



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
CENTRO MULTIDISCIPLINAR DE PAU DOS FERROS
BACHARELADO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

ROMEU HOLANDA DA SILVA

**EFEITOS RELATIVÍSTICOS EM CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS DE
DESCARGAS ATMOSFÉRICAS**

Pau dos Ferros - RN

Abril de 2018

ROMEU HOLANDA DA SILVA

**EFEITOS RELATIVÍSTICOS EM CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS DE
DESCARGAS ATMOSFÉRICAS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Banca Examinadora do Curso de Ciência e Tecnologia, da Universidade Federal Rural do Semiárido em cumprimento às exigências legais como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Ernandes Matos Costa
(UFERSA – Centro Multidisciplinar de Pau dos Ferros)

Pau dos Ferros – RN
Abril de 2018

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

S587e Silva , Romeu Holanda da .

Efeitos relativísticos em campos
eletromagnéticos de descargas atmosféricas /
Romeu Holanda da Silva . - 2018.

44 f. : il.

Orientador: Francisco Ernandes Matos Costa .
Monografia (graduação) - Universidade Federal

Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e
Tecnologia, 2018.

1. Eletromagnetismo . 2. Modelo . 3.
Relatividade . 4. Descargas atmosféricas . I.
Costa , Francisco Ernandes Matos , orient. II.
Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
CENTRO MULTIDISCIPLINAR DE PAU DOS FERROS

**EFEITOS RELATIVÍSTICOS EM CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS DE
DESCARGAS ATMOSFÉRICAS**

Romeu Holanda da Silva

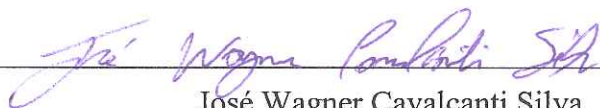
Trabalho de conclusão de curso apresentado à Banca Examinadora do Curso Ciência e Tecnologia, da Universidade Federal Rural do Semiárido em cumprimento às exigências legais como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Ciência e Tecnologia.

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Francisco Ernandes Matos Costa

(Orientador – UFERSA – Centro Multidisciplinar de Pau dos Ferros)



José Wagner Cavalcanti Silva

(UFERSA – Centro Multidisciplinar de Pau dos Ferros)



Otávio Paulino Lavor

(UFERSA – Centro Multidisciplinar de Pau dos Ferros)

Pau dos Ferros, 18 de Abril de 2018.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao meu pai João Holanda
e meus grandes amigos, Francisco Sobrinho e
Diogo Marcos.

Dedico este trabalho aos meus três sobrinhos,
Alícia, Petrônio e Giovana.

AGRADECIMENTOS

A minha família em especial a minha mãe e meus dois irmãos pelo apoio, incentivo e carinho dado durante todo o curso, este é um dos momentos em que a seguinte frase de Isaac Newton faz mais sentido: “Se enxerguei mais longe, foi porque me apoiei em ombros de gigantes”.

A Luzia Regina por me mostrar o quão bela é a vida.

A meu professor e orientador Dr. Francisco Ernandes Matos Costa pelo conhecimento repassado durante minha graduação, pela paciência, incentivo, correções, sugestões e tempo dedicado, meu muito obrigado.

A meu grande amigo José Lairton por todas as vezes em que esteve presente quando precisei pela amizade, companheirismo diversão pelas quais passamos desde criança.

A meu grande amigo Lenilson Martins por todas as vezes em que necessitei de ajuda para ir a faculdade e todos os momentos bons vividos.

A meu grande amigo Carlos Augusto pela amizade durante minha graduação, embora tenha sido a primeira, está terá sempre um lugar em especial reservado.

Embora tenha sido quase no final da graduação algumas pessoas entram e marcam sinceramente os momentos pelos quais passamos e deixam um rastro de amizade que para sempre serão lembrados, obrigado Gleiciane Queiroz!

Por todos os momentos de descontração, risadas e momentos bons vividos durante quase toda a minha graduação, agradeço a Ricassilly Lima.

Agradeço a todos os professores pelos quais passei até chegar esse momento, pelo conhecimento repassado e incentivo, e todos aqueles que contribuíram direta e indiretamente na minha carreira acadêmica.

Agradeço a meu pai (in memorian) por todo o amor, carinho, cuidado, pelo incentivo e ter acreditado em mim.

RESUMO

As descargas atmosféricas causam muitos prejuízos sociais e econômicos à humanidade e ainda não são completamente entendidas pela ciência. Nesta monografia, é proposto um modelo para a corrente da descarga de retorno a partir da análise do movimento relativístico de uma partícula carregada em um campo elétrico muito intenso. A partir do modelo de corrente deriva-se expressões analíticas para os potenciais escalar e vetorial. Finalmente, utilizando as equações fundamentais do eletromagnetismo encontram-se expressões analíticas para o campo elétrico vertical, o campo elétrico radial e o campo magnético azimutal em torno do canal de descarga.

Palavras chave: Eletromagnetismo, Modelo, Relatividade, Descargas atmosféricas.

ABSTRACT

The atmospheric discharges cause many social and economical damages to the humanity and they are not still completely understood by the science. In this monograph, a model is proposed for the current of the return discharge starting from the analysis of the relativistic movement of a loaded particle in a very intense electric field. Starting from the current model he/she is derived analytical expressions for the potentials to climb and vectorial. Finally, using the fundamental equations of the electromagnetism is analytical expressions for the vertical electric field, the radial electric field and the magnetic azimuthal around the discharge channel.

Keywords: Electromagnetism, Model, Relativity, Atmospheric discharges.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2. 1: Ilustração da distribuição das cargas elétricas em uma nuvem cumulonimbus.....	24
Figura 2. 2: Ilustração da formação do raio numa escala de tempo em milissegundos.	28
Figura 2. 3: Comportamento do perfil de corrente para duas descargas de retorno induzidas por foguetes.	29
Figura 3. 1: Representação de um sistema cilíndrico de coordenadas com a indicação de um ponto de interesse para cálculo dos potenciais.....	32
Figura 3. 2: Ilustração do método das imagens utilizado para estimar os potenciais elétricos no ponto P	33
Figura 3. 3: Comportamento do potencial escalar.	39
Figura 3. 4: Comportamento do potencial vetor.	39
Figura 3. 5: Comportamento do campo elétrico vertical em função do tempo.....	41
Figura 3. 6: Comportamento do campo elétrico radial.	42
Figura 3. 7: Comportamento do campo magnético azimutal.	44

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
1.1 PROBLEMÁTICA.....	12
1.2 OBJETIVOS.....	12
1.2.1 Objetivo geral	12
1.2.2 Objetivos específicos.....	13
1.3 JUSTIFICATIVA.....	13
1.4 METODOLOGIA DE PESQUISA	13
1.5 ESTRUTURA DA MONOGRAFIA.....	14
2. REFERENCIAL TEÓRICO	15
2.1 OS FUNDAMENTOS DO ELETROMAGNETISMO	15
2.2 RELATIVIDADE RESTRITA	18
2.2.1 Cinemática e mecânica relativística.....	18
2.2.2 Movimento relativístico de uma partícula carregada em um campo elétrico uniforme	21
2.3 FORMAÇÃO E ELETRIFICAÇÃO DAS NUVENS	22
2.4 FORMAÇÃO DE DESCARGAS ATMOSFÉRICAS.....	25
2.5 RAIOS E RELÂMPAGOS	26
2.6 MODELO PARA O PERFIL DE CORRENTE.....	29
3. RESULTADOS E DISCUSSÕES	31
3.1 UM NOVO MODELO PARA O PERFIL DE CORRENTE.....	31
3.2 ESTIMATIVA DOS POTENCIAIS ELÉTRICOS.....	32
3.3 ESTIMATIVA DO CAMPO ELÉTRICO VERTICAL.....	39
3.4 ESTIMATIVA DO CAMPO ELÉTRICO RADIAL	41
3.5 ESTIMATIVA DO CAMPO MAGNÉTICO AZIMUTAL.....	42
4. CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS FUTURAS	45
5. REFERÊNCIAS	46

1. INTRODUÇÃO

Dentre os vários fenômenos da natureza, as tempestades naturais – as chamadas descargas elétricas naturais – são as que despertam maior curiosidade e interesse das pessoas, seja pelo fato de oferecer um belo espetáculo ou por simplesmente causar grandes perigos para a humanidade.

Desde a antiguidade que algumas pessoas tentam explicar as descargas atmosféricas, entretanto, seu entendimento teve início apenas em meados do século XVIII com Benjamin Franklin (1706-1790), que provou que os raios tem uma natureza elétrica.

Atualmente, sabe-se que a formação de uma descarga atmosférica começa com o processo de eletrização das nuvens. Esse processo é algo bastante complexo que ainda não se tem uma explicação totalmente satisfatória na literatura científica. A teoria colisional é a mais bem sucedida, mas não consegue dar conta de tudo. Para que a descarga ocorra as nuvens de tempestades devem estar com uma alta concentração de cargas elétricas, que seja capaz de produzir um campo elétrico bastante intenso, que ultrapassa a intensidade da rigidez dielétrica do meio, fazendo-o agir como um condutor.

A descarga elétrica natural, ou simplesmente raio, pode ocorrer entre uma nuvem e o solo, entre nuvens ou intranuvens. As nuvens *cumulonimbus* são as mais comuns geradoras de raios e também o tipo de nuvem mais estudado. As descargas que tocam o solo são chamadas nuvem-solo (NS) e são de menor ocorrência (cerca de 20%); enquanto os raios que não tocam o solo são classificados como intranuvem (IN) e ocorrem em maior intensidade (cerca de 80%), mas são pouco estudados por ocorrerem em meio à opacidade da nuvem e por não trazerem muitos prejuízos à sociedade (FERRAZ, 2001).

A corrente elétrica associada a um raio tem intensidade muito alta podendo chegar a algumas dezenas de quilo-ampères e as cargas que formam essa corrente podem percorrer alguns quilômetros ao longo de um canal estreito com velocidades que chegam a metade da velocidade da luz no vácuo. Essa corrente extremamente alta tem um alto poder destrutivo tanto social quanto econômico. Entre os principais danos podemos citar: perdas de vidas humanas, incêndios florestais, sobretensões em linhas de transmissão e queima dos fusíveis usados para proteger transformadores de linhas de transmissão de energia etc (PORTIER, 2010).

