



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA - PROFMAT

DIEGO DE SOUSA

**UMA ABORDAGEM DA TEORIA DA PROBABILIDADE UTILIZANDO
SIMULADORES INTERATIVOS DESENVOLVIDOS COM BASE NA LINGUAGEM
DE PROGRAMAÇÃO SCRATCH**

MOSSORÓ
2024

DIEGO DE SOUSA

**UMA ABORDAGEM DA TEORIA DA PROBABILIDADE UTILIZANDO
SIMULADORES INTERATIVOS DESENVOLVIDOS COM BASE NA LINGUAGEM
DE PROGRAMAÇÃO SCRATCH**

Dissertação apresentada a Universidade
Federal Rural do Semi-Árido como
requisito parcial para a obtenção do título
de Mestre em Matemática.

Orientador: Dr. Fabricio de Figueredo
Oliveira.

MOSSORÓ

2024

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

ds725 de Sousa, Diego .
a Uma abordagem da teoria da probabilidade
utilizando simuladores interativos desenvolvidos
com base na linguagem de programação scratch /
Diego de Sousa. - 2024.
131 f. : il.

Orientadora: Fabricio de Figueredo Oliveira.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em
, 2024.

1. Ensino de Matemática. 2. Ensino de
Probabilidade. 3. Linguagem de Programação
Scratch. I. de Figueredo Oliveira, Fabricio ,
orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade
com AACR2 e os dados fornecidos pelo autor(a).
Biblioteca Campus Mossoró / Setor de Informação e Referência
Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva
CRB: 15/120

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

DIEGO DE SOUSA

**UMA ABORDAGEM DA TEORIA DA PROBABILIDADE UTILIZANDO
SIMULADORES INTERATIVOS DESENVOLVIDOS COM BASE NA LINGUAGEM
DE PROGRAMAÇÃO SCRATCH**

Dissertação apresentada a Universidade
Federal Rural do Semi-Árido como
requisito parcial para a obtenção do título
de Mestre em Matemática.

Defendida em: 06 / 03 / 2024.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente



FABRICIO DE FIGUEIREDO OLIVEIRA

Data: 11/03/2024 11:04:05-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Fabrício de Figueiredo Oliveira (UFERSA)

Presidente

Documento assinado digitalmente



PAULO CESAR LINHARES DA SILVA

Data: 08/03/2024 14:30:17-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Paulo Cesar Linhares da Silva (UFERSA)

Membro Examinador

Prof. Dr. Wanderley de Oliveira Pereira (UECE-FAFIDAM)

Membro Examinador

Dedico este trabalho à minha filha Luna de Sousa Brito, a quem carinhosamente chamo de "ferinha". Na época em que escrevia este trabalho, ela tinha apenas 1 ano de idade e, por diversas vezes, quando me via com o computador, engatinhava até mim e, batendo no teclado digitava "mkmknoinoo". Em seguida, baixava a tampa do computador me lembrando que eu precisava descansar. Ela cuida mais de mim do que eu cuido dela. É sem dúvida minha maior fã. Obrigado, filha.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pois sem Ele esse sonho jamais seria possível de ser realizado. Ele sempre me deu a força necessária para "levantar e andar".

Agradeço a minha esposa, Anne Brito, pelas incontáveis vezes que acordou para cuidar da nossa filha, evitando me interromper nas horas em que eu estudava de madrugada. Você é uma mulher fora da curva. É o meu bom senso. Esse título é nosso.

Agradeço aos meus pais Cláudia e Carlos, verdadeiros guerreiros assalariados, que sofreram "o pão que o diabo amassou" nas fábricas para garantir que eu e minha irmã pudéssemos receber uma educação de qualidade. Lembro nitidamente da minha mãe passando a madrugada em uma fila, sentada no chão, para conseguir uma vaga em uma escola pública recém-inaugurada próximo de casa. Deu certo guerreiros, vocês conseguiram.

Agradeço à minha irmã, futura professora de história, Laura de Sousa Braga. Você será uma professora extraordinária, porque possui o maior dom que um educador pode ter: o cuidado genuíno pelos seus alunos. É uma inspiração para mim.

Agradeço a todos os professores do PROFMAT – UFERSA pela dedicação ao longo do curso. Em particular, expresso minha gratidão ao meu orientador, Prof. Dr. Fabrício de Figueredo de Oliveira, por sua escolha cuidadosa de palavras de constante motivação durante a escrita e a disponibilidade e paciência em todos os momentos durante a pesquisa.

Agradeço aos meus colegas de turma, em especial Bruno, Pedro, Djalma e Alam, que compartilharam comigo o trajeto de ida e volta para o mestrado, tornando essa longa viagem mais divertida com conversas descontraídas, alegres e uma trilha sonora memorável.

“Palavras são, na minha nada humilde
opinião, nossa inesgotável fonte de
magia”.

J. K. Rowling

RESUMO

Os cálculos probabilísticos estão presentes nas nossas decisões diárias, desde escolhas simples, como atravessar a rua ou optar pelo menor caminho, até decisões mais complexas, como analisar riscos de investimentos na compra de ações de empresas. No entanto, os métodos de ensino tradicionais, focados exclusivamente em fórmulas e procedimentos, abordam essa teoria com exemplos restritos a lançamentos de dados, moedas, escolha de cartas de baralhos e bolas de urnas. Embora esses exemplos auxiliem no aprendizado, acabam se tornando exaustivos, pouco significativos e se distanciam da realidade prática dos alunos. Este trabalho tem como objetivo utilizar o Scratch, uma linguagem de programação interativa como ferramenta tecnológica para diversificar o contexto do ensino de conceitos de probabilidade, tornando mais acessível, dinâmico, interativo e significativo. Utilizamos a linguagem de programação Scratch para construir um simulador de uma máquina interativa digital, e a partir do funcionamento desse simulador, exemplificar, contextualizar e facilitar a introdução de diversos conceitos desta teoria como experimento aleatório, espaço amostral, evento, frequência relativa, cálculo da probabilidade da interseção, probabilidade da união, probabilidade binomial e cálculo do valor esperado. A linguagem de programação utilizada para o funcionamento da máquina também foi explorada com o propósito de integrar práticas de programação simultaneamente ao ensino desses conceitos de probabilidade, promovendo um contato mais prematuro dos alunos com a lógica de programação. A pesquisa é um Estudo de Caso aplicado em uma turma do 2º ano do novo ensino médio de uma escola pública estadual situada na periferia de Fortaleza. O estudo foi aplicado em três etapas sendo elas apresentação da plataforma do Scratch e construção da estrutura do simulador da máquina, apresentação da linguagem de programação Scratch e programação do funcionamento do simulador e utilização do simulador para abordagem da teoria da probabilidade. Posteriormente foi realizada a coleta de dados quali-quantitativos por meio da aplicação de questionário. A aplicação dessa abordagem mostrou potencial, pois os alunos relataram que o uso do simulador facilitou e tornou mais prático e dinâmico o ensino desses conteúdos. Apesar de algumas dificuldades operacionais, os alunos expressaram o desejo de utilizar esses recursos em outras aulas.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Ensino de Probabilidade. Linguagem de Programação Scratch.

ABSTRACT

Probabilistic calculations are present in our daily decisions, from simple choices, such as crossing the street or choosing the shortest route, to more complex decisions, such as analyzing investment risks when purchasing shares in companies. However, traditional teaching methods, focused exclusively on formulas and procedures, address this theory with examples restricted to throwing dice, coins, choosing cards from playing cards and balls from ballot boxes. Although these examples help with learning, they end up becoming exhaustive, insignificant and far from the students' practical reality. This work aims to use Scratch, an interactive programming language, as a technological tool to diversify the context of teaching probability concepts, making it more accessible, dynamic, interactive and meaningful. We used the Scratch programming language to build a simulator of a digital interactive machine, and based on the operation of this simulator, exemplify, contextualize and facilitate the introduction of various concepts of this theory such as random experiment, sample space, event, relative frequency, calculation of intersection probability, union probability, binomial probability and expected value calculation. The programming language used to operate the machine was also explored with the purpose of integrating programming practices simultaneously with the teaching of these probability concepts, promoting earlier contact between students and programming logic. The research is a Case Study applied to a 2nd year class of the new high school at a state public school located on the outskirts of Fortaleza. The study was applied in three stages: presentation of the Scratch platform and construction of the machine simulator structure, presentation of the Scratch programming language and programming of the simulator's operation and use of the simulator to approach probability theory. Subsequently, qualitative and quantitative data was collected through the application of a questionnaire. The application of this approach showed potential, as students reported that using the simulator made teaching these contents easier and more practical and dynamic. Despite some operational difficulties, students expressed the desire to use these resources in other classes.

Keywords: Teaching Mathematics. Teaching Probability. Scratch Programming Language.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Página inicial da plataforma Scratch	31
Figura 2 -	Barra do cabeçalho	32
Figura 3 -	Tela de cadastro.....	33
Figura 4 –	Criação da conta na plataforma Scratch	33
Figura 5 -	Imagem ilustrativa da máquina.....	34
Figura 6 -	Deletando o ator	38
Figura 7 -	Localização do botão palco	39
Figura 8 -	Aba cenário / Opções de ferramentas.....	39
Figura 9 -	Localização botão Zoom	40
Figura 10 -	Visualização dos passos de construção.....	40
Figura 11 -	Visualização dos passos de construção.....	41
Figura 12 -	Visualização dos passos de construção.....	42
Figura 13 -	Visualização dos últimos passos de construção	43
Figura 14 -	localização da opção “pintar”	43
Figura 15 -	Construção da base da alavanca	43
Figura 16 -	Designer da alavanca finalizada	44
Figura 17 -	Localização do comando duplicar	44
Figura 18 -	Posições da alavanca simulando movimento de descida	45
Figura 19 -	Posições da alavanca simulando movimento de subida	45
Figura 20 -	Botão palco / Aba Cenário	46
Figura 21 -	Visualização dos passos de construção.....	47
Figura 22 -	Visualização da inserção/preenchimento do carretel	47
Figura 23 -	Visualização dos passos de construção.....	48
Figura 24 -	Máquinas de dois e três carretéis.....	48
Figura 25 -	Imagens dos símbolos	49
Figura 26 -	Localização do botão “selecione um ator”.....	49
Figura 27 -	Atores do banco de dados da plataforma Scratch.....	50
Figura 28 -	Ator maçã.....	50
Figura 29 -	Visualização dos passos de construção.....	50
Figura 30 -	Maçã no centro do carretel.....	51
Figura 31 –	Alteração na identificação da maçã.....	51
Figura 32 -	Localização “escolher fantasia”	52

Figura 33 - Fantasias laranja, sino e diamante.....	52
Figura 34 - Visualização dos passos de construção.....	53
Figura 35 – Visualização dos passos de construção.....	54
Figura 36 - Opção do comando duplicar	54
Figura 37 - Visualização dos passos de construção.....	54
Figura 38 - Visualização dos passos de construção.....	55
Figura 39 - Visualização dos passos de construção.....	55
Figura 40 - Localização da opção botão.....	56
Figura 41 - Ator botão.....	57
Figura 42 - Opção “duplicar”	57
Figura 43 - Ilustração do botão após alteração da altura	57
Figura 44 - Simulador de 1,2 e 3 carretéis finalizados.....	58
Figura 45 - Ator alavanca	59
Figura 46 - Sequência de blocos da programação do movimento da alavanca e efeito sonoro	62
Figura 47 - Ator maçã.....	63
Figura 48 - Sequência de blocos da programação dos elementos dos carretéis. ..	64
Figura 49 - Sirene verde	65
Figura 50 - Sequência de blocos da programação das sirenes.....	66
Figura 51 - Ator “botão”	66
Figura 52 - Sequência de blocos da programação.	67
Figura 53 – Simulador 1 e Qr code para acesso	71
Figura 54 – Simulador 2 e Qr code para acesso	75
Figura 55 - Simulador 3 e Qr code para acesso	76
Figura 56 – Simulador 4 e Qr code para acesso	87
Figura 57 – Simulador 5 e Qr code para acesso	89
Figura 58 – Simulador 6 e Qr code para acesso	91
Figura 59 – Simulador 7 e Qr code para acesso	93
Figura 60- Página de programação	98
Figura 61 - Página do programa removebg	98
Figura 62 - Algumas Máquinas construídas pelos alunos	99
Figura 63 – Algoritmo construído pelos alunos	101
Figura 64 - Registro dos cálculos	104

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 -	Nível de dificuldade durante a utilização do Scratch.....	106
Gráfico 2 -	Dificuldade para aprender a utilizar o programa	106
Gráfico 3 -	Alunos gostariam de explorar mais a plataforma.	107
Gráfico 4-	Alunos sentem-se mais motivados a aprender matemática ao usar o Scratch	107
Gráfico 5 -	O simulador construído no Scratch tornou o tema abordado em sala de aula mais interessante	108
Gráfico 6 -	A utilização do simulador tornou o tema da aula mais dinâmico e interativo.....	109
Gráfico 7 -	O simulador facilitou a compreensão do assunto abordado na aula ..	109
Gráfico 8 -	Quando em comparação com a aula teórica, o simulador auxiliou mais na assimilação do assunto abordado na aula	111
Gráfico 9 -	A partir do simulado os alunos perceberam que o assunto abordado possui aplicação prática	111
Gráfico 10 -	Softwares/Plataformas como o Scratch deveriam ser mais utilizados nas disciplinas do Ensino Médio.	111

LISTA DE SÍMBOLOS

Ω	Ômega.
$\{ \}$	Conjunto
$n(A)$	Número de elementos do conjunto ou evento A .
$\in$	Pertence.
$\subset$	Está contido.
$\mathbb{N}^*$	Conjunto dos números naturais não nulos.
f_i	Frequência Relativa.
$\forall$	Para todo.
$p(a_i)$	Probabilidade do evento elementar a_i ocorrer.
$\emptyset$	Vazio.
$\neq$	Diferente.
$\cap$	Interseção.
$\cup$	União
$\sum_{a_i \in A} P(a_i)$	Somatório das probabilidades dos eventos elementares a_i .
A^c	Complementar do evento A
$A \subset B$	Conjunto A está contido em B ou o conjunto B contém A .

