



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
CENTRO MULTIDISCIPLINAR DE CARAÚBAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIAS
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

THAÍS MILLA SIMÃO ARAÚJO

SIMULADOR DE PLANEJAMENTO DE CAMINHOS GUIADO POR POTENCIAL

CARAÚBAS

2019

THAIS MILLA SIMÃO ARAÚJO

SIMULADOR DE PLANEJAMENTO DE CAMINHOS GUIADO POR POTENCIAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a
Universidade Federal Rural do Semi-Árido
como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientadora: Tania Luna Laura, Prof.^a Dr.^a

CARAÚBAS

2019

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

A658s Araújo, Thaís Milla Simão.
Simulador de planejamento de caminhos guiado
por potencial / Thaís Milla Simão Araújo. - 2019.
35 f. : il.

Orientadora: Tania Luna Laura.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de , 2019.

1. Planejamento de Caminhos. 2. Campos de
Potencial. 3. Sistemas Robóticos Autônomos. I.
Laura, Tania Luna , orient. II. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

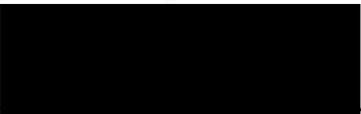
THAIS MILLA SIMÃO ARAÚJO

SIMULADOR DE PLANEJAMENTO DE CAMINHOS GUIADO POR POTENCIAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a
Universidade Federal Rural do Semi-Árido
como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Elétrica.

Defendida em: 28 / 06 / 2019.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dra. Tatiana Luna Laura – Presidente



Prof. Dr. Rodrigo Prado de Medeiros – Membro



Prof. Dra. Adiana Nascimento Silva – Membro

À minha mãe, Maria de Fátima Simão de Moura
por nunca medir esforços para manter meu bem
estar e pelo incentivo constante aos estudos.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pela saúde e proteção divina.

À minha mãe, Maria de Fátima, mulher forte que amo e admiro, por ser meu porto seguro, estando sempre ao meu lado nos momentos bons e ruins, por estar sempre disposta a me ouvir, me entender e me confortar com suas palavras.

À minha irmã, Paula Rafaella, por me acompanhar durante toda minha vida, pelo apoio e por ser junto com minha mãe a melhor família que eu poderia ter.

À professora Tania, pela orientação, apoio, incentivo e amizade. À todos os demais professores que contribuíram para minha formação, que me incentivaram e me inspiraram de algum modo, em especial aos professores Francisco Vidal, Silvio Fernandes, Eliel Poggi, Valdemir Praxedes, Rodrigo Prado e Alisson Freitas.

À todos os amigos e colegas da UFERSA Caraúbas que me acolheram tão bem, em especial a Bruna Oliveira pela amizade e ajuda durante o curso. Aos demais amigos, que mesmo não estando perto torcem por mim e me apoiam, em especial a Fanny Cristina e Karoliny Valeska.

"Nenhuma grande obra é realizada de forma apressada. Realizar uma grande descoberta científica, pintar uma grande tela, escrever um poema imortal, tornar-se um ministro ou um general famoso – realizar qualquer coisa de grandioso requer tempo, paciência e perseverança. Essas coisas são realizadas gradualmente, “pouco a pouco”."

W. J. Wilmont Buxton

RESUMO

O planejamento de caminhos é uma área de estudo da navegação robótica. Esta consiste em definir um conjunto de posições que um robô deve seguir, deslocando-se de uma posição inicial a uma posição final, sem colidir com obstáculos. A definição de um caminho a ser seguido por um robô é um requisito fundamental para boa atuação de um sistema robótico autônomo. Diante desse contexto, este trabalho tratará do planejamento de caminhos, abordando conceitos e definições necessárias ao entendimento do assunto, as principais técnicas determinísticas para resolução de problemas de planejamento de caminhos e alguns trabalhos relacionados ao tema. Além disso, é apresentada a implementação realizada durante a pesquisa. A simulação foi implementada utilizando o software MATLAB e o método de planejamento de caminhos por campos de potencial baseado em propagação por frente de onda e na função de navegação Manhattan. Na simulação, foi considerado um ambiente com obstáculos de diversos formatos, localizados entre as posições inicial e final do robô. Como resultado da simulação, obteve-se a sequência de posições a ser seguida pelo robô. O trabalho pretende contribuir para futuros trabalhos em projetos de pesquisa de sistemas robóticos autônomos.

Palavras-chave: Planejamento de Caminhos. Campos de Potencial. Sistemas Robóticos Autônomos.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Níveis de navegação em sistemas robóticos	11
Figura 2 – Representação gráfica do ambiente do robô	15
Figura 3 – Transformação de um Espaço de Trabalho (W) para Espaço de Configuração (C).	16
Figura 4 – Exemplos de grafos	18
Figura 5 – Etapa 1 na construção de um grafo de visibilidade.....	18
Figura 6 – Etapa 2 na construção de um grafo de visibilidade.....	19
Figura 7 – Caminho resultante.....	19
Figura 8 – Diagrama de Voronoi.....	20
Figura 9 – Diagrama de Voronoi.....	21
Figura 10 – Decomposição em células pelo método da decomposição exata	22
Figura 11 – Decomposição em células pelo método da decomposição aproximada.....	22
Figura 12 – Mínimo local	23
Figura 13 – Exemplo planejamento por campos de potencial utilizando propagação por frente de onda e função de navegação Manhattan	24
Figura 14 – Pseudocódigo Manhattan	24
Figura 15 – Ambiente implementado na simulação	26
Figura 16 – Matriz do ambiente com os obstáculos definidos	27
Figura 17 – Matriz do ambiente com os potenciais definidos	28
Figura 18 – Caminho determinado na simulação implementada	29
Figura 19 – Conjunto de configurações.....	30

SUMÁRIO

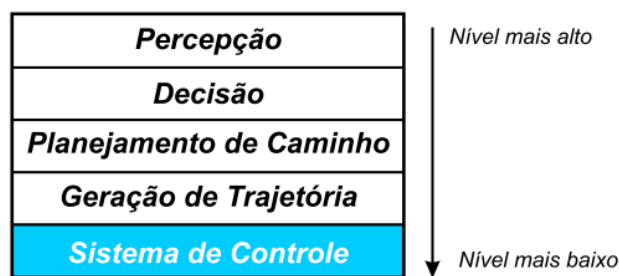
1 INTRODUÇÃO	11
1.1 Justificativa	12
1.2 Objetivos.....	12
1.1.1 Objetivo Geral	12
1.1.2 Objetivos específicos	13
1.3 Estrutura do Trabalho	13
2 REVISÃO DA LITERATURA	14
2.1 Planejamento de Caminhos: Conceitos e definições.....	14
2.2 Técnicas de planejamento de caminhos.....	16
2.2.1 Mapa de rotas	17
2.2.2 Decomposição de células.....	21
2.2.3 Campos de Potencial	22
2.3 Trabalhos relacionados	25
3 MATERIAIS E MÉTODOS	26
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	29
5 CONCLUSÕES.....	31
REFERÊNCIAS	32
ANEXO.....	12

1 INTRODUÇÃO

A robótica é um ramo da ciência em constante crescimento, suas aplicações podem ser encontradas em diversas áreas, tais como: na indústria, com braços robóticos; na medicina, com equipamentos e órteses; e na agricultura com a utilização de veículos aéreos não tripulados. As diversas aplicações da robótica são fruto da evolução das pesquisas na área, que possibilitam cada vez mais a eficácia dos sistemas autônomos.

