \rightarrow$ são definidos para cada área de envolvimento em exame;

$E_{si} \rightarrow$ é o módulo de elasticidade do aço da barra de diâmetro ϕ_i considerada;

$\phi_i \rightarrow$ é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;

$\rho_{ri} \rightarrow$ é a taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) em relação à área da região de envolvimento (A_{cri});

$\eta_i \rightarrow$ é coeficiente de conformação superficial η_1 da armadura passiva;

$f_{ct,m} \rightarrow$ é resistência média do concreto a tração;

$\sigma_{si} \rightarrow$ é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estágio II.

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2017), para evitar o cálculo no estágio II, e levando em consideração a favor da segurança. Podemos calcular de maneira simplificada a tensão na armadura através de uma variação linear:

$$\sigma_{si} = \frac{f_{yd}}{1,4} \cdot \frac{g_1 + g_2 + 0,4 \cdot q}{g_1 + g_2 + q}$$

$$\sigma_{si} = \frac{f_{yd}}{1,4 \cdot 1,15} \cdot \frac{g_1 + g_2 + 0,4 \cdot q}{g_1 + g_2 + q} \quad (35)$$

onde:

$g_1, g_2 \rightarrow$ são as cargas permanentes da estrutura;

$q \rightarrow$ é carga acidental da estrutura;

f_{yd} → tensão de escoamento do cálculo do aço.

2.7.2 Estado de limite de serviço (ELS)

No item 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014) define que o deslocamento limite são classificados nos seguintes grupos: aceitabilidade sensorial, efeitos específicos, efeitos em elementos não estruturais e efeitos em elementos estruturais. Em que os mesmos são exemplos práticos utilizados para verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas da estrutura.

Como este trabalho estar relacionado a edificação residencial, iremos abordar somente aceitabilidade sensorial, em que seu limite está caracterizado com efeito visual desagradável ou vibrações indesejáveis. Os limites desse caso são apresentados no Quadro 7 (ABNT NBR 6118: 2014).

Quadro 7: Limite para deslocamento

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$l/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$l/350$

Fonte: Adaptada da ABNT NBR (2014)

Para calcular a flecha elástica, não vai ser considerado o efeito da fissuração na seguinte equação.

$$f = \frac{p.l_x}{E.h^3} \cdot \frac{\alpha}{100} \quad (36)$$

em que,

p → carregamento uniformemente distribuída;

α → coeficiente tirado do ANEXO G;

E → módulo de deformabilidade do concreto;

l_x → menor vão da laje;

h → altura ou espessura da laje.

2.7.3 Estado de limite de abertura de fissuras (ELS-W)

A) Efeito da fissuração (flecha imediata)

Segundo NBR 6118 (ABNT, 2014) no item 17.3.2.1, avaliação aproximada da flecha imediata em vigas, pode-se utilizar a expressão de rigidez equivalente dada a seguir:

$$(E \cdot I)_{eq,t0} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (37)$$

em que,

$I_m \rightarrow$ é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

$I_I \rightarrow$ é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado através de $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$;

$M_a \rightarrow$ é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, ou seja, o momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para combinação de ações considerada nessa avaliação;

$M_r \rightarrow$ é o momento de fissuração do elemento estrutural, expressado na equação 38, no qual seu valor deve ser reduzido à metade se utilizar as barras lisas;

$E_{cs} \rightarrow$ é o módulo de elasticidade secante do concreto.

O momento de fissuração (M_r) de acordo com item 17.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), para verificação do estado de limite de deformação é calculado por:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad (38)$$

Sendo:

$\alpha = 1,2 \rightarrow$ para seções T ou duplo T;

$\alpha = 1,3 \rightarrow$ para seções I ou T invertido

$\alpha = 1,5 \rightarrow$ para seções retangulares;

$I_c \rightarrow$ é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

$I_y \rightarrow$ é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$f_{ct,m} \rightarrow$ é a resistência à tração direta do concreto, conforme item 8.2.5 da norma NBR 6118 (ABNT, 2014), com a quantidade apropriada a cada verificação particular.

Dessa maneira calculamos a flecha imediata com fissuração através da equação da resistência dos materiais da seguinte forma:

$$f = \frac{p \cdot l_x}{E \cdot h^3} \cdot \frac{\alpha}{100} \cdot \frac{I_c}{I_{eq}} \quad (39)$$

em que,

p → carregamento uniformemente distribuída;

α → coeficiente tirado do ANEXO G;

E → módulo de deformabilidade do concreto;

l_x → menor vão da laje;

h → altura ou espessura da laje;

I_c → momento de inércia bruta de concreto;

I_{eq} → momento de inércia equivalente;

B) Cálculo da flecha diferida no tempo

Segundo o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), podemos encontrar a flecha adicional diferida no tempo, decorrente das cargas de longa duração em função da fluência de forma aproximada multiplicando a flecha imediata pelo fator α_f dada pela seguinte forma:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \varepsilon}{1 + 50 \cdot \sigma'} \quad (40)$$

em que:

$$\sigma' = \frac{A'_s}{b \cdot d}$$

ε é um coeficiente função do tempo, que obtemos diretamente na Quadro 8 ou pelo calculado pelas expressões seguintes:

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon(t) - \varepsilon(t_0) \quad (41)$$

$$\varepsilon(t) = 0,68 (0,996^t) \cdot t^{0,32} \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \text{-----} (42)$$

$$\varepsilon(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses} \text{-----} (43)$$

em que,

t → é o tempo, em meses;

t_0 → é a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração, mas se for em parcelas de carga de longa duração com aplicadas em idades variável, encontram pela equação seguinte.

$$t_o = \frac{\sum P_i \cdot t_{oi}}{\sum P_i}, \quad (44)$$

em que:

$P_i \rightarrow$ é parcelas de carga;

$t_{oi} \rightarrow$ é a idade em meses que se aplicou cada parcela P_i .

O valor da flecha total no tempo infinito deve ser obtido multiplicando a flecha imediata por $(1 + \alpha_f)$.

Quadro 8: Valores do coeficiente ξ em função do tempo

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014)

2.8 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL

Com os valores dos momentos fletores, esforço cortante, as flechas são calculada através dos procedimentos descritos anteriormente, e com a disponibilização da resistência do concreto (f_{ck}), largura da seção (b_w de 100cm), a altura útil (d) e o tipo de aço (f_{yd} e ε_{yd}), podemos calcular através do equilíbrio das forças atuantes a quantidade de armadura longitudinal para concreto até C50.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabeleceu o conjunto de relações abaixo para a profundidade relativa da linha neutra:

$$x/d \leq 0,45 \text{ para } f_{ck} \leq 50\text{MPa} \quad (45)$$

$$x/d \leq 0,35 \text{ para } 50\text{MPa} \leq f_{ck} \leq 90\text{MPa} \quad (46)$$

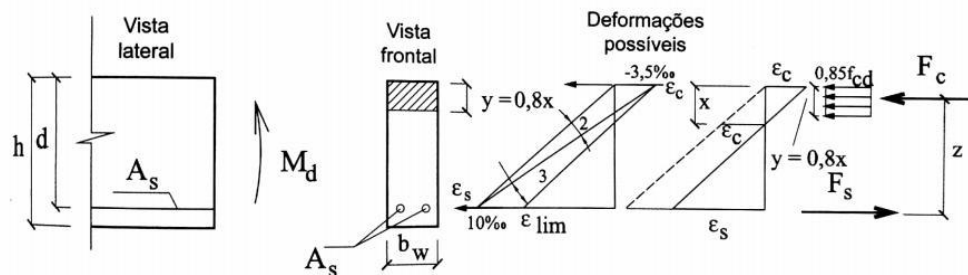
Onde x é a profundidade da linha neutra e d , a altura útil da peça.

Todo procedimento de cálculo descrito posteriormente para deduzir a equação admissional de área de armadura longitudinal de aço (A_s) foi utilizado, Carvalho e Figueiredo Filho (2017), no qual considerou o ELU no estágio III, e se considerou os parâmetros da norma e a figura que a norma dar dos domínios.