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
2	PLATAFOMA SCRATCH E A CONSTRUÇÃO DO SIMULADOR	29
2.1	Plataforma Scratch	29
2.1.1	Página Inicial	31
2.1.2	Criação do cadastro (Login)	32
2.2	Simulador da Máquina: História e Legislação	34
2.2.1	A Máquina	34
2.2.2	Aspectos Históricos	35
2.2.3	Legislação	36
2.3	Construção do Simulador na plataforma do Scratch	37
2.3.1	Estrutura da Máquina (Base).....	38
2.3.2	Alavanca.....	42
2.3.3	Carretéis.....	46
2.3.4	Elementos dos Carretéis	48
2.3.5	Sirene ocorre ou não ocorre o evento	53
2.3.6	Botão apresentar elementos do espaço amostral	56
3	PROGRAMAÇÃO DO SIMULADOR	59
3.1	Lógica de programação em blocos	59
3.1.1	Movimento da alavanca e efeito sonoro	61
3.2	Movimento dos elementos no carretel	63
3.2.1	Acionamento das sirenes	65
3.2.2	Acionamento do botão apresentar variáveis	66
4	ABORDAGEM DA TEORIA DA PROBABILIDADE UTILIZANDO SIMULADORES	69
4.1	Definição de experimento aleatório, espaço amostral e evento	70
4.1.1	Demonstração (Por P.F.C)	72
4.2	Combinação de eventos	73
4.2.1	Complementar de um evento	73
4.2.2	União de k eventos.....	74
4.2.3	Interseção de k eventos	74
4.3	Frequência relativa.....	75
4.3.1	Propriedades da Frequência Relativa	78

4.3.2	Generalizando	79
4.4	Distribuição de probabilidade	80
4.5	Probabilidade da união de eventos mutuamente exclusivos	82
4.6	Probabilidade do evento	82
4.7	Propriedades da Probabilidade	84
4.8	Teorema 1: probabilidade da união de eventos.....	86
4.9	Teorema 2: probabilidade condicional	88
4.9	Teorema 3: probabilidade binomial	90
4.10	Valor esperado.....	92
5	CONSTRUÇÃO E APLICAÇÃO DO SIMULADOR NO LOCAL DA PESQUISA.....	94
5.1	Tipo de Estudo.....	94
5.2	Coleta de dados	95
5.3	Descrição dos participantes e recursos materiais	95
5.4	Etapas de aplicação	97
5.4.1	1ª etapa de aplicação	97
5.4.2	2ª etapa de aplicação.....	100
5.4.3	3ª etapa de aplicação.....	103
5.4.4	Parte teórica	103
5.4.5	Parte prática	103
5.5	Apresentação e discussão dos resultados	105
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	114
	REFERÊNCIAS.....	116
	APÊNDICE A - PESQUISA DE CAMPO - QUESTIONÁRIO.....	119
	APÊNDICE B – INTERFACE DO PROGRAMA	121

1 INTRODUÇÃO

Em 2021, assumi o cargo de professor efetivo de matemática no estado do Ceará. No ano seguinte, vivenciei o início da implementação do novo Ensino Médio, o qual, entre outras mudanças, ampliou o tempo mínimo do estudante na escola e introduziu uma nova organização curricular alinhada com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A BNCC, uma importante referência para o ensino em todo o Brasil, propõe um conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Essa proposta curricular divide-se em duas partes distintas:

Base Comum: Estabelece o conjunto de conhecimentos, habilidades e competências que devem ser trabalhadas por todas as instituições de ensino básico.

Parte Diversificada: Oferece flexibilidade para que as escolas e professores possam adaptar o currículo às necessidades específicas de seus alunos e às características locais, permitindo a inclusão de temas regionais, projetos interdisciplinares e outras abordagens que enriqueçam o processo de ensino e aprendizagem.

Na parte diversificada, no estado do Ceará, a Secretaria de Educação (SEDUC) propõe um catálogo de Unidades Curriculares Eletivas (UCE) para a 1ª série do ensino médio. Esse catálogo oferece uma variedade de opções de unidades curriculares que os professores podem escolher com base em seu conhecimento e domínio para lecionar, além de considerarem a relevância para a vida dos estudantes.

Após selecionada pelo professor, essas unidades são disponibilizadas para os alunos, que têm a oportunidade de escolher quais unidades desejam estudar durante o semestre. Esse modelo possibilita que os estudantes construam um percurso formativo personalizado, com diferentes arranjos, contribuindo para sua formação integral. Na área de matemática e suas tecnologias, no ano de 2022, o catálogo de Unidades Curriculares Eletivas (UCE) disponibilizava para os estudantes do ensino médio as eletivas:

- Matemática Básica I, II e III;
- Matemática Financeira;
- Matemática para Olimpíadas;

- Matemática e Game: um novo aprendizado;
- Matemática para o ENEM;
- Matemática para o Spaece;
- Jogos Matemáticos;
- Práticas Laboratoriais de matemática;
- Estudo das Funções;
- Desenho Geométrico;
- Aprendendo Geometria com Origame;
- Geometria I (plana);
- Geometria II (Espacial);
- Geometria III (Analítica);
- Introdução à Estatística;
- Raciocínio Lógico;
- Pré-Álgebra na Khan Academy;
- Matemática através de Mandalas Africanas;
- Matemática na Cultura Indígena;
- Jogos e Resolução de Conflitos e
- Resultado de pesquisas na Matemática.

Ao receber o catálogo, dentre as eletivas supracitadas, uma das opções que propus e escolhida pelos alunos foi **Matemática e Game: um novo aprendizado**. O objetivo desta eletiva é aplicar conhecimentos e habilidades em pensamento lógico algorítmico e métodos quantitativos básicos para a formação em Programação.

No catálogo, além do objetivo da eletiva continha os recursos didáticos necessários, tais como a Plataforma Scratch, computadores ou tablets, acesso à internet e uma conta no Scratch. Os objetos do conhecimento que deveriam ser abordados incluíam noções de algoritmo e introdução à lógica, sistema de coordenadas, números positivos e negativos, ideias matemáticas e computacionais aplicadas na construção de jogos digitais, entre outros.

Apesar de ter experiência anterior no uso da plataforma Scratch por já ter utilizado em uma escola, encontrei dificuldades para alcançar os objetivos propostos no catálogo dessa eletiva. Isso ocorreu porque, embora possuísse conhecimento em matemática e dominasse a plataforma Scratch, o catálogo de Unidades Curriculares

Eletivas não oferecia uma proposta para integrar ambos os conhecimentos. Essa experiência despertou meu interesse em desenvolver uma pesquisa com o objetivo de integrar a abordagem de conteúdos de matemática à construção de projetos na plataforma Scratch.

George Cardano (1501-1576), renomado astrólogo, médico da nobreza e professor de medicina na Universidade de Pavia, foi um exímio escritor, abrangendo temas que variam desde filosofia e matemática até medicina. Antes de morrer, decidiu queimar 170 manuscritos não publicados. As pessoas que examinaram seus pertences descobriram 111 textos que foram preservados. Dentre os manuscritos salvos, destaca-se um tratado com 32 capítulos intitulado *O Livro dos Jogos de Azar*. Este trabalho é considerado o primeiro a abordar o tema da probabilidade, marcando uma contribuição significativa de Cardano para o desenvolvimento desse campo (Mlodinow, 2008).

Em *O Livro dos Jogos de Azar*, embora Cardano tenha cometido equívocos, ele já explorava a teoria da aleatoriedade em contextos como lançamentos de dados e escolha de cartas de baralho em espaços amostrais equiprováveis (Mlodinow, 2008). Ao se analisar a maioria dos livros didáticos do ensino básico que abordam o ensino de probabilidade, nota-se que os conceitos de probabilidade ainda são desenvolvidos a partir dos contextos utilizados por Cardano séculos atrás, diferenciando-se atualmente apenas por incluir exemplos de retirada de bolas de urnas e o lançamento de moedas.

É interessante acrescentar que nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

O livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileira. É preciso que os professores estejam atentos à qualidade, à coerência e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante considerar que o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado, pois a variedade de fontes de informação é que contribuirá para o aluno ter uma visão ampla do conhecimento. (Brasil, 1997, p.67).

Nesse sentido, é importante considerar que apesar dos exemplos hoje utilizados para o ensino de probabilidade serem úteis para o aprendizado, essas abordagens desconsideram outras situações que poderiam contribuir para a compreensão dos estudantes sobre a aplicação prática da teoria da probabilidade. Dessa forma, conforme propõe os PCN (Brasil, 1997, p.67) “A utilização de materiais diversificados como jornais, revistas, folhetos, propagandas, computadores,

calculadoras, filmes, faz o aluno sentir-se inserido no mundo à sua volta”.

No que se refere à escolha de recursos didáticos, os PCN destacam que:

É indiscutível a necessidade crescente do uso de computadores pelos alunos como instrumento de aprendizagem escolar, para que possam estar atualizados em relação às novas tecnologias da informação e se instrumentalizarem para as demandas sociais presentes e futuras. (Brasil, 1997, p.67).

Diante das transformações trazidas pelo rápido avanço das tecnologias e da imersão dos estudantes no universo tecnológico nos diversos aspectos de seu dia a dia é fundamental que haja uma aproximação entre a escola e as tecnologias. Conforme afirmado pelos autores Cunha e Domingues

[...] a tecnologia tem assumido um papel importante na vida das pessoas é exigida da educação uma inovação na maneira de ensinar baseada na utilização dessas novas tecnologias. O atual ensino ministrado nas escolas deve acompanhar essas tendências, caso isso não ocorra, o mundo escolar se tornará cada vez mais distante do mundo atual vivido pelos alunos (Cunha; Cunha; Domingues, 2016, p.11).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe unidades temáticas que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Na unidade temática probabilidade e estatística a BNCC já destaca o uso de tecnologias. Por exemplo, com o computador é possível criar planilhas eletrônicas para auxiliar na construção de gráficos ou acessar sites para ampliar contextos que possibilitem compreender a realidade (MEC, 2018).

A BNCC destaca ainda a relevância da utilização de *recursos digitais e aplicativos* para dar *sequência ao desenvolvimento do pensamento computacional*, iniciada no ensino fundamental, com o objetivo de ampliar o letramento matemático¹ (MEC, 2018). Nesse contexto, surgiu o interesse de estudar sobre a importância do emprego de recursos digitais para avançar no desenvolvimento do pensamento computacional, no intuito de propor uma ferramenta tecnológica para facilitar o ensino de probabilidade.