O estudo de robôs móveis é constituído por duas partes que são o hardware e o software. O hardware é responsável pelos elementos físicos do robô e o software pela parte virtual, lógica, responsável pela inteligência do robô. A navegação em sistemas robóticos, é resultado da interação do software e hardware com o ambiente em que o robô está inserido, esta pode ser dividida em cinco hierarquias, que podem ser visualizadas na Figura 1.

Figura 1 – Níveis de navegação em sistemas robóticos



Fonte: Vieira (2005)

No nível de percepção, os sensores do robô obtêm informações do ambiente que são recebidas e examinadas numa linguagem de software. Na etapa de decisão as informações recebidas são processadas e resultam numa resposta do que o robô deve fazer. A hierarquia seguinte refere-se ao planejamento de caminhos, consiste em determinar um caminho que o robô deve seguir sem colidir com obstáculos. Na hierarquia de geração de trajetória tem-se a definição de como o robô percorrerá o caminho, nesta etapa são dadas especificações de velocidade e aceleração dos motores. Por fim, o sistema de controle garante que a velocidade e aceleração determinadas na etapa de geração de trajetória sejam executadas corretamente (VIEIRA, 2005).

O presente trabalho tratará do terceiro nível da navegação robótica que é o planejamento de caminho. O caminho a ser seguido por um robô pode ser determinado por diversos métodos,

neste trabalho serão abordados os métodos de planejamento de caminhos baseados em mapas de rotas, baseados em decomposição de células e baseados em campos de potencial. Além disso, será apresentada a implementação utilizando o método baseado em campos de potencial.

1.1 Justificativa

É interessante que os robôs sejam bastante autônomos para conseguirem se adaptar a diversas situações, como por exemplo, o desvio de obstáculos presentes no ambiente do robô. Esta característica só é alcançada com um conjunto de fatores, como a utilização de sensores, estrutura mecânica flexível e principalmente através da programação.

No âmbito de sistemas robóticos autônomos, um dos ramos de estudo é a navegação, que pode ser dividida em sub-problemas ou níveis, tais como: mapeamento do ambiente, localização, planejamento de caminho, geração de trajetória e execução de trajetória (Alsina et al. 2002). A eficiência de todas as etapas citadas, entre elas a que será estudada neste trabalho, é essencial para o bom desempenho do sistema autônomo, visto que erros de navegação podem comprometer a trajetória do robô e fazer com que o mesmo não execute sua função corretamente.

Portanto, o estudo sobre planejamento de caminhos apresenta-se como um tema relevante. A busca pela determinação de melhores caminhos, é abordada em diversas pesquisas apresentadas em trabalhos, artigos, dissertações e teses. Com isso, este trabalho pretende seguir a linha de estudos sobre planejamento de caminhos contribuindo com uma revisão bibliográfica sobre os métodos existentes, bem como, com a implementação computacional, ou seja, o desenvolvimento de um simulador, para reforçar ou validar a pesquisa realizada.

1.2 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é apresentar uma revisão bibliográfica acerca de planejamento de caminhos aplicado a robôs móveis. a revisão mostrará diversos métodos de planejamento de caminhos, bem como a sua importância e aplicação do método de planejamento de caminhos por campos potenciais através de simulação.

1.1.2 Objetivos específicos

Este trabalho tem como objetivos específicos:

- Realizar um levantamento bibliográfico, buscando os principais autores e trabalhos acerca do assunto tratado e apresentá-lo no referencial teórico.
- Desenvolver um simulador para planejamento de caminhos, utilizando o método de campos de potencial;
- Analisar e descrever o simulador, apresentando as vantagens e desvantagens do método utilizado;
- Contribuir para trabalhos futuros em projetos de pesquisa de sistemas robóticos autônomos.

1.3 Estrutura do Trabalho

No segundo capítulo será realizada uma revisão da literatura, na qual serão apresentados os conceitos básicos necessários para o entendimento da aplicação das técnicas de planejamento de caminhos. Também são explicados os principais métodos determinísticos, tais como, os métodos baseados em mapas de rotas, baseados em decomposição de células e baseados em campos potenciais. Por fim, é dedicada uma seção aos trabalhos que seguem a mesma linha desta monografia.

No terceiro capítulo será apresentada a metodologia utilizada para desenvolver a pesquisa. A primeira seção classifica a pesquisa em diversos critérios e a segunda seção mostra como foi desenvolvido o trabalho, citando *software* e o ambiente proposto para implementação do planejamento de caminhos através de campos potenciais.

No quarto capítulo serão apresentados, em detalhes, os resultados da implementação computacional (simulador), apresentando as matrizes resultantes em cada etapa da aplicação do método de planejamento utilizado.

Por fim, no quinto e último capítulo serão apresentadas as considerações finais e o anexo contendo o código desenvolvido.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo apresenta na sua primeira seção os conceitos e definições importantes no estudo de planejamento de caminhos. Posteriormente, haverá uma explanação sobre as principais técnicas determinísticas de planejamento de caminhos. O capítulo encerra com um breve levantamento de trabalhos que seguem a mesma linha do trabalho desenvolvido.

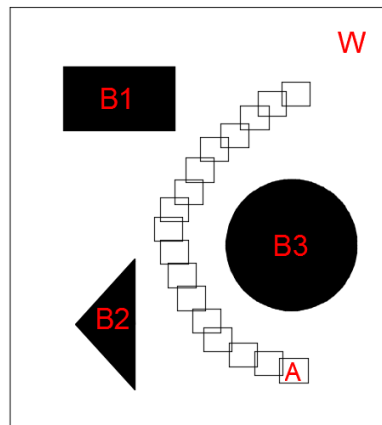
2.1 Planejamento de Caminhos: Conceitos e definições

No estudo sobre técnicas de planejamento de caminhos são utilizadas definições e conceitos básicos para aplicação das mesmas. Por isso, nesta seção serão abordados tais conceitos, que são fundamentais para o entendimento do trabalho.

O ambiente considerado inicialmente no estudo de planejamento de caminho, é denominado espaço de trabalho do robô e é representado por W . Como a própria denominação diz, neste ambiente está inserido o robô e os obstáculos no ambiente. Matematicamente, o espaço de trabalho W é classificado como um subconjunto dos números reais em duas dimensões (R^2) ou três dimensões (R^3). (OTTONI, 2000)

O robô, que é o elemento que terá a trajetória definida através do algoritmo do planejamento de caminho é intitulado “A” no espaço de trabalho. A representação gráfica do robô no ambiente em que ele está inserido pode ter diversos formatos geométricos (depende da estrutura mecânica como foi construída). Para o estudo de planejamento de caminho em um ambiente bidimensional, polígonos são utilizados para representação do robô, já num ambiente tridimensional, corpos sólidos são considerados. Os obstáculos presentes no ambiente de trabalho são denominados **B's** e estes são representados com formato de polígonos. Na Figura 2 pode ser visto as descrições ditas para o obstáculo, robô e ambiente. (OTTONI, 2000)

Figura 2 – Representação gráfica do ambiente do robô



Fonte: Autoria própria (2019)