Uma descarga atmosférica também provoca um clarão (relâmpago) e logo após um estrondo (trovão). Esses acontecimentos, muitas vezes assustam as pessoas, entretanto, o efeito danoso da descarga está relacionado a corrente elétrica presente que tem uma intensidade muito alta.

1.1 PROBLEMÁTICA

As descargas atmosféricas são fenômenos de natureza eletromagnética e desempenham um papel importante na manutenção do clima no planeta. Entretanto, conforme comentado anteriormente, essas descargas causam sérios prejuízos sociais e econômicos a sociedade. O principal prejuízo de natureza econômica é devido as sobretensões induzidas em linhas de transmissão de energia que causam danos em equipamentos de proteção da rede elétrica e em transformadores.

Os mecanismos físicos envolvidos nessas sobretensões são de natureza eletromagnética, mas ainda não são completamente entendidos pela física e engenharia. Nesse sentido, a estimativa de campos eletromagnéticos no entorno do canal de descarga em uma descarga atmosférica natural constitui um passo importante para um melhor entendimento das sobretensões induzidas em linhas de transmissão de energia. Informações quantitativas precisas dessas sobretensões são importantes para o projeto dessas linhas, assim como para a especificação da proteção dos seus equipamentos contra danos e interferências causadas por descargas atmosféricas. Com o intuito de conhecer melhor como de fato ocorre essas sobretensões deve-se levar em conta efeitos relativísticos na estimativa dos campos eletromagnéticos no entorno do canal de descarga.

Nesta monografia propõe-se um modelo relativístico para a corrente de descarga de retorno, a partir desse modelo faz-se uma estimativa dos potenciais e dos campos elétrico e magnético no entorno do canal de descarga.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

- Obter um modelo relativístico para a corrente de retorno e estimar os campos elétrico e magnético gerados por descargas atmosféricas

1.2.2 Objetivos específicos

- Estudar a física envolvida nas descargas atmosféricas;
- Obter um modelo para a corrente de retorno de descargas atmosféricas no contexto relativístico;
- Estimar o campo eletromagnético em torno do canal de descarga;
- Contribuir para a pesquisa científica da UFERSA/Pau dos Ferros.

1.3 JUSTIFICATIVA

O estudo das descargas atmosféricas naturais teve início em meados do século XVIII, com Benjamin Franklin (1706-1790), que provou que os raios teriam uma natureza elétrica. Atualmente, sabe-se que os raios são fenômenos eletromagnéticos, entretanto, ainda existe uma série de questões em aberto a respeito dessas descargas.

Dentre as principais questões em aberto: a primeira diz respeito a eletrificação das nuvens. Embora a teoria colisional seja bastante aceita, ainda não se sabe como uma nuvem adquire uma quantidade de carga líquida enorme, capaz de gerar uma voltagem extremamente alta superior a rigidez dielétrica do ar. A segunda questão está relacionada as sobretensões induzidas em linhas de transmissão de energia.

No sentido de contribuir para a solução da segunda questão, nesta monografia investiga-se uma possível forma de estimar os campos elétricos e magnéticos no entorno do canal de descarga atmosféricas, em um contexto relativístico.

1.4 METODOLOGIA DE PESQUISA

Trata-se de uma pesquisa de cunho teórico quantitativo. As principais etapas utilizadas para fundamentar a pesquisa serão apresentadas a seguir.

Primeiramente foi feito uma pesquisa bibliográfica sobre os principais conceitos eletromagnéticos e da teoria da relatividade, bem como alguns aspectos físicos gerais envolvidos nas descargas atmosféricas, desde o processo de eletrificação das nuvens até a descarga propriamente dita.

Na sequência foi derivado um modelo para o perfil de corrente elétrica no interior do canal de descarga a partir da análise do movimento relativístico de uma partícula carregada em um campo elétrico muito intenso e a partir desse perfil foram encontradas expressões para os potenciais eletromagnéticos no entorno do canal de descarga.

A partir das expressões para os potenciais e das equações de Maxwell foram estimados os campos elétrico e magnético no entorno do canal de descarga.

Finalmente, foi feita uma análise gráfica para se entender melhor o comportamento dos campos no entorno do canal de descarga.

1.5 ESTRUTURA DA MONOGRAFIA

Esta monografia está dividida em quatro capítulos, conforme descreve-se em linhas gerais a seguir.

No capítulo 2 é apresentado uma revisão bibliográfica sobre os fundamentos do eletromagnetismo da teoria da relatividade restrita, bem como de alguns aspectos físicos envolvidos no estudo das descargas elétricas.

No capítulo 3 é proposto um modelo para o perfil de corrente da descarga de retorno e feita uma estimativa dos potenciais e dos campos elétrico e magnético no entorno do canal de descarga.

No capítulo 4 apresenta-se as conclusões a respeito do trabalho assim como as perspectivas futuras.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 OS FUNDAMENTOS DO ELETROMAGNETISMO

Os fenômenos relacionados à eletricidade e ao magnetismo foram observados na Grécia antiga, através de dois materiais denominados, respectivamente, de âmbar e magnetita. O primeiro quando atritado com certos materiais atraía alguns corpos pequenos; já o segundo tinha o poder de atrair pedaços de certos metais como o ferro.

A investigação sobre os fenômenos elétricos e magnéticos foi feita de maneira completamente separada até por volta de 1820 quando Oersted (1777-1851) observou uma conexão entre esses dois campos da ciência. Por volta de 1867, Maxwell (1831-1879) finalmente unificou esses dois ramos da física constituindo o que chamamos hoje de eletromagnetismo.

Atualmente, sabe-se que a origem dos fenômenos eletromagnéticos reside em uma propriedade fundamental da matéria, denominada carga elétrica. A carga elétrica é responsável por gerar uma das quatro forças fundamentais da natureza – a força eletromagnética.

No nível microscópico a matéria é constituída de átomos, estes por sua vez, são constituídos de prótons, elétrons e nêutrons. Os dois primeiros apresentam carga elétrica. Por convenção, o elétron possui carga negativa enquanto o próton possui carga positiva.

Propriedades da carga elétrica:

- Existência de dois tipos de cargas;
- Existe um valor elementar de carga que é a carga do elétron ou do próton;
- Cargas elétricas interagem, isto é, uma carga exerce uma força sobre outra e vice-versa;
- Cargas iguais se repelem e cargas diferentes se atraem.

Um corpo que não apresenta uma carga elétrica líquida pode adquirir carga através dos processos de eletrização por: atrito, contato e indução.

Uma carga elétrica exerce força uma sobre outra mesmo que as duas não estejam em contato. Essa ação a distância pode ser explicada introduzindo-se o conceito de campo elétrico, que é o responsável por mediar a interação entre cargas elétricas.

Uma dada distribuição de cargas elétricas estacionárias em uma dada região do espaço gera um fluxo de campo elétrico, através de uma superfície fechada, com forma arbitrária, denominada superfície gaussiana, que envolve a distribuição. Esse fluxo é proporcional a densidade de cargas ρ no interior da superfície, isto é,

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (2.1)$$

que é conhecida como lei de Gauss. Na equação acima ε_0 é a permissividade elétrica do vácuo e ∇ representa o operador diferencial que em coordenadas cartesianas que é escrito como $\nabla = \hat{i}\partial_x + \hat{j}\partial_y + \hat{k}\partial_z$.

Michael Faraday (1791-1867) foi um dos pesquisadores que mais contribuiu para o desenvolvimento do eletromagnetismo. Foi ele quem criou o conceito de linhas de campo como um modo de visualização do campo. As linhas de campo têm propriedades nas quais as tornam muito uteis na representação do campo elétrico.

- As linhas de um campo eletrostático surgem nas cargas positivas ou no infinito e terminam nas cargas negativas ou no infinito;
- Em qualquer ponto o campo é tangente às linhas de campo;
- O número de linhas em dada região é proporcional a intensidade do campo nessa região.

A um campo eletrostático é sempre possível associar uma função escalar, denominada potencial elétrico V , tal que,

$$\vec{E} = -\nabla V. \quad (2.2)$$

Note que a diferença de potencial elétrico entre dois pontos está relacionada ao campo elétrico entre os dois pontos. Quando uma diferença de potencial é aplicada aos terminais de um material condutor, um campo elétrico é estabelecido no interior do material fazendo com que as cargas “livres” do condutor adquiram um movimento ordenado. A esse movimento ordenado de cargas dar-se o nome de corrente elétrica. Formalmente, a corrente I é definida como sendo a taxa de variação de carga que atravessa uma área de seção transversal de um condutor,

$$I = \frac{dQ}{dt}, \quad (2.3)$$

Em muitas situações de interesse físico é mais conveniente definir uma densidade de corrente $\vec{J}$ que está relacionada à corrente pela expressão,

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}, \quad (2.4)$$

Já o magnetismo foi observado pela primeira vez numa rocha conhecida como magnetita – os chamados ímãs naturais – que tinha a propriedade de atrair certos metais como o ferro. Os ímãs apresentam algumas propriedades como:

- Um ímã sempre apresenta dois polos, convenientemente chamados de norte e sul;
- Ímãs interagem, um ímã exerce uma força sobre outro e vice-versa;
- Polos iguais se repelem e polos diferentes se atraem.
- As linhas de campo magnético de um ímã, assim como de qualquer outra fonte de campo magnético, são curvas fechadas.

Embora cargas positivas e negativas possam ser facilmente isoladas, até o momento não foi encontrado monopolos magnéticos isolados. Devido à inexistência de monopolos magnéticos, a lei de Gauss para o magnetismo pode ser escrita como,

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.5)$$

onde $\vec{B}$ é o campo magnético. A partir da relação acima é possível escrever o campo magnético como,

$$\vec{B} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{A} \quad (2.6)$$

onde μ_0 é a permeabilidade magnética no vácuo e $\vec{A}$ é o potencial vetor.

