



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO RIO GRANDE DO NORTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS DA
COMPUTAÇÃO**



BEATRIZ NARCISO DUARTE

**PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS E
DRONES COM ENTREGAS FRACIONADAS**

MOSSORÓ

2025

BEATRIZ NARCISO DUARTE

**PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS E DRONES
COM ENTREGAS FRACIONADAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências da Computação - associação ampla entre a Universidade Estadual do Rio Grande do Norte e a Universidade Federal Rural do Semi-Árido, para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Orientador: Prof. Dr. Fábio Francisco da Costa Fontes- UFRSA

MOSSORÓ

2025

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

D812p Duarte, Beatriz Narciso.
Problema de Roteamento de Veículos e Drones com
Entregas Fracionadas / Beatriz Narciso Duarte. -
2025.
137 f. : il.

Orientador: Fabio Francisco da Costa Fontes.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em
, 2025.

1. VRPD. 2. Entregas Fracionadas. 3.
Programação Linear Inteira Mista. 4. Variable
Neighborhood Search. 5. Entrega de última milha.
I. Fontes, Fabio Francisco da Costa, orient. II.
Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade
com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Biblioteca Campus Mossoró / Setor de Informação e Referência
Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva
CRB: 15/120

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

BEATRIZ NARCISO DUARTE

**PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS E DRONES
COM ENTREGAS FRACIONADAS**

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Ciências da Computação
para a obtenção do título de Mestre em Ciência
da Computação.

Aprovada em: 21 de Novembro de 2025

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Fábio Francisco da Costa Fontes- UFERSA
Presidente

Prof. Dr. Dario José Aloise- UFERSA
Segundo Membro

Prof. Dr. Alfredo Candia Véjar- UFT
Terceiro Membro

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, ao meu orientador, Fábio Francisco da Costa Fontes, pela dedicada orientação, disponibilidade e valiosas contribuições ao longo de todo o desenvolvimento desta dissertação. Seu conhecimento, comprometimento e incentivo foram fundamentais para a condução e conclusão deste trabalho.

Manifesto meus sinceros agradecimentos aos membros da banca examinadora, Dário José Aloise e Alfredo Candia Véjar, pelas relevantes contribuições, sugestões e avaliações criteriosas, que certamente enriqueceram a qualidade científica deste estudo.

Por fim, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro, por meio da concessão da bolsa de estudos, a qual foi fundamental para a viabilização e o desenvolvimento desta pesquisa.

RESUMO

Avanços tecnológicos recentes vêm transformando setores como medicina, comunicação e logística. A pandemia de Covid-19, em particular, evidenciou a importância de estratégias como o e-commerce e a logística de última milha. Nesse cenário, o uso de drones surge como uma alternativa promissora para otimizar entregas, embora desafios como capacidade de carga e autonomia de voo persistam. A integração de drones ao sistema de roteamento de veículos apresenta-se como uma solução inovadora, motivando pesquisas que buscam otimizar as operações híbridas caminhão-drone. Este trabalho teve como objetivo principal otimizar o roteamento de veículos com drones (VRPD), com foco na logística de última milha. Para isso, a investigação partiu de uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) que mapeou o estado da arte, identificando tendências, desafios e lacunas de pesquisa. A principal lacuna revelada foi a ausência de modelos que considerassem a entrega fracionada, onde um mesmo cliente pode ser atendido por múltiplos veículos. Para endereçar essa lacuna, foi proposto um novo problema, o *Split Delivery Vehicle Routing Problem with Drones* (SDVRPD), e formulado dois modelos de programação linear inteira mista para sua resolução. Os testes computacionais, realizados com o solver CPLEX, validaram a eficácia dos modelos, demonstrando uma redução de custos de até 20,32% em uma instância baseada em dados reais, quando comparado à abordagem tradicional sem drones. Contudo, devido à complexidade NP-difícil do problema, o modelo exato mostrou-se computacionalmente inviável para instâncias de maior porte. Para superar essa limitação, foi desenvolvida e implementada uma metaheurística baseada em *Variable Neighborhood Search* (VNS). Os experimentos demonstraram que a VNS foi capaz de encontrar soluções de alta qualidade com baixo gap e em um tempo computacional significativamente inferior ao do método exato, consolidando-se como uma ferramenta robusta e prática para a resolução de problemas em escala real. Dessa forma, a contribuição central deste trabalho é a proposição e validação de um novo modelo para o roteamento com drones e entregas fracionadas, oferecendo não apenas uma formulação matemática precisa, mas também uma solução metaheurística eficiente e economicamente vantajosa para os desafios da logística moderna.

Palavras-chave: VRPD. Entregas Fracionadas. Programação Linear Inteira Mista. Variable Neighborhood Search. Entrega de última milha.

ABSTRACT

Recent technological advances have been transforming sectors such as medicine, communication, and logistics. The Covid-19 pandemic, in particular, highlighted the importance of strategies like e-commerce and last-mile logistics. In this context, the use of drones emerges as a promising alternative to optimize deliveries, although challenges such as payload capacity and flight autonomy still persist. The integration of drones into vehicle routing systems presents an innovative solution, motivating research aimed at optimizing hybrid truck-drone operations. The main objective of this work was to optimize the Vehicle Routing Problem with Drones (VRPD), focusing on last-mile logistics. To this end, the investigation began with a Systematic Literature Review (SLR) that mapped the state of the art, identifying trends, challenges, and research gaps. The main gap identified was the absence of models that consider split deliveries, in which a single customer can be served by multiple vehicles. To address this gap, a new problem was proposed — the Split Delivery Vehicle Routing Problem with Drones (SDVRPD) — and two Mixed-Integer Linear Programming (MILP) models were formulated to solve it. Computational tests conducted with the CPLEX solver validated the effectiveness of the models, showing cost reductions of up to 20.32% in a real-data-based instance when compared to the traditional truck-only approach. However, due to the NP-hard complexity of the problem, the exact model proved computationally infeasible for larger instances. To overcome this limitation, a metaheuristic based on Variable Neighborhood Search (VNS) was developed and implemented. The experiments demonstrated that VNS was able to find high-quality solutions with low gaps and in significantly shorter computational times compared to the exact method, establishing itself as a robust and practical tool for solving large-scale problems. Therefore, the central contribution of this work lies in the proposition and validation of a new model for routing with drones and split deliveries, offering not only a precise mathematical formulation but also an efficient and economically advantageous metaheuristic solution for the challenges of modern logistics.

Keywords: VRPD. Split Deliveries. Mixed-Integer Linear Programming. Variable Neighborhood Search. Last-Mile Delivery.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Objetivos	20
Figura 2 – Estrutura de Metodologia de Pesquisa baseada em <i>Design Science</i> (DS)	22
Figura 3 – Configuração da relação metodológica	24
Figura 4 – Drone Amazon MK30	27
Figura 5 – Aeronave DLV-1 NEO	27
Figura 6 – Variantes Problema do Caixeiro Viajante	30
Figura 7 – Variantes do VRP	33
Figura 8 – Fluxograma do processo de seleção	43
Figura 9 – Síntese da seleção de trabalhos	44
Figura 10 – Nuvem de Palavras	45
Figura 11 – Distribuição com base no ano de publicação	46
Figura 12 – Distribuição com base no país do primeiro autor	47
Figura 13 – Distribuição por Modelos de Programação	49
Figura 14 – Distribuição por setor de aplicação	53
Figura 15 – Exemplo SDVRPD	61
Figura 16 – Etapas de construção da solução	76
Figura 17 – Estrutura de solução	77
Figura 18 – Situação I: Drone atende toda a demanda do cliente	79
Figura 19 – Situação II: Drone atende parcialmente a demanda do cliente	80
Figura 20 – Operador <i>Shake_mover_caminhão_drone</i>	81
Figura 21 – Procedimento de <i>swap</i>	81
Figura 22 – Operador <i>Shake_troca_cliente_caminhão</i>	82
Figura 23 – Operador <i>Shake_troca_tipo_caminhão</i>	83
Figura 24 – Fluxograma operador <i>Menor_Caminho_Drone</i> (1 iteração)	86
Figura 25 – Movimento de troca de modo de operação	86
Figura 26 – <i>Modo_de_Operação_Entrada</i> (1 iteração)	87
Figura 27 – Movimento de troca de modo de operação	88
Figura 28 – Fluxograma operador <i>Modo_de_Operação_Saída</i> (1 iteração)	90
Figura 29 – Fluxograma operador <i>troca_cliente_drone</i> (1 iteração)	92
Figura 30 – Fluxograma operador <i>mover_drone_para_caminhao</i> (1 iteração)	93
Figura 31 – Fluxograma operador <i>mover_drone_para_caminhao</i> (1 iteração)	94

Figura 32 – Movimento 2-opt	94
Figura 33 – Fluxograma operador <i>Two_opt</i> (1 iteração)	95
Figura 34 – Movimento de troca de cliente entre caminhões	96
Figura 35 – Fluxograma operador <i>Troca_Cliente_Caminhão</i> (1 iteração)	97
Figura 36 – Movimento mover cliente entre caminhões	98
Figura 37 – Fluxograma operador <i>Mover_Cliente_Caminhão</i> (1 iteração)	100
Figura 38 – Movimento de consolidar rotas de caminhões	100
Figura 39 – Fluxograma operador <i>Consolidar_Rotas_Caminhão</i> (1 iteração)	103
Figura 40 – Mapa de clientes em Mossoró	105
Figura 41 – Grafo para instância real SDVRPD	107
Figura 42 – Grafo para instância real SDVRP	108

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Distribuição por locais de publicação	47
Tabela 2 – Frequency of Algorithms	51
Tabela 3 – Sumário das características das publicações	54
Tabela 4 – Matriz de distâncias	106
Tabela 5 – Parâmetros da instância	107
Tabela 6 – Resultados dos Testes Computacionais	108
Tabela 7 – Resultados dos modelos matemáticos em instâncias fictícias	110
Tabela 8 – Comparação dos custos e economias dos modelos	111
Tabela 9 – Resultados do VNS aplicado ao SDVRP	112
Tabela 10 – Resultados do VNS aplicado ao SDVRPD adaptado	113

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Variantes mais conhecida do TSP	29
Quadro 2 – Taxonomia para problemas de roteamento e programação de veículos	32
Quadro 3 – Revisões relacionadas ao <i>Vehicle Routing Problem With Drones</i> (VRPD)	37
Quadro 4 – Palavras-chave e seus sinônimos	41
Quadro 5 – Notação e variáveis do modelo	63
Quadro 6 – Notação e variáveis do modelo adaptado	67

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CO ₂	Dióxido de Carbono
2EVRP-HD-UAV	<i>Two Echelon Vehicle Routing Problem with Hotspot and Delivery Uavs</i>
2EVRPD	<i>Two Echelon Vehicle Routing Problems with Drones</i>
ACO	<i>Ant Colony Optimization</i>
ALNS	<i>Adaptive Large Neighborhood Search</i>
ANAC	Agência Nacional de Aviação Civil
BVLOS	<i>Beyond Visual Line of Sight</i>
CNT	Confederação Nacional do Transporte
DS	<i>Design Science</i>
DSR	<i>Design Science Research</i>
EUA	Estados Unidos da América
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
HTDD	<i>Hybrid Truck-Drone Delivery</i>
INLP	<i>Integer Nonlinear Programming</i>
LS	<i>Local Search</i>
MILP	<i>Mixed Integer Linear Programming</i>
MIP	<i>Mixed Integer Programming</i>
mTSP	<i>Multiple Traveling Salesman Problem</i>
mTSPD	<i>Multiple Traveling Salesman Problem with Drones</i>
NLP	<i>Nonlinear Programming</i>
NP	<i>Network Programming</i>
PIB	Produto Interno Bruto
PRV	Problema de Roteamento de Veículos
QC	Questões Conceituais
QGP	Questão Geral de Pesquisa
QP	Questões Práticas
QT	Questões Tecnológicas
ROBUP	<i>Robust Optimization Model Based on Uncertainties</i>
RSL	Revisão Sistemática da Literatura
SA	<i>Simulated Annealing</i>
SDVRP	<i>Split Delivery Vehicle Routing Problem</i>

SDVRPD	<i>Split Delivery Vehicle Routing Problem With Drones</i>
TSP	<i>Traveling Salesman Problem</i>
TSPD	<i>Traveling Salesman Problem with Drones</i>
UAV	<i>Unmanned Aerial Vehicle</i>
VANT	Veículos Aéreos Não Tripulados
VND	<i>Variable Neighborhood Descent</i>
VNS	<i>Variable Neighborhood Search</i>
VRP	<i>Vehicle Routing Problem</i>
VRPD	<i>Vehicle Routing Problem With Drones</i>
VRPTWD	<i>Vehicle Routing Problem with Drones and Time Windows</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Contextualização	15
1.2	Motivação	17
1.3	Objetivos	18
<i>1.3.1</i>	<i>Objetivo Geral</i>	<i>19</i>
<i>1.3.2</i>	<i>Objetivos Específicos</i>	<i>19</i>
1.4	Metodologia	20
<i>1.4.1</i>	<i>Questões de pesquisa</i>	<i>21</i>
<i>1.4.2</i>	<i>Métodos de pesquisa</i>	<i>23</i>
1.5	Organização do Trabalho	25
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	26
2.1	Logística de Drones	26
2.2	Problema do Caixeiro Viajante (<i>Traveling Salesman Problem</i> (TSP))	28
2.3	Roteamento de Veículos (VRP)	30
2.4	Roteamento de Veículos com Drones (VRPD)	33
3	REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA	36
3.1	Revisões Relacionadas	36
3.2	Justificativa da Revisão	38
3.3	Protocolo da Revisão Sistemática de Literatura	39
<i>3.3.1</i>	<i>Objetivos e metodologia</i>	<i>39</i>
<i>3.3.2</i>	<i>Questões de Pesquisa</i>	<i>40</i>
<i>3.3.3</i>	<i>Estratégias de pesquisa</i>	<i>40</i>
<i>3.3.3.1</i>	<i>Termos de pesquisa</i>	<i>40</i>
<i>3.3.4</i>	<i>Processo de seleção</i>	<i>42</i>
<i>3.3.5</i>	<i>Extração de dados relevantes</i>	<i>43</i>
3.4	Resultados e discussões gerais	44
<i>3.4.1</i>	<i>Visão geral</i>	<i>44</i>
<i>3.4.2</i>	<i>QP1: Quais modelos de programação matemática existem na literatura para VRPD?</i>	<i>48</i>

3.4.3	<i>QP2: Quais são as principais funções objetivo abordadas na literatura sobre o VRPD?</i>	50
3.4.4	<i>QP3: Quais algoritmos são utilizados na resolução do VRPD?</i>	50
3.4.5	<i>QP4: Quais as principais aplicações ou setores de utilização do VRPD?</i>	52
3.4.6	<i>QP5: Quais as lacunas e oportunidades de pesquisa para VRPD?</i> . .	53
3.5	Considerações Finais	57
4	MODELAGEM MATEMÁTICA	59
4.1	Introdução	59
4.2	Descrição do Problema	60
4.3	Descrição do Modelo SDVRPD	62
4.3.1	<i>Modelagem SDVRPD</i>	62
4.3.2	<i>Modelagem SDVRP</i>	65
4.3.3	<i>Modelagem SDVRPD adaptado</i>	66
5	VARIABLE NEIGHBORHOOD SEARCH	69
5.1	Introdução	69
5.2	Implementação da Heurística Construtiva Gulosa Híbrida	73
5.2.1	<i>Representação Da Solução</i>	76
5.3	Implementação do Variable Neighborhood Search (VNS)	78
5.3.1	<i>Estruturas de Vizinhança</i>	78
5.3.2	<i>Função Objetivo</i>	78
5.3.3	<i>Procedimento de Shaking (Diversificação)</i>	79
5.3.3.1	<i>Shake_mover_caminhão_para_drone</i>	79
5.3.3.2	<i>Shake_troca_cliente_caminhão</i>	81
5.3.3.3	<i>Shake_troca_tipo_caminhão</i>	82
5.3.4	<i>Procedimento de Improvement (Intensificação)</i>	83
5.3.4.1	<i>Menor_Caminho_Drone</i>	84
5.3.4.2	<i>Modo_De_Operação_entrada</i>	86
5.3.4.3	<i>Modo_De_Operação_Saida</i>	88
5.3.4.4	<i>Troca_Cliente_Drone</i>	90
5.3.4.5	<i>Mover_Drone_Para_Caminhão</i>	92
5.3.4.6	<i>Two_Opt</i>	94
5.3.4.7	<i>Troca_Cliente_Caminhão</i>	96

5.3.4.8	<i>Mover_Cliente_Caminhão</i>	98
5.3.4.9	<i>Consolidar_Rotas_Caminhão</i>	100
6	TESTES COMPUTACIONAIS	104
6.1	Introdução	104
6.2	Teste de instância real	105
6.3	Testes de instâncias fictícias	108
6.3.1	<i>Análise de resultados dos Modelos Matemáticos</i>	109
6.3.2	<i>Análise de resultados do Variable Neighborhood Search (VNS)</i>	111
6.4	Conclusões	114
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	117
	REFERÊNCIAS	120

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Nos últimos anos, foi possível perceber uma significativa evolução tecnológica em diversas áreas de aplicação, como a medicina, comunicação, militar, educação, varejo e transporte. Segundo Barros (2023), nos últimos 50 anos, as transformações tecnológicas estão sendo testemunhadas pela humanidade de forma épica, afetando a forma com que vivemos, trabalhamos e nos comunicamos. Novas tecnologias introduzem mudanças na sociedade que podem alterar a percepção sobre conceitos e processos que antes poderiam ser considerados consolidados em suas respectivas áreas de conhecimento. As tendências de mercado acompanham essas alterações, podendo influenciá-las ou ser influenciada por elas em diversos aspectos, desde a criação de novos produtos, processos ou serviços, até o desenvolvimento de novos setores econômicos.

Um cenário que permitiu identificar o impacto dessas tecnologias com mais clareza foi a propagação da Covid-19 no ano de 2020, onde muitas empresas buscaram minimizar o prejuízo digital que possuíam para evitar o encerramento de suas operações (CARMEN, 2021). As consequências do isolamento social e as limitações de acesso em decorrência da pandemia impulsionaram mudanças no perfil do consumidor que necessitou se adaptar a uma nova realidade, passando a depender frequentemente de serviços digitais como comércio eletrônico e serviço de entrega residencial para suprir necessidades básicas.

Um estudo sobre o comércio eletrônico brasileiro realizado pela empresa Ebit/Nielsen em parceria com a Elo, o webshoppers, em sua 42ª edição, identificou um crescimento de 47% no *e-commerce* brasileiro no primeiro semestre de 2020, enquanto que o uso e a adesão de aplicativos de *delivery* por parte do consumidor cresceu 72% durante a pandemia (ebit; nilsen, 2020). Nesse contexto, o consumidor mais familiarizado com serviços de compra online e entrega em casa, consequentemente mais exigente e com poder de compra reduzido, conduzirá as tendências de produção e entrega, restando à cadeia de suprimento ter que se moldar a esse cenário pós-Covid, onde o e-commerce e a logística de entrega no mesmo dia se destacam (LIMA, 2020).

O aumento da demanda por serviços de entrega de mercadorias representa um grande impacto no setor logístico e consequentemente na economia. Os custos logísticos consomem em torno de 12,7% do Produto Interno Bruto (PIB) do Brasil, sendo a maior

parte do valor, 6,8% (cerca de R\$401 bilhões), correspondente ao serviço de transporte (Agência CNT Transporte Atual, 2016). O transporte é considerado uma das principais atividades da logística de distribuição, não apenas por ser o responsável por movimentar os produtos ao longo de toda a cadeia de suprimento até o cliente final, mas principalmente por reter a maior parcela dos custos logísticos e possuir um peso significativo na mensuração dos custos totais de uma empresa.

As empresas que consideram a relevância dos custos do transporte e o tempo de entrega como pontos fundamentais destacam-se por suas vantagens competitivas. Por essa razão, as organizações de maior sucesso nos últimos 20 anos são exatamente as que conseguiram pensar em uma forma rápida e econômica de levar os produtos até as mãos dos clientes (VITORINO, 2018). A tarefa de entregar o produto para o cliente em seu quilômetro final, o *last mile* ou última milha, nem sempre é simples. Fatores como o impacto ambiental causado pelos meios de transporte, entrega em regiões de difícil acesso, crises sanitárias e ambientais, e mais assiduamente os custos, a mobilidade urbana e falta de estrutura rodoviária, podem influenciar na escolha do melhor modal para entrega.

A pesquisa da Confederação Nacional do Transporte (CNT) de Rodovias 2023 revelou que no Brasil cerca de 67,5% das rodovias são consideradas regulares, ruins ou péssimas, ressaltando a dificuldade de alguns veículos terrestres alcançarem o seu destino final (CNT, 2023). O fator do trânsito também pode afetar o tempo de entrega de encomendas, atrasando o processo em até algumas horas. Assim, visando o potencial competitivo, muitas empresas estão investindo em tecnologias e soluções intermodais que permitam o melhor planejamento e controle da operação, auxiliando a lidar com situações adversas e na redução de custos (TADIĆ; ZEČEVIĆ, 2012).

Os Veículos Aéreos Não Tripulados (VANT), popularmente conhecidos como drones, entram nesse mercado como uma proposta de solução para a logística de entrega de última milha, visto que a utilização de drones em diferentes áreas e cadeias produtivas colocaram esses veículos entre as tendências tecnológicas e espera-se um grande crescimento desse recurso em um curto prazo de tempo (CRISTINA, 2022). Com isso, surge a necessidade de se adequar a essa nova dinâmica, trabalhando a perspectiva que considera e inclui os drones em aspectos relevantes como, por exemplo, a roteirização de veículos responsáveis por entregas de última milha.

A roteirização ou roteamento de veículos trata de definir um roteiro, ou seja,

um conjunto de rotas, de modo que os veículos possam seguir, garantindo que todas as demandas de todos os clientes sejam atendidas. Seu objetivo é otimizar elementos como tempo, distância e recursos, ao mesmo tempo em que minimiza os custos totais incorridos no processo (MENDES; BARBOSA, 2022). Essa tarefa de definir a melhor rota de um veículo consiste em um problema de otimização combinatória conhecido como Problema de Roteamento de Veículos (PRV) ou em inglês *Vehicle Routing Problem* (VRP).

Os problemas de otimização combinatória necessitam de técnicas bem elaboradas para encontrar soluções de valor ótimo. Alguns deles podem ser resolvidos facilmente com otimalidade, mas para muitos problemas de grande porte não é possível encontrar soluções exatas e rápidas (MIYAZAWA; SOUZA, 2015). As soluções exatas podem ser encontradas a partir de técnicas de programação matemática, utilizadas em modelos lineares e não lineares. Porém, para esses problemas mais complexos que envolvem um grande número de variáveis e instâncias maiores, pode demandar muito tempo de processamento, sendo mais viável realizar a busca de uma solução aproximada por meio de métodos heurísticos e metaheurísticos.

A formulação adequada do problema, aliada à aplicação de uma boa técnica de otimização para resolução do problema, pode fornecer ao setor logístico insights valiosos de como superar limitações atuais da empresa e criar um cenário ótimo, levando em consideração as características como velocidade, custo, disponibilidade e capacidade que cada meio de transporte oferece.

1.2 Motivação

A integração de drones no processo de roteirização de veículos emerge como uma abordagem inovadora para otimizar as operações de última milha, oferecendo benefícios significativos em termos de eficiência, custo e sustentabilidade. Essa configuração propõe uma solução promissora para muitos problemas logísticos, mas apesar das inúmeras vantagens da utilização dos drones, ainda existem limitações de desempenho para esse sistema de entrega. Madani e Ndiaye (2022) ressaltam três restrições principais: as limitações de cargas relacionadas ao tamanho e peso total da remessa, a tecnologia das baterias que proporciona uma curta duração de voo, e dificuldades de recurso e regulamentação do controle dinâmico no espaço aéreo.

Diante das restrições mencionadas, a tarefa de elaborar uma rota ótima para um

sistema de entrega híbrido de caminhões e drones torna-se bastante complexa. Apesar de ser uma tecnologia relativamente nova, a sua tendência é se tornar cada vez mais frequente na logística e, devido a isso, alguns pesquisadores já mostram interesse em resolver o problema de roteamento de veículos com drones (VRPD).

Autores como Wang e Sheu (2019) ressaltam em suas pesquisas aspectos como minimização de custos, enquanto Thomas *et al.* (2023) buscam a minimização do tempo de uma rota completa. Rave *et al.* (2023) propõem um modelo baseado em nó, já Lin *et al.* (2022) elaboram um modelo baseado em arco. Além de outros aspectos observados, como a utilização de um ou múltiplos drones e de um ou múltiplos caminhões.

As variações de abordagem ressaltam as diversas variáveis que podem ser incorporadas de acordo com o cenário de cada pesquisa, além de evidenciar as diferentes possibilidades de métodos utilizados para solucionar cada um deles. Entretanto, percebe-se que, apesar do grande interesse na investigação do sistema híbrido, este ainda se encontra em uma fase inicial, necessitando de melhorias em muitas dimensões (MADANI; NDIAYE, 2022).

Neste contexto, a presente pesquisa se motiva a explorar possíveis lacunas de melhoria do problema em questão, visando proporcionar contribuições significativas para a comunidade científica, otimizar o setor logístico e beneficiar a sociedade como um todo.

1.3 Objetivos

Segundo Prodanov e Freitas (2013), os objetivos representam, de forma clara e explícita, declarações do que se pretende alcançar com a realização da pesquisa. Assim, para descrever os objetivos de forma mais detalhada, a presente pesquisa segue com a metodologia proposta por Wieringa (2014) para projetos de *Design Science* (DS).

Para entender os objetivos de um projeto de pesquisa em DS, é útil distinguir os objetivos das partes interessadas dos objetivos dos pesquisadores (WIERINGA, 2014). No contexto social do estudo, as partes interessadas consistem no setor logístico, a sociedade e o meio ambiente, que podem ser afetados positivamente a depender dos resultados obtidos. Desse modo, as metas para cada uma das partes podem ser definidas, respectivamente, como: conhecer o melhor meio de realizar entregas de última milha; satisfazer as necessidades de entregas de encomendas mais rápidas; e integrar meios de transporte menos poluentes.

Os objetivos de pesquisa contribuem para esclarecer o contexto social e colaboram entre si, formando uma hierarquia de metas classificadas em preditivas, de instrumentação, de conhecimento e de projeto de artefato. De acordo com Wieringa (2014), objetivos de previsão envolvem uma crença sobre o que acontecerá no futuro, que poderá se mostrar verdadeiro ou falso. Os objetivos de conhecimento visam descrever os fenômenos e explicá-los. As metas de instrumentação remetem a projetar ou reprojetar um instrumento de pesquisa, como uma simulação. E por fim, os objetivos de design do artefato consistem em (re)projetar um artefato, como, por exemplo, realizar a melhoria do seu desempenho.

Para o contexto da pesquisa, foi elaborado um objetivo geral que descreve de forma macro o que se pretende alcançar com o estudo desenvolvido. E para o maior detalhamento dessa meta, foram elencados objetivos específicos de pesquisa. Ambos expostos a seguir.

1.3.1 Objetivo Geral

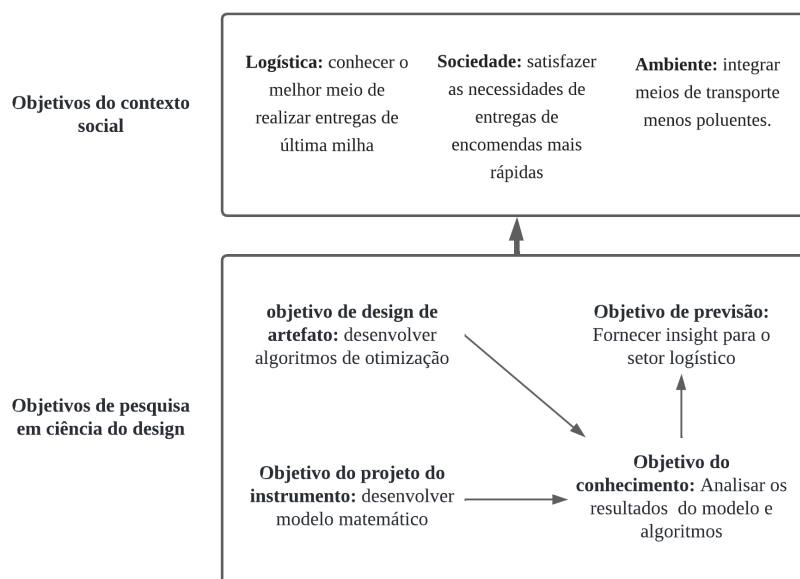
A pesquisa tem como objetivo geral analisar e aplicar técnicas e ferramentas de otimização, relacionando-as ao setor logístico com foco na entrega de última milha por meio da combinação de caminhões e drones.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver modelo matemático de otimização linear que represente o cenário de associação de entregas realizadas por caminhões e drones. (Objetivo de instrumentação)
- Desenvolver algoritmos de otimização para resolução do problema. (Objetivo de *Design* do Artefato)
- Analisar os resultados do modelo e do algoritmo obtidos por meio de testes computacionais a fim de validá-los. (Objetivo do Conhecimento)
- Fornecer *insights* para o setor logístico de distribuição, com foco na entrega de última milha. (Objetivo de Previsão)

A **Figura 1** apresenta, com base em Wieringa (2014), uma adaptação ilustrativa que sintetiza os objetivos das partes interessadas e objetivos de pesquisa elaborados nesta seção.

Figura 1 – Objetivos



Fonte: Autoria Própria (2025).

1.4 Metodologia

Para atingir os objetivos desejados, a presente pesquisa se baseia no DS, que consiste em uma abordagem direcionada para a concepção e desenvolvimento de artefatos. De acordo com Wieringa (2014), para realizar a aplicação do DS é necessário primeiramente compreender que o objeto de estudo corresponde ao artefato em contexto, podendo ser definidos como constructos, modelos, métodos e Instanciações (MARCH; SMITH, 1995), e que suas duas principais atividades são projetar e investigar esse artefato visando a geração de conhecimento.

Lacerda *et al.* (2012) destacam o DS como sendo a base epistemológica e o *Design Science Research* (DSR) como a operacionalização da geração do conhecimento. Assim, o DS consiste na metodologia, enquanto o DSR é o método (ZAIDAN *et al.*, 2016). O método DSR é um processo sistemático, possuindo um conjunto de técnicas analíticas aplicáveis em diversas áreas como tecnologia da informação, engenharia, arquitetura, desenvolvimento de produtos e medicina.

Os projetos de *Design Science* são projetos de solução de problemas, portanto é importante esclarecer os tipos de problemas a serem resolvidos. Wieringa (2009) distingue os tipos de problemas, classificando-os em problemas práticos e de conhecimento, de acordo com os objetivos das partes interessadas. Os problemas práticos estão relacionados aos objetivos que exigem uma mudança no mundo real, já as questões de conhecimento

relacionam-se aos objetivos que modificam o estado do conhecimento sobre o mundo. Para melhor compreensão, a finalidade do conhecimento pode ser refinada em questões de conhecimento, dividindo-se em questões analíticas (efeito, trade-off, sensibilidade ou satisfação dos requisitos) e em questões empíricas (descritivas ou explanatórias) (WIERINGA, 2014).

O conjunto de questões de pesquisa constitui o espaço-problema, formado por uma Questão Geral de Pesquisa (QGP) que pode ser decomposta em três subconjuntos: Questões Conceituais (QC), Questões Tecnológicas (QT) e Questões Práticas (QP). As Questões Conceituais tratam do conhecimento necessário para o entendimento do problema. As Questões Tecnológicas envolvem os recursos relacionados à tecnologia e otimização. E as Questões Práticas referem-se ao que foi realizado na pesquisa e análise dos seus resultados. Após a definição do espaço-problema (questões de pesquisa), é necessário elaborar os métodos que irão proporcionar que o fluxo siga do espaço-problema para o espaço-solução. O espaço-solução consiste na representação dos resultados obtidos pela utilização dos métodos aplicados, auxiliando na obtenção das respostas e atingimento dos objetivos da pesquisa.

Nesse contexto, a metodologia de pesquisa baseada no *Design Science* pode ser representada pela **Figura 2**, na qual é possível observar as associações de colaboração entre cada fase do DSR.

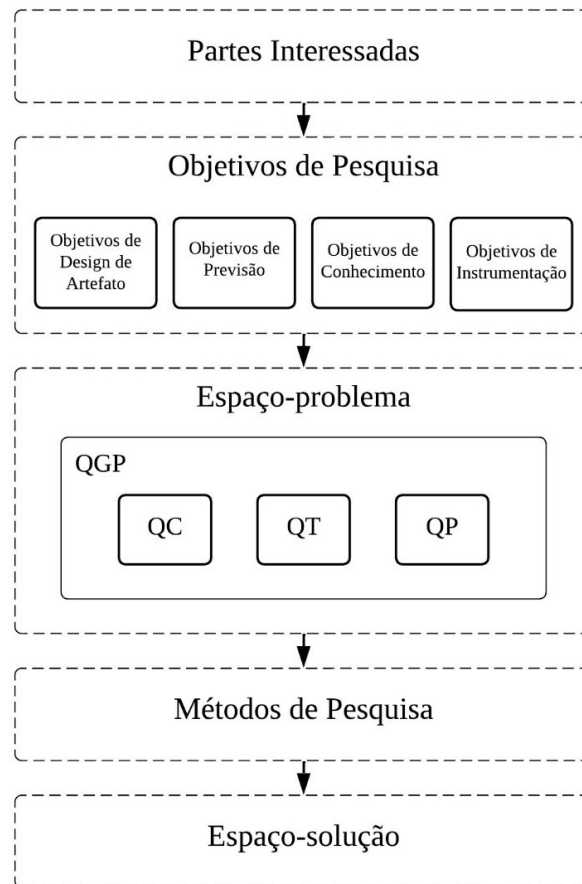
1.4.1 Questões de pesquisa

O desenvolvimento da seguinte pesquisa fundamentou-se na metodologia de *Design Science* proposta por (WIERINGA, 2014) para formular o espaço-problema a ser respondido. Desse modo foram elaboradas, com base nos objetivos expostos na **Seção 1.3**, as questões de pesquisa: Geral (QGP), Conceituais (QC), Tecnológicas (QT) e Práticas (QP). A Questão Geral de Pesquisa consiste em:

- **QGP:** De que forma o desenvolvimento de uma roteirização de caminhões com drones pode influenciar na minimização de custos e tempos de entrega de encomendas em áreas urbanas?

Assim como a QGP é decomposta em QC, QT e QP, essas também podem ser detalhadas em subquestões com intuito de auxiliar no maior entendimento sobre o problema. Portanto foram elaboradas abaixo questões gerais e subquestões para cada categoria da

Figura 2 – Estrutura de Metodologia de Pesquisa baseada em DS



Fonte: Autoria Própria (2025).

decomposição.

- **QC:** Quais são os fundamentos teóricos e conceituais relacionados à roteirização de veículos com drones?
 - Quais características e fatores devem ser considerados na roteirização de veículos com drones?
 - Quais os principais aspectos socioeconômicos e ambientais que são influenciados pela utilização de drones em sistemas de entregas?
- **QT:** Quais técnicas e metodologias podem ser utilizadas para otimizar a roteirização de veículos com drones?
 - Como modelar um problema de roteirização de veículos com drones?
 - Quais heurísticas e/ou metaheurísticas seriam adequadas para otimizar a roteirização de veículos com drones?
 - Quais técnicas de programação matemática podem ser aplicadas na roteirização de veículos com drones?

- **QP:** Como a roteirização de veículos com drones pode otimizar o setor logístico?
 - Como a roteirização de veículos com drones pode reduzir custos logísticos?
 - Como a roteirização de veículos com drone pode reduzir tempos de entregas de última milha?

Com a formulação das questões de pesquisa obtém-se o espaço-problema, que através dos métodos adequados descritos na seção a seguir, dará origem a um conjunto de soluções propostas denominadas espaço-solução.

1.4.2 Métodos de pesquisa

Para responder o espaço-problema e atingir os objetivos da pesquisa, foram selecionados métodos específicos para gerar o espaço-solução, podendo um método contribuir para resolução de uma ou mais questões de pesquisa. Os métodos propostos para o problema foram: revisão sistemática da literatura, modelagem matemática e implementação de algoritmos, testes computacionais e análise de resultados.

A Revisão Sistemática da Literatura (RSL) é método capaz de identificar, avaliar e interpretar todos os trabalhos relevantes disponíveis para uma determinada questão de pesquisa, área temática ou fenômeno (KITCHENHAM, 2004). Desse modo, segundo Kitchenham *et al.* (2009), a RSL é uma síntese de estudos científicos de alta qualidade sobre um tema de investigação específico, que no contexto da pesquisa em desenvolvimento, corresponde ao roteamento de veículos com drones. A RSL proporcionará a compreensão sobre o cenário atual expondo os principais conceitos, teorias, praticas, recursos e lacunas de conhecimentos sobre o assunto.

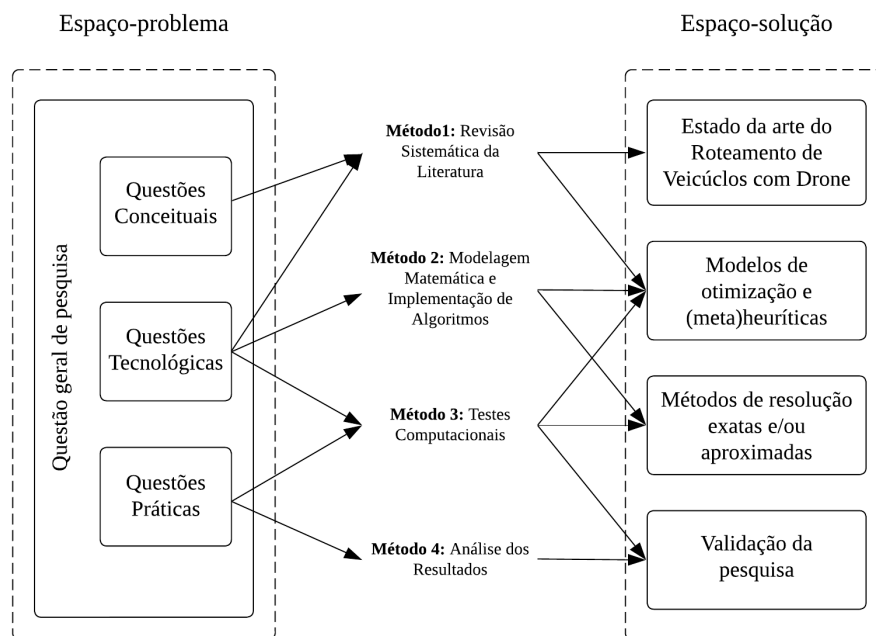
A modelagem matemática de um problema envolve um estudo detalhado do sistema, incluindo a coleta de dados, a identificação do que precisa ser analisado, as restrições e limitações do sistema, e o objetivo, que se traduz em uma ou mais funções objetivos (BAZARAA *et al.*, 2009). Assim, a modelagem resulta em uma abstração ou idealização do problema, que por meio de um modelo matemático, representa adequadamente a situação real. A sua aplicação ao contexto da pesquisa irá permitir a ilustração do problema de roteamento de veículos com drones, considerando a complexidade de interação entre os elementos desse sistema e contribuindo para obtenção de soluções exatas. Enquanto a implementação de algoritmos visa desenvolver (meta)heurísticas que proporcionam a busca por soluções aproximadas consideradas boas o suficiente para o problema em questão.

Para medir a confiabilidade do modelo e dos resultados obtidos é necessário testá-lo em vários cenários hipotéticos, explorando os parâmetros relevantes e examinando as soluções encontradas. De acordo com Bazaraa *et al.* (2009), os testes computacionais podem fornecer *insights* sobre o sistema e enriquecer o modelo incorporando outras características que ainda não foram modeladas ou até mesmo simplificar o modelo.

Segundo Creswell (2014), a análise de resultados é uma etapa crucial no processo de pesquisa, pois permite interpretar os dados coletados e determinar se os objetivos propostos foram atingidos. No contexto desta pesquisa, a análise envolve um conjunto de procedimentos, incluindo testes de performance, validação de modelos e análises estatísticas. Esses procedimentos são essenciais para a avaliação geral da pesquisa, permitindo, com base nos resultados dos testes computacionais e da RSL, validar a eficácia do modelo matemático e dos algoritmos, bem como verificar o cumprimento dos objetivos gerais e específicos.