Nos estudos iniciais sobre planejamentos de caminhos, as técnicas eram aplicadas num ambiente onde o robô apresentava um formato geométrico, como foi explicado no parágrafo anterior. Porém, em meados da década de 70, passou-se a estudar a aplicação das técnicas nas quais o robô era considerado um ponto. Esse modo de representação caracteriza-se como um avanço importante no estudo do tema, visto que, deste modo, a resolução dos problemas de planejamento de caminho são simplificados. Para considerar o robô como um ponto na aplicação de técnicas de planejamento de caminhos é considerado o conceito de espaço de configuração Cspace. Tal conceito foi apresentado por Udupa (1977), no entanto foi mais estudado em trabalhos apresentados pelos autores Lozano-Pérez e Wesley. (NASCIMENTO, 2018)

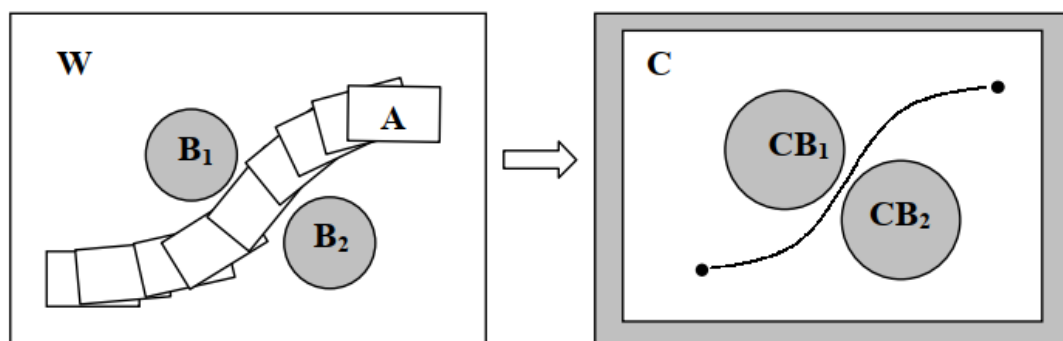
O espaço de configuração Cspace é uma representação do espaço em que o espaço de trabalho W é modificado. Nessa modificação, o robô é considerado um ponto e o tamanho dos obstáculos é aumentado proporcionalmente ao tamanho do robô inicialmente, de modo a compensar a consideração do robô como um elemento pontual. Para o Cspace são considerados os seguintes conceitos: (SILVEIRA, 2016)

- Configuração (q): Posição do robô no espaço de configuração C dado em coordenadas do espaço. A configuração inicial do robô é chamada de q_{ini} e a configuração final de q_{fin} ;
- Espaço de Configuração (C ou C-space): Espaço caracterizado por conter todas as possíveis configurações do robô (q);

- Obstáculos (CB): Representação do subconjunto do Espaço de Configuração ocupados por obstáculos;
- Espaço de configuração livre (CL): Representação do subconjunto do Espaço de Configuração livre de obstáculos.

Na Figura 3, é apresentado um exemplo da transformação de um Espaço de Trabalho (W) para o Espaço de Configuração (C). É possível identificar na imagem os conceitos e definições apresentadas nesta seção.

Figura 3 – Transformação de um Espaço de Trabalho (W) para Espaço de Configuração (C).



Fonte: Alsina (2008)

A aplicação das técnicas de planejamento de caminhos no espaço de configuração C, tem como resultado a determinação de um caminho composto por uma sequência de configurações q que o robô deve seguir partindo da configuração inicial q_{ini} a configuração final q_{fin} . A simulação que será apresentada neste trabalho considera o ambiente de estudo já no espaço de configuração C.

2.2 Técnicas de planejamento de caminhos

Há uma grande diversidade de técnicas de planejamento de caminhos para robôs móveis e que são classificados em duas vertentes, sendo estes o planejamento de caminhos utilizando métodos determinísticos e o planejamento de caminhos utilizando métodos probabilísticos. Nos métodos determinísticos todas as configurações de espaço livre são conhecidas, já nos métodos probabilísticos são conhecidas apenas algumas configurações de espaço livre. Quando comparado aos métodos probabilísticos, os métodos determinísticos são técnicas mais

tradicionais e apresentam desvantagens para casos em que o espaço de configuração tem tamanho elevado e conseqüentemente há um grande desgaste computacional. Em alguns casos são até impraticáveis a utilização dos métodos determinísticos. (SILVEIRA, 2016)

Neste trabalho serão estudados os métodos determinísticos. Latombe (1991) propôs uma divisão dos métodos determinísticos, dita como taxonomia clássica, apresentada em três categorias, que são os métodos baseados em mapas de rotas, métodos baseados em decomposição em células e métodos baseados em campos potenciais. Estes são os métodos que serão apresentados nesta seção.

2.2.1 Mapa de rotas

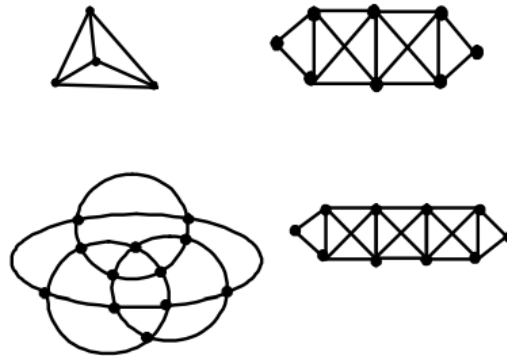
Os métodos baseados em Mapas de Rotas foram os primeiros a serem propostos e estudados dentre as técnicas de planejamento de caminhos. Estes métodos consiste em capturar a conectividade entre regiões do espaço de configuração livre através de um conjunto de curvas, que formam uma espécie de teia, semelhante a um mapa de rotas. A trajetória a ser seguida pelo robô é determinada através de um algoritmo de busca no mapa de rotas que conecta a configuração inicial à configuração final. (OTTONI, 2000)

Os mapas de rotas podem ser construídos fundamentados em diversas técnicas, o grafo de visibilidade, diagrama de voronoi e método da silhueta. Neste trabalho serão abordadas apenas as técnicas de grafo de visibilidade e diagrama de voronoi, que são mais estudadas na literatura por fundamentar-se em fatores importantes como a busca por caminhos mais seguros e mais curtos. (MOLINA, 2014)

- Mapa de rotas por grafo de visibilidade

Grafos são estruturas geométricas amplamente estudadas na matemática e na computação. A teoria dos grafos tem grande aplicação na resolução de problemas computacionais. Um grafo pode ser definido como o resultado das ligações de diversos nós presentes num determinado ambiente. Essas ligações resultam em um conjunto de vértices e arestas, como pode ser visto nos grafos da Figura 4. (JURKIEWICZ, 2009)

Figura 4 – Exemplos de grafos

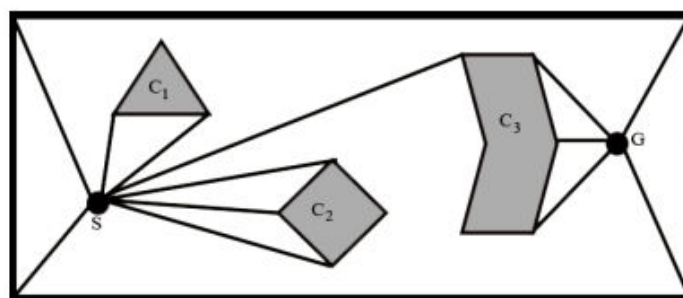


Fonte: Jurkiewicz (2009)

No método de planejamento por mapa de rotas, os grafos são denominados grafos de visibilidade. Os nós, ou vértices que são ligados formando as arestas do grafo, são os vértices dos obstáculos e as configurações inicial(q_{ini}) e final (q_{fin}).