2.8.1 Equacionamento para concreto de classe até C50

Na Figura 19 apresenta elemento de seção retangular e diagrama de deformação e tensão na seção solicitada para flexão simples de C50 ($x/d = 0,450$) possibilitando análise de comportamento da seção ante de efetuar a dedução do dimensionamento.

Figura 19: Situação de elemento da seção retangular para concreto até C50, considerando a ductilidade



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2017

I. Estabelecendo o equilíbrio da seção:

- Forças atuantes normais à seção transversal: como não existe força externa, as forças atuantes do concreto (F_c) e da armadura (F_s) são iguais.

$$\sum F = 0 \rightarrow F_s - F_c = 0 \rightarrow F_s = F_c \quad (47)$$

- Momentos: o momento externo de cálculo em relação ao C.G da armadura deve ser igual ao momento das forças internas.

$$\sum M = M_d \rightarrow M_d = F_c \cdot Z \quad (48)$$

Assim, temos:

$$M_d = F_s \cdot Z \quad (49)$$

II. Posição da linha neutra (x):

Analisando a Figura 19, temos:

$$F_c = (0,85 \cdot f_{cd}) \cdot (b_w) \cdot (0,8 \cdot x) \quad (50)$$

$$z = d - 0,04 \quad (51)$$

Substituindo a tensão de compressão do concreto (F_c) e o braço de alavanca (Z) na equação 39, tem-se:

$$M_d = (0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot x) \cdot (d - 0,4 \cdot x) = (b_w \cdot f_{cd} \cdot 0,68 \cdot x) \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad (52)$$

$$M_d = (0,68 \cdot x \cdot d - 0,272 \cdot x^2) \cdot b_w \cdot f_{cd} \quad (53)$$

Através da solução da equação 53 encontramos o valor da posição da linha neutra, sendo possível encontrar assim o domínio que a peça se encontra, e dessa formula calcular Z e F_c .

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68d)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left(\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544} \quad (54)$$

III. Cálculo da área necessária da armadura (A_s)

Sabendo que:

$$F_s = A_s \cdot f_s \quad (55)$$

Substituindo na equação 45, temos:

$$A_s = \frac{M_d}{Z \cdot f_s} \quad (56)$$

Podemos tirar o valor de ε_s do diagrama de tensão x deformação do aço, e assim calcular f_s , mas isso não é possível, porque a peça trabalharia no domínio 4 (superarmadas). Dessa forma admitimos que a peça esteja trabalhando nos domínios 2 ou 3, para o melhor aproveitamento da armadura, tendo $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$ e tensão da armadura (F_s) igual a tensão de escoamento (F_{yd}).

Dessa forma a equação 46, fica sendo:

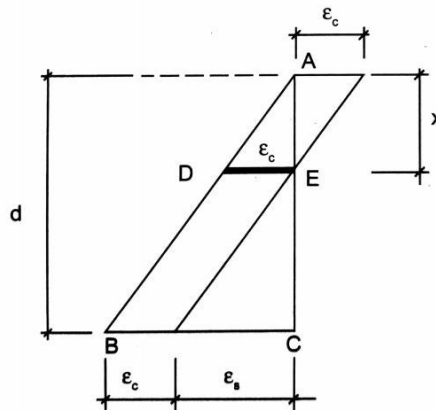
$$A_s = \frac{M_d}{Z \cdot f_{yd}} \quad (56)$$

IV. Verificação do domínio

Na flexão simples no qual estar sendo analisado os domínios possíveis são 2,3 e 4. Mais com o valor da posição da linha neutra (x) é possível verificar o domínio que a peça vai atingir o estado de limite último. As piores situação que a peça podem trabalhar é no início do domínio 2 ($\varepsilon_c = 0$) e no final do domínio 4 ($\varepsilon_s = 0$), pois um dos materiais não estaria contribuindo. O melhor domínio para peça trabalhar é o 3, mas a NBR 6118 (ABNT, 2014) aceita o domínio 2. Parte do domínio 3 e 4 deve ser evitado.

Como o valor da posição da linha neutra é obtido através da relação entre deformação, já que a seção permanece plana após a deformação. Dessa forma usando semelhança de triângulo do diagrama de deformação (Figura 20), obtemos uma relação entre a posição da linha neutra e altura útil (d).

Figura 20: Relação entre a posição da linha neutra e altura útil



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2017)

$$\frac{x}{\varepsilon_c} = \frac{d}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \rightarrow \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \quad (57)$$

Sabendo que no limite do domínio 2 e em todo o 3 o valor da deformação do concreto (ε_c) é 3,5%, e substituindo na equação 54, temos:

$$\frac{x}{d} = \frac{0,0035}{0,0035 + \varepsilon_s} \quad (58)$$

No caso do aço C50 ($\varepsilon_{yd} = 2,07\%$, no limite do domínio 3 e 4) que será o aço usado, temos:

$$x_{34} = 0,0283 \cdot d \text{ (para limite ente os domínios 3 e 4);}$$

$$x_{23} = 0,259 \cdot d \text{ (Para limite ente os domínios 2 e 3);}$$

$$x < 0,257 \cdot d \rightarrow \text{domínio 2}$$

$0,257.d < x < 0,6283 \rightarrow$ domínio 3.

2.8.2 Formulas adimensionais para calcular o dimensionamento de seção retangular

Será deduzida formas adimensionais para concreto até aço C50, facilitando a utilização de quadros e gráficos de forma racionais, além do emprego de vários sistemas de unidade

- Equação M_d

Dividindo a Equação 53 em ambos lados por $b_w \cdot d^2 \cdot f_{sd}$, obtemos:

$$\frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{sd}} = \frac{(0,68 \cdot x \cdot d - 0,272 \cdot x^2) \cdot b_w \cdot f_{cd}}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$\frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{sd}} = (0,68 \cdot \frac{x}{d} - 0,272 \cdot \frac{x^2}{d^2} - 0,272 \cdot \frac{x^2}{d^2}) \quad (59)$$

Considerando $\frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = KMD$ e $\frac{x}{d} = KX$, e substituindo na equação 50, temos:

$$KMD = 0,68 \cdot KX - 0,272 \cdot (KX)^2 \quad (60)$$

Para início do domínio 2, temos:

$$x = 0 \rightarrow KX = \frac{x}{d} = 0 \rightarrow KMD = 0 \quad (61)$$

Para fim do domínio 4, temos:

$$x = d \rightarrow KX = \frac{x}{d} = 1 \rightarrow KMD = 0,408 \quad (62)$$

- Braço de alavanca z ($z = d - 0,4 \cdot x$)

Dividindo ambos temos por d , temo como resultado:

$$\frac{Z}{d} = \frac{d - 0,4 \cdot x}{d} = 1 - 0,4 \cdot \frac{x}{d}$$

Considerando $\frac{Z}{d} = KZ$, e substituindo $KX = \frac{x}{d}$, temo:

$$KZ = 1 - 0,4 \cdot KX \quad (63)$$

- Cálculo da armadura

Substituindo $Z = (KZ) \cdot d$ na equação $A_s = \frac{M_d}{Z \cdot f_s}$, obtemos:

$$A_s = \frac{M_d}{(KZ) \cdot d \cdot f_s} \quad (64)$$

- Cálculo da equação que relaciona as deformações com altura da linha neutra (x)

Substituindo na equação $\frac{x}{d} = KX$ na equação $\frac{x}{d} = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s}$, temos:

$$KX = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \quad (65)$$

2.9 DETALHAMENTO

2.9.1 Armadura mínima

A NBR 6118 (ABNT, 2014), estabelece as seguintes armaduras longitudinais mínima para lajes:

- Armaduras negativa e positiva (principal) armada em uma direção ($\rho_s \geq \rho_{min}$).

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot 100 \cdot h \quad (66)$$

- Armadura positiva de lajes armadas nas duas direções ($\rho_s \geq 0,67 \cdot \rho_{min}$).

$$A_{s,min} = 0,67 \cdot \rho_{min} \cdot 100 \cdot h \quad (67)$$

- Armaduras negativa ($\rho_s \geq \rho_{min}$), sendo a equação 66.