Conforme mostrado experimentalmente por Oersted em 1820, uma corrente elétrica gera um campo magnético. Em casos que há um alto grau de simetria o campo magnético produzido por uma distribuição de correntes é dado pela lei de Ampère escrita como,

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}. \quad (2.7)$$

Como uma corrente elétrica, ou similarmente um campo elétrico gera um campo magnético, então de alguma forma é possível produzir um campo elétrico a partir de um campo magnético. De fato, Faraday (1791-1867) verificou experimentalmente que um campo magnético variável, ou mais precisamente, um fluxo magnético variável na seção de uma espira gera um campo elétrico, de forma que,

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.8)$$

que é conhecida como lei de Faraday da indução e descreve o fenômeno da indução eletromagnética.

A lei de Ampère apresenta uma inconsistência tanto física quanto matemática quando existem campos elétricos dependentes do tempo. A partir da simetria existente na lei de Faraday, Maxwell (1831-1879) percebeu que a lei de Ampère estava incompleta e fez uma correção na lei de Ampère (Eq. (2.7)), introduzindo um termo que ficou conhecido como corrente de deslocamento. Dessa forma, a Eq. (2.7) foi modificada para,

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (2.9)$$

que é conhecida como lei de Ampère-Maxwell.

As Eqs. (2.1), (2.5), (2.8) e (2.9) são conhecidas como as equações de Maxwell e relacionam os campos elétrico e magnético com suas respectivas fontes (MACHADO, 2000).

2.2 RELATIVIDADE RESTRITA

2.2.1 Cinemática e mecânica relativística

A teoria da relatividade restrita, proposta por Einstein em 1905 é fundamentada em dois postulados:

- As leis da física são as mesmas para todos os observadores inerciais.
- A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor em todos os referenciais inerciais e é independente do movimento da fonte.

O segundo postulado tem como consequência direta que medidas de tempo e espaço são relativas ao estado de movimento do observador.

No contexto da relatividade um evento qualquer é definido por quatro coordenadas (t, x, y, z) que são as coordenadas¹ do espaço-tempo. Portanto, se um evento for visto por dois observadores, um no referencial S e o outro no referencial S', tal que S' move-se com

¹ Por convenção as grandezas com índices gregos referem-se às grandezas quadrimensionais e com índices latinos às tridimensionais.

velocidade constante, ao longo da direção x , em relação S ; as coordenadas de espaço-tempo dos dois referenciais estão relacionadas pelas transformações de Lorentz, que são escritas como

$$x' = \gamma(x - ut), \quad (2.10)$$

$$y' = y, \quad (2.11)$$

$$z' = z, \quad (2.12)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{ux}{c^2}\right), \quad (2.13)$$

ou na forma matricial.

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

onde $\beta = \frac{u}{c}$ é o parâmetro de velocidade e $\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Por outro lado, o intervalo entre dois eventos é dado por

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2. \quad (2.15)$$

De agora em diante é conveniente introduzir a notação de quadri vetor. Sendo assim, vamos definir o quadri vetor posição como sendo,

$$x^\mu = (ct, x, y, z) = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (x^0, x^i). \quad (2.16)$$

Pela convenção de Einstein da soma, segundo a qual estará implícita uma soma que houver índices repetidos, assim o intervalo passará a ser escrito como

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (2.17)$$

onde $\eta_{\mu\nu}$ é o tensor métrico do espaço-tempo de Minkowski,

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

Agora é possível definir o quadrivetor velocidade como sendo,

$$U^\mu \equiv \frac{dx^\mu}{d\tau}. \quad (2.19)$$

As componentes da quadri-velocidade são escritas da seguinte maneira

$$U^0 = \frac{dx^0}{d\tau} = \gamma c, U^i = \frac{dx^i}{d\tau} = \gamma v^i, \quad (2.20)$$

$$U^\mu = (\gamma c, \gamma v^i). \quad (2.21)$$

Para uma partícula de massa m , o quadrimomento é definido como

$$p^\mu = mU^\mu. \quad (2.22)$$

Substituindo U na definição do quadrimomento, vem que

$$p^\mu = (\gamma mc, \gamma mv^i), \quad (2.23)$$

Note que,

$$p^0 = \gamma mc \rightarrow p^0 = mc(1 - \beta^2)^{-1/2}. \quad (2.24)$$

Expandindo o termo entre parêntese tem-se, no limite de baixas velocidades, que

$$(1 - \beta^2)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}\beta^2, \quad (2.25)$$

então,

$$p^0 = mc \left(1 + \frac{1}{2}\beta^2 \right), \quad (2.26)$$

$$cp^0 = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2. \quad (2.27)$$

O termo mc^2 é denominado energia de repouso, enquanto que o segundo termo é a energia cinética não relativística da partícula. Portanto, é conveniente definir a energia relativística de uma partícula livre como sendo

$$E = cp^0 \rightarrow E = \gamma mc^2, \quad (2.28)$$

de modo que,

$$E_c = E - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2. \quad (2.29)$$

Finalmente,

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, p^i \right). \quad (2.30)$$

A taxa de variação do quadrimomento em relação ao tempo próprio² fornece o quadriforça, i.e.,

$$f^\mu = \frac{dp^\mu}{d\tau}. \quad (2.31)$$

2.2.2 Movimento relativístico de uma partícula carregada em um campo elétrico uniforme

Considere o movimento de uma carga Q em um campo elétrico uniforme ε muito intenso, que aponta na direção z . Neste caso, tem-se que,

$$\dot{p}_z = Q\varepsilon, \quad \dot{p}_y = 0. \quad (2.32)$$

Integrando as equações acima, vem que

² Define-se tempo próprio, o tempo ou intervalos de tempo inferidos por um relógio posicionado de forma estática na origem do referencial adotado.

$$p_z = Q\epsilon t, \quad p_y = p_0. \quad (2.33)$$

O ponto de referência do tempo foi escolhido no momento em que $\dot{p}_z = 0$. Temos que p_0 é o momento da partícula.

Por outro lado, a energia relativística da partícula é dada por

$$E = c\sqrt{m^2 c^2 + p^2}. \quad (2.34)$$

Substituindo (2.33) em (2.34) encontramos

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + c^2 p_0^2 + (cQ\epsilon t)^2} = \sqrt{E_0^2 + (cQ\epsilon t)^2}, \quad (2.35)$$

onde E_0 é a energia para $t = 0$. A relação entre energia e momento de uma partícula nos dá $v = pc^2/E$. Para $v_z = \dot{z}$, tem-se que

$$\frac{dz}{dt} = \frac{p_z c^2}{E} = \frac{c^2 Q\epsilon t}{\sqrt{E_0^2 + (cQ\epsilon t)^2}}. \quad (2.36)$$

Integrando, encontra-se

$$z = \frac{1}{Q\epsilon} \sqrt{E_0^2 + (cQ\epsilon t)^2}. \quad (2.37)$$

Agora isolando t na Eq. (2.37) e substituindo na Eq. (2.36) obtém-se

$$v = c\sqrt{1 - \frac{a^2}{z^2}}, \quad (2.38)$$

onde a é dado por

$$a^2 = \frac{E_0^2}{(Q\epsilon)^2}. \quad (2.39)$$

2.3 FORMAÇÃO E ELETRIFICAÇÃO DAS NUVENS

A formação das nuvens deve-se a condensação do vapor de água que está presente nas correntes de ar que se elevam na atmosfera. Pequenas massas de ar que contém vapor sofrem

aquecimento próximas a superfície da Terra e se expandem, como consequência disso a sua densidade diminui fazendo com que essas pequenas massas subam. Quando o vapor sobe para regiões de baixas temperaturas se condensa. Esse processo de condensação da água também é influenciado por pequenas partículas de poeira existentes no ar. À medida em que ocorre a condensação, também há a liberação de calor, o calor latente faz com que se aqueça uma parcela de ar contribuindo para que ele suba. À medida em que aumenta a altura, varia-se a temperatura, ou seja, é a altura que determina quando a subida para. Esse processo pode chegar até a tropopausa, onde o comportamento da temperatura irá ser definido pela altura. É neste local onde o vapor condensado irá se transformar em gotas de água, e também alguns tipos de partículas de gelo, formando assim uma nuvem visível (GOMES, 2003).

As nuvens de tempestade são nuvens eletrificadas do tipo *cumulonimbus*. Este tipo de nuvem é a mais comum e difere das demais em termos de tamanho, tanto vertical quanto horizontal. Essas nuvens também apresentam fortes correntes de ar na vertical e liberam eletricidade na forma de raios. Nelas ocorrem os processos de geração e separação das cargas elétricas que dão origem a vários tipos de raios.

As nuvens *cumulonimbus* podem ser classificadas em dois tipos diferentes: isoladas, conhecidas também como convectivas ou locais, e em grupos, formando tempestades organizadas. As nuvens de tempestades em grupo costumam ser mais intensas, causando fortes chuvas de ventos e chuvas de granizo (SILVA, 2007). Nuvens de tempestade apresentam um diâmetro de 10 a 20 km, e uma extensão vertical de 10 a 20 km, movimentam com velocidade acerca de 40 a 50 km/h o tempo de duração é em torno de 30 a 90 minutos.

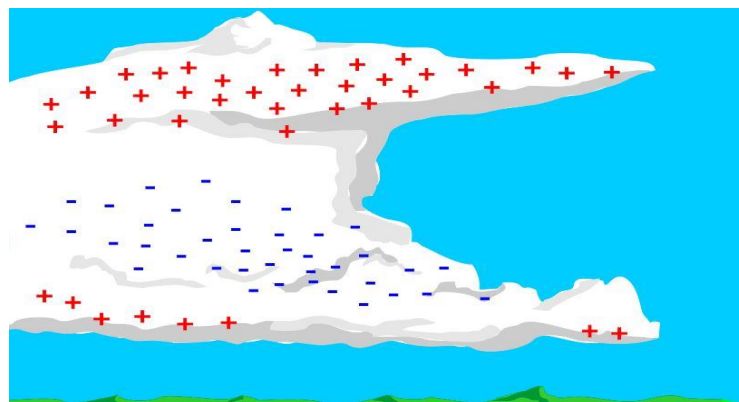
A maneira como as nuvens de tempestades se formam depende de vários fatores, a umidade do ar, a instabilidade da atmosfera, que neste caso é a variação da temperatura com a altura. A temperatura na atmosfera, desde o solo, vai diminuindo até uma certa altura, denominada tropopausa, que é a região limite entre a troposfera e a estratosfera. A altura da tropopausa depende da latitude geográfica, fica em torno de 16 quilômetros próximo ao equador, em outros lugares com altitudes elevadas, fica em torno dos 10 quilômetros. Enquanto a temperatura diminui com a altura, a atmosfera se torna mais estável. Por outro lado, a atmosfera é considerada instável quando a diminuição da temperatura que está relacionada a altura estiver maior ou igual a 6 graus Celsius por quilômetro. Isso provém de fatores como luz solar, relevo, frentes frias e outras características do clima.