Os métodos de pesquisa descritos darão origem ao espaço-solução composto pelo estado da arte do roteamento de veículos com drones, os modelos de otimização, os métodos de resolução exatas e aproximadas ((meta)heurística) e a validação da pesquisa. A associação do espaço-problema ao espaço-solução por meio dos métodos de pesquisa pode ser observada na **Figura 3**, que relaciona cada questão de pesquisa a sua respectiva solução.

Figura 3 – Configuração da relação metodológica



Fonte: Autoria Própria (2025).

1.5 Organização do Trabalho

A presente pesquisa está estruturada em sete capítulos principais. O Capítulo 2 apresenta uma breve fundamentação teórica sobre problemas de roteamento. O Capítulo 3 aborda o desenvolvimento e a análise da Revisão Sistemática da Literatura referente ao VRPD. O Capítulo 4 descreve o cenário proposto e sugere um modelo matemático para a solução do problema de pesquisa. O Capítulo 5 desenvolve e detalha a metaheurística implementada. O Capítulo 6 apresenta os testes computacionais realizados para a validação do modelo e da metaheurística. Por fim, o Capítulo 7 consolida as considerações finais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O Problema de Roteamento de Veículos com Drones (VRPD) é uma extensão do Problema de Roteamento de Veículos clássico (VRP) que integra o uso de drones ao modelo tradicional de roteamento de veículos terrestres para otimizar a entrega de mercadorias. Além da relação clara entre os problemas de roteamento, o VRPD também está intimamente relacionado ao Problema do Caixeiro Viajante (em inglês, TSP) e suas variações, devido à natureza fundamental de ambos os problemas em otimizar rotas. Para tornar mais claro o entendimento sobre o uso de drones na logística atual e sobre os problemas referidos, enfatizando as diferenças, evolução e relação dos mesmos, esta seção propõe-se a expor os principais conceitos básicos acerca da Logística de Drones e dos problemas TSP, VRP e VRPD.

2.1 Logística de Drones

Drones, veículos aéreos não tripulados (VANT), ou em inglês, *Unmanned Aerial Vehicle* (UAV), são aeronaves sem piloto utilizáveis em uma ampla gama de aplicações civis, que podem mudar significativamente o cenário de negócios nos próximos anos (OTTO *et al.*, 2018). Em grandes empresas, como DHL, Amazon e iFood, já é possível observar o uso da tecnologia de drones em prática, realizando entregas independentes ou em associação com outros meios de transporte. Segundo Kaplan (2019), em 2014, a DHL fez história ao realizar a primeira entrega médica em uma ilha no mar do norte utilizando drones, além de ter sido a primeira a incorporar drones ao serviço de entrega de encomendas em duas comunidades nos Alpes Bávaros em 2016.

O Prime Air, serviço de entrega por drones da Amazon, está desenvolvendo drones que substituirão seus modelos atuais em uso nos Estados Unidos da América (EUA) pelo modelo MK30 (Figura 4), que também será implantado em um terceiro estado dos EUA e em destinos a serem revelados em breve na Itália e no Reino Unido (Amazon Staff, 2023).

No Brasil, o iFood, em parceria com a pioneira em drones do país, a Speedbird Aero, realizou voos experimentais nas cidades de Campinas (São Paulo) e Aracaju (Sergipe), sendo possível entregar encomendas de até 2,5kg em um raio de 3km (IFOOD, 2022). Após os testes em 2020 e 2021, a Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC) autorizou a fabricante Speedbird Aero a realizar entregas comerciais com drone, permitindo que a

Figura 4 – Drone Amazon MK30



Fonte: Chen (2023)

aeronave DLV-1 NEO (Figura 5) opere em rotas *Beyond Visual Line of Sight* (BVLOS), ou seja, além do campo de visão do piloto (ANAC, 2022).

Figura 5 – Aeronave DLV-1 NEO



Fonte: iFood (2022)

No geral, o uso de drones pode auxiliar em entregas de pacotes para regiões rurais remotas, entregas de primeira e última milha em áreas urbanas e suburbanas, bem como entregas expressas, influenciando diretamente na qualidade do serviço em países em desenvolvimento, onde a infraestrutura rodoviária é precária (OTTO *et al.*, 2018).

Möller (2024) destaca que o uso de drones logísticos oferece vantagens significativas, especialmente na redução de custos, ao economizar tempo e recursos humanos. Por utilizarem propulsão elétrica, os drones são mais sustentáveis que os meios de transporte convencionais, sobretudo quando abastecidos com energia proveniente de fontes renováveis. Apesar da limitação de carga útil, os VANT podem ser mais rápidos que os caminhões, apresentar menor custo por milha e emitir menos Dióxido de Carbono (CO_2) (OTTO *et al.*, 2018).

2.2 Problema do Caixeiro Viajante (TSP)

As origens matemáticas do Problema do Caixeiro Viajante são incertas, visto que o mesmo foi tratado informalmente durante muitos anos. Segundo Schrijver (2005), nomes como Thomas Penyngton Kirkman, William Rowan Hamilton e Arnold Kowalewski são destacados como grandes colaboradores do desenvolvimento do TSP. Em sua definição, o problema consiste em determinar um circuito hamiltoniano, ou seja, um circuito de distância ou custo mínimo no qual o caixeiro percorre cada vértice uma única vez (LAPORTE, 1992). O Caixeiro Viajante é considerado um clássico problema de otimização, possuindo alta relevância tanto para a literatura quanto para a solução de problemas do mundo real, se assemelhando a dificuldades enfrentadas por muitas empresas, como a seleção de rotas com a menor distância possível para caminhões de entrega (DREYFUS; LAW, 1977).

Ao longo dos anos, diversas variantes do TSP foram desenvolvidas para modelar diferentes situações reais, abordando aspectos e restrições específicas para cada caso. Algumas das variantes mais conhecidas do TSP clássico são sintetizadas no **Quadro 1** a fim de ressaltar a abrangência da aplicabilidade do problema.

O *Multiple Traveling Salesman Problem* (mTSP) pode ser considerado como um relaxamento do VRP, no qual não se consideram restrições complexas, como, por exemplo, restrições de capacidade do caminhão. Desse modo, as formulações e abordagens de solução propostas para um VRP também são válidas e aplicáveis ao mTSP, desde que se considere que as capacidades são suficientemente grandes, não sendo mais uma limitação a ser superada (BEKTAS, 2006). Murray e Chu (2015), em decorrência do desenvolvimento de novas tecnologias e tendências mercadológicas, atribuíram ao modelo do TSP um drone para auxiliar as entregas em associação com os veículos usuais. Eles denominaram o problema de Flying Sidekick Travelling Salesman Problem (FSTSP), também conhecido

Quadro 1 – Variantes mais conhecida do TSP

Problema	Características	Referência
<i>Asymmetric Traveling Salesman Problem (ATSP)</i>	As distâncias entre as cidades não são simétricas (a distância de A para B pode ser diferente da distância de B para A)	Gilmore e Gomory (1965)
<i>Traveling Salesman Problem with Time Windows (TSP-TW)</i>	Cada cidade deve ser visitada dentro de um intervalo de tempo específico.	Savelsbergh (1985)
<i>Stochastic Traveling Salesman Problem (STSP)</i>	Inclui incerteza nas distâncias ou tempos de viagem.	Jaillet (1988)
<i>Prize Collecting Traveling Salesman Problem (PCTSP)</i>	Cada cidade tem um prêmio associado e o objetivo é maximizar o prêmio coletado, respeitando um limite de custo ou distância.	Balas (1989)
<i>Traveling Salesman Problem with Pickup and Delivery (TSP-PD)</i>	Requer a coleta de itens em locais específicos e sua entrega em outros locais.	Mitrović-Minić <i>et al.</i> (2004)
<i>Traveling Salesman Problem with Profits (TSP-P)</i>	Cada cidade tem um lucro associado e o objetivo é maximizar o lucro total, respeitando um limite de custo ou tempo.	Feillet <i>et al.</i> (2005)
<i>Multiple Traveling Salesman Problem (mTSP)</i>	Vários vendedores precisam visitar um conjunto de cidades, começando e terminando em uma cidade base.	Bektas (2006)
<i>Traveling Salesman Problem with Drones (TSPD)</i>	Integra drones para auxiliar na entrega de encomendas, coordenando a rota do caixeiro com as operações dos drones.	Murray e Chu (2015)

Fonte: Autoria Própria (2025)

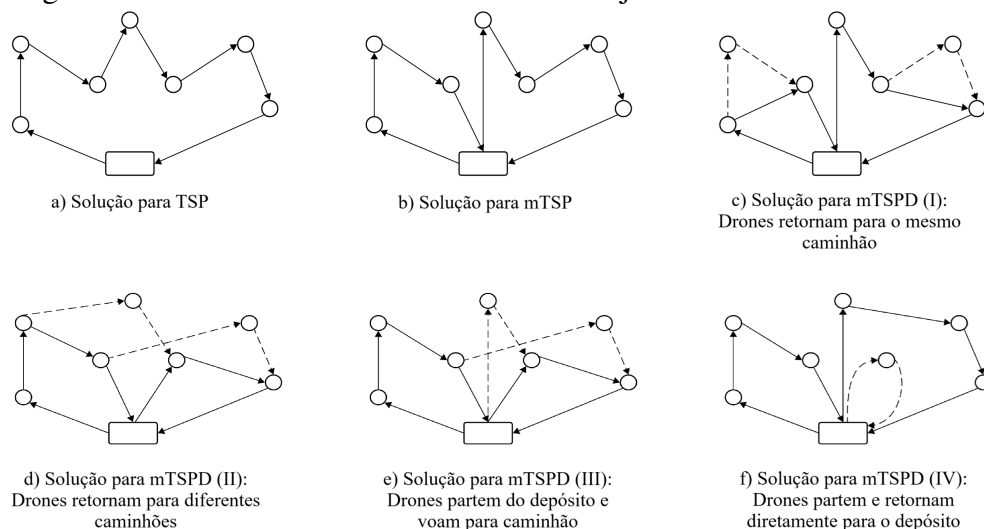
por *Traveling Salesman Problem with Drones (TSPD)*.

A aplicação do TSPD em um cenário de Múltiplos Caixeiros Viajantes (mTSP) designa um novo problema: O Problema de Múltiplo Caixeiro Viajante com Drones (*Multiple Traveling Salesman Problem with Drones (mTSPD)*). O mTSPD é uma derivação do modelo de Murray e Chu (2015), assim, consiste em uma extensão do mTSP com a implementação de drones e algumas novas restrições (KITJACHAROENCHAI *et al.*, 2019). No mTSPD, o objetivo é minimizar o tempo em que a última entrega é concluída, diferentemente do mTSP, que tinha foco em encontrar o passeio mais curto total de cada vendedor.

Kitjacharoenchai *et al.* (2019) destacaram em seu trabalho uma ilustração que apresenta um comparativo entre os diferentes tipos de problemas e soluções, desde o TSP clássico ao mTSPD. Essa ilustração pode ser observada na **Figura 6** abaixo, onde as linhas

sólidas da ilustração denotam o passeio do caminhão e as linhas pontilhadas indicam o passeio dos drones.

Figura 6 – Variantes Problema do Caixeiro Viajante



Fonte: Kitjacharoenchai *et al.* (2019)

2.3 Roteamento de Veículos (VRP)

Uma das primeiras aparições de um problema de roteamento de veículos na literatura aconteceu no trabalho intitulado ‘*The Truck Dispatching Problem*’, no qual os autores Dantzig e Ramser (1959) visavam minimizar a distância total percorrida por caminhões considerando a capacidade limitada dos veículos. Entretanto, o termo "roteamento de veículos" foi tratado explicitamente no início da década de 1970, após a generalização do problema feita por Clarke e Wright (1964). Pode-se destacar alguns autores que exploraram o assunto durante esse período, como Liebman (1970), O’Connor e Wald (1970), Levin (1971), Wilson *et al.* (1971), Golden *et al.* (1977) e Golden e Stewart (1978).

O roteamento de veículos, conhecido como VRP, é definido genericamente como um problema que consiste em determinar um conjunto de rotas ótimas para uma frota de veículos. Conforme Toth e Vigo (2002), a solução ótima precisa incluir rotas, nas quais cada uma é executada por um único veículo, que começa e termina em seu próprio depósito, e visa atender à demanda de um subconjunto específico de clientes, visitando-os exatamente uma vez. Assim, o conjunto de rotas deve garantir que o objetivo principal de minimizar o custo total, medido em termos de distância total percorrida, tempo de viagem ou outro critério de custo, seja alcançado, que todos os requisitos dos clientes

sejam atendidos e que todas as restrições operacionais sejam satisfeitas.

O VRP geralmente é descrito através de um grafo, cujos arcos representam a malha viária e os vértices correspondem à localização dos depósitos e clientes. Os arcos podem ser direcionados ou não de acordo com a configuração da via representada e cada um deles está associado a um custo, que geralmente representa seu comprimento, e um tempo de viagem (TOTH; VIGO, 2002). Já a formulação matemática do problema sofre alterações de acordo com o cenário que deseja representar, entretanto, existem algumas características principais que especificam um problema de roteamento de veículos. Bodin e Golden (1981) ressaltam, em sua taxonomia, uma série dessas características capazes de descrever qualquer problema de roteamento. As características podem ser observadas no **Quadro 2** que expõe uma síntese da taxonomia para problemas de roteamento e programação de veículos.

Devido aos inúmeros cenários que podem ser representados através do VRP, podendo citar como exemplo a coleta de lixo, transporte de pacientes, entrega de alimentos frescos e Manutenção de Infraestruturas, muitas variantes surgiram na literatura. Conforme Elatar *et al.* (2023), diversos critérios podem ser utilizados para definir uma nova variante, como a capacidade do veículo, intervalo de tempo de entrega ou até devolução de produtos, mas, de modo geral, as variantes surgem pela adição de novas restrições ao problema original do VRP, representando uma nova situação do mundo real. A **Figura 7** ilustra, de acordo com Elatar *et al.* (2023), uma relação das variações mais relevantes do problema e seus respectivos critérios de definição.

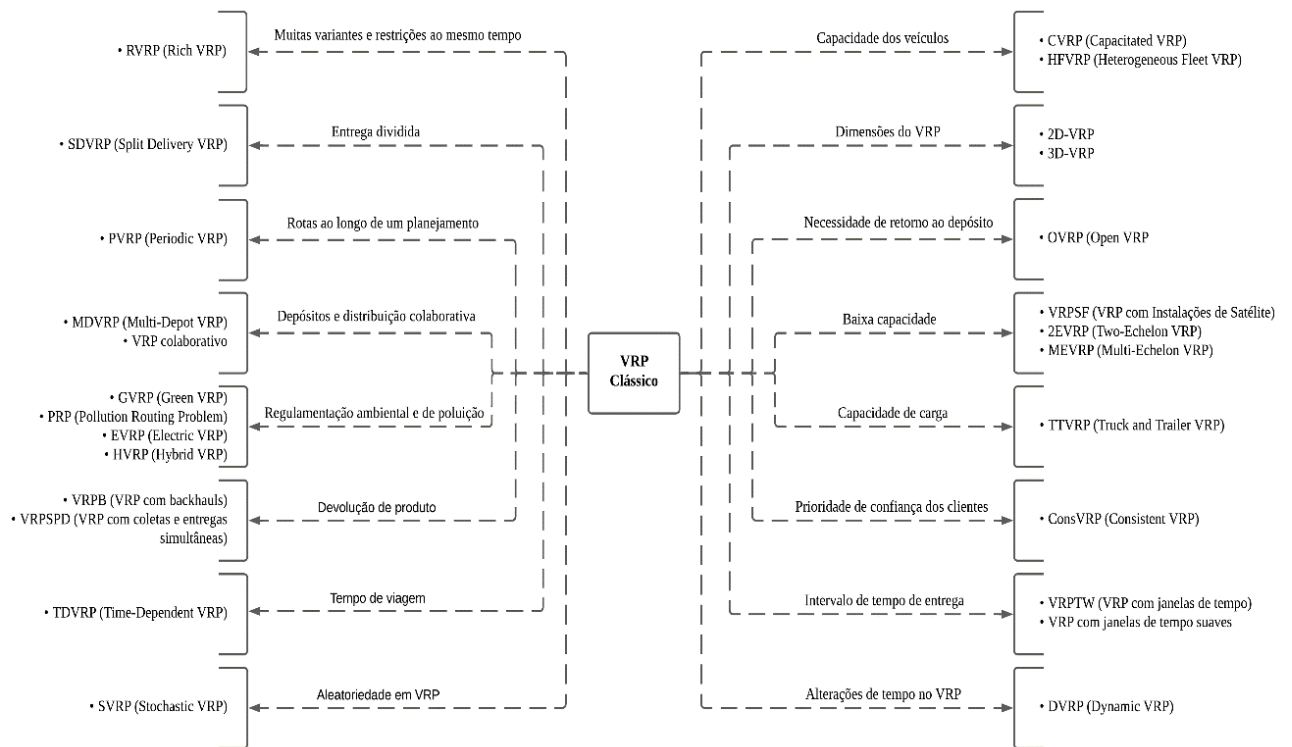
O Problema de Roteamento de Veículos envolve a consideração de várias restrições complexas, como capacidades limitadas dos veículos, janelas de tempo, e a necessidade de otimizar rotas para múltiplos veículos simultaneamente, o que torna sua resolução um grande desafio computacional (TOTH; VIGO, 2014). Centenas de trabalhos se dedicaram a propor soluções exatas e aproximadas para muitas variantes do problema introduzido por Dantzig e Ramser (1959), e embora grandes estudos tenham abordado o VRP ao longo dos anos, as inovações tecnológicas continuam proporcionando avanços importantes e novos desafios para a área (GOLDEN *et al.*, 2008).

Quadro 2 – Taxonomia para problemas de roteamento e programação de veículos

Características	Variações de aplicação
Tempo para atender um nó ou arco específico	Tempo especificado e fixado com antecedência (problema puro de agendamento do veículo) Janelas de tempo (problema combinado de roteamento e programação de veículos) Tempo não especificado (problema de roteamento de veículos)
Número de Depósitos	Um depósito Mais de um depósito
Tamanho da frota de veículos disponível	Um veículo Mais de um veículo
Tipo de frota disponível	Homogêneo (todos os veículos iguais) Heterogêneo (nem todos os veículos iguais)
Natureza das demandas	Determinístico Estocástico
Localização das demandas	Nos nós (não necessariamente todos) Em arcos (não necessariamente todos) Nós e Arcos
Tipo do Grafo	Não direcionado Direcionado Misto
Restrições de capacidade do veículo	Imposto - todos iguais Imposto - nem todos iguais Não imposto
Tempos máximos de percurso do veículo	Imposto - todos iguais Imposto - nem todos iguais Não imposto
Custos	Custos variáveis ou de roteamento Custos fixos de operação ou de aquisição de veículos
Tipo de operação	Apenas coleta Apenas entrega Misto
Objetivo	Minimizar custos de roteamento Minimizar somatório de custos fixos e variáveis Minimizar número de veículos necessários

Fonte: Bodin e Golden (1981)

Figura 7 – Variantes do VRP



Fonte: Autoria Própria (2025)

2.4 Roteamento de Veículos com Drones (VRPD)

A inclusão de drones aos problemas de roteamento se tornou popular, visto que esse veículo pode ser utilizado para várias finalidades, como mapeamento, coleta de dados, fornecimento de ajuda humanitária e entrega de encomendas (LIANG; LUO, 2022). Genericamente, o cenário de uso de um problema de roteamento de veículos com drones é definido como uma frota de caminhões, cada caminhão equipado com um determinado conjunto de drones, que visa atender à demanda de todos os clientes por meio da projeção de rotas viáveis e operações de drones, que incluem o lançamento e recuperação no caminhão, em um nó depósito ou em qualquer nó de cliente (SCHERMER *et al.*, 2019b; WANG *et al.*, 2017).

O problema de roteamento de veículo com drones, conhecido como VRPD (sigla do inglês *Vehicle Routing Problem with Drones*), é uma variante do TSPD de Murray e Chu (2015) que envolve a colaboração de múltiplos caminhões e múltiplos drones (YIN *et al.*, 2023). Assim, o VRPD pertence à família do problema clássico de roteamento de veículos (VRP), porém se diferencia no fato de que tanto os caminhões quanto os drones podem atender à demanda do cliente de forma independente (WANG; SHEU, 2019).

Enquanto o VRP envolve apenas rotas de caminhões, o VRPD envolve rotas e cooperação de caminhões e drones que devem ser determinadas simultaneamente, tornando o seu grau de complexidade muito maior quando comparado ao VRP (LIANG; LUO, 2022).

Apesar de se tratar de um problema relativamente novo, pode-se elencar atributos característicos de um VRPD comumente encontrados na literatura (LIANG; LUO, 2022). As frotas de caminhões e drones podem ser descritas como heterogêneas ou homogêneas (ULMER; THOMAS, 2018; GRIPPA *et al.*, 2017). As operações de entrega podem ocorrer de forma independente ou em operações colaborativas (DAYARIAN *et al.*, 2020; TAVANA *et al.*, 2017; Es Yurek; OZMUTLU, 2018; PENG *et al.*, 2019). Os objetivos principais destacam a minimização do tempo total, minimização do custo total ou maximização das visitas (POIKONEN *et al.*, 2017; KIM; MATSON, 2017; ULMER; THOMAS, 2018). A natureza do problema pode ser Determinística ou Estocástica (GRIPPA *et al.*, 2017; POIKONEN *et al.*, 2019). E as rotas planejadas podem ser Estáticas ou Dinâmicas (BASILICO *et al.*, 2016; ULMER *et al.*, 2019).

Liang e Luo (2022) ressaltam que algumas variantes do VRPD já estão disponíveis na literatura, nas quais se consideram diferentes configurações do problema, objetivos e métodos de solução. Wang *et al.* (2019), por exemplo, propuseram o *Hybrid Truck-Drone Delivery* (HTDD), constituído por drones transportados por caminhões e drones independentes cooperando nas entregas. Kuo *et al.* (2022) exploraram o problema de roteamento de veículos com drones que considere a presença de janelas de tempo do cliente, o *Vehicle Routing Problem with Drones and Time Windows* (VRPTWD). Kitjacharoenchai *et al.* (2020) abordaram o *Two Echelon Vehicle Routing Problems with Drones* (2EVRPD), um modelo que aborda dois níveis (escalões) de entrega: um roteamento primário de caminhões e um roteamento secundário de drones a partir do caminhão, que se comporta como um depósito intermediário móvel para atender outros conjuntos de clientes. Já Faiz *et al.* (2024) ampliaram a entrega em dois escalões para lidar com demandas incertas, formulando o *Two Echelon Vehicle Routing Problem with Hotspot and Delivery Uavs* (2EVRP-HD-UAV).

Observa-se uma similaridade notável nas características dos problemas descritos, devido à natureza fundamental do TSP, do VRP e do VRPD na busca por rotas ótimas. No entanto, em cada um desses problemas, respectivamente, é perceptível um aumento no grau de complexidade. Portanto, como o TSP é NP-difícil, devido às suas complexidades

substanciais, todos são considerados problemas NP-difíceis (DAKNAMA; KRAUS, 2017; TOTH; VIGO, 2002; KARAK; ABDELGHANY, 2019; MURRAY; CHU, 2015).

3 REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

Visando ampliar o conhecimento sobre o estado atual do Roteamento de Veículos com Drones (VRPD), esta seção desenvolve uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) que busca analisar as aplicações, ferramentas, abordagens e técnicas mais recorrentes em estudos, enfatizando as técnicas de otimização matemática utilizadas para resolução desta classe de problema. Desse modo, a presente RSL pretende identificar as principais contribuições e possíveis lacunas de pesquisa acerca do tema, contribuindo para consolidar o conhecimento sobre o VRPD e fornecer *insights* importantes para a utilização eficiente de técnicas de otimização neste campo de estudo.

3.1 Revisões Relacionadas

O problema de roteamento de veículos é um dos problemas mais bem estudados na área de Pesquisa Operacional, sendo amplamente explorado e consolidado na literatura (SCHERMER *et al.*, 2019b). No entanto, quando se trata do Roteamento de Veículos com Drones, o cenário se torna significativamente diferente. Apesar de diversos trabalhos abordarem o tema e suas variantes, esse tipo de problema ainda é pouco explorado quando comparado ao VRP, principalmente no que diz respeito a trabalhos de revisão de literatura, sendo escassos os estudos que realizam revisões abrangentes sobre o VRPD.

Uma revisão da literatura resume e avalia um conjunto de escritos sobre um tópico específico, fornecendo uma visão sobre o que já foi bem realizado e possibilitando a identificação de novas ideias, problemas ou falhas na pesquisa existente (KNOPF, 2006). Os trabalhos dessa natureza que se relacionam com o VRPD encontrados durante a busca realizada nesta pesquisa resultaram em apenas 10 trabalhos. A busca realizada foi aplicada entre os anos de 2015 e 2025, entretanto, o primeiro trabalho só foi publicado em 2018, conforme a **Quadro 3**.

Coutinho *et al.* (2018) revisaram as contribuições relativas à otimização de trajetórias de veículos aéreos não tripulados (VANT), apresentando uma taxonomia para este problema, sem considerar operações colaborativas de drones e caminhões. Khoufi *et al.* (2019) propuseram uma revisão da literatura existente dedicada a problemas de otimização de trajeto de VANT, classificando-os com base no Problema do Caixeiro Viajante ou no Problema do Roteamento do Veículo, e considerando artigos em que os drones operam

Quadro 3 – Revisões relacionadas ao VRPD

Título	Autores	Ano
<i>The Unmanned Aerial Vehicle Routing and Trajectory Optimisation Problem, a Taxonomic Review</i>	Coutinho <i>et al.</i> (2018)	2018
<i>A Survey of Recent Extended Variants of the Traveling Salesman and Vehicle Routing Problems for Unmanned Aerial Vehicles</i>	Khoufi <i>et al.</i> (2019)	2019
<i>Optimization for Drone and Drone-truck Combined Operations: A Review of the State of the Art and Future Directions</i>	Chung <i>et al.</i> (2020)	2020
<i>Drone-aided routing: A literature review</i>	Macrina <i>et al.</i> (2020)	2020
<i>A Survey of Truck-Drone Routing Problem: Literature Review and Research Prospects</i>	Liang e Luo (2022)	2022
<i>Hybrid Truck-Drone Delivery Systems: A Systematic Literature Review</i>	Madani e Ndiaye (2022)	2022
<i>Multiple Trip Drones-Truck Combined Operations for Last-Mile Delivery Applications. A Literature Review</i>	Sanchez-Wells <i>et al.</i> (2023)	2023
<i>Review on Combined Vehicle Routing Problem of Drones and Vehicles</i>	Zheng (2023)	2023
<i>A Review on the Truck and Drone Cooperative Delivery Problem</i>	Zhang <i>et al.</i> (2024)	2024
<i>Mathematical models for truck-drone routing problem: Literature review</i>	Luo <i>et al.</i> (2025)	2025

Fonte: Autoria Própria (2025)

sozinhos ou em colaboração com caminhões.

Chung *et al.* (2020) analisaram abordagens de otimização de última geração na aplicação civil de operações com drones (OD) e operações combinadas drone-truck (DTCO). Macrina *et al.* (2020) revisaram os problemas em quatro categorias: o problema do caixeiro-viajante com drones (TSPD), o problema de roteamento de veículos com drones (VRPD), o problema de entrega de drones (DDP) e o problema do veículo porta-aviões com drones (CVP-D). Liang e Luo (2022) apresentaram um estudo abrangente sobre o TDRP (Problema de Roteamento Caminhão-Drone), que inclui o TSPD e o VRPD, realizando o levantamento de algoritmos prevalentes que têm sido amplamente utilizados.

Madani e Ndiaye (2022) analisaram o conteúdo de 95 publicações relacionadas a sistemas híbridos de entrega de caminhões-drones (HTDDS) no contexto da entrega de última milha com ênfase em problemas de roteamento. Sanchez-Wells *et al.* (2023) fizeram uma breve revisão que verifica o estado da arte das operações combinadas de drones civis e caminhões-drones, incluindo as aplicações para o setor de transporte e logística. Zheng (2023), resume o status de pesquisa do problema de rota de veículos de quatro modos de distribuição combinados: entrega paralela de veículos e drones, entrega de drones como veículos de apoio, entrega coordenada de veículos e drones e entrega de drones com veículos de apoio. Zhang *et al.* (2024) resumizam os problemas de entrega cooperativa de caminhões (TDCDP) e analisam as premissas, restrições, funções objetivo

comuns e os tipos de algoritmos utilizados para resolvê-los. (LUO *et al.*, 2025) propuseram uma estrutura focada nos parâmetros do problema, modelagem matemática e abordagens eficazes para o Problema de Roteirização Caminhão-Drone (TDRP).

É evidente que, embora existam revisões de literatura que abordam operações de drones e caminhões, a maioria delas considera conjuntamente diferentes variantes do problema, como o TSPD e o VRPD. Como resultado, essas revisões frequentemente adotam uma perspectiva mais genérica e podem negligenciar as características e complexidades específicas do VRPD. Essa lacuna evidencia a necessidade de uma análise mais aprofundada focada exclusivamente no Problema de Roteirização de Veículos com Drones.

3.2 Justificativa da Revisão

Os sistemas de negócios modernos são caracterizados por uma intensa competição entre cadeias de suprimentos, sendo um de seus principais desafios a redução dos custos operacionais por meio da otimização de processos relacionados ao planejamento, aquisição, produção e entrega (NIKOLIČIĆ *et al.*, 2019). Nesse contexto, considerando o crescimento contínuo da demanda por soluções logísticas eficientes e os rápidos avanços na tecnologia de drones, a pesquisa focada no Problema de Roteirização de Veículos com Drones tornou-se cada vez mais relevante, especialmente no que diz respeito à logística de transporte. O crescente interesse em operações integradas caminhão-drone, como destacado nos estudos de Chung *et al.* (2020) e Macrina *et al.* (2020), ressalta a importância estratégica dessas tecnologias na logística moderna, especialmente para aplicações de entrega de última milha (*last-mile delivery*).

Trabalhos como o de Coutinho *et al.* (2018), e Khoufi *et al.* (2019), que focam em aspectos específicos, como a otimização de trajetórias de drones ou a classificação de problemas com base em categorias conhecidas como o Problema do Caixeiro-Viajante com Drones (TSPD) ou Problema de Roteamento de Veículos com Drones (VRPD), revelam uma tendência nas revisões existentes de agrupar esses dois problemas sob o mesmo escopo. No entanto, essa abordagem combinada muitas vezes falha em explorar em profundidade as características e complexidades específicas do VRPD, acabando por negligenciar suas características únicas e diversas variantes. Essa lacuna ressalta a necessidade de uma revisão que se concentre exclusivamente no VRPD.

A literatura atual apresenta uma variedade de abordagens e técnicas para resolver

o VRPD, incluindo algoritmos heurísticos, meta-heurísticos e técnicas de otimização matemática. Assim, a presente RSL busca consolidar os conhecimentos acerca do VRPD, sobretudo no contexto de entrega de última milha, e preencher essa lacuna, oferecendo uma análise crítica das contribuições existentes, uma base sólida para pesquisadores e profissionais, e auxiliando na escolha de técnicas e abordagens de otimização mais eficazes para o VRPD.

3.3 Protocolo da Revisão Sistemática de Literatura

Esta seção apresenta o desenvolvimento da RSL, que consiste em um meio de reunir, avaliar e interpretar todas as pesquisas relevantes disponíveis para um tema específico, área de conhecimento ou fenômeno de interesse (KITCHENHAM, 2004).

3.3.1 *Objetivos e metodologia*

A presente RSL tem como objetivo geral verificar e analisar na literatura disponível os trabalhos de relevância que abordam técnicas de otimização para o Roteamento de Veículos com Drones. Assim, visando alcançar o objetivo geral, pode-se elencar os objetivos específicos que compõem a RSL, sendo eles:

- Analisar os dados dispostos em trabalhos considerados relevantes para o VRPD;
- Verificar aplicações, tendências de áreas ou setores de utilização, destacando os trabalhos relacionados à entrega de última milha no contexto do VRPD;
- Avaliar modelos, ferramentas e técnicas de otimização utilizadas no VRPD;
- Sumarizar modelos matemáticos, heurísticas e/ou metaheurísticas para o VRPD;
- Identificar lacunas e oportunidades para o VRPD.

Uma revisão sistemática da literatura é composta por várias atividades desenvolvidas em três fases principais: o planejamento da revisão, a condução da revisão e o relatório da revisão (KITCHENHAM *et al.*, 2007). A fase de planejamento da revisão destaca-se pela definição das questões de pesquisa e pela produção do protocolo de revisão, definindo os procedimentos básicos que serão realizados durante a RSL. A condução da revisão segue por definir as estratégias de pesquisa, seleção e avaliação dos estudos. Enquanto o relatório da revisão redige os resultados, fornecendo-os para as possíveis partes interessadas.

A RSL conduzida neste trabalho se baseia nas diretrizes metodológicas propostas

por Kitchenham *et al.* (2007) para apurar e analisar os estudos sob os critérios predefinidos. Para executar o protocolo de revisão, quatro etapas principais são destacadas dentro das fases mencionadas anteriormente: (i) formulação das questões de pesquisa, (ii) definição das estratégias de busca, (iii) seleção dos estudos relevantes, e (iv) extração dos dados essenciais para responder às questões de pesquisa.

O escopo da revisão está limitado a trabalhos publicados entre 2015 e 2025, considerando que o primeiro estudo relacionado à área foi publicado por Murray e Chu (2015) em 2015. Vale ressaltar, no entanto, que este trabalho não foi incluído na seleção final, pois aborda especificamente o TSPD, enquanto este estudo se concentra exclusivamente no VRPD. Além disso, a revisão prioriza publicações de maior relevância, qualidade e impacto acadêmico, como artigos de periódicos revisados por pares e artigos de conferências.

3.3.2 *Questões de Pesquisa*

A fim de atingir o objetivo desta Revisão Sistemática da literatura, foram formuladas questões de pesquisa que irão direcionar a investigação dos trabalhos a serem selecionados. Desse modo, o estudo aborda a seguinte questão geral de pesquisa:

- Quais as soluções utilizadas para a otimização do Roteamento de Veículos com Drones?

Para auxiliar a responder à QGP e investigar aspectos específicos do VRPD, foram elaboradas subquestões de pesquisa (QP).

- QP1: Quais modelos de programação matemática existem na literatura para VRPD?
- QP2: Quais são as principais funções objetivo abordadas na literatura sobre o VRPD?
- QP3: Quais algoritmos são utilizados na resolução do VRPD?
- QP4: Quais as principais aplicações ou setores de utilização do VRPD?
- QP5: Quais as lacunas e oportunidades de pesquisa para VRPD?

3.3.3 *Estratégias de pesquisa*

3.3.3.1 *Termos de pesquisa*

Para realizar o rastreamento de trabalhos em um banco de dados, é necessário estabelecer uma *string* de busca apropriada, derivada das questões de pesquisa (KITCHENHAM *et al.*, 2007). Portanto, é essencial definir, primeiramente, um conjunto de termos que capture

a ideia central da pesquisa. Esses termos constituem as palavras-chave que comporão os recursos para identificar e selecionar informações relevantes, facilitando a investigação por estudos nas bases de dados.

Seguindo as diretrizes de Kitchenham *et al.* (2007), foram definidas, conforme as questões de pesquisa elaboradas na seção anterior, as seguintes palavras-chave: *Drones*, *Truck*, *Mathematical Programming*, *Optimization*, *Routing Problem With Drones* e *Last mile*. Na **Quadro 4**, é possível observar as palavras-chave selecionadas acompanhadas de uma lista de sinônimos, abreviações e grafias alternativas para cada uma delas.

Quadro 4 – Palavras-chave e seus sinônimos

Termo	Sinônimo
<i>Drones</i>	VANT, UAV
<i>Truck</i>	<i>Vehicle</i>
<i>Mathematical Programming</i>	<i>Integer Programming, Linear Programming</i>
<i>Optimization</i>	<i>Optimize</i>
<i>Routing Problem With Drones</i>	<i>Routing Problem, VRPD</i>
<i>Last Mile</i>	<i>Last-Mile, Last Mile Delivery</i>

Fonte: Autoria Própria (2025)

A partir da lista elaborada, foram definidos os termos que melhor caracterizam a pesquisa para compor a *string* de busca utilizada nas bases de dados. Optou-se por não incluir a sigla "VANT", uma vez que a maioria dos trabalhos é redigida em inglês e o termo é uma abreviação de "Veículo Aéreo Não Tripulado". A palavra "*Vehicle*" também foi excluída da *string* para evitar que a pesquisa abranja aplicações fora do escopo deste estudo, preferindo-se o termo "*truck*" para a busca. Com o objetivo de não limitar a pesquisa às aplicações de última milha, ainda que esse seja um ponto de verificação, os termos "*Last Mile*" e seus sinônimos não foram incluídos. Além disso, os termos "*Routing Problem*" e "*Integer Programming*" foram descartados por estarem compreendidos dentro dos demais termos selecionados.

As bases de busca, ainda que possuam particularidades e mecanismos próprios, comumente fazem uso de conectivos genéricos. Assim, as palavras escolhidas foram organizadas entre os conectivos "OR" e "AND", restringindo-se a apenas 8 conectivos, conforme as limitações de algumas bases. Esse processo resultou na seguinte *string* de busca:

(“*drones*” OR “*UVA*”) AND (“*truck*”) AND (“*mathematical programming*” OR “*linear programming*”) AND (“*optimization*” OR “*optimize*”) AND (“*Routing problem*

with drones” OR “VRPD”)

A pesquisa concentrou-se em quatro bases de dados: *IEEE Xplore*, *Science Direct*, *Springer Link* e Periódicos da CAPES. Sendo esta última uma plataforma fornecida pelo governo brasileiro, que conecta diversas bases nacionais e internacionais, permitindo o acesso a uma ampla gama de trabalhos através de uma única pesquisa. A investigação foi realizada em julho de 2025, limitando-se a publicações disponíveis de 2015 até a data da pesquisa.

3.3.4 *Processo de seleção*

Visando os objetivos desta RSL, foi realizada inicialmente uma análise detalhada das principais informações dos trabalhos obtidos através da *string* de busca inserida nas bases de dados. A análise consiste em um processo de seleção preliminar que avalia os metadados de estudo, compreendendo o título, o resumo e as palavras-chave. Este processo permitiu a identificação e eliminação de publicações em duplicidade, além de descartar trabalhos julgados fora do escopo desta pesquisa.

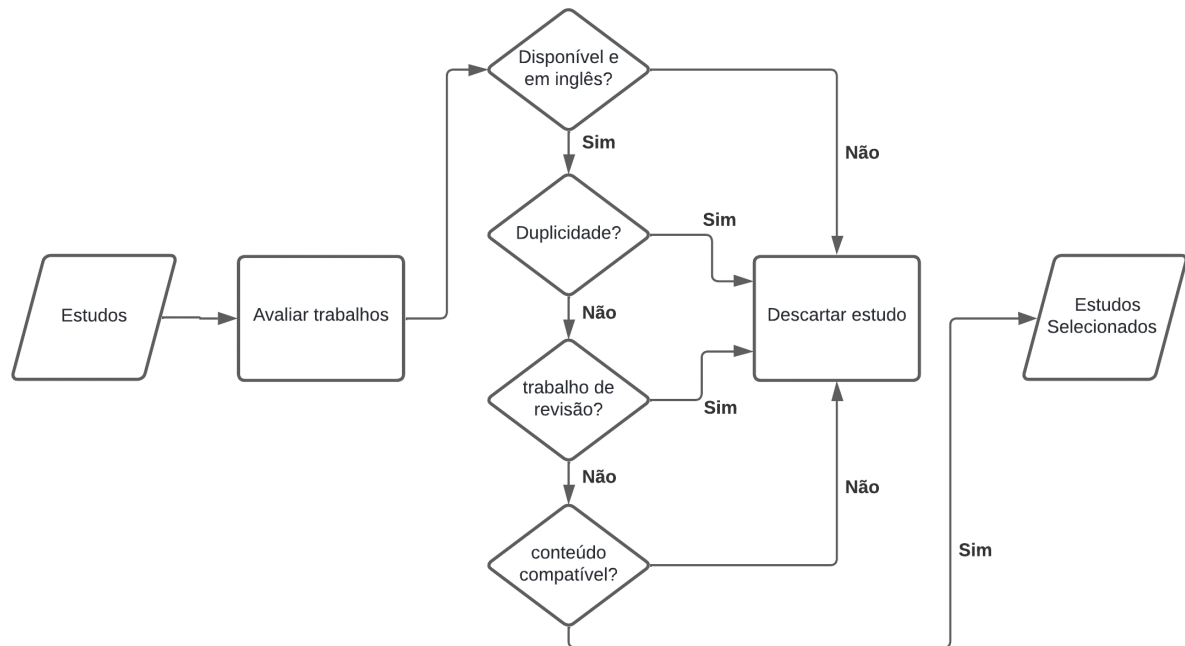
Para avaliar os estudos, foram elencados critérios genéricos e preliminares de exclusão de trabalhos. Os critérios genéricos de exclusão dos trabalhos foram definidos considerando os seguintes aspectos: duplicidade, trabalhos de revisão, indisponibilidade de acesso ao texto e indisponibilidade do texto em inglês. Os critérios preliminares foram definidos conforme a compatibilidade do conteúdo com o roteamento de veículos com drones. Desse modo, os critérios preliminares possuem as seguintes condições:

- Excluir estudos que abordam ou realizam comparação com TSP ou TSPD.
- Excluir trabalhos que não tratam do roteamento de veículos com drones.
- Excluir estudos que não realizem o roteamento de caminhões e drones de forma conjunta.