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot 100 \cdot h$$

Em que:

$A_{s,min} \rightarrow$ é área de armadura longitudinal mínima por metro, em (cm²/m)

$\rho_{min} \rightarrow$ é a taxa de armadura, fornecida pela Quadro 9.

$h \rightarrow$ é espessura da laje, em (cm).

Quadro 9: Taxas mínimas de armadura de flexão

Forma da seção	Valores de ρ_{min}^a ($A_{s,min}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,21*	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

^a Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado.

Fonte: ABNT NBR:6118 (2014)

2.9.2 Armadura máxima

A armadura máxima de flexão em lajes é prescrita pela NBR 6118 (ABNT, 2014) nos itens 17.3.5.2.4, descreve que a soma das armaduras de tração e de compressão não pode ter valor maior que 4 % A_c , calculada na região fora da zona de emendas, devendo ser garantidas as condições de ductilidade requeridas em 14.6.4.3.

2.9.3 Diâmetro máximo das barras longitudinais

Segundo o item 20.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), o diâmetro máximo de uma armadura de flexão é de $h/8$.

2.9.4 Quantidade de barras por metro de laje (n)

A quantidade de barra é descrita através da Equação 68:

$$n = \frac{A_s}{A_{s\emptyset}} \quad (68)$$

onde:

$A_s \rightarrow$ é a área necessária (cm^2/m);

$A_{s\emptyset} \rightarrow$ é área da bitola adotada.

2.9.5 Espaçamento das barras

Espaçamento utilizado por metro é obtido na equação 69:

$$s = \frac{1(m)}{n} = \frac{1(m)}{\frac{A_s}{A_{s\emptyset}}} = \frac{1m \cdot A_{s\emptyset} (\text{cm}^2)}{A_s (\text{cm}^2)} = \frac{A_{s\emptyset}}{A_s} (m) \quad (69)$$

Onde:

$A_s \rightarrow$ é a área necessária (cm^2/m);

$A_{s\emptyset} \rightarrow$ é área da bitola adotada.

2.9.6 Espaçamento máximo das armaduras longitudinais

A NBR 6118 (ABNT, 2014) nos itens 20.1 estabelecer que as barras da armadura principal de flexão devem apresentar os seguintes espaçamentos máximos na região dos maiores momentos flettores:

$$S_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 2h \\ 20 \text{ cm} \end{cases} \quad (70)$$

Onde:

$h \rightarrow$ é a altura total da laje.

2.9.7 Espaçamento mínima das armaduras longitudinais

A NBR 6118:2014, não faz nenhuma recomendação em relação a armadura mínima em laje maciça, mas para a boa execução da concretagem vamos adotar a mínima para a viga na horizontal no item 18.3.2.2.

$$S_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ mm}; \\ \text{diâmetro da barra, do feixe ou da luva}; \\ 1,2 \text{ vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo}; \end{cases} \quad (71)$$

Para feixes de barras, deve-se considerar o diâmetro do feixe: $\phi_n = \phi\sqrt{n}$.

2.9.8 Comprimento de ancoragem reto básica da armadura passiva

Calculo do comprimento de ancoragem reto básica da armadura passiva:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad (72)$$

em que:

$f_{yd} \rightarrow$ é a resistência de escoamento de cálculo do aço;

$\phi \rightarrow$ é o diâmetro das barras da armadura longitudinal;

$f_{bd} \rightarrow$ é tensão de aderência de cálculo da armadura.

$f_{bd} \rightarrow$ é calculado pela seguinte expressão:

$$f_{bd} = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 \cdot f_{ctd} \quad (73)$$

Sendo f_{ctd} calculado da seguinte maneira:

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}}}{1,4} \quad (74)$$

$\eta_1 = 1,0$ para barras lisas (CA25);

$\eta_1 = 1,4$ para barras entalhadas (CA60);

$\eta_1 = 2,25$ para barras de alta aderência (CA50);

$\eta_2 = 1,0$ para situações de boa aderência;

$\eta_2 = 0,7$ para situações de má aderência;

$\eta_3 = 1,0$ para $\emptyset < 32$ mm;

$\eta_3 = (132 - \emptyset)/100$, para $\emptyset \geq 32$ mm;

onde

$\emptyset$ é o diâmetro da barra, expresso em milímetros (mm).

2.9.9 Comprimento das barras

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2017), calculamos o comprimento das barras como descrever a seguir:

- Armadura positiva

$$c = l \text{ (comprimento do vão efetivo)} + (\text{metade da largura da viga ou } 10 \cdot \emptyset) \quad (75)$$

em que:

$\emptyset \rightarrow$ diâmetro da barra.

- Armadura negativa

$$c = 0,25 \cdot l_x + l_b + l_g \quad (76)$$

Onde:

l_x → é menor vão da laje;

l_g → é altura da laje menos cobrimento ($h - 2. c$);

l_b → é o comprimento de ancoragem reto básico.

3 DESCRIÇÃO DA FERRAMENTA

A ferramenta computacional desenvolvida neste trabalho consiste em uma planilha com capacidade de realizar o dimensionamento de uma laje isolada ou nove lajes contínua de concreto armado, com seção retangular, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014). Foi utilizado para o desenvolvimento da ferramenta o *Microsoft Excel® (Excel)*.

Esta planilha está limitada apenas ao dimensionamento de laje maciça isolada, e quando se tratar de laje contínua só é possível se caso o menor vão interno (l_x) e o maior vão interno (l_y) estiver contido na linhas e colunas ou o contrário, como também a largura das vigas devem ser proporcionais. A ferramenta calcula a área de aço e o detalhamento capaz de resistir aos esforços solicitantes. O detalhamento é feito em relação aos momentos negativo e positivo do vão. A rotina para o dimensionamento e detalhamento se baseiam no que já foi exposto anteriormente. Em relação aos materiais, foram incorporados os aços CA50 e os concretos com classe de resistência de C20, C25, C30, C35, C40, C45 e C50.

Em resumo, o usuário deve informar à ferramenta os dados geométricos da seção, escolher a resistências características do concreto a compressão (f_{ck}), o caso de vinculação, o tipo de agressividade, cargas atuantes (exceto peso próprio – calcula-se automaticamente), altura total, diâmetro da barra, e as dimensões do pavimento em l_x e l_y . A ferramenta retornará à disposição de armaduras de aço e detalhamento que atende ao estado de limite último e de serviço.

Com o auxílio dos *UserForms* e da linguagem *Visual Basic* disponíveis no *Excel*, foi desenvolvido a interface da ferramenta. Através do *UserForm* são captadas as informações de entrada referente aos problemas para que, em um segundo plano, o *Excel* realize toda a rotina de dimensionamento que será melhor explicada nas lajes.

3.1 ENTRADA DE DADOS

Na tela de entrada de dados da ferramenta o usuário deve digitar as informações gerais das características das lajes como os referentes aos materiais, à geometria (comprimento do vão, altura da laje, espessura das vigas paralelas), bitola da barra de aço, as cargas atuantes (do

revestimento, alvenaria, contrapiso e acidental) e o caso de cada laje do dimensionamento, conforme a Figura 21.

Figura 21: Tela de entrada de dados da ferramenta

The interface is titled 'Tela de entrada de dados da ferramenta'. It features a grid of input fields for 9 slabs (LAJE 1 to LAJE 9). The 'GEOMETRIA' section includes fields for l_x (m), l_y (m), h (m), t_{1x} e t_{2x} (m), t_{1y} e t_{2y} (m), and 'Classificação'. The 'AÇÕES' section includes fields for q_{po} (kN/m²), g_{rev} (kN/m²), g_{alv} (kN/m²), and q_{co} (kN/m²). The 'INFORMAÇÕES GERAIS' section includes dropdowns for f_{ck} (MPa), 'Tipo do aço' (CASO), 'Agressividade', and 'Retirada do Escoramento'. A 'CALCULAR' button is present. To the right, a 3D diagram shows a slab with a red 'Carregamento' (Load) and a 2D diagram shows a slab with numbered reinforcement points (1-9).

Fonte: Autoria própria (2019).

A tela de entrada de dados da ferramenta é bem didática em relação às informações que devem ser informadas. A mesma já traz na sua configuração o tipo de aço (CA50) utilizado, as resistências características do concreto à compressão (f_{ck}), tipos de agressividades, e os dias de retirada da escora previsto.