¹ Segundo a Matriz do Pisa 2012, “Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.” Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf. Acesso em: 25 novembro de 2023.

Para o ensino médio, a BNCC propõe que a área de matemática e suas tecnologias consolide, amplie e aprofunde as aprendizagens fundamentais desenvolvidas no ensino fundamental. O objetivo central é construir uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade em diversos contextos, levando em consideração as experiências e vivências dos estudantes (MEC, 2018). Nota-se que a BNCC destaca não apenas a importância de diversificar o contexto de ensino, mas também alerta para considerarmos as experiências vivenciadas pelos estudantes.

A BNCC propõe também a aplicação de atividades que permitam ao aluno a experimentação dos conceitos aprendidos

No que concerne ao estudo de noções de probabilidade [...] o estudo deve ser ampliado e aprofundado, por meio de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a probabilidade teórica – probabilidade frequentista. (MEC, 2018, P.230)

Diante do exposto, é essencial repensar a abordagem do ensino da teoria da probabilidade. A introdução de uma situação problema variada, contextualizada de forma significativa e aplicada por meio de recursos tecnológicos, torna o aprendizado mais acessível, dinâmico e significativo, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos relevantes dessa teoria para a vida do estudante.

Partindo desse contexto, este trabalho propõe utilizar a programação em blocos, por meio da plataforma Scratch, para a construção de um simulador de uma máquina caça-níquel virtual que auxiliará no ensino e aprendizagem dos conceitos de probabilidade.

Os simuladores virtuais utilizados na educação se tornam recursos que aprimoram as práticas de ensino e aprendizagem, a medida que contribuem para transformar o aprendizado de maneira mais simples e eficiente despertando o interesse dos estudantes e tornando-os protagonistas na construção do conhecimento.

Ao estudar o ensino de Probabilidade e Estatística para alunos dos cursos de engenharia, Ara (2006, p.62) afirma que

(...) em geral, os cursos de Probabilidade e Estatística para alunos de Engenharia seguem a prática tradicional de aulas expositivas, nas quais os assuntos são organizados pelo professor e desenvolvidos a partir de sua justificção matemática e da apresentação de exemplos idealizados, muitas

vezes distantes da realidade do aluno. Com essa prática o aluno permanece em uma posição passiva a qual não lhe permite associar seu conhecimento prévio com o novo e, dessa forma, os cursos são centrados mais nas técnicas que na construção dos significados dos conceitos.

Com base nas vivências e sala de aula e na análise dos livros didáticos que abordam os conteúdos de Probabilidade, pode-se afirmar que os fatos apresentados por Ara (2006) estendem-se ao ensino desse conteúdo para o ensino médio.

Ainda de acordo com Ara (2006, p.62)

os alunos ingressantes nos cursos de graduação, mesmo os que tiveram em seus currículos escolares os conteúdos de Probabilidade e Estatística, não desenvolveram a sua intuição a respeito dos fenômenos aleatórios, pretendendo explicá-los a partir de um raciocínio determinístico

Portanto, o estudo justifica-se também pelo fato de compreender que os simuladores na sala de aula, além de estimular o desenvolvimento do raciocínio lógico, e do pensamento computacional permitem aos alunos desenvolverem sua intuição a respeito dos fenômenos aleatórios e vivenciarem uma experiência de produção do próprio conhecimento, enquanto o professor assume a função de mediador, direcionando e oferecendo o suporte necessário.

Nesse sentido, este trabalho vem colaborar para o ensino de Probabilidade como um material de referência para professores do ensino médio, no sentido de que esses professores tenham acesso a uma sequência de procedimentos, com material de apoio que lhes sirva de referência para o preparo e aprimoramento de suas aulas.

Essa pesquisa de abordagem quali-quantitativa e de caráter exploratório a partir do estudo de caso tem como objetivo geral desenvolver por meio de uma ferramenta tecnológica de programação um contexto para o ensino de conceitos de probabilidade, tornando mais acessível, dinâmico, interativo e significativo, por meio da construção de um simulador digital. Assim, essa proposta amplia as abordagens da teoria de probabilidade, evitando se limitar aos exemplos tradicionais, e se alinhando às propostas de ensino atuais.

Além disso, os objetivos específicos são:

- Aplicar um contexto para facilitar e diversificar o ensino de conceitos da

teoria da probabilidade, indo além das situações convencionais de lançamentos de dados, escolha de cartas de baralho, retirada de bolas de urnas e lançamento de moedas.

- Construir um simulador utilizando uma ferramenta tecnológica de programação de modo a facilitar o ensino-aprendizagem de conteúdos de probabilidade;
- Integrar práticas de programação de forma simultânea ao ensino de conteúdos de probabilidade tornando o ensino dinâmico, interativo e significativo.
- Avaliar, junto aos resultados observados, a opinião dos discentes a respeito do uso da plataforma Scratch como ferramenta pedagógica para o ensino de conceitos e exemplos da teoria probabilidade.

Para alcançar esses objetivos, a ferramenta tecnológica de programação escolhida para a construção do simulador digital foi o Scratch. Através do simulador, buscamos contextualizar, conceituar, exemplificar e facilitar a introdução de conceitos da teoria de probabilidade. Além disso, exploramos a linguagem de programação em blocos para dar vida ao simulador, integrando desse modo práticas de programação para aprimorar o pensamento computacional em paralelo ao ensino de probabilidade.

Dessa forma, consideramos importante escrever capítulos específicos dedicados à construção do simulador, ao pensamento computacional (programação do simulador) e a teoria da probabilidade abordada no contexto dos simuladores.

Os capítulos dessa pesquisa estão divididos da seguinte maneira:

Neste primeiro capítulo, *a introdução*, abrange a definição da problemática, a justificativa e apresentamos os objetivos específicos e o objetivo geral da pesquisa.

No segundo capítulo, *Plataforma Scratch e a construção do simulador*, foi dividido em duas partes. Inicialmente, apresentamos uma visão abrangente da plataforma, alguns comandos da página inicial e orientações para a criação do login para novos usuários. Na segunda parte, apresentamos uma breve história da evolução das máquinas caça-níqueis, seguida pela análise da legislação referente a esses jogos no Brasil. Finalizamos o capítulo com a construção detalhada da estrutura do simulador da máquina, que será utilizada nos capítulos posteriores.

No capítulo três, *Programação do Simulador*, focamos na lógica de programação para o funcionamento dos simuladores. Abordamos como funciona a

programação em blocos e, em seguida, detalha-se o processo para criar a programação necessária para o seu funcionamento.

No capítulo quatro, *Abordagem da Teoria da Probabilidade Utilizando Simuladores*, interligamos os dois capítulos anteriores desta pesquisa. *Abordamos e exemplificamos a teoria da probabilidade no contexto do funcionamento dos simuladores das máquinas digitais construídas na plataforma Scratch*. Começamos definindo conceitos-chaves, como espaço amostral, evento, experimento aleatório e frequência relativa. Esse último, exemplificado por meio da realização de um experimento acionando o simulador da máquina e registrando os resultados obtidos em uma tabela. A partir da análise da tabela, observamos duas propriedades que foram logo em seguida generalizadas. Em seguida, definimos o conceito de probabilidade via frequência relativa, probabilidade da união e exploramos algumas propriedades. Concluimos o capítulo, definindo o teorema da probabilidade condicional, probabilidade binomial e o conceito de valor esperado.

No quinto e último capítulo, intitulado *Construção e Aplicação do Simulador no Local da Pesquisa*, aplicamos a pesquisa em uma turma do novo ensino em uma escola pública estadual localizada na periferia de Fortaleza. Iniciamos o capítulo descrevendo o tipo de estudo, a coleta de dados, o público-alvo e os recursos necessários para a aplicação. Em seguida, descrevemos a aplicação que foi dividida em três etapas. Encerramos o capítulo com a aplicação de um questionário que abordou temas como a dificuldade de utilização da plataforma, a percepção dos discentes sobre aplicação prática do conteúdo abordado, o impacto na dinâmica e interatividade do conteúdo abordado na aula, entre outras questões.

Concluimos esta pesquisa com base na análise dos dados obtidos, verificando se atingimos os objetivos propostos.

Ressaltamos que não há nenhum pré-requisito de conteúdos matemáticos específicos necessário para compreender este trabalho. No entanto, sugerimos aos leitores que não estejam familiarizados com a plataforma Scratch, consultarem o *Apêndice B - Interface da plataforma Scratch*, onde apresentamos os recursos dessa plataforma juntamente com suas principais funcionalidades.

2 PLATAFORMA SCRATCH E A CONSTRUÇÃO DO SIMULADOR

Neste capítulo, iniciamos apresentando a plataforma do Scratch. Abordamos sua relevância na área do ensino e apresentamos dados da utilização dessa plataforma no âmbito escolar. Logo depois, exploramos os objetivos e detalhamos as funções disponíveis na página inicial, além de fornecermos instruções sobre o processo de criação de uma conta para novos usuários.

Em seguida, exploramos características relacionadas aos simuladores das máquinas caça-níqueis, começando com a história, destacando a evolução e a popularização desses jogos ao longo dos anos. Seguidamente, discutimos a legislação brasileira sobre jogos de azar, especificamente o Decreto-Lei nº 9215, de 30 de abril de 1946. Além disso, a maior parte deste capítulo é dedicada às etapas do processo de criação e construção da estrutura dessas máquinas.

Todo o passo-a-passo dessas construções são ilustradas, visando atender aos leitores e professores interessados em reproduzi-las. Também será disponibilizado o link de acesso e o Qrcode das máquinas construídas neste trabalho, permitindo seu uso integralmente sempre que desejado, inclusive a possibilidade de adaptá-las.

2.1 Plataforma Scratch

O Scratch é uma plataforma de programação interativa que utiliza uma linguagem visualmente intuitiva. Foi criada pelo Mitchel Resnick e desenvolvida pelo grupo Lifelong Kindergarten do MIT (Instituto de Tecnologia de Massachusetts) com o objetivo de ensinar crianças e jovens a programar de forma divertida e interativa. Idealizado em 2003 e lançado em 2007, o Scratch se tornou uma ferramenta popular em ambientes educacionais de todo o mundo, permitindo que estudantes explorem conceitos fundamentais de programação de maneira intuitiva por meio da execução de tarefas, simuladores, criação de histórias animadas e games (Webber *et al.*, 2016).

De acordo com a matéria da Raquel Beer (2013), publicada na revista Veja, a jornalista destaca que em 2013 o Scratch já era amplamente adotado em todo o

mundo, com quase 12 milhões de usuários em 150 países. Na data da pesquisa cerca de 70% dos usuários eram crianças e adolescentes. Além disso, estimou-se que aproximadamente 8.000 professores utilizam o Scratch como uma ferramenta de ensino em suas salas de aula. Devido à sua eficácia como programa de ensino digital, o Scratch foi considerado o favorito entre os educadores.

Na matéria de Beer, Mitchel Resnick afirma que as crianças devem aprender a programar computadores pois além da função social, é a primeira língua verdadeiramente universal, essencial para a internet e como meio de comunicação global. O mundo digital está tão presente em nosso dia a dia que se tornar fluente em programação é tão necessário para as crianças quanto dominar a matemática ou a escrita. Além disso, a programação estimula uma nova perspectiva, promovendo uma forma de pensar guiada pelo raciocínio lógico e matemático (Beer, 2013).

Ainda de acordo com a matéria, Resnick propõe que a melhor forma de incluir os cursos de programação na grade curricular é inserindo essa disciplina nas matérias da base comum curricular. Os alunos podem, por exemplo, em matemática, realizar cálculos à medida que aprendem a programar na plataforma Scratch (Beer, 2013).

Vários países já têm a Programação como obrigatória na grade curricular. A Inglaterra foi o primeiro país do mundo a inserir a programação de computadores na grade curricular de todas as suas escolas e em todas as séries. De acordo com o planejamento curricular, as crianças começam a ter contato com a programação desde quando iniciam a vida escolar aos 5 anos de idade até o término do ensino médio, por volta dos 17 anos. Os Estados Unidos também acreditam na importância de aprender como a tecnologia funciona. (Portela, 2020)

Nesse contexto, a plataforma Scratch representa uma alternativa lúdica e atrativa para o ensino da linguagem de programação para crianças e adolescentes. Para inserir o Scratch na disciplina de matemática, especificamente no ensino de probabilidade, utilizaremos a linguagem de programação Scratch para criar simuladores, com o objetivo de explorar os conceitos e definições da Teoria da Probabilidade.