O processo de seleção preliminar pode ser visualizado na **Figura 8**.

Após a seleção preliminar, os estudos resultantes desse processo foram submetidos a uma nova seleção em dois estágios, na qual o primeiro estágio trata-se de uma leitura dinâmica e o segundo estágio é uma revisão por pares que realiza a leitura completa do texto. Assim, as informações contidas nos estudos foram extraídas e verificadas, excluindo-se os trabalhos inadequados sob os mesmos critérios citados na etapa anterior.

Figura 8 – Fluxograma do processo de seleção



Fonte: Autoria Própria (2025)

3.3.5 Extração de dados relevantes

A extração de informações relevantes contribui para responder às questões de pesquisa e deve ser examinada com acuracidade. Portanto, foram elaborados campos para extração de dados que englobam aspectos fundamentais como identificador único para cada estudo, título, autores, ano de publicação, país do primeiro autor, nome do periódico ou conferência e palavras-chave. E aspectos específicos da pesquisa para medir o grau de importância dos trabalhos selecionados. Os campos específicos para extração são:

1. Possui roteamento colaborativo de veículos e drones? (VRPD)
2. Qual a área de aplicação?
3. Quais são os objetivos?
4. Qual o número de caminhões e drones considerados?
5. Mais de um veículo realiza entrega em um mesmo cliente? (Entrega fracionada)
6. Quais algoritmos, técnicas e/ou ferramentas foram utilizados no estudo?
7. Possui modelo matemático?
8. Possui heurística e/ou metaheurísticas?
9. Possui validação computacional?
10. Possui perspectivas de trabalhos futuros?

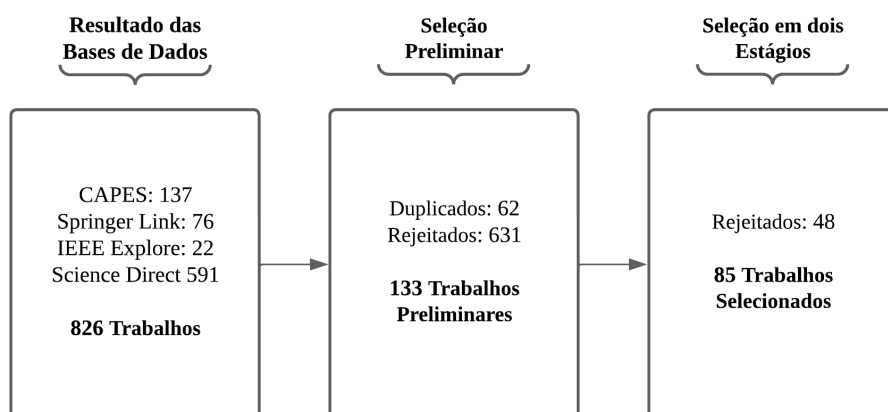
3.4 Resultados e discussões gerais

Visando obter respostas abrangentes para as questões previamente estabelecidas, esta seção expõe os resultados encontrados durante a execução da RSL, permitindo uma análise crítica e extração de *insights* importantes acerca do VRPD e suas principais abordagens e métodos de solução.

3.4.1 Visão geral

Inicialmente, a busca realizada nas bases de dados resultou ao todo em 826 trabalhos, dos quais 22 foram obtidos através da *IEEE Explore*, 591 através da *Science Direct*, 76 a partir da *Springer Link* e 137 por meio da base de Periódicos da CAPES. Considerando os critérios de exclusão definidos na **Sessão 3.3.4**, o processo de seleção preliminar foi capaz de excluir 693 trabalhos, sendo 62 identificados como duplicados e 631 classificados entre os demais critérios de exclusão. Desse modo, 133 estudos foram selecionados para a segunda seleção, realizada em dois estágios. Após o fim da segunda seleção, ainda sob os mesmos critérios, foram excluídos 48 trabalhos, resultando na inclusão de 85 trabalhos para a etapa de extração de informações. A síntese do processo de seleção pode ser observada na **Figura 9**.

Figura 9 – Síntese da seleção de trabalhos



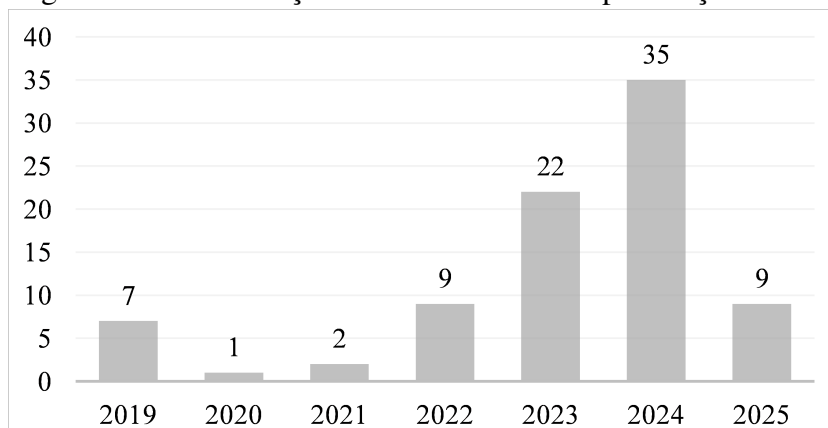
Fonte: Autoria Própria (2025)

Os 65 trabalhos selecionados foram submetidos a uma análise introdutória de palavras-chave através da ferramenta gratuita Wordart, que gera uma representação visual por meio de nuvem de palavras. O gráfico-visual de nuvem de palavras consiste em uma exibição do grau de frequência de utilização de palavras, de modo que quanto mais a

e temporais, mas também compreender a disseminação do conhecimento nas diferentes plataformas acadêmicas. Essa abordagem permite uma avaliação mais aprofundada da relevância e impacto de cada estudo no contexto global da investigação.

Para verificar a relevância do tema ao longo dos anos, foi realizada uma análise da distribuição dos estudos com base no ano de publicação. A **Figura 11** apresenta essa distribuição e evidencia um aumento expressivo nas publicações relacionadas ao VRPD entre 2022 e 2025, com o maior número de trabalhos registrados no ano de 2024. Esse crescimento na produção acadêmica reforça a atualidade e a expansão do tema em questão. O aumento de publicações pode estar diretamente relacionado à ampla aplicabilidade dos drones, que já são utilizados em práticas logísticas em diversos países. Diante disso, estudos que buscam aprimorar a otimização desse sistema “*truck-drone*” tornam-se cada vez mais essenciais para acompanhar os avanços tecnológicos e operacionais na área.

Figura 11 – Distribuição com base no ano de publicação

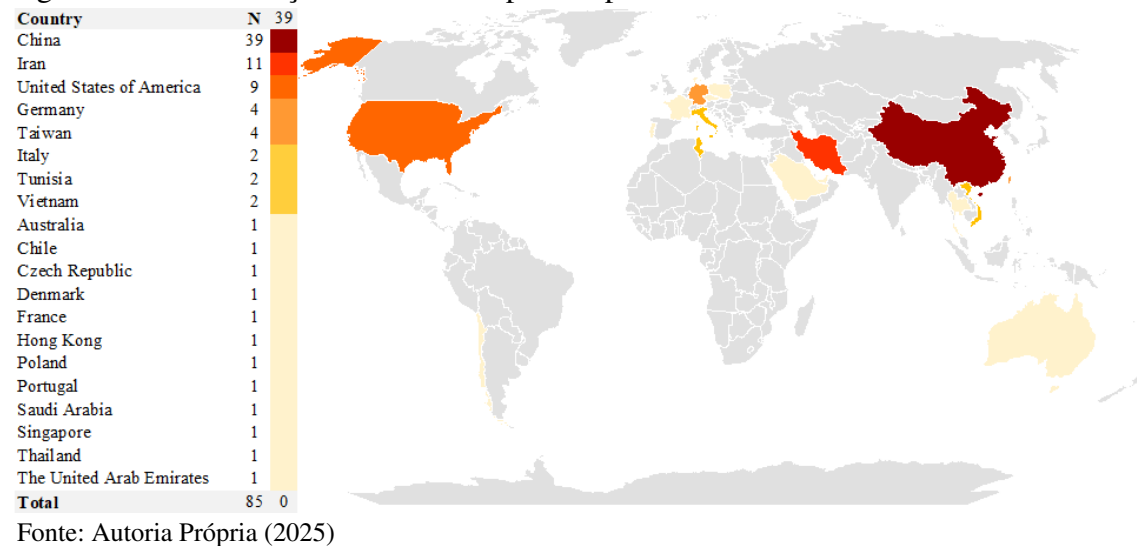


Fonte: Autoria Própria (2025)

A avaliação da nacionalidade do primeiro autor permite identificar as regiões mais ativas na produção de trabalhos sobre o tema, além de destacar possíveis lacunas de pesquisa em áreas geográficas específicas. Para tal, foi considerada a afiliação institucional do autor principal de cada estudo da amostra, resultando em uma cobertura de 20 países. A China destacou-se com o maior número de publicações (39), seguida pelo Irã (11), Estados Unidos (9), Alemanha e Taiwan (4 cada), Itália, Tunísia e Vietnã (2 cada), e outros países com apenas uma publicação. Esse destaque da China indica uma intensa atividade acadêmica no campo, refletindo o engajamento de pesquisadores e profissionais dedicados ao avanço e desenvolvimento do VRPD. A distribuição geográfica dos estudos está ilustrada no mapa coroplético da **Figura 12**, que apresenta a quantidade de publicações

por país conforme uma escala cromática.

Figura 12 – Distribuição com base no país do primeiro autor



Ao considerar os veículos de publicação dos estudos analisados, foram identificados 39 locais distintos. A revista com o maior número de publicações foi a *Transportation Research Part C*, com 10 artigos. Observa-se que as revistas e conferências com maior concentração de publicações estão fortemente associadas à exploração de novas tecnologias e suas aplicações em sistemas de transporte, como as revistas *Transportation Research Part B: Methodological*, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* e *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. Além disso, destacam-se periódicos voltados à pesquisa operacional, como *Computers & Operations Research*, *Annals of Operations Research* e *European Journal of Operational Research*. Periódicos relacionados a sistemas inteligentes, como a revista *Expert Systems with Applications*. A **Tabela 1** apresenta os locais de publicação juntamente com a quantidade de trabalhos publicados em cada um deles, evidenciando a diversidade de fontes e a relevância das áreas abordadas.

Tabela 1 – Distribuição por locais de publicação

Locais de Publicações	No.
Transportation Research Part C: Emerging Technologies	10
Computers and Operations Research	9
European Journal of Operational Research	8
Expert Systems with Applications	8
Transportation Research Part B: Methodological	5

Continua na próxima página...

Locais de Publicações	No.
Annals of Operations Research	4
Computers and Industrial Engineering	4
Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review	4
Advanced Engineering Informatics	2
IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems	2
Transportation Letters	2
2022 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)	1
2023 35th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)	1
2024 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo, Asia-Pacific (ITEC Asia-Pacific)	1
2024 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)	1
Advances in Information and Communication Technology	1
Applied Science and Engineering Progress	1
Cluster Computing	1
Computational Collective Intelligence	1
Discover Computing	1
Discrete Dynamics in Nature and Society	1
Engineering Applications of Artificial Intelligence	1
EURO Journal on Computational Optimization	1
Future Generation Computer Systems	1
IEEE Internet of Things Journal	1
Intelligent Transport Systems	1
International Journal of Production Economics	1
Internet of Things	1
Journal of Industrial and Production Engineering	1
Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences	1
Journal of the Operations Research Society of China	1
Physical Communication	1
Procedia Manufacturing	1
Reliability Engineering and System Safety	1
Research in Transportation Economics	1
Science China Technological Sciences	1
Scientific Reports	1
Swarm and Evolutionary Computation	1

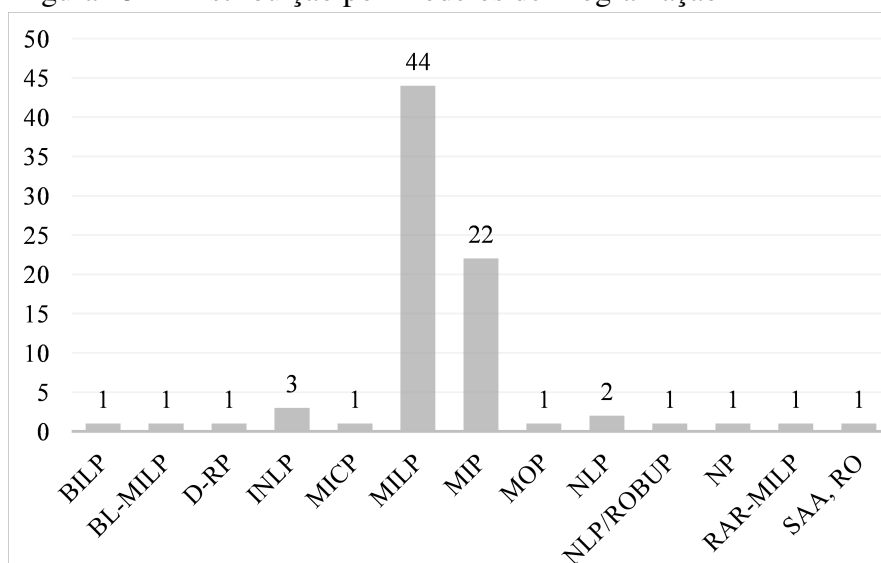
Fonte: Autoria própria (2025)

3.4.2 QP1: Quais modelos de programação matemática existem na literatura para VRPD?

Durante a revisão da literatura, foram identificados 94,12% da amostra, equivalente a 80 estudos, que desenvolvem modelos de programação matemática para a solução exata do problema de roteamento de veículos com drones. As abordagens adotadas consistem

em 13 tipos de modelos distintos que podem ser visualizados na **Figura 13**.

Figura 13 – Distribuição por Modelos de Programação



Fonte: Autoria Própria (2025)

É evidente a predominância de modelos baseados em *Mixed Integer Linear Programming* (MILP), com 44 publicações utilizando essa abordagem. O destaque do MILP reflete sua usabilidade na representação de problemas complexos de roteamento, particularmente por sua capacidade de lidar com variáveis binárias e restrições discretas, essenciais para a alocação eficiente de rotas. Além disso, os modelos de *Mixed Integer Programming* (MIP) também receberam atenção significativa, sendo aplicados em 22 trabalhos. Em termos de modelagem não linear, dois estudos utilizaram *Nonlinear Programming* (NLP) e outros três adotaram *Integer Nonlinear Programming* (INLP), destacando-se pela flexibilidade em capturar interações e objetivos mais complexos em cenários específicos do VRPD.

Além dos modelos predominantes, outras abordagens, como *Network Programming* (NP), baseada em redes, e o *Robust Optimization Model Based on Uncertainties* (ROBUP), que adota uma estratégia de otimização robusta frente às incertezas, também foram identificadas nos trabalhos analisados, reforçando a diversidade metodológica presente na literatura. Embora a maioria dos estudos explore modelos voltados para a solução de pequenas instâncias, essa distribuição de métodos demonstra não apenas a adaptabilidade do campo a diferentes instâncias do VRPD, mas também um interesse crescente na busca por modelos que conciliem a precisão da modelagem com a eficiência computacional.

3.4.3 QP2: Quais são as principais funções objetivo abordadas na literatura sobre o VRPD?

Analisando os objetivos destes trabalhos, é perceptível que são amplamente focados na eficiência operacional e na redução de custos, tempo e impacto ambiental. A minimização do tempo máximo de conclusão e o tempo total de entrega são cruciais para garantir que todas as operações sejam realizadas no menor tempo possível, enquanto a minimização dos custos operacionais e do custo total de transporte visa tornar o sistema economicamente viável.

Além disso, é dada ênfase à redução do custo de viagem, tanto para veículos terrestres quanto para drones, e à otimização dos locais de lançamento/retorno dos drones, o que pode melhorar a eficiência de entregas intermodais. O *makespan*, que reflete a última hora de chegada dos veículos, é minimizado para assegurar que a entrega seja realizada de maneira coordenada e eficiente. Em conjunto, o foco na maximização da confiabilidade das rotas e na minimização do risco de atrasos nas entregas sublinha a importância de garantir a previsibilidade e consistência do serviço, mesmo em cenários de incerteza.

Por fim, a minimização das emissões de carbono e dos impactos ambientais reforça o compromisso com a sustentabilidade no planejamento logístico, buscando soluções que atendam aos desafios econômicos, temporais e ambientais do VRPD.

3.4.4 QP3: Quais algoritmos são utilizados na resolução do VRPD?

Conforme abordado na questão anterior, os modelos matemáticos são eficazes para resolver instâncias de menor dimensão. No entanto, ao lidarmos com instâncias maiores, tais modelos enfrentam limitações significativas, uma vez que não conseguem proporcionar soluções exatas em tempo polinomial.

Para enfrentar esses desafios, são frequentemente implementados algoritmos de otimização heurística, que buscam soluções viáveis para problemas de otimização em contextos onde a complexidade ou o tempo restrito disponível inviabilizam a obtenção de soluções exatas (RARDIN; UZSOY, 2001). Além disso, as metaheurísticas se destacam como processos mestres iterativos que guiam e ajustam as operações de heurísticas subordinadas com o objetivo de gerar soluções de alta qualidade de forma eficiente (SWAN *et al.*, 2022). Portanto, analisar os algoritmos e estratégias mais comumente empregados nos

estudos de VRPD é uma tarefa essencial.

No total, 156 algoritmos foram identificados nos estudos analisados, incluindo heurísticas, metaheurísticas e matheurísticas. A **Table 2** apresenta as abordagens mais frequentemente utilizadas nos artigos revisados. Contudo, para melhorar a clareza da análise, os algoritmos foram agrupados por tipo de estratégia, e apenas aqueles que apareceram em pelo menos duas publicações foram selecionados para exibição.

Tabela 2 – Frequency of Algorithms

Algoritmo	Frequência (n)
Variable Neighborhood Search (VNS) and Variants	17
Constructive / Greedy Heuristics	16
Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS)	11
Genetic Algorithm (GA) and Variants	9
Simulated Annealing (SA) and Variants	9
k-means	8
Neighborhood Search & Local Search	8
Tabu Search (TS)	7
Ant Colony Optimization (ACO) and Variants	7
Large Neighborhood Search (LNS)	6
Nearest Neighbor (NN)	5
Clarke-Wright Savings Heuristic	5
Route Construction Heuristics	5
Matheuristics	5
Hybrid Metaheuristics	3
Memetic Algorithm (MA)	2
Heuristic Cluster-First, Route-Second	2
Epsilon-Greedy Action Selection	2
Savings Algorithm	2
Micro-Evolutionary Algorithm	2
Particle Swarm Optimization (PSO)	2

Fonte: Autoria Própria (2025)

A análise dos estudos selecionados revelou que 85,88% das publicações (um total de 73 artigos) empregam métodos heurísticos e/ou meta-heurísticos para resolver o VRPD. Dentre as abordagens, a metaheurística VNS e suas variantes se destacam, com 17 ocorrências, seguida por heurísticas construtivas/gulosas (16) e pela metaheurística *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS) (11). Outras estratégias relevantes incluem *Genetic Algorithm* (GA) e variantes, bem como *Simulated Annealing* (SA) e variantes, ambas com 9 ocorrências, juntamente com k-means e busca em vizinhança e busca local, cada uma aparecendo em 8 estudos. Busca Tabu (TS) e *Ant Colony Optimization* (ACO) e

suas variantes também foram identificados em 7 estudos.

Outra categoria relevante é a das mateurísticas, que se refere a estudos que adotam abordagens híbridas combinando métodos exatos e heurísticos em uma única estrutura de solução, abrangendo cinco publicações. A categoria Metaheurísticas Híbridas agrupa estratégias como “algoritmo heurístico híbrido de recozimento simulado e busca tabu”, “recozimento simulado híbrido de vizinhança variável” e “recozimento simulado dinâmico e busca em vizinhança larga (D-SALNS)”.

Vários algoritmos não heurísticos foram identificados na literatura analisada, como o Algoritmo de Aprendizagem por Reforço Profundo, o Algoritmo Branch-and-Price, o Algoritmo de Rotulagem Bidirecional e o Algoritmo de Geração de Colunas por Decomposição de Benders. Abordagens como Branch-and-Price e algoritmos de clusterização em dois estágios, incluindo TSC e TSC-DS, também foram identificadas. Esses algoritmos representam uma gama diversificada de metodologias aplicadas à resolução de problemas complexos de roteirização e planejamento logístico.

Vale ressaltar que todos os 85 estudos analisados realizaram validação computacional, sendo que alguns também adotaram técnicas de análise de sensibilidade para examinar a robustez dos parâmetros e a variação dos resultados, o que reforça a credibilidade das soluções propostas.

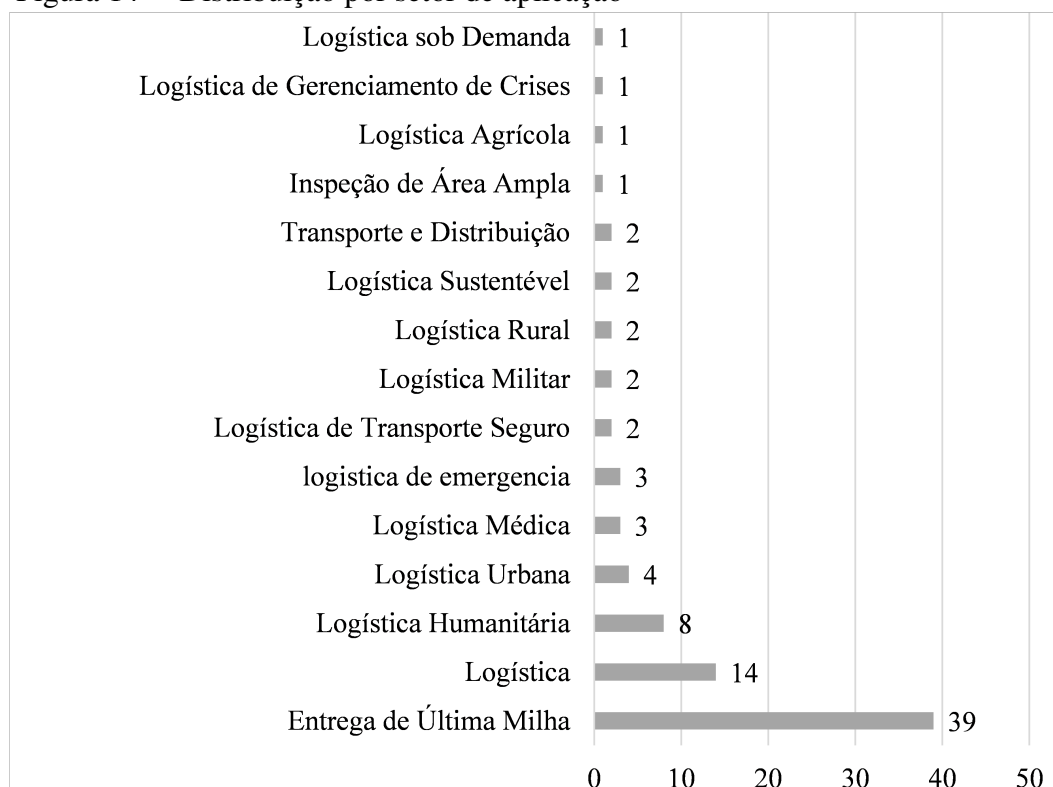
3.4.5 QP4: *Quais as principais aplicações ou setores de utilização do VRPD?*

O roteamento de veículos com drones possui diversas aplicações em múltiplos setores. Rahimi e Rahmani (2024) propõem o VRPD como uma solução eficaz para a logística humanitária, com o objetivo de reduzir o tempo de entrega de bens de socorro e otimizar serviços em áreas afetadas por desastres. Em um contexto diferente, Kuo *et al.* (2023) abordam a logística sustentável, enfatizando a redução das emissões de carbono. Aplicações militares também são relevantes, como observado nos estudos de Yan *et al.* (2022) e Zandieh *et al.* (2023). Na área médica, Han *et al.* (2023) e Yin *et al.* (2024) utilizam o VRPD para a entrega de medicamentos e hemoderivados, demonstrando o potencial do modelo para auxiliar no fornecimento rápido e eficiente de insumos críticos.

Além dessas, o VRPD encontra aplicações em outras áreas, como logística urbana (WANG *et al.*, 2022; REN *et al.*, 2024b), rural (JIANG *et al.*, 2024), agricultura (VUONG *et al.*, 2023), gerenciamento de crises (MANSHADIAN *et al.*, 2023) e segurança (ZAN-

DIEH *et al.*, 2023). Entretanto, a aplicação que se destaca é a entrega de última milha, representando 45,88% dos estudos revisados (39 trabalhos), o que evidencia a relevância desse setor para os pesquisadores, os quais estão focados em propor soluções otimizadas. O setor de logística em geral se destaca com 14 trabalhos que buscam resolver o problema do VRPD sem se limitar a uma aplicação específica. A **Figura 14** ilustra a distribuição dos trabalhos por aplicação ou setor de utilização, reforçando o interesse crescente em áreas diversificadas e o protagonismo da última milha nas pesquisas recentes.

Figura 14 – Distribuição por setor de aplicação



Fonte: Autoria Própria (2025)

3.4.6 QP5: Quais as lacunas e oportunidades de pesquisa para VRPD?

Para discutir as lacunas de pesquisa, foi elaborada a **Tabela 3**, que sumariza as principais características dos trabalhos revisados nesta RSL. Primeiramente, é essencial compreender os critérios utilizados na tabela para, então, interpretar adequadamente os resultados. A tabela consiste em sete colunas, nomeadas da seguinte forma: "Autor", "C:D"(Caminhão:Drone), "E.F."(Entrega Fracionada), "H./M."(Heurísticas e/ou Metaheurísticas), "T.F."(Trabalhos Futuros) e "Modelo". A coluna "Autor" refere-se aos dados dos autores de cada estudo analisado. A coluna "Caminhão:Drone" examina a quantidade e

a relação entre os veículos envolvidos, podendo o caminhão ser representado por 1 ou n (múltiplos caminhões) e os drones por 1 ou m (múltiplos drones).

O critério "Entrega Fracionada" avalia a possibilidade de múltiplos veículos, sejam caminhões ou drones, realizarem entregas fracionadas para o mesmo cliente, de modo que a demanda total seria atendida de forma complementar por mais de um veículo. Enquanto a "Heurísticas e/ou Metaheurísticas" verifica se o estudo utiliza alguma dessas abordagens como métodos de solução. "Trabalhos Futuros" explora se os estudos apresentam direcionamentos e perspectivas para expansão de suas pesquisas. Finalmente, a coluna "Modelo" apresenta o tipo de modelo matemático empregado em cada estudo.

Tabela 3 – Sumário das características das publicações

Autor	C:D	E.F.	H/M	T.F.	Modelo	Ano
(MADANI <i>et al.</i> , 2024)	1:1	-	✓	-	-	2024
(GU <i>et al.</i> , 2023)	1:1	-	✓	✓	-	2023
(LEI <i>et al.</i> , 2022)	n:1	-	✓	✓	-	2022
(YANG <i>et al.</i> , 2022)	n:m	-	✓	✓	-	2022
(HU <i>et al.</i> , 2019)	1:m	-	-	-	-	2019
(WIKAREK <i>et al.</i> , 2019)	n:m	-	-	✓	BILP	2019
(MENG <i>et al.</i> , 2024a)	n:m	-	✓	✓	BL-MILP	2024
(HAN <i>et al.</i> , 2023)	n:m	-	✓	✓	D-RP	2023
(XING <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	-	-	INLP	2024
(LIANG <i>et al.</i> , 2022)	1:m	-	✓	✓	INLP	2022
(YIN <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	-	✓	MICP	2024
(HEIDARI <i>et al.</i> , 2025)	n:m	-	✓	✓	MILP	2025
(LIU <i>et al.</i> , 2025)	n:m	-	✓	✓	MILP	2025
(MAHMOUDI; ESHGHI, 2025)	n:1	✓	✓	✓	MILP	2025
(YANG <i>et al.</i> , 2025)	1:1	-	✓	✓	MILP	2025
(ZHAO <i>et al.</i> , 2025)	n:m	-	✓	✓	MILP	2025
(BIAN RUI SONG, 2024)	1:n	-	✓	✓	MILP	2024
(BOCCIA <i>et al.</i> , 2024)	1:1	-	✓	✓	MILP	2024
(FAIZ <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	✓	✓	MILP	2024
(HAMDI, 2024)	1:1	-	✓	✓	MILP	2024
(IMRAN; WON, 2024)	n:m	-	✓	✓	MILP	2024
(JIANG <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	✓	✓	MILP	2024
(RAHIMI; RAHMANI, 2024)	n:m	-	✓	✓	MILP	2024
(Khalaj Rahimi; RAHMANI, 2024)	n:m	-	✓	✓	MILP	2024
(KONG <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	-	✓	MILP	2024
(MA <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	✓	✓	MILP	2024
(MORIM <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	✓	✓	MILP	2024
(MULUMBA; DIABAT, 2024)	1:1	-	✓	✓	MILP	2024
(MULUMBA <i>et al.</i> , 2024)	n:1	-	✓	✓	MILP	2024

Continua na próxima página...

Autor	C:D	E.F.	H/M	T.F.	Modelo	Ano
(PINA-PARDO <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	✓	✓	MILP	2024
(GHIASVAND <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	✓	✓	MILP	2024
(SADOK <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	✓	-	MILP	2024
(SUN <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	✓	✓	MILP	2024
(TEIMOURY; RASHID, 2024)	n:m	-	✓	✓	MILP	2024
(WANG <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	-	-	MILP	2024
(WANG <i>et al.</i> , 2024)	l:m	-	✓	✓	MILP	2024
(GAO <i>et al.</i> , 2023)	n:m	-	-	✓	MILP	2023
(IMRAN <i>et al.</i> , 2023)	n:m	-	✓	✓	MILP	2023
(LIU <i>et al.</i> , 2023)	n:m	-	✓	✓	MILP	2023
(MANSHADIAN <i>et al.</i> , 2023)	l:l	-	✓	✓	MILP	2023
(MARA <i>et al.</i> , 2023)	n:m	-	✓	✓	MILP	2023
(MONTEMANNI; DELL'AMICO, 2023)	n:m	-	✓	✓	MILP	2023
(TAMKE; BUSCHER, 2023)	l:m	-	✓	✓	MILP	2023
(TEIMOURY; RASHID, 2023)	l:l	-	✓	✓	MILP	2023
(VUONG <i>et al.</i> , 2023)	n:m	-	✓	-	MILP	2023
(ZHANG; LI, 2023)	l:m	-	✓	✓	MILP	2023
(ZHOU <i>et al.</i> , 2023)	n:m	-	✓	✓	MILP	2023
(LU <i>et al.</i> , 2022)	n:m	-	✓	✓	MILP	2022
(NGUYEN <i>et al.</i> , 2022)	n:m	-	✓	-	MILP	2022
(EUCHI; SADOK, 2021)	n:m	-	✓	✓	MILP	2021
(TAMKE; BUSCHER, 2021)	n:m	-	-	✓	MILP	2021
(JEONG <i>et al.</i> , 2019)	l:m	-	✓	✓	MILP	2019
(SCHERMER <i>et al.</i> , 2019b)	n:m	-	✓	✓	MILP	2019
(SCHERMER <i>et al.</i> , 2019a)	l:m	-	✓	✓	MILP	2019
(KONG <i>et al.</i> , 2024)	l:m	-	✓	✓	MILP-MOP	2024
(ZANDIEH <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	✓	✓	MINLP	2024
(JIANG <i>et al.</i> , 2025)	n:m	-	✓	✓	MIP	2025
(KONG <i>et al.</i> , 2025)	n:m	-	✓	✓	MIP	2025
(LICHAU <i>et al.</i> , 2025)	n:m	-	✓	✓	MIP	2025
(PENG <i>et al.</i> , 2025)	n:m	-	-	✓	MIP	2025
(CHU <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	✓	✓	MIP	2024
(MENG <i>et al.</i> , 2024b)	n:m	-	✓	✓	MIP	2024
(REN <i>et al.</i> , 2024a)	n:m	-	✓	✓	MIP	2024
(REN <i>et al.</i> , 2024b)	n:m	-	✓	✓	MIP	2024
(STODOLA; KUTĚJ, 2024)	n:m	-	✓	✓	MIP	2024
(WENG <i>et al.</i> , 2024)	n:l	-	✓	✓	MIP	2024
(KITJACHAROENCHAI; SITTIVIJAN, 2023)	n:m	-	-	✓	MIP	2023
(KUO <i>et al.</i> , 2023)	n:m	-	✓	✓	MIP	2023
(LI; PAN, 2023)	n:m	-	✓	-	MIP	2023
(REN <i>et al.</i> , 2023)	n:m	-	✓	✓	MIP	2023
(HUANG <i>et al.</i> , 2022)	l:l	-	✓	✓	MIP	2022
(KUO <i>et al.</i> , 2022)	n:m	-	✓	✓	MIP	2022

Continua na próxima página...

Autor	C:D	E.F.	H/M	T.F.	Modelo	Ano
(WANG <i>et al.</i> , 2022)	1:1	-	✓	✓	MIP	2022
(YAN <i>et al.</i> , 2022)	n:m	-	✓	✓	MIP	2022
(KITJACHAROENCHAI <i>et al.</i> , 2020)	n:m	-	✓	✓	MIP	2020
(KARAK; ABDELGHANY, 2019)	1:m	-	✓	✓	MIP	2019
(KITJACHAROENCHAI; LEE, 2019)	n:m	-	-	✓	MIP	2019
(SACRAMENTO <i>et al.</i> , 2019)	n:m	-	✓	✓	MIP	2019
(ZANDIEH <i>et al.</i> , 2023)	n:m	-	✓	✓	MOP	2023
(XIA <i>et al.</i> , 2023)	n:m	-	✓	✓	NLP	2023
(ZHANG; LI, 2023)	n:m	-	✓	✓	NLP	2023
(HASHEM <i>et al.</i> , 2024)	1:m	-	✓	✓	NLP/ ROBUP	2024
(LIU <i>et al.</i> , 2024)	n:m	-	✓	✓	NP	2024
(YIN <i>et al.</i> , 2023)	n:m	-	✓	✓	RAR-MILP	2023
(DENG <i>et al.</i> , 2024)	1:1	-	-	✓	SAA, RO	2024

Fonte: Autoria própria (2025)

No que tange ao aspecto do roteamento colaborativo/simultâneo entre veículos e drones, constata-se que todos os estudos analisados abordam este tema, embora utilizando-os para diferentes aplicações e empregando modelos diversos. Isso demonstra a versatilidade do VRPD para ser aplicado em contextos diversos, inclusive contextos ainda não explorados, como o uso de diferentes tipos de veículos e drones com diferentes níveis de emissão de carbono, sugerido por Kuo *et al.* (2023) ou explorar algoritmos já implementados para resolver outros problemas relevantes da vida real Yin *et al.* (2024).

Além disso, apesar de o problema de roteamento de veículos com drones ter sido amplamente desenvolvido no contexto de entregas de última milha, ainda há outras lacunas de pesquisa que podem ser exploradas. Uma das oportunidades identificadas envolve a adaptação e expansão do VRPD para atender às necessidades específicas de regiões ainda pouco estudadas, como o Brasil, onde restrições geográficas, logísticas e econômicas peculiares do país podem demandar soluções distintas.

Outro ponto relevante analisado na **Tabela 3** refere-se à entrega fracionada. Apenas um dos 85 estudos revisados permite que um cliente seja atendido por mais de um veículo distinto para a mesma entrega, o que configura uma lacuna importante. A quase ausência de estudos que consideram essa possibilidade representa uma oportunidade significativa para a formulação de novos problemas de roteamento com drones, visto que entregas fracionadas podem resultar em economias de custo muito significativas e reduzir a quantidade de caminhões necessários para atender toda a demanda (DROR; TRUDEAU, 1990; COSTA

et al., 2023).

Em relação aos modelos matemáticos predominantes, observa-se uma prevalência de MILP. Contudo, como os estudos existentes não contemplam o fracionamento nas entregas, há uma oportunidade de remodelar o problema, incorporando essa nova característica, e compará-lo com os modelos MILP existentes na literatura. Similarmente, no que se refere ao uso de heurísticas e/ou metaheurísticas, a inclusão da fracionalidade nas entregas abre novos horizontes para a investigação da aplicabilidade dessas técnicas em problemas reformulados.

Em adição, 91,76% dos trabalhos revisados apresentam perspectivas de pesquisas futuras, oferecendo oportunidades de expansão. Tamke e Buscher (2021), por exemplo, sugerem que futuras pesquisas podem abordar o lançamento e a recuperação de drones em pontos intermediários, não apenas nos locais dos clientes, o que pode ser benéfico para a otimização do sistema. Zhou *et al.* (2023) por sua vez, ressaltam a importância de incluir outros fatores, como a influência da velocidade do vento, na modelagem e análise dos sistemas caminhão-drone. Kuo *et al.* (2023) sugerem a aplicação de diferentes metaheurísticas, como a otimização por enxame de partículas multiobjetivo e o fortalecimento do algoritmo evolutivo de Pareto.

Esses exemplos reforçam que o campo do VRPD ainda oferece amplo espaço para avanços, seja na adaptação para diferentes contextos, seja na formulação de novos problemas e técnicas de solução, como a entrega fracionada.

3.5 Considerações Finais

As análises desenvolvidas nesta Revisão Sistemática da Literatura sobre o Roteamento de Veículos com Drones evidenciam uma ampla gama de abordagens e técnicas voltadas à otimização deste problema, especialmente no contexto logístico, com destaque para as operações de última milha. A revisão realizada permitiu identificar não apenas as principais contribuições da literatura existente, mas também importantes lacunas e oportunidades para a pesquisa futura.

Embora a RSL tenha sido conduzida com rigor metodológico, é necessário reconhecer algumas limitações. A abrangência da análise foi impactada pela quantidade e qualidade das fontes disponíveis, bem como por possíveis vieses de seleção dos estudos. A exclusão de produções acadêmicas não publicadas em periódicos e conferências interna-

cionais pode ter restringido a generalização dos resultados. Além disso, o uso de termos amplos nas *strings* de busca e a limitação de acesso a determinados artigos podem ter influenciado a amplitude da revisão, limitando o número de estudos incluídos.

Ainda assim, esta revisão oferece uma relevante contribuição ao consolidar o conhecimento atual sobre o VRPD, proporcionando um panorama das técnicas de otimização mais recorrentes e apontando direções promissoras para pesquisas futuras. Entre as lacunas identificadas, destaca-se a ausência de modelos que considerem a entrega fracionada, um aspecto que pode trazer ganhos significativos de eficiência e redução de custos ao otimizar a utilização de caminhões e drones em operações conjuntas. A investigação dessa característica representa uma oportunidade para aprimorar os modelos existentes, ajustando-os às demandas operacionais atuais.

Outro ponto relevante identificado é a possibilidade de adaptar o VRPD a contextos regionais específicos, como o brasileiro, que apresenta desafios geográficos e econômicos singulares. A pesquisa futura poderia explorar soluções customizadas para essas realidades, ampliando o escopo de aplicação do VRPD em países com desafios logísticos ainda pouco explorados.