3.2 ROTINA PARA O DIMENSIONAMENTO

Após inserir os dados de entradas descrito anterior começa toda rotina de cálculo, no qual primeiramente é realizado o cálculo do vão efetivo, altura útil e o cobrimento de acordo com a CAA. O Quadro 10 descreve esses cálculos como um exemplo aleatório de uma laje.

Quadro 10: Exemplificação de dados de entrada e valores iniciais calculados

1 – Dados da Laje	Laje 1
Bitola (ϕ):	6,30 mm
Altura total (h):	10,00 cm
Largura (bw)	100,00 cm
Cobrimento (c):	2,50 cm
Altura útil (d):	6,87 cm
Menor vão entre face (L_x)	3,00 m
Maior vão entre face (L_y)	4,00 m
Maior vão efetivo (L_{0y}) :	3,060 m
Maior vão efetivo (L_{0x}) :	4,060 m

Fonte: Autoria própria (2019).

Com os cálculos iniciais realizados, segue a realização das ações atuantes (seção 2.5), na qual determina a carga do peso próprio (g_{pp}). As demais devem ser inseridas pelo usuário de acordo com as informações da NBR 6120 (ABNT, 1980). No Quadro 11 está representando essas cargas.

Quadro 11: Cálculos das ações atuante

2 - Ações atuantes	Laje 1
g_{pp} :	2,50 kN/m ²
g_{rev} :	0,00 kN/m ²
g_{alv} :	0,00 kN/m ²
g_{cp} :	1,00 kN/m ²
q :	1,50 kN/m ²
P_t :	5,00 kN/m ²
P_{freq} :	5,60 kN/m ²
P_{qp} :	5,45 kN/m ²

Fonte: Autoria própria (2019).

Já a análise estrutural (seção 2.6), foi realizada a partir de informações da entrada de dados quando classificou a laje, ou seja, quando colocamos os valores das dimensões do vão. É feito automaticamente o cálculo dos vãos efetivos (em x e em y) onde obtemos a relação para determinar se é uma laje armada em duas direções (bidirecional) ou em uma direção

(unidirecional). O caso (tipo de vinculação) também é determinado pelo usuário de maneira didática como apresentada na Figura 24.

Figura 22: Entrada de dados iniciais do exemplo

The image shows a software interface for inputting initial data for a structural analysis. The interface is divided into several sections:

- GEOMETRIA**: A grid of 9 columns (LAJE 1 to LAJE 9) and 5 rows for inputting dimensions (lx, ly, Caso, Altura h, t1x e t2x, t1y e t2y, and Classificação).
- AÇÕES**: A grid of 9 columns and 5 rows for inputting actions (gpo, prev, galv, gpo, and q).
- INFORMAÇÕES GERAIS**: A single column with input fields for fck, Tipo do aço, Agressividade, Retirada do Escoramento, and checkboxes for ARMADURAS POSITIVAS and ARMADURAS NEGATIVAS.

To the right of the input fields, there is a 3D diagram of a slab with a red rectangular load area labeled 'Carregamento' and a 2D diamond-shaped grid with numbers 1 through 9.

Fonte: Autoria própria (2019).

A partir desses dados obtidos das informações iniciais é realizado a determinação dos momentos juntamente com esforços cortantes utilizando os coeficientes disponíveis nos ANEXOS A à F, com as equações 19 à 32. No Quadro 12 os resultados dos cálculos.

Quadro 12: Cálculo dos momentos e esforços

3 - Análise estrutural	
	Laje 1
Compartibilização de momentos	
m_x :	3,63 KN.m/m
m_y :	2,065 KN.m/m
$m'_x (E)$:	0,00 KN.m/m
$m'_x (D)$:	0,00 KN.m/m
$m'_y (S)$:	0,00 KN.m/m
$m'_y (I)$:	0,00 KN.m/m
Esforço cortante:	
v_x :	4,12 KN
v_y :	3,09 KN
v'_x :	7,15 KN
v'_y :	5,36 KN

Fonte: Autoria própria (2019).

3.3 SAÍDA DE DADOS

Após o usuário fornece todos os dados iniciais à ferramenta e “*clicando*” no botão armação positiva ou negativa, o *Excel* irá processar toda a rotina descrita na Seção 2.7 a 2.9. Uma nova tela, então, se abrirá ao usuário onde é realizado a verificação para estado limite último (ELU) e estado limite serviço (ELS) da estrutura (seção 2.7) com aparecimento de aviso se caso não seja atendido alguns dos tipos de verificação, como exemplo na Figura 26 .

Figura 23: Exemplo de um aviso de verificação

The interface displays a grid of input forms for slabs LAJE 1 through LAJE 9. Each form includes fields for:

- Em x: Positivo
- Em y: Positivo
- As (cm²)
- Bitola (mm)
- As,ef (cm²)
- Detalhamento em x
- Detalhamento em y

A central dialog box titled "Avisos" displays the following messages:

De acordo com o item 19.4.1 da ABNT NBR 6118:2014, deve-se considerar armadura transversal para combater as forças de tração oriundas do esforço cortante.

De acordo com o item 3.3 da ABNT NBR 6118:2014, o deslocamento visível em elementos estruturais é maior do que o deslocamento limite ($l/250$)

At the bottom of the interface, there are three buttons: TELA INICIAL, RESULTADOS DETALHADOS, and ARMADURA NEGATIVA.

Fonte: Autoria própria (2019).

Logo após passando pelas verificações, é calculado o dimensionamento da armadura longitudinal (A_s) de acordo com seção 2.8, e assim encontramos a área efetiva do aço ($A_{s,ef}$) da laje juntamente com detalhamento da laje que foi descrito na seção 2.9. Todos esses dados das áreas juntamente com o detalhamento são representados pela Figura 27 e 28.

Figura 24: Exemplo do resultado da armadura positiva de uma laje

- Em x		- Em y	
	Positivo		Positivo
As (cm ²)	1,75	As (cm ²)	0,99
Bitola (mm)	6,3	Bitola (mm)	1,25
As,ef (cm ²)	1,87	As,ef (cm ²)	1,25
Detalhamento em x	25 N1 Ø 6,3 c/17 C=412,3		
Detalhamento em y	13 N2 Ø 6,3 c/17 C=313		

AVISOS

Fonte: Autoria própria (2019)

Encontrando a armadura longitudinal positiva e seu detalhamento podemos retornar a tela inicial para mudar alguns dados, como também ver os resultados detalhados para entender a rotina de cálculo, ou verificar a armadura negativa, simplesmente escolhendo o botão do lado direito da tela.

Figura 25: Exemplo do resultado da armadura negativa de uma laje

ARMADURA NEGATIVA CASO LAJE ISOLADA

21 N3 Ø 6,3 c/20 C=109,1

em x

15 N4 Ø 6,3 c/20 C=134,10

em y

Fonte: Autoria própria (2019).

Nesta interface da armadura longitudinal negativa e detalhamento encontramos todos os dados da armadura negativa, como também a opção de nos direcionar para a tela inicial, resultados detalhados e voltar para armadura positiva de forma bem intuitiva.

4 APLICAÇÕES NUMÉRICAS

Com objetivo de validar a ferramenta computacional desenvolvida para dimensionamento de lajes, iremos comparar com os resultados de algumas aplicações através de exemplos.

4.1 APLICAÇÕES

4.1.1 Primeira aplicação

Cálculo de uma laje isolada variando a alturas para validar a ferramenta, com seguintes alturas: $h = 8\text{ cm}$, $h = 10\text{ cm}$, $h = 12\text{ cm}$.

O cálculo corresponde a uma laje maciça que será construída na cidade de Mossoró/RN com seguinte dados: $l_x = 2,5\text{ m}$; $l_y = 3\text{ m}$; $h = 10\text{ cm}$; larguras das vigas de 14 cm nas; $f_{ck} = 25\text{ MPa}$; CA50; 28 dia de retirada de escoramento; carga contrapiso de 1 kN/m^2 , acidental de $1,5\text{ kN/m}^2$.