Na construção do grafo de visibilidade, inicialmente são realizadas ligações de q_{ini} aos vértices dos obstáculos e de q_{fin} aos vértices dos obstáculos. As ligações são feitas por apenas um seguimento de reta, das configurações aos vértices dos obstáculos, sendo que o seguimento de reta deve estar totalmente contida em CL. Na Figura 5 pode-se ver um exemplo da primeira etapa da construção de um grafo de visibilidade onde S seria tomado como q_{ini} e G como q_{fin} . (GARRINHAS, 2015)

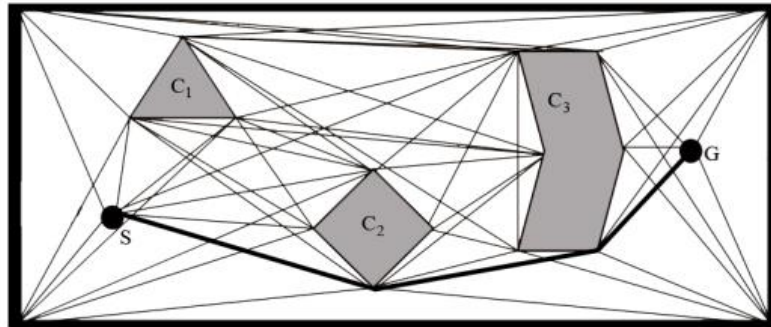
Figura 5 – Etapa 1 na construção de um grafo de visibilidade



Fonte: Garrinhas (2015)

Posteriormente, estende-se o grafo fazendo a ligação entre os vértices dos obstáculos, seguindo a mesma regra de ligação utilizada no primeiro passo. Com isso, tem-se o grafo de visibilidade completo. A Figura 6 apresenta a construção desse passo para a construção do grafo de visibilidade. (GARRINHAS, 2015)

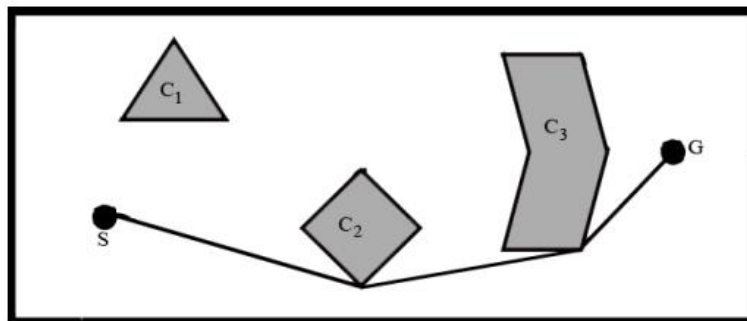
Figura 6 – Etapa 2 na construção de um grafo de visibilidade



Fonte: Garrinhas (2015)

Com o grafo finalizado, utiliza-se um algoritmo de busca para encontrar o caminho a ser seguido pelo robô. O caminho resultante é composto por arestas do grafo que resultam no menor comprimento entre as configurações inicial e final. A Figura 7 apresenta o caminho resultante do algoritmo de busca.

Figura 7 – Caminho resultante



Fonte: Garrinhas (2015).

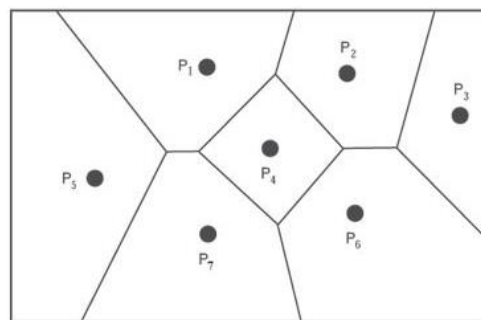
Apesar de ter como resultado o caminho mais curto, este método apresenta algumas desvantagens como o esforço computacional, caso o ambiente estudado apresente muitos obstáculos ou obstáculos com muitos vértices, o que acarretaria num grafo de visibilidade com muitas possibilidades de rotas a serem analisadas pelo algoritmo. A outra desvantagem é quanto à proximidade aos obstáculos, isto porque o caminho encontrado é, segundo Latombe(1991), um caminho semi livre, já que o caminho resultante passa pelos vértices dos obstáculos, fazendo com que haja possibilidade de colisão. (NASCIMENTO, 2018)

- Mapa de rotas por Diagrama de Voronoi

Diagrama de Voronoi é um recurso da geometria que em síntese, tem como objetivo subdividir um plano em regiões de acordo com a proximidade dos pontos contidos neste plano. Diagramas como este são aplicados em diversas áreas, como no cálculo da precipitação em uma determinada área, em física de polímeros, no estudo da delimitação de regiões em que ocorrem epidemias e em planejamento de rotas.

O conceito matemático do diagrama de Voronoi diz que um plano contendo um conjunto de pontos pode ser subdividido de tal modo que qualquer local de uma subregião estará mais próximo do ponto associado a tal subregião do que a qualquer outro ponto associado a outra subregião. A Figura 8, apresenta um exemplo de diagrama de Voronoi. (CELES, 2019)

Figura 8 – Diagrama de Voronoi

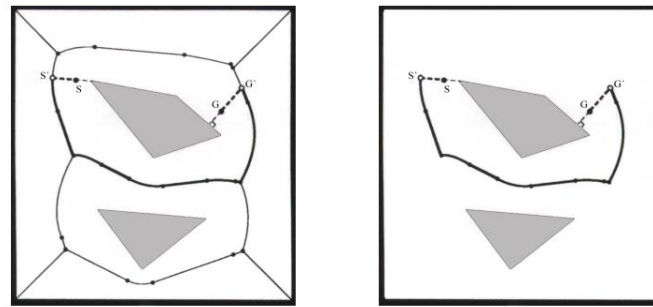


Fonte: Forest-gis (2019)

Quando aplicado ao planejamento de caminho, a utilização deste método garante a máxima margem de segurança entre o caminho que o robô irá percorrer e os obstáculos presentes no espaço de configuração. Após determinado o diagrama de Voronoi no espaço de configuração, é determinado o caminho das configurações inicial e final até o diagrama de Voronoi, sendo este o menor possível. (SILVEIRA, 2016)

Apesar de garantir um caminho seguro, o diagrama de Voronoi resulta num caminho mais longo que por grafos de visibilidade. A Figura 9 apresenta um exemplo de planejamento de caminhos por Diagrama de Voronoi.

Figura 9 – Diagrama de Voronoi



Fonte: Garrinhas (2015)

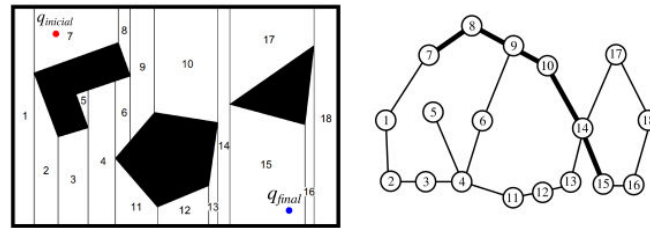
2.2.2 Decomposição de células

O método por mapas de rotas baseado em decomposição de células também utiliza grafos na determinação do caminho, porém sua construção é diferente da citada no método anterior. Neste método, o espaço de configuração livre é dividido em células, tal divisão e construção dos grafos podem ser realizados de dois modos, que são: decomposição exata ou decomposição aproximada.