Segundo Pinto e Iara (Relâmpagos, 1996), citado por Silva (2007, p.8), devido a estrutura elétrica de uma nuvem de tempestade ser bastante complexa, ainda não há consenso sobre o fator responsável pela eletrização das nuvens de tempestades. O que se sabe é que no interior da nuvem ocorrem processos tanto microfísicos quanto microfísicos.

Considerando que não há informações detalhadas, acredita-se que tanto dentro das nuvens isoladas quanto nas nuvens em grupo, as estruturas eletrônicas de ambas sejam parecidas. Tendo em vista isso, temos que as cargas que são produzidas no interior das nuvens são responsáveis por dar origem aos relâmpagos. Os principais processos microfísicos estão relacionados a gravidade e a convecção. A gravidade tem maior influência nas partículas de gelo, principalmente nas maiores, fazendo com que elas permaneçam na parte inferior da nuvem de tempestade. As partículas menores se comportam justamente ao contrário, ou seja, tendem a permanecer na parte superior da nuvem. Em termos do processo convectivo as correntes de ar presentes no interior das nuvens, que são, as correntes de ar ascendentes e descendentes, são responsáveis por transportar as partículas, deixando as partículas menores na parte superior da nuvem e as partículas maiores na parte inferior.

Segundo Pinto Jr. E Pinto (2000), citado por Gomes (2003, p.39), a teoria mais aceita para explicar a existência de cargas dentro da nuvem assume que as cargas são geradas por colisões de diferentes partículas de gelo no interior da nuvem, embora os detalhes dos processos de colisões sejam desconhecidos. Durante as colisões ocorre a transferência de cargas entre as partículas pelos processos indutivo e termoelétrico.

Figura 2. 1: Ilustração da distribuição das cargas elétricas em uma nuvem cumulonimbus.



Fonte: WOtP (2014).

Seguindo o processo indutivo, as partículas maiores são polarizadas pelo campo elétrico externo e as cargas positivas são transferidas para partículas menores, tais como cristais de gelo

durante as colisões, depois são separadas por processos microfísicos gravitacional e convectivo. Assim as partículas de granizo ficam carregadas negativamente e as de cristal de gelo positivamente. Com o processo gravitacional, as cargas negativas relacionadas ao granizo por serem bem mais massivas, movem-se para parte inferior da nuvem por ação da gravidade. No entanto as cargas positivas por serem associadas a cristais de gelo ou partículas menos massivas acabam sendo suspensas para o topo da nuvem conforme mostra a figura 2.1. Ao mesmo tempo pelo processo convectivo as correntes de ar ascendentes e descendentes transportam as partículas, mantendo as maiores na parte inferior e as menores na parte superior das nuvens.

2.4 FORMAÇÃO DE DESCARGAS ATMOSFÉRICAS

As descargas atmosféricas são de suma importância para o equilíbrio ambiental da Terra. Os estudos sobre as cargas atmosféricas tiveram início por volta do século XVIII. Benjamim Franklin (1706-1790) foi um dos principais precursores desses estudos, realizando experimentos para comprovar a natureza elétrica das descargas atmosféricas. Foi em 1752 que ele conseguiu provar a natureza elétrica dos raios. O mesmo propôs o uso de hastes de metal, nas quais serviriam como proteção no caso de descargas elétricas. Segundo ele a eletricidade iria fluir da nuvem para o solo. Mais tarde ele percebeu que as hastes de metal na verdade atraíam os raios, sendo assim notou que as descargas elétricas não podiam ser evitadas. Mas poderiam ser atraídas apenas para um único local seguro, utilizando as hastes metálicas, onde não oferecesse perigo para as pessoas. Essas hastes metálicas ficaram conhecidas como para-raios.

As cargas elétricas no interior da nuvem geram um campo elétrico extremamente alto que supera a rigidez dielétrica do ar numa determinada região, podendo ser dentro da nuvem, entre nuvens ou entre a nuvem e o solo. De acordo com Pinto Jr. e Pinto (2000), citado por Gomes (2003). A quebra de rigidez dielétrica do ar ocorre quando o campo elétrico dentro da nuvem atinge valores da ordem de 400 kV/m, inferiores aqueles para a quebra de rigidez do ar na altura da nuvem, cerca de 1.000 kV/m. Sendo superado a quantidade estimada da rigidez dielétrica do ar, acontece o início da movimentação dos elétrons de uma região para a outra.

Segundo Degauque e Hamelin (1990), citado por Barbosa (2009), através de um líder descendente como é chamado, as cargas negativas são conduzidas da nuvem em direção ao

solo. Este líder progride através de passos sucessivos, onde cada passo tem um comprimento da ordem de 50 m. A duração de cada passo é cerca de 1 μ s e o intervalo de tempo entre dois passos sucessivos é cerca de 50 μ s.

Na formação do canal de descarga, o alto valor do campo elétrico produz uma espécie de local no qual podem ser armazenadas as cargas ao longo do canal. Após o encontro dos líderes ascendentes e descendentes, as cargas vão ser drenadas para o núcleo do canal, onde se estabelece duas correntes de retorno em sentidos opostos. Uma das correntes de retorno se estabelece no solo em direção a nuvem. Essa corrente pode ser entendida como um fluxo de cargas através de um plano perpendicular ao canal de descarga. O que caracteriza esta descarga de retorno é a elevada corrente elétrica que neutraliza as cargas provenientes do canal pelo líder descendente. Neste caso, espera-se que a amplitude de corrente seja uma função da altura.

Há também uma forte luminosidade ao longo do canal, na qual decorre da ionização do líder descendente. Devido ao aquecimento do ar em torno da descarga, é produzido uma intensa onda sonora que se propaga no meio, essa onda sonora é conhecida como trovão. A descarga de retorno, tem uma velocidade de cerca de um terço da velocidade da luz. A mesma chega a produzir uma corrente de milhares de ampères.

Em geral, algumas dezenas de milésimos de segundo mais tarde, um outro líder descendente percorre a trajetória do canal e, ao chegar na superfície do solo, dá origem a outra descarga de retorno. Este processo pode se repetir várias vezes, de forma que uma descarga atmosférica pode conter uma primeira descarga de retorno e várias descargas de retorno subsequentes. A forma de onda da corrente da descarga de retorno subsequente apresenta, em geral, um tempo de frente bem mais curto do que a corrente da primeira descarga de retorno (BARBOSA, 2009).

2.5 RAIOS E RELÂMPAGOS

De acordo com Campos (2005), um relâmpago pode ser definido como sendo uma descarga de alta corrente que percorre vários quilômetros. A maioria desses fenômenos ocorre devido a um tipo de nuvem em especial, conhecida por *cumulonimbus*. Os tipos de relâmpagos podem ser denominados em função de sua origem e do ponto onde terminam. Eles podem ocorrer (1) de uma nuvem para o solo (chamado Nuvem-solo ou NS), (2) do solo para a nuvem (chamado Solo-Nuvem ou SN), (3) dentro da nuvem (chamado Intranuvem ou IN), (4) entre

nuvens, (5) de uma nuvem para a atmosfera acima dela e, finalmente, (6) de uma nuvem para um ponto qualquer no ar (descargas no ar).

Os relâmpagos IN apresentam um número de cerca de 80% do total de relâmpagos ocorridos nas tempestades, no entanto, ele se torna de difícil estudo por ocorrer em meio as nuvens, isso se deve pelo fato das nuvens serem opacas, tornando difícil a sua visualização.

Os relâmpagos nuvem-solo e solo-nuvem são os mais acessíveis a observação, embora ocorram com menos frequência. Os relâmpagos que envolvem o solo são conseqüentemente chamados de raios. Os raios podem ser divididos em dois tipos: os negativos e os positivos. Existem quatro subtipos de raios: NS negativo, NS positivo, SN negativo e SN positivo. Esses subtipos dependem da polaridade de cargas.

De forma geral, um raio é um conjunto de descargas atmosféricas. Ele tem início quando a concentração de cargas de sinais opostos na nuvem cresce tornando o ar ao redor um condutor. Desse ponto em diante passam a ocorrer descargas elétricas dentro da nuvem diminuindo assim a concentração de cargas.

Devido a configuração da nuvem *cumulonimbus*, no interior delas ocorrem choques entre as partículas sólidas, provocando assim o aparecimento de cargas elétricas, tanto positivas quanto negativas, ambas se separando. A parte de baixo da nuvem fica carregada negativamente induzindo uma carga positiva na superfície do solo. O processo de descarga da nuvem no solo tem início quando o campo elétrico atinge valores altos capazes de superar a rigidez dielétrica do ar. Temos que cerca de 80% dos raios NS são descendentes, isto quer dizer que na maioria dos casos a nuvem descarrega para o solo, os outros 20% são os ascendentes, esta ocorrendo de maneira contrária, do solo para a nuvem. Os raios SN são mais raros que os ascendentes, tendo mais ocorrência em lugares de maior altitude, como por exemplo, montanhas, torres, arvores e edifícios.