Segundo Lorenzato (2010) restringir o ensino apenas a palavras, sem imagens ou objetos, estáticos ou em movimento, vai contra a natureza humana. Apesar das palavras auxiliarem, não são suficientes para o processo de ensino-aprendizagem. É necessário começar o ensino pelo concreto.

Nesse sentido, a utilização do Scratch no ensino da probabilidade, por meio de simuladores, proporciona uma abordagem prática, lúdica e interativa, oferecendo um objeto concreto para facilitar o processo de ensino-aprendizagem dos cálculos de probabilidades.

A seguir, exploramos a página inicial do site e apresentamos o processo de criação de um login para os usuários que ainda não possuem acesso à plataforma.

2.1.1 Página Inicial

Para iniciar a familiarização com a página inicial do Scratch, o primeiro passo é acessar o site². Ao entrar, você será direcionado para a página de apresentação, que na versão 3.0³ apresenta o seguinte layout⁴.

Figura 1 - Página inicial da plataforma Scratch



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Página inicial (Figura 1): Contém o cabeçalho na parte superior, logo abaixo os botões início rápido e à direita um vídeo tutorial.

Tutorial: Permite que você assista a tutoriais sobre o uso da plataforma na opção “Veja o vídeo”.

² A plataforma pode ser acessada através do link <https://scratch.mit.edu>.

³ Versão mais atual do Scratch, com novas funcionalidades em relação às versões anteriores.

⁴ O layout é a forma de distribuir os elementos/comandos no espaço da página do site.

Botões início rápido: Localizado na parte inferior, o “Comece a Criar” permite que você inicie a criação do seu próprio projeto no ambiente de programação do Scratch e “Junte-se” convida você a se juntar à comunidade do Scratch. Ao se cadastrar, você poderá compartilhar seus projetos com outros usuários, receber feedback, participar de desafios e eventos, e interagir com uma comunidade global de criadores.

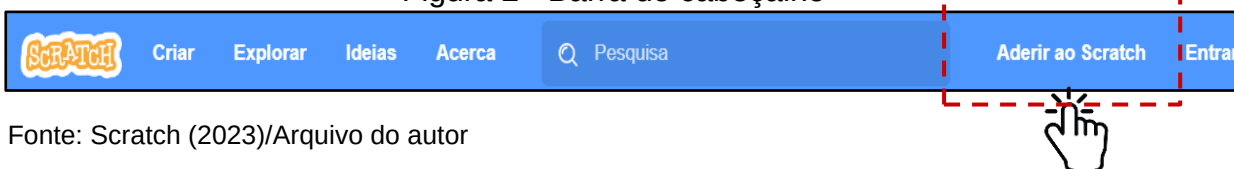
Cabeçalho: Localizado na parte superior, o cabeçalho contém a logo do Scratch e a barra de navegação, que permite acessar diferentes funcionalidades do site, como "Crie" (onde você pode começar a programar), "Explorar" (onde você pode pesquisar projetos e estúdios de outros usuários), "Ideias" (apresenta guias de atividade e tutoriais de atividades), "Acerca ou sobre" (fornece informações gerais sobre o Scratch), “barra de pesquisa” (permite que você pesquise projetos específicos ou usuários). "Aderir ao Scratch ou inscreva-se" (permite que você crie uma conta gratuita no Scratch) e "Entrar" (é destinada aos usuários que já possuem uma conta no Scratch).

Ainda na página inicial, você encontra projetos em destaque, que servem de inspiração. No final da página, a comunidade do Scratch é enfatizada, com espaço para interagir, compartilhar, obter suporte e orientação para inclusive pais e educadores, entre outras opções.

2.1.2 Criação do cadastro (Login)⁵

Nesta seção, abordamos o processo de criação do login na plataforma do Scratch. Para iniciar, o usuário deve acessar a opção "Aderir ao Scratch", localizada na barra de cabeçalho.

Figura 2 - Barra do cabeçalho



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Em seguida, aparecerá a seguinte tela:

⁵ login é um código escolhido pelo usuário que o identifica e permite acessar sistemas. Geralmente precede a senha.

Figura 3 - Tela de cadastro

Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Nesta tela, o usuário deve preencher com o seu nome e criar uma senha. Caso o nome já esteja em uso, a plataforma informará a necessidade de escolher outro nome que esteja disponível. Na tela seguinte, serão solicitadas informações adicionais, como país de origem, data de nascimento (mês e ano), gênero e um endereço de e-mail⁶. Em seguida, o Scratch exibirá uma mensagem de boas-vindas, informando que o usuário está autenticado e, portanto, pode explorar e criar projetos. O Scratch enviará um e-mail de confirmação de conta.

É importante ressaltar que, mesmo após o cadastro, o usuário só poderá compartilhar projetos quando clicar na mensagem enviada pelo Scratch para o e-mail cadastrado. A seguir estão as imagens ilustrando todo esse procedimento.

Figura 4 - Criação da conta na plataforma Scratch

⁶ Para os usuários que não possuem conta de e-mail e desejam criar uma, é possível por meio dos links: Outlook <https://outlook.live.com/owa/> ou Gmail <https://www.google.com/intl/pt-BR/gmail/about/>.



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

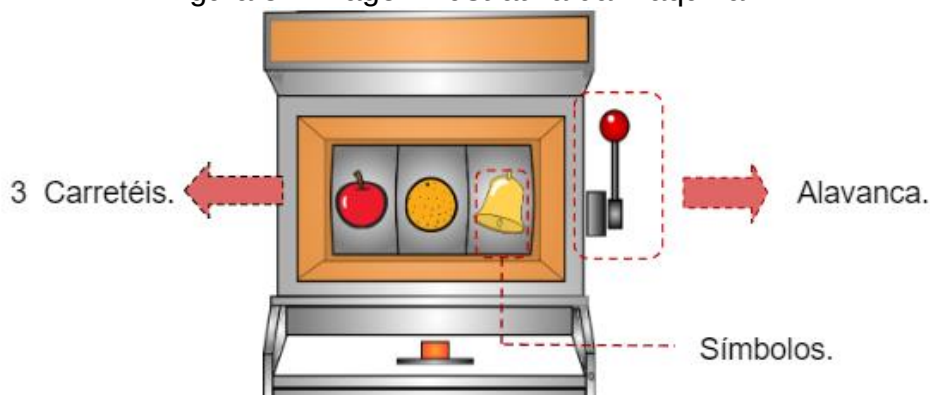
Após a criação da conta, é possível começar a construção dos simuladores das máquinas. No entanto, antes de iniciar a construção, apresenta-se detalhadamente este dispositivo.

2.2 Simulador da Máquina: História e Legislação

2.2.1 A Máquina

Uma máquina caça-níquel, também chamada de "slot machine", é um dispositivo eletrônico normalmente encontrado em cassinos, salões de jogos e outros estabelecimentos de entretenimento. A máquina caça-níquel tradicional consiste em três ou mais carretéis que exibem diferentes símbolos, como frutas, números ou letras. O jogador insere uma moeda ou ficha e puxa uma alavanca ou pressiona um botão para iniciar o jogo. Os carretéis giram aleatoriamente e, quando param, a combinação de símbolos exibida na tela determina se o jogador ganhou ou perdeu.

Figura 5 - Imagem ilustrativa da máquina



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

2.2.2 Aspectos Históricos

De acordo com o site “A Evolução dos Caça-Níqueis” do jornal eletrônico independente tudorondonia (2020), a primeira máquina caça-níqueis foi criada pela empresa de Sittman e Pitt em Nova York. A máquina possuía 5 cilindros (carretéis) e foi baseada em um jogo de poker que usava 50 símbolos de cartas para criar mãos com combinações vencedoras, premiadas com produtos.

Pouco depois do lançamento da máquina de Sittman e Pitt, Charles Augustus Fey criou o Liberty Bell. A máquina de Fey aprimorou permitindo prêmios automáticos, reduzindo os carretéis para três e apresentando apenas cinco símbolos, incluindo uma ferradura, um sino da liberdade e cartas de baralho, Fey criou uma máquina que rapidamente se tornou popular entre os jogadores (Tudorondonia, 2020).

Conforme mencionado no mesmo site, Fey não conseguiu patentear sua criação, o que levou a sua rápida reprodução por outros fabricantes. A empresa Herbert Mills, sediada em Chicago, lançou a *Operator Bell* como sucessora da *Liberty Bell*. Essa máquina, amplamente encontrada nos Estados Unidos, foi a primeira a apresentar o icônico símbolo 'BAR', que ainda é comumente utilizado nos jogos atuais (Tudorondonia, 2020).

Em 1964, surge o primeiro caça-níquel eletrônico, o Money Honey. Ainda de acordo com o site, foi criado em Las Vegas pela Bally Technologies. Essa máquina revolucionou o jogo ao utilizar tecnologia digital, tornando o jogo mais rápido e com possibilidades de apostas com várias moedas, o que resultava em prêmios maiores, tornando-se uma das máquinas mais populares nos cassinos de Las Vegas (Tudorondonia, 2020).

Mais de 10 anos depois do lançamento da Money Honey, surge a Fortune Coin, criada por Walt Fraley. O principal avanço desse equipamento consiste na apresentação dos resultados que substituem os cilindros por uma tela digital. Devido a jogadores desconfiarem da honestidade dos resultados apresentados por essa máquina, a Fortune Coin só se tornou um sucesso após ser adquirida pela IGT (Tudorondonia, 2020).

Conforme mencionado acima, só há registro dessas máquinas contendo mais de dois carretéis. Entretanto, apesar da natureza hipotética, foram contruídos simuladores dessas máquinas com um e dois carretéis. O objetivo dessas

construções é facilitar a abordagem do ensino dos conceitos iniciais de probabilidade. Isso permitirá que o aluno entenda mais facilmente esses conceitos para posteriormente, ampliar e aprofundar a aplicação das probabilidades nos jogos de máquinas com três carretéis, que são as máquinas mais comuns no dia a dia.

2.2.3 Legislação

No Brasil, as máquinas caça-níqueis são consideradas ilegais de acordo com o Decreto-Lei nº 9215, de 30 de abril de 1946, que proíbe os jogos de azar no país. No entanto, é importante considerar um contraponto em relação à simulação do funcionamento dessas máquinas para fins pedagógicos. Embora a lei brasileira proíba a prática desses jogos, é possível explorar a simulação do funcionamento dessas máquinas em ambientes educacionais com o objetivo de disseminar conhecimento e contribuir para a sociedade.

Diferentemente dos jogos de azar convencionais, em que o principal objetivo é o ganho financeiro, o simulador da máquina é uma ferramenta educacional que possibilita a utilização de elementos lúdicos para exemplificar, contextualizar e facilitar o ensino e aprendizagem dos conceitos de probabilidade, sem envolver aspectos financeiros associados aos jogos de azar proibidos pela legislação.

Além disso, é importante considerar que no contexto educacional, especialmente no ensino de probabilidade, são comuns exercícios contextualizados relacionados a jogos de azar de modo quase impossível de serem dissociados. Por exemplo, cálculos probabilísticos envolvendo o jogo “bingo”, geralmente proibido pela legislação, já foram abordados em diversas questões de vestibulares, inclusive em nível nacional, como no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)⁷. Essa prática demonstra que, os jogos de azar ao serem empregados com intuito educativo e sem envolver ganho ou perda financeira, podem ser adaptados para propósitos pedagógicos.

Portanto, o propósito dessa abordagem é estritamente pedagógico, sem a intenção de estimular jogos e incentivar apostas financeiras ou desenvolver qualquer algoritmo vencedor. Tampouco buscamos estimular comportamentos compulsivos ligados aos jogos de azar. Pelo contrário, a utilização do simulador permitirá aos

⁷Na prova azul do segundo dia do ENEM 2022, na questão 141, perguntava sobre a probabilidade de um jogador vencer com uma cartela de bingo nas duas rodadas seguintes.

alunos compreenderem na prática como a probabilidade é aplicada nesses jogos, promovendo o desenvolvimento de uma consciência da real chance de premiações, que geralmente são próximas de zero. Desse modo, calcular a probabilidade nesses contextos servirá como mais uma informação para considerar a não participação nesse tipo de jogo.