Dessa forma, a presente RSL não apenas sintetiza o estado da arte sobre o VRPD, mas também abre caminho para investigações que contribuam para o desenvolvimento de soluções mais eficientes e adequadas às necessidades globais e locais da logística moderna.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA

4.1 Introdução

Conforme apresentado nos resultados da Revisão Sistemática da Literatura no Capítulo 3, observa-se uma lacuna significativa na pesquisa sobre o desenvolvimento de um modelo matemático que contemple a entrega fracionada de demandas em cenários de colaboração entre veículos e drones. A entrega fracionada tem o potencial de proporcionar economias substanciais, especialmente ao reduzir o número de veículos necessários para a realização das entregas. Nesse sentido, a incorporação dessa característica ao modelo matemático pode melhor quantificar a vantagem estratégica em termos de otimização de custos e eficiência operacional.

O conceito de entregas fracionadas no contexto de problemas de roteamento foi introduzido por Dror e Trudeau (1990), com a formulação do Problema de Roteamento de Veículos de Entrega Fracionada, conhecido como *Split Delivery Vehicle Routing Problem* (SDVRP) (ARCHETTI; SPERANZA, 2008). De acordo com Archetti e Speranza (2008), nesse problema, uma frota homogênea e capacitada é utilizada para atender a um conjunto de clientes, permitindo que cada cliente seja visitado mais de uma vez, em contraste com o pressuposto tradicional do VRP. Além disso, a demanda de cada cliente pode exceder a capacidade de um único veículo, uma vez que mais de um caminhão pode ser utilizado para atender a demanda de um mesmo cliente.

Trabalhos subsequentes aplicaram o SDVRP em diferentes contextos. Mullaseril *et al.* (1997) o utilizaram para gerenciar uma frota de caminhões de distribuição de ração animal, modelando-o como um problema de carteiro rural com capacidade de entrega dividida e janelas de tempo. Nowak (2005) aplicou o SDVRP a um sistema de coleta e entrega, enquanto Archetti e Speranza (2012) o utilizaram no contexto da coleta de lixo. No entanto, até o momento, não foram encontrados estudos que integrem o uso de drones ao SDVRP. Dessa forma, para preencher essa lacuna, propõe-se o Problema de Roteamento de Veículos e Drones com Entregas Fracionadas (*Split Delivery Vehicle Routing Problem With Drones* (SDVRPD)), que busca contribuir com insights valiosos para o VRPD, especialmente no contexto de entregas de última milha

4.2 Descrição do Problema

A formulação do Problema de Roteamento de Veículos de Entrega Fracionada com Drones (SDVRPD) apresentada neste trabalho considera a operação colaborativa de múltiplos veículos terrestres, referidos como caminhões, e múltiplos veículos aéreos não tripulados, denominados drones, para a realização de entregas na última milha. Neste contexto, a demanda dos clientes pode ser atendida por ambos os tipos de veículos, desde que suas respectivas limitações de capacidade sejam respeitadas. A demanda de cada cliente pode ser dividida entre diferentes veículos, eliminando a restrição tradicional de que um cliente deve ser atendido por apenas um veículo.

Os drones podem decolar e pousar tanto no depósito quanto em nós de clientes, possibilitando três cenários: (i) o drone parte do depósito, realiza entregas e acopla-se a um caminhão estacionado em um nó de cliente; (ii) o drone parte de um caminhão estacionado em um nó de cliente e retorna ao depósito após as entregas; e (iii) o drone parte de um caminhão estacionado, realiza suas entregas e retorna ao mesmo ou outro caminhão.

Além disso, a demanda de um cliente pode ser atendida de forma complementar por mais de um drone, por mais de um caminhão, ou por uma combinação de drones e caminhões, respeitando a capacidade de cada veículo e a demanda total do cliente. A frota de caminhões é heterogênea, enquanto a frota de drones é homogênea. Cada caminhão pode transportar múltiplos drones, conforme sua capacidade. Ao final das entregas, todos os veículos, tanto caminhões quanto drones, devem retornar ao depósito com suas cargas completamente entregues e todas as demandas atendidas.

Assim, o SDVRPD proposto neste trabalho possui as seguintes características:

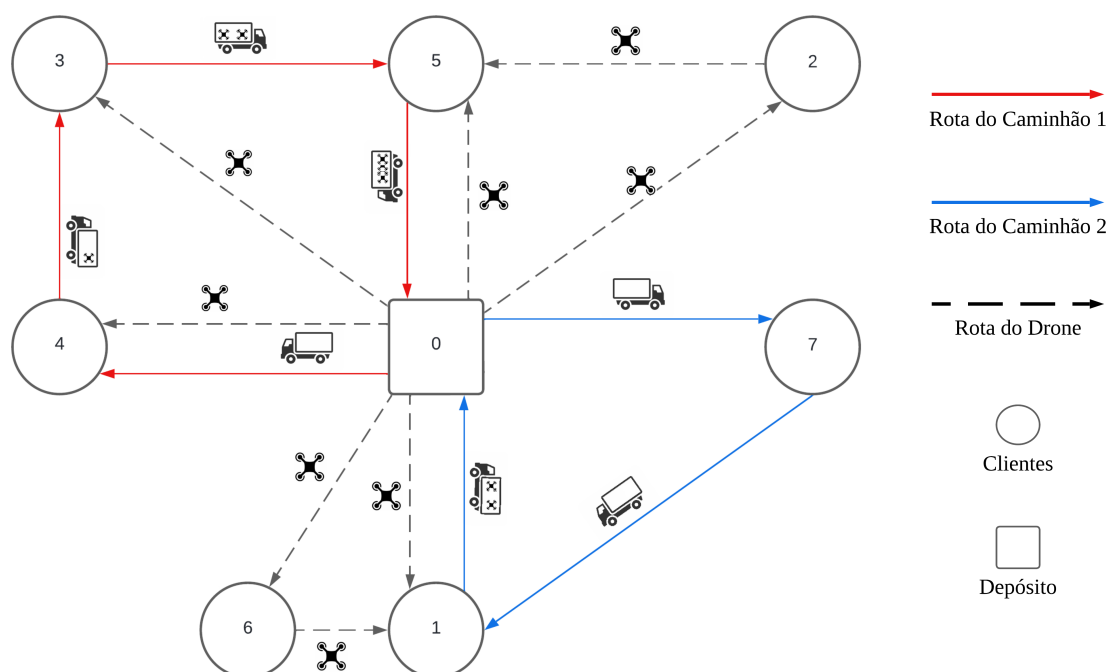
1. Todos os clientes devem ser visitados pelo menos uma vez.
2. Toda a demanda dos clientes deve ser entregue.
3. Cada caminhão pode transportar múltiplos drones.
4. Os drones podem visitar mais de um cliente por vez.
5. Os drones podem partir e pousar em caminhões distintos.
6. O ponto de decolagem dos drones deve ser diferente do local de pouso.
7. Cada cliente pode ser atendido por qualquer um dos veículos (drones ou caminhões).
8. A soma das entregas realizadas (produtos distintos ou não) a cada cliente por veículos distintos deve ser exatamente igual à sua demanda.
9. Todos os veículos que partiram do depósito, sejam caminhões ou drones, devem

retornar vazios ao fim das entregas.

10. Os drones podem partir e retornar ao depósito, sejam acoplados a um caminhão ou em voo.

A **Figura 15** ilustra um cenário de execução do SDVRPD, no qual dois caminhões e seis drones atuam de forma colaborativa. O nó 0 representa o depósito, e os demais nós representam os clientes. Nesse cenário, os seis drones retornam ao depósito acoplados aos caminhões. O caminhão 1 percorre a rota 0-4-3-5-0 e retorna com quatro drones recolhidos nos nós 4, 3 e 5. Observe que o nó 5 é atendido por dois drones. Já o caminhão 2 segue pelos nós 0-7-1-0 e retorna com dois drones.

Figura 15 – Exemplo SDVRPD



Fonte: Autoria Própria (2025)

O exemplo também demonstra a entrega fracionada em diferentes situações. Nos clientes 3 e 4, um drone e um caminhão atuam de forma complementar. Os clientes 1 e 5 recebem entregas de três transportes diferentes: dois drones e um caminhão. Os clientes 2 e 6 são atendidos exclusivamente por drones. E o cliente 7 é atendido exclusivamente por um caminhão. Demonstrando que o modelo permite diversas configurações de entregas.

4.3 Descrição do Modelo SDVRPD

O SDVRPD pode ser representado por um grafo $G = (V, A)$, onde o conjunto de vértices $V = \{0, 1, \dots, n\}$ inclui o depósito, denotado por 0, e os demais nós representam os n clientes. O conjunto de arestas A corresponde às possíveis rotas entre os nós. O custo fixo de utilização de um caminhão do tipo k é representado por F_k , enquanto o custo variável para o caminhão percorrer uma aresta $i, j \in A$ é dado por C_{ij}^k . Cada cliente $j \in V'$, tal que $V' = V - \{0\}$ possui uma demanda inteira d_j .

A frota de caminhões é heterogênea, composta por m tipos de caminhões, denotada por $M = \{1, \dots, m\}$. Para cada tipo $k \in M$, há m_k caminhões disponíveis no depósito, cada um com capacidade T_k . Cada caminhão pode transportar até Q_k drones acoplados. A quantidade de carga transportada por um caminhão ao longo de um arco (i, j) é representada pela variável u , sendo atualizada conforme as entregas são realizadas.

Os drones não possuem custo fixo, mas têm um custo variável C_{ij} para percorrer o arco (i, j) . Assume-se uma frota homogênea de W drones disponíveis no depósito, com capacidade limitada a um valor inteiro D . A quantidade de mercadoria transportada por um drone ao longo de um arco (i, j) é representada por p , e essa variável é atualizada após cada entrega e reabastecimento.

A variável z indica a quantidade de drones que um caminhão está transportando acoplados a ele. As variáveis binárias x_{ijk} e y_{ij} indicam, respectivamente, se o caminhão e o drone percorreram o arco (i, j) , onde $x_{ijk} = 1$ significa que o caminhão do tipo k atravessou o arco (i, j) , e $y_{ij} = 1$ indica que um drone atravessou o arco (i, j) .

4.3.1 Modelagem SDVRPD

O modelo matemático proposto é regido por uma função objetivo e um conjunto de restrições que garantem o controle adequado das variáveis envolvidas no problema de roteamento de veículos colaborativos com drones. O **Quadro 5** exhibe as notações e variáveis do modelo. Em seguida é apresentado o modelo MILP para o SDVRPD.

Quadro 5 – Notação e variáveis do modelo

Conjunto de Entidades	
Nomenclatura	Descrição
V	Conjunto de todos os nós i , com i variando de 0 até n
V'	Conjunto de clientes, sem incluir o depósito, $i = 0$
A	Conjunto de arcos que ligam os pares de clientes (i, j) ou o depósito 0 e um cliente
M	Conjunto de m tipos de caminhões, em que cada $k \in M$ identifica um tipo
Conjunto de constantes	
Nomenclatura	Descrição
F_k	Custo fixo de utilização de um caminhão do tipo k
C_{ij}^k	Custo variável do caminhão do tipo k percorrer o arco (i, j)
C_{ij}	Custo variável de qualquer drones percorrer o arco (i, j)
m_k	Quantidade de caminhões do tipo k disponíveis no depósito
W	Quantidade de drones disponíveis no depósito
Q_k	Capacidade do caminhão do tipo k de levar drones acoplados
D	Capacidade de mercadorias que o drone pode transportar
T_k	Capacidade do caminhão do tipo k levar mercadorias
d_j	Demanda de cada cliente j
Conjunto de Variáveis	
Nomenclatura	Descrição
z_{ijk}	Quantidade de drones que estarão acoplados em um caminhão do tipo k no arco (i, j)
u_{ijk}	Quantidade de mercadoria que um caminhão do tipo k transportará através do arco (i, j)
p_{ij}	Quantidade de mercadoria que um drone transportará através do arco (i, j)
x_{ijk}	Assume valor 1 se um caminhão do tipo k percorrer o arco (i, j) , e 0 caso contrário
y_{ij}	Assume valor 1 se um drone percorrer o arco (i, j) , e 0 caso contrário

Fonte: Autoria Própria (2025)

Função objetivo:

$$\text{Min} \sum_{k \in M} \sum_{j \in V'} F_k x_{0jk} + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in M} C_{ij}^k x_{ijk} + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} C_{ij} y_{ij} \quad (4.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in V'} x_{0jk} \leq m_k \quad \forall k \in M \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in V'} y_{0j} + \sum_{j \in V'} \sum_{k \in M} z_{0jk} \leq W \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} = \sum_{i \in V} x_{jik} \quad \forall k \in M, \forall j \in V', i \neq j \quad (4.4)$$

$$\sum_{i \in V} y_{ij} + \sum_{i \in V} \sum_{k \in M} z_{ijk} = \sum_{i \in V} y_{ji} + \sum_{i \in V} \sum_{k \in M} z_{jik} \quad \forall j \in V', i \neq j \quad (4.5)$$

$$z_{ijk} \leq Q_k x_{ijk} \quad \forall k \in M, \forall j \in V, \forall i \in V, i \neq j \quad (4.6)$$

$$p_{ij} \leq D y_{ij} \quad \forall i \in V, \forall j \in V, i \neq j \quad (4.7)$$

$$\sum_{k \in M} \sum_{j \in V'} u_{0jk} + \sum_{j \in V'} p_{0j} = \sum_{j \in V'} d_j \quad (4.8)$$

$$\sum_{k \in M} \sum_{i \in V'} u_{i0k} + \sum_{i \in V'} p_{i0} = 0 \quad (4.9)$$

$$\left(\sum_{k \in M} \sum_{i \in V} u_{ijk} + \sum_{i \in V} p_{ij} \right) - \left(\sum_{k \in M} \sum_{i \in V} u_{jik} + \sum_{i \in V} p_{ji} \right) = d_j \quad \forall j \in V', i \neq j \quad (4.10)$$

$$u_{ijk} \leq T_k x_{ijk} \quad \forall k \in M, \forall i \in V, \forall j \in V, i \neq j \quad (4.11)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} \leq \sum_{i \in V'} x_{0ik} \quad \forall k \in M, \forall j \in V, i \neq j \quad (4.12)$$

$$\sum_{i \in V} u_{ijk} - \sum_{i \in V} u_{jik} \geq 0 \quad \forall k \in M, \forall j \in V', i \neq j \quad (4.13)$$

A **função objetivo 4.1** visa minimizar todos os custos fixos e variáveis associados aos caminhões e drones. As **restrições 4.2** asseguram que a quantidade de caminhões do tipo k que saem do depósito para os clientes não ultrapasse o número disponível desse tipo de caminhão no depósito. De forma semelhante, a **restrição 4.3** limita a quantidade de drones que deixam a origem, seja voando diretamente ou sendo transportados por caminhões, ao total de drones W disponíveis no depósito.

As **restrições 4.4** estabelecem que, para cada cliente, o número de caminhões do tipo k que chegam ao nó seja igual ao número de caminhões do tipo k que partem desse mesmo nó, garantindo a conservação do fluxo de caminhões nos nós de clientes. Da mesma forma, as **restrições 4.5** asseguram que o fluxo de drones seja conservado em cada nó de cliente, igualando a quantidade de drones que entram e saem, considerando tanto os que voam diretamente quanto os transportados por caminhões.

As **restrições 4.6** impõem um limite ao número de drones que podem ser transportados por um caminhão do tipo k ao longo de um arco, de modo que não exceda a capacidade Q_k máxima de transporte de drones desse tipo de caminhão. Por outro lado, as **restrições 4.7** limitam a quantidade de mercadorias transportadas por um drone ao longo de um arco à sua capacidade máxima D , garantindo ainda que essa mercadoria só será transportada se o drone efetivamente percorrer o arco.

A **restrição 4.8** assegura que todas as demandas dos clientes sejam atendidas de forma adequada. Isso é feito determinando que a soma das mercadorias que saem da origem, transportadas por caminhões ou drones, deve ser equivalente ao total das demandas de todos os clientes. Para garantir que não haja retorno de mercadorias ao depósito, a **restrição 4.9** proíbe o retorno de qualquer carga, assegurando que toda a mercadoria seja entregue aos clientes e que, consequentemente, todas as demandas sejam atendidas.

As **restrições 4.10** tratam da satisfação da demanda de cada cliente individualmente, garantindo que a diferença entre a carga que entra e a carga que sai de cada nó de cliente seja exatamente igual à demanda do cliente em questão. Além disso, as **restrições 4.11**

impedem que a quantidade de mercadoria transportada por um caminhão do tipo k ao longo de um arco exceda sua capacidade de carga T_k , garantindo ainda que essa mercadoria só será transportada se o caminhão efetivamente percorrer o arco.

Por fim, as **restrições 4.12** e **restrições 4.13**, respectivamente, asseguram que o total de caminhões do tipo k que entra em qualquer nó cliente ou no nó depósito não ultrapasse o total de caminhões desse tipo em uso na rede, e impedem formação de subciclos ao longo da rota, preservando assim o equilíbrio e a viabilidade da operação.

Essas restrições, de maneira coordenada, garantem que o sistema logístico colaborativo entre caminhões e drones funcione de forma eficiente, atendendo às demandas dos clientes, respeitando as capacidades dos veículos e preservando o equilíbrio de fluxo.

4.3.2 Modelagem SDVRP

Para comparar os resultados entre um sistema de entrega fracionada com drones e sem drones, foi elaborado um modelo de Programação Linear Inteira Mista que desconsidera os drones e todas as restrições relacionadas a eles. Esse modelo foi desenvolvido com o objetivo de verificar se a eficiência do sistema com drones supera o desempenho do sistema tradicional, onde apenas veículos terrestres são utilizados. A comparação entre os dois cenários busca demonstrar os benefícios operacionais resultantes da integração de drones na logística de entregas fracionadas.

Função objetivo:

$$\text{Min} \sum_{k \in M} \sum_{j \in V'} F_k x_{0jk} + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in M} C_{ij}^k x_{ijk} \quad (4.14)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in V'} x_{0jk} \leq m_k \quad \forall k \in M \quad (4.15)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} = \sum_{i \in V} x_{jik} \quad \forall k \in M, \forall j \in V', i \neq j \quad (4.16)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} \leq \sum_{j \in V} x_{0jk} \quad \forall k \in M, \forall j \in V', i \neq j \quad (4.17)$$

$$\sum_{k \in M} \sum_{j \in V'} u_{0jk} = \sum_{j \in V'} d_j \quad (4.18)$$

$$\sum_{k \in M} \sum_{i \in V'} u_{i0k} = 0 \quad (4.19)$$

$$\sum_{k \in M} \sum_{i \in V} u_{ijk} - \sum_{k \in M} \sum_{i \in V} u_{jik} = d_j \quad \forall j \in V', i \neq j \quad (4.20)$$

$$u_{ijk} \leq T_k x_{ijk} \quad \forall k \in M, \forall i \in V, \forall j \in V, i \neq j \quad (4.21)$$

$$\sum_{i \in V} u_{ijk} - \sum_{i \in V} u_{jik} \geq 0 \quad \forall k \in M, \forall j \in V', i \neq j \quad (4.22)$$

Vale ressaltar que as **restrições 4.15, 4.16, 4.17, 4.21 e 4.22** são respectivamente equivalentes às **restrições 4.2, 4.4, 4.12, 4.11 e 4.13**. As demais restrições apresentadas foram adaptadas do modelo SDVRPD para caracterizar o cenário em que apenas caminhões realizam entregas; desse modo, foram removidos todos os aspectos que consideram drones. Assim, a **função objetivo 4.14** e as **restrições 4.18, 4.19 e 4.20** são uma adaptação da **função objetivo 4.1** e das **restrições 4.8, 4.9 e 4.10**, respectivamente.

4.3.3 Modelagem SDVRPD adaptado

Com o intuito de ampliar o espaço de solução, além da formulação do modelo SDVRPD e do modelo SDVRP, foi desenvolvido um modelo adaptado que introduz um índice identificador associado a cada drone. Essa modificação permite que mais de um drone percorra o mesmo arco, superando uma limitação presente no modelo original. No SDVRPD, embora fosse possível que múltiplos drones atendessem a um mesmo cliente, a modelagem por meio das variáveis y_{ij} e p_{ij} , que representavam genericamente “um drone”, restringia a utilização do arco (i, j) a apenas um drone. Para contornar essa limitação, foi incorporado o índice l nas variáveis, o qual identifica individualmente cada drone

dentro do conjunto de drones, $L = \{1, \dots, r\}$, tal que $l \in L$. Dessa forma, torna-se possível distinguir os veículos aéreos, o que amplia as combinações viáveis de atendimento e, consequentemente, o espaço de busca por soluções.

O **Quadro 6** apresenta a notação dos conjuntos do modelo adaptado. As principais alterações realizadas consistem na adição do conjunto L às entidades e do índice l às variáveis. Em particular: a variável z_{ijkl} , que passa a assumir o valor 1 se o drone l percorre o arco (i, j) acoplado ao caminhão do tipo k , e 0 caso contrário; a variável p_{ijl} , que representa a quantidade de mercadoria transportada pelo drone l através do arco (i, j) ; e a variável y_{ijl} , que assume valor 1 se o drone l percorre o arco (i, j) , e 0 caso contrário.

Quadro 6 – Notação e variáveis do modelo adaptado

Conjunto de Entidades	
Nomenclatura	Descrição
V	Conjunto de todos os nós i , com i variando de 0 até n
V'	Conjunto de clientes, sem incluir o depósito, $i = 0$
A	Conjunto de arcos que ligam os pares de clientes (i, j) ou o depósito 0 e um cliente
M	Conjunto de m tipos de caminhões, em que cada $k \in M$ identifica um tipo
L	Conjunto dos r drones disponíveis, em que cada $l \in L$ identifica um drone específico
Conjunto de constantes	
Nomenclatura	Descrição
F_k	Custo fixo de utilização de um caminhão do tipo k
C_{ij}^k	Custo variável do caminhão do tipo k percorrer o arco (i, j)
C_{ij}	Custo variável de qualquer drones percorrer o arco (i, j)
m_k	Quantidade de caminhões do tipo k disponíveis no depósito
W	Quantidade de drones disponíveis no depósito
Q_k	Capacidade do caminhão k de levar drones acoplados
D	Capacidade de mercadorias que o drone pode transportar
T_k	Capacidade do caminhão k levar mercadorias
d_j	Demanda de cada cliente j
Conjunto de Variáveis	
Nomenclatura	Descrição
z_{ijkl}	Assume valor 1 se o drone l percorre o arco (i, j) acoplado ao caminhão k , e 0 caso contrário
u_{ijk}	Quantidade de mercadoria que o caminhão k transporta através do arco (i, j)
p_{ijl}	Quantidade de mercadoria que o drone l transporta através do arco (i, j)
x_{ijk}	Assume valor 1 se o caminhão k percorre o arco (i, j) , e 0 caso contrário
y_{ijl}	Assume valor 1 se o drone l percorre o arco (i, j) , e 0 caso contrário

Fonte: Autoria Própria (2025)

As **Equações 4.23 a 4.35** descrevem formalmente o modelo matemático adaptado, incorporando a diferenciação individual dos drones por meio do índice l . Destacam-se, nesse conjunto, as restrições que envolvem diretamente as variáveis y_{ijl} , p_{ijl} e z_{ijkl} , uma vez que traduzem as principais alterações estruturais do modelo. Em particular, as **Equações 4.23, 4.25, 4.27, 4.28, 4.29, 4.30, 4.31 e 4.32** asseguram que o comportamento operacional dos drones seja devidamente representado.

Função objetivo:

$$\text{Min} \sum_{k \in M} \sum_{j \in V'} F_k x_{0jk} + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in M} C_{ij}^k x_{ijk} + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{l \in L} C_{ij} y_{ijl} \quad (4.23)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in V'} x_{0jk} \leq m_k \quad \forall k \in M \quad (4.24)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{j \in V'} y_{0jl} + \sum_{j \in V'} \sum_{k \in M} \sum_{l \in L} z_{0jkl} \leq W \quad (4.25)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} = \sum_{i \in V} x_{jik} \quad \forall k \in M, \forall j \in V', i \neq j \quad (4.26)$$

$$\sum_{i \in V} y_{ijl} + \sum_{i \in V} \sum_{k \in M} z_{ijkl} = \sum_{i \in V} y_{jil} + \sum_{i \in V} \sum_{k \in M} z_{jikl} \quad \forall j \in V', \forall l \in L, i \neq j \quad (4.27)$$

$$\sum_{l \in L} z_{ijkl} \leq Q_k x_{ijk} \quad \forall k \in M, \forall j \in V, \forall i \in V, i \neq j \quad (4.28)$$

$$p_{ijl} \leq D y_{ijl} \quad \forall i \in V, \forall j \in V, \forall l \in L, i \neq j \quad (4.29)$$

$$\sum_{k \in M} \sum_{j \in V'} u_{0jk} + \sum_{l \in L} \sum_{j \in V'} p_{0jl} = \sum_{j \in V'} d_j \quad (4.30)$$

$$\sum_{k \in M} \sum_{i \in V'} u_{i0k} + \sum_{l \in L} \sum_{i \in V'} p_{i0l} = 0 \quad (4.31)$$

$$\left(\sum_{k \in M} \sum_{i \in V} u_{ijk} + \sum_{l \in L} \sum_{i \in V} p_{ijl} \right) - \left(\sum_{k \in M} \sum_{i \in V} u_{jik} + \sum_{l \in L} \sum_{i \in V} p_{jil} \right) = d_j \quad \forall j \in V', i \neq j \quad (4.32)$$

$$u_{ijk} \leq T_k x_{ijk} \quad \forall k \in M, \forall i \in V, \forall j \in V, i \neq j \quad (4.33)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} \leq \sum_{i \in V'} x_{0ik} \quad \forall k \in M, \forall j \in V, i \neq j \quad (4.34)$$

$$\sum_{i \in V} u_{ijk} - \sum_{i \in V} u_{jik} \geq 0 \quad \forall k \in M, \forall j \in V', i \neq j \quad (4.35)$$

5 VARIABLE NEIGHBORHOOD SEARCH

Dada a sua natureza NP-difícil, a resolução do problema de SDVRPD para instâncias de grande porte, assim como o VRPD, torna-se computacionalmente inviável por métodos exatos. Diante dessa limitação, o emprego de metaheurísticas é fundamental para abordar problemas de maior complexidade.

A escolha pelo *Variable Neighborhood Search* (VNS) como base para a metaheurística implementada neste trabalho fundamenta-se no fato de que o algoritmo se destacou como a abordagem mais recorrente nos estudos analisados na RSL, o que proporciona uma maior confiabilidade para aplicação na variante SDVRPD desenvolvida neste estudo.

Este capítulo inicia com uma introdução ao VNS, abordando seus conceitos fundamentais, principais características e variantes. Posteriormente, descreve-se a implementação de uma heurística construtiva gulosa híbrida, baseada na relação custo-benefício, e detalha-se a versão do VNS aqui implementada, voltada para a resolução de instâncias de grande porte do problema SDVRPD.

5.1 Introdução

O *Variable Neighborhood Search* foi proposto inicialmente por (MLADENOVÍĆ; HANSEN, 1997). Trata-se de uma metaheurística com estrutura flexível, desenvolvida para encontrar soluções aproximadas para problemas de otimização combinatória, programação inteira mista, programação não linear e programação inteira não linear mista (HANSEN *et al.*, 2017; HANSEN *et al.*, 2019).

Baseando-se na mudança sistemática de vizinhanças, o VNS equilibra a intensificação, por meio da busca por ótimos locais, e a diversificação, por meio de perturbações que evitam que a busca fique estagnada nesses pontos (HANSEN *et al.*, 2019). De acordo com Hansen *et al.* (2010), algumas observações são fundamentais para o VNS:

- Um mínimo local em relação a uma estrutura de vizinhança não é, necessariamente, um mínimo local em outra.
- Um mínimo global é um mínimo local em relação a todas as estruturas de vizinhança possíveis.
- Mínimos locais de diferentes estruturas de vizinhança costumam estar relativamente próximos entre si.

Para localizar os mínimos locais e globais de forma eficiente, o algoritmo executa repetidamente três etapas centrais: agitação (*Shaking*), melhoria (*Improvement*) e mudança de vizinhança (*Neighborhood Change*), até que um critério de parada seja atingido (BRIMBERG *et al.*, 2023).

O processo de agitação (*Shaking*) consiste em aplicar uma perturbação na solução atual para escapar de mínimos locais, gerando uma solução aleatória em uma vizinhança mais distante. Para formalizar, distinguem-se as estruturas de vizinhança para a agitação, denotadas por $\mathcal{N}$, e para a melhoria, denotadas por N . Desse modo, define-se $\mathcal{N} = (\mathcal{N}_1, \dots, \mathcal{N}_{k_{max}})$ como um conjunto de operadores de agitação, onde $\mathcal{N}_k$ mapeia uma solução x para a sua k -ésima estrutura de vizinhança, $\mathcal{N}_k(x)$. O **Algoritmo 1** apresenta o procedimento de *Shaking* proposto por Hansen *et al.* (2017).

Algoritmo 1: Procedimento de *Shaking* (HANSEN *et al.*, 2017)

```

1 Function Shake( $x, k, \mathcal{N}$ ):
2   Escolher  $x' \in \mathcal{N}_k(x)$  aleatório;
3   return  $x'$ ;

```

O processo de melhoria (*Improvement*) foca na intensificação da busca. Ele pode aplicar tanto um procedimento de busca local simples, que explora apenas uma estrutura de vizinhança $N(x)$ por iteração, quanto um procedimento de Descida de Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Descent* (VND)), que explora sequencialmente múltiplas vizinhanças. Ambos os procedimentos podem adotar estratégias de primeira melhora (*first improvement*) ou de melhor melhora (*best improvement*).

Na busca local (*Local Search* (LS)), partindo de uma solução inicial x , o algoritmo seleciona uma solução melhor (se houver) dentro de uma estrutura de vizinhança predefinida $N(x)$, que passa a ser a nova solução incumbente. Esse processo se repete até que um ótimo local em relação a $N(x)$ seja encontrado (HANSEN *et al.*, 2017). As estratégias de *first improvement* e *best improvement* para a busca local são detalhadas nos **Algoritmos 2 e 3**.

Algoritmo 2: Busca Local usando estratégia de *first improvement* (HANSEN *et al.*, 2017)

```

1 Function LS_FI( $x, N$ ):
2   repeat
3     Let  $N(x) = \{x^1, \dots, x^p\}$ ;
4      $i \leftarrow 0$ ;
5      $x' \leftarrow x$ ;
6     repeat
7        $i \leftarrow i + 1$ ;
8       if  $f(x^i) < f(x)$  then
9          $x \leftarrow x^i$ ;
10        break;
11      end
12    until  $i = p$ ;
13  until  $f(x') \leq f(x)$ ;
14  return  $x'$ ;

```

Algoritmo 3: Busca Local usando estratégia de *best improvement* (HANSEN *et al.*, 2017)

```

1 Function LS_BI( $x, N$ ):
2   repeat
3      $x' \leftarrow x$ ;
4      $x \leftarrow \arg \min_{y \in N(x')} f(y)$ ;
5  until  $f(x') \leq f(x)$ ;
6  return  $x'$ ;

```

O VND, diferentemente da busca local, explora sequencialmente um conjunto de estruturas de vizinhança $N = (N_1, \dots, N_{l_{max}})$, seguindo uma ordem predefinida (HANSEN *et al.*, 2017). A regra utilizada para transitar entre as estruturas do VND o classifica em diferentes variantes, como *Pipe VND* (P-VND), *Cyclic VND* (C-VND) e *Basic VND* (B-VND) (MJIRDA *et al.*, 2017; HANSEN *et al.*, 2017). A estrutura geral do VND é apresentada no **Algoritmo 4**.

Algoritmo 4: VND com *best improvement* (MJIRDA *et al.*, 2017; HANSEN *et al.*, 2017)

```

1 Function VND( $x, \ell_{max}, N$ )
2   repeat
3      $stop \leftarrow false$ ;
4      $\ell \leftarrow 1$ ;
5      $x' \leftarrow x$ ;
6     repeat
7        $x'' \leftarrow \arg \min_{y \in N_\ell(x)} f(y)$ ;
8        $Neighborhood\_change\_step(x, x'', \ell)$ ;
9     until  $\ell = \ell_{max}$ ;
10    ;
11    if  $f(x') \leq f(x)$  then
12       $stop \leftarrow true$ ;
13    end
14  until  $stop = true$ ;
15  return  $x'$ ;
16 end

```

No pseudocódigo do **Algoritmo 4**, o termo $Neighborhood_change_step(x, x', \ell)$ representa a regra que guia a exploração das vizinhanças. No caso do B-VND ou *Sequential VND*, estratégia adotada neste estudo, se uma melhoria na solução é encontrada em qualquer vizinhança, a busca retorna para a primeira estrutura ($\ell \leftarrow 1$), atualizando a solução incumbente. Caso contrário, a busca avança para a próxima vizinhança da lista ($\ell \leftarrow \ell + 1$). O **Algoritmo 5** detalha essa lógica de mudança de vizinhança.

Algoritmo 5: *Sequential neighborhood change step* (HANSEN *et al.*, 2017)

```

1 Procedure Neighborhood_change_sequential( $x, x', \ell$ )
2   if  $f(x') < f(x)$  then
3      $x \leftarrow x'$ ;
4      $\ell \leftarrow 1$ ;
5   else
6      $\ell \leftarrow \ell + 1$ ;
7   end

```

Cabe destacar, entretanto, que o VNS como um todo também requer um mecanismo orientador para definir a ordem de exploração. Nesse contexto, o $Neighborhood_change_step(x, x', k)$ desempenha esse papel, conduzindo a exploração do VNS e estabelecendo como são percorridas tanto as estruturas de *shaking* quanto as de *improvement*. Importa salientar que a estratégia adotada pelo $Neighborhood_change_step(x, x', k)$ não precisa ser, necessariamente, a mesma empregada no VND, podendo ser ajustada conforme os objetivos de exploração da metaheurística.

Com base nos procedimentos expostos, é possível elaborar um pseudocódigo genérico para o VNS. Fundamentado em Mladenović *et al.* (2013), o **Algoritmo 6** apresenta

a estrutura genérica do *Variable Neighborhood Search*.

Algoritmo 6: *Variable Neighborhood Search* (MLADENOVIC *et al.*, 2013; HANSEN *et al.*, 2017)

```

1 Function VNS( $x, k_{mx}, \ell_{mx}, \mathcal{N}, N$ )
2   repeat
3      $k \leftarrow 1$ ;
4     while  $k \leq k_{mx}$  do
5        $x' \leftarrow \text{Shake}(x, k, \mathcal{N})$ ;
6        $x'' \leftarrow \text{VND}(x', \ell_{mx}, N)$ ;
7        $\text{Neighborhood\_change\_step}(x, x'', k)$ ;
8     end
9   until  $t \leq t_{max}$ ;
10  return  $x$ ;
11 end

```

5.2 Implementação da Heurística Construtiva Gulosa Híbrida

Antes da aplicação do VNS, torna-se essencial obter uma solução inicial viável, a partir da qual será conduzida a busca por melhorias. Com esse propósito, propõe-se uma heurística construtiva gulosa híbrida baseada em custo-benefício, que inicialmente aloca entregas por drones quando essa escolha se mostra vantajosa e, em seguida, utiliza caminhões, priorizando clientes com maior demanda residual e veículos com menor custo unitário por demanda atendida.

Considerando que o uso de drones reduz o custo da solução em comparação a cenários sem sua utilização, conforme evidenciado em estudos anteriores (WANG *et al.*, 2019; WANG *et al.*, 2017), a heurística proposta organiza-se em três fases principais. Na primeira fase, clientes com menor demanda ou cujo atendimento por drones apresenta custo inferior ao atendimento por caminhões são alocados prioritariamente a drones. Na segunda fase, as demandas de maior volume são distribuídas entre caminhões selecionados com base no menor custo unitário, definido por meio de uma estratégia gulosa de score que orienta a escolha sequencial dos clientes. Por fim, na terceira fase, eventuais clientes residuais são atendidos por drones ainda disponíveis. O pseudocódigo correspondente à heurística é apresentado no **Algoritmo 7**.

Algoritmo 7: Heurística Construtiva Gulosa Híbrida

```

1 Procedure HeuristicaHibrida (dados do problema)
  // Entrada: demanda, custos, capacidades, etc.
  // Saída: solução inicial com rotas de caminhões e drones
2  1. Inicializar variáveis e estruturas da solução;
3  2. Fase 1: Alocar entregas por drones;
4  foreach cliente do
5    if (custo com drone < custo com caminhão OU demanda ≤ capacidade
        do drone) then
6      while houver drones disponíveis e demanda do cliente > 0 do
7        Alocar uma entrega com drone para o cliente;
8        Atualizar demanda e número de drones disponíveis;
9      end
10   end
11 end
12 3. Fase 2: Alocar caminhões;
13 while houver clientes não atendidos e caminhões disponíveis do
14   Selecionar cliente com maior demanda restante;
15   Selecionar tipo de caminhão com menor custo unitário viável: Equação
      (5.1);
16   if nenhum caminhão viável then
17     Interromper;
18   end
19   Iniciar rota a partir do cliente escolhido;
20   while houver capacidade restante do caminhão do
21     Selecionar próximo cliente com melhor score: Equação (5.2);
22     if não houver cliente viável then
23       Encerrar rota;
24       Alocar carga para o próximo cliente;
25       Atualizar capacidade restante e demanda;
26       Salvar rota do caminhão e custos;
27     end
28   end
29 end
30 4. Fase 3: Alocar drones residuais;
31 foreach cliente ainda com demanda do
32   while houver drones disponíveis e demanda do cliente > 0 do
33     Alocar entrega com drone;
34     Atualizar demanda e número de drones disponíveis;
35   end
36 end
37 5. Retornar solução com rotas de caminhões e drones;
38 end

```

A função “selecionar tipo de caminhão com menor custo unitário viável” avalia, conforme a **Equação 5.1**, os veículos com o menor custo por unidade de carga efetivamente entregue. Para esse cálculo, considera-se o deslocamento do caminhão do depósito até o cliente i e o retorno do cliente i ao depósito.

$$CU_{ik} = \frac{f_k + c_{0i}^{(k)} + c_{i0}^{(k)}}{\min(T_k, d_i)} \quad (5.1)$$

Onde:

- CU_{ik} : custo unitário estimado para atender o cliente i com o caminhão tipo k .
- f_k : custo fixo do caminhão do tipo k .
- $c_{0i}^{(k)}$ e $c_{i0}^{(k)}$: custos de ida e volta do depósito ao cliente i com caminhão do tipo k .
- T_k : capacidade do caminhão do tipo k .
- d_i : demanda do cliente i .

Já a função “selecionar próximo cliente com melhor escore” estabelece um sistema de escore que busca atender, de forma sequencial, clientes com maiores demandas. Contudo, além da demanda por unidade de custo, o escore considera também o custo de deslocamento (depósito $\rightarrow$ cliente $\rightarrow$ depósito) e a demanda do cliente, aplicando pesos de penalização para equilibrar a decisão. A **Equação 5.2** detalha os fatores considerados e o modo como as penalidades são incorporadas.

$$S_j = 0.4 \cdot \left(\frac{d_j}{c_{ij}^{(k)} + \varepsilon} \right) - 0.3 \cdot c_{ij}^{(k)} - 0.2 \cdot c_{j0}^{(k)} + 0.1 \cdot d_j \quad (5.2)$$

Onde:

- S_j : escore associado ao cliente j .
- d_j : demanda do cliente j .
- $c_{ij}^{(k)}$: custo de deslocamento do cliente atual i para o cliente j , com caminhão do tipo k .
- $c_{j0}^{(k)}$: custo de retorno ao depósito após visitar j .
- ε : pequeno valor positivo (ex. 0,1) para evitar divisão por zero.