Seguindo todos passos a passos descritos anteriormente de formar repetitiva iremos colocar os resultados adiante para os três tipos de altura de laje dos exemplos, mantendo todos os outros dados.

- Cálculo com $h = 8\text{ cm}$

Nas páginas seguintes teremos o resultado da laje descrita no exemplo para altura de 8 cm com seus resultados.

Na Figura 26 apresenta a tela inicial para inserir os dados de entrada iniciais.

Figura 26: Tela de entrada de dados da ferramenta para altura de laje de 8 cm

☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

GEOMETRIA

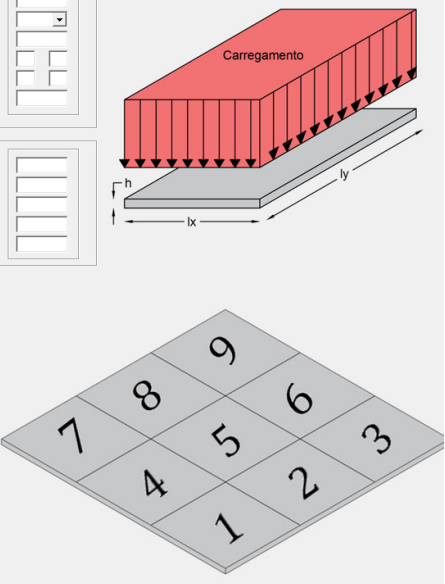
	LAJE 1	LAJE 2	LAJE 3	LAJE 4	LAJE 5	LAJE 6	LAJE 7	LAJE 8	LAJE 9
lx (m)	2,5								
ly (m)	3								
Caso	1								
Altura h (cm)	8								
t1x e t2x (mm)	14	14							
t1y e t2y (mm)	14	14							
Classificação	Bidirecional								

AÇÕES

	LAJE 1	LAJE 2	LAJE 3	LAJE 4	LAJE 5	LAJE 6	LAJE 7	LAJE 8	LAJE 9
gpp (kN/m ²)	2,5								
grev (kN/m ²)	0,00								
galv (kN/m ²)	0,00								
gcp (kN/m ²)	1,00								
q (kN/m ²)	1,5								

INFORMAÇÕES GERAIS

fck (MPa)
 Tipo do aço
 Agressividade
 Retração do Escoramento



Fonte: Autoria própria (2019).

Os dados de entrada para essa aplicação são apresentados na Figura 27.

Figura 27: Dados de entrada para altura de laje de 8 cm

☒ ☐

GEOMETRIA

LAJE 1 LAJE 2

lx (m) 2,5

ly (m) 3

Caso 1

Altura h (cm) 8

t1x e t2x (m) 14 14

t1y e t2y (m) 14 14

Classificação Bidirecional

AÇÕES

gpp (kN/m²) 2,5

grev (kN/m²) 0,00

galv (kN/m²) 0,00

gcp (kN/m²) 1,00

q (kN/m²) 1,5

INFORMAÇÕES GERAIS

fck (MPa) 25

Tipo do aço CA50

Agressividade URBANA

Retirada do Escoramento 28 dias

Fonte: Autoria própria (2019).

Figura 28: Armadura longitudinal positiva e o detalhamento para laje de altura de 8 cm

LAJE 1

- Em x - Em y

Positivo Positivo

As (cm²) 1,59 As (cm²) 1,22

Bitola (mm) 6,3 Bitola (mm) 6,3

As,ef (cm²) 1,87 As,ef (cm²) 1,25

Detalhamento em x 16 N1 Ø 6,3 c/17 C=261,1

Detalhamento em y 13 N2 Ø 6,3 c/20 C=311,8

AVISOS

Fonte: Autoria própria (2019).

Figura 29: Armadura longitudinal negativa e o detalhamento para laje de altura de 8 cm

ARMADURA NEGATIVA CASO LAJE ISOLADA

11 N3 Ø 6,3 c/20 C=103,00

em x

12 N4 Ø 6,3 c/20 C=90,50

em y

Fonte: Autoria própria (2019).

- Calculo com $h = 10 \text{ cm}$

Figura 30: Dados de entrada para altura de laje de 10 cm

GEOMETRIA

LAJE 1 LAJE 2

lx (m) 2,5

ly (m) 3

Caso 1

Altura h (cm) 10

t1x e t2x (m) 14 14

t1y e t2y (m) 14 14

Classificação Bidirecional

AÇÕES

gpp (kN/m²) 2,5

grev (kN/m²) 0,00

galv (kN/m²) 0,00

gcp (kN/m²) 1,00

q (kN/m²) 1,5

INFORMAÇÕES GERAIS

fck (MPa) 25

Tipo do aço CA50

Agressividade URBANA

Retirada do Escoramento 28 dias

Fonte: Autoria própria (2019).

Figura 31: Armadura longitudinal positiva e o detalhamento para laje de altura de 10 cm

LAJE 1

- Em x	Positivo	- Em y	Positivo
As (cm ²)	1,24	As (cm ²)	0,95
Bitola (mm)	6,3	Bitola (mm)	6,3
As,ef (cm ²)	1,25	As,ef (cm ²)	1,25
Detalhamento em x	11 N1 Ø 6,3 c/20 C=262,3		
Detalhamento em y	13 N2 Ø 6,3 c/20 C=313		

AVISOS

Fonte: Autoria própria (2019).

Figura 32: Armadura longitudinal negativa e o detalhamento para laje de altura de 10 cm

ARMADURA NEGATIVA CASO LAJE ISOLADA

13 N3 Ø 6,3 c/20 C=105,3

em x

15 N4 Ø 6,3 c/20 C=92,8

em y

Fonte: Autoria própria (2019).

- Calculo com $h = 12 \text{ cm}$

Figura 33: Tela de entrada de dados da ferramenta para altura de laje de 12 cm

The screenshot shows a software interface for slab design. It has three main sections:

- GEOMETRIA**: Contains input fields for l_x (m), l_y (m), h (cm), t_{1x} and t_{2x} (m), t_{1y} and t_{2y} (m), and a dropdown for $Caso$. There are also columns for **LAJE 1** and **LAJE 2** with their respective inputs.
- AÇÕES**: Contains input fields for g_{pp} (kN/m²), g_{rev} (kN/m²), g_{alv} (kN/m²), g_{cp} (kN/m²), and q (kN/m²).
- INFORMAÇÕES GERAIS**: Contains dropdown menus for f_{ck} (MPa), $Tipo\ do\ aço$, $Agressividade$, and a text field for $Retirada\ do\ Escoramento$.

Fonte: Autoria própria (2019).

Figura 34: Armadura longitudinal positiva e o detalhamento para laje de altura de 12 cm

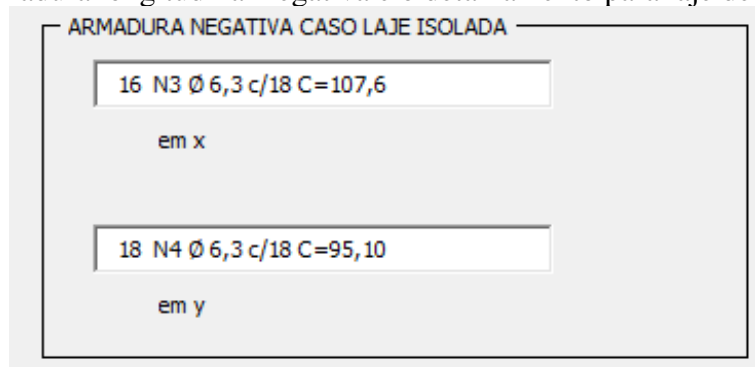
The screenshot shows the results for **LAJE 1**. It is divided into two columns: **- Em x** and **- Em y**. Each column has a **Positivo** section with input fields for A_s (cm²), $A_{s,ef}$ (cm²), and $Bitola$ (mm). Below these, the **Detalhamento** (detailing) is shown as text boxes containing the final reinforcement specifications.