2.3 Construção do Simulador na plataforma do Scratch

Neste tópico é explicado o processo de construção do design⁸ dos simuladores que são utilizados para abordar e exemplificar as teorias da probabilidade. O conhecimento desse processo de construção permitirá ao professor explorar diferentes cenários e adaptar o simulador ao contexto, nível e realidade de suas turmas, seja alterando a estrutura da máquina, aumentando o número de carretéis ou as variáveis contidas nos carretéis. Além disso, possibilitará que os alunos também construam esses equipamentos, podendo individualizar e personalizar suas construções, tornando-se um sujeito ativo no processo de aprendizagem.

A intenção neste tópico não é construir todos os simuladores utilizados no trabalho, mas sim apresentar o fundamento da construção de um dos simuladores para que o leitor ou professor seja capaz de construir todos os demais a partir dessa base.

A estrutura do simulador da máquina é composta por

- *Estrutura da máquina (base)*: receberá todos os outros componentes;
- *Alavanca*: servirá para dar início às jogadas;
- *Carretel*: utilizado para apresentar o resultado obtido em cada rodada que o simulador for acionado;
- *Elemento dos carretéis*: variáveis utilizadas para os cálculos das probabilidades;
- *Sirene*: indica quando um evento ocorrer e;
- *Botão apresentar elementos do espaço amostral*: apresenta todos os elementos contidos nos carretéis.

⁸ idealização, criação e concepção de um produto.

Na seção seguinte Iniciamos o processo de construção dos simuladores pela estrutura da máquina (base)

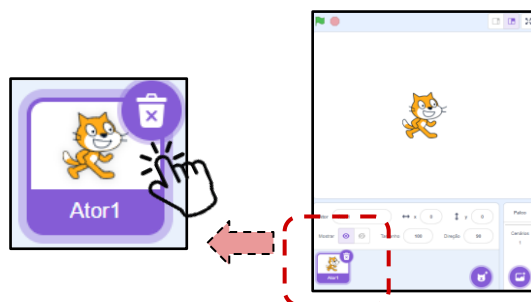
2.3.1 Estrutura da Máquina (Base)

Para a construção da estrutura da máquina (base), utilizam-se os recursos da aba fantasia da plataforma Scratch. Esses recursos permitem, entre outras coisas, que o usuário desenhe “a mão livre”.

A estrutura do simulador é o principal mecanismo construído, pois serve como base para receber todos os outros componentes. Portanto, essa estrutura deve permanecer durante toda a programação e, por isso, vamos inseri-la no palco (cenário 1), como plano de fundo. A seguir, detalhamos o passo a passo dessa construção.

Após entrar na plataforma do Scratch, começamos deletando o ator “gatinho amarelo” clicando na lixeira  localizada no canto superior direito do ator.

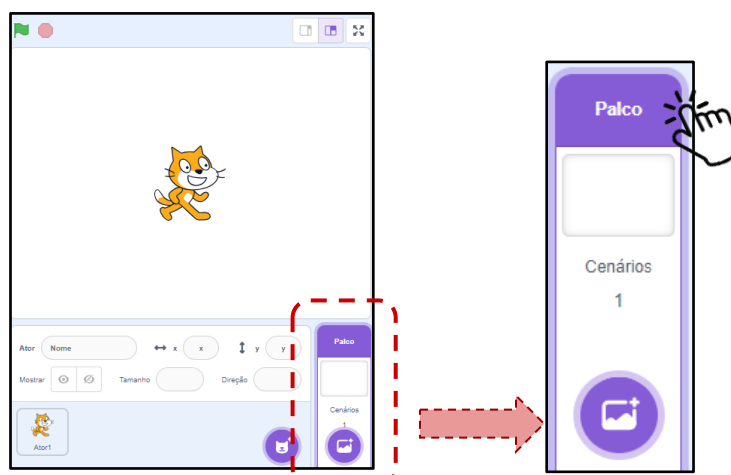
Figura 6 - Deletando o ator



Fonte: Scratch (2023) / Arquivo do autor

Em seguida, clicamos em palco e na aba cenário. — observe que ao selecionar a opção palco a aba com o nome “*fantasia*” muda para “*cenário*”.

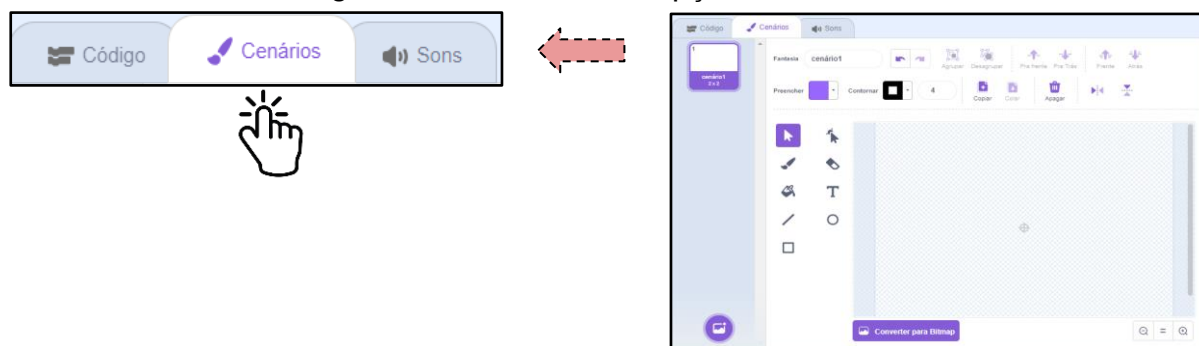
Figura 7 - Localização do botão palco



Fonte: Scratch (2023) / Arquivo do autor

Após clicarmos na opção cenário, a plataforma apresenta diversas ferramentas e recursos de desenho na parte superior e no canto esquerdo da tela.

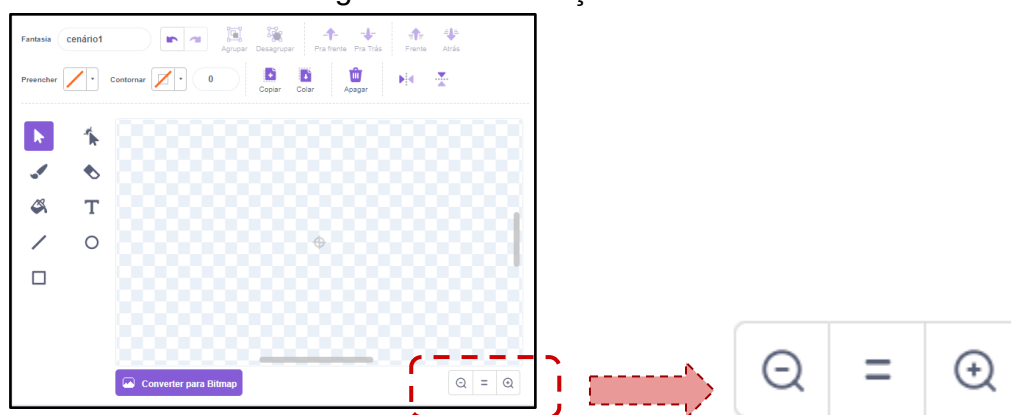
Figura 8 - Aba cenário / Opções de ferramentas



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Para uma maior precisão no desenho, aumentamos a área de edição do cenário, clicando no botão zoom .

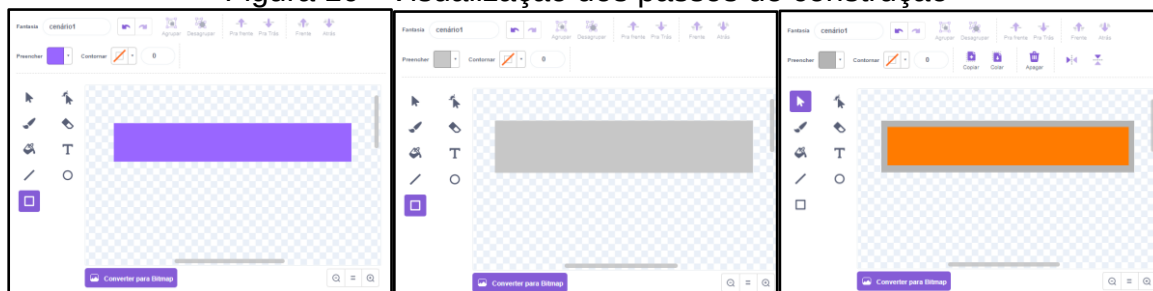
Figura 9 - Localização botão Zoom



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Em seguida, clicamos na ferramenta retângulo  e inserimos na área de edição. No comando “preencher” , alteramos sua cor de lilás⁹ para cinza. Logo depois, adicionamos mais um retângulo, concêntrico e sobreposto ao anterior, com dimensões um pouco menores. Preenchemos esse segundo retângulo com a cor laranja.

Figura 10 - Visualização dos passos de construção

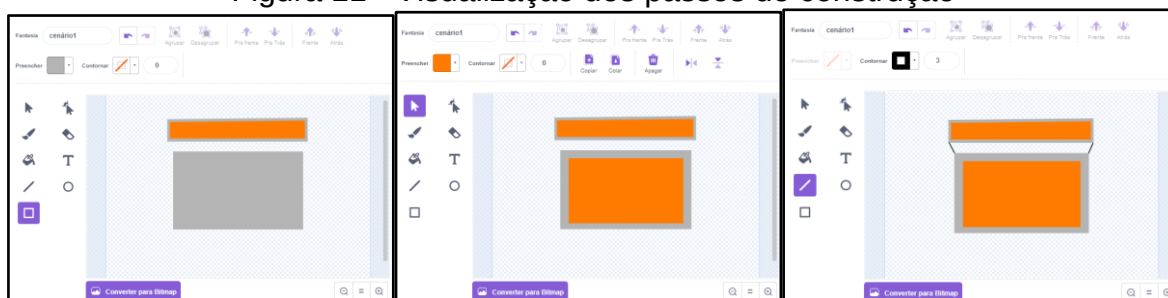


Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Prosseguimos dessa vez com a construção de mais dois quadrados, também concêntricos, o maior preenchido na cor cinza e o outro quadrado, levemente menor, preenchido na cor laranja, que representarão a tela do simulador. Em seguida, utilizando a ferramenta "linha" , ligamos dois vértices do retângulo maior que construímos anteriormente com dois vértices do quadrado levemente maior que acabamos de criar.

⁹ O Scratch utiliza a cor lilás como padrão para a primeira construção.

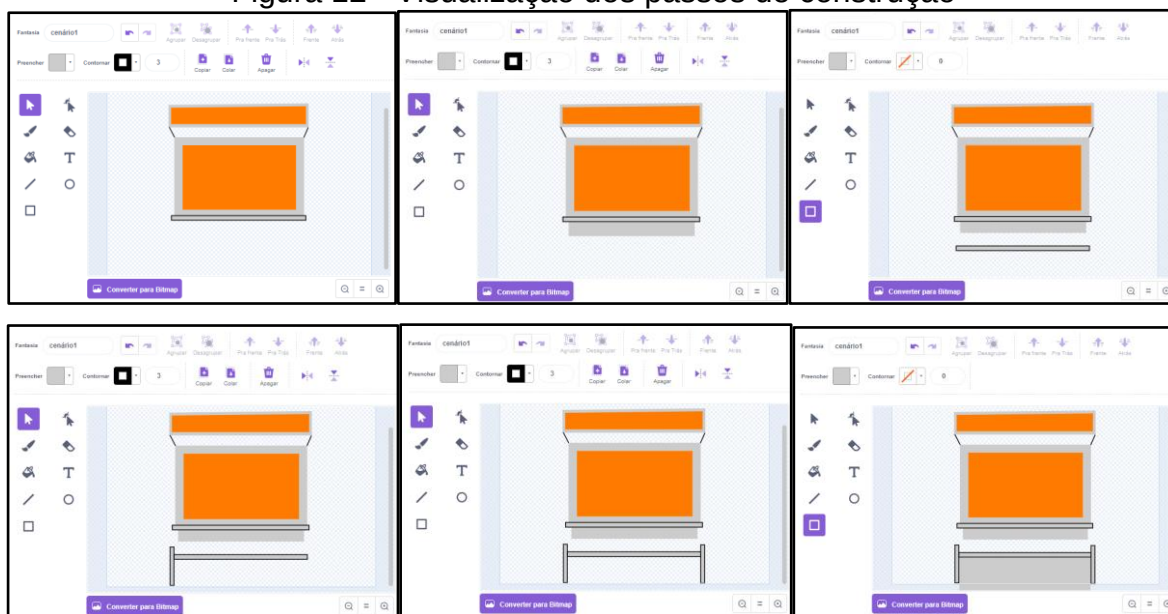
Figura 11 - Visualização dos passos de construção



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Seguidamente, construímos mais seis retângulos (quatro horizontais com dimensões distintas e largura bem finas e dois verticais congruentes), todos preenchidos com a cor cinza.