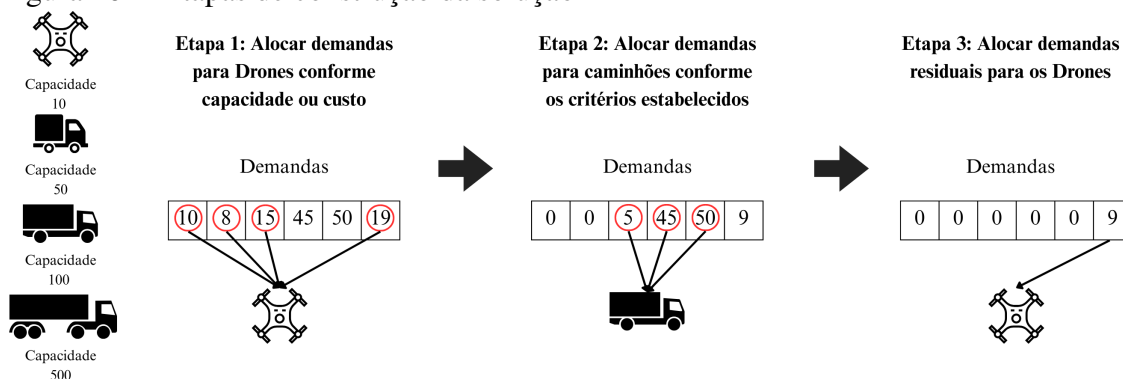
Interpretação:

- O primeiro termo $\frac{d_j}{c_{ij}^{(k)} + \varepsilon}$ prioriza clientes com alta demanda próximos da posição atual.
- O segundo e o terceiro termos penalizam deslocamentos longos e retornos caros.
- O quarto termo dá preferência adicional a clientes com maior demanda, mesmo que estejam um pouco mais distantes.

Esse processo de seleção, tanto do caminhão com menor custo unitário viável quanto do próximo cliente, repete-se até que não haja mais clientes viáveis ou veículos disponíveis. Nesse ponto, a terceira fase atua como mecanismo de salvaguarda, garantindo que quaisquer clientes remanescentes sejam atendidos pelos drones residuais, até que toda

a demanda seja satisfeita. As três etapas que compõem a construção da solução estão resumidas na **Figura 16**.

Figura 16 – Etapas de construção da solução



Fonte: Autoria Própria (2025)

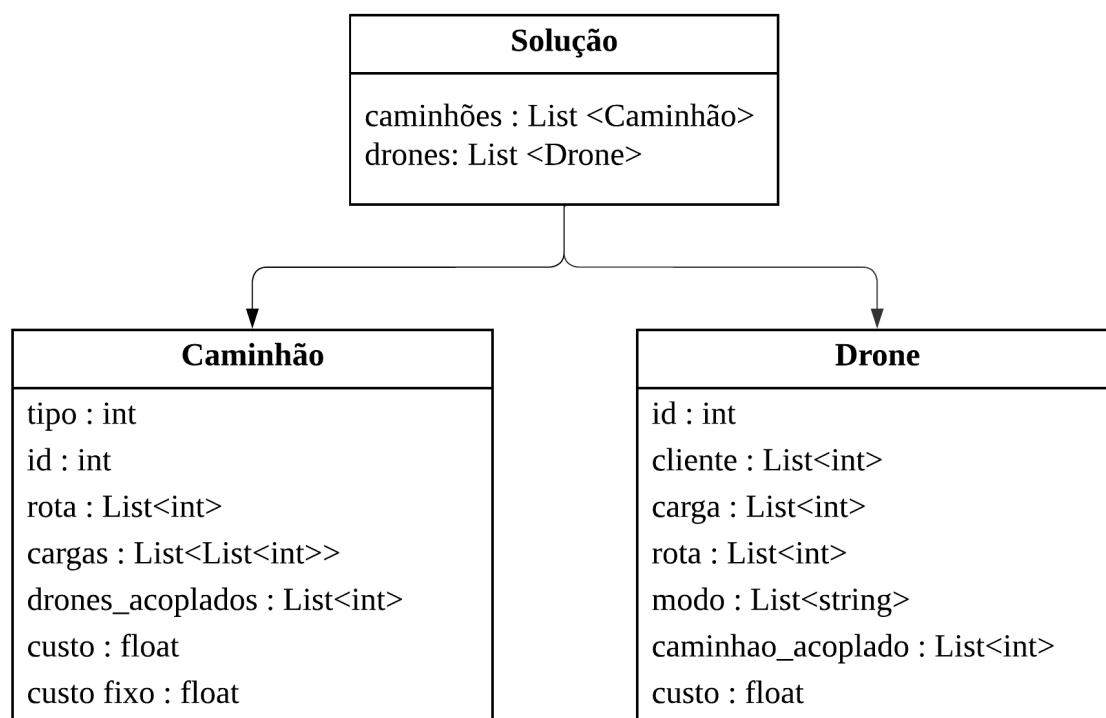
Ao final da execução, a solução inicial obtida é composta por rotas de caminhões, que partem do depósito, atendem múltiplos clientes e retornam ao ponto de origem, e por rotas de drones, que partem do depósito, atendem apenas um cliente e retornam em seguida ao depósito. Ressalta-se que, nesta fase inicial, não há transporte de drones por caminhões, de modo que cada modal atua de forma independente.

5.2.1 Representação Da Solução

Embora a solução inicial possa parecer simples e de fácil representação, é necessário considerar que diversas características descritas no problema (Seção 4.1) ainda não foram incorporadas nessa primeira abordagem. Essas particularidades serão contempladas nas etapas subsequentes de desenvolvimento da metaheurística. Dessa forma, torna-se imprescindível elaborar uma estrutura de solução suficientemente flexível para ser manipulada, contemplando todas as características intrínsecas do problema.

Diante da complexidade do problema e da variedade de aspectos a serem tratados, optou-se por formular uma estrutura de solução capaz de armazenar, de forma organizada, os dados de cada caminhão e de cada drone, juntamente com seus respectivos atributos. Para isso, foi elaborado um dicionário composto por duas chaves principais: uma referente aos caminhões, contendo suas rotas e atributos associados, e outra referente aos drones, contendo as informações pertinentes às suas operações. A **Figura 17** apresenta, de forma visual, a estrutura de solução adotada.

Figura 17 – Estrutura de solução



Fonte: Autoria Própria (2025)

A primeira chave do dicionário, denominada **“caminhões”**, armazena os seguintes atributos:

- **"tipo"**: identifica a categoria do caminhão.
- **"id"**: número único de identificação do caminhão.
- **"rota"**: lista de clientes atendidos pelo caminhão na ordem de visita.
- **"cargas"**: matriz que armazena, no primeiro vetor, a carga entregue diretamente pelo caminhão a cada cliente e, no segundo vetor, a carga transportada pelo caminhão, mas entregue por drones.
- **"drones_acoplados"**: lista que indica a quantidade de drones acoplados ao caminhão em cada visita.
- **"custo"**: custo total da rota do caminhão, incluindo o custo fixo e variável.
- **"custo fixo"**: custo fixo associado à utilização do caminhão na solução.

A segunda chave do dicionário, denominada **“drones”**, armazena os seguintes atributos:

- **"id"**: número único de identificação do drone.
- **"cliente"**: cliente atendido pelo drone.
- **"carga"**: carga entregue ao cliente.

- **"rota"**: lista de clientes visitados pelo drone, incluindo o cliente efetivamente atendido.
- **"modo"**: define o modo de operação do drone em cada atendimento, podendo estar decolando de um caminhão (**desacoplado**), em voo (**voo**) ou pousando em um caminhão (**acoplado**).
- **"caminhao_acoplado"**: identifica, quando aplicável, o caminhão no qual o drone se acoplou ou do qual se desacoplou.
- **"custo"**: custo total da rota do drone.

5.3 Implementação do Variable Neighborhood Search (VNS)

A implementação do VNS neste estudo segue as etapas clássicas da metaheurística. A primeira etapa, correspondente à construção da solução inicial, foi apresentada na **Seção 5.2**. Assim, esta seção dedica-se a detalhar os procedimentos de diversificação e intensificação.

5.3.1 Estruturas de Vizinhaça

No total, foram desenvolvidas 12 estruturas de vizinhaça, sendo três operadores de *shaking* e nove operadores de intensificação. Conforme discutido anteriormente, a estratégia de exploração é guiada pela regra de mudança sequencial de vizinhaça, aplicada tanto na fase de diversificação quanto na de intensificação.

Os operadores implementados executam movimentos estratégicos que alteram a solução corrente, gerando uma nova solução viável, a qual é avaliada durante o processo de mudança de vizinhaça. O valor associado a cada solução corresponde ao somatório dos custos operacionais das rotas de caminhões e drones. O objetivo desses movimentos é reduzir o custo operacional, de modo que a solução de menor valor seja sempre selecionada.

5.3.2 Função Objetivo

A função objetivo (Equação 5.3) é definida como a soma de todos os valores contidos no atributo “custo” (ct) de cada caminhão da solução, acrescida do somatório dos valores presentes nos atributos “custo” (cd) de todos os drones. Ressalta-se que essa função é equivalente à função objetivo do modelo matemático (Equação 4.23), mas aqui é

formulada de maneira distinta para expressar as características da solução representada.

$$FO = \sum_{k \in K} ct_k + \sum_{d \in D} cd_d \quad (5.3)$$

5.3.3 Procedimento de Shaking (Diversificação)

Para facilitar a descrição dos operadores de *shaking* pertencentes ao conjunto $\mathcal{N} = \{\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_2, \mathcal{N}_3\}$, cada operador foi nomeado de acordo com o tipo de movimento que executa. As nomenclaturas atribuídas foram: “*shake_mover_caminhão_para_drone*”, “*shake_troca_cliente_caminhão*” e “*shake_troca_tipo_caminhão*”.

5.3.3.1 *Shake_mover_caminhão_para_drone*

O operador *shake_mover_caminhão_para_drone* tem como objetivo alterar a forma de atendimento de um cliente, de modo que, se inicialmente ele é atendido por um caminhão, após a execução do movimento passe a ser atendido exclusiva ou parcialmente por um drone. Essa modificação pode ocorrer de duas maneiras: (I) quando o drone consegue suprir integralmente a demanda do cliente, implicando na remoção do cliente da rota do caminhão (Figura 18); ou (II) quando o drone não consegue atender integralmente à demanda, resultando em um atendimento fracionado entre caminhão e drone (Figura 19).

Figura 18 – Situação I: Drone atende toda a demanda do cliente

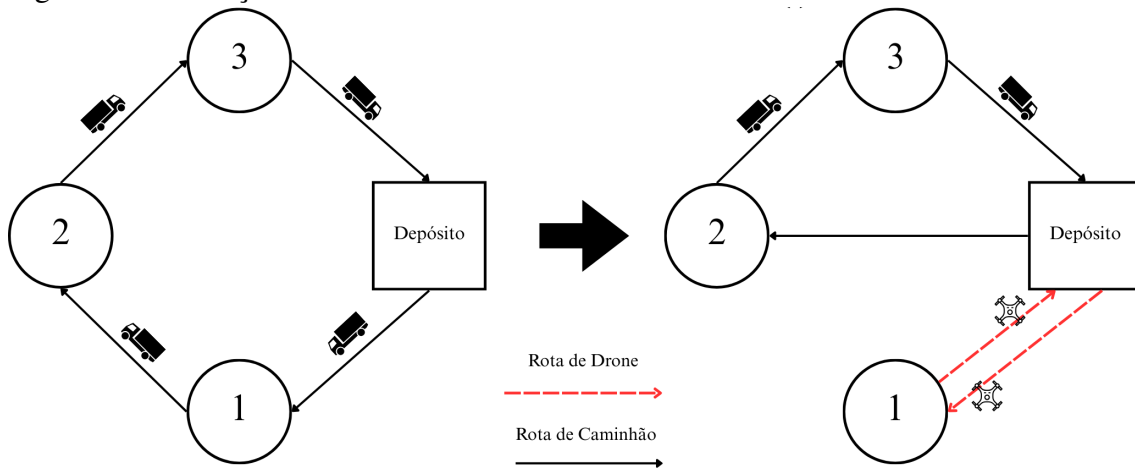
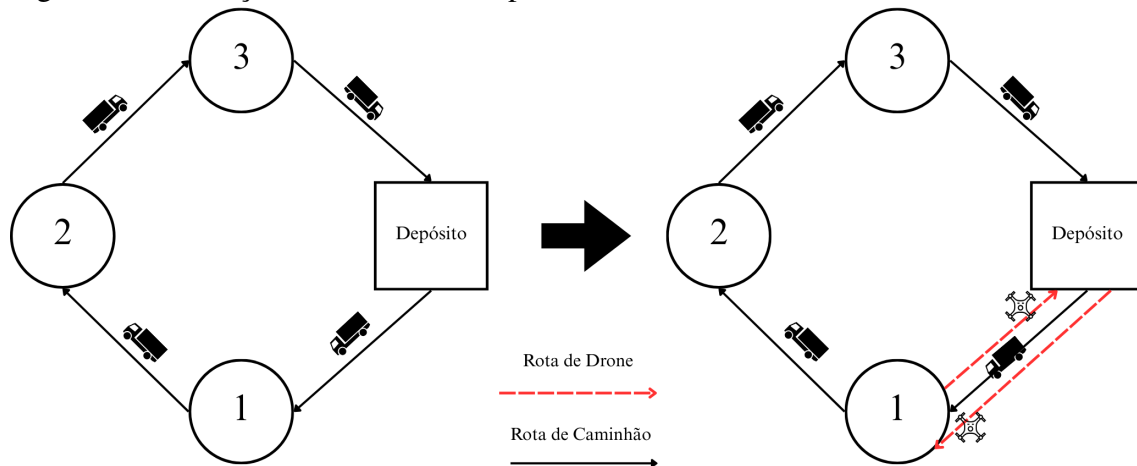


Figura 19 – Situação II: Drone atende parcialmente a demanda do cliente



Fonte: Autoria Própria (2025)

O processo de perturbação inicia-se com a seleção aleatória de um caminhão dentre aqueles utilizados na solução corrente. Em seguida, escolhe-se aleatoriamente um cliente atendido por esse caminhão para ser transferido, total ou parcialmente, ao atendimento de um drone. Caso haja drones disponíveis no depósito, um deles é selecionado aleatoriamente para realizar a operação. Na sequência, procede-se à verificação da capacidade de atendimento: se o drone for capaz de atender apenas parte da demanda, a carga transportada pelo caminhão é atualizada; caso contrário, em situação de atendimento integral, o cliente e sua carga são removidos da rota do caminhão.

Por fim, gera-se a solução candidata resultante do movimento. O **Algoritmo 8** apresenta o pseudocódigo do operador *shake_mover_caminhão_para_drone*, enquanto a **Figura 20** ilustra o mapeamento do processo.

Algoritmo 8: Operador *shake_mover_caminhão_para_drone*

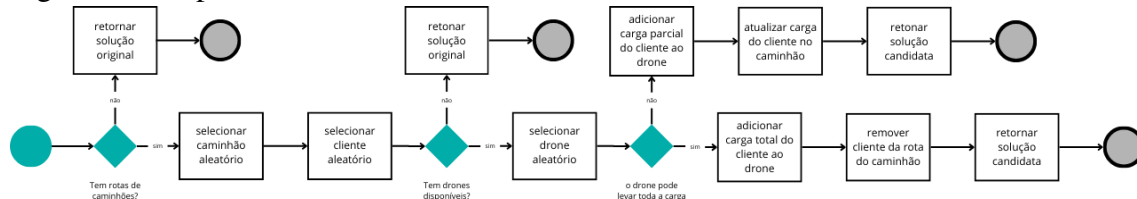
Input: Solução original S
Output: Solução candidata S'

```

1 if não há rotas de caminhões em  $S$  then
2   | return  $S$ ;
3 end
4 Selecionar aleatoriamente um caminhão  $T$  da solução  $S$ ;
5 Selecionar aleatoriamente um cliente  $i$  atendido por  $T$ ;
6 if não há drones disponíveis then
7   | return  $S$ ;
8 end
9 Selecionar aleatoriamente um drone  $d$ ;
10 if  $d$  pode atender completamente a demanda de  $i$  then
11   | Atribuir toda a carga de  $i$  ao drone  $d$ ;
12   | Remover  $i$  da rota do caminhão  $T$ ;
13 end
14 else
15   | Atribuir parte da carga de  $i$  ao drone  $d$ ;
16   | Atualizar a carga residual de  $i$  no caminhão  $T$ ;
17 end
18 Gerar solução candidata  $S'$ ;
19 return  $S'$ ;

```

Figura 20 – Operador *Shake_mover_caminhão_drone*

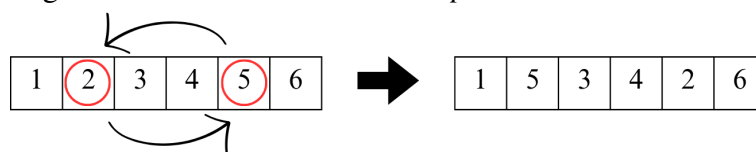


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.3.3.2 *Shake_troca_cliente_caminhão*

A perturbação gerada pelo operador *shake_troca_cliente_caminhão* caracteriza-se pela simplicidade de sua execução, uma vez que consiste em um movimento básico de swap, ou seja, a troca de posições entre dois clientes em uma mesma rota (Figura 21).

Figura 21 – Procedimento de *swap*



Fonte: Autoria Própria (2025)

O procedimento inicia-se com a seleção aleatória de um caminhão presente na solução corrente. Em seguida, verifica-se se a rota associada a esse caminhão contém

dois ou mais clientes. Caso essa condição seja atendida, duas posições são escolhidas aleatoriamente e os respectivos clientes têm suas posições trocadas, resultando em uma nova solução candidata.

O funcionamento desse operador é formalizado no **Algoritmo 9** e ilustrado no fluxograma da **Figura 22**.

Algoritmo 9: Operador *shake_troca_cliente_caminhão*

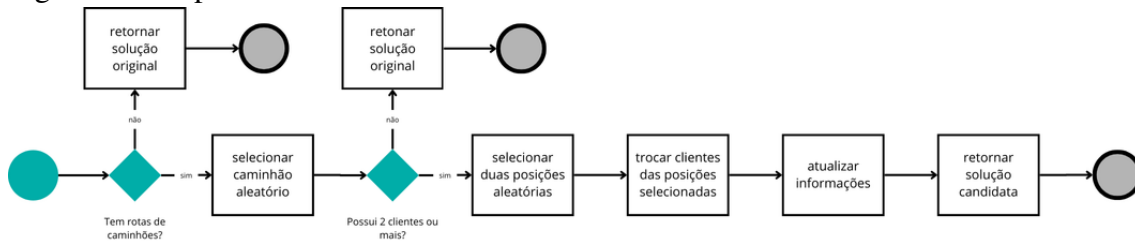
Input: Solução original S
Output: Solução candidata S'

```

1 if não há rotas de caminhões em  $S$  then
2   | return  $S$ ;
3 end
4 Selecionar aleatoriamente um caminhão  $T$  da solução  $S$ ;
5 if rota de  $v$  possui menos de dois clientes then
6   | return  $S$ ;
7 end
8 Selecionar aleatoriamente duas posições distintas ( $pos_1, pos_2$ ) na rota de  $T$ ;
9 Trocar os clientes localizados em  $pos_1$  e  $pos_2$ ;
10 Atualizar informações de cargas, custos e viabilidade da solução;
11 Gerar solução candidata  $S'$ ;
12 return  $S'$ ;

```

Figura 22 – Operador *Shake_troca_cliente_caminhão*



Fonte: Autoria Própria (2025)

5.3.3.3 *Shake_troca_tipo_caminhão*

A troca do tipo de caminhão consiste em um procedimento que altera a capacidade e os custos operacionais do veículo conforme o novo tipo, influenciando diretamente a função objetivo. O novo tipo de caminhão é selecionado aleatoriamente dentre as opções disponíveis, com a restrição de ser distinto do atual.

Posteriormente, procede-se à verificação da viabilidade de transporte das cargas dos clientes e dos drones previamente alocados ao caminhão original. Quando essa condição é satisfeita, as informações de capacidade, custo e tipo do veículo são atualizadas, originando uma nova solução candidata. A lógica correspondente encontra-se no Algoritmo

10, enquanto a **Figura 23** apresenta o processo.

Algoritmo 10: Operador *shake_troca_tipo_caminhão*

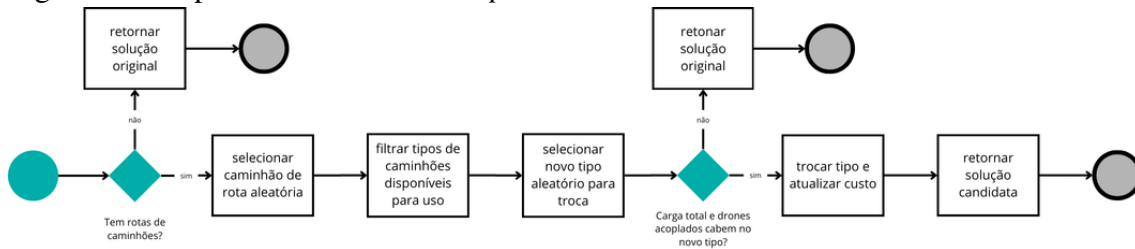
Input: Solução original S
Output: Solução candidata S'

```

1 if não há rotas de caminhões em  $S$  then
2   | return  $S$ ;
3 end
4 Selecionar aleatoriamente um caminhão  $v$  da solução  $S$ ;
5 Definir o conjunto  $T_{disp}$  de tipos de caminhões disponíveis, excluindo o tipo atual de  $T$ ;
6 Selecionar aleatoriamente um tipo  $t \in T_{disp}$ ;
7 if a carga total de  $v$  (incluindo clientes e drones acoplados) não pode ser alocada em  $t$  then
8   | return  $S$ ;
9 end
10 Atualizar o tipo do caminhão  $v$  para  $t$ ;
11 Atualizar informações de capacidade e custo associadas ao novo tipo;
12 Gerar solução candidata  $S'$ ;
13 return  $S'$ ;

```

Figura 23 – Operador *Shake_troca_tipo_caminhão*



Fonte: Autoria Própria (2025)

5.3.4 Procedimento de Improvement (Intensificação)

A fase de intensificação é conduzida por meio de um VND composto por nove estruturas de vizinhanças, das quais sete são buscas de vizinhança composta, isto é, aplicam mais de um operador dentro de uma mesma busca. As vizinhanças são exploradas de forma sequencial, seguindo a estratégia de *first-improvement* com reinício de vizinhança.

De modo análogo ao descrito na seção anterior, e visando facilitar o detalhamento, cada vizinhança pertencente ao conjunto $N = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_8, N_9\}$ foi nomeada conforme a estratégia aplicada, sendo agrupada em dois subconjuntos principais: um dedicado a movimentos envolvendo drones e outro voltado exclusivamente a movimentos de caminhões.

O grupo de drones contempla as seguintes vizinhanças:

- Menor_Caminho_Drone (vizinhança simples);
- Modo_De_Operação_entrada;
- Modo_De_Operação_Saída;
- Troca_Cliente_Drone;
- Mover_Drone_Para_Caminhão.

O grupo de caminhões contempla as seguintes vizinhanças:

- Two_Opt (vizinhança simples);
- Troca_Cliente_Caminhão;
- Mover_Cliente_Caminhão;
- Consolidar_Rotas_Caminhão.

O VND percorre de forma sistemática todas as estruturas de vizinhança do conjunto N , aplicando-as à solução candidata proveniente do *shaking* até que nenhuma melhoria adicional seja identificada. O procedimento completo encontra-se descrito no **Algoritmo 11**.

Algoritmo 11: *Variable Neighborhood Descent* (VND)

Input: Solução candidata S
Output: Solução melhorada S'

```

1 Definir conjunto de vizinhanças  $N = \{N_1, N_2, \dots, N_9\}$ ;
2  $S' \leftarrow S$ ;
3  $k \leftarrow 1$ ;
4 while  $k \leq |N|$  do
5   Gerar solução  $S''$  aplicando intensificação da vizinhança  $N_k$  sobre  $S'$ ;
6   if  $f(S'') < f(S')$  then
7      $S' \leftarrow S''$ ;
8      $k \leftarrow 1$ ;                                // reinício da busca
9   end
10  else
11     $k \leftarrow k + 1$ ;
12  end
13 end
14 return  $S'$ ;

```

5.3.4.1 Menor_Caminho_Drone

A estratégia do menor caminho consiste em aplicar o algoritmo de Dijkstra (Algoritmo 12) em duas situações distintas. A primeira ocorre quando o cliente atendido representa a última visita do drone; nesse caso, o algoritmo é utilizado para determinar o menor caminho entre o ponto de partida e o cliente. A segunda situação acontece quando o cliente não é a última visita do drone; nesse cenário, o algoritmo é aplicado em duas

etapas: da origem até o cliente e, em seguida, do cliente até o ponto final.

Algoritmo 12: Algoritmo de Dijkstra

Input: Grafo $G = (V, E)$ com pesos não negativos, vértice origem s
Output: Distâncias mínimas $d[v]$ de s até cada vértice $v \in V$

```

1 foreach  $v \in V$  do
2    $d[v] \leftarrow \infty$ ;
3    $pai[v] \leftarrow \text{nulo}$ ;
4 end
5  $d[s] \leftarrow 0$ ;
6 Definir conjunto de vértices não visitados  $Q \leftarrow V$ ;
7 while  $Q \neq \emptyset$  do
8   Selecionar  $u \in Q$  tal que  $d[u]$  seja mínimo;
9   Remover  $u$  de  $Q$ ;
10  foreach vizinho  $v$  de  $u$  do
11    if  $d[u] + w(u, v) < d[v]$  then
12       $d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v)$ ;
13       $pai[v] \leftarrow u$ ;
14    end
15  end
16 end
17 return vetor  $d[v]$  contendo as distâncias mínimas;

```

Dessa forma, a busca inicia verificando a existência de rotas de drones e, em seguida, seleciona aleatoriamente um drone. Em seguida, são identificados a origem, o cliente e o destino para aplicação do algoritmo de Dijkstra, conforme ilustrado no **Algoritmo 13** e na **Figura 24**.

Algoritmo 13: Operador *menor_caminho_drone*

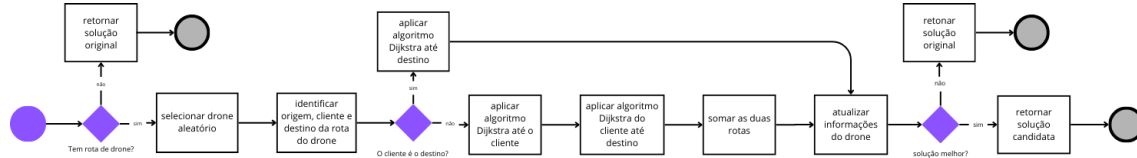
Input: Solução melhorada S'

```

1 Criar cópia  $S''$  de  $S'$ ;
2  $\text{custo\_orig} \leftarrow$  calcular custo de  $S'$ ;
3 if não há rotas de drones em  $S'$  then
4   return  $S'$ ;
5 end
6 repeat
7   Selecionar aleatoriamente um drone  $d$  de  $S''$ ;
8   Obter pontos de origem, cliente e destino da rota de  $d$ ;
9   if cliente é igual ao destino then
10    Aplicar Dijkstra entre origem e destino;
11  end
12  else
13    Aplicar Dijkstra entre origem–cliente e entre cliente–destino;
14  end
15  Atualizar rota do drone  $d$  em  $S''$ ;
16  if  $\text{custo}(S'') < \text{custo\_orig}(S')$  then
17     $S' \leftarrow S''$ ;
18    melhoria  $\leftarrow$  verdadeiro;
19  end
20 until melhoria  $\leftarrow$  falso;
21 return  $S'$ ;

```

Figura 24 – Fluxograma operador *Menor_Caminho_Drone* (1 iteração)



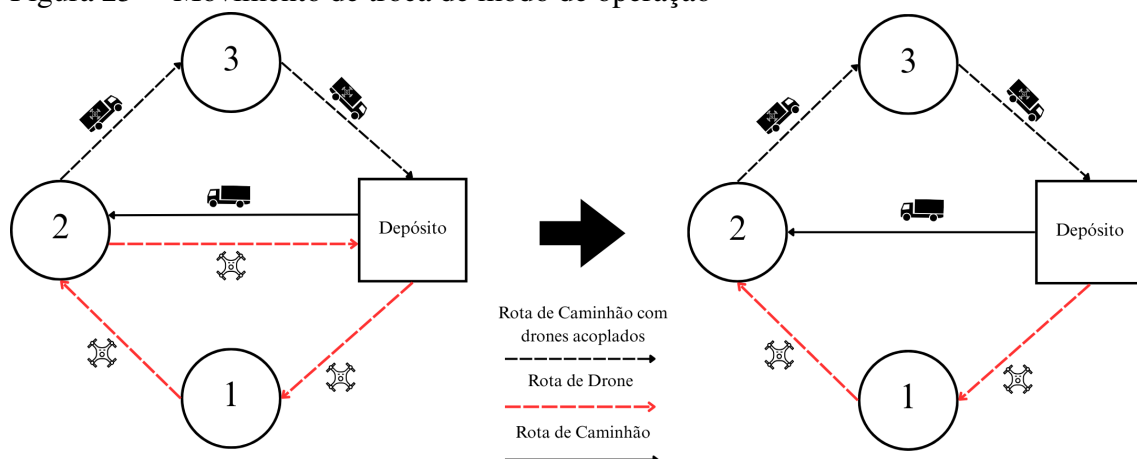
Fonte: Autoria Própria (2025)

5.3.4.2 Modo_De_Operação_entrada

O modo de operação entrada configura-se como uma estrutura de vizinhança composta, uma vez que realiza duas operações consecutivas antes de avaliar a melhoria da solução. De forma resumida, a primeira operação consiste em selecionar aleatoriamente um drone em uso. Caso o destino desse drone seja o depósito, o algoritmo escolhe um caminhão compatível e altera o destino do drone para o último cliente visitado na rota do caminhão, de modo que o drone passe a se acoplar a este veículo. A segunda operação aplica o algoritmo do menor caminho para otimizar a rota do drone antes de verificar a melhoria global da solução.

O exemplo apresentado na **Figura 25** ilustra um caso simples em que o modo de operação do drone é alterado: o drone deixa de retornar voando ao depósito e, ao invés disso, entra no caminhão no nó do cliente, retornando de forma acoplada ao veículo.

Figura 25 – Movimento de troca de modo de operação



Fonte: Autoria Própria (2025)

Conforme descrito, o **Algoritmo 14** apresenta o pseudocódigo e as etapas detalhadas da operação, como ilustrado na **Figura 26**.

Algoritmo 14: Operador *modo_operacao_entrada*

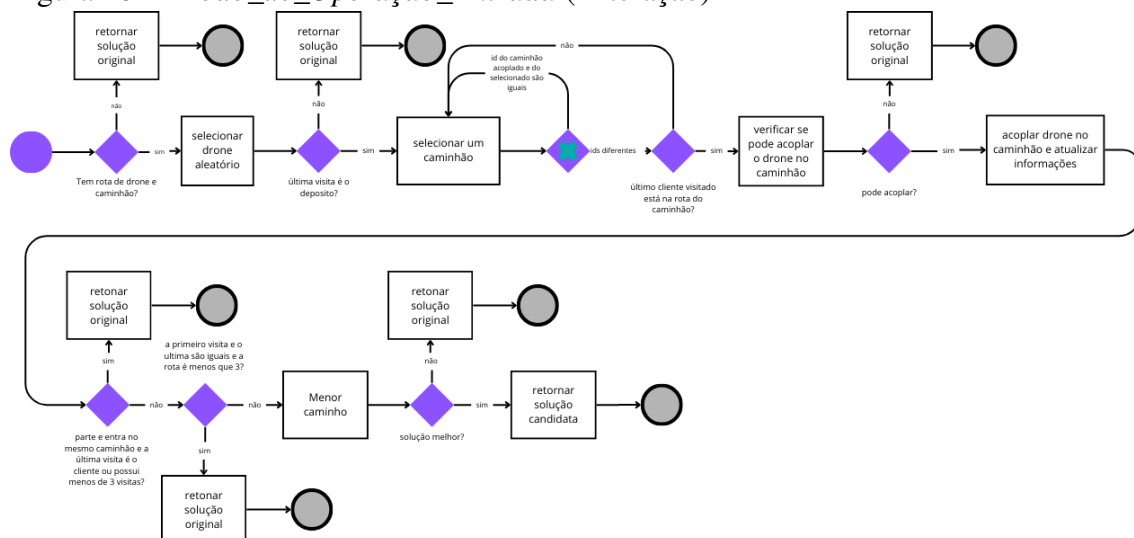
Input: Solução melhorada S'

```

1 Criar cópia  $S''$  de  $S'$ ;
2  $custo\_orig \leftarrow$  calcular custo de  $S'$ ;
3 if não há drones ou caminhões em  $S'$  then
4   | return  $S'$ ;
5 end
6 repeat
7   Selecionar aleatoriamente um drone  $d$  em  $S''$ ;
8   if última visita de  $d$  é depósito then
9     Definir destino como penúltimo nó da rota de  $d$ ;
10    foreach caminho  $T$  em  $S''$  do
11      if  $T$  é o caminho acoplado originalmente e (rota de  $d$  possui menos
12        de 3 nós ou cliente = destino) then
13        | Ignorar este caminho;
14      end
15      if cliente está na rota de  $T$  e  $T$  possui capacidade disponível then
16        | Acoplar drone  $d$  ao caminho  $T$ ;
17        | Atualizar informações de rota, modo e custo;
18        | Encerrar busca após acoplamento;
19      end
20    end
21    if rota do drone é inválida (rota curta ou repetição de cliente) then
22      | return  $S'$ ;
23    end
24    if  $custo(S'') < custo\_orig(S')$  then
25      |  $S' \leftarrow S''$ ;
26      | melhoria  $\leftarrow$  verdadeiro;
27    end
28  until melhoria  $\leftarrow$  falso;
29 return  $S'$ ;

```

Figura 26 – *Modo_de_Operação_Entrada* (1 iteração)

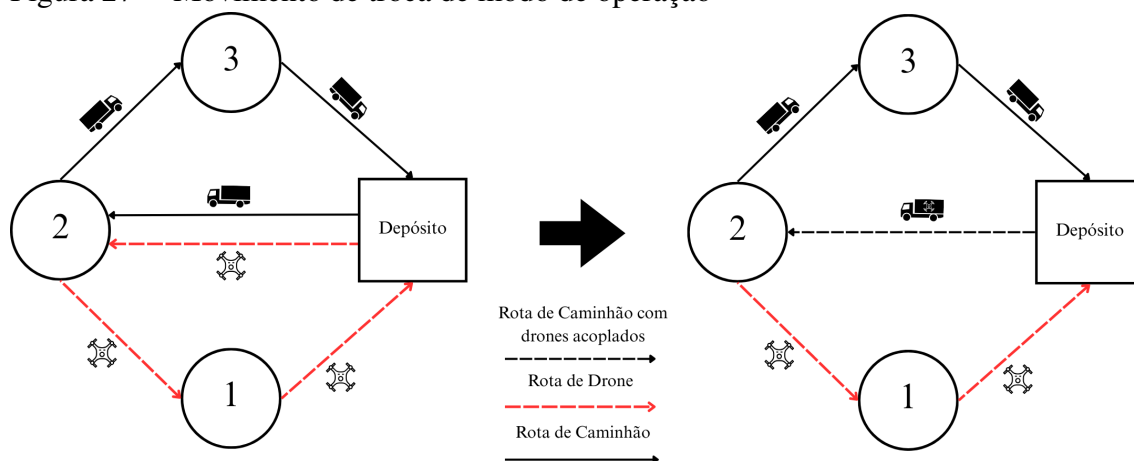


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.3.4.3 Modo_De_Operação_Saida

O modo de operação saída segue uma lógica semelhante à do modo de operação entrada, mas com foco inverso: em vez de o drone entrar em um caminhão, ele parte de um caminhão previamente selecionado. Nesse contexto, o drone é desacoplado do veículo, iniciando sua rota a partir do cliente associado ao caminhão. Em seguida, aplica-se o algoritmo do menor caminho para definir a trajetória mais eficiente do drone, desde o cliente de partida (associado ao caminhão) até o destino, conforme ilustrado nas **Figuras 27 e 28**.

Figura 27 – Movimento de troca de modo de operação



Fonte: Autoria Própria (2025)

O processo implementado pelo **Algoritmo 15** realiza inicialmente a verificação de viabilidade, que consiste em identificar a existência de rotas ativas tanto para os caminhões quanto para os drones. Em seguida, ocorre a seleção de um drone disponível, escolhendo-se aleatoriamente um entre os aptos a operar. Depois disso, são identificados os caminhões elegíveis, ou seja, aqueles que podem ser utilizados como ponto de partida para a operação. Na sequência, aplica-se uma restrição de capacidade, removendo da lista os caminhões que não suportam a carga do drone. Entre os caminhões restantes, um é escolhido aleatoriamente como o veículo viável para a operação. Posteriormente, realiza-se a seleção do cliente-alvo, identificando, a partir da posição do caminhão, o cliente que apresenta o menor custo de atendimento pelo drone. Por fim, aplica-se o algoritmo do menor caminho para otimizar a rota do drone, determinando sua trajetória entre o cliente de partida, associado ao caminhão, e o cliente selecionado para atendimento.

Algoritmo 15: Operador *modo_operacao_saida*

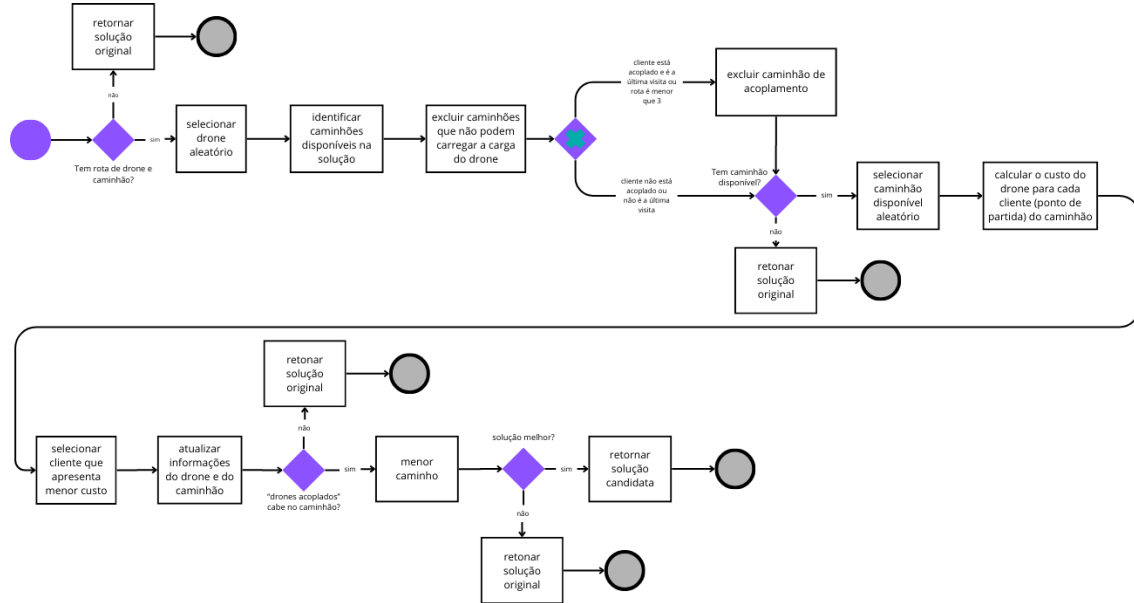
Input: Solução melhorada S'

```

1 Criar cópia  $S''$  de  $S'$ ;
2  $custo\_orig \leftarrow$  calcular custo de  $S'$ ;
3 if não há rotas de drones ou caminhões em  $S''$  then
4   | return  $S'$ ;
5 end
6 repeat
7   Selecionar aleatoriamente um drone  $d$  em  $S''$ ;
8   Definir conjunto de caminhões disponíveis  $T_{disp}$ ;
9   Remover de  $T_{disp}$  caminhões sem capacidade para a carga de  $d$ ;
10  if  $d$  já está acoplado em um caminhão  $T$  then
11    | if última visita do drone é cliente com carga ou rota de  $d$  possui menos de
12      | 3 nós then
13        | Remover  $T$  de  $T_{disp}$ ;
14      | end
15    | end
16    if  $T_{disp} = \emptyset$  then
17      | return  $S'$ ;
18    | end
19    Selecionar aleatoriamente um caminhão  $T$  de  $T_{disp}$ ;
20    foreach cliente  $c$  na rota de  $T$  do
21      | Calcular custo da rota do drone partindo de  $c$ ;
22    | end
23    Definir  $c_{melhor}$  como cliente que gera menor custo;
24    Atualizar rota do drone  $d$  e do caminhão  $T$  considerando  $c_{melhor}$ ;
25    if caminhão  $T$  não comporta os drones acoplados then
26      | return  $S'$ ;
27    | end
28    if  $custo(S'') < custo\_orig(S')$  then
29      |  $S' \leftarrow S''$ ;
30      |  $melhoria \leftarrow$  verdadeiro;
31    | end
32  until  $melhoria \leftarrow$  falso;
33 return  $S'$ ;

```

Figura 28 – Fluxograma operador *Modo_de_Operação_Saída* (1 iteração)



Fonte: Autoria Própria (2025)

5.3.4.4 Troca_Cliente_Drone

O operador *troca_cliente_drone* é uma estratégia de vizinhança composta, que explora o espaço de solução por meio da realocação de clientes entre drones e caminhões, seguida da aplicação do operador 2-opt antes da verificação de melhoria. O objetivo consiste em identificar configurações que reduzam o custo total da solução, respeitando as restrições operacionais do sistema colaborativo. A **Figura 29** apresenta o fluxograma do procedimento, enquanto o **Algoritmo 16** descreve seu pseudocódigo.