- Em x		- Em y	
Positivo		Positivo	
A_s (cm ²)	1,06	A_s (cm ²)	0,81
$Bitola$ (mm)	6,3	$Bitola$ (mm)	6,3
$A_{s,ef}$ (cm ²)	1,25	$A_{s,ef}$ (cm ²)	0,94
Detalhamento em x	11 N1 Ø 6,3 c/24 C=263,5		
Detalhamento em y	12 N2 Ø 6,3 c/24 C=314,2		

At the bottom, there is a button labeled **AVISOS**.

Fonte: Autoria própria (2019).

Figura 35: Armadura longitudinal negativa e o detalhamento para laje de altura de 12 cm



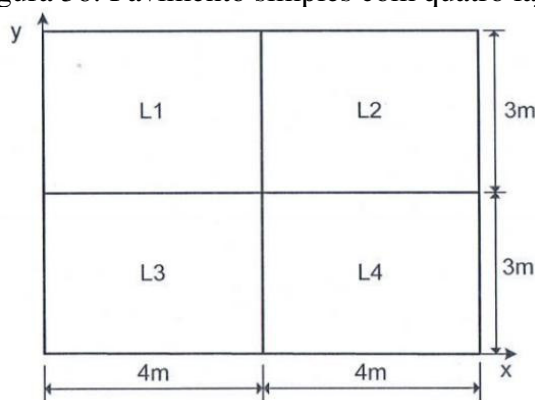
Fonte: Autoria própria (2019).

De forma repetida foi possível verificar os resultados da laje com as alturas diferentes, onde notou-se que à medida que foi aumentada a altura da laje aumentou o momento fletor, porém diminuiu a área de aço. Isso mostra que a laje aumentou sua rigidez e com isso a necessidade de uma menor área de aço como consequência.

4.1.2 Segunda aplicação

Exemplo de uma laje maciça que será construída com os seguintes dados: $l_x = 3 \text{ m}$; $l_y = 4 \text{ m}$; peso próprio $2,5 \text{ kN/m}^2$, revestimento 1 kN/m^2 ; de acidental de $1,5 \text{ kN/m}^2$ (Figura 36) (Araújo, 2010). Para resolver a questão de lajes contínua armada em duas direções será utilizada a aplicação de Araújo (2010) com os seguintes dados: larguras das vigas de 12 cm ; $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$; CA50; 28 dias de retirada de escoramento.

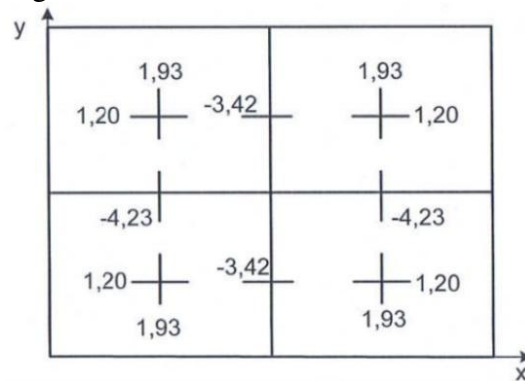
Figura 36: Pavimento simples com quatro lajes



Fonte: Araújo (2010)

O resultado de Araújo (2010) em relação aos momentos fletores atuantes nas lajes simples do pavimento é apresentado na Figura 37.

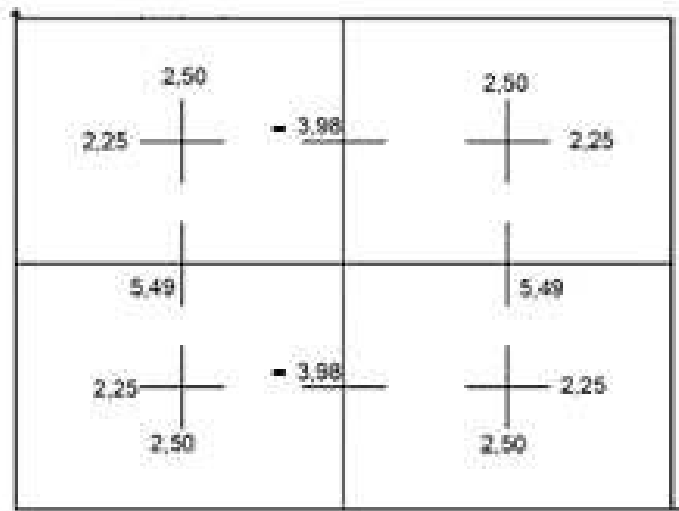
Figura 37: Momento fletores em kN.m/m



Fonte: Araújo (2010).

Os resultados para os momentos fletores da ferramenta são exibidos na Figura 38.

Figura 38: Resultados do momento fletores da ferramenta



Fonte: Adotaria própria (2019).

Como podemos observar, uma proporção nos resultados da ferramenta em relação ao resultado de Araújo (2010), no entanto, é apresentada uma pequena diferença. Uma das possíveis causas é que o autor adota a tabela de Kalmanok, enquanto a ferramenta se baseia nas sequências de soluções em séries desenvolvidas por Bares.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma ferramenta computacional por meio do programa *Microsoft Office Excel® (Excel)* para o cálculo de laje maciça retangular isoladas e contínuas em concreto armado através de uma interface simples e didática.

No mercado encontramos vários *softwares* em diversas áreas, desenvolvidos para elaboração de cálculo e detalhamentos dos elementos estruturais de maneira rápida através de análises das diversas probabilidades existentes, mas com elevado valor de aquisição, por isso a relevância do desenvolvimento dessa ferramenta de forma gratuita que oferece cálculos com razoável precisão em seus resultados.

Foi possível obter assim uma maior sensibilidade nos resultados durante o dimensionamento, comprovando que a experiência é realmente uma grande diferença durante o desenvolvimento de um projeto. Sendo importante também reiterar a importância desta ferramenta ser usada tanto na vida profissional como para fins pedagógicos de forma gratuita, já que a mesma é capaz de dimensionar e detalhar lajes maciças de concreto armado de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014).

A ferramenta apresenta algumas limitações no dimensionamento em relação aos cálculos das lajes contínuas em dimensões não proporcionais, como também necessita de alguns mecanismos práticos para seu aperfeiçoamento. Deixo como sugestão para trabalhos futuros, além das melhorias descritas anteriormente, a conexão da ferramenta com *Autocad* ou outro programa para sair seu detalhamento da armadura de forma mais detalhada.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMA TÉCNICAS. **NBR 6118**. Projeto de estruturas de concreto — Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMA TÉCNICAS. **NBR 6120**. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMA TÉCNICAS. **NBR 7480**: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado — Especificação. 2 ed. Rio de Janeiro: Abnt, 2007. 17 p.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**: Volume 1. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**: Volume 2. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010

BEZERRA, Ewerton Alves, **Dimensionamento automático de vigas e lajes de concreto armado**. 2016. 99f. . Trabalho de conclusão de curso (Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte/ UFRN, Rio Grande do Norte, Natal, 2016.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 4. ed. São Carlos: Edufscar, 2017. (Vol 1)

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo de detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. v. 2, São Paulo, PINI: 2009.

Durigan, Giuseppe; Portella, Renan Wunderlich. **Desenvolvimento de aplicativo para dimensionamento de elementos em concreto armado** 2017. 218 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná /UFTPR, Paraná, 2017.

MOTA Larissa Fernandes. **Projeto estrutural da superestrutura de um Prédio residencial com cinco pavimentos em concreto**. 2017. 122 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal Fluminense /UFF, Rio de Janeiro, 2017.

PORTO, Thiago Bom jardim; FERNANDES, Danielle Stefane Gualberto. **Curso Básico de Concreto Armado: segundo a NBR 6118:2014**. 1.ed. São Carlos: Oficina de Textos, 2015.

ANEXO A: Coeficiente $\mu_x, \mu'_x, \mu_y, \mu'_y$ para o cálculo dos momentos máximo em laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente carregadas (caso 1, 2,3).