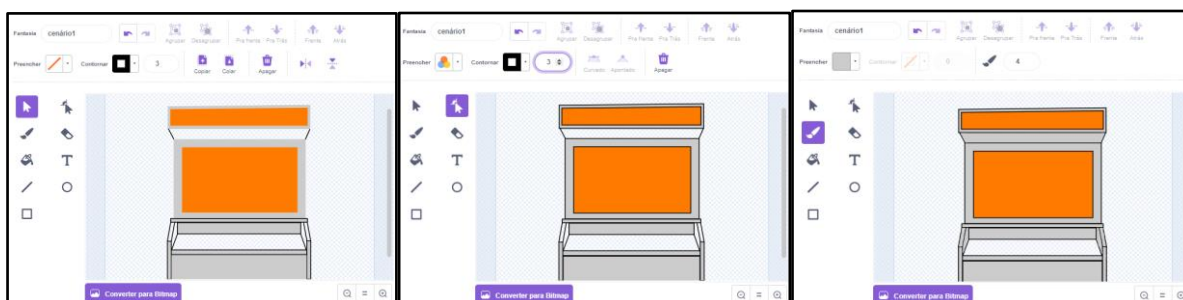
Figura 12 - Visualização dos passos de construção



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Com a ferramenta "linha" selecionada, ligamos alguns vértices (vide figura 13). Em seguida, selecionamos toda a construção e aumentamos o contorno para o valor 3. Observe que, quando utilizamos o comando "linha", algumas regiões são formadas, e não estão preenchidas com a cor cinza. Nesse caso é utilizado o comando "pincel"  para preenchermos de forma "manual".

Figura 13 - Visualização dos últimos passos de construção



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Com esse último passo encerramos a construção da estrutura base do simulador. Na próxima seção nos dedicamos à construção do próximo componente, a “alavanca”.

2.3.2 Alavanca

A construção da alavanca também foi realizada a “mão livre” utilizando os recursos disponíveis no Scratch, porém com uma diferença em relação ao design anterior. Ao contrário da estrutura da máquina, que permaneceu estática, a alavanca deve se movimentar quando acionada, indicando o início de uma jogada.

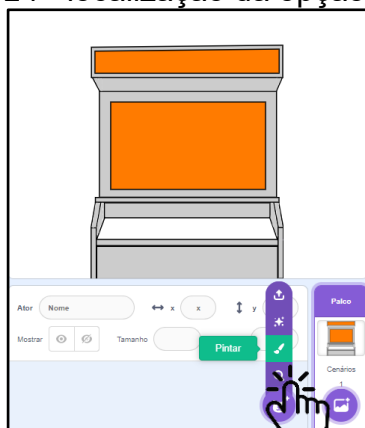
Para compreender como movimentar objetos no Scratch, podemos fazer uma analogia. A animação de movimentos no Scratch ocorre de maneira semelhante a quando desenhamos em várias páginas de um caderno, desenhos muito parecidos, mas com pequenas alterações de movimento entre uma página e outra. Ao folhear rapidamente essas páginas, temos a impressão de que o objeto está se movendo. É assim que funciona o movimento no Scratch, só que em vez de páginas, chamamos de roupas (ou sprites).

Dessa forma, para construir a alavanca, precisamos criar um ator com várias roupas (ou sprites), que são ligeiramente diferentes entre si. A seguir, descrevemos o passo a passo dessa construção.

Começamos construindo a base da alavanca. Para isso, no arquivo que contém a estrutura da máquina criada na sessão anterior, posicionamos o cursor sobre a opção “novo atores”  e, nas opções que surgem, clicamos em “pintar”



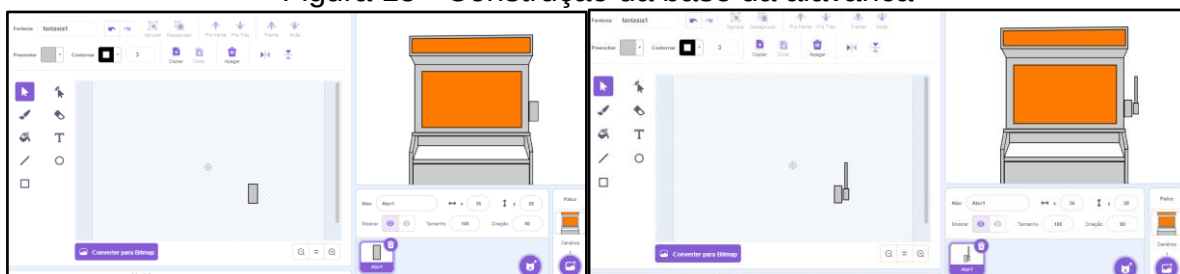
Figura 14 - localização da opção “pintar”



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Em seguida, com a ferramenta “retângulo”  selecionada, desenhemos três retângulos, dois a dois com dimensões distintas, na área de edição. Logo depois, preenchemos cada um com a cor cinza e os posicionamos à direita da tela do simulador, conforme imagem a seguir.

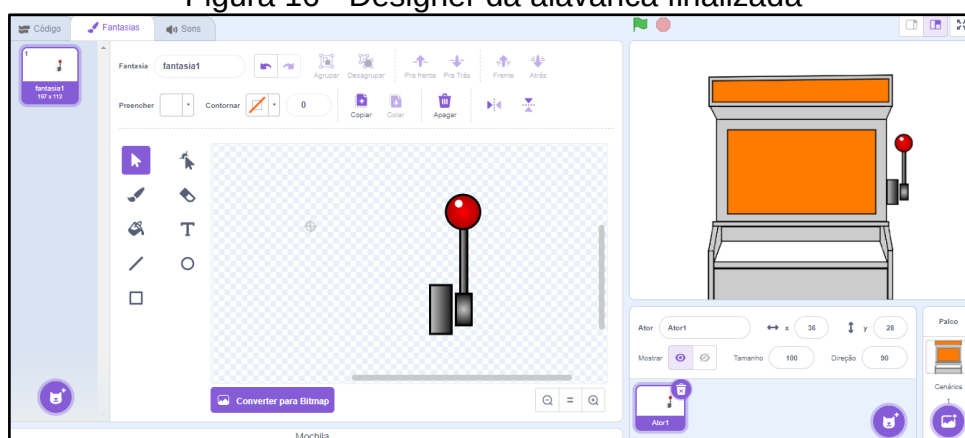
Figura 15 - Construção da base da alavanca



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Para finalizar a construção da alavanca, criamos a “manopla” (região esférica que é puxada para acionar o simulador). Para isso, com a ferramenta “círculo”  selecionada, inserimos dois círculos, um contido no outro. Para colorir, utilizamos a cor branca no círculo menor e no maior utilizamos o gradiente do centro para a extremidade. No centro a cor vermelha e nas extremidades vermelho escuro. O comando gradiente também foi utilizado no restante da alavanca.

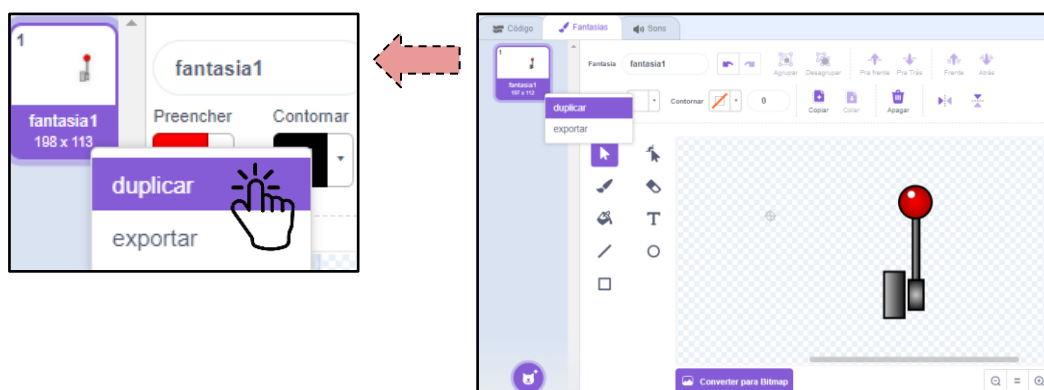
Figura 16 - Designer da alavanca finalizada



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Em seguida, criamos as roupas (sprites) que foram programadas posteriormente para criarmos o movimento da alavanca. Para isso, inicialmente clicamos com o botão direito na fantasia contendo a alavanca, das opções que surgem selecionamos “duplicar”.

Figura 17 - Localização do comando duplicar

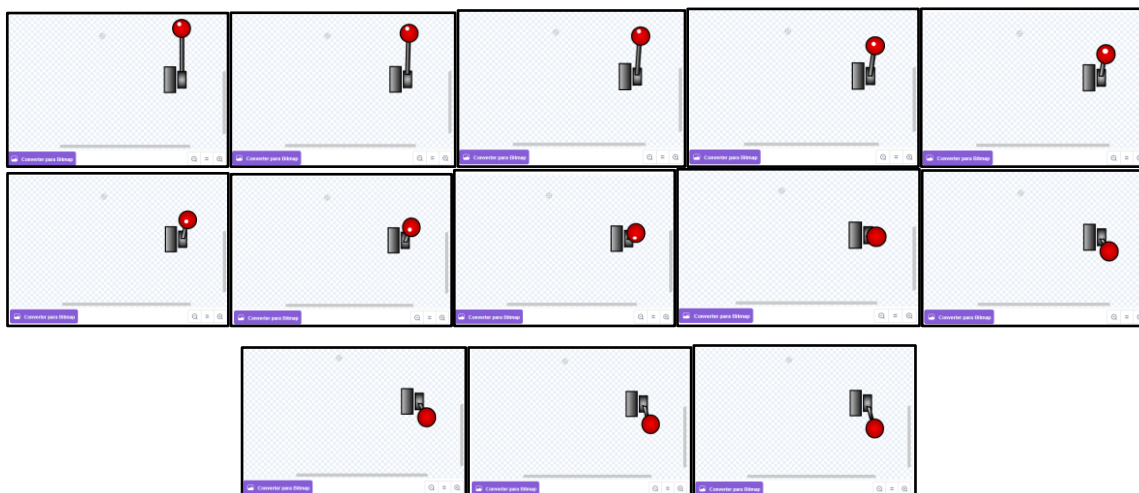


Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Na alavanca duplicada, selecionamos a manopla (círculo vermelho), na área de construção, e com o mouse, clicamos, seguramos e arraste sutilmente para baixo. Desse modo criamos a primeira fantasia do movimento. Para realizar o movimento completo da alavanca, é necessário que, partindo do ponto de origem, a alavanca deve realizar o movimento de descida e subida até retornar à posição inicial. Para a animação completa de descida, conforme fizemos anteriormente, criamos mais 11 fantasias, com a posição da alavanca em cada fantasia sutilmente abaixo da posição anterior. Vale ressaltar que a diferença entre uma fantasia e outra é sutil, pois quanto mais suave for a transição entre as imagens mais natural e fluido

será o movimento. Essa sutileza é fundamental para garantir que a animação da alavanca seja realista e visualmente o mais natural possível.

Figura 18 - Posições da alavanca simulando movimento de descida



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Agora, para o movimento de subida da alavanca, utilizamos as mesmas fantasias do movimento de descida, excluía a última, contudo no sentido inverso.

Figura 19 - Posições da alavanca simulando movimento de subida



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Assim, finalizamos a construção do movimento da alavanca. Voltamos a abordar esse objeto no próximo capítulo, quando formos programar o movimento de acionamento desse mecanismo.

Na próxima seção, nos concentramos na construção de um novo componente do simulador, os carretéis.