O processo inicia-se com a criação de uma cópia da solução original (solução candidata) e o cálculo de seu custo inicial. Caso não existam rotas de drones ou caminhões, a solução candidata é descartada e a original é mantida. Em seguida, seleciona-se aleatoriamente um drone e define-se o cliente de referência, que pode ser o último nó da rota ou aquele associado à carga transportada.

Na etapa seguinte, percorrem-se os caminhões da solução para identificar pontos de troca viáveis. Caminhões incompatíveis, por não atenderem o cliente em questão ou por apresentarem restrições de acoplamento, são descartados. Para cada caminhão elegível, gera-se uma lista de clientes candidatos à troca, aplicando filtros para eliminar casos inconsistentes, como clientes adjacentes ou rotas muito curtas. Havendo candidatos válidos, um cliente é selecionado aleatoriamente para a troca.

A operação envolve a atualização das rotas do drone e do caminhão, bem como o

ajuste das cargas associadas. Caso a troca implique violação da capacidade, a operação é revertida. Após uma troca bem-sucedida, aplica-se o operador 2-opt às rotas dos caminhões e calcula-se o novo custo total da solução. A solução candidata é aceita se apresentar redução no custo; caso contrário, mantém-se a solução original.

Algoritmo 16: Operador *troca_cliente_drone*

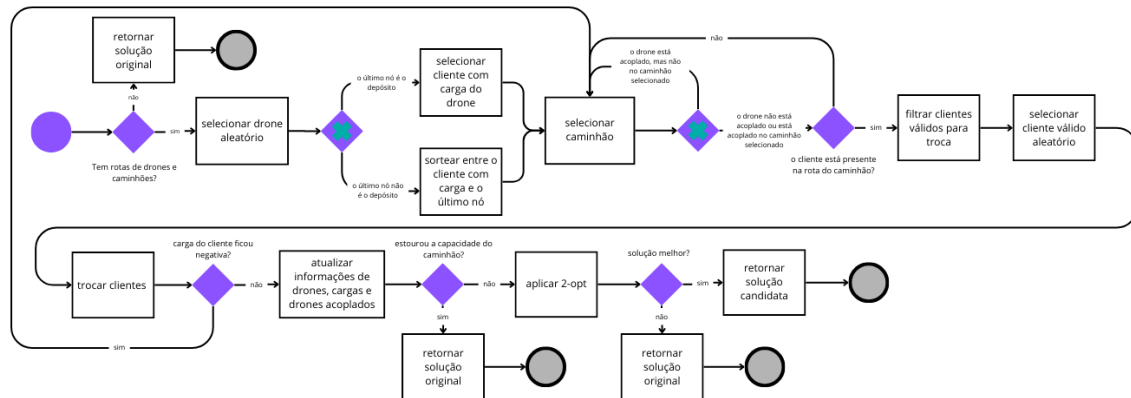
Input: Solução melhorada S'

```

1 Criar cópia  $S''$  de  $S'$ ;
2 if não há drones ou caminhões em  $S''$  then
3   | return  $S'$ ;
4 end
5 repeat
6   Selecionar aleatoriamente um drone  $d$  de  $S''$ ;
7   if último nó de  $d$  é depósito then
8     |  $c \leftarrow$  cliente com carga;
9   end
10  else
11    |  $c \leftarrow$  sorteio entre cliente com carga e último nó da rota;
12  end
13  for cada caminhão  $T$  em  $S''$  do
14    if drone não está acoplado em  $T$  ou  $T$  não atende  $c$  then
15      | continue;
16    end
17    Obter lista de clientes candidatos em  $T$  (exceto  $c$ );
18    Filtrar candidatos inválidos (adjacentes na rota do drone);
19    if lista vazia then
20      | continue;
21    end
22    Selecionar aleatoriamente  $c_{troca}$  da lista;
23    if  $c$  é cliente com carga do drone then
24      | Ajustar cargas do caminhão;
25      | if carga negativa then
26        | desfazer troca e continue;
27      | end
28    end
29    Atualizar rota do drone substituindo  $c$  por  $c_{troca}$ ;
30    Atualizar cargas, custos e lista de clientes;
31    if caminhão excede capacidade then
32      | return  $S'$ ;
33    end
34    Atualizar custo do caminhão;
35    Encerrar após primeira troca bem-sucedida;
36  end
37  Aplicar 2-opt nas rotas dos caminhões em  $S''$ ;
38  if  $\text{custo}(S'') < \text{custo\_orig}(S')$  then
39    |  $S' \leftarrow S''$ ;
40    | melhoria  $\leftarrow$  verdadeiro;
41  end
42 until melhoria  $\leftarrow$  falso;
43 return  $S'$ ;

```

Figura 29 – Fluxograma operador *troca_cliente_drone* (1 iteração)



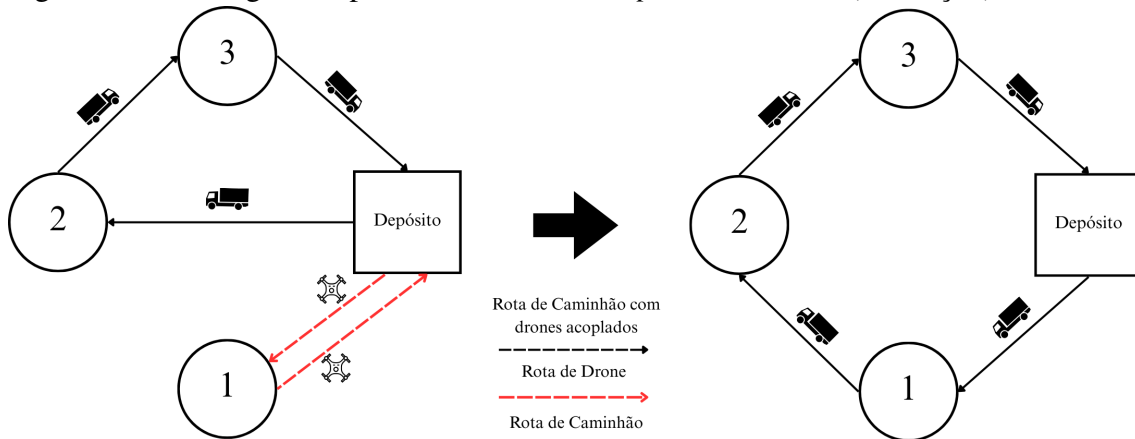
Fonte: Autoria Própria (2025)

5.3.4.5 *Mover_Drone_Para_Caminhão*

O operador *mover_drone_para_caminhao* busca realocar clientes de drone para a rota de um caminhão. O procedimento inicia-se com a criação de uma cópia da solução original (solução candidata) e o cálculo do custo de referência. Caso não existam rotas de drones ou caminhões, ou se o drone selecionado não parte do depósito, a solução original é mantida. Se o drone estiver acoplado a um caminhão, este caminhão é selecionado e o “acoplamento” é removido. Caso contrário, escolhe-se um caminhão aleatório. Em seguida, verifica-se a capacidade do caminhão para receber a carga. Se for insuficiente, retorna-se à solução original.

O cliente do drone é então realocado para a rota do caminhão sob duas possibilidades: caso já exista na rota do caminhão, a carga é consolidada; caso contrário, o cliente é inserido aleatoriamente na rota (Figura 30). Após a transferência, o drone é removido da solução e aplica-se o operador 2-opt para refinar a rota do caminhão.

Calcula-se e compara-se o custo da solução candidata ao original. Se houver melhoria, a solução é aceita; senão, mantém-se a solução inicial. O **Algoritmo 17** descreve seu pseudocódigo e O fluxograma da **Figura 31** ilustra o processo.

Figura 30 – Fluxograma operador *mover_drone_para_caminhao* (1 iteração)

Fonte: Autoria Própria (2025)

Algoritmo 17: Operador *mover_drone_para_caminhao*

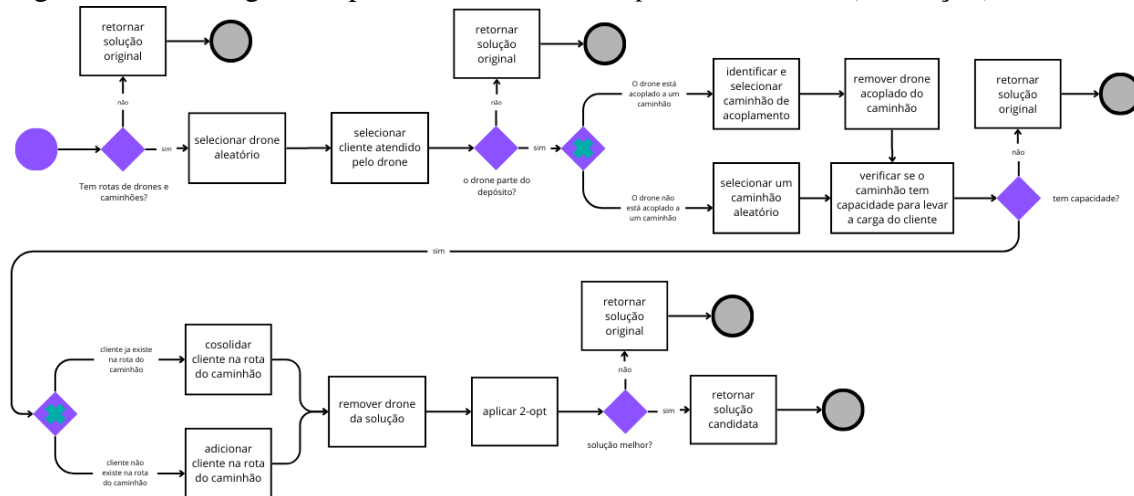
Input: Solução melhorada S'

```

1   $S'' \leftarrow$  cópia de  $S'$ ;
2   $custo\_orig \leftarrow$  calcular custo de  $S'$ ;
3  if não há drones ou caminhões then
4    | return  $S'$ ;
5  end
6  repeat
7    Selecionar aleatoriamente um drone  $d$ ;
8    Obter cliente e carga finais da rota de  $d$ ;
9    if  $d$  não sai do depósito ou possui mais de dois clientes then
10   | return  $S$ ;
11  end
12  if  $d$  está acoplado then
13    | Selecionar caminhão correspondente;
14    | Reduzir número de drones acoplados ao cliente;
15  else
16    | Selecionar caminhão aleatório;
17  end
18  if o caminhão não tem capacidade suficiente then
19    | return  $S'$ ;
20  end
21  if cliente já está na rota do caminhão then
22    | Consolidar carga no cliente;
23  end
24  else
25    | Inserir cliente aleatoriamente na rota do caminhão;
26  end
27  Remover drone  $d$  da solução;
28  Recalcular custo do caminhão;
29  Aplicar 2-opt nas rotas;
30  if  $custo(S'') < custo\_orig(S')$  then
31    |  $S' \leftarrow S''$ ;
32    | melhoria  $\leftarrow$  verdadeiro;
33  end
34 until melhoria  $\leftarrow$  falso;
35 return  $S'$ ;

```

Figura 31 – Fluxograma operador *mover_drone_para_caminhao* (1 iteração)

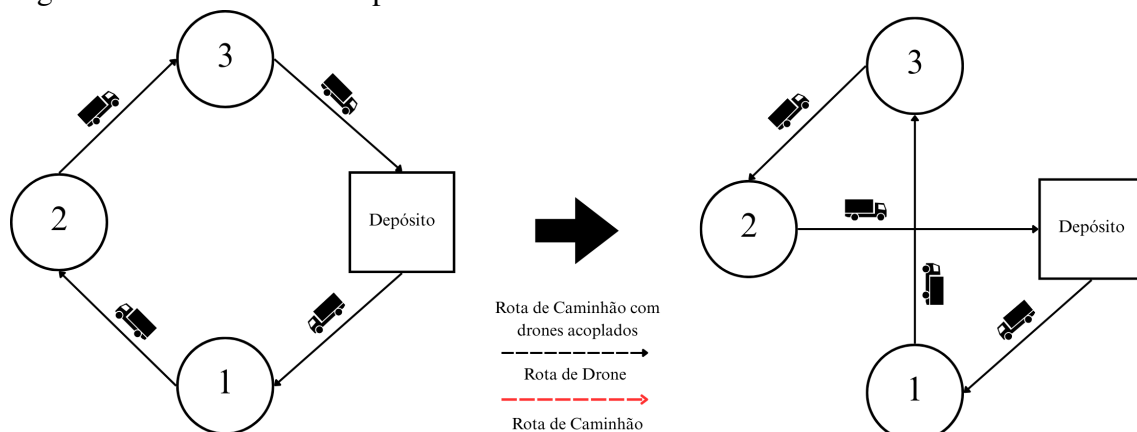


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.3.4.6 *Two_Opt*

O operador *two_opt* tem como objetivo melhorar a eficiência das rotas de caminhões por meio da heurística 2-opt. O procedimento inicia com a criação de uma cópia da solução original e, em seguida, percorre cada caminhão para avaliar possíveis inversões de subsequências de clientes em sua rota (Figura 32). Em cada tentativa, calcula-se o novo custo associado, preservando tanto as cargas transportadas quanto os drones que possam estar acoplados.

Figura 32 – Movimento 2-opt



Fonte: Autoria Própria (2025)

Quando uma inversão resulta em redução do custo, a solução é imediatamente atualizada, seguindo a estratégia de *First Improvement*, e os custos globais são recalculados. Esse processo não altera a alocação geral de clientes entre veículos, mas atua como um

refinamento local, buscando rotas mais curtas e, conseqüentemente, a diminuição do custo variável de transporte. O fluxograma (Figura 33) e o pseudocódigo (Algoritmo 18) são apresentados abaixo.

Algoritmo 18: Operador *two_opt_on_truck*

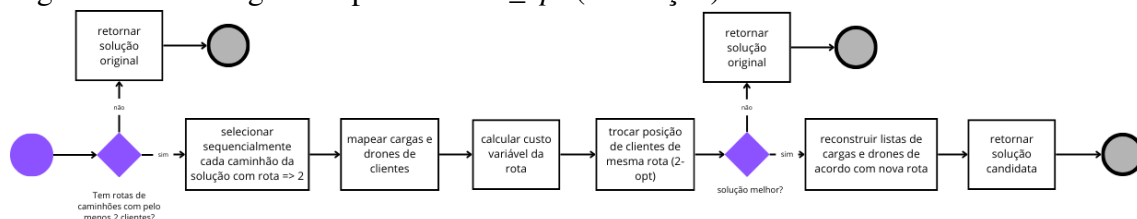
Input: Solução melhorada S'

```

1   $S'' \leftarrow \text{copiar}(S')$ ;
2   $\text{custo\_orig} \leftarrow \text{calcular\_custo}(S')$ ;
3  if não há caminhões then
4  |   return  $S$ 
5  end
6  foreach caminhão  $T \in S''$  do
7  |   if  $|\text{rota}(T)| < 2$  then
8  | |   continuar
9  |   end
10 |    $\text{melhor\_rota} \leftarrow \text{rota}(T)$ ,    $\text{melhor\_custo} \leftarrow \text{custo}(\text{rota}(T))$ ;
11 |    $\text{melhoria} \leftarrow \text{verdadeiro}$ ;
12 |   repeat
13 | |    $\text{melhoria} \leftarrow \text{falso}$ ;
14 | |   for  $i \leftarrow 1$  to  $|\text{rota}(T)| - 1$  do
15 | | |   for  $j \leftarrow i + 1$  to  $|\text{rota}(T)|$  do
16 | | | |    $\text{rota\_cand} \leftarrow \text{inverter segmento } [i, j]$ ;
17 | | | |   if  $\text{custo}(\text{rota\_cand}) < \text{melhor\_custo}$  then
18 | | | | |    $\text{melhor\_rota}, \text{melhor\_custo} \leftarrow \text{rota\_cand}, \text{custo}(\text{rota\_cand})$ ;
19 | | | | |    $\text{melhoria} \leftarrow \text{verdadeiro}$ ;
20 | | | |   break;
21 | | |   end
22 | |   end
23 | |   if  $\text{melhoria}$  then
24 | | |   break
25 | |   end
26 |   end
27 |   until  $\text{melhoria}$ ;
28 |   if  $\text{melhor\_custo} < \text{custo}(\text{rota}(T))$  then
29 | |   Atualizar  $\text{rota}(T) \leftarrow \text{melhor\_rota}$ ,  $\text{custo}(T)$ ;
30 |   end
31 end
32 if  $\text{custo}(S'') < \text{custo\_orig}(S')$  then
33 |    $S' \leftarrow S''$ ;
34 end
35 return  $S'$ 

```

Figura 33 – Fluxograma operador *Two_opt* (1 iteração)



Fonte: Autoria Própria (2025)

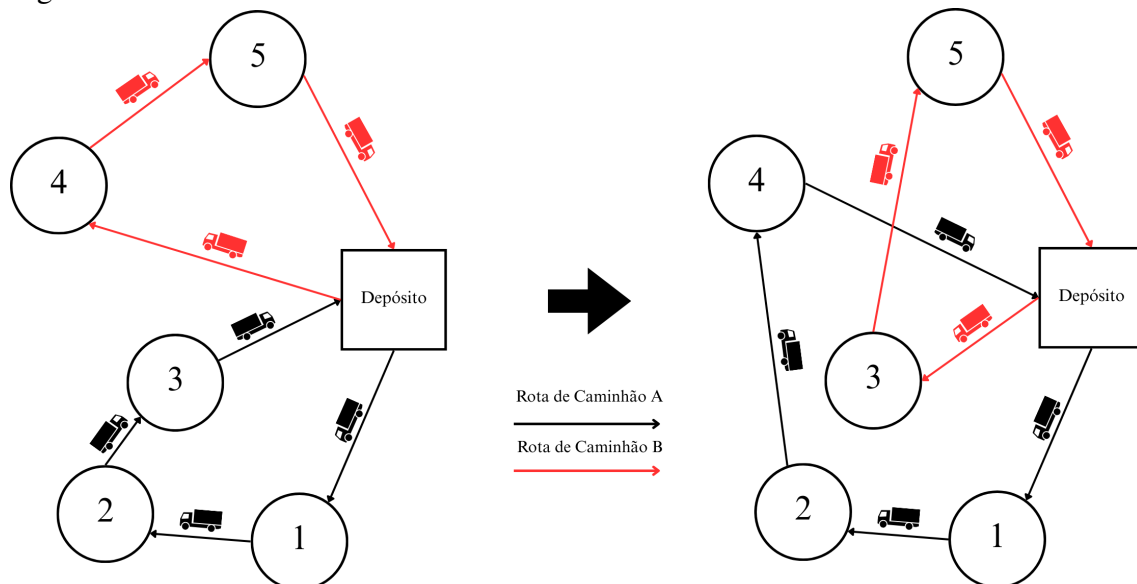
5.3.4.7 Troca_Cliente_Caminhão

O operador *troca_cliente_Caminhão* busca explorar soluções alternativas por meio da realocação de clientes entre diferentes rotas de caminhões. O processo inicia-se pela verificação da existência de ao menos dois caminhões com rotas viáveis. Caso contrário, a solução original é mantida.

Quando aplicável, dois caminhões são selecionados aleatoriamente (denominados A e B). Em seguida, escolhe-se um cliente da rota de A e outro da rota de B, garantindo que ambos sejam distintos. Antes da troca, é realizada a verificação de viabilidade em termos de capacidade de carga e do número de drones associados a cada caminhão, assegurando que as restrições do problema sejam respeitadas.

Se os requisitos forem atendidos, os clientes são trocados entre as rotas de A e B, atualizando-se as cargas transportadas e as associações dos drones (Figura 34). A solução resultante passa ainda pela aplicação da heurística 2-opt, com o objetivo de refinar a sequência de visitas de cada caminhão.

Figura 34 – Movimento de troca de cliente entre caminhões



Fonte: Autoria Própria (2025)

O custo da nova solução é calculado e comparado ao da configuração original. Caso represente uma melhoria, a solução candidata é aceita; do contrário, a estrutura inicial é retornada. A **Figura 35** apresenta o fluxograma e o **Algoritmo 19** apresenta o pseudocódigo.

Algoritmo 19: Operador *troca_cliente_caminhão*

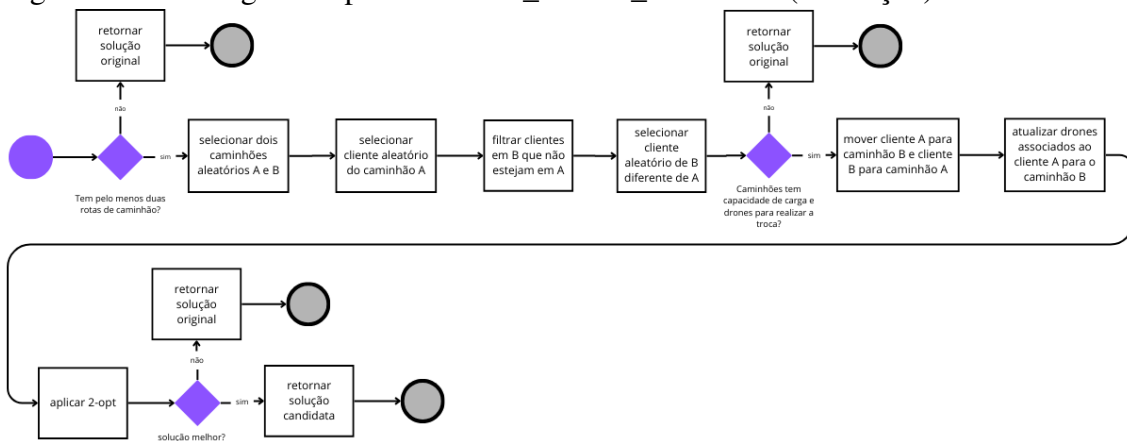
Input: Solução melhorada S'

```

1  $S'' \leftarrow \text{copiar}(S')$ ;
2  $\text{custo\_orig} \leftarrow \text{calcular\_custo}(S')$ ;
3 if menos de dois caminhões com rota then
4   | return  $S'$ 
5 end
6 repeat
7   Selecionar caminhões  $A, B$  com rotas não vazias;
8   Selecionar cliente  $c_A \in A$ , cliente  $c_B \in B \setminus A$ ;
9   if  $c_B$  inexistente then
10    | return  $S$ 
11  end
12  if  $\text{troca } c_A \leftrightarrow c_B$  viola capacidade ou limite de drones then
13    | return  $S'$ 
14  end
15  Trocar  $c_A \leftrightarrow c_B$  em  $A, B$ , atualizar custos;
16  foreach drone  $d$  do
17    Atualizar caminhão se associado a  $c_A$  ou  $c_B$ ;
18    if  $\text{rota}(d)$  curta ou última visita = cliente com carga then
19      | Ajustar cargas, remover  $d$ ;
20    end
21  end
22  Aplicar 2-opt em  $S''$ ;
23  if  $\text{custo}(S'') < \text{custo\_orig}(S')$  then
24    |  $S' \leftarrow S''$ ;
25     $\text{melhoria} \leftarrow \text{verdadeiro}$ ;
26  end
27 until  $\text{melhoria} \leftarrow \text{falso}$ ;
28 return  $S'$ ;

```

Figura 35 – Fluxograma operador *Troca_Cliente_Caminhão* (1 iteração)



Fonte: Autoria Própria (2025)

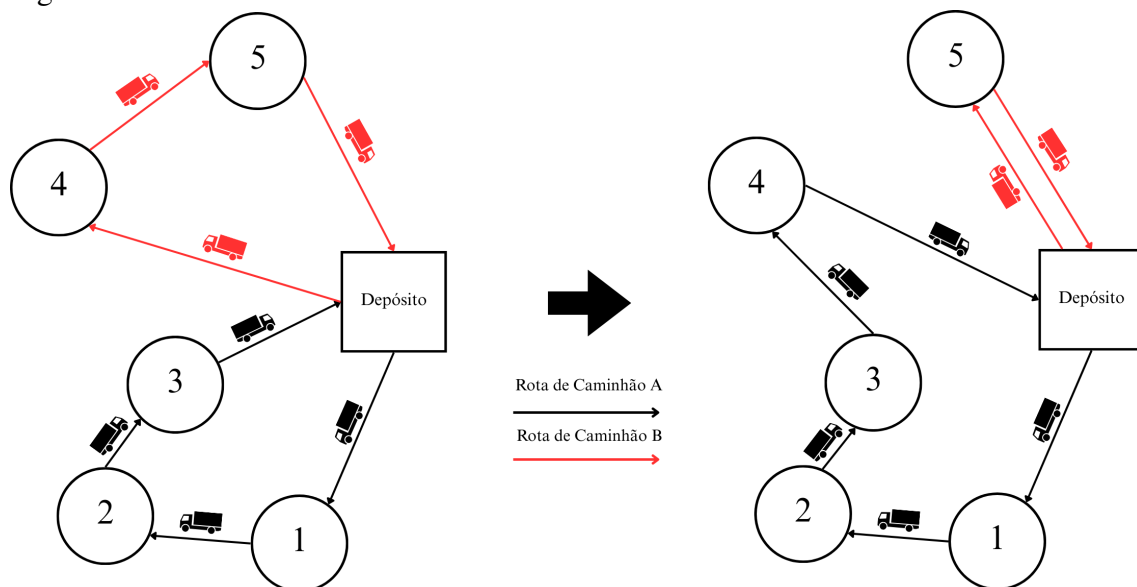
5.3.4.8 *Mover_Cliente_Caminhão*

O operador *mover_cliente_caminhão* busca explorar soluções alternativas por meio da realocação de clientes entre rotas de caminhões distintos. Inicialmente, verifica-se a existência de pelo menos dois veículos com rotas viáveis. Caso essa condição não seja atendida, a solução original é imediatamente mantida.

Se aplicável, dois caminhões distintos (A e B) são selecionados aleatoriamente. Em seguida, um cliente da rota de A é escolhido e avalia-se a viabilidade de sua transferência para B, considerando simultaneamente as restrições de capacidade de carga e de drones associados. Caso as restrições não possam ser atendidas, a solução é descartada.

Na ocorrência de viabilidade, o cliente é removido da rota de A, juntamente com suas cargas e drones vinculados. Se a rota de A tornar-se vazia, o caminhão é eliminado da solução. Posteriormente, o cliente é adicionado à rota de B, consolidando-se cargas e drones caso o cliente já esteja presente na rota, ou inserindo-o como novo ponto de atendimento, se ainda não existir na rota de B. A **Figura 36** apresenta um exemplo do movimento realizado.

Figura 36 – Movimento mover cliente entre caminhões



Fonte: Autoria Própria (2025)

Após a atualização das rotas, as associações dos drones são ajustadas de acordo com o novo caminhão, eliminando drones inviáveis ou redundantes. A solução candidata resultante é então refinada por meio da heurística 2-opt, aplicada às rotas dos caminhões, com o intuito de otimizar a ordem de atendimento.

Calcula-se o custo total da nova solução. Caso o resultado represente uma melhoria em relação ao custo original, a solução modificada é aceita; caso contrário, preserva-se a configuração inicial. A **Figura 37** apresenta o fluxograma e o **Algoritmo 20** apresenta o pseudocódigo.

Algoritmo 20: Operador *mover_cliente_caminhão*

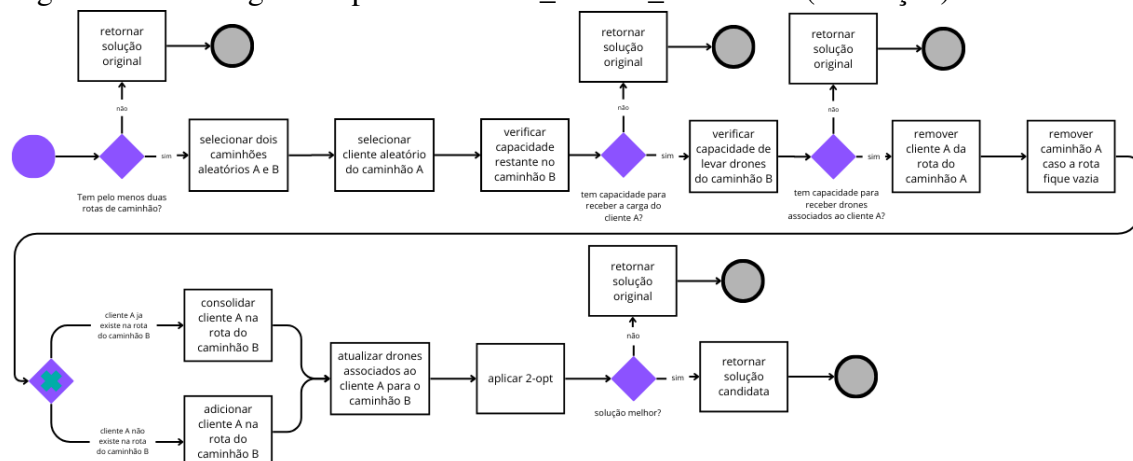
Input: Solução melhorada S'

```

1   $S'' \leftarrow \text{copiar}(S')$ ;
2   $\text{custo\_orig} \leftarrow \text{calcular\_custo}(S')$ ;
3  if menos de dois caminhões com rota then
4  |   return  $S'$ 
5  end
6  repeat
7  |   Selecionar caminhões distintos  $A, B$  e cliente  $c \in \text{rota}(A)$ ;
8  |   if  $B$  não tem capacidade para  $c$  then
9  | |   return  $S'$ 
10 |   end
11 |   Remover  $c$  de  $A$  (e drones/carga);
12 |   if  $\text{rota}(A) = \emptyset$  then
13 | |   remover  $A$ 
14 |   end
15 |   ;
16 |   Atualizar custo de  $A$ ;
17 |   if  $c \in \text{rota}(B)$  then
18 | |   consolidar carga/drones
19 |   else
20 | |   inserir  $c$  em  $B$ 
21 |   end
22 |   ;
23 |   Atualizar custo de  $B$ ;
24 |   foreach drone  $d$  associado a  $c$  do
25 | |   Atualizar caminhão acoplado;
26 | |   if  $\text{rota}(d)$  curta ou última visita = cliente com carga then
27 | | |   Ajustar carga em  $B$ , remover  $d$ ;
28 | |   end
29 |   end
30 |   Aplicar 2-opt em  $S''$ ;
31 |   if  $\text{custo}(S'') < \text{custo\_orig}(S')$  then
32 | |    $S' \leftarrow S''$ ;
33 | |   melhoria  $\leftarrow$  verdadeiro;
34 |   end
35 until melhoria  $\leftarrow$  falso;
36 return  $S'$ ;

```

Figura 37 – Fluxograma operador *Mover_Cliente_Caminhão* (1 iteração)

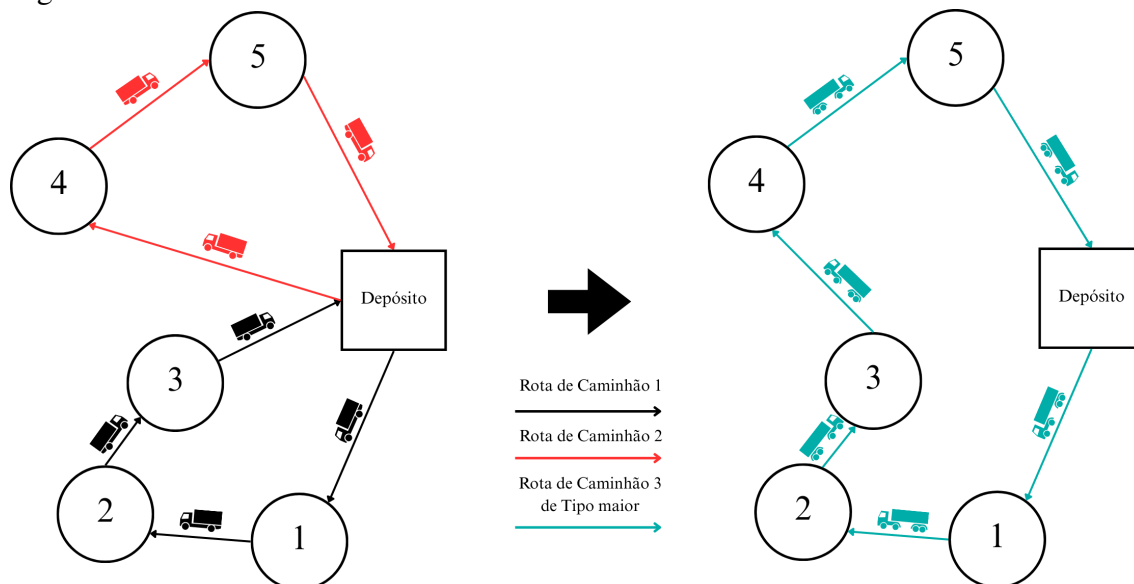


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.3.4.9 Consolidar_Rotas_Caminhão

O operador *consolidar_rotas_caminhão* tem como objetivo reduzir o número de caminhões utilizados e explorar ganhos de eficiência a partir da consolidação de rotas (Figura 38). O procedimento inicia-se verificando a existência de pelo menos dois caminhões em operação. Caso contrário, a solução original é mantida.

Figura 38 – Movimento de consolidar rotas de caminhões



Fonte: Autoria Própria (2025)

Selecionam-se apenas os veículos com rotas ativas e, entre eles, escolhe-se aleatoriamente um caminhão para sofrer *um upgrade* de tipo (capacidade maior), sendo este promovido a uma categoria superior disponível. Essa atualização implica na modificação

de seu custo fixo e de suas capacidades de carga e transporte de drones acoplados.

Após o aumento de capacidade, o caminhão atualizado torna-se candidato a receber clientes de outros veículos. Para isso, seleciona-se iterativamente um cliente de uma rota distinta, verificando se sua carga e seus drones associados podem ser alocados no novo caminhão. Caso seja viável, o cliente é transferido, consolidando-se cargas e drones caso já exista na rota ou inserindo-o como novo ponto de atendimento caso contrário. Quando necessário, as associações de drones são ajustadas, garantindo consistência entre as rotas.

Esse processo continua até que o caminhão atualizado atinja sua capacidade máxima ou não existam mais clientes viáveis para transferência. Como etapa de refinamento, aplica-se a heurística 2-opt às rotas. Por fim, calcula-se o custo total da solução candidata. Caso esta represente melhoria em relação à solução original, a nova configuração é aceita; do contrário, preserva-se a solução inicial.

Conforme descrito, o **Algoritmo 21** apresenta o pseudocódigo e as etapas detalhadas da operação, como ilustrado na **Figura 39**.

Algoritmo 21: Operador *Consolidar_Rotas_Caminhão*

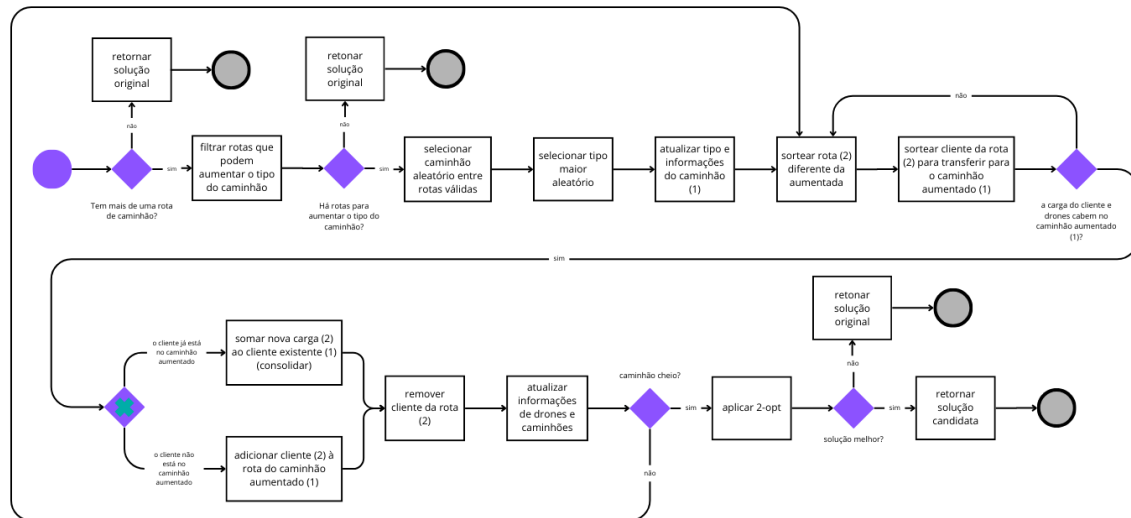
Input: Solução melhorada S'

```

1  $S'' \leftarrow \text{copiar}(S')$ ;
2  $\text{custo\_orig} \leftarrow \text{calcular\_custo}(S')$ ;
3 if menos de dois caminhões com rota then
4   | return  $S'$ ;
5 end
6 repeat
7   Selecionar caminhão rota_sorteada com tipo < máximo;
8   Escolher tipo superior disponível e atualizar atributos;
9   Função atualizar_drones(id_antigo, id_novo, cliente);;
10  begin
11    Atualizar IDs de drones acoplados;
12    Se rota curta ou última visita = cliente com carga  $\rightarrow$  ajustar carga e
        remover drone;
13  end
14  while rota_sorteada não cheia do
15    Selecionar cliente de outro caminhão;
16    if não cabe em rota_sorteada then
17      | encerrar laço
18    end
19    Remover cliente do caminhão origem;
20    if já existe em rota_sorteada then
21      | consolidar carga/drones
22    else
23      | inserir cliente
24    end
25    ;
26    Se houve carga tipo 1 ou drones  $\rightarrow$  chamar atualizar_drones;
27    Atualizar custos e carga total;
28  end
29  Aplicar 2-opt em  $S''$ ;
30  if  $\text{custo}(S'') < \text{custo\_orig}(S')$  then
31    |  $S' \leftarrow S''$ ;
32    | melhoria  $\leftarrow$  verdadeiro;
33  end
34 until melhoria  $\leftarrow$  falso;
35 return  $S'$ ;

```

Figura 39 – Fluxograma operador *Consolidar_Rotas_Caminhão* (1 iteração)



Fonte: Autoria Própria (2025)

A combinação dos três procedimentos de shaking com as nove estruturas de vizinhança permite que o VNS implementado explore de forma abrangente as diferentes características do problema, investigando múltiplas regiões do espaço de soluções.

6 TESTES COMPUTACIONAIS

Os testes computacionais exercem um papel fundamental na análise do desempenho tanto dos modelos matemáticos quanto da metaheurística, permitindo avaliar, a partir das instâncias utilizadas e das soluções obtidas, a qualidade e a robustez de cada abordagem. Nesse contexto, os experimentos realizados com os modelos matemáticos têm como objetivo a obtenção de soluções exatas, enquanto a aplicação da metaheurística VNS visa à geração de boas soluções em menor tempo computacional. Essa estrutura possibilita uma comparação sistemática entre os dois métodos e, consequentemente, a validação da metaheurística proposta.

6.1 Introdução

Os testes apresentados neste capítulo têm como objetivo inicial avaliar o desempenho dos modelos propostos em um cenário próximo às condições reais. Para isso, foi construída uma instância baseada em estimativas de custo dos veículos e nas distâncias reais entre diferentes pontos da cidade de Mossoró, localizada no estado do Rio Grande do Norte. A elaboração dessa instância realista visa tanto validar a viabilidade de aplicação prática do modelo quanto à demonstração de como as soluções obtidas poderiam ser efetivamente implementadas no contexto logístico local.

Adicionalmente, foram geradas pequenas instâncias aleatórias, porém condizentes com um problema real, as quais são passíveis de serem resolvidas de forma exata em tempo computacional razoável. Essas instâncias permitem analisar o desempenho do modelo SDVRPD e do modelo SDVRPD adaptado em comparação com o modelo SDVRP, possibilitando verificar se a inclusão e identificação de drones contribuem para uma performance superior em relação à versão que não contempla esses veículos aéreos.