- Decomposição exata

Na decomposição exata são criadas retas verticais em cada vértice de um obstáculo. A reta deve seguir do ponto do vértice até atingir um outro obstáculo ou um dos limites horizontais do espaço de configuração. Cada célula deve ter um número associado, de tal modo que o grafo resultante terá seus vértices numerados de acordo com a numeração dada às células. O grafo é construído através de ligações da configuração inicial aos seguimentos de retas traçados, até atingir a configuração final. A Figura 10 mostra um exemplo utilizando decomposição exata, em duas etapas, na etapa de traçar as linhas verticais e na etapa de construção do grafo. (SILVEIRA, 2016)

Figura 10 – Decomposição em células pelo método da decomposição exata

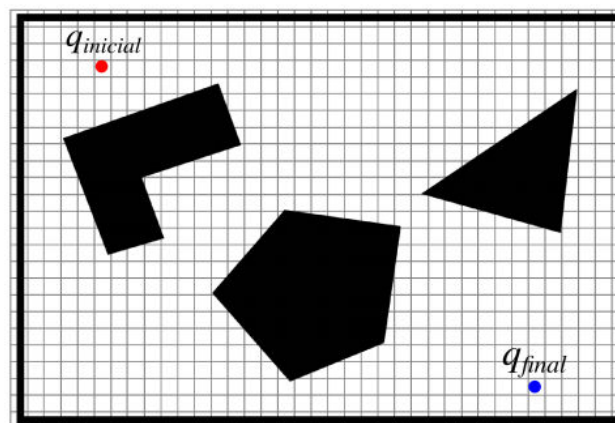


Fonte: Nascimento (2018)

- Decomposição aproximada

Este método foi proposto inicialmente por Lozano-Perez (1987). Nele todo espaço de configuração é dividido em pequenas células, posteriormente, as células são identificadas como ocupadas quando é um obstáculo, ou vazia, quando é um espaço vazio. Essa representação pode ser feita através de um mapa de bits (OTTONI, 2000). A Figura 11 mostra a aplicação da técnica de decomposição de células por decomposição aproximada.

Figura 11 – Decomposição em células pelo método da decomposição aproximada



Fonte: Nascimento (2018)

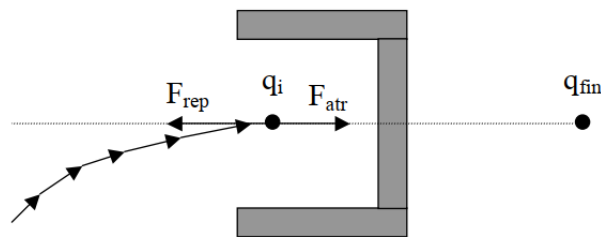
2.2.3 Campos de Potencial

O método de planejamento de caminhos baseado em Campos de potencial consiste em associar potenciais a todas as configurações do espaço de configuração. Nesta teoria, a configuração final possui potencial atrativo e os obstáculos possuem potencial repulsivo. Deste modo, o robô percorre um caminho sendo atraído para a configuração final, sem colidir com

obstáculos, sendo guiado pelo gradiente do potencial. (KHATIB, 1986)

Este método é um dos métodos mais populares, uma de suas principais aplicações são em futebol de robôs. É considerado por diversos autores como um método de grande eficiência, no entanto, sua maior desvantagem está na ocorrência de mínimos locais. Os mínimos locais ocorrem quando as forças de atração e repulsão se anulam, quando isso acontece o robô pode ficar preso em uma situação, sem conseguir chegar a sua configuração final. A Figura 12 apresenta um exemplo de mínimo local.

Figura 12 – Mínimo local



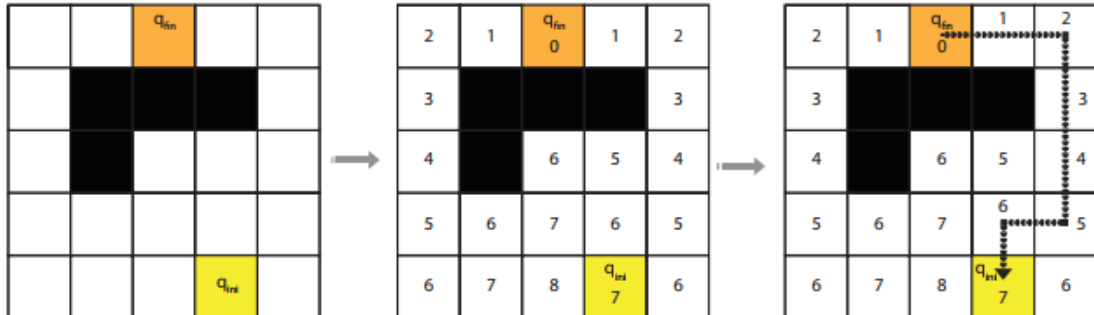
Fonte: Alsina (2008)

Os estudos do método por campos de potencial podem ser realizados através de diversos tipos de função potencial. Visando facilitar a implementação computacional, uma das formas de utilização do método por campos de potencial pode ser aplicado por meio da técnica de propagação por frente de onda para determinar os potenciais de cada configuração do espaço. Associado a este, o caminho entre as configurações pode ser encontrado através da função de navegação Manhattan. (SILVEIRA, 2016)

A técnica de propagação por frente de onda consiste em considerar o potencial da configuração final como zero, o potencial dos obstáculos com um valor numérico alto (quando comparado aos demais potenciais do espaço de configuração), e os potenciais das demais configurações com valores de potencial que crescem gradualmente para suas células adjacentes. (ALSINA, 2008)

Com todos os potenciais definidos, pode-se usar a função de navegação Manhattan para determinar o caminho. Nesse tipo de navegação, o caminho é definido partindo da configuração inicial e analisando qual célula adjacente contém o menor potencial. Essa análise se repete até chegar a configuração final, que tem potencial zero. A Figura 13 apresenta um exemplo da aplicação de planejamento de caminho por campos de potencial utilizando o método de propagação por frente de onda e função de navegação Manhattan. (ALSINA, 2008)

Figura 13 – Exemplo planejamento por campos de potencial utilizando propagação por frente de onda e função de navegação Manhattan



Fonte: Silveira (2016)

A implementação de um código de planejamento de caminhos por campos de potencial baseado em propagação por frente de onda e função de navegação Manhattan pode ser realizada de acordo com o pseudocódigo sugerido por Alsina (2008), como mostrado na Figura 14. No pseudocódigo, GR_L refere-se ao espaço ocupado pelo obstáculo, que deve ser associado a um potencial grande. A nomenclatura dada para potencial no pseudocódigo é dada por $U(q)$.