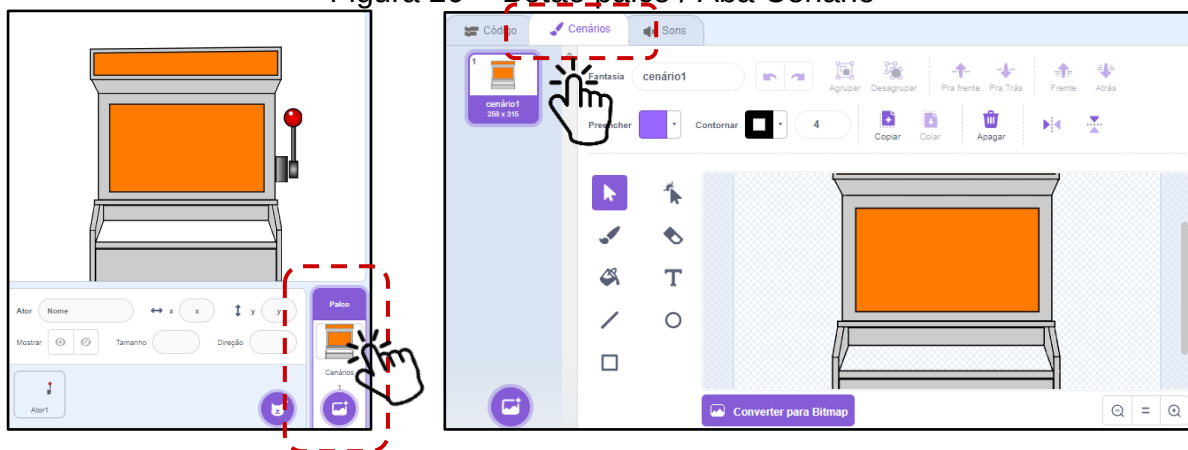
2.3.3 Carretéis

Os carretéis são as regiões que apresentam o resultado em cada jogada que a máquina é acionada. O número de carretéis irá variar conforme a complexidade dos conceitos de probabilidade que se deseja ensinar.

A máquina de um carretel foi utilizada posteriormente para introduzir os conceitos iniciais de probabilidade, experimento aleatório, espaço amostral, evento, frequência relativa, evento certo e evento impossível. Já a máquina contendo dois carretéis foi utilizada para explorar o cálculo da probabilidade da união e probabilidade da interseção. E a máquina com três carretéis foi utilizada para abordar os conceitos de probabilidade binomial e o cálculo do valor esperado.

Inicialmente aumentamos a sensação de realismo no cenário onde os carretéis foram inseridos, adicionando profundidade à tela e, em seguida, criamos os carretéis. Para criar profundidade, no arquivo contendo a construção da estrutura e a alavanca, clicamos em “palco” e em seguida em “cenário”.

Figura 20 - Botão palco / Aba Cenário



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Logo depois, com a ferramenta “retângulo”  selecionada, inserimos um retângulo centralizado na tela da máquina. Alteramos o tamanho da linha do perímetro para tamanho um e preenchemos com a cor laranja escuro. As demais regiões em laranja também foram levemente escurecidas. Em seguida, selecionamos a ferramenta “linha” , também na espessura um, e ligamos os vértices conforme imagem abaixo.

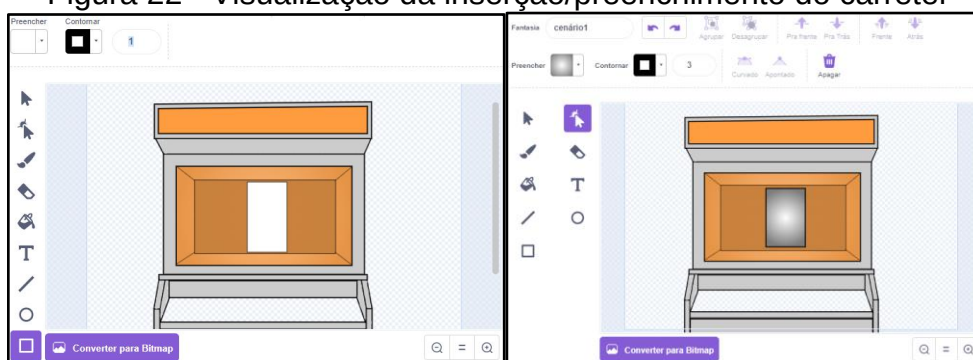
Figura 21 - Visualização dos passos de construção



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Desta forma a região da tela que receberá os carretéis está finalizada. Para a criação do carretel, inserimos mais um retângulo, também centralizado, preenchido com o gradiente, na região central branca e extremidade cinza.

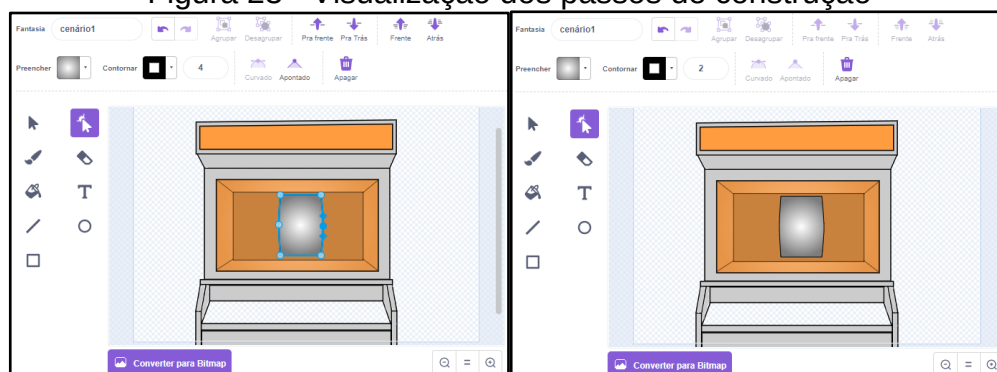
Figura 22 - Visualização da inserção/preenchimento do carretel



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Por fim, utilizamos o comando “remodelar”  e, nas laterais do último retângulo construído, clicamos, seguramos e arrastamos a aresta na direção lateral no sentido oposto ao centro do retângulo, como mostrado na imagem abaixo. Essa última etapa tem como objetivo adicionar um efeito visual tridimensional.

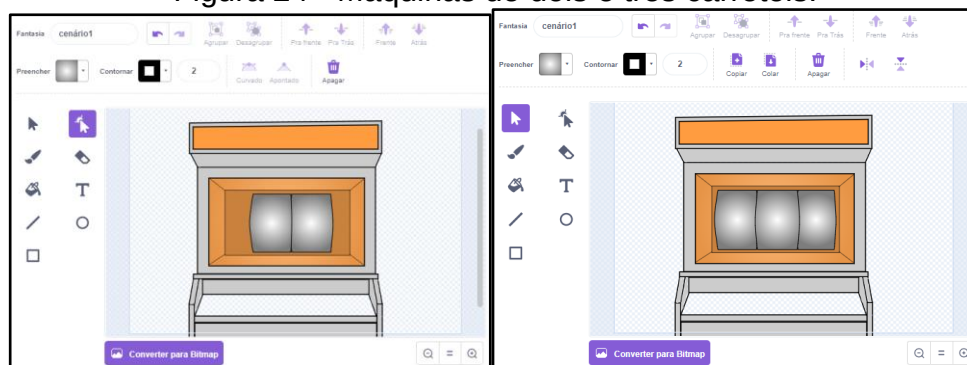
Figura 23 - Visualização dos passos de construção



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Dessa forma, concluímos nossa construção. O último “retângulo” em gradiente cinza representa o carretel do simulador da máquina. Para inserir o segundo e o terceiro carretel, a construção ocorre de maneira análoga e, portanto, foi omitida.

Figura 24 - Máquinas de dois e três carretéis.



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

2.3.4 Elementos dos Carretéis

Nesta sessão, adicionamos os elementos nos carretéis, que posteriormente, no penúltimo capítulo, denominamos elementos do espaço amostral. O número de elementos que será inserido nos carretéis também irá variar conforme a complexidade do conceito e do teorema de probabilidade que esteja sendo discutido.

Iniciaremos adicionando as imagens dos símbolos no carretel. Para a escolha das variáveis, resolvemos utilizar símbolos que o Scratch disponibiliza no seu banco de dados. Utilizamos a maçã, a laranja, o diamante e o sino.

Figura 25 - Imagens dos símbolos

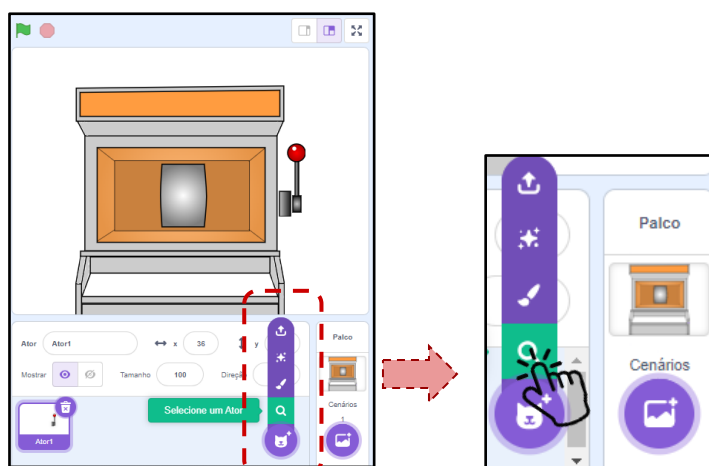


Fonte: Scratch (2023)/Banco de imagens do Scratch.

Optamos por utilizar apenas quatro símbolos neste momento, mas no penúltimo capítulo utilizaremos máquinas que possuem um número bem maior de símbolos. A abordagem para adicionar mais símbolos é análoga e, portanto, também omitiremos.

As variáveis foram inseridas como atores e fantasias. Para a máquina de um carretel, é necessário um único ator e os outros três símbolos foram inseridos como fantasias desse ator. Para adicionar o ator, posicionamos o mouse sobre o ícone “selecione o ator”  e, em seguida, nas opções que surgem clicamos no botão “selecionar um ator” .

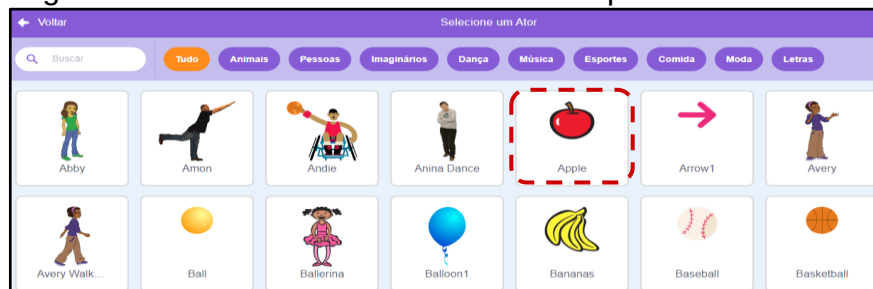
Figura 26 - Localização do botão “selecione um ator”.



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Na janela que aparece selecionamos o ator maçã.

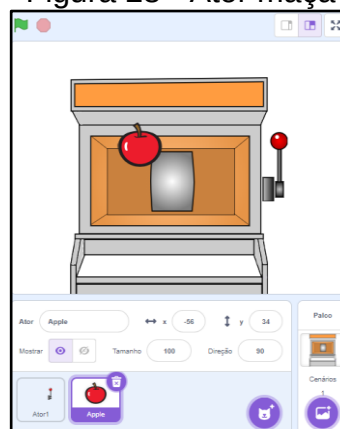
Figura 27 - Atores do banco de dados da plataforma Scratch



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Dessa forma, a maçã é inserida e pode ser visualizada na área de visualização.