Por fim, a utilização dessas instâncias aleatórias também possibilita a comparação e a validação da metaheurística, por meio da avaliação do GAP entre a solução aproximada e a solução ótima obtida pelo método exato. Essa análise fornece uma medida objetiva da qualidade das soluções geradas, permitindo aferir a eficiência e a robustez da metaheurística VNS implementada para o problema SDVRPD.

Todos os testes foram conduzidos em um computador AMD Ryzen 7 7735HS com Radeon Graphics de 3.20 GHz, contando com 16 GB de RAM e placa de vídeo NVIDIA

matriz de distâncias resultante dessa medição está apresentada na **Tabela 4**.

Tabela 4 – Matriz de distâncias

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0.8	1	1	2	2.4	2	2.2	2.6
1	0.5	0	0.65	1.2	2.5	2.4	2	2.1	2.7
2	1.2	0.75	0	2.1	3.1	2.1	1.6	1.7	3.4
3	0.85	1.9	2	0	1.5	2.3	2.6	2.9	3.6
4	2	2.6	2.6	1.5	0	1.2	3.3	3.6	5
5	2.7	2.3	2.1	2.2	1.2	0	2.2	2.5	5.8
6	2.4	1.9	1.6	2.7	3.5	2.2	0	0.26	4.6
7	2.6	2.2	1.7	3	3.8	2.5	0.26	0	4.8
8	2.3	3	3.5	3.5	4.3	4.7	4.3	4.4	0

Fonte: Autoria Própria (2025)

Em relação aos veículos terrestres, foram considerados cinco tipos, baseando-se na frota utilizada pelos Correios do Brasil, que disponibiliza em seus documentos oficiais informações sobre as capacidades e especificações técnicas de cada veículo (Correios – Empresa Brasileira de Correios e Telégrafos, 2020). Para cada um desses veículos, foi estimado um custo fixo de utilização, levando em conta fatores como salário do operador, custos de manutenção e custos gerais anuais. Além disso, foram considerados custos variáveis com base, principalmente, no consumo de combustível por quilômetro percorrido.

No que se refere aos drones, foi selecionado o drone DJI *Flycart 30*, um modelo da DJI voltado especificamente para entregas (DJI, 2025). Assim como os Correios, a DJI também disponibiliza informações técnicas sobre o drone, que foram utilizadas para definir sua capacidade de carga e seus custos variáveis de operação. Dessa forma, os parâmetros utilizados para a construção da instância podem ser observados na **Tabela 5**.

A partir da instância gerada, foram executados os testes dos modelos SDVRPD e SDVRP utilizando o CPLEX *Concert Technology C++*, versão 22.1.1 e os grafos dos resultados foram gerados a partir de uma ferramenta de visualização de grafos *online*, o edotor.net. O teste computacional para o SDVRPD resultou em uma rota que combina um veículo terrestre com cinco drones, permitindo atender eficientemente a todas as demandas dos clientes. Entre os clientes atendidos, quatro foram atendidos de forma fracionada, com a colaboração do caminhão e um drone; um cliente foi atendido exclusivamente por um drone, e os demais foram atendidos apenas pelos caminhões. Além disso, três dos

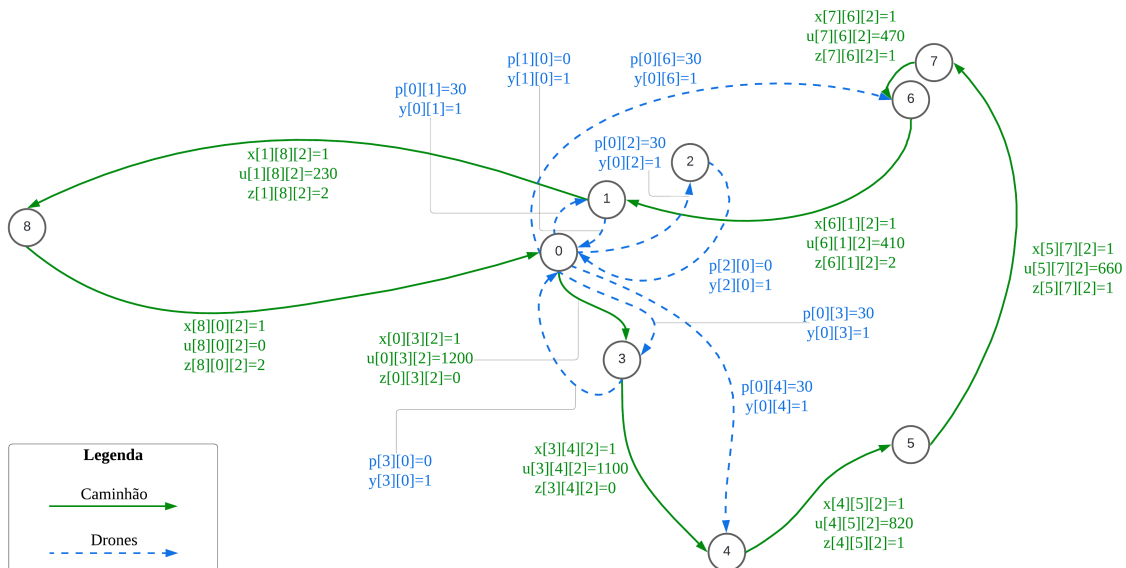
Tabela 5 – Parâmetros da instância

Parâmetros dos Caminhões	
F_k	86, 122, 153, 212, 293
m_k	3, 2, 2, 3, 2
Q_k	0, 2, 2, 3, 4
T_k	166, 600, 1200, 3000, 7000
Parâmetros dos Drones	
W	15
D	30
Demanda Dos Clientes	
d	0, 210, 30, 130, 310, 160, 90, 190, 230

Fonte: Autoria Própria (2025)

cinco drones retornaram ao depósito de forma autônoma, enquanto os outros dois drones retornaram acoplados ao caminhão. A rota obtida pela solução exata está representada em um grafo ilustrado na **Figura 41**.

Figura 41 – Grafo para instância real SDVRPD

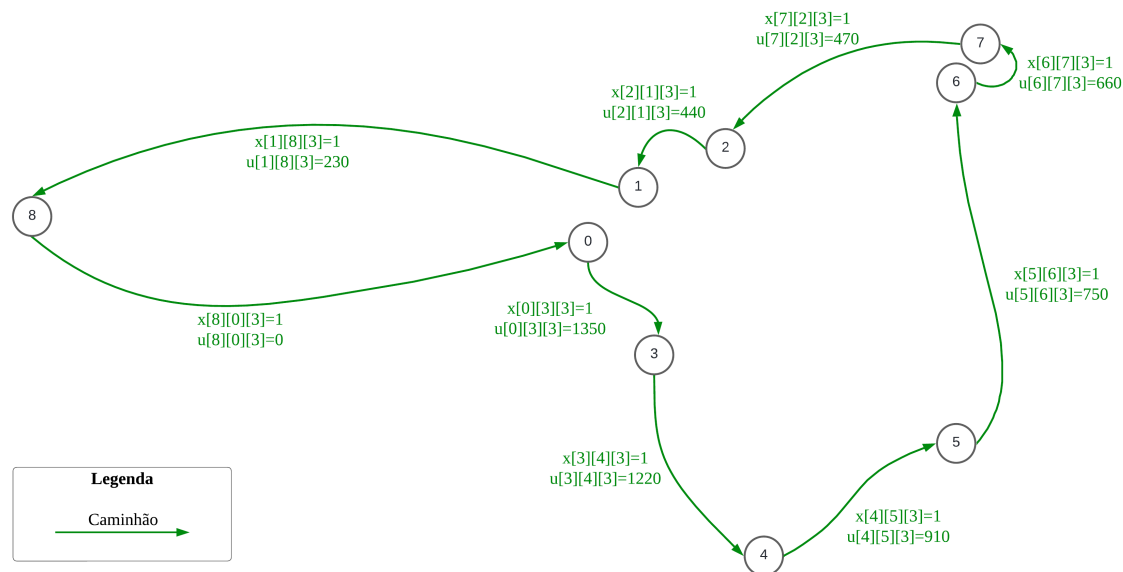


Fonte: Autoria Própria (2025)

No caso do modelo SDVRP, a rota gerada utilizou um veículo terrestre de maior capacidade em comparação ao utilizado no SDVRPD. O cliente que havia sido atendido exclusivamente pelo drone no SDVRPD foi incorporado à rota do caminhão no SDVRP, e a ordem de atendimento dos clientes 6 e 7 foi invertida. A rota gerada para o modelo SDVRP está representada por um grafo direcionado, ilustrado na **Figura 42**. Os resultados computacionais para ambos os modelos estão apresentados na **Tabela 6**.

Observa-se que o modelo que incorpora drones nas entregas apresentou uma

Figura 42 – Grafo para instância real SDVRP



Fonte: Autoria Própria (2025)

Tabela 6 – Resultados dos Testes Computacionais

Modelo	Função Objetivo (Custo)	Tempo de execução (segundos)
SDVRP	233,096	0,08
SDVRPD	185,732	0,14

Fonte: Autoria Própria (2025)

redução significativa de custos, da ordem de 20,32%, em comparação com o modelo que utiliza exclusivamente caminhões. Este ganho no modelo com drones também se apresenta nos testes com as demais instâncias, o que evidencia a eficiência superior do modelo SDVRPD em relação ao modelo tradicional de entregas. A superioridade observada pode ser atribuída ao fato de que a colaboração entre caminhões e drones permite uma alocação mais eficiente dos recursos de transporte, resultando em menos quilômetros percorridos por caminhões, menor consumo de combustível e otimização da capacidade dos veículos.

6.3 Testes de instâncias fictícias

Para aprofundar a análise, foram elaboradas instâncias de teste geradas aleatoriamente, as quais foram submetidas a experimentos envolvendo tanto os modelos matemáticos SDVRP, SDVRPD e sua versão adaptada, quanto a metaheurística. Essas instâncias contemplam diferentes quantidades de nós e distintos tipos de caminhões incorporados ao processo de roteamento. Embora tenham sido geradas de forma aleatória, seguem características previamente estabelecidas, descritas a seguir.

- A quantidade total de nós "n", incluindo depósito e clientes, foi fixada nos valores 5,

10, 15, 20 ou 25.

- O número de tipos de caminhões "m" considerados no roteamento foi definido como 2, 3 ou 5.
- Com base em valores reais encontrados nas pesquisas anteriores, o custo fixo para os diferentes tipos de caminhões foi gerado aleatoriamente entre R\$ 80,00 e R\$ 350,00.
- Os custos variáveis relacionados ao deslocamento de veículos ao longo de um arco (i, j) foram gerados aleatoriamente dentro de um intervalo de R\$ 0,00 a R\$ 20,00.
- As demandas dos clientes variaram aleatoriamente entre 20 kg e 250 kg. Esse intervalo de valores foi definido para tentar ter maior aproveitamento das capacidades dos caminhões.
- A disponibilidade de veículos no depósito foi estipulada entre 1 e 5 caminhões para cada tipo k , e entre 1 e 20 drones.
- As capacidades dos veículos foram definidas com base em dados reais; assim, os veículos terrestres podem possuir capacidade entre 150 kg e 2000 kg, enquanto os drones podem transportar entre 20 kg e 60 kg.
- As capacidades e os custos fixos dos caminhões foram ordenados de forma crescente, relacionando as menores capacidades aos menores custos fixos, visando manter uma proporcionalidade adequada entre esses parâmetros.
- A capacidade de um caminhão para transportar drones acoplados varia de 0 a 10 drones por veículo.

Essas definições visam garantir a robustez dos experimentos e permitir uma análise comparativa entre as diferentes configurações testadas.

6.3.1 *Análise de resultados dos Modelos Matemáticos*

A **Tabela 7** apresenta os resultados obtidos para as instâncias geradas, considerando a comparação entre os modelos SDVRP, SDVRPD e SDVRPD adaptado. Cada instância é definida pela notação "m_n", que representa a quantidade de tipos de caminhões e a quantidade de clientes, enquanto "C" define a quantidade de caminhões utilizados na solução e "D" a quantidade de drones.

Nota-se, de forma geral, que o SDVRP apresenta os menores tempos computacionais, uma vez que não envolve a complexidade adicional de coordenação entre caminhões e drones. O modelo SDVRPD, por sua vez, demanda maior tempo de processamento em

Tabela 7 – Resultados dos modelos matemáticos em instâncias fictícias

Instância	SDVRP				SDVRPD				SDVRPD Adaptado			
	m_n	C	Custo	Tempo	C	D	Custo	Tempo	C	D	Custo	Tempo
2_5	2	207,82	0.02 s	1	4	147,09	0.03 s	1	4	136,44	0.11 s	
3_5	1	266,84	0.03 s	1	4	230,91	0.03 s	1	4	224,25	0.33 s	
5_5	1	208,67	0.05 s	1	4	176,39	0.06 s	0	13	78,04	0.16 s	
2_10	3	541,67	0.55 s	2	3	501,6	0.92 s	2	3	500,07	11.55 s	
3_10	2	595,93	0.11 s	2	9	546,16	0.33 s	1	11	377,18	6.02 s	
5_10	2	331,03	0.88 s	1	9	307,04	2.73 s	1	11	240,67	21.39 s	
2_15	2	551,91	0.17 s	2	2	516,00	0.48 s	2	2	515,38	109.06 s	
3_15	2	532,20	0.25 s	1	11	344,10	1.59 s	1	11	304,78	39.92 s	
5_15	2	507,86	2.55 s	2	4	485,04	27.52 s	2	4	479,77	208.77 s	
2_20	3	703,19	1.14 s	2	6	521,43	0.91 s	2	7	512,56	111.55 s	
3_20	3	811,00	7.81 s	3	4	763,08	81.66 s	3	4	757,87	4435.94 s	
5_20	2	480,88	11.42 s	2	5	430,72	247.08 s	2	12	407,91	20706.77 s	
2_25	5	725,12	1.27 s	5	3	479,95	4.41 s	5	3	478,59	704.12 s	
3_25	3	879,13	7.36 s	2	10	651,10	5.81 s	2	13	630,66	488.52 s	
5_25	2	412,06	20.45 s	2	2	410,15	2779.69 s	2	4	405,01	4733.70 s	

Fonte: Autoria Própria (2025)

algumas instâncias, mas ainda mantém valores relativamente baixos, variando entre frações de segundo e poucos minutos. Já o SDVRPD adaptado apresenta comportamento distinto: em instâncias pequenas, os tempos permanecem compatíveis com os demais modelos; entretanto, à medida que a dimensão do problema aumenta, observa-se um crescimento expressivo no tempo computacional, chegando a ultrapassar cinco hora em instâncias com 20 clientes.

Essa diferença de desempenho computacional evidencia um *trade-off* entre detalhamento do modelo e viabilidade prática de resolução. Enquanto o SDVRP e o SDVRPD são escaláveis para instâncias de médio porte, o modelo adaptado apresenta limitações, sendo viável apenas em problemas menores ou em cenários específicos em que a identificação de drones seja essencial.

Na **Tabela 8**, são apresentados os resultados referentes às economias obtidas em cada configuração. As três primeiras colunas reúnem os custos associados aos modelos SDVRP, SDVRPD e SDVRPD adaptado, respectivamente. Em seguida, a quarta coluna (I) evidencia a economia alcançada pelo SDVRPD em comparação ao modelo sem drones; a quinta coluna (II) mostra a economia obtida pelo modelo adaptado em relação ao mesmo referencial; e a última coluna (III) indica o ganho adicional proporcionado pela versão adaptada em relação ao SDVRPD.

Tabela 8 – Comparação dos custos e economias dos modelos

Instância	Função Objetivo (Custos)			Economias (%)		
m_n	SDVRP	SDVRPD	SDVRPD Adaptado	I	II	III
2_5	207,82	147,09	136,44	29,22	34,35	7,24
3_5	266,84	230,91	224,25	13,46	15,96	2,88
5_5	208,67	176,39	78,04	15,47	62,60	55,76
2_10	541,67	501,60	500,07	7,40	7,68	0,31
3_10	595,93	546,16	377,18	8,35	36,71	30,94
5_10	331,03	307,04	240,67	7,25	27,30	21,62
2_15	551,91	516,00	515,38	6,51	6,62	0,12
3_15	532,20	344,10	304,78	35,34	42,73	11,43
5_15	507,86	485,04	479,77	4,49	5,53	1,09
2_20	703,19	521,43	512,56	25,85	27,11	1,70
3_20	811,00	763,08	757,87	5,91	6,55	0,68
5_20	480,88	430,72	407,91	10,43	15,17	5,30
2_25	725,12	479,95	478,59	33,81	34,00	0,28
3_25	879,13	651,10	630,66	25,94	28,26	3,14
5_25	412,06	410,15	405,01	0,46	1,71	1,25

Fonte: Autoria Própria (2025)

Os valores confirmam que a introdução de drones no modelo SDVRPD proporciona uma redução significativa dos custos em comparação ao SDVRP, com economias variando de cerca de 0,46% a mais de 35%, dependendo da instância. Em alguns casos, a versão adaptada com identificação de drones amplia ainda mais essa redução, como nas instâncias 5_5 e 3_10, onde as economias acumuladas alcançam 62,6% e 36,7%, respectivamente. Contudo, em algumas instâncias, o ganho adicional em relação ao SDVRPD tende a ser marginal, ao mesmo tempo em que o esforço computacional cresce de maneira acentuada.

Dessa forma, a análise dos resultados demonstra que, embora os drones sejam capazes de trazer ganhos significativos e relevantes sobre o cenário apenas com caminhões, a versão adaptada do modelo deve ser aplicada com cautela, uma vez que seus benefícios em termos de custo podem não compensar o tempo computacional requerido, especialmente em instâncias de maior porte.

6.3.2 Análise de resultados do VNS

A análise dos resultados obtidos com a aplicação da metaheurística VNS foi conduzida em dois cenários distintos. O primeiro consistiu na simulação do problema clássico do SDVRP, em que os drones foram desconsiderados e as estruturas de movimento associadas a eles foram removidas. Dessa forma, as rotas foram geradas exclusivamente com caminhões, possibilitando a comparação direta com os resultados provenientes do modelo matemático exato do SDVRP.

No segundo cenário, o VNS foi aplicado ao SDVRPD, incorporando os drones à estrutura de roteamento de forma mais flexível, permitindo que mais de um drone ande no mesmo arco. Nesse caso, o modelo matemático adaptado foi utilizado como base de comparação, uma vez que, apesar de demandar maior tempo computacional, é o que apresenta os menores custos de solução.

A metodologia experimental adotada considerou a execução de 30 repetições independentes para cada instância, com o objetivo de reduzir o impacto de variações estocásticas e assegurar maior consistência estatística nos resultados. Para cada conjunto de execuções, foram computados os seguintes indicadores: média dos valores da função objetivo ($Custo_{máx}$), desvio padrão (σ), número médio de caminhões ($C_{méd}$) e drones utilizados ($D_{méd}$), tempo médio de execução ($Tempo_{méd}$), valores máximo ($Custo_{máx}$) e mínimo encontrados ($Custo_{min}$), além do GAP médio ($GAP_{méd}$) e do GAP mínimo (GAP_{min}) em relação ao valor ótimo conhecido.

De modo geral, os resultados apresentados na **Tabela 9** evidenciam que o VNS apresentou desempenho satisfatório no SDVRP. Em algumas instâncias, como 3_5 e 5_5, a metaheurística conseguiu alcançar exatamente o valor ótimo. Em outras, embora não tenha obtido a solução ótima, aproximou-se bastante, com GAPs muito baixos. Analisando o GAP mínimo, observa-se que o maior valor registrado foi de apenas 3,54%, o que demonstra que, em pelo menos uma execução, a solução obtida esteve muito próxima do ótimo.

Tabela 9 – Resultados do VNS aplicado ao SDVRP

n_m	Ótimo	$Custo_{máx}$	$Custo_{min}$	$Custo_{méd}$	σ	$Tempo_{méd}$	$D_{méd}$	$C_{méd}$	$GAP_{méd}$	GAP_{min}
2_5	207,82	210,15	209,62	209,89	0,27	1,53 s	0,00	2,00	0,99%	0,87%
2_10	541,67	558,11	558,11	558,11	0,00	1,72 s	0,00	3,00	3,04%	3,04%
2_15	551,91	559,73	554,51	556,93	1,54	3,48 s	0,00	2,00	0,91%	0,47%
2_20	703,19	773,14	717,57	767,63	9,71	3,20 s	0,00	3,00	9,16%	2,04%
2_25	725,12	833,14	736,05	747,45	16,78	6,49 s	0,00	5,03	3,08%	1,51%
3_5	266,84	266,84	266,84	266,84	0,00	0,91 s	0,00	1,00	0,00%	0,00%
3_10	595,93	599,12	596,34	597,17	1,30	2,54 s	0,00	2,00	0,21%	0,07%
3_15	532,20	551,91	537,99	546,56	3,52	5,93 s	0,00	2,00	2,70%	1,09%
3_20	811,00	971,12	833,13	959,67	24,20	6,30 s	0,00	3,00	18,33%	2,73%
3_25	879,13	901,78	889,59	895,78	2,80	5,77 s	0,00	3,00	1,89%	1,19%
5_5	208,67	208,67	208,67	208,67	0,00	0,92 s	0,00	1,00	0,00%	0,00%
5_10	331,03	342,85	336,56	340,25	2,11	2,36 s	0,00	2,00	2,78%	1,67%
5_15	507,86	574,20	517,60	546,50	15,44	3,58 s	0,00	2,00	7,61%	1,92%
5_20	480,88	572,26	497,91	547,45	26,12	10,87 s	0,00	2,00	13,84%	3,54%
5_25	412,06	466,33	419,79	435,64	11,42	34,55 s	0,00	2,00	5,72%	1,88%

Quando analisado o GAP médio, a maioria das instâncias apresentou valores reduzi-

dos, evidenciando a estabilidade do método. Contudo, duas instâncias de maior porte (5_20 e 3_20) apresentaram GAPs médios mais elevados, de 13,84% e 18,33%, respectivamente. Essas mesmas instâncias também mostraram os maiores desvios padrão (26,12 e 24,20), indicando significativa variabilidade entre as execuções. Tal comportamento sugere que, embora a metaheurística seja capaz de explorar boas regiões do espaço de soluções, em instâncias maiores, ainda pode ocorrer o aprisionamento em ótimos locais em algumas execuções, o que explica a discrepância entre o GAP mínimo — bastante baixo — e o GAP médio — mais elevado.

No que se refere ao tempo computacional, todas as execuções apresentaram valores reduzidos, variando entre 0,92 segundos e 34,55 segundos, demonstrando a eficiência do algoritmo mesmo em instâncias mais complexas. Apesar disso, os tempos médios de execução foram superiores aos obtidos pelo modelo matemático exato em instâncias pequenas e médias. Assim, observa-se que, enquanto para problemas de menor escala a resolução exata ainda se mostra mais vantajosa, para instâncias de maior porte a utilização de métodos metaheurísticos como o VNS torna-se recomendada, uma vez que o modelo exato tende a se tornar inviável computacionalmente.

A **Tabela 10** apresenta os resultados do VNS para o problema SDVRPD adaptado. De imediato, destaca-se a primeira instância, na qual o VNS foi capaz de encontrar consistentemente a solução ótima (Ótimo = 136,44), resultando em um GAP médio e mínimo de 0,00%. Este resultado evidencia o potencial da metaheurística em alcançar a otimalidade para determinadas configurações do problema.

Tabela 10 – Resultados do VNS aplicado ao SDVRPD adaptado

n_m	Ótimo	Custo _{máx}	Custo _{min}	Custo _{méd}	σ	Tempo _{méd}	D _{méd}	C _{méd}	GAP _{méd}	GAP _{min}
2_5	136,44	136,44	136,44	136,44	0,00	3,14 s	4,00	1,00	0,00%	0,00%
2_10	500,07	519,46	502,88	508,99	4,05	7,27 s	3,77	2,00	1,78%	0,56%
2_15	515,38	527,09	516,98	522,28	2,28	16,79 s	2,00	2,00	1,34%	0,31%
2_20	512,56	777,23	528,72	733,09	80,65	7,17 s	2,07	2,87	43,03%	3,15%
2_25	478,59	510,70	488,21	497,77	5,21	26,80 s	3,90	5,00	4,01%	2,01%
3_5	224,25	266,84	224,25	242,72	21,45	3,61 s	2,33	1,00	8,24%	0,00%
3_10	377,18	402,38	378,81	390,29	11,06	13,75 s	11,50	1,00	3,48%	0,43%
3_15	304,78	322,96	309,75	317,54	2,59	25,09 s	11,33	1,00	4,19%	1,63%
3_20	757,87	968,26	770,08	917,40	73,75	14,80 s	0,67	3,00	21,05%	1,61%
3_25	630,66	873,88	653,99	719,77	89,73	58,40 s	15,57	2,27	14,13%	3,70%
5_5	78,04	89,28	89,28	89,28	0,00	5,74 s	15,00	0,00	14,40%	14,40%
5_10	240,67	301,95	257,58	271,04	16,91	18,75 s	8,97	1,53	12,62%	7,03%
5_15	479,77	568,08	516,51	538,23	16,83	3,74 s	0,63	2,00	12,18%	7,66%
5_20	407,91	575,90	450,05	506,20	44,65	19,15 s	5,67	2,00	24,09%	10,33%
5_25	405,01	468,73	420,45	442,78	14,79	38,11 s	2,33	2,00	7,95%	3,81%

Em outras instâncias, como a segunda, terceira e quinta, o VNS também demonstrou um desempenho robusto, com um GAP médio relativamente baixo (1,78%, 1,34% e 4,01%, respectivamente) e um GAP mínimo que se aproxima bastante do valor ótimo (0,56%, 0,31% e 2,01%). Contudo, o desempenho do VNS variou consideravelmente entre as instâncias. Em casos como a quarta e a nona instância, observam-se os maiores GAPs médios (43,03% e 21,05%). Essa disparidade sugere que a topologia ou as características específicas dessas instâncias representam um desafio maior para as estruturas de vizinhança e os mecanismos de busca implementados no VNS.

A coluna de desvio padrão σ corrobora essa análise de variabilidade. Instâncias com baixo GAP médio, como a terceira ($\sigma = 2,28$), apresentaram resultados mais estáveis entre as execuções. Em contrapartida, as instâncias com os maiores GAPs também registraram os maiores desvios padrão ($\sigma = 80,65$ e $\sigma = 73,75$), indicando que a metaheurística não apenas se distanciou da solução ótima, mas também o fez de maneira inconsistente, gerando soluções com custos muito dispersos a cada rodada.

A eficiência computacional do VNS, evidenciada na coluna $Tempo_{méd}$, é um dos seus principais diferenciais. Com tempos de execução médios variando de 3,14 a 58,40 segundos, o algoritmo se firma como uma abordagem prática e ágil. A magnitude dessa vantagem é melhor ilustrada pela instância 5_20. Para este caso, o método exato necessitou de quase seis horas (20.706,77 segundos) para obter e provar a otimalidade da solução. Em contrapartida, o VNS forneceu uma solução em apenas 19,15 segundos. Mesmo a instância apresentando um GAP médio de 24,09%, o reduzido tempo computacional permite refinar o algoritmo e ainda obter tempos computacionais favoráveis.

Em síntese, a análise permite concluir que a metaheurística VNS proposta é uma ferramenta eficaz para o SDVRPD adaptado. Embora sua estabilidade varie em algumas instâncias de maior porte, ela demonstrou ser capaz de encontrar soluções ótimas ou de alta qualidade com baixo GAP para diversas configurações, tudo isso dentro de um tempo computacional competitivo. Tais características a tornam uma alternativa viável aos métodos exatos, especialmente em cenários onde o tempo de resolução é um fator crítico.

6.4 Conclusões

Este capítulo dedicou-se à avaliação computacional dos modelos matemáticos e da metaheurística VNS, com o objetivo de aferir o desempenho e a robustez de cada abor-

dagem para o Problema de Roteamento de Veículos e Drones com Entregas Fracionadas. Os testes realizados demonstraram, de forma inequívoca, a eficiência e a superioridade do modelo SDVRPD em relação ao modelo tradicional (SDVRP).

A análise da instância baseada em dados reais da cidade de Mossoró-RN validou a principal hipótese deste trabalho, revelando que a incorporação de drones na operação logística resultou em uma expressiva redução de custos de 20,32%. Este achado não apenas confirma a viabilidade teórica do modelo, mas também reforça seu potencial de aplicação prática no contexto da logística de última milha.

Essa superioridade financeira foi consistentemente observada nas diversas instâncias geradas aleatoriamente e pode ser atribuída à maior flexibilidade na alocação de recursos. A colaboração entre caminhões e drones permitiu a otimização das rotas e o uso mais eficiente da capacidade de ambos os veículos. Notavelmente, mesmo em cenários com o mesmo número de caminhões, a incorporação de drones resultou em reduções significativas de custo, ressaltando a eficácia da abordagem colaborativa adotada.

Contudo, os experimentos evidenciaram um claro trade-off entre a complexidade do modelo e o custo computacional. Conforme esperado, o SDVRPD e sua versão adaptada demandaram maiores tempos de execução em comparação ao SDVRP. O modelo adaptado, em particular, embora capaz de gerar soluções de custos inferiores, revelou-se computacionalmente intratável para instâncias de maior porte, com um crescimento expressivo no tempo de resolução.

Diante das limitações de escalabilidade dos métodos exatos, a metaheurística VNS consolidou-se como uma alternativa viável e eficiente. Os testes demonstraram que o VNS foi capaz de encontrar soluções ótimas em instâncias de menor complexidade e de se aproximar significativamente do ótimo em muitas outras, com GAPs mínimos consistentemente baixos. Seu principal diferencial reside na eficiência computacional, resolvendo em segundos instâncias que demandariam horas para o método exato. Embora tenha apresentado certa variabilidade em problemas mais desafiadores, sua agilidade a qualifica como uma ferramenta prática para cenários onde o tempo de resposta é crítico.

Os testes computacionais validaram a eficácia do modelo SDVRPD em gerar economias substanciais e estabeleceram a metaheurística VNS como uma ferramenta robusta para sua resolução. A análise comparativa permitiu delinear os cenários de aplicação mais adequados para cada abordagem, consolidando a contribuição deste trabalho

ao propor e validar soluções práticas e economicamente vantajosas para o complexo Problema de Roteamento de Veículos e Drones com Entregas Fracionadas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização de drones possibilita uma distribuição mais eficiente das demandas, otimizando tanto o tempo gasto quanto o consumo de recursos, como combustível e mão de obra. A capacidade dos drones de atender clientes em locais de difícil acesso ou realizar entregas de pequeno porte de forma independente, associada com a possibilidade de usar caminhões de menor porte, oferece uma flexibilidade operacional que o modelo tradicional, baseado exclusivamente em caminhões, não consegue atingir.

Essa flexibilidade impacta diretamente a redução de custos na logística final, especialmente em áreas urbanas com tráfego intenso ou em cenários onde a dispersão geográfica dos clientes compromete a eficiência das rotas terrestres. A combinação desses fatores reforça a viabilidade do uso de drones como uma solução inovadora para aumentar a eficiência logística em diferentes contextos, trazendo benefícios que vão além da redução de custos, como maior agilidade nas entregas e diminuição do impacto ambiental.

Nesse contexto, a presente dissertação teve como objetivo central analisar e otimizar as estratégias de roteamento de veículos com drones, enfrentando os desafios do Problema de Roteamento de Veículos com Drones (VRPD). A investigação partiu de uma robusta fundamentação teórica e de uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL), que proporcionou uma análise aprofundada do estado da arte, revelando tendências, estratégias consolidadas e, crucialmente, lacunas de pesquisa. Entre as lacunas identificadas, destacou-se a ausência de modelos que considerassem a entrega fracionada — a possibilidade de um mesmo cliente ser atendido por múltiplos veículos —, um aspecto com grande potencial para aumentar a eficiência e reduzir custos em operações conjuntas.

Com base nessa lacuna, foi proposto um novo problema, denominado Split Delivery Vehicle Routing Problem with Drones (SDVRPD), e desenvolvido dois modelos matemáticos para sua resolução. A validação da abordagem foi realizada por meio de uma extensa avaliação computacional, que comparou os modelos propostos com sua versão sem drones por meio de uma resolução exata e também avaliou o desempenho de uma metaheurística Variable Neighborhood Search (VNS) para a solução de instâncias de maior complexidade.

Os resultados confirmaram a hipótese central deste trabalho: a incorporação de drones em um sistema com entregas fracionadas gera ganhos financeiros e operacionais significativos. A análise de uma instância baseada em dados reais da cidade de Mossoró-

RN demonstrou uma expressiva redução de custos de 20,32% em comparação com a operação realizada exclusivamente por caminhões. Essa superioridade foi consistentemente observada nas diversas instâncias testadas e pode ser atribuída à flexibilidade na alocação de recursos, onde a colaboração entre caminhões e drones permitiu otimizar as rotas e o uso da capacidade de carga de forma mais eficiente.

Contudo, os experimentos evidenciaram um claro trade-off entre a otimalidade da solução e o custo computacional. O modelo exato, embora preciso, mostrou-se intratável para instâncias de maior porte. Diante dessa limitação de escalabilidade, a metaheurística VNS consolidou-se como uma alternativa robusta e eficiente, capaz de encontrar soluções de alta qualidade (com gaps consistentemente baixos) em uma fração do tempo, qualificando-se como uma ferramenta prática para cenários onde o tempo de resposta é crítico.

Dessa forma, a principal contribuição deste trabalho reside não apenas na formulação de um novo problema alinhado às demandas logísticas modernas, mas também na sua validação prática e no desenvolvimento de uma ferramenta metaheurística eficaz para sua resolução. A pesquisa sintetiza o estado da arte do VRPD, avança ao propor e validar o SDVRPD e oferece soluções economicamente vantajosas para o complexo desafio da logística de última milha.

Como recomendação para a continuidade desta pesquisa, vislumbram-se diversas oportunidades. Para trabalhos futuros, sugere-se a expansão do modelo matemático para incorporar novas características operacionais, como a inclusão de janelas de tempo de atendimento (time windows) e a possibilidade de realizar operações de coleta e entrega na mesma rota (pickup and delivery). No que tange à metaheurística VNS, propõe-se a exploração de novas configurações de parâmetros, a fim de analisar seus impactos no gap e na convergência das soluções. Adicionalmente, a investigação de novas estruturas de vizinhança poderia refinar ainda mais a capacidade de busca do algoritmo.

Outra vertente promissora é a aplicação de outras metaheurísticas para a resolução do SDVRPD, como o Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS), que se destacou como uma das abordagens mais utilizadas nos trabalhos analisados pela revisão de literatura, permitindo uma comparação de desempenho com a solução VNS aqui proposta. Finalmente, recomenda-se a adaptação do modelo a contextos regionais específicos, como o brasileiro, que apresenta desafios geográficos e econômicos singulares, ampliando o

escopo de aplicação do SDVRPD em cenários logísticos ainda pouco explorados.

REFERÊNCIAS

- Agência CNT Transporte Atual. **Custo logístico consome 12,7% do PIB do Brasil**. 2016. <<https://www.cnt.org.br/agencia-cnt/custo-logistico-consome-12-do-pib-do-brasil>>. Accessed: 2024-6-10.
- Amazon Staff. **Amazon is launching ultra-fast drone deliveries in Italy, the UK, and a third location in the U.S.** 2023. <<https://www.aboutamazon.com/news/operations/amazon-prime-air-drone-delivery-updates>>. Accessed: 2024-6-10.
- ANAC. 2022. <<https://www.gov.br/anac/pt-br/noticias/2022/anac-concede-a-primeira-autorizacao-para-entregas-comerciais-com-drone>>. Accessed: 2024-6-4.
- ARCHETTI, C.; SPERANZA, M. G. The Split Delivery Vehicle Routing Problem: A Survey. In: GOLDEN, B.; RAGHAVAN, S.; WASIL, E. (Ed.). **The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges**. Boston, MA: Springer US, 2008. p. 103–122. ISBN 978-0-387-77778-8. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-77778-8_5>.
- ARCHETTI, C.; SPERANZA, M. G. Vehicle routing problems with split deliveries. **International Transactions in Operational Research**, v. 19, n. 1-2, p. 3–22, 2012. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1475-3995.2011.00811.x>>.
- BALAS, E. The prize collecting traveling salesman problem. **Networks**, v. 19, n. 6, p. 621–636, 1989. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/net.3230190602>>.
- BARROS, S. d. J. M. de. **Evolução tecnológica: um olhar para os últimos 50 anos**. 2023. <<https://exame.com/tecnologia/evolucao-tecnologica-um-olhar-para-os-ultimos-50-anos/>>. Accessed: 2024-6-10.
- BASILICO, N.; CHUNG, T. H.; CARPIN, S. Distributed online patrolling with multi-agent teams of sentinels and searchers. In: CHONG, N.-Y.; CHO, Y.-J. (Ed.). **Distributed Autonomous Robotic Systems**. Tokyo: Springer Japan, 2016. p. 3–16. ISBN 978-4-431-55879-8.
- BAZARAA, M. S.; JARVIS, J. J.; SHERALI, H. D. **Linear programming and network flows: Bazaraa/linear**. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2009.
- BEKTAS, T. The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and solution procedures. **Omega**, v. 34, n. 3, p. 209–219, 2006. ISSN 0305-0483. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305048304001550>>.
- BIAN RUI SONG, S. H. J. C. J. Truck-drone hybrid delivery routing: A mathematical model and micro-evolutionary algorithm. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 25, n. 9, p. 12187–12202, 2024.
- BOCCIA, M.; MANCUSO, A.; MASONE, A.; STERLE, C. Exact and heuristic approaches for the truck–drone team logistics problem. **Transportation Research Part**

C: Emerging Technologies, v. 165, p. 104691, 2024. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X24002122>>.

BODIN, L.; GOLDEN, B. Classification in vehicle routing and scheduling. **Networks**, v. 11, n. 2, p. 97–108, 1981. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/net.3230110204>>.

BRIMBERG, J.; SALHI, S.; TODOSIJEVIĆ, R.; UROŠEVIĆ, D. Variable neighborhood search: The power of change and simplicity. **Computers Operations Research**, v. 155, p. 106221, 2023. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054823000850>>.

CARMEN, G. D. **Relatório aponta principais tendências em tecnologia e inovação para 2021**. 2021. <<https://forbes.com.br/forbes-tech/2021/02/7-tendencias-em-tecnologia-e-inovacao-para-2021/>>. Accessed: 2024-6-10.

CHEN, C. **11 photos of Amazon's new Prime Air drone that can fly in light rain and deliver packages up to 5 pounds in under an hour**. 2023. <<https://www.aboutamazon.com/news/transportation/amazon-prime-air-drone-delivery-mk30-photos>>. Accessed: 2024-6-10.

CHU, J. C.; SHUI, C.; LIN, K.-H. Optimization of trucks and drones in tandem delivery network with drone trajectory planning. **Computers Industrial Engineering**, v. 189, p. 110000, 2024. ISSN 0360-8352. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835224001219>>.

CHUNG, S. H.; SAH, B.; LEE, J. Optimization for drone and drone-truck combined operations: A review of the state of the art and future directions. **Computers Operations Research**, v. 123, p. 105004, 2020. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054820301210>>.

CLARKE, G.; WRIGHT, J. W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. **Operations Research**, v. 12, n. 4, p. 568–581, 1964. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.12.4.568>>.

CNT. Brasília, 2023.

Correios – Empresa Brasileira de Correios e Telégrafos. **Especificação Técnica – ET nº 11838100: Requisitos técnicos-funcionais para contratação de serviços de transporte rodoviário de carga**. 2020. <https://www2.correios.com.br/institucional/licit_compras_contratos/licitacoes/anexos/EDI_PGE20003_2020_118916.pdf>. Acesso em: DD Mês AAAA.

COSTA, D. F.; ALOISE, D. J.; COSTA, H. N.; OCHI, L. S. Uma abordagem meta-heurística evolutiva para a otimização de rotas de entrega fracionada de mercadorias utilizando caminhões e drones. Galoá, 2023.

COUTINHO, W. P.; BATTARRA, M.; FLIEGE, J. The unmanned aerial vehicle routing and trajectory optimisation problem, a taxonomic review. **Computers Industrial Engineering**, v. 120, p. 116–128, 2018. ISSN 0360-8352. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835218301815>>.

CRESWELL, J. W. **Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches**. 4. ed. Thousand Oaks, California: SAGE, 2014. ISBN 9781452226101.