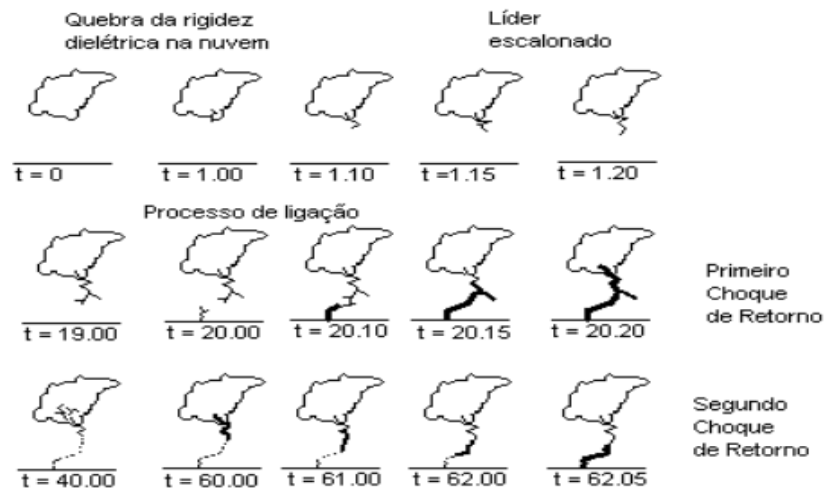
Segundo Lacerda (1993), quando a ponta de um condutor se aproxima do solo, há uma diferença de potencial entre ele e alguns dos pontos mais elevados da superfície da Terra. No solo surgem os condutores positivos, esses agora sendo direcionados para cima. Em torno de 100 metros da superfície do solo ocorre o processo de ligação quando uma ponta desse condutor toca um dos condutores ascendentes, ocasionando o primeiro choque de retorno, formando assim o então chamado canal de descarga principal.

Quando ocorre a primeira descarga, essa apresenta muitas ramificações, isso quer dizer que no caminho para o solo, a descarga não procura necessariamente o menor percurso, e sim o mais fácil.

O primeiro choque de retorno tem um aumento da corrente no solo, no valor de 10 KA, ocorrendo num intervalo de tempo de 10μ s. O canal principal se forma em torno do envelope de corona. A largura do canal é em torno de 1 centímetro, estando submetida a uma intensa corrente elétrica percorrendo a distância entre o solo e a nuvem com uma velocidade em torno de 10^8 m/s (LACERDA, 1993).

Quando as cargas fluem para o solo são distribuídas na ponta do condutor, gerando um pulso, que vai se propagando desde o solo até a nuvem, originando assim o primeiro pico de corrente. As cargas que estão depositadas no canal, se colapsam e vão na direção do canal, produzindo uma corrente chamado de corrente de corona. O canal principal junto com suas ramificações ficam luminosos, aquecem, e se expandem em meio ao ar gerando o trovão (LACERDA, 1993).

Figura 2. 2: Ilustração da formação do raio numa escala de tempo em milissegundos.



Fonte: Adaptado de Uman (1987).

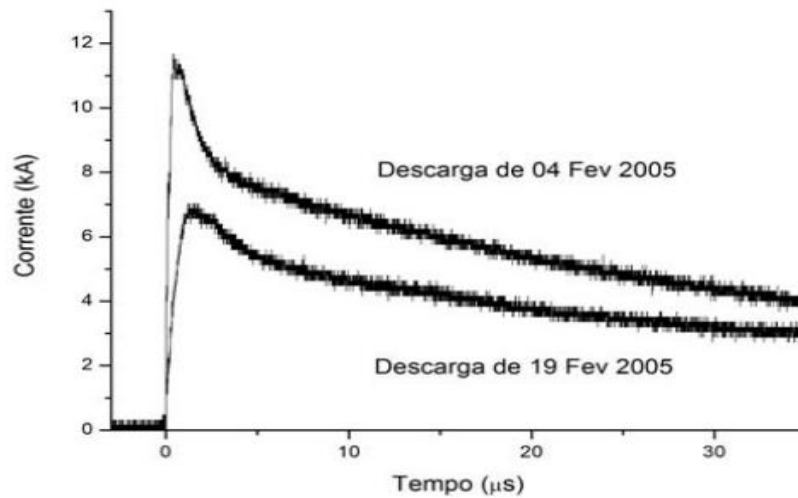
Na figura 2.2 é ilustrado todo o processo de formação raio em uma escala de milissegundos. Os raios podem ter uma polaridade de acordo com o tipo de carga que neutraliza a nuvem. Na diferença de potencial entre o solo e a nuvem o raio pode chegar a gerar uma corrente de até 300 kA. Parte da energia da descarga é liberada na forma de calor, luz e som. A região do entorno do canal de descarga é aquecido pela passagem da corrente elétrica, a temperatura nessa região pode chegar a 30.000 °C. A dificuldade de estudar os raios está relacionada as dificuldades de reproduzi-lo em laboratório. Aos poucos essa dificuldade vem sendo superada através de uma técnica que permite induzir um raio em alguns locais. Essa

técnica consiste em mandar um pequeno foguete na direção de uma tempestade quando o campo elétrico tiver alcançado a sua intensidade máxima no solo, resultando na formação de um relâmpago artificial.

2.6 MODELO PARA O PERFIL DE CORRENTE

A figura 2.3 mostra a forma da onda de corrente de duas descargas de retorno induzidas por foguetes, obtidas em Cachoeira Paulista-Brasil. A partir desses perfis da descarga de retorno é possível modelar a corrente e subsequentemente obter o campo eletromagnético no entorno do canal de descarga.

Figura 2. 3: Comportamento do perfil de corrente para duas descargas de retorno induzidas por foguetes.



Fonte: Adaptado de Barbosa (2009).

Em linhas gerais, é possível modelar o perfil de corrente pela seguinte expressão

$$i(z, t) = u\left(t - \frac{z}{v}\right) P(z) i\left(0, \frac{z}{v}\right), \quad (2.40)$$

onde t é o tempo que a descarga de retorno leva para atingir o ponto considerado do canal, v é a velocidade da descarga de retorno, $u(t - z/v)$ é a função de Heaviside, também conhecida

como função degrau, que vale 0 para $t - z/v < 0$ e 1 para $t - z/v \geq 0$. Enquanto que o termo $P(z)$ é a atenuação da corrente.

A tabela 2.4 apresenta algumas parametrizações para a função $P(z)$. Note que todas elas conduzem a modelos para a descarga de retorno em que a corrente numa dada altura z pode ser escrita em termos da corrente na base do canal (RAKOV, 2003). Para o modelo TL, tem-se que, $p(z) = 1$, conseqüentemente

$$i(z, t) = u\left(t - \frac{z}{v}\right) I_0, \quad (2.41)$$

onde I_0 é a corrente na base do canal.

Figura 2. 4: Tabela em que mostra as funções que podem ser usadas em (2.40).

Modelo	$P(z)$
TL	1
MTLL	$1 - z/L$
MTLE	$\exp(-z/y)$

Fonte: Adaptado de Barbosa (2009).

A velocidade da descarga de retorno e seu valor relativo v_R estão relacionadas a velocidade da luz no vácuo c , por $v = cv_R$.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 UM NOVO MODELO PARA O PERFIL DE CORRENTE

Conforme foi visto na seção 2.5 é possível escrever a corrente de descarga retorno da seguinte forma

$$i(z, t) = u \left(t - \frac{z}{v} \right) P(z) i \left(0, \frac{z}{v} \right), \quad (2.40)$$

onde a função $P(z)$ representa a variação da corrente de retorno com a altura z . De forma que, cada modelo caracteriza-se por uma função $P(z)$ diferente.

Também já foi comentado que o campo elétrico que se estabelece entre uma nuvem e o solo numa descarga atmosférica é muito intenso, consequentemente, as cargas elétricas se deslocam nesse campo com velocidades que podem chegar à metade da velocidade da luz. Dessa forma, só é possível fazer uma descrição adequada do movimento dessas cargas em um contexto relativístico.

Na seção 2.2 discutiu-se o movimento de uma partícula carregada no contexto relativístico e chegou-se a uma expressão para a velocidade em função da posição. Como a corrente é um movimento ordenado de cargas, vamos considerar a Eq. (2.38) para modelar a função $P(z)$. Sendo assim, vamos escrever:

$$P(z) = \sqrt{1 - \frac{a^2}{z^2}}. \quad (3.42)$$

Segue então que,

$$i(z, t) = u \left(t - \frac{z}{v} \right) i \left(0, \frac{z}{v} \right) \left(\sqrt{1 - \frac{a^2}{z^2}} \right), \quad (3.43)$$

que é o modelo para o perfil da corrente de descarga de retorno que será adotado nesta monografia.

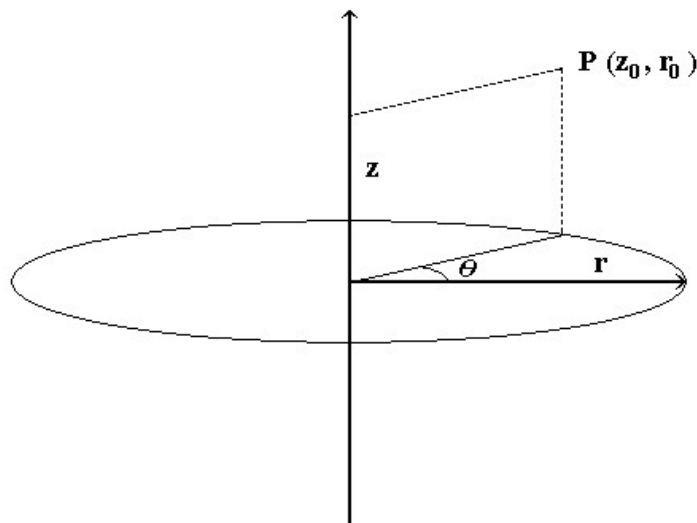
O perfil da densidade de cargas, assim como o perfil de corrente ao longo do canal de descarga também pode ser escrito como

$$q(z) = q_0 \sqrt{1 - \frac{a^2}{z^2}}. \quad (3.44)$$

3.2 ESTIMATIVA DOS POTENCIAIS ELÉTRICOS

Primeiramente, vamos adotar um sistema de coordenadas cilíndricas, que é definido pelas coordenadas (z, θ, r) , onde r representa a distância horizontal, θ é o ângulo azimutal e z é a altura do canal de descarga. O plano $z = 0$ define a superfície do solo e P é o ponto de interesse onde os potenciais serão estimados.

Figura 3. 1: Representação de um sistema cilíndrico de coordenadas com a indicação de um ponto de interesse para cálculo dos potenciais.



Fonte: Adaptado de Barbosa (2009).