λ	Caso 1		Caso 2			Caso 3		
	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y
1,00	4,41	4,41	3,07	3,94	8,52	3,94	8,52	3,07

1,05	4,80	4,45	3,42	3,78	8,79	4,19	8,91	2,84
1,10	5,18	4,49	3,77	3,90	9,18	4,43	9,30	2,76
1,15	5,56	4,49	4,14	3,97	9,53	4,64	9,63	2,68
1,20	5,90	4,48	4,51	4,05	9,88	4,85	9,95	2,59
1,25	6,27	4,45	4,88	4,10	10,16	5,03	10,22	2,51
1,30	6,60	4,42	5,25	4,15	10,41	5,20	10,48	2,42
1,35	6,93	4,37	5,60	4,18	10,64	5,36	10,71	2,34
1,40	7,25	4,33	5,95	4,21	10,86	5,51	10,92	2,25
1,45	7,55	4,30	6,27	4,19	11,05	5,64	11,10	2,19
1,50	7,86	4,25	6,60	4,18	11,23	5,77	11,27	2,12
1,55	8,12	4,20	6,90	4,17	11,39	5,87	11,42	2,04
1,60	8,34	3,14	7,21	4,14	11,55	5,98	11,55	1,95
1,65	8,62	4,07	7,42	4,12	11,67	6,07	11,67	1,87
1,70	8,86	4,00	7,62	4,09	11,79	6,16	11,80	1,79
1,75	9,06	3,96	7,66	4,05	11,88	6,24	11,92	1,74
1,8	9,27	3,91	7,69	3,99	11,96	6,31	12,04	1,68
1,85	9,45	3,83	8,22	3,97	12,03	6,38	12,14	1,64
1,90	9,63	3,75	8,74	3,94	12,14	6,43	12,24	1,59
1,95	9,77	3,71	8,97	3,88	12,17	6,47	12,29	1,54
2,00	10,00	3,64	9,18	3,80	12,20	6,51	12,34	1,48
∞	12,57	3,77	9,18	3,80	12,20	7,61	12,76	1,48

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2017)

ANEXO B: Coeficiente $\mu_x, \mu'_x, \mu_y, \mu'_y$ para o cálculo dos momentos máximo em laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente carregadas (caso 4, 5,6).

λ	Caso 4				Caso 5		Caso 6	
	Kx	K'x	ky	K'y	Kx	K'y	K'x	Ky
1,00	1,83	3,17	1,83	3,17	1,44	3,56	3,56	1,44
1,05	1,92	3,32	1,83	3,17	1,52	3,66	3,63	1,44
1,10	2,00	3,46	1,83	3,17	1,59	3,75	3,69	1,44
1,15	2,07	3,58	1,83	3,17	1,66	3,84	3,74	1,44
1,20	2,14	3,70	1,83	3,17	1,73	3,92	3,80	1,44
1,25	2,20	3,80	1,83	3,17	1,80	3,99	3,85	1,44
1,30	2,25	3,90	1,83	3,17	1,88	4,06	3,89	1,44
1,35	2,30	3,99	1,83	3,17	1,95	4,12	3,93	1,44
1,40	2,35	4,08	1,83	3,17	2,02	4,17	3,97	1,44
1,45	2,40	4,15	1,83	3,17	2,09	4,22	4,00	1,44
1,50	2,44	4,23	1,83	3,17	2,17	4,25	4,04	1,44
1,55	2,48	4,29	1,83	3,17	2,24	4,28	4,07	1,44
1,60	2,52	4,36	1,83	3,17	2,31	4,30	4,10	1,44
1,65	2,55	4,42	1,83	3,17	2,38	4,32	4,13	1,44
1,70	2,58	4,48	1,83	3,17	2,45	4,33	4,15	1,44
1,75	2,61	4,53	1,83	3,17	2,53	4,33	4,17	1,44
1,8	2,64	4,58	1,83	3,17	2,59	4,33	4,20	1,44
1,85	2,67	4,63	1,83	3,17	2,66	4,33	4,22	1,44
1,90	2,70	4,67	1,83	3,17	2,72	4,33	4,24	1,44
1,95	2,72	4,71	1,83	3,17	2,78	4,33	4,26	1,44
2,00	2,75	4,75	1,83	3,17	2,84	4,33	4,28	1,44
∞	3,66	6,25	1,83	3,17	5,00	4,33	5,00	1,44

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2017)

ANEXO C: Coeficiente $\mu_x, \mu'_x, \mu_y, \mu'_y$ para o cálculo dos momentos máximo em laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente carregadas (caso 7, 8,9).

λ	Caso 7				Caso 8				Caso 9			
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y

1,00	2,13	5,46	2,60	6,17	2,60	6,17	2,13	2,11	2,11	5,15	2,11	5,15
1,05	2,38	5,98	2,66	6,46	2,78	6,47	2,09	2,10	2,31	5,50	2,10	5,29
1,10	2,63	6,50	2,71	6,75	2,95	6,76	2,04	2,09	2,50	5,85	2,09	5,43
1,15	2,87	7,11	2,75	6,97	3,09	6,99	1,98	2,06	2,73	6,14	2,06	5,51
1,20	3,11	7,72	2,78	7,19	3,23	7,22	1,92	2,02	2,94	6,43	2,02	5,59
1,25	3,43	8,81	2,79	7,36	3,34	7,40	1,85	1,97	3,04	6,67	1,97	5,64
1,30	3,56	8,59	2,77	7,51	3,46	7,57	1,78	1,91	3,13	6,90	1,91	5,68
1,35	3,76	8,74	2,74	7,63	3,55	7,70	1,72	1,86	3,25	7,09	1,86	5,69
1,40	3,96	8,88	2,71	7,74	3,64	7,82	1,64	1,81	3,38	7,28	1,81	5,70
1,45	4,15	9,16	2,67	7,83	3,71	7,91	1,59	1,73	3,48	7,43	1,73	5,71
1,50	4,32	9,44	2,63	7,91	3,78	8,00	1,53	1,66	3,58	7,57	1,66	5,72
1,55	4,48	9,68	2,60	7,98	3,84	8,07	1,47	1,60	3,66	7,68	1,60	5,72
1,60	4,63	9,91	2,55	8,02	3,89	8,14	1,42	1,54	3,73	7,79	1,54	5,72
1,65	4,78	10,13	2,50	8,03	3,94	8,20	1,37	1,47	3,80	7,88	1,47	5,72
1,70	4,92	10,34	2,45	8,10	3,98	8,25	1,32	1,40	3,86	7,97	1,40	5,72
1,75	5,04	10,53	2,39	8,13	4,01	8,30	1,27	1,36	3,91	8,05	1,36	5,72
1,8	5,17	10,71	2,32	8,17	4,04	8,34	1,20	1,32	3,95	8,12	1,32	5,72
1,85	5,26	10,88	2,27	8,16	4,07	8,38	1,17	1,26	3,98	8,18	1,26	5,72
1,90	5,36	11,04	2,22	8,14	4,10	8,42	1,14	1,21	4,01	8,24	1,21	5,72
1,95	5,45	11,20	2,14	8,13	4,11	8,45	1,11	1,19	4,04	8,29	1,19	5,72
2,00	5,55	11,35	2,07	8,12	4,13	8,47	1,08	1,16	4,07	8,33	1,16	5,72
∞	7,07	12,50	2,05	8,12	4,18	8,33	1,09	1,17	4,19	8,33	1,17	5,72

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2017)

ANEXO D : Coeficiente K_x, K'_x, K_y, K'_y para o cálculo das reações nas vigas de apoio de laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente carregadas (caso 1, 2,3).