CRISTINA, P. **Drones se consolidam como opção segura e confiável para diversos setores**. [S.l.]: Fundação Parque Tecnológico Itaipu, 2022. <<https://blog.pti.org.br/drones-se-consolidam-como-opcao-segura-e-confiavel/>>. Accessed: 2024-6-10.

DAKNAMA, R.; KRAUS, E. **Vehicle Routing with Drones**. 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.48550/arXiv.1705.06431>>.

DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. **Management Science**, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80>>.

DAYARIAN, I.; SAVELSBERGH, M.; CLARKE, J.-P. Same-day delivery with drone resupply. **Transportation Science**, v. 54, n. 1, p. 229–249, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/trsc.2019.0944>>.

DENG, M.; LI, Y.; DING, J.; ZHOU, Y.; ZHANG, L. Stochastic and robust truck-and-drone routing problems with deadlines: A benders decomposition approach. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 190, p. 103709, 2024. ISSN 1366-5545. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554524003004>>.

DJI. **DJI FlyCart 30 — Dynamic Aerial Delivery**. 2025. <<https://www.dji.com/br/flycart-30>>. Acesso em: DD Mês AAAA.

DREYFUS, S. E.; LAW, A. M. **Art and Theory of Dynamic Programming**. USA: Academic Press, Inc., 1977. ISBN 0122218604.

DROR, M.; TRUDEAU, P. Split delivery routing. **Naval Research Logistics (NRL)**, v. 37, n. 3, p. 383–402, 1990. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nav.3800370304>>.

ebit; nilsen. **WEBSHOPPERS**. [S.l.], 2020.

ELATAR, S.; ABOUELMEHDI, K.; RIFFI, M. E. The vehicle routing problem in the last decade: variants, taxonomy and metaheuristics. **Procedia Computer Science**, v. 220, p. 398–404, 2023. ISSN 1877-0509. The 14th International Conference on Ambient Systems, Networks and Technologies Networks (ANT) and The 6th International Conference on Emerging Data and Industry 4.0 (EDI40). Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050923005860>>.

Es Yurek, E.; OZMUTLU, H. C. A decomposition-based iterative optimization algorithm for traveling salesman problem with drone. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 91, p. 249–262, 2018. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X18304662>>.

EUCHI, J.; SADOK, A. Hybrid genetic-sweep algorithm to solve the vehicle routing problem with drones. **Physical Communication**, v. 44, p. 101236, 2021. ISSN 1874-4907. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187449072030313X>>.

FAIZ, T. I.; VOGIATZIS, C.; NOOR-E-ALAM, M. Computational approaches for solving two-echelon vehicle and uav routing problems for post-disaster humanitarian operations.

Expert Systems with Applications, v. 237, p. 121473, 2024. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417423019759>>.

FEILLET, D.; DEJAX, P.; GENDREAU, M. Traveling salesman problems with profits. **Transportation Science**, v. 39, n. 2, p. 188–205, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/trsc.1030.0079>>.

GAO, J.; ZHEN, L.; WANG, S. Multi-trucks-and-drones cooperative pickup and delivery problem. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 157, p. 104407, 2023. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X23003972>>.

GHIASVAND, M. R.; RAHMANI, D.; MOSHREF-JAVADI, M. Data-driven robust optimization for a multi-trip truck-drone routing problem. **Expert Systems with Applications**, v. 241, p. 122485, maio 2024. ISSN 09574174. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0957417423029871>>.

GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. Multistage cutting stock problems of two and more dimensions. **Operations Research**, v. 13, n. 1, p. 94–120, 1965. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.13.1.94>>.

GOLDEN, B.; RAGHAVAN, S.; WASIL, E. (Ed.). **The vehicle routing problem: Latest advances and new challenges**. 1. ed. New York, NY: Springer, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-0-387-77778-8>>.

GOLDEN, B. L.; MAGNANTI, T. L.; NGUYEN, H. Q. Implementing vehicle routing algorithms. **Networks**, v. 7, n. 2, p. 113–148, 1977. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/net.3230070203>>.

GOLDEN, B. L.; STEWART, W. Vehicle routing with probabilistic demands. In: **Computer Science and Statistics: Tenth Annual Symposium on the Interface, NBS Special Publication**. [S.l.: s.n.], 1978. v. 503, p. 252–259.

GRIPPA, P.; BEHRENS, D.; BETTSTETTER, C.; WALL, F. Job selection in a network of autonomous uavs for delivery of goods. In: **Robotics: Science and Systems XIII**. Robotics: Science and Systems Foundation, 2017. (RSS2017). Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.15607/RSS.2017.XIII.018>>.

GU, R.; LIU, Y.; POON, M. Dynamic truck–drone routing problem for scheduled deliveries and on-demand pickups with time-related constraints. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 151, p. 104139, 2023. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X23001286>>.

HAMDI, I. Solving the cumulative capacitated vehicle routing problem with drones. **Journal of Industrial and Production Engineering**, v. 41, n. 4, p. 344–361, 2024.

HAN, Y.; ZHANG, M.; NAN, P.; CAO, J.; HUANG, Q.; YE, X.; HE, Z. Two-stage heuristic algorithm for vehicle-drone collaborative delivery and pickup based on medical supplies resource allocation. **Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences**, v. 35, n. 10, p. 101811, 2023. ISSN 1319-1578. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1319157823003658>>.

HANSEN, P.; MLADENović, N.; BRIMBERG, J.; PÉREZ, J. A. M. Variable neighborhood search. In: _____. **Handbook of Metaheuristics**. Cham: Springer International Publishing, 2019. p. 57–97. ISBN 978-3-319-91086-4. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-91086-4_3>.

HANSEN, P.; MLADENović, N.; MORENO PÉREZ, J. A. Variable neighbourhood search: methods and applications. **Annals of Operations Research**, v. 175, n. 1, p. 367–407, mar. 2010. ISSN 1572-9338. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10479-009-0657-6>>.

HANSEN, P.; MLADENović, N.; TODOSIJEVIĆ, R.; HANAFI, S. Variable neighborhood search: basics and variants. **EURO Journal on Computational Optimization**, v. 5, n. 3, p. 423–454, 2017. ISSN 2192-4406. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2192440621000873>>.

HASHEM, S. M. J. Mirzapour Al-e; HEJAZI, T.-H.; HAGHVERDIZADEH, G.; SHIDPOUR, M. Optimizing last-mile delivery services: a robust truck-drone cooperation model and hybrid metaheuristic algorithm. **Annals of Operations Research**, jul. 2024. ISSN 0254-5330, 1572-9338. Disponível em: <<https://link.springer.com/10.1007/s10479-024-06164-5>>.

HEIDARI, A.; ORAZANI, S. M. H.; KHALILZADEH, M.; JOLAI, F. A multi-objective model for cooperative delivery of customer orders using multiple trucks and uavs considering weather conditions. **Internet of Things**, v. 29, p. 101468, 2025. ISSN 2542-6605. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2542660524004098>>.

HU, M.; LIU, W.; LU, J.; FU, R.; PENG, K.; MA, X.; LIU, J. On the joint design of routing and scheduling for vehicle-assisted multi-uav inspection. **Future Generation Computer Systems**, v. 94, p. 214–223, 2019. ISSN 0167-739X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167739X18324567>>.

HUANG, S.-H.; HUANG, Y.-H.; BLAZQUEZ, C. A.; CHEN, C.-Y. Solving the vehicle routing problem with drone for delivery services using an ant colony optimization algorithm. **Advanced Engineering Informatics**, v. 51, p. 101536, 2022. ISSN 1474-0346. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S147403462200012X>>.

IFOOD. 2022. <<https://institucional.ifood.com.br/releases/ifood-conquista-a-primeira-autorizacao-das-americas-para-uso-comercial-de-drones-no-delivery/>>. Accessed: 2024-6-10.

IMRAN, N. M.; MISHRA, S.; WON, M. A-vrpd: Automating drone-based last-mile delivery using self-driving cars. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 24, n. 9, p. 9599–9612, 2023.

IMRAN, N. M.; WON, M. Smartpathfinder: Pushing the limits of heuristic solutions for vehicle routing problem with drones using reinforcement learning. In: **2024 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)**. [S.l.: s.n.], 2024. p. 994–1001. ISSN 2153-0866.

JAILLET, P. A priori solution of a traveling salesman problem in which a random subset of the customers are visited. **Operations Research**, v. 36, n. 6, p. 929–936, 1988. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.36.6.929>>.

JEONG, H. Y.; SONG, B. D.; LEE, S. Truck-drone hybrid delivery routing: Payload-energy dependency and no-fly zones. **International Journal of Production Economics**, v. 214, p. 220–233, 2019. ISSN 0925-5273. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527319300106>>.

JIANG, J.; DAI, Y.; YANG, F.; MA, Z. A multi-visit flexible-docking vehicle routing problem with drones for simultaneous pickup and delivery services. **European Journal of Operational Research**, v. 312, n. 1, p. 125–137, 2024. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221723004733>>.

JIANG, Y.; LIU, M.; JIA, X.; XUE, Q. The multi-visit vehicle routing problem with multiple heterogeneous drones. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 172, p. 105026, 2025. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X25000300>>.

KAPLAN, D. **How medical drones help save lives in Tanzania**. 2019. <<https://www.dhl.com/global-en/delivered/insights/medical-drones-save-lives-tanzania.html>>. Accessed: 2024-6-10.

KARAK, A.; ABDELGHANY, K. The hybrid vehicle-drone routing problem for pick-up and delivery services. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 102, p. 427–449, 2019. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X18312932>>.

Khalaj Rahimi, S.; RAHMANI, D. An improved alns for hybrid pickup and drones delivery system in disaster by penalizing deprivation time. **Computers Operations Research**, v. 170, p. 106722, 2024. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054824001941>>.

KHOULFI, I.; LAOUITI, A.; ADJIH, C. A survey of recent extended variants of the traveling salesman and vehicle routing problems for unmanned aerial vehicles. **Drones**, v. 3, n. 3, 2019. ISSN 2504-446X. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2504-446X/3/3/66>>.

KIM, M.; MATSON, E. T. A cost-optimization model in multi-agent system routing for drone delivery. In: BAJO, J.; VALE, Z.; HALLENBORG, K.; ROCHA, A. P.; MATHIEU, P.; PAWLEWSKI, P.; VAL, E. D.; NOVAIS, P.; LOPES, F.; MÉNDEZ, N. D. D.; JULIÁN, V.; HOLMGREN, J. (Ed.). **Highlights of Practical Applications of Cyber-Physical Multi-Agent Systems**. Cham: Springer International Publishing, 2017. p. 40–51. ISBN 978-3-319-60285-1.

KITCHENHAM, B. **Procedures for performing systematic reviews**. Keele, UK: Keele University, 2004. v. 33.

KITCHENHAM, B.; BRERETON, O. P.; BUDGEN, D.; TURNER, M.; BAILEY, J.; LINKMAN, S. Systematic literature reviews in software engineering – a systematic literature review. **Inf. Softw. Technol.**, v. 51, n. 1, p. 7–15, 2009.

KITCHENHAM, B.; CHARTERS, S. *et al.* **Guidelines for performing systematic literature reviews in software engineering**. [S.l.]: UK, 2007.

KITJACHAROENCHAI, P.; LEE, S. Vehicle routing problem with drones for last mile delivery. **Procedia Manufacturing**, v. 39, p. 314–324, 2019. ISSN 2351-9789. 25th

International Conference on Production Research Manufacturing Innovation: Cyber Physical Manufacturing August 9-14, 2019 | Chicago, Illinois (USA). Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2351978920304054>>.

KITJACHAROENCHAI, P.; MIN, B.-C.; LEE, S. Two echelon vehicle routing problem with drones in last mile delivery. **International Journal of Production Economics**, v. 225, p. 107598, 2020. ISSN 0925-5273. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527319304335>>.

KITJACHAROENCHAI, P.; SITTIVIJAN, P. Integration of Three Vehicle Fleet Types for Delivering Relief Supplies During a Natural Disaster. **Applied Science and Engineering Progress**, mar. 2023. ISSN 26729156, 26730421. Disponível em: <<https://ojs.kmutnb.ac.th/index.php/ijst/article/view/6790>>.

KITJACHAROENCHAI, P.; VENTRESCA, M.; MOSHREF-JAVADI, M.; LEE, S.; TANCHOCO, J. M.; BRUNESE, P. A. Multiple traveling salesman problem with drones: Mathematical model and heuristic approach. **Computers Industrial Engineering**, v. 129, p. 14–30, 2019. ISSN 0360-8352. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835219300245>>.

KNOPE, J. W. Doing a literature review. **PS: Political Science 38; Politics**, v. 39, n. 1, p. 127–132, 2006.

KONG, F.; JIANG, B.; WANG, J.; WANG, H.; SONG, H. Collaborative delivery optimization with multiple drones via constrained hybrid pointer network. **IEEE Internet of Things Journal**, v. 11, n. 5, p. 7739–7755, 2024.

KONG, J.; WANG, H.; XIE, M. Autonomous delivery vehicle routing problem with drones based on multiple delivery modes. **Computers Operations Research**, v. 179, p. 107032, 2025. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054825000607>>.

KUO, R.; EDBERT, E.; ZULVIA, F. E.; LU, S.-H. Applying nsga-ii to vehicle routing problem with drones considering makespan and carbon emission. **Expert Systems with Applications**, v. 221, p. 119777, 2023. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417423002786>>.

KUO, R.; LU, S.-H.; LAI, P.-Y.; MARA, S. T. W. Vehicle routing problem with drones considering time windows. **Expert Systems with Applications**, v. 191, p. 116264, 2022. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417421015736>>.

LACERDA, D.; DRESCH, A.; PROENÇA, A.; JÚNIOR, J. A. V. A. Design science research: A research method to production engineering. **Gestão Produção**, v. 20, p. 741–761, 12 2012.

LAPORTE, G. The traveling salesman problem: An overview of exact and approximate algorithms. **European Journal of Operational Research**, v. 59, n. 2, p. 231–247, 1992. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037722179290138Y>>.

LEI, D.; CUI, Z.; LI, M. A dynamical artificial bee colony for vehicle routing problem with drones. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 107, p. 104510, 2022. ISSN 0952-1976. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0952197621003584>>.

LEVIN, A. Scheduling and fleet routing models for transportation systems. **Transportation Science**, v. 5, n. 3, p. 232–255, 1971. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/trsc.5.3.232>>.

LI, Y.; PAN, L. Research of drone-truck collaborative delivery path optimization based on two-stage heuristic algorithm. In: **2023 35th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)**. [S.l.: s.n.], 2023. p. 3826–3831.

LIANG, C.; LUO, X.; CHEN, X.; HAN, B. Route planning of truck and multi-drone rendezvous with available time window constraints of drones. **Science China Technological Sciences**, v. 65, n. 9, p. 2190–2204, set. 2022. ISSN 1674-7321, 1869-1900. Disponível em: <<https://link.springer.com/10.1007/s11431-022-2130-7>>.

LIANG, Y.-J.; LUO, Z.-X. A Survey of Truck–Drone Routing Problem: Literature Review and Research Prospects. **Journal of the Operations Research Society of China**, v. 10, n. 2, p. 343–377, jun. 2022. ISSN 2194-6698. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40305-021-00383-4>>.

LICHAU, S.; SADYKOV, R.; FRANÇOIS, J.; DUPAS, R. A branch-cut-and-price approach for the two-echelon vehicle routing problem with drones. **Computers Operations Research**, v. 173, p. 106869, 2025. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054824003411>>.

LIEBMAN, J. C. Mathematical models for solid waste collection and disposal. In: **38th national meeting of the Operations Research Society of America Bulletin of the Operations Research Society of America**. [S.l.: s.n.], 1970. v. 18, n. 2.

LIMA, L. COVID-19 motiva ‘choque de eficiência’ na logística do Brasil. 2020. <<https://www.cnnbrasil.com.br/economia/covid-19-motiva-choque-de-eficiencia-na-cadeia-de-suprimentos-do-brasil/>>. Accessed: 2024-6-10.

LIN, M.; CHEN, Y.; HAN, R.; CHEN, Y. Discrete optimization on truck-drone collaborative transportation system for delivering medical resources. **Discrete Dynamics in Nature and Society**, v. 2022, n. 1, p. 1811288, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1155/2022/1811288>>.

LIU, W.; LIU, L.; QI, X. Drone resupply with multiple trucks and drones for on-time delivery along given truck routes. **European Journal of Operational Research**, v. 318, n. 2, p. 457–468, 2024. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221724003813>>.

LIU, Y.-Q.; HAN, J.; ZHANG, Y.; LI, Y.; JIANG, T. Multivisit Drone-Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery considering No-Fly Zones. **Discrete Dynamics in Nature and Society**, v. 2023, p. 1–21, ago. 2023. ISSN 1607-887X, 1026-0226. Disponível em: <<https://www.hindawi.com/journals/ddns/2023/1183764/>>.

LIU, Z.; YU, B.; CHEN, T.; ZHANG, L. Integrating battery-related decisions into truck-drone tandem delivery problem with limited battery resources. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 174, p. 105082, 2025. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X25000865>>.

LU, Y.; YANG, C.; YANG, J. A multi-objective humanitarian pickup and delivery vehicle routing problem with drones. **Annals of Operations Research**, v. 319, n. 1, p. 291–353, dez. 2022. ISSN 0254-5330, 1572-9338. Disponível em: <<https://link.springer.com/10.1007/s10479-022-04816-y>>.

LUO, H.; DUAN, J.; WANG, G. Mathematical models for truck-drone routing problem: Literature review. **Applied Mathematical Modelling**, v. 144, p. 116074, 2025. ISSN 0307-904X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X25001490>>.

MA, J.; MA, X.; LI, C.; LI, T. Vehicle-drone collaborative distribution path planning based on neural architecture search under the influence of carbon emissions. **Discover Computing**, Springer Science and Business Media LLC, v. 27, n. 1, nov. 2024. ISSN 2948-2992.

MACRINA, G.; Di Puglia Pugliese, L.; GUERRIERO, F.; LAPORTE, G. Drone-aided routing: A literature review. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 120, p. 102762, 2020. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X20306744>>.

MADANI, B.; NDIAYE, M. Hybrid truck-drone delivery systems: A systematic literature review. **IEEE Access**, v. 10, p. 92854–92878, 2022.

MADANI, B.; NDIAYE, M.; SALHI, S. Hybrid truck-drone delivery system with multi-visits and multi-launch and retrieval locations: Mathematical model and adaptive variable neighborhood search with neighborhood categorization. **European Journal of Operational Research**, v. 316, n. 1, p. 100–125, 2024. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221724001000>>.

MAHMOUDI, B.; ESHGHI, K. The multi-visit split delivery vrp with drones considering en-route launches and rendezvouses: Application to post-disaster relief operations. **Computers Industrial Engineering**, v. 206, p. 111232, 2025. ISSN 0360-8352. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S036083522500378X>>.

MANSHADIAN, H.; Sadegh Amalnick, M.; TORABI, S. A. Synchronized truck and drone routing under disastrous conditions (case study: Urban thoroughfares disinfection). **Computers Operations Research**, v. 159, p. 106295, 2023. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054823001594>>.

MARA, S. T. W.; ELSAYED, S.; ESSAM, D.; SARKER, R. Vehicle routing problem for an integrated electric vehicles and drones system. In: MARTINS, A. L.; FERREIRA, J. C.; KOCIAN, A.; TOKKOZHINA, U. (Ed.). **Intelligent Transport Systems**. Cham: Springer Nature Switzerland, 2023. p. 197–214. ISBN 978-3-031-30855-0.

MARCH, S. T.; SMITH, G. F. Design and natural science research on information technology. **Decis. Support Syst.**, v. 15, n. 4, p. 251–266, 1995.

MENDES, G. S.; BARBOSA, A. Q. **Roteirização de Transportes**. 1. ed. Curitiba: Intersaberes, 2022.

MENG, S.; CHEN, Y.; LI, D. The multi-visit drone-assisted pickup and delivery problem with time windows. **European Journal of Operational Research**, v. 314, n. 2, p. 685–702, 2024. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221723007968>>.

MENG, S.; LI, D.; LIU, J.; CHEN, Y. The multi-visit drone-assisted routing problem with soft time windows and stochastic truck travel times. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 190, p. 103101, 2024. ISSN 0191-2615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S019126152400225X>>.

MITROVIĆ-MINIĆ, S.; KRISHNAMURTI, R.; LAPORTE, G. Double-horizon based heuristics for the dynamic pickup and delivery problem with time windows. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 38, n. 8, p. 669–685, 2004. ISSN 0191-2615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S019126150300095X>>.

MIYAZAWA, F. K.; SOUZA, C. C. de. Introdução à otimização combinatória. In: **Jornada de Atualização em Informática**. [S.l.]: JAI-SBC, 2015. p. 123–189.

MJIRDA, A.; TODOSIJEVIĆ, R.; HANAFI, S.; HANSEN, P.; MLADENović, N. Sequential variable neighborhood descent variants: an empirical study on the traveling salesman problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 24, n. 3, p. 615–633, 2017. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/itor.12282>>.

MLADENović, N.; TODOSIJEVIĆ, R.; UROŠEVIĆ, D. An efficient general variable neighborhood search for large travelling salesman problem with time windows. **YUJOR**, v. 23, n. 1, p. 19–30, 2013.

MLADENović, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. **Computers Operations Research**, v. 24, n. 11, p. 1097–1100, 1997. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054897000312>>.

MÖLLER, P. **Future of Freight: The Use of Drones in Logistics**. 2024. <<https://dhl-freight-connections.com/en/solutions/future-of-freight-the-use-of-drones-in-logistics/>>. Accessed: 2024-6-10.

MONTEMANNI, R.; DELL'AMICO, M. Constraint programming models for the parallel drone scheduling vehicle routing problem. **EURO Journal on Computational Optimization**, v. 11, p. 100078, 2023. ISSN 2192-4406. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2192440623000229>>.

MORIM, A.; CAMPUZANO, G.; AMORIM, P.; MES, M.; LALLA-RUIZ, E. The drone-assisted vehicle routing problem with robot stations. **Expert Systems with Applications**, v. 238, p. 121741, 2024. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417423022431>>.

MULLASERIL, P. A.; DROR, M.; LEUNG, J. Split-delivery routing heuristics in livestock feed distribution. **Journal of the Operational Research Society**,

v. 48, n. 2, p. 107–116, fev. 1997. ISSN 1476-9360. Disponível em: <<https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2600338>>.

MULUMBA, T.; DIABAT, A. Optimization of the drone-assisted pickup and delivery problem. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 181, p. 103377, 2024. ISSN 1366-5545. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554523003654>>.

MULUMBA, T.; NAJY, W.; DIABAT, A. The drone-assisted pickup and delivery problem: An adaptive large neighborhood search metaheuristic. **Computers Operations Research**, v. 161, p. 106435, 2024. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030505482300299X>>.

MURRAY, C. C.; CHU, A. G. The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 54, p. 86–109, 2015. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X15000844>>.

NGUYEN, M. A.; DANG, G. T.-H.; HÀ, M. H.; PHAM, M.-T. The min-cost parallel drone scheduling vehicle routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 299, n. 3, p. 910–930, 2022. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221721006032>>.

NIKOLIČIĆ, S.; MASLARIĆ, M.; MIRČETIĆ, D.; ARTENE, A. Towards more efficient logistic solutions: Supply chain analytics. In: **Proceedings of the 4th Logistics International Conference, Belgrade, Serbia**. [S.l.: s.n.], 2019. p. 23–25.

NOWAK, M. A. **The pickup and delivery problem with split loads**. [S.l.]: Georgia Institute of Technology, 2005.

OTTO, A.; AGATZ, N.; CAMPBELL, J.; GOLDEN, B.; PESCH, E. Optimization approaches for civil applications of unmanned aerial vehicles (uavs) or aerial drones: A survey. **Networks**, v. 72, n. 4, p. 411–458, 2018. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/net.21818>>.

O'CONNOR, A. D.; WALD, C. D. A sequential deletion algorithm for the design of optimal transportation networks. **Bulletin of the Operations Research Society of America**, v. 18, n. 1, 1970.

PENG, K.; LIU, W.; SUN, Q.; MA, X.; HU, M.; WANG, D.; LIU, J. Wide-area vehicle-drone cooperative sensing: Opportunities and approaches. **IEEE Access**, v. 7, p. 1818–1828, 2019.

PENG, W.; WANG, D.; YIN, Y.; CHENG, T. Multi-agent deep reinforcement learning-based truck-drone collaborative routing with dynamic emergency response. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 195, p. 103974, 2025. ISSN 1366-5545. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554525000158>>.

PINA-PARDO, J. C.; SILVA, D. F.; SMITH, A. E.; GATICA, R. A. Fleet resupply by drones for last-mile delivery. **European Journal of Operational Research**, v. 316, n. 1, p. 168–182, 2024. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221724000857>>.

POIKONEN, S.; GOLDEN, B.; WASIL, E. A. A branch-and-bound approach to the traveling salesman problem with a drone. **INFORMS Journal on Computing**, v. 31, n. 2, p. 335–346, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/ijoc.2018.0826>>.

POIKONEN, S.; WANG, X.; GOLDEN, B. The vehicle routing problem with drones: Extended models and connections. **Networks**, v. 70, n. 1, p. 34–43, 2017. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/net.21746>>.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. de. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

RAHIMI, S. K.; RAHMANI, D. A hybrid multi-objective solution approach for a reliable truck-drone routing problem integrated with pickup and delivery services. **Transportation Letters**, p. 1–19, abr. 2024. ISSN 1942-7867, 1942-7875. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/19427867.2024.2336339>>.

RARDIN, R. L.; UZSOY, R. Experimental Evaluation of Heuristic Optimization Algorithms: A Tutorial. **Journal of Heuristics**, v. 7, n. 3, p. 261–304, maio 2001. ISSN 1572-9397. Disponível em: <<https://doi.org/10.1023/A:1011319115230>>.

RAVE, A.; FONTAINE, P.; KUHN, H. Drone location and vehicle fleet planning with trucks and aerial drones. **European Journal of Operational Research**, v. 308, n. 1, p. 113–130, 2023. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.10.015>>.

REN, X.; FAN, H.; MA, M.; FAN, H.; YUE, L. Time-dependent hydrogen fuel cell vehicle routing problem with drones and variable drone speeds. **Computers Industrial Engineering**, v. 193, p. 110330, 2024. ISSN 0360-8352. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835224004510>>.

REN, X.; FROGER, A.; JABALI, O.; LIANG, G. A competitive heuristic algorithm for vehicle routing problems with drones. **European Journal of Operational Research**, v. 318, n. 2, p. 469–485, 2024. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221724003904>>.

REN, X.-X.; FAN, H.-M.; BAO, M.-X.; FAN, H. The time-dependent electric vehicle routing problem with drone and synchronized mobile battery swapping. **Advanced Engineering Informatics**, v. 57, p. 102071, 2023. ISSN 1474-0346. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474034623001994>>.

SACRAMENTO, D.; PISINGER, D.; ROPKE, S. An adaptive large neighborhood search metaheuristic for the vehicle routing problem with drones. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 102, p. 289–315, 2019. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X18303218>>.

SADOK, A.; EUCHI, J.; SIARRY, P. Vehicle routing with multiple UAVs for the last-mile logistics distribution problem: hybrid distributed optimization. **Annals of Operations Research**, maio 2024. ISSN 0254-5330, 1572-9338. Disponível em: <<https://link.springer.com/10.1007/s10479-024-06019-z>>.

SANCHEZ-WELLS, D.; GONZALEZ-R, P. L.; ANDRADE-PINEDA, J. L. Multiple trip drones-truck combined operations for last-mile delivery applications. a literature review. In: MÁRQUEZ, F. P. G.; RAMÍREZ, I. S.; SÁNCHEZ, P. J. B.; RÍO, A. Muñoz del (Ed.).

IoT and Data Science in Engineering Management. Cham: Springer International Publishing, 2023. p. 197–201. ISBN 978-3-031-27915-7.

SAVELSBERGH, M. W. P. Local search in routing problems with time windows. **Annals of Operations Research**, v. 4, n. 1, p. 285–305, dez. 1985. ISSN 1572-9338. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/BF02022044>>.

SCHERMER, D.; MOEINI, M.; WENDT, O. A hybrid vns/tabu search algorithm for solving the vehicle routing problem with drones and en route operations. **Computers Operations Research**, v. 109, p. 134–158, 2019. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054819301042>>.

SCHERMER, D.; MOEINI, M.; WENDT, O. A matheuristic for the vehicle routing problem with drones and its variants. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 106, p. 166–204, 2019. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X19301081>>.

SCHRIJVER, A. On the history of combinatorial optimization (till 1960). In: AARDAL, K.; NEMHAUSER, G.; WEISMANTEL, R. (Ed.). **Discrete Optimization**. Elsevier, 2005, (Handbooks in Operations Research and Management Science, v. 12). p. 1–68. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0927050705120015>>.

STODOLA, P.; KUTĚJ, L. Multi-depot vehicle routing problem with drones: Mathematical formulation, solution algorithm and experiments. **Expert Systems with Applications**, v. 241, p. 122483, 2024. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417423029858>>.

SUN, W.; LUO, Z.; HU, X.; PEDRYCZ, W.; SHI, J. An improved variable neighborhood search algorithm embedded temporal and spatial synchronization for vehicle and drone cooperative routing problem with pre-reconnaissance. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 91, p. 101699, 2024. ISSN 2210-6502. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210650224002372>>.

SWAN, J.; ADRIAENSEN, S.; BROWNLEE, A. E.; HAMMOND, K.; JOHNSON, C. G.; KHEIRI, A.; KRAWIEC, F.; MERELO, J.; MINKU, L. L.; ÖZCAN, E.; PAPPA, G. L.; GARCÍA-SÁNCHEZ, P.; SÖRENSEN, K.; VOß, S.; WAGNER, M.; WHITE, D. R. Metaheuristics “in the large”. **European Journal of Operational Research**, v. 297, n. 2, p. 393–406, 2022. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221721004707>>.

TADIĆ, S.; ZEČEVIĆ, S. DEVELOPMENT OF INTERMODAL TRANSPORT AND LOGISTICS IN SERBIA. **International Journal for Traffic & Transport Engineering**, v. 2, n. 4, p. 380–390, out. 2012. ISSN 2217-544X. Publisher: Scientific Research Journals Ltd. Disponível em: <<https://research.ebsco.com/linkprocessor/plink?id=8445d865-978b-305f-8329-6bed31b65d1d>>.

TAMKE, F.; BUSCHER, U. A branch-and-cut algorithm for the vehicle routing problem with drones. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 144, p. 174–203, fev. 2021. ISSN 01912615. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0191261520304410>>.

TAMKE, F.; BUSCHER, U. The vehicle routing problem with drones and drone speed selection. **Computers Operations Research**, v. 152, p. 106112, 2023. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054822003422>>.

TAVANA, M.; KHALILI-DAMGHANI, K.; SANTOS-ARTEAGA, F. J.; ZANDI, M.-H. Drone shipping versus truck delivery in a cross-docking system with multiple fleets and products. **Expert Systems with Applications**, v. 72, p. 93–107, 2017. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095741741630687X>>.

TEIMOURY, E.; RASHID, R. The sustainable hybrid truck-drone delivery model with stochastic customer existence. **Research in Transportation Economics**, v. 100, p. 101325, 2023. ISSN 0739-8859. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0739885923000653>>.

TEIMOURY, E.; RASHID, R. The paired pickup and delivery problem with profit in a two-echelon delivery system with multiple trucks and drones. **Transportation Letters**, 2024. ISSN 1942-7867. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1942786723002503>>.

THOMAS, T.; SRINIVAS, S.; RAJENDRAN, C. Collaborative truck multi-drone delivery system considering drone scheduling and en route operations. **Annals of Operations Research**, 2023. ISSN 1572-9338. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10479-023-05418-y>>.

TOTH, P.; VIGO, D. **The Vehicle Routing Problem**. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002. Disponível em: <<https://doi.org/10.1137/1.9780898718515>>.

TOTH, P.; VIGO, D. **Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications, Second Edition**. USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2014. ISBN 1611973589.

ULMER, M. W.; THOMAS, B. W. Same-day delivery with heterogeneous fleets of drones and vehicles. **Networks**, v. 72, n. 4, p. 475–505, 2018. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/net.21855>>.

ULMER, M. W.; THOMAS, B. W.; MATTFELD, D. C. Preemptive depot returns for dynamic same-day delivery. **EURO Journal on Transportation and Logistics**, v. 8, n. 4, p. 327–361, 2019. ISSN 2192-4376. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2192437620300479>>.

VILELA, R. B.; RIBEIRO, A.; BATISTA, N. A. Word cloud as a tool for content analysis: an application to the challenges of the professional master's degree courses in health education. **Millenium - Journal of Education, Technologies, and Health**, v. 2, n. 11, p. 29–36, Jan. 2020. Disponível em: <<https://revistas.rcaap.pt/millenium/article/view/17103>>.

VITORINO, C. M. **Logística**. 2. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2018.

VUONG, Q. H.; PHUNG, T.-N.; PHAM, M.-T. The Vehicle Routing Problem with Drones for Fresh Agricultural Products. In: NGHIA, P. T.; THAI, V. D.; THUY, N. T.; SON, L. H.; HUYNH, V.-N. (Ed.). **Advances in Information and Communication Technology**.

Cham: Springer Nature Switzerland, 2023. v. 847, p. 206–214. ISBN 978-3-031-49528-1 978-3-031-49529-8. Series Title: Lecture Notes in Networks and Systems. Disponível em: <https://link.springer.com/10.1007/978-3-031-49529-8_22>.

WANG, D.; HU, P.; DU, J.; ZHOU, P.; DENG, T.; HU, M. Routing and scheduling for hybrid truck-drone collaborative parcel delivery with independent and truck-carried drones. **IEEE Internet of Things Journal**, v. 6, n. 6, p. 10483–10495, 2019. Disponível em: <www.doi.org/10.1109/JIOT.2019.2939397>.

WANG, S.; CHENG, Y.; GUAN, T.; MA, L.; HAN, Y. Optimization of collaborative delivery routes for electric trucks and drones with integrated recharging strategies. In: **2024 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo, Asia-Pacific (ITEC Asia-Pacific)**. [S.l.: s.n.], 2024. p. 299–304.

WANG, X.; POIKONEN, S.; GOLDEN, B. The vehicle routing problem with drones: several worst-case results. **Optimization Letters**, v. 11, n. 4, p. 679–697, abr. 2017. ISSN 1862-4480. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11590-016-1035-3>>.

WANG, Y.; WANG, Z.; HU, X.; XUE, G.; GUAN, X. Truck–drone hybrid routing problem with time-dependent road travel time. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 144, p. 103901, 2022. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X2200314X>>.

WANG, Y.; YANG, S.; WANG, X. V.; WANG, L. Research on truck-drone collaborative route planning for rural logistics delivery services. **Scientific Reports**, Springer Science and Business Media LLC, v. 14, n. 1, dez. 2024. ISSN 2045-2322.

WANG, Z.; SHEU, J.-B. Vehicle routing problem with drones. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 122, p. 350–364, 2019. ISSN 0191-2615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261518307884>>.

WENG, X.; SHE, W.; FAN, H.; ZHANG, J.; YUN, L. Multi-depot vehicle routing problem with drones in emergency logistics. **Cluster Computing**, v. 28, n. 1, p. 64, nov. 2024. ISSN 1573-7543. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10586-024-04809-5>>.

WIERINGA, R. Design science as nested problem solving. In: **Proceedings of the 4th International Conference on Design Science Research in Information Systems and Technology**. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2009. (DESRIST '09). ISBN 9781605584089. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/1555619.1555630>>.

WIERINGA, R. J. **Design Science Methodology for Information Systems and Software Engineering**. 1. ed. Heidelberg: Springer Berlim, 2014. ISBN 9783662438381. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-3-662-43839-8>>.

WIKAREK, J.; SITEK, P.; ZAWARCZYŃSKI, Ł. An integer programming model for the capacitated vehicle routing problem with drones. In: NGUYEN, N. T.; CHBEIR, R.; EXPOSITO, E.; ANIORTÉ, P.; TRAWIŃSKI, B. (Ed.). **Computational Collective Intelligence**. Cham: Springer International Publishing, 2019. p. 511–520. ISBN 978-3-030-28377-3.

WILSON, N.; SUSSMAN, J.; WONG, H.; HIGONNET, T. Scheduling algorithms for a dial-a-bus system. **Transportation Science**, 1971.

XIA, Y.; ZENG, W.; ZHANG, C.; YANG, H. A branch-and-price-and-cut algorithm for the vehicle routing problem with load-dependent drones. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 171, p. 80–110, 2023. ISSN 0191-2615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261523000383>>.

XING, J.; GUO, T.; TONG, L. C. Reliable truck-drone routing with dynamic synchronization: A high-dimensional network programming approach. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 165, p. 104698, 2024. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X24002195>>.

YAN, R.; ZHU, X.; ZHU, X.; PENG, R. Optimal routes and aborting strategies of trucks and drones under random attacks. **Reliability Engineering System Safety**, v. 222, p. 108457, 2022. ISSN 0951-8320. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0951832022001223>>.

YANG, J.; YANG, H.; HE, Z.; ZHAO, Q.; SHI, Y. Solving vehicle routing problem with drones based on a bi-level heuristic approach. In: **2022 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)**. [S.l.: s.n.], 2022. p. 2906–2911.

YANG, Y.; FENG, T.; LUO, C.; LI, C.; WANG, J.; XIONG, Y. A hybrid ant colony optimization algorithm for drone-based cooperative ev routing problem with simultaneously delivery and pickup. **Annals of Operations Research**, Springer Science and Business Media LLC, maio 2025. ISSN 1572-9338.

YIN, Y.; QING, L.; WANG, D.; CHENG, T.; IGNATIUS, J. Exact solution method for vehicle-and-drone cooperative delivery routing of blood products. **Computers Operations Research**, v. 164, p. 106559, 2024. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054824000315>>.

YIN, Y.; YANG, Y.; YU, Y.; WANG, D.; CHENG, T. Robust vehicle routing with drones under uncertain demands and truck travel times in humanitarian logistics. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 174, p. 102781, 2023. ISSN 0191-2615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261523001042>>.

ZAIDAN, F. H.; BAX, M. P.; PARREIRAS, F. S. Design science research: Aplicação em um projeto de pesquisa e desenvolvimento. In: **Proceedings of the 13th International Conference on Information Systems and Technology Management**. [S.l.]: CONTECSI, 2016.

ZANDIEH, F.; Farid Ghannadpour, S.; Mahdavi Mazdeh, M. Integrated ground vehicle and drone routing with simultaneous surveillance coverage for evading intentional disruption. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 178, p. 103266, 2023. ISSN 1366-5545. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554523002545>>.

ZANDIEH, F.; GHANNADPOUR, S. F.; MAZDEH, M. M. New integrated routing and surveillance model with drones and charging station considerations. **European Journal of Operational Research**, v. 313, n. 2, p. 527–547, 2024. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221723006653>>.

ZHANG, J.; LI, Y. Collaborative vehicle-drone distribution network optimization for perishable products in the epidemic situation. **Computers Operations Research**, v. 149, p. 106039, 2023. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054822002696>>.

ZHANG, R.; DOU, L.; XIN, B.; CHEN, C.; DENG, F.; CHEN, J. A review on the truck and drone cooperative delivery problem. **Unmanned Systems**, v. 12, n. 05, p. 823–847, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.1142/S2301385024300014>>.

ZHANG, S.; LI, L. The Multi-visits Drone-Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery Service. **Journal of the Operations Research Society of China**, mar. 2023. ISSN 2194-668X, 2194-6698. Disponível em: <<https://link.springer.com/10.1007/s40305-023-00471-7>>.

ZHAO, J.; LONG, Y.; XIE, B.; XU, G.; LIU, Y. A matheuristic solution for efficient scheduling in dynamic truck–drone collaboration. **Expert Systems with Applications**, v. 267, p. 126218, 2025. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417424030859>>.

ZHENG, C. Review on combined vehicle routing problem of drones and vehicles. **Journal of Innovation and Development**, v. 2, n. 1, p. 55–57, Feb. 2023. Disponível em: <<https://drpress.org/ojs/index.php/jid/article/view/5420>>.

ZHOU, H.; QIN, H.; CHENG, C.; ROUSSEAU, L.-M. An exact algorithm for the two-echelon vehicle routing problem with drones. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 168, p. 124–150, 2023. ISSN 0191-2615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261523000024>>.