Figura 14 – Pseudocódigo Manhattan

procedimento Manhattan

começar

para cada $q \in GR_L$ **faça** $U(q) \leftarrow M$; /* $M = N^o$ grande */

$U(q_{fin}) \leftarrow 0$; inserir q_{fin} em L_0 ;

/* L_i = lista de configurações, inicialmente vazia ($i=0,1,\dots$) */

para $i = 1, 2, \dots$, **até** L_i = vazia, **faça**

para cada q em L_i , **faça**

para cada q' 1-vizinha de q em GR_L , **faça**

se $U(q') = M$, **então**

começar

$U(q') \leftarrow i+1$;

inserir q' no fim de L_{i+1} ;

fim

fim

Fonte: Alsina (2008)

Os métodos de planejamentos apresentados neste trabalho são apenas alguns, dos inúmeros métodos existentes. No método implementado via simulação, foi aplicado a técnica

de campos de potencial por propagação de frente de onda e navegação Manhattan.

2.3 Trabalhos relacionados

Nesse tópico será comentado alguns trabalhos que seguem a mesma linha do trabalho desenvolvido, sendo explanado as principais características de cada um.

- Garrinhas (2015) apresenta em sua dissertação um estudo sobre planejamento de caminhos no qual não se conhece o local onde o robô é inserido no ambiente. O autor propõe um sistema capaz de mapear o ambiente e projetar sua rota. O robô utilizado possui um sensor de distância e um sensor GPS. Para o estudo de planejamento de caminhos, este trabalho apresenta uma boa fundamentação teórica, além de ser um trabalho interessante por propor uma implementação real.
- Ottoni (2000) apresenta em seu trabalho uma rica revisão de literatura, com informações detalhadas sobre métodos de planejamento de caminhos. Além disso, no trabalho é apresentado o projeto e implementação de um sistema de planejamento de trajetórias em tempo real, utilizando o método de decomposição em células aproximada.
- Na dissertação de Silveira (2016) é proposto um novo método de planejamento de caminho, intitulado pelo autor de Espuma Probabilística. Como o próprio título diz, o método proposto é um método de planejamento de caminhos probabilístico. O autor além de propor um novo método, apresenta implementações em diferentes situações. Por fim, o trabalho também apresenta uma fundamentação teórica de grande relevância no estudo do tema tratado.
- Em sua tese, Nascimento (2018) propõe melhorias ao método de planejamento por Espumas Probabilísticas. Este trabalho apresenta grande nível de detalhamento sobre o método estudado, apresentando suas principais desvantagens e propondo soluções para resolvê-las. Como todos os demais trabalhos citados, este apresenta um referencial teórico amplo e de fundamental importância no estudo do assunto em questão.

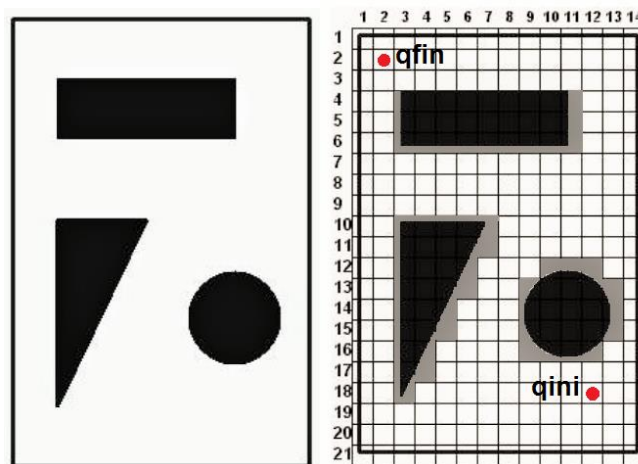
3 MATERIAIS E MÉTODOS

A primeira etapa da pesquisa consistiu no levantamento bibliográfico. Essa etapa foi primordial para conhecer todos os aspectos relacionados às técnicas de planejamento de caminhos. A pesquisa foi realizada em livros, artigos, dissertações, teses e sites, as informações estão registradas na revisão da literatura deste trabalho.

Após ter estudado os métodos de planejamento de caminhos, seguiu-se para etapa de implementação do método baseado em campos potenciais. O software utilizado na simulação foi o MATLAB. Dentre as principais aplicações deste software estão a resolução de cálculos matriciais, processamento de sinais e construção de gráficos. Problemas matemáticos podem ser resolvidos através de algoritmos implementados no MATLAB, a linguagem utilizada neste software é semelhante à linguagem C. Por apresentar tais características, o MATLAB é largamente utilizado na resolução de problemas de engenharia e foi utilizado neste trabalho. O código desenvolvido está presente no anexo.

O ambiente considerado na simulação é apresentado na Figura 15. O mapa tem formato retangular, dentro dele há obstáculos de diversos formatos, retangular, triangular e circular. Quando implementado o simulador, considera-se que o ambiente já está no seu espaço de configuração, deste modo os obstáculos são expandidos e o robô é representado por um ponto localizado na configuração inicial. Na Figura 15 a expansão está representada pela área cinza ao redor dos obstáculos e as configurações inicial(q_{ini}) e final(q_{fin}) estão destacadas no espaço de configuração.

Figura 15 – Ambiente implementado na simulação



Fonte: Ottoni (2000)

Na implementação, inicialmente foi criada uma matriz vazia, com as dimensões do ambiente. Deste modo, a matriz estudada na implementação contém 14 colunas e 21 linhas. Posteriormente, foi feita a construção dos obstáculos. Como já foi dito anteriormente, o ambiente possui três obstáculos de diferentes formatos, os obstáculos presentes no espaço de configuração tiveram suas dimensões expandidas. Na matriz, a presença de obstáculos é indicada numerando o espaço ocupado por ele com um potencial elevado, quando comparado aos potenciais das demais configurações. Para esta simulação, foi considerado o potencial de valor 100 para especificação dos obstáculos. A Figura 16 apresenta a matriz obtida via MATLAB com os obstáculos determinados.

Figura 16 – Matriz do ambiente com os obstáculos definidos

[illegible]

Fonte: Autoria própria (2019)

Depois de determinado o potencial dos obstáculos, foi preciso determinar o potencial das demais configurações do espaço de configuração livre. Para aplicação do método de planejamento de caminhos por potencial baseado em propagação por frente de onda, a primeira configuração que deve ser indicado o potencial é a configuração final, contendo o potencial zero. A configuração final foi definida estando na segunda linha e segunda coluna. A partir deste ponto, todos os outros potenciais são determinados fundamentados na propagação por frente de onda. No código, essa determinação é feita analisando as células adjacentes à configuração final, de modo que o potencial associado a elas será igual ao potencial da configuração final adicionado de um. O processo é repetido até que toda a matriz seja preenchida com os potenciais de cada configuração. A Figura 17 apresenta a matriz resultante obtida via MATLAB, quando os potenciais de todas as configurações estão definidos.