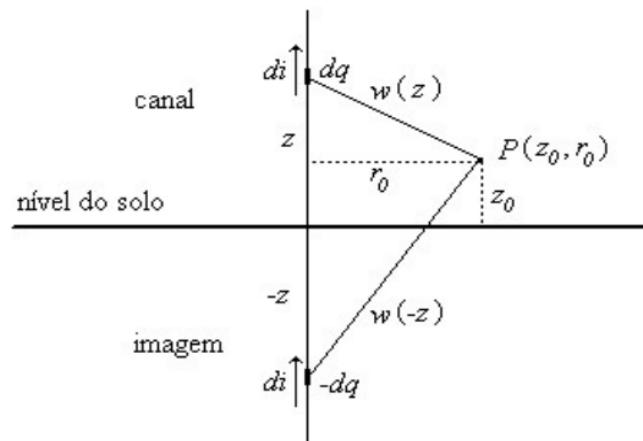
O plano $z = 0$ separa dois meios considerados homogêneos e isotrópicos. No semi-espço superior que corresponde ao ar, as características elétricas são consideradas similares as do espaço livre. O meio do semi-espço inferior corresponde ao solo. Para calcular o campo elétrico radial a condutividade é considerada, pois o mesmo recebe contribuições da corrente induzida no solo pelo campo magnético e da corrente de condução que penetra no solo.

Devido a estimativa do campo eletromagnético no entorno do canal de descarga ser bastante complexa o uso do método das imagens simplifica a resolução do problema.

Considerando uma distribuição de cargas infinitesimal dq frente a um plano condutor e uma distribuição infinitesimal de carga, simétrica a distribuição de carga real, localizada

abaixo da superfície do solo e com o sinal oposto, como mostra a figura 2.5. Neste caso, o campo abaixo da superfície do solo não é importante, pois queremos estimar os potenciais acima da superfície. A superfície do solo deixaria de existir, podendo assim ser desconsiderada a interferência da mesma. Assim o potencial poderia ser obtido pela soma dos potenciais das cargas-imagem e das cargas reais (MACHADO, 2000).

Figura 3. 2: Ilustração do método das imagens utilizado para estimar os potenciais elétricos no ponto P .



Fonte: Adaptado de Barbosa (2009).

Na figura 3.2 o canal de descarga é representado pela linha vertical, também está indicado o elemento de carga dq , sua imagem $-dq$, a corrente I , sua imagem e o ponto P . Com o método das imagens é possível calcular os potenciais em qualquer ponto que se encontre na superfície do solo ou acima dela.

A partir do método das imagens pode-se escrever os potenciais escalar e vetorial respectivamente,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q\left(z, t - \frac{w}{c}\right)}{w} dz, \quad (3.45)$$

e

$$A = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i\left(z, t - \frac{w}{c}\right)}{w} dz \hat{z}, \quad (3.46)$$

onde a variável w é definida como sendo

$$w = \sqrt{z^2 + r_0^2}. \quad (3.47)$$

Substituindo agora a densidade de carga e a corrente nos potenciais, obtém-se

$$V = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_0^z \frac{c \sqrt{1 - \frac{a^2}{z^2}}}{\sqrt{z^2 + r_0^2}} dz, \quad (3.48)$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \int_0^z \frac{c \sqrt{1 - \frac{a^2}{z^2}}}{\sqrt{z^2 + r_0^2}} dz \hat{z}, \quad (3.49)$$

Note que os potenciais são similares, então para encontrar uma função para V e $\vec{A}$ deve-se resolver a seguinte integral,

$$I = \int \frac{\sqrt{z^2 - a^2}}{z \sqrt{z^2 + r_0^2}} dz. \quad (3.50)$$

Fazendo a mudança de variável,

$$u = \sqrt{z^2 - a^2} \rightarrow dz = \frac{\sqrt{z^2 - a^2}}{z} du, \quad (3.51)$$

a integral anterior pode ser reescrita em termos de u , como

$$I = \int \frac{u^2}{(u^2 + a^2) \sqrt{(u^2 + a^2) + r_0^2}} du, \quad (3.52)$$

ou ainda,

$$I = \int \frac{du}{\sqrt{u^2 + a^2 + r_0^2}} - \int \frac{A^2 du}{(u^2 + a^2) \sqrt{(u^2 + a^2) + r_0^2}}. \quad (3.53)$$

A primeira integral é facilmente resolvida resultando em

$$I_1 = \int \frac{1}{\sqrt{u^2 + a^2 + r_0^2}} du = \left[\ln \left| \sqrt{\frac{u}{\sqrt{B}}} + 1 + \frac{u}{\sqrt{B}} \right| \right], \quad (3.54)$$

onde $a^2 + r_0^2 = B$. Já a segunda integral,

$$I_2 = \int \frac{a^2 du}{(u^2 + a^2)\sqrt{(u^2 + a^2) + r_0^2}} = a^2 \int \frac{du}{(u^2 + a^2)\sqrt{u^2 + B}}, \quad (3.55)$$

pode ser resolvida através de substituição trigonométrica,

$$u = \sqrt{B} [tg(v)] \rightarrow du = \sqrt{B} (\sec^2 v) dv \rightarrow v = \arctg\left(\frac{u}{\sqrt{B}}\right). \quad (3.56)$$

Assim,

$$I_2 = a^2 \int \frac{\sqrt{B} [\sec^2(v)] dv}{\left((\sqrt{B}(tg(v)))^2 + a^2\right) \sqrt{(\sqrt{B}(tg(v)))^2 + B}}. \quad (3.57)$$

Da trigonometria podemos simplificar e cancelar alguns termos, deixando a integral acima da seguinte forma

$$I_2 = a^2 \int \frac{\sec(v) dv}{B tg^2(v) + a^2}, \quad (3.58)$$

ou ainda,

$$I_2 = a^2 \int \cos(v) \frac{dv}{(C) \sen^2(v) + a^2}. \quad (3.59)$$

Fazendo a nova mudança de variável,

$$y = \sen(v) \rightarrow dy = \cos(v) dv, \quad (3.60)$$

a integral anterior pode ser reescrita como

$$I_2 = a^2 \int \frac{dy}{(C)(y^2 + a^2)}, \quad (3.61)$$

cujo resultado é

$$I_2 = \left[\frac{a}{\sqrt{C}} \arctg\left(\frac{\sqrt{C}(y)}{a}\right) \right]. \quad (3.62)$$

Voltando a variável principal u , tem-se que

$$I_2 = \left[\frac{a}{\sqrt{C}} \arctg \left(\frac{u\sqrt{C}}{\sqrt{B}\sqrt{\frac{u^2}{B}+1}} \right) \right]. \quad (3.63)$$

Segue então que,

$$I = I_1 + I_2 = \left[\left(\ln \left| \frac{\sqrt{z^2 - a^2}}{\sqrt{a^2 + r_0^2}} + 1 + \frac{\sqrt{z^2 - a^2}}{\sqrt{a^2 + r_0^2}} - \frac{a}{r_0} \arctg \left(\frac{r_0 \sqrt{z^2 - a^2}}{\sqrt{z^2 + r_0^2}} \right) \right) \right]. \quad (3.64)$$

Agora substituindo a integral anterior nas expressões dos potenciais escalar e vetorial obtém-se, respectivamente os seguintes potenciais

$$V = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\ln \left| \frac{\sqrt{a^2 + r_0^2} \sqrt{\sqrt{z^2 - a^2} + \sqrt{a^2 + r_0^2}} + \sqrt{z^2 - a^2} \sqrt{\sqrt{a^2 + r_0^2}}}{\sqrt{\sqrt{a^2 + r_0^2}} \sqrt{a^2 + r_0^2}} \right| - \frac{a}{r_0} \arctg \left(\frac{r_0 \sqrt{z^2 - a^2}}{\sqrt{z^2 + r_0^2}} \right) \right) + V_0, \quad (3.65)$$

e

$$A = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \left(\ln \left| \frac{\sqrt{a^2 + r_0^2} \sqrt{\sqrt{z^2 - a^2} + \sqrt{a^2 + r_0^2}} + \sqrt{z^2 - a^2} \sqrt{\sqrt{a^2 + r_0^2}}}{\sqrt{\sqrt{a^2 + r_0^2}} \sqrt{a^2 + r_0^2}} \right| - \frac{a}{r_0} \arctg \left(\frac{r_0 \sqrt{z^2 - a^2}}{\sqrt{z^2 + r_0^2}} \right) \right) + A_0, \quad (3.66)$$

onde V_0 e a_0 são constantes de integração.

O tempo em que a descarga de retorno vai do solo até z mais o tempo em que a onda de campo de z até o ponto $P(0, r_0)$ pode ser definido

$$t = \frac{z}{v} + \frac{\sqrt{z^2 + r_0^2}}{c}. \quad (3.67)$$

Resolvendo a equação anterior para z obtém-se

$$z = \frac{v_R}{(1-v_R^2)} \left[ct - \sqrt{v^2 t^2 + (1-v_R^2) r_0^2} \right]. \quad (3.68)$$