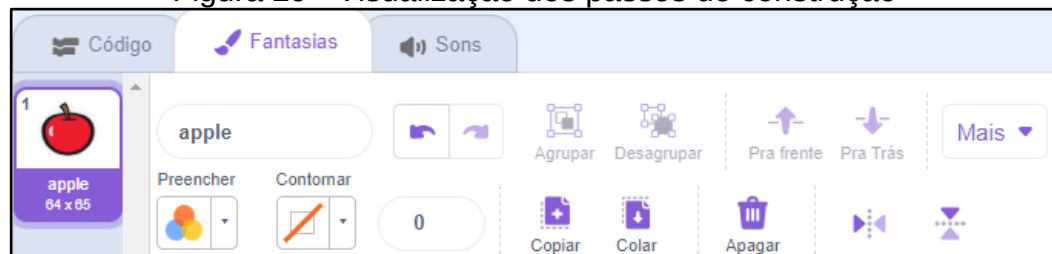
Figura 28 - Ator maçã

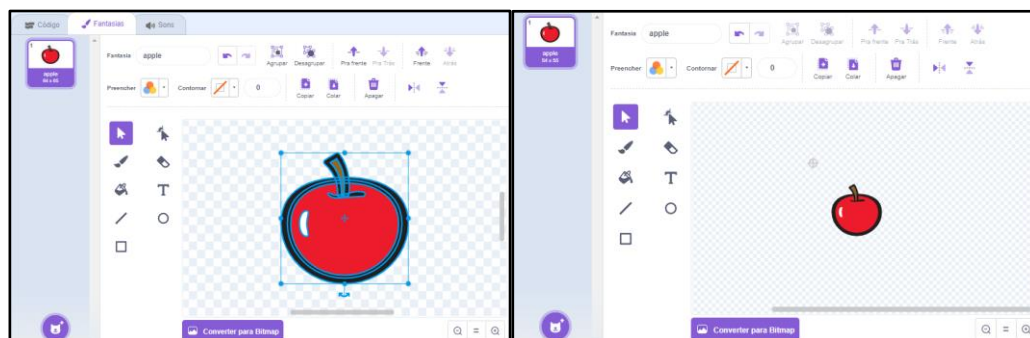


Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Observe que foi necessário diminuir o tamanho da maçã e, também, movimentá-la para dentro do espaço do carretel. Para reduzir o tamanho, clicamos na aba “fantasia”, selecionamos todo o objeto e com as oito bolinhas que surgem no perímetro da figura selecionada, clicamos em uma, de qualquer um dos cantos, e arrastamos em direção ao centro para reduzir a imagem.

Figura 29 - Visualização dos passos de construção

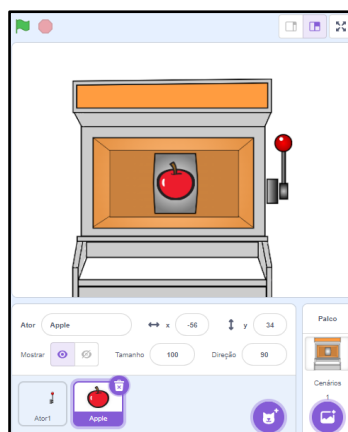




Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

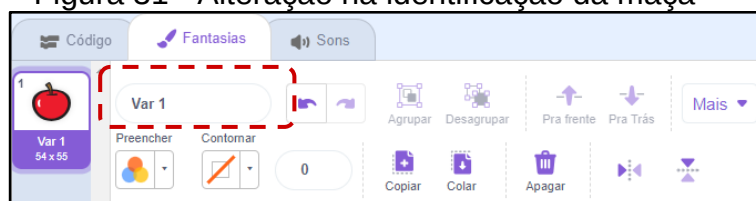
Seguidamente, movimentamos a maçã, observando a área de visualização, até que ela ocupe o centro do carretel. Para concluir, apagamos o nome que estava escrito no espaço fantasia e digitamos “Var 1”. Dessa forma, a maçã está no tamanho apropriado, corretamente posicionada e identificada.

Figura 30 - Maçã no centro do carretel



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Figura 31 - Alteração na identificação da maçã



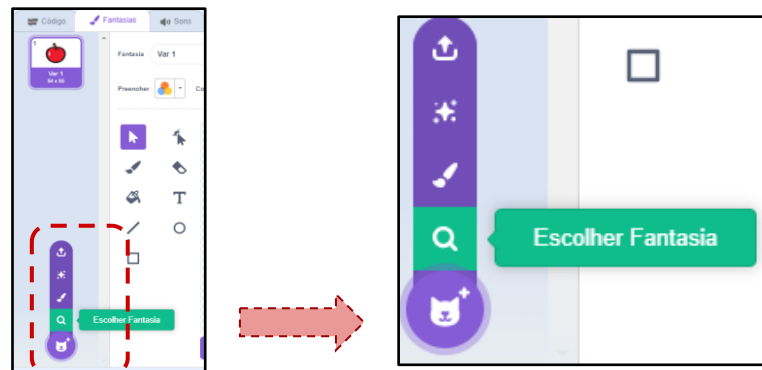
Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Para simular o movimento arbitrário das imagens dentro dos carretéis, seguimos de forma semelhante à da alavanca. Dentro do ator maçã, adicionamos as outras três variáveis (laranja, sino e diamante). A ideia é, em vez de uma sequência fixa de movimento, como fizemos com a alavanca, criamos um movimento aleatório das figuras, dando a impressão de embaralhamento.

Para inserir a laranja, o sino e o diamante, posicionamos o mouse em

“escolher fantasia” , nas opções que surgem, clicamos em “escolher fantasia” .

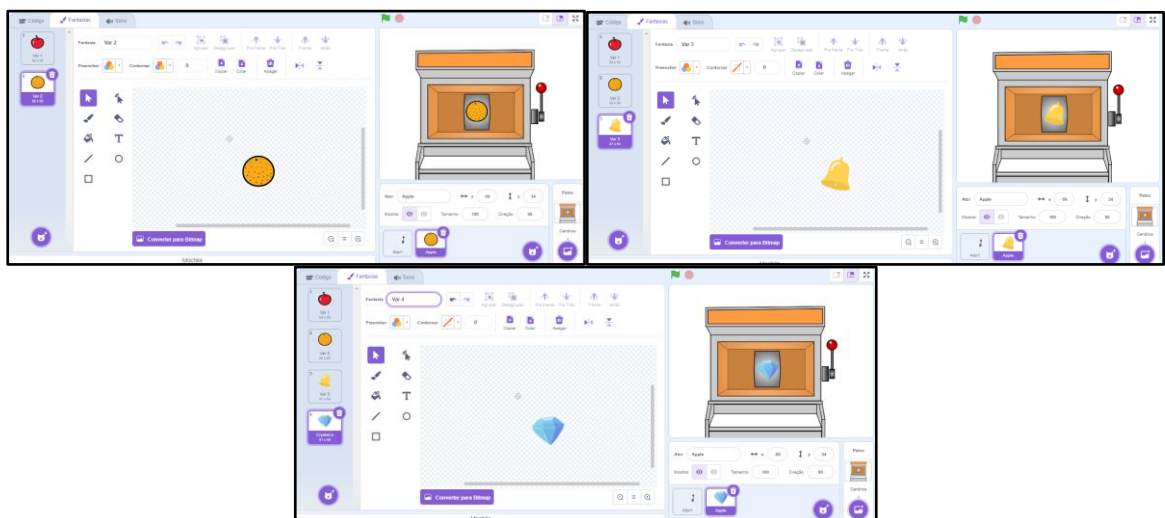
Figura 32 - Localização “escolher fantasia”



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Na janela que surge, selecionamos uma fantasia por vez: a laranja, o sino e o diamante. Assim como fizemos com a maçã, precisamos diminuir esses objetos e reposicioná-los até que fiquem no centro do carretel. Finalmente, com essa última sequência de comandos, concluímos a inserção das imagens no carretel. Por fim, alteramos os nomes desses objetos para “Var 2”, “Var 3” e “Var 4”.

Figura 33 - Fantasias laranja, sino e diamante.



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

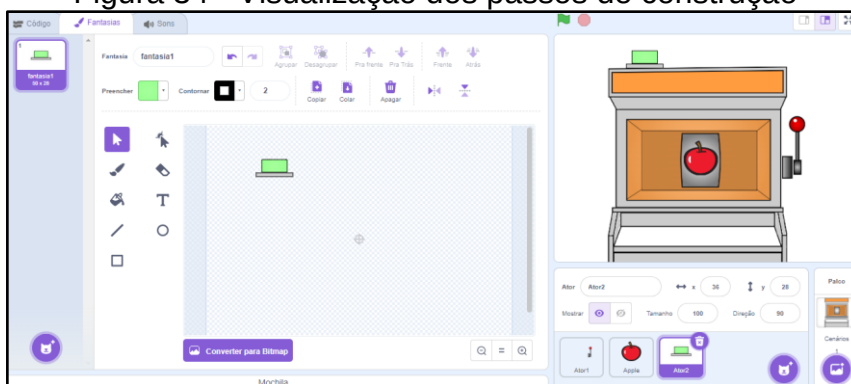
2.3.5 Sirene ocorre ou não ocorre o evento

Nesta seção nos dedicamos a criação do design do mecanismo que informa se o jogador foi ou não premiado, isto é, se obteve sucesso ou fracasso no evento em questão. Isso será feito por meio de duas sirenes, uma verde e uma vermelha que acende quando “ganhar” ou “perder”, respectivamente. Como o Scratch não possui sirene no banco de imagens, a construção foi feita utilizando as ferramentas disponíveis, a “mão livre”.

Para o movimento de acender e apagar da sirene, criamos um ator com a cor mais escura, que quando acionados teremos a impressão de estar acendendo e apagando. A seguir, descrevemos o passo a passo da construção.

No arquivo que contém a estrutura da máquina construída até o momento, posicionamos o mouse sobre o ícone para adicionar novos atores e, entre as opções que aparecem, clicamos em “pintar” . Em seguida, com a ferramenta “retângulo”  selecionada, desenhamos dois retângulos com espessura do contorno tamanho dois. O primeiro retângulo preenchemos com a cor cinza e o segundo retângulo com cor gradiente verde claro e os posicionamos acima da máquina, conforme ilustrado na próxima figura.

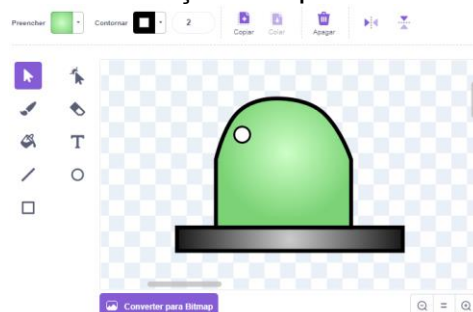
Figura 34 - Visualização dos passos de construção



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Em seguida, com a ferramenta “remodelar”  selecionada, clicamos, pressionamos e arrastamos o lado superior do retângulo verde para cima. Logo depois, inserimos um pequeno círculo branco.

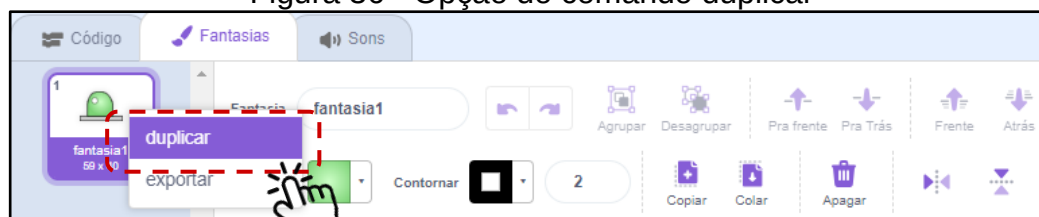
Figura 35 - Visualização dos passos de construção



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Logo após, criamos uma fantasia para acender e apagar a sirene. Para isso, clicamos com o botão direito na sirene, que está localizada abaixo das abas “código, fantasia e sons” e, em seguida, na opção “duplicar”.

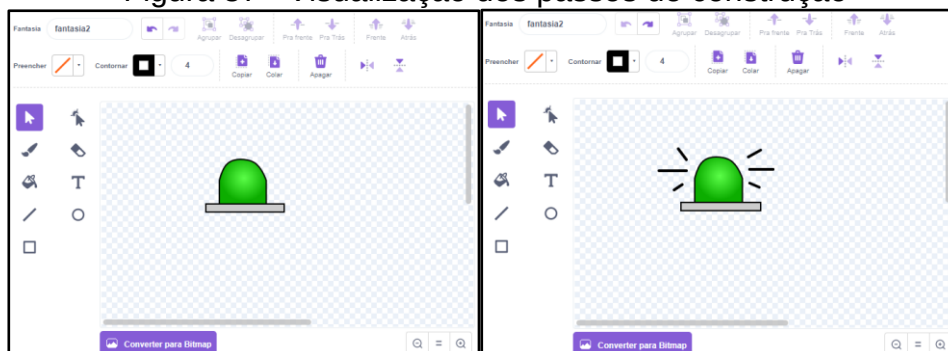
Figura 36 - Opção do comando duplicar



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Na sirene duplicada escurecemos o gradiente para cor verde escuro, apagamos o pequeno círculo branco e adicionamos seis traços laterais. Desse modo, concluímos a primeira sirene.

Figura 37 - Visualização dos passos de construção