Figura 17 – Matriz do ambiente com os potenciais definidos

{ { 2} }	{ { 1} }	{ { 2} }	{ { 3} }	{ { 4} }	{ { 5} }	{ { 6} }	{ { 7} }	{ { 8} }	{ { 9} }	{ { 10} }	{ { 11} }	{ { 12} }	{ { 13} }
{ { 1} }	{ { 0} }	{ { 1} }	{ { 2} }	{ { 3} }	{ { 4} }	{ { 5} }	{ { 6} }	{ { 7} }	{ { 8} }	{ { 9} }	{ { 10} }	{ { 11} }	{ { 12} }
{ { 2} }	{ { 1} }	{ { 2} }	{ { 3} }	{ { 4} }	{ { 5} }	{ { 6} }	{ { 7} }	{ { 8} }	{ { 9} }	{ { 10} }	{ { 11} }	{ { 12} }	{ { 13} }
{ { 3} }	{ { 2} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 12} }	{ { 13} }
{ { 4} }	{ { 3} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 13} }	{ { 14} }
{ { 5} }	{ { 4} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 14} }	{ { 15} }
{ { 6} }	{ { 5} }	{ { 6} }	{ { 7} }	{ { 8} }	{ { 9} }	{ { 10} }	{ { 11} }	{ { 12} }	{ { 13} }	{ { 14} }	{ { 15} }	{ { 16} }	{ { 17} }
{ { 7} }	{ { 6} }	{ { 7} }	{ { 8} }	{ { 9} }	{ { 10} }	{ { 11} }	{ { 12} }	{ { 13} }	{ { 14} }	{ { 15} }	{ { 16} }	{ { 17} }	{ { 18} }
{ { 8} }	{ { 7} }	{ { 8} }	{ { 9} }	{ { 10} }	{ { 11} }	{ { 12} }	{ { 13} }	{ { 14} }	{ { 15} }	{ { 16} }	{ { 17} }	{ { 18} }	{ { 19} }
{ { 9} }	{ { 8} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 14} }	{ { 15} }	{ { 16} }	{ { 17} }	{ { 18} }	{ { 19} }	{ { 20} }
{ { 10} }	{ { 9} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 15} }	{ { 16} }	{ { 17} }	{ { 18} }	{ { 19} }	{ { 20} }	{ { 21} }
{ { 11} }	{ { 10} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 17} }	{ { 16} }	{ { 17} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 21} }	{ { 22} }
{ { 12} }	{ { 11} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 18} }	{ { 17} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 23} }
{ { 13} }	{ { 12} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 20} }	{ { 19} }	{ { 18} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 24} }
{ { 14} }	{ { 13} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 21} }	{ { 20} }	{ { 19} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 25} }
{ { 15} }	{ { 14} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 23} }	{ { 22} }	{ { 21} }	{ { 20} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 27} }	{ { 26} }
{ { 16} }	{ { 15} }	{ { 100} }	{ { 100} }	{ { 22} }	{ { 23} }	{ { 22} }	{ { 21} }	{ { 22} }	{ { 23} }	{ { 24} }	{ { 25} }	{ { 26} }	{ { 27} }
{ { 17} }	{ { 16} }	{ { 100} }	{ { 20} }	{ { 21} }	{ { 22} }	{ { 23} }	{ { 22} }	{ { 23} }	{ { 24} }	{ { 25} }	{ { 26} }	{ { 27} }	{ { 28} }
{ { 18} }	{ { 17} }	{ { 18} }	{ { 19} }	{ { 20} }	{ { 21} }	{ { 22} }	{ { 23} }	{ { 24} }	{ { 25} }	{ { 26} }	{ { 27} }	{ { 28} }	{ { 29} }
{ { 19} }	{ { 18} }	{ { 19} }	{ { 20} }	{ { 21} }	{ { 22} }	{ { 23} }	{ { 24} }	{ { 25} }	{ { 26} }	{ { 27} }	{ { 28} }	{ { 29} }	{ { 30} }
{ { 20} }	{ { 19} }	{ { 20} }	{ { 21} }	{ { 22} }	{ { 23} }	{ { 24} }	{ { 25} }	{ { 26} }	{ { 27} }	{ { 28} }	{ { 29} }	{ { 30} }	{ { 31} }

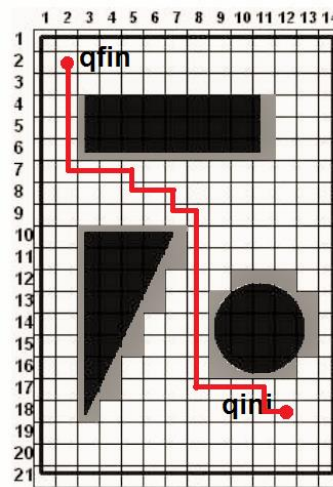
Fonte: Autoria própria (2019)

Posterior à determinação dos potenciais, foi determinado o caminho a ser seguido da configuração inicial à configuração final. A configuração inicial foi definida estando na décima nona linha e décima segunda coluna. A determinação do caminho foi baseada na função de navegação Manhattan. No código, o modo de determinar o caminho foi implementado analisando o potencial da configuração inicial, a partir dele, as células adjacentes são analisadas e segue-se para a configuração de potencial inferior. O processo é repetido até chegar ao potencial zero, que está associado à configuração final.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 18 apresenta o caminho encontrado via simulação no MATLAB. O caminho encontrado pelo algoritmo pode ser considerado como uma boa resposta, visto que não é um caminho longo. Quanto a segurança, o robô seguiria em algumas etapas do trajeto, na configuração vizinha ao obstáculo expandido, deste modo, pode-se dizer que o caminho apresenta alguns trechos de baixa segurança, devido sua proximidade aos obstáculos.

Figura 18 – Caminho determinado na simulação implementada



Fonte: Autoria própria (2019)

A resposta final, obtida em simulação, do caminho determinado, é dado em um arquivo com extensão .m com o conjunto de configurações que o robô deve seguir. A Figura 19 apresenta o resultado final da simulação. A primeira coluna refere-se ao número da linha e a segunda coluna refere-se ao número da coluna. As configurações apresentadas estão em ordem decrescente das configurações a serem seguidas de qini até qfin.

Figura 19 – Conjunto de configurações

18.000	12.00
18.000	11.00
17.000	11.00
17.000	10.00
17.000	9.00
17.000	8.00
16.000	8.00
15.000	8.00
14.000	8.00
13.000	8.00
12.000	8.00
11.000	8.00
10.000	8.00
9.000	8.00
9.000	7.00
8.000	7.00
8.000	6.00
7.000	6.00
7.000	5.00
7.000	4.00
7.000	3.00
7.000	2.00
6.000	2.00
5.000	2.00
4.000	2.00
3.000	2.00
2.000	2.00

Fonte: Autoria própria (2019)

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi apresentada a implementação do método de planejamento de caminhos por campo de potencial baseado em propagação por frente de onda e função de navegação Manhattan. Como resultado da implementação, obteve-se um conjunto de configurações no qual o robô deve seguir. O caminho encontrado pode ser avaliado como um caminho curto e relativamente seguro, diante disso, pode-se caracterizar como um método de boa eficiência para o ambiente simulado.

Como sugestão para trabalhos futuros podem ser desenvolvidos a implementação de outros métodos de planejamento considerando o mesmo ambiente utilizado de modo que seja analisado os caminhos resultantes determinados em cada método. Outras opções são, definir outras configurações iniciais e finais, e outros obstáculos. Com essas variações, seria possível comparar as respostas obtidas nas situações citadas.

Planejamento de caminhos não é um assunto comumente abordado durante a graduação de engenharia elétrica, apesar de ser um tema intrínseco da navegação robótica. Por outro lado, a robótica móvel, de modo geral, é uma área bastante estudada na engenharia elétrica, tanto nas disciplinas do curso quanto em projetos de pesquisa. Deste modo, espera-se que este trabalho possa contribuir como estudo base para alunos de graduação e projetos de pesquisa na área de robótica móvel.

REFERÊNCIAS

- ALSINA, Pablo Javier. **Produção acadêmica de Pablo Javier Alsina: ELE 440 - Sistemas Robóticos Autônomos**. 2008. Disponível em: <<https://www.dca.ufrn.br/~pablo/index.php?corpo=sisrob.html>>. Acesso em: 20 maio 2019.
- CELES, Waldemar. **Diagrama de Voronoi: INF2604 – Geometria Computacional**. Disponível em: <<https://webserver2.tecgraf.puc-rio.br/~celes/docs/inf2604/voronoi.pdf>>. Acesso em: 20 maio 2019.
- FOREST-GIS. **Polígonos de Thiessen ou Voronoi- Como gerar e para que utilizá-los**. Disponível em: <<http://forest-gis.com/2018/02/poligonos-de-thiessen-como-gerar-e-para-que-utiliza-los.html/>>. Acesso em: 20 maio 2019.
- GARRINHAS, João Paulo Gouveia. **Planejamento de Rota em Ambiente Desconhecido**. 2015. 106 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Eletrotécnica, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Lisboa, 2015.
- JURKIEWICZ, Samuel. **Grafos – Uma Introdução**. 2009. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/docs/apostila5.pdf>>. Acesso em: 20 maio 2019.
- KHATB, Oussama (1986), ‘**Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots**’, *The International Journal of Robotics Research* **5**(1), 90–98
- LATOMBE, Jean-Claude (1991), ***Robot Motion Planning***, Springer US, Boston, MA.
- LOZANO-PEREZ, T. (1987), ‘**A simple motion-planning algorithm for general robot manipulators**’, *IEEE Journal on Robotics and Automation* **3**(3), 224–238.
- NASCIMENTO, Luís Bruno Pereira do. **Planejamento de Caminhos Baseado no Método da Espuma Probabilística com Propagação Rápida Aplicado a Sistemas Robóticos**. 2018. 106 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2018.
- OTTONI, Guilherme de Lima. **PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIAS PARA ROBÔS MÓVEIS**. 2000. 89 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia de Computação, Fundação Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2000.
- SILVEIRA, Yuri Sarmiento. **Um Novo Método de Planejamento de Caminho para Robôs Baseado em Espuma Probabilística**. 2016. 63 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós Graduação em Engenharia Mecatrônica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2016.
- UDUPA, S. M. **Collision Detection and Avoidance in Computer Controlled Manipulators**, 1977. Doutorado - *Dept. of Electrical Engineering, California Institute of Technology*, California, 1977.
- VIEIRA, Frederico Carvalho. **Controle Dinâmico de Robôs Móveis com Acionamento Diferencial**. 2005. 106 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2005.

ANEXO

```
clc
clear all
close all

M = cell(21,14);
CEM=100;

%Formar obstáculo 1
for x=4:6
for y=3:11 M{x,y} = CEM;
end
end

%Formar obstáculo 2
for x=10:11
for y=3:7
M{x,y} = CEM;
end
end

for x=12:13
for y=3:6
M{x,y} = CEM;
end end

for x=14:15
for y=3:5
M{x,y} = CEM;
end
end

for x=14:15
for y=3:5
M{x,y} = CEM;
end
end

for x=16:17
for y=3:4
M{x,y} = CEM;
end
end

M{18,3} = CEM;

%Formar obstáculo 3
for x=12:16
for y=10:12
M{x,y} = CEM;
```

```

end
end

for x=13:16
for y=9:9
M{x,y} = CEM;
end
end

for x=13:15
for y=13:13
M{x,y} = CEM;
end
end

M

M{2,2}=0;    %Define qfin M

[Max,May] = size(M)    %Obter número de linhas e colunas da matriz

i=0;
PC=0;          %Variável para definir quando os potenciais de
todas as células estão definidos

while PC<(Max*May)    %O laço para se toda a matriz for percorrida e
nenhuma célula estiver vazia
PC=0;
for y = 1:May
for x = 1:Max
if isempty(M{x,y}) == 0 %Testa se tem número PC=PC+1;
if M{x,y} == i          %Testa se o número é igual ao procurado
if x+1<=Max            %Testa se tem número na célula lateral direita
if isempty(M{x+1,y}) == 1 %Testa se a célula tá vazia
M{x+1,y} = i+1;          % Add número na célula lateral direita

end
end

if y+1<=May            %Testa se tem número na célula acima
if isempty(M{x,y+1}) == 1 %Testa se a célula tá vazia
M{x,y+1} = i+1;          %Add número na célula acima
end
end

if x-1>0                %Testa se tem número na célula lateral
                        esquerda
if isempty(M{x-1,y}) == 1 %Testa se a célula tá vazia
M{x-1,y} = i+1;          %Add número na célula lateral
esquerda
end
end

if y-1>0                %Testa se tem número na célula

```

```

    abaixo if isempty(M{x,y-1}) == 1 %Testa se a célula tá vazia
    M{x,y-1} = i+1; %Add número na célula abaixo end
    end

    end
    end

    end

    M

    end

    end

    i=i+1;
    %-----%

    Pfin = M{2,2}; %Pot fin Pini = M{19,12}; %Pot ini

    PT=Pini;

    x=19; %Linha
    y=12; %Coluna

    time = clock;
    adress='C:\Users\Thaís Araújo\Desktop\TCC\DOCS PARA ESTUDO\Nova pasta\';
    dia = num2str(time(3));
    mes = num2str(time(2)); ano = num2str(time(1)); horas = num2str(time(4));
    minutos = num2str(time(5));

    nome_do_arquivo =
    strcat(adress,dia,'-',mes,'-',ano,'_',horas,'-',minutos,'.m. ');
    % wt = write, refere-se à ação que se deseja fazer com o arquivo,
    % No caso escrever no .txt
    id_do_arquivo = fopen(nome_do_arquivo,'wt'); while PT>=1

    if x+1<=Max
    if M{x+1,y} == (PT-1)
        sprintf ('VAI PARA CÉLULA ABAIXO - POTENCIAL: %d
COORDENADA: (%d,%d)', (PT-1), (x+1), (y))
        x=x+1;
        y=y;

    end
    PT=PT-1;
    fprintf(id_do_arquivo, '\t%5.3f\t%8.2f\n', x, y);
    end

    if x-1>0
    if M{x-1,y} == (PT-1)
        sprintf ('VAI PARA CÉLULA ACIMA - POTENCIAL: %d COORDENADA: (%d,%d)', (PT-

```

```

1),(x-1),(y))
x=x-1;
y=y;
PT=PT-1;
fprintf(id_do_arquivo, '\t%5.3f\t%8.2f\n', x, y); end
end

if y+1<=May
if M{x,y+1} == (PT-1)
    sprintf ('VAI PARA CÉLULA LAT. DIREITA - POTENCIAL:%d
COORDENADA: (%d,%d)', (PT-1), (x), (y+1))
x=x;
y=y+1;
PT=PT-1;
fprintf(id_do_arquivo, '\t%5.3f\t%8.2f\n', x, y); end
end

if y-1>0
if M{x,y-1} == (PT-1)
    sprintf ('VAI PARA CÉLULA LAT. ESQUERDA - POTENCIAL:%d
COORDENADA: (%d,%d)', (PT-1), (x), (y-1))
x=x;
y=y-1;
PT=PT-1;
fprintf(id_do_arquivo, '\t%5.3f\t%8.2f\n', x, y);
end
end
end

fclose(id_do_arquivo);

```