Substituindo a Eq. (3.68) nas Eqs. (3.65) e (3.66) resulta,

$$V = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\ln \left| \frac{R(t, r_0) G(t, r_0) + S(t, r_0) F(t, r_0)}{S(t, r_0) R(t, r_0)} \right| - \frac{a}{r_0} \operatorname{arctg} \left(\frac{r_0 F(t, r_0)}{H(t, r_0)} \right) \right) + V_0 \quad (3.69)$$

$$A = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \left(\ln \left| \frac{R(t, r_0) G(t, r_0) + S(t, r_0) F(t, r_0)}{S(t, r_0) R(t, r_0)} \right| - \frac{a}{r_0} \operatorname{arctg} \left(\frac{r_0 F(t, r_0)}{H(t, r_0)} \right) \right) + A_0 \quad (3.70)$$

que são os potenciais escalar e vetorial em função do tempo. Nas equações (3.69) e (3.70) as funções que aparecem são definidas, respectivamente, como

$$F(t, r_0) = \sqrt{\left(\frac{v_R}{(1-v_R^2)} \left[ct - \sqrt{v^2 t^2 + (1-v_R^2) r_0^2} \right] \right)^2 - a^2}, \quad (3.71)$$

$$G(t, r_0) = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{v_R}{(1-v_R^2)} \left[ct - \sqrt{v^2 t^2 + (1-v_R^2) r_0^2} \right] \right)^2 - a^2} + \sqrt{a^2 + r_0^2}}, \quad (3.72)$$

$$H(t, r_0) = \sqrt{\left(\frac{v_R}{(1-v_R^2)} \left[ct - \sqrt{v^2 t^2 + (1-v_R^2) r_0^2} \right] \right)^2 + r_0^2}, \quad (3.73)$$

$$I(t, r_0) = \left(\left(\left(\frac{v_R}{(1-v_R^2)} \left[ct - \sqrt{v^2 t^2 + (1-v_R^2) r_0^2} \right] \right)^2 - a^2 \right) + \left(\left(\frac{v_R}{(1-v_R^2)} \left[ct - \sqrt{v^2 t^2 + (1-v_R^2) r_0^2} \right] \right)^2 + r_0^2 \right) \right), \quad (3.74)$$

$$J(t, r_0) = \left(\frac{v_R}{(1-v_R^2)} \left[ct - \sqrt{v^2 t^2 + (1-v_R^2) r_0^2} \right] \right)^2 + r_0^2, \quad (3.75)$$

$$K(t, r_0) = \frac{v_R^2}{(1-v_R^2)^2} \left(\left(ct - \sqrt{v^2 t^2 + (1-v_R^2) r_0^2} \right) \left(c - \frac{v^2 t}{\sqrt{v^2 t^2 + (1-v_R^2) r_0^2}} \right) \right), \quad (3.76)$$

$$L(t, r_0) = \frac{r_0}{\sqrt{a^2 + r_0^2} \sqrt{\sqrt{a^2 + r_0^2}}} \left(\frac{\sqrt{\sqrt{a^2 + r_0^2}}}{\sqrt{a^2 + r_0^2}} + \frac{1}{2\sqrt{\sqrt{a^2 + r_0^2}}} \right), \quad (3.77)$$

$$M(t, r_0) = r_0 v_R^2 \left(ct - \sqrt{v^2 t^2 + (1-v_R^2) r_0^2} \right), \quad (3.78)$$

$$N(t, r_0) = (1-v_R^2) \left(\sqrt{v^2 t^2 + (1-v_R^2) r_0^2} \right), \quad (3.79)$$

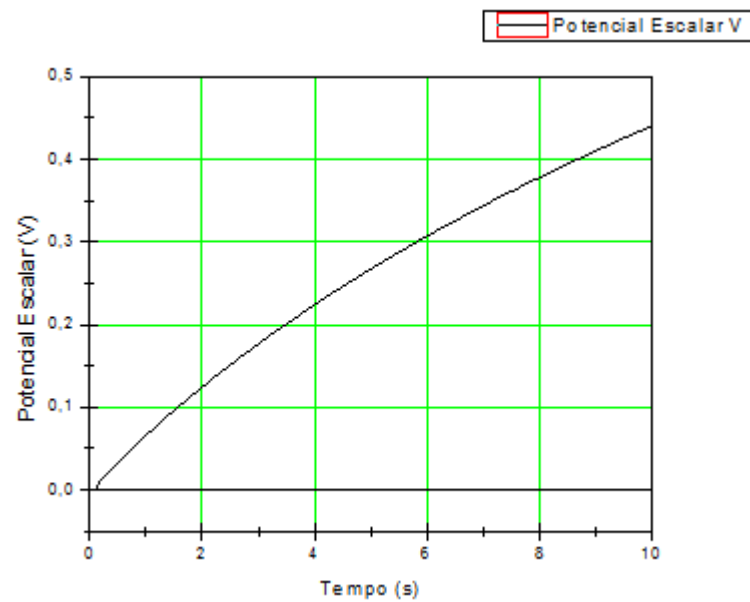
$$R(t, r_0) = \sqrt{a^2 + r_0^2} \quad (3.80)$$

e

$$S(t, r_0) = \sqrt{\sqrt{a^2 + r_0^2}}. \quad (3.81)$$

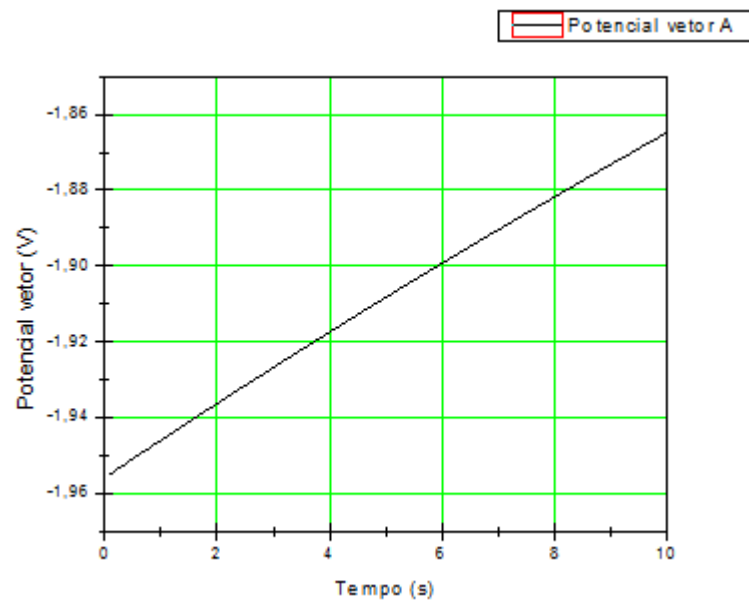
As figuras 3.3 e 3.4 mostram a evolução dos potenciais escalar e vetorial em função do tempo para valores de $a = 0,001$, $r_0 = 50m$ e $v_R = 0,5$.

Figura 3. 3: Comportamento do potencial escalar.



Fonte: Autor

Figura 3. 4: Comportamento do potencial vetor.



Fonte: Autor

Note que os potenciais apresentam um aumento praticamente linear no tempo.

3.3 ESTIMATIVA DO CAMPO ELÉTRICO VERTICAL

O campo elétrico em um dado local no espaço pode ser escrito em termos dos potenciais escalar e vetorial como segue

$$\vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (3.82)$$

Como o canal de descarga está ao longo da direção z , assim o gradiente do potencial escalar possui componente na direção de z que resulta em uma componente radial r , enquanto o potencial vetor é vertical.

Onde primeira componente pode ser obtida através da derivada do potencial escalar em relação a z , já a segunda é obtida derivando-se o potencial vetor em relação a t . Assim, reescrevendo a expressão anterior como

$$E_z = E_v + E_A = -\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial A}{\partial t}, \quad (3.83)$$

Agora derivando a Eq. (3.65) em relação a Z e a Eq. (3.70) em relação a t , vem que

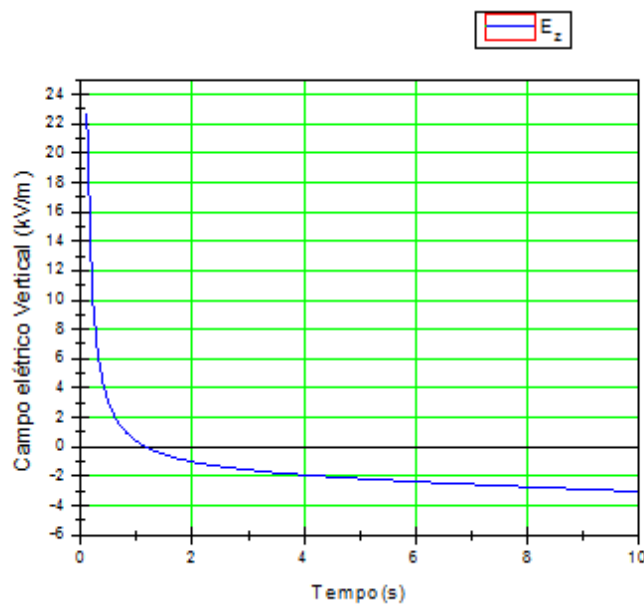
$$E_v = \frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{Z_E q_0}{4\pi} \left(\frac{z}{F(t, r_0)} \left(\frac{\frac{R(t, r_0) + 2S(t, r_0)(G(t, r_0))}{2G(t, r_0)}}{R(t, r_0)G(t, r_0) + S(t, r_0)F(t, r_0)} \right) - \frac{a}{r_0} \left(\frac{r_0 z (r_0^2 + a^2)}{F(t, r_0)H(t, r_0)} \left(\frac{J(t, r_0)}{r_0^2 I(t, r_0)} \right) \right) \right) + E_0, \quad (3.84)$$

$$E_A = \frac{\partial A}{\partial t} = -\frac{Z_E I_0}{4\pi} \left[\frac{\left(\frac{R(t, r_0)K(t, r_0)}{\frac{1}{2}(G(t, r_0))(F(t, r_0))} + \frac{(S(t, r_0))K(t, r_0)}{F(t, r_0)} \right)}{R(t, r_0)(G(t, r_0)) + S(t, r_0)F(t, r_0)} - \frac{a}{r_0} \left(\frac{\frac{K(t, r_0)H(t, r_0)}{F(t, r_0)}}{I(t, r_0)} - \frac{\frac{K(t, r_0)F(t, r_0)}{H(t, r_0)}}{I(t, r_0)} \right) \right] \quad (3.85)$$

Combinando as Eqs. (3.84) e (3.85) obtemos assim $E_V + E_A$, que é o campo elétrico vertical.

Na figura 3.5 é mostrado a evolução do campo elétrico vertical em função do tempo para os mesmos valores de $a = 0,001$, $r_0 = 50m$ e $v_R = 0,5$.

Figura 3. 5: Comportamento do campo elétrico vertical em função do tempo.



Fonte: Autor

Percebe-se que o campo elétrico vertical tem um rápido decaimento nos instantes iniciais e atinge um patamar praticamente constante.