λ	Caso 1		Caso 2			Caso 3		
	K_x	K_y	K_x	K_y	K'_y	K_x	K'_x	K_y
1,00	2,50	2,50	1,83	2,75	4,02	2,32	4,02	1,83
1,05	2,62	2,50	1,92	2,80	4,10	2,38	4,13	1,83
1,10	2,73	2,50	2,01	2,85	4,17	2,44	4,23	1,83
1,15	2,83	2,50	2,10	2,88	4,22	2,50	4,32	1,83
1,20	2,92	2,50	2,20	2,91	4,27	2,54	4,41	1,83
1,25	3,00	2,50	2,29	2,94	4,30	2,59	4,48	1,83
1,30	3,08	2,50	2,38	2,95	4,32	2,63	4,55	1,83
1,35	3,15	2,50	2,47	2,96	4,33	2,67	4,62	1,83
1,40	3,21	2,50	2,56	2,96	4,33	2,70	4,68	1,83
1,45	3,28	2,50	2,64	2,96	4,33	2,74	4,74	1,83
1,50	3,33	2,50	2,72	2,96	4,33	2,77	4,79	1,83
1,55	3,39	2,50	2,80	2,96	4,33	2,80	4,84	1,83
1,60	3,44	2,50	2,87	2,96	4,33	2,82	4,89	1,83
1,65	3,48	2,50	2,93	2,96	4,33	2,85	4,93	1,83
1,70	3,53	2,50	2,99	2,96	4,33	2,87	4,97	1,83
1,75	3,57	2,50	3,05	2,96	4,33	2,89	5,01	1,83
1,8	3,61	2,50	3,10	2,96	4,33	2,92	5,05	1,83
1,85	3,65	2,50	3,15	2,96	4,33	2,94	5,09	1,83
1,90	3,68	2,50	3,20	2,96	4,33	2,96	5,12	1,83
1,95	3,72	2,50	3,25	2,96	4,33	2,97	5,15	1,83
2,00	3,75	2,50	2,29	2,96	4,33	2,99	5,18	1,83
∞	5,00	2,50	5,00	2,96	4,33	3,66	6,25	1,83

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2017)

ANEXO E: Coeficiente K_x, K'_x, K_y, K'_y para o cálculo das reações nas vigas de apoio de laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente carregadas (caso 4, 5, 6).

λ	Caso 4				Caso 5		Caso 6	
	Kx	K'x	ky	K'y	Kx	K'y	K'x	Ky
1,00	1,83	3,17	1,83	3,17	1,44	3,56	3,56	1,44
1,05	1,92	3,32	1,83	3,17	1,52	3,66	3,63	1,44
1,10	2,00	3,46	1,83	3,17	1,59	3,75	3,69	1,44
1,15	2,07	3,58	1,83	3,17	1,66	3,84	3,74	1,44
1,20	2,14	3,70	1,83	3,17	1,73	3,92	3,80	1,44
1,25	2,20	3,80	1,83	3,17	1,80	3,99	3,85	1,44
1,30	2,25	3,90	1,83	3,17	1,88	4,06	3,89	1,44
1,35	2,30	3,99	1,83	3,17	1,95	4,12	3,93	1,44
1,40	2,35	4,08	1,83	3,17	2,02	4,17	3,97	1,44
1,45	2,40	4,15	1,83	3,17	2,09	4,22	4,00	1,44
1,50	2,44	4,23	1,83	3,17	2,17	4,25	4,04	1,44
1,55	2,48	4,29	1,83	3,17	2,24	4,28	4,07	1,44
1,60	2,52	4,36	1,83	3,17	2,31	4,30	4,10	1,44
1,65	2,55	4,42	1,83	3,17	2,38	4,32	4,13	1,44
1,70	2,58	4,48	1,83	3,17	2,45	4,33	4,15	1,44
1,75	2,61	4,53	1,83	3,17	2,53	4,33	4,17	1,44
1,8	2,64	4,58	1,83	3,17	2,59	4,33	4,20	1,44
1,85	2,67	4,63	1,83	3,17	2,66	4,33	4,22	1,44
1,90	2,70	4,67	1,83	3,17	2,72	4,33	4,24	1,44
1,95	2,72	4,71	1,83	3,17	2,78	4,33	4,26	1,44
2,00	2,75	4,75	1,83	3,17	2,84	4,33	4,28	1,44
∞	3,66	6,25	1,83	3,17	5,00	4,33	5,00	1,44

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2017)

ANEXO F: Coeficiente K_x, K'_x, K_y, K'_y para o cálculo das reações nas vigas de apoio de laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente carregadas (caso 4, 5,6).

λ	Caso 7			Caso 8			Caso 9	
	K_x	K'_x	K'_y	K'_x	K_y	K'_y	K'_x	K'_y
1,00	1,44	2,50	3,03	3,03	1,44	2,50	2,50	2,50
1,05	1,52	2,63	3,08	3,12	1,44	2,50	2,62	2,50
1,10	1,59	2,75	3,11	3,21	1,44	2,50	2,73	2,50
1,15	1,66	2,88	3,14	3,29	1,44	2,50	2,83	2,50
1,20	1,73	3,00	3,16	3,36	1,44	2,50	2,92	2,50
1,25	1,80	3,13	3,17	3,42	1,44	2,50	3,00	2,50
1,30	1,88	3,25	3,17	3,48	1,44	2,50	3,08	2,50
1,35	1,94	3,36	3,17	3,54	1,44	2,50	3,15	2,50
1,40	2,00	3,47	3,17	3,59	1,44	2,50	3,21	2,50
1,45	2,06	3,57	3,17	3,64	1,44	2,50	3,28	2,50
1,50	2,11	3,66	3,17	3,69	1,44	2,50	3,33	2,50
1,55	2,16	3,75	3,17	3,73	1,44	2,50	3,39	2,50
1,60	2,21	3,83	3,17	3,77	1,44	2,50	3,44	2,50
1,65	2,25	3,90	3,17	3,81	1,44	2,50	3,48	2,50
1,70	2,30	3,98	3,17	3,84	1,44	2,50	3,53	2,50
1,75	2,33	4,04	3,17	3,87	1,44	2,50	3,57	2,50
1,8	2,37	4,11	3,17	3,90	1,44	2,50	3,61	2,50
1,85	2,40	4,17	3,17	3,93	1,44	2,50	3,65	2,50
1,90	2,44	4,21	3,17	3,96	1,44	2,50	3,68	2,50
1,95	2,47	4,28	3,17	3,99	1,44	2,50	3,72	2,50
2,00	2,50	4,33	3,17	4,01	1,44	2,50	3,75	2,50
∞	3,66	6,34	3,17	5,00	1,44	2,50	5,00	2,50

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2017)

ANEXO G: Coeficiente α para de flecha elástica em laje retangulares submetidas a carregamento uniformemente distribuído

λ	caso 1	caso 2	caso 3	caso 4	caso 5	caso 6	caso 7	caso 8	caso 9
1,00	4,67	3,20	3,20	2,42	2,21	2,21	1,81	1,81	1,46
1,05	5,17	3,61	3,42	2,67	2,55	2,31	2,04	1,92	1,60
1,10	5,64	4,04	3,63	2,91	2,92	2,41	2,27	2,04	1,74
1,15	6,09	4,47	3,82	3,12	3,29	2,48	2,49	2,14	1,87
1,20	6,52	4,91	4,02	3,34	3,67	2,56	2,72	2,24	1,98
1,25	6,95	5,34	4,18	3,55	4,07	2,63	2,95	2,33	2,10
1,30	7,36	5,77	4,35	3,73	4,48	2,69	3,16	2,42	2,20
1,35	7,76	6,21	4,50	3,92	4,92	2,72	3,36	2,48	2,30
1,40	8,14	6,62	4,65	4,08	5,31	2,75	3,56	2,56	2,37
1,45	8,51	7,02	4,78	4,23	5,73	2,80	3,73	2,62	2,45
1,50	8,87	7,41	4,92	4,38	6,14	2,84	3,91	2,68	2,51
1,55	9,22	7,81	5,00	4,53	6,54	2,86	4,07	2,53	2,57
1,60	9,54	8,17	5,09	4,65	6,93	2,87	4,22	2,87	2,63
1,65	9,86	8,52	5,13	4,77	7,33	2,87	4,37	2,78	2,68
1,70	10,15	8,87	5,17	4,88	7,70	2,88	4,51	2,79	2,72
1,75	10,43	9,19	5,26	4,97	8,06	2,88	4,63	2,81	2,76
1,80	10,71	9,52	5,36	5,07	8,43	2,89	4,75	2,83	2,80
1,85	10,96	9,82	5,43	5,16	8,77	2,89	4,87	2,85	2,83
1,90	11,21	10,11	5,50	5,23	9,08	2,90	4,98	2,87	2,85
1,95	11,44	10,39	5,58	5,31	9,41	2,90	5,08	2,89	2,88
2,00	11,68	10,68	5,66	5,39	9,72	2,91	5,19	2,91	2,91
∞	15,35	15,35	6,38	6,38	15,35	3,07	6,38	3,07	3,07

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2017)