



O USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS NO ENSINO DE ALGUNS CONCEITOS DE CÁLCULO

Tereza Olivia Sobral Bezerra¹, Vanessa Danielle Santos Ferreira²

Resumo: Este artigo propõe o uso de materiais manipuláveis para melhoria do ensino do cálculo nos primeiros anos da Universidade, observando que esses tipos de materiais não são utilizados significativamente nesse meio acadêmico. O trabalho foi desenvolvido em três turmas de Cálculo 1, na Universidade Federal Rural do Semi-Árido-Campus Angicos. Neste sentido, foram confeccionados triângulos retângulos com tamanhos e cores distintas, que seriam aplicados em dois momentos, primeiramente abordando o assunto de gráficos de funções do primeiro grau e, num segundo momento, na introdução ao conceito de derivada. Foi feita uma análise dos resultados obtidos, através de testes prévios e questionários aplicados posteriormente. Os resultados foram satisfatórios e essa metodologia demonstrou ser uma ferramenta facilitadora no processo de ensino-aprendizagem, além de permitir aplicabilidade em turmas numerosas.

Palavras-chave: Materiais manipuláveis. Figuras Geométricas. Gráficos. Funções. Cálculo.

1. INTRODUÇÃO

A matemática louvada como modelo de ciência, por Descartes, é à base de praticamente todas as áreas do conhecimento e é uma das disciplinas mais temida pelas pessoas. Segundo o Censo do Ensino Superior (MEC, 2015), 49% dos alunos que ingressam no ensino superior abandonam o curso no qual foram aprovados. A maior porcentagem de desistência está nos cursos das engenharias, onde apenas 42% das pessoas que ingressam nas universidades públicas ou particulares conseguem concluir o curso.

Ao entrarem na universidade, os alunos se deparam com uma nova realidade, pois é o seu primeiro contato com as disciplinas do ensino superior. Neste momento, eles encontram as disciplinas de Cálculo, sempre presentes nas áreas dos cursos de ciências exatas. Já no primeiro período, o aluno tem o seu primeiro contato com o cálculo 1, que pode ser bastante difícil se o mesmo não tiver uma boa base matemática.

Para que se entenda o caminho que o aluno percorre para se chegar no ensino superior, vamos avaliar os resultados alcançados nesse percurso. Segundo os resultados da Prova Brasil de 2015, que é um exame para estudantes do ensino fundamental que avalia o rendimento das escolas públicas, nas áreas da matemática e língua portuguesa, dos 679 275 alunos que realizaram o exame do 9º ano, apenas 273 899 demonstraram o aprendizado adequado. Ou seja, menos da metade dos alunos que fizeram o exame tiveram o rendimento aceitável.

Isso demonstra que o aluno segue para o ensino médio com conhecimentos insuficientes, o que atrapalha o seu desenvolvimento, visto que os conhecimentos de matemática são cumulativos. De acordo com o levantamento de Todos pela Educação, apenas 10% dos alunos saem do ensino médio com o domínio adequado da matemática, o que sugere a causa do alto índice de reprovação nas disciplinas de cálculo.

Desde o início da Lei de Diretrizes e Bases 9694, de 1996, que é legislação que regulamenta o sistema educacional público e privado do Brasil da educação básica ou ensino superior, as novas reformas de ensino têm promovido mudanças nos conteúdos e metodologias de ensino da matemática. As principais mudanças nessa lei estabilizaram dois níveis de ensino, a educação básica e a educação superior. Definido no artigo 21 dessa mesma lei, o conceito de educação básica agregou, articuladamente, as três etapas da educação nacional: a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio.

Trata-se de um conceito amplo que reconhece a importância da educação escolar nas diferentes fases do desenvolvimento da vida do educando, englobando o atendimento escolar desde início da infância até o final da adolescência.

É perceptível a necessidade de introdução de novos instrumentos que facilitem a aprendizagem da matemática na sala de aula, visto que o método tradicional de ensino não tem alcançado os resultados esperados.

¹Graduanda do curso de ciência e tecnologia –Universidade Federal Rural do Semi-Árido. E-mail: tete-olivia@hotmail.com

²Professora assistente da Universidade Federal Rural do Semi-Árido/Angicos. E-mail: vanessa.santos@ufersa.edu.br.

Nesse contexto, vemos a importância dos materiais manipuláveis, que promovem muitos benefícios quando se volta para a educação, como a contribuição para o avanço do método de ensino e aprendizagem, estimulando o raciocínio lógico e auxiliando os alunos a desenvolver estratégias para solucionar problemas. Além disso, esses materiais facilitam a compreensão dos conceitos básicos da matemática, já que propõe uma abordagem objetiva, tornando as aulas de matemáticas prazerosas e dinâmicas.

Os materiais manipuláveis existentes predominam nas atividades do ensino fundamental e médio, além de muitas vezes, garantirem aplicabilidade nas aulas para alunos com necessidades especiais. Nesse contexto, é perceptível que não existe a mesma exploração desses materiais no ensino superior. No curso de cálculo, utiliza-se o multiplano que é uma ferramenta facilitadora na compreensão do conceito de derivada. Já o geoplano, é utilizado para construção de conceitos geométricos.

Diante das dificuldades apresentadas, percebe-se a necessidade do uso de técnicas que facilitem o aprendizado no ensino superior. Portanto, fica a pergunta: Como utilizar materiais manipuláveis no ensino de cálculo?

O presente trabalho propõe o ensino de alguns conceitos de cálculo utilizando triângulos retângulos. Através de sua manipulação, pretende-se explorar a construção de gráficos de funções do primeiro grau, bem como promover a concepção do conceito de derivada.

2. MATERIAIS MANIPULÁVEIS

Para Reys [1982], materiais manipuláveis são objetos ou instrumentos que o aluno seja capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Esses materiais são um recurso bastante viável na aprendizagem da matemática, no qual possibilita que o aluno aprenda construindo e compreendendo os conceitos da mesma. Os materiais manipuláveis servem de base para o aluno criar um pensamento lógico e permitem que aprenda através da combinação, associação de conceitos, da dificuldade com novas situações que irão aparecer, com as tentativas e os erros.

De acordo com Lorenzato [2010] os materiais manipuláveis podem ser divididos em dois grupos:

- O material manipulável estático que é o material concreto que não permite alteração da sua estrutura a partir da sua manipulação. Quando os alunos entram em contato com esse tipo de material, no qual observa e toca a sua estrutura ele pode entender o que sua forma pretende passar como conhecimento.
- O material manipulável dinâmico que é o material concreto que permite a alteração da sua estrutura, no qual, quando sofre alterações adaptam-se as necessidades de quem está utilizando.

Para Lorenzato [2010], a partir do momento em que o aluno consegue perceber as propriedades ali existentes, ele é capaz de desenvolver um conhecimento completo sobre o mesmo e entenderá os conceitos abordados durante todo o processo.

Os materiais manipuláveis, iniciado no século XIX, por Pestalozzi, foram implementados com a necessidade de se ter novas metodologias e estratégias de ensino, para que se pudesse ter uma nova visão da disciplina de matemática.

Oliveira Júnior e Miziara [2014, p.182] relatam:

Os materiais concretos podem ocupar em qualquer nível de ensino, uma posição estratégica como ferramenta constata de diálogos entre os professores e alunos. As atividades envolvendo materiais concretos se afirmam como espaço de debate e discussão coletiva, sendo que a participação do aluno no aperfeiçoamento de estratégias é um dos pontos principais, indispensáveis para a compreensão de conceitos estudados.

Os educadores e matemáticos Fioretini [1995] e Lorenzato [2006], defendem que a utilização dos materiais sejam prolongadas, por acreditarem que esta metodologia facilita a compreensão dos conceitos matemáticos, uma vez que para além de despertar a motivação e incentivar a aprendizagem, desperta a curiosidade, a concentração e a criatividade.

A importância da utilização dos materiais manipuláveis é explicada por Lorenzato [2010]. A forma que esses tipos de materiais são utilizados por professores dentro das salas de aula, faz com que os alunos despertem o gosto pela matemática utilizando esses materiais e facilitando o entendimento do assunto abordado pelo professor. Através da prática e do manuseio dos materiais é mais fácil fixar o que está sendo visto naquele momento em sala de aula.

Mesmo sendo possível encontrar muitos desses materiais disponíveis a venda, é interessante que o professor construa junto com seus alunos, tornando a atividade mais atrativa, ao mesmo tempo em que o aluno desenvolve a percepção dos conceitos que estruturam o conteúdo. Segue alguns dos materiais mais utilizados:

1) O ábaco: é um tipo de material que foi criado pelos chineses para facilitar os cálculos, formado por fios paralelos e contas ou arruelas deslizantes, em que nesses fios serão marcadas as unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar, dezena de milhar e centenas de milhar. Com ele pode-se trabalhar esse sistema de unidade decimal, e a formação dos números. (fonte: <http://www.utfpr.edu.br>)

2) Escala ou Barras de Cuisenaire: foi criado pelo professor belga Georges Cuisenaire, com o intuito de facilitar os conceitos básicos da matemática. Com ele pode ser trabalhado as quatro operações, dobro e metade de uma quantidade x , comparação, sucessão numérica. Esse material é constituído por barras de madeiras, sem divisão em unidades e com tamanho variando de uma até dez unidades, em que cada tamanho vai corresponder a uma cor. (fonte: <http://www.utfpr.edu.br>)

3) O Tangram: é um quebra-cabeça formado basicamente por sete peças, em que são 1 paralelogramo, 1 quadrado e 5 triângulos, que tem o objetivo de trabalhar o raciocínio das crianças para solucionar o problema da montagem, coordenação motora, habilidade de manusear o material, e estimular as atividades em grupos. (fonte: <http://www.utfpr.edu.br>)

4) Torre de Hanói: ou torre bramanismo, criado pelo matemático francês Edouard Lucas, é constituído de três hastes e discos, no qual abordam os conceitos de contagem, progressão, paridade, conceito de diferenciação de áreas, e faz com que os alunos tenham uma boa concentração, e saibam elaborar um plano de ação, percebendo como vai mover as formas e os tamanhos. (fonte: <http://www.utfpr.edu.br>)

Vários são os materiais manipuláveis utilizados para ajudar o entendimento da matemática de forma simples e divertida, principalmente porque esses materiais são utilizados com uma frequência bem maior no ensino fundamental, que é quando os alunos estão começando a perceber o mundo de outra forma e vendo que a matemática é utilizada em quase tudo na vida.

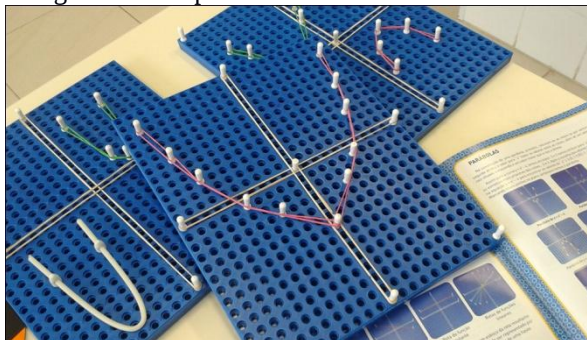
2.1. Materiais manipuláveis no ensino superior

Poucos são os materiais manipuláveis aplicados no processo de ensino-aprendizagem de alguns assuntos de cálculo nos primeiros anos da universidade. Neste sentido, destacam-se o multiplano e o geoplano. O multiplano é um tipo de material manipulável que foi construído pelo professor Rubens Ferronato desde 2000, quando o mesmo ministrava a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral na faculdade de Ciências Aplicada de Cascavel-PR. Após perceber que um aluno com deficiência visual não conseguia bons resultados com a metodologia utilizada até então, Rubens percebeu a necessidade de desenvolver um material que facilitasse a aprendizagem da matemática.

Através do multiplano são explorados diversos conteúdos, desde o básico que são as quatro operações matemáticas até o estudo de gráficos, funções, derivadas, entre outros.

Essa ferramenta de ensino é constituída por uma base perfurada, onde são encaixados pinos, que de acordo com o objetivo da atividade, podem ser ligados por elásticos. O multiplano vem sendo utilizado desde séries iniciais até o ensino superior, privilegiando alunos com e sem deficiência visual.

Figura 1: Multiplano com elásticos coloridos



(<http://www.utfpr.edu.br>)

Como relata Ferronato [2002, p.59]:

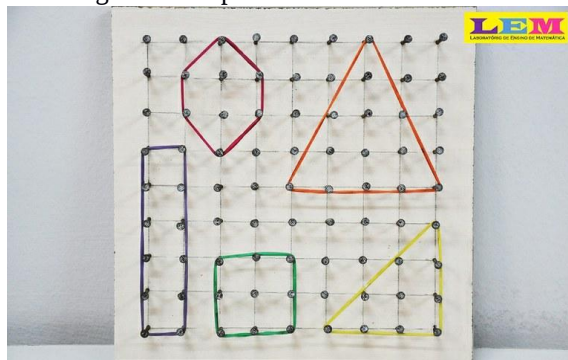
O ensino da matemática é facilitado com o uso do material, independente de o aluno enxergar ou não, uma vez que pode observar concretamente os “fenômenos” matemáticos e, por conseguinte, tem a possibilidade de realmente aprender, entendendo todo o processo e não simplesmente decorando regras isoladas e aparentemente inexplicáveis.

Com essa afirmação pode-se observar que depois que Ferronato [2002] criou o multiplano, percebeu-se a sua importância entre todos os alunos, visto que a necessidade de compreensão de conteúdos não estaria apenas nas dificuldades do deficiente visual.

Outro material que se destaca, criado pelo educador egípcio Calleb Gattenno em 1961, é o geoplano, material pedagógico que tem como finalidade o entendimento da construção de figuras geométricas e onde se aplicam. O geoplano desperta a curiosidade e o interesse dos alunos, podendo ser utilizado desde início do ensino fundamental até o ensino médio abordando diversas áreas da geometria. Um fato interessante é que os próprios alunos podem confeccionar o seu material, visto que ele é bem fácil de ser construído.

O mesmo é construído a partir de um quadrado, feito de diversos materiais, tais como: madeira, metal, papelão ou isopor, com aproximadamente 40 cm de cada lado e aproximadamente 26 pregos encaixados com espaçamento igual entre eles, tanto na vertical quanto na horizontal. Os espaços entre os pregos serão preenchidos com elásticos de cores diferentes, dando assim origem aos desenhos das formas geométricas.

Figura 2: Geoplano com elásticos coloridos.



(<http://www.utfpr.edu.br>)

O geoplano a partir dos conhecimentos de Piaget [1978] pode ter a denominação de brinquedo pedagógico, pois ele consiste não só no divertimento para gastar energia das crianças, mas colaboram e aumentam seu desenvolvimento intelectual.

Os materiais manipuláveis são geralmente utilizados no ensino fundamental, no estudo da geometria, que segundo o autor Lorenzato [1995, p.5], “[...] sem conhecer a geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação de idéias fica reduzida e a visão da matemática torna-se distorcida”.

Por isso, a necessidade de se estudar a geometria atrelada aos materiais manipuláveis, visto que a junção dos dois é um importante componente no desenvolvimento cognitivo, fazendo com que os alunos desenvolvam o pensar geométrico e o raciocínio visual.

Os materiais relatados servem para entender e auxiliar no ensino de vários conceitos básicos da matemática, operações matemáticas, funções, derivadas, raiz quadrada, produtos notáveis, triângulos, ângulos, funções, estatística, matrizes, trigonometria, geometria, entre outros.

Como já mencionado anteriormente, o uso de materiais manipuláveis é mais utilizado no ensino fundamental e médio. No ensino superior, essa abordagem não é tão significativa, visto que foram desenvolvidos poucos materiais que contemplem os assuntos envolvidos. Nesse contexto, seria interessante o desenvolvimento de materiais, que auxiliassem os alunos que ingressam nas universidades, visto que o índice de reprovação nas turmas de primeiro semestre é alto, e esses materiais ajudariam significativamente.

O material que será abordado propõe sair da aprendizagem convencional, incentivando a compreensão de alguns assuntos por um meio mais fácil e dinâmico, através da manipulação de triângulos retângulos.

Esse material será inserido em sala de aula em dois momentos. Inicialmente, construindo o gráfico de funções do primeiro grau, e posteriormente introduzindo o conceito de derivada. O público alvo são alunos ingressantes na Ufersa campus Angicos, contemplando duas turmas do curso Bacharelado em Ciência e Tecnologia (BCT) e uma turma do Bacharelado em Sistema de Informação (BSI).

3. FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

O conceito de funções refere-se à relação entre conjuntos, ou seja, uma função relaciona elementos de um conjunto a elementos de outro conjunto. Diante disso, função do primeiro grau é toda função que relaciona cada número real x o número real como pode-se observar na equação (1) com $a \neq 0$. Esses números reais a e b são chamados de coeficiente angular e linear, respectivamente. O gráfico dessas funções são retas, que podem ser crescentes ou decrescentes. Quando $a > 0$ a função será crescente de modo que a medida que x crescer $f(x)$ também irá crescer, e quando $a < 0$ a função será decrescente, ou seja, a medida que x crescer $f(x)$ irá diminuir. [Flemmig, Diva Marília, CalculoA, 2006, pag. 25]

$$f(x) = ax + b \quad (1)$$

Para construção de seu gráfico, é comum a criação de uma tabela, na qual damos valores para a variável independente, no caso x , e obtemos os valores correspondentes, y . A partir daí, faz-se a marcação de pontos no plano cartesiano.

Exemplo:

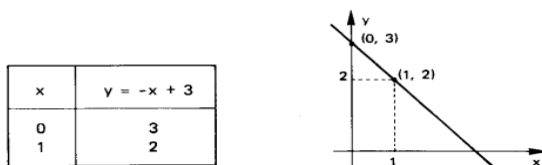


Figura 3: Construção do gráfico da função $y = -x + 3$. (Iezzi, Murakami, 1993, p.102).

4. DERIVADA

O conceito de derivada está diretamente relacionado com a taxa de variação instantânea de uma função, em que podemos observar no cotidiano, como por exemplo, para calcular a velocidade, aceleração, para determinar a taxa de crescimento econômico de um país, e etc. A derivada de uma função $f(x)$ em relação a variável x é a função f' , cujo valor de x é dado pela equação (2), desde que o limite exista. Se observarmos o quociente da diferença como o coeficiente angular de uma reta secante, então, logo a derivada irá fornecer o coeficiente angular da reta tangente a curva $y=f(x)$ num ponto dado. [George B. Thomas, Cálculo, 2012 pag. 117, 118 e 119]

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (2)$$

5. PROPOSTA DE APLICAÇÃO DOS MATERIAIS

Os materiais desenvolvidos foram aplicados nas turmas integral e noturno do período de 2018.2 do curso Bacharelado em Ciência e Tecnologia e Bacharelado em Sistema de Informação da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, campus Angicos. Na primeira abordagem, participaram 38 alunos do BCT do turno integral, 42 alunos do BCT e 42 do BSI do turno noturno. Sua aplicação aconteceu em dois momentos distintos, a primeira abordagem foi a construção dos gráficos e conceitos que permeiam as funções do primeiro grau. Já na segunda abordagem foram 45 alunos do BCT do turno da tarde, 44 alunos do BCT e 40 alunos do BSI do turno da noite, em que sua aplicação se deu para introduzir o conceito inicial de derivada.

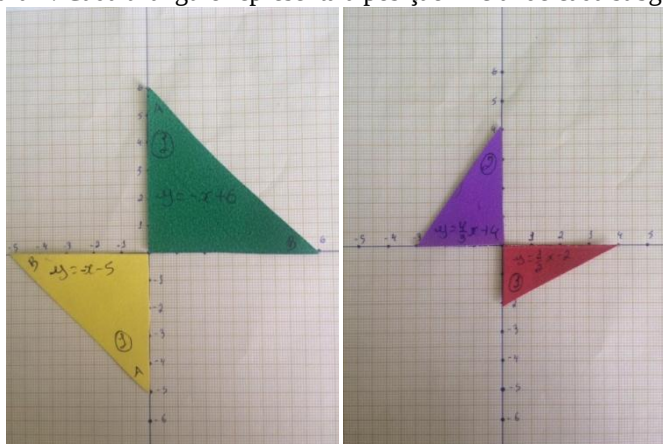
5.1. Primeira abordagem: Aprendizagem dos elementos presentes no gráfico de funções de primeiro grau

Os materiais utilizados para a aplicação da atividade em sala de aula foram desenvolvidos com o intuito de fazer com que os alunos de cálculo I visualizassem o estudo da reta de outra maneira, através da manipulação de triângulos retângulos. Nesta atividade, propõe-se um processo inverso ao visto no modelo tradicional, em que o aluno é apresentado a notação da função do primeiro grau, e em seguida constrói uma tabela com valores de x e y e através da marcação de pontos, constrói o gráfico da função.

Nesse contexto, desenvolveu-se um roteiro a ser seguido, acompanhado de uma folha milimetrada e triângulos retângulos agrupados por quatro cores: roxo, amarelo, vermelho e verde. Cada cor era representada em 3 triângulos retângulos com tamanhos diferentes. Inicialmente, formou-se grupos de 6 alunos, dos quais subdividiam-se em 2 subgrupos de 3 alunos. Cada subgrupo recebeu um roteiro, uma folha milimetrada, 6 triângulos divididos em duas cores e régua. Cada triângulo possuía a sua equação da reta escrita nele de acordo com o seu tamanho e cor.

Partindo disso, seria necessária a utilização do papel milimetrado em que se traçaria o plano cartesiano x e y , e seriam analisados os quatro quadrantes ali existentes, sendo que cada cor de triângulo terá o seu quadrante específico.

Figura 4: Cada triângulo representa a posição inicial de cada subgrupo.



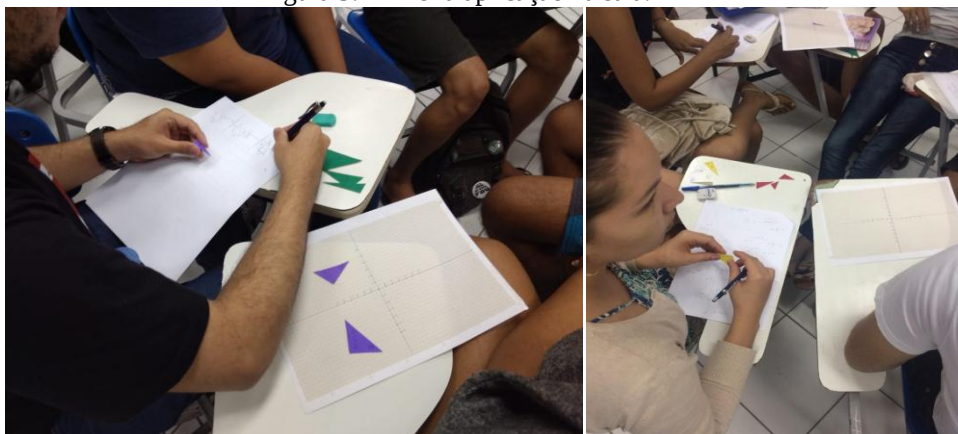
(Autoria própria)

Os alunos tinham um roteiro a ser seguido e inicialmente, teriam que posicionar os triângulos com catetos sobre os eixos coordenados, de forma que, sobre a hipotenusa do triângulo, estaria a reta de equação descrita no triângulo. Daí então deveria observar e analisar os seguintes quesitos:

- 1) A relação existente entre os tamanhos dos catetos dos triângulos e a equação da reta contida neles;
- 2) Qual o cateto que influencia no termo independente x na equação da reta;
- 3) Percepção da equação da reta $y=ax+b$ e de seus coeficientes, chamados linear e angular, e o papel de cada um desses coeficientes;
- 4) A obtenção do coeficiente angular;
- 5) O que é o zero da função e como obtê-lo;
- 6) Interseção com os eixos coordenados;
- 7) Construção dos conceitos de crescimento e decrescimento da função e sua relação com o coeficiente angular.

A utilização desse material que será construído e inserido nas turmas de cálculo I é para que se possa ter um melhor desempenho na migração dos alunos do ensino médio para o ensino superior, visto que eles já chegam com certa dificuldade no assunto, e isso ajudaria a compreensão dos conteúdos abordados de uma maneira que eles não estão acostumados a ver em sala de aula, sendo também um meio que eles possam se conhecer e trocar os conhecimentos.

Figura 5: Primeira aplicação na sala.



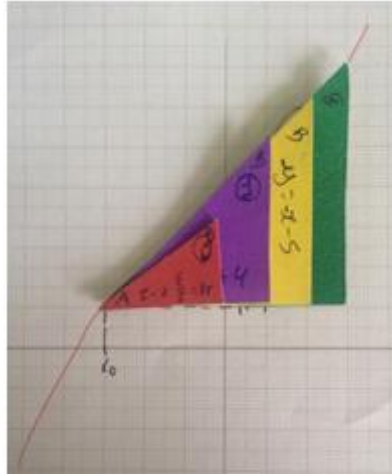
(Autoria própria)

5.2 Segunda abordagem: A introdução do conceito de derivada

Neste segundo momento, o intuito desta atividade é introduzir o conceito de derivada, fazendo com que através da experimentação, os alunos descubram o coeficiente angular da reta tangente a uma função em um ponto dado. Neste caso, o ponto dado era $(x_0, f(x_0))$, já previamente marcado sobre o gráfico da função.

Para tanto, dividiu-se a turma em grupos de 3 pessoas, onde foi entregue um roteiro explicando o passo a passo de como iria ser realizada a atividade, além de uma folha de papel milimetrado, na qual já continha o plano cartesiano, uma curva com o ponto $(x_0, f(x_0))$ que eles teriam que tomar como referência durante a aplicação da atividade, e 4 triângulos de cores e tamanhos diferentes, cada um com um vértice A indicado.

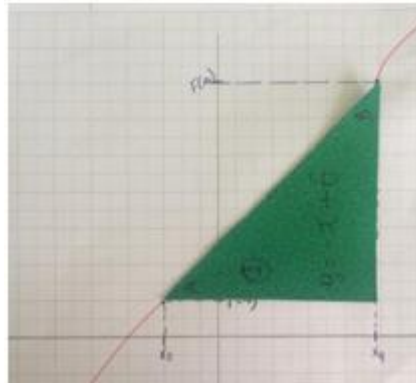
Figura 6: Posição inicial de cada triângulo, a partir do ponto $(x_0, f(x_0))$.



(Autoria própria)

A partir daí, os alunos começaram a atividade seguindo o roteiro, inicialmente com o primeiro triângulo (de cor verde). Eles teriam que marcar o ponto $(x_4, f(x_4))$ que ficaria sobre a curva. Para isso, posicionaram o vértice A sobre o ponto $(x_0, f(x_0))$ que já estava marcado na curva, de maneira que a hipotenusa ficasse secante a curva e os catetos do triângulo estivessem paralelos aos eixos coordenados, de acordo com a figura abaixo:

Figura 7: Triângulo 4 posicionado no ponto $(x_0, f(x_0))$ e com o ponto $(x_4, f(x_4))$ marcado na curva



(Autoria própria)

Em seguida, traçariam a reta que passava pelo ponto $(x_0, f(x_0))$ e pelo ponto então marcado na curva, $(x_4, f(x_4))$. Com isso eles teriam que observar os seguintes pontos:

- 1) Sobre a hipotenusa do triângulo passa uma reta secante ao gráfico da função;
- 2) O coeficiente angular dessa reta;
- 3) O coeficiente angular determina a inclinação da reta.

Esses procedimentos foram realizados com os 4 triângulos. Utilizando o conceito de limites, eles teriam que observar que a partir do momento em que os triângulos iriam diminuindo de tamanho, a reta secante a curva se aproximava da reta tangente no ponto $(x_0, f(x_0))$, e a partir daí, descobririam seu coeficiente angular e por conseguinte, o conceito de derivada.

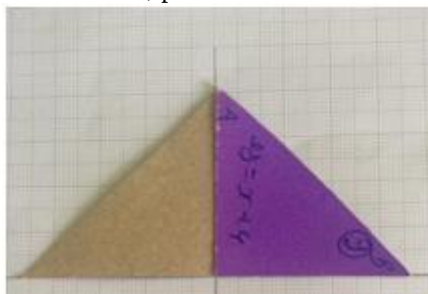
Figura 8: Segunda aplicação na sala.



(Autoria própria)

Após a conclusão da atividade, a fim de analisar os resultados obtidos, os alunos iriam para a segunda parte da atividade, onde através de um triângulo retângulo dado, posicionado de forma que os catetos estivessem sobre os eixos coordenados (processo semelhante ao utilizado na primeira abordagem), traçariam uma reta sobre sua hipotenusa. No fim, deveriam dizer qual a equação da reta, seu coeficiente angular e a sua derivada. Neste momento, foi feita uma discussão sobre a derivada da função constante.

Figura 9: Segunda parte da atividade, para analisar se os alunos tinham compreendido.



(Autoria própria)

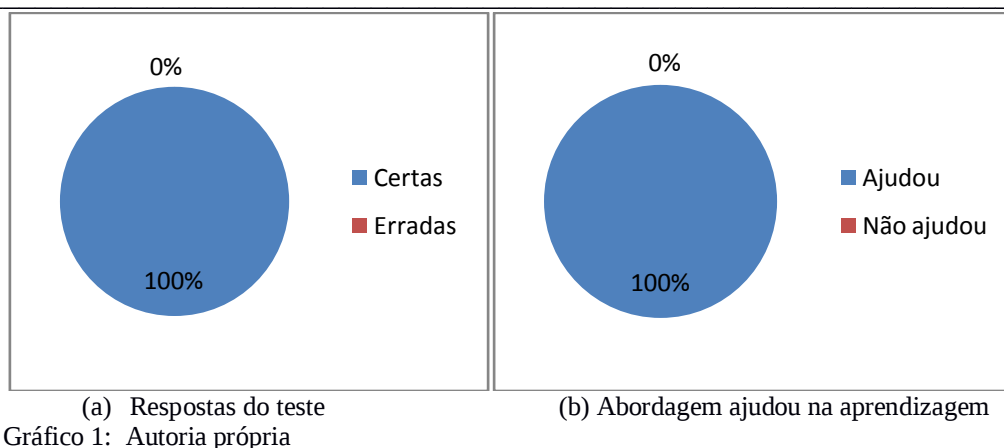
6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Antes de iniciar as aplicações, foi elaborado e aplicado um primeiro teste, destinado as três turmas que estavam cursando a disciplina de cálculo 1, a fim de avaliar os conhecimentos prévios adquiridos. Desse teste era composto por 5 perguntas relacionadas com o tema de função, abordando definição e explorando conceitos de funções constante, trigonométrica, função injetora, etc. Além disso, teriam que esboçar gráficos e encontrar o domínio de algumas funções. Ao final, teriam um espaço destinado para eles se auto avaliarem em relação ao desempenho no teste.

De acordo com os resultados do teste podemos verificar que os alunos não conseguiram responder as perguntas. Com isso podemos concluir que os alunos vieram com pouco conhecimento sobre conteúdos que são ministrados nos anos escolares.

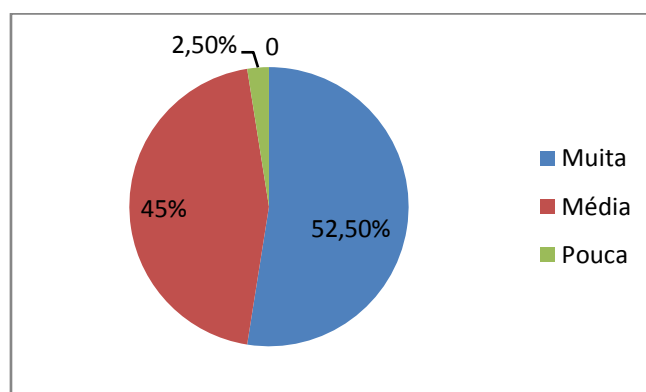
Logo após a primeira abordagem em sala, sobre gráfico de função do primeiro grau, foi feito um teste para cada grupo que realizou a atividade e avaliar se a aplicação teria atingido seu objetivo. No teste, os alunos teriam que construir o gráfico de uma função, marcar os zeros e classificá-la em crescente ou decrescente. Neste sentido, verificou-se que 100% dos alunos acertaram todas as questões de acordo com o Gráfico 1(a).

Abaixo tinha um espaço para dizer o que acharam da abordagem e se a metodologia ajudou. Novamente 100% dos alunos acharam que a abordagem ajudou na aprendizagem de acordo com o Gráfico 1(b). Alguns alunos deixaram comentários como: “A maneira de ensino ajudou a trabalhar com gráficos de uma forma mais prática e produtiva.”; “O intuito da dinâmica é melhorar a aprendizagem dos alunos de forma interativa, o objetivo proposto foi alcançado.”; “O grupo inteiro gostou, pois houve uma interação maior e a explicação foi melhor.” e “Muito interessante, faz com que o conteúdo seja abordado de forma prática.”

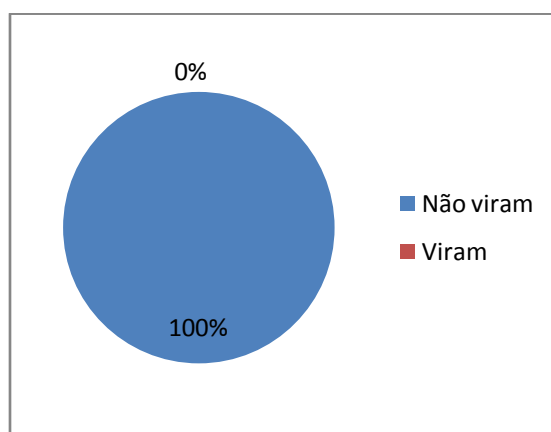


No final de todas as abordagens foi passado um questionário com o objetivo de avaliar o nível de satisfação por parte dos alunos que participaram das atividades em sala de aula. De acordo com os resultados obtidos, um total de 120 alunos das três turmas respondeu ao questionário.

A primeira pergunta tratava da dificuldade que eles sentiam nos conteúdos de cálculo. Verificou-se que 52,50% dos alunos apresentaram muita dificuldade, 45% média dificuldade e 2,50% pouca dificuldade de acordo com o Gráfico 2. Esse resultado já era esperado, visto que o número de alunos com dificuldade na disciplina de cálculo sempre foi alto.



A segunda pergunta era apenas para alunos que eram repetentes na disciplina que foi um total de 20 alunos. Observou-se que 100% dos alunos que responderam, de acordo com o gráfico 3, ainda não tinham visto os conteúdos sendo abordados diferente do método tradicional.



A terceira pergunta era para os alunos marcarem uma ou mais características que descreviam como foi a abordagem. Dentre as características contidas no questionário estavam inclusas as opções de chata, difícil, cansativa, interessante, facilitadora e divertida. Aproximadamente 82,5% dos alunos acharam interessante,

devido a forma de como foi transmitido os assuntos não é método que se usa em salas de aula. As características de facilitadora com 55% e divertida com 56,67% foram bem descritas sobre a atividade, cujo motivo é por os alunos trocarem idéias, terem contato entre si e conseguir fazer na prática o que é explicado na teoria, as características difícil com 16,66% e a cansativa com 10,84%, de acordo com o gráfico 4.

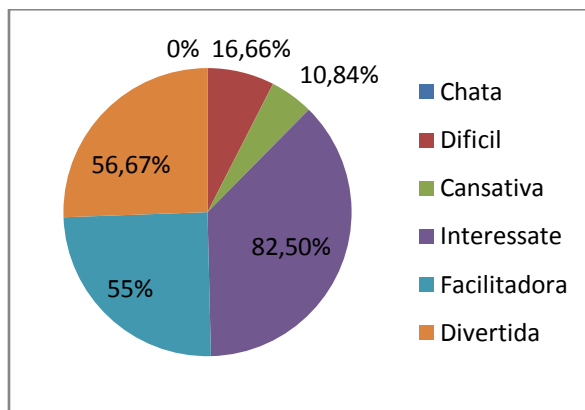


Gráfico 4: Características da abordagem. (Autoria própria)

Para termos uma análise geral, percebeu-se que além da maioria afirmar ser uma boa idéia esse método didático, 80,84% dos alunos indicaram que a abordagem ajudou no aprendizado dos conteúdos abordados, 10% dos alunos disse que ajudou um pouco, 5,84% disse que não ajudou e 3,34% não quis responder essa pergunta, de acordo com o gráfico 5.

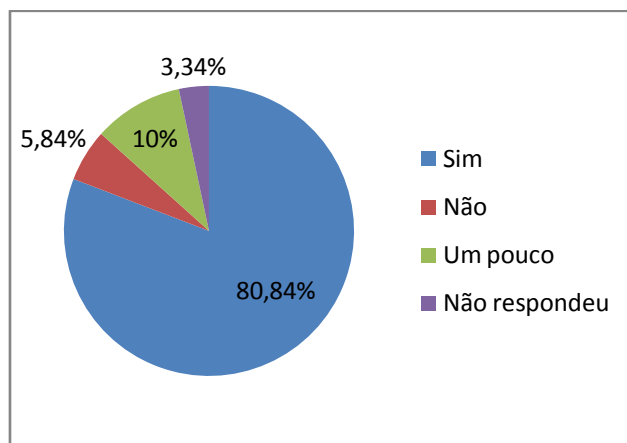


Gráfico 5: A abordagem ajudou a compreender o conteúdo. (Autoria própria)

Em um espaço do questionário destinado para críticas e sugestões, alguns dos alunos deixaram mensagens como: “As aulas mais dinâmicas, onde os alunos possam participar mais.”; “Que fosse utilizada essa abordagem em outros assuntos, pois facilita.”; “A abordagem foi bastante satisfatória.” e “As aulas foram bastante produtivas e divertidas saindo da rotina.”

7. CONCLUSÕES

Com os resultados obtidos pode-se observar que, esse tipo de abordagem facilitou a compreensão e a fixação do conteúdo. A criação e aplicação de materiais manipuláveis atingiram altos níveis de aceitação, visto que esse método é bem viável devido a fácil confecção dos mesmos e o baixo custo para produção do material.

Outro ponto importante, é que como as turmas de cálculo¹ são sempre numerosas e a maiorias das vezes os alunos não se conhecem, a metodologia de fazer as atividades em grupo proporciona uma maior interação entre os alunos, de modo que eles podem debater e expor suas idéias.

Pensando nas contribuições inerentes dessa abordagem, surgem sugestões para futuros trabalhos, como por exemplo, a adaptação dos materiais para o ensino de pessoas com deficiência visual. Dessa forma, teríamos que modificá-los, de modo que os gráficos pudessem ser feitos com barbante ou algum material de alto relevo e os triângulos de um material com uma espessura maior, ou com escritas em alto relevo.

Portanto, este trabalho teve seu objetivo alcançado, visto que a criação e utilização dos materiais manipuláveis funcionou como ferramenta facilitadora no ensino de alguns conteúdos de cálculo 1, e ainda dá suporte, a adaptação de materiais destinados aos alunos com necessidades especiais.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRADE, Aécio Alves; SILVA, Diego Mendes da. **Desenvolvimento de metodologias de ensino de função de derivada para alunos deficientes visuais utilizando o multiplano como ferramenta de ensino**. 2012. 8 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Instituto Federal do Tocantins, Tocantins, 2012.
- BERNARDO, Fábio Garcia. **Recursos e adaptação de materiais didáticos para a inclusão de alunos com deficiência visual no ensino de matemática**. Educação Pública, Rio de Janeiro, p.3-6, 20 dez. 2016.
- BRASIL. Constituição (1996). Lei nº 9694, de 1996. **Lei de Diretrizes e Bases**.
- BRASIL. ORG. **Análise o aprendizado dos alunos e planeje intervenções**. Disponível em: <<https://www.qedu.org.br/#>>. Acesso em: 10 nov. 2018.
- CAMACHO, Mariana Sofia Fernandes Pereira. **Materiais manipuláveis no processo ensino/aprendizagem da matemática: Aprender explorando e construindo**. 2012. 91 f. Tese (Doutorado) - Curso de Matemática, Universidade de Madeira, Portugal, 2012.
- CONCEPÇÃO DO BRINCAR E APRENDER NA VISÃO DE PIAGET E VYGOTSKY**. Brasil: Portal da Educação, 2018.
- CURY, Helena Noronha. **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre: Edipucrs, 2004.
- EDUCADOR, Canal do. **Ábaco**. Disponível em: <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/abaco.htm>>. Acesso em: 16 dez. 2018.
- EDUCATIO, Consultores. **Benefícios da utilização de materiais manipuláveis**. Disponível em: <<https://www.educatio.pt/beneficios-da-utilizacao-materiais-manipulaveis/>>. Acesso em: 10 nov. 2018
- FLEMMING, Divia Marília; GONÇALVES, Mirian Buss. **Cálculo A: Funções, limite, derivação e integração**. 6. ed. São Paulo: Pearson, 2006. 448 p.
- GOMES, Cássia Priscila Vicente de Lima. **O lúdico e o material manipulável: reflexões para o ensino de matemática nas séries iniciais**. 2016. 18 f. TCC (Graduação) - Curso de Pedagogia, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal-rn, 2016.
- IEZZI, Gelson ;MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da Matemática elementar**. Vol1. 1993.
- LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas. Sp: Autores Associados, 2010.
- MIORIM, Maria Ângela; FIORENTINI, Dario. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino de Matemática**. **Boletim da SBEM-SP**. São Paulo: SBEM/SP, ano 4, n. 7, p. 5-10, 1990.
- OLIVEIRA JÚNIOR, Ailton Paulo de; MIZIARA, Eduardo Luiz. **Concepção e prática de professores de Matemática em relação ao ensino de geometria no Ensino Fundamental**. **Ensino Em Re-Vista**, v. 32, n.1, p. 175-188, jan./jun. 2014.
- PROCÓPIO, Cornélio. **Escala Cuisenaire**. Disponível em: <<http://www.utfpr.edu.br/cornelioprocopio/cursos/licenciaturas/Ofertados-neste-Campus/matematica/laboratorios/material-didatico/escala-cuisenaire>>. Acesso em: 16 dez. 2018.
- PROCÓPIO, Cornélio. **Torre de Hanoi**. Disponível em: <<http://www.utfpr.edu.br/cornelioprocopio/cursos/licenciaturas/Ofertados-neste-Campus/matematica/laboratorios/material-didatico/torre-de-hanoi>>. Acesso em: 16 dez. 2018
- PROCÓPIO, Cornélio. **Tagram**. Disponível em: <<http://www.utfpr.edu.br/cornelioprocopio/cursos/licenciaturas/Ofertados-neste-Campus/matematica/laboratorios/material-didatico/tangram>>. Acesso em: 16 dez. 2018.
- RAMAL, Andrea. **Ensino superior: entre o abandono e o baixo desempenho, poucos se destacam**. 2017. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/blog/andrea-ramal/post/ensino-superior-entre-o-abandono-e-o-baixo-desempenho-poucos-se-destacam.html>>. Acesso em: 10 nov. 2018
- THOMAS, George B.. **Cálculo**. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2012. 634 p

APÊNDICE A-Teste feito antes da primeira abordagem

1. Defina função
2. Exemplifique
 - a) Função constante
 - b) Função trigonométrica
3. Usando o diagrama de Venn, exemplifique:
 - b) Função injetora
 - b) Função sobrejetora
 - c) Função bijetora
4. Esboce os gráficos:
 - a) $F(x)=2x+1$
 - b) $F(x)=-x^2+1$
 - c) $F(x)=|2x|$

5. Encontre o domínio das funções:

a) $F(x) = \frac{1}{3x}$

b) $F(x) = \sqrt{2-x}$

c) $F(x) = x^2$

6. Como você analisa seus conhecimentos prévios? Quais as dificuldades encontradas?

APÊNDICE B-Roteiro primeira abordagem

ATIVIDADE COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS

Tema: Função do primeiro grau

Atividade: Manipulação de triângulos retângulos no plano cartesiano.

Objetivo: Construção dos elementos que envolvem uma função do primeiro grau.

Instruções:

- Formem grupos de 6 pessoas;
- Dentro do grupo de 6, formar 2 subgrupos de 3 pessoas;
- Cada subgrupo receberá 6 triângulos divididos em 2 cores.

ROTEIRO DE TRABALHO

1. Primeiro, dividam os triângulos entre os subgrupos: Um grupo fica com os triângulos verdes e roxos e outro com os triângulos amarelos e vermelhos.

2. Cada subgrupo seleciona uma cor. Observe que cada triângulo possui 3 números e 3 funções diferentes.

Cada função é referente a reta que passa pela hipotenusa do triângulo.

3. Começando pelo triângulo de número 1, encoste o ângulo de 90° na origem do plano cartesiano, observando a ordem:

Triângulos verdes no 1º quadrante
Triângulos roxos no 2º quadrante
Triângulos amarelos no 3º quadrante
Triângulos vermelhos no 4º quadrante

4. Desenhe abaixo o triângulo com suas medidas e equação contida nele. Observe o tamanho dos catetos e a função exibida no triângulo.

5. Repita o procedimento com os triângulos 2 e 3. O que você observa?

6. Qual cateto influencia no termo independente de x ?

7. Qual a relação que o tamanho dos catetos tem sobre o número associado a variável x ? Que relação trigonométrica ela representa?

8. Dentro do mesmo subgrupo, usem os triângulos da outra cor. O que podemos observar?

9. Esse é o momento em que um subgrupo troca informações com o outro.

Com esse experimento podemos observar que a função do primeiro grau possui dois coeficientes importantes. Que são os coeficientes angular e linear.

$y = ax + b$ → coeficiente linear



Coeficiente angular

10. Qual o papel do coeficiente angular?

11. Qual o papel do coeficiente linear?

Zero de uma função é o valor de x no qual a função se anula.

12. Qual o zero dessas funções?

13. O que caracteriza coeficiente angular positivo ou negativo?

14. Uma função é dita crescente quando para todo $x_1 \leq x_2$ temos que $f(x_1) \leq f(x_2)$ e dita decrescente quando para todo $x_1 \leq x_2$ temos que $f(x_1) \geq f(x_2)$. Diante de tudo que foi observado, quando essas funções são crescentes? E decrescentes?

APÊNDICE C-Teste feito após a primeira abordagem

1. Seja a função $y = -\frac{x}{2} + 1$

a. Construa o gráfico

b. Qual o zero da função?

c. Essa função é crescente ou decrescente?

2. O que você achou desta abordagem? Essa metodologia lhe ajudou?

APÊNDICE D-Roteiro da segunda abordagem

ATIVIDADE COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS

Tema: Introdução a derivada.

Objetivo: Entender o conceito de derivada.

Instruções:

- Formem grupos de 3 pessoas;

- Cada grupo receberá uma folha milimetrada, com 2 sistemas cartesianos e 4 triângulos de cores e tamanhos distintos.

ROTEIRO DE ATIVIDADE

1. A primeira parte da atividade se desenvolverá com o gráfico situado à esquerda.
2. Observem o gráfico da função f e perceba que já está marcado um ponto: $(x_0, f(x_0))$. Neste momento, queremos descobrir o coeficiente angular da reta tangente à função neste ponto.
3. Os quatro triângulos recebidos serão organizados da seguinte maneira:
 Triângulo verde $\rightarrow$ número 4
 Triângulo amarelo $\rightarrow$ número 3
 Triângulo roxo $\rightarrow$ número 2
 Triângulo vermelho $\rightarrow$ número 1
4. Marque um ponto no gráfico da função utilizando o triângulo verde, de forma que o vértice A esteja sobre o ponto X_0 e o vértice B coincida com o novo ponto a ser marcado, no caso o ponto X_4 . É necessário que os catetos estejam paralelos aos eixos x e y .
5. Perceba que a hipotenusa está sobre a reta secante à função desses pontos. Trace essa reta.
6. Qual o coeficiente angular dessa reta? Coloque na tabela abaixo.
 Lembre-se que o coeficiente angular determina a inclinação dessa reta.
7. Da mesma maneira marque outro ponto na função, utilizando o triângulo amarelo, de forma que o vértice A esteja sobre o ponto X_0 e o vértice B coincida com o novo ponto a ser marcado, no caso o ponto X_3 . Lembre-se que é necessário que os catetos estejam paralelos ao eixo x e y .
8. Trace a reta secante que passa pela hipotenusa do triângulo.
9. Quem é o coeficiente angular dessa reta? Coloque na tabela abaixo.
10. Perceba que essa reta possui uma nova inclinação.
11. Agora faça o mesmo com o triângulo roxo e depois com o vermelho.
12. Quem é o coeficiente angular dessas duas retas? Coloque na tabela abaixo.
13. Perceba que quando diminuirmos a hipotenusa do triângulo, aproximamos os pontos de X_0 . Quanto mais próximo o ponto está de X_0 , mais as retas secantes se aproximam da reta tangente procurada. Utilizando o conceito de limites, como encontrar então o coeficiente angular da reta tangente em X_0 ?

Coeficiente angular da reta 4 (obtida do triângulo verde)	
Coeficiente angular da reta 3 (obtida do triângulo amarelo)	
Coeficiente angular da reta 2 (obtida do triângulo roxo)	
Coeficiente angular da reta 1 (obtida do triângulo vermelho)	
Coeficiente angular da reta tangente em x_0	

Definição de derivada no quadro!

2ª PARTE DA ATIVIDADE

AGORA COM O GRÁFICO DA DIREITA:

1. Vamos encontrar a derivada da função do primeiro grau.
2. Pegue o triângulo roxo e coloque no primeiro quadrante, de forma que os catetos estejam sobre os eixos coordenados e que o ângulo de 90° coincida com a origem do plano cartesiano.
3. Trace uma reta, no qual coincide com a hipotenusa do triângulo.
4. Qual a equação dessa reta?
5. Qual o coeficiente angular?
6. Qual a derivada em qualquer ponto dessa reta?
7. Agora com o verso do mesmo triângulo, posicione no segundo quadrante.
8. Qual a equação dessa reta? Qual o seu coeficiente angular? Qual a derivada?
9. O que muda de uma situação para outra quando posicionamos o triângulo no segundo quadrante?

APÊNDICE E- Questionário

- 1) Você tem dificuldade nos conteúdos de cálculo?

Se sim, marque:

☐

Pouca dificuldade

☐

dificuldade média

☐

muita dificuldade

- 2) **SOMENTE PARA QUEM ESTÁ REPETINDO ESSA DISCIPLINA:**

Você viu esses conteúdos sendo abordados de forma diferente do método tradicional?

Se sim, quais métodos utilizados?

3) Marque as características que descrevem este tipo de abordagem:

Chata

☐

interessante

☐

difícil

☐

facilitadora

☐

cansativa

☐

divertida

☐

4) Você acha que esta abordagem lhe ajudou a compreender o conteúdo?

5) Você tem alguma crítica ou sugestão que gostaria de acrescentar?