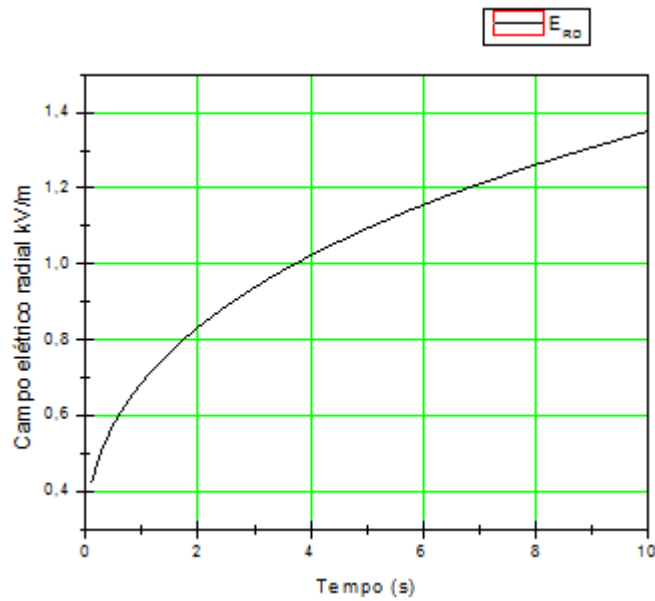
3.4 ESTIMATIVA DO CAMPO ELÉTRICO RADIAL

O campo elétrico radial pode ser obtido derivando-se o potencial escalar (3.65) em relação a r e depois substituindo (3.68) na derivada resultante. Assim,

$$E_{RD} = \frac{Z_E q_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\begin{aligned} & \left(\frac{G(t, r_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{R(t, r_0)}{G(t, r_0)} + \frac{F(t, r_0)}{S(t, r_0)} \right)}{R(t, r_0)G(t, r_0) + S(t, r_0)F(t, r_0)} \right) \\ & + \left(-L(t, r_0) + \frac{a}{r_0^2} \arctg \left(\frac{r_0 F(t, r_0)}{H(t, r_0)} \right) \right. \\ & \left. - \frac{(a/r_0)F(t, r_0)}{\left(\frac{r_0 F(t, r_0)}{H(t, r_0)} \right)^2 + 1} \left(\frac{1}{H(t, r_0)} - \frac{r_0^2}{J(t, r_0)H(t, r_0)} \right) \right) \end{aligned} \right] \quad (3.86)$$

O comportamento do campo elétrico radial em função do tempo é mostrado na figura 3.6.

Figura 3. 6: Comportamento do campo elétrico radial.



Fonte: Autor

Como pode ser visto essa componente apresenta um crescimento bastante rápido e depois de um certo tempo tende a se comportar de maneira constante.

3.5 ESTIMATIVA DO CAMPO MAGNÉTICO AZIMUTAL

O campo magnético pode ser escrito em termos de $\vec{A}$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{A}, \quad (3.87)$$

onde,

$$\nabla \times \vec{A} = a_r \left(\frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) + a_\theta \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + a_z \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{r \partial \theta} \right). \quad (3.88)$$

Como o potencial vetor A é inteiramente vertical somente a componente A_z , não é nula. E por questão de simetria radial A_z também não varia com θ , assim podemos reescrever a Eq. (2.72) da seguinte forma,

$$\vec{H} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_z}{\partial r} a_\theta \quad (3.89)$$

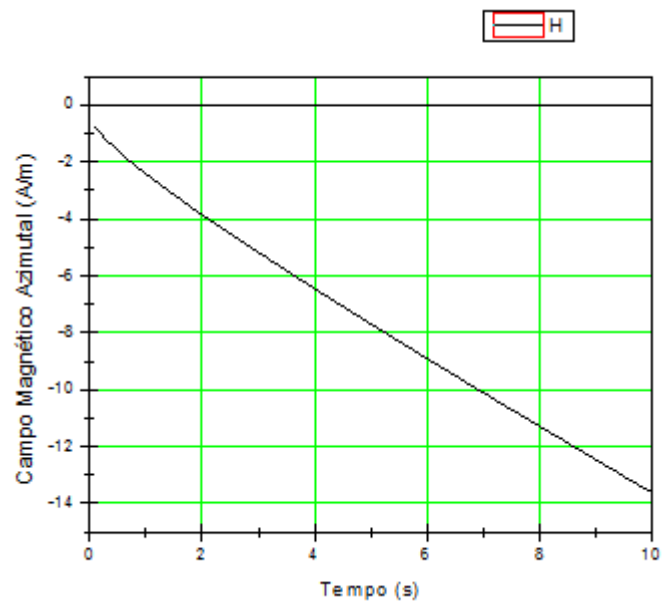
Segue, portanto, que

$$H = -\frac{I_0}{4\pi} \left[\frac{\frac{r_0}{R(t, r_0)} G(t, r_0) + R(t, r_0) \left(\frac{r_0}{R(t, r_0)} - \frac{N(t, r_0) F(t, r_0)}{G(t, r_0)} \right) - \left(\frac{M(t, r_0)}{N(t, r_0) F(t, r_0)} \right) S(t, r_0) + F(t, r_0) \left(\frac{r_0}{2S(t, r_0) R(t, r_0)} \right)}{R(t, r_0) G(t, r_0) + S(t, r_0) F(t, r_0)} + \left(\frac{a}{r_0^2} \left(\arctg \left(\frac{r_0 F(t, r_0)}{H(t, r_0)} \right) \right) - \frac{a}{r_0} \left(\frac{F(t, r_0) - \frac{M(t, r_0)}{2N(t, r_0) F(t, r_0)}}{+r_0 F(t, r_0)} \left(\frac{2r_0 - \frac{M(t, r_0)}{\lambda H(t, r_0)}}{2H(t, r_0)} \right) \right) \right] \right], \quad (3.90)$$

que é o campo magnético azimutal.

A evolução temporal do campo magnético azimutal é mostrado na figura 3.7.

Figura 3. 7: Comportamento do campo magnético azimuthal.



Fonte: Autor

O campo magnético azimuthal apresenta um decaimento expressivo até atingir um patamar que posteriormente se tornará praticamente constante.

4. CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS FUTURAS

Apresentamos uma discussão que abordou os principais aspectos físicos envolvidos nas descargas atmosféricas, desde o processo de eletrificação de nuvens até a descarga atmosférica propriamente dita.

Foi feito um estudo dos fundamentos do eletromagnetismo e teoria da relatividade restrita, bem como da física envolvida nas descargas atmosféricas, desde o processo de eletrificação de nuvens até a descarga atmosférica propriamente dita.

A partir da análise do movimento relativístico de uma partícula em um campo elétrico, uniforme, muito intenso derivou-se um modelo para a corrente da descarga de retorno e para a distribuição de cargas no entorno do canal de descarga. Utilizando as expressões para a corrente e para a distribuição de carga derivou-se expressões analíticas para os potenciais escalar e vetorial.

A partir das relações entre os campos e os potenciais elétricos foi feita uma estimativa para a distribuição do campo eletromagnético no entorno do canal de descarga. É importante enfatizar que essa estimativa é relevante para o cálculo de tensões induzidas por descargas em linhas de transmissão de energia.

Finalmente, foi feita uma análise gráfica do comportamento dos campos elétrico e magnético.

Como perspectiva de estudos futuros seria interessante fazer a estimativa dos campos elétrico e magnético vista por observadores em diferentes sistemas inerciais de referência.

5. REFERÊNCIAS

- BARBOSA, C. F. **Campos eletromagnéticos produzidos por descargas atmosféricas: Uma abordagem analítica no domínio do tempo**. 2009. 94 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Belo Horizonte: UFMG, 2009.
- CAMPOS, L. Z. S. **Estudo da corrente contínua de relâmpagos naturais através de uma câmera rápida**. São Paulo: INPE, 2005. 57 f. Relatório final de projeto de iniciação científica (PIBIC/CNPq/INPE).
- FERRAZ, E. C. **Desenvolvimento de instrumentação e estudo de relâmpagos nuvem-solo negativos no verão**. 1998 - 1999. 89 f. Dissertação (Mestrado em Geofísica Espacial), São José dos Campos: INPE, 2001.
- GOMES, M.A. Sá dos Santos. **Estudo dos relâmpagos na região sudeste do Brasil em função das características geográficas**. 2003. 151 f. Dissertação (Pós-graduação em Geofísica Espacial) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São Paulo.
- GRIFFITHS, D.J. **Eletrodinâmica**. 3 ed. São Paulo: Pearson, 2011.
- LACERDA, M. **Sobre a física dos raios: Modelagem da corrente corona**. 1993. 83 f. Dissertação (Mestrado em Física), São Paulo: USP, 1993.
- LANDAU, L.D.; LIFSHITZ, E.M. **The Classical Theory of Fields**. In: __Charges in Eletromagnetic Fields. 4th ed. rev. Burlington: Elsevier Science, 2013. Ch. 3, pp. 55-56.
- MACHADO, K. D. **Teoria do Eletromagnetismo**. Ponta Grossa: UEPG, 2000.
- MIRANDA, F. J. **Estudo da forma de onda de campo elétrico de relâmpagos**. 119 f. (INPE-8173-TDI/757). Dissertação (Mestrado em Geofísica Espacial). São José dos Campos: INPE, 2000.
- PINTO Jr., O.; PINTO, I. R. C. A. **Tempestades e relâmpagos no Brasil** – São José dos Campos: INPE, 2000.
- PORTIER, G. C. et al. **Física dos raios e Engenharia de proteção**. 2 ed. Porto Alegre: EDPUCRS, cap. 03, pp. 47-60, 2010.
- RAKOV, V. A. **Engineering models of the lightning return stroke**. Proc. VII Int. Symp. On Lightning Protection. pp.511-530, Curitiba, 2003.
- ROMERO, F. **Avaliação do comportamento dos campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas nuvem-terra**. 2007. 155 f. Dissertação (Mestrado em Energia), São Paulo: USP, 2007.
- SILVA, E. S. **A física dos relâmpagos e dos raios**. 2007. 29 f. TCC (Graduação em Física), Brasília, 2007.
- WOtP. **Distribuição de cargas em cumulonimbus**. 2014. Altura: 815 pixels. Largura: 557 pixels. 43 KB. Formato JPG. Disponível em: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c5/Distribui%C3%A7%C3%A3o_de_cargas_em_cumulonimbus_01.JPG>. Acesso em setembro de 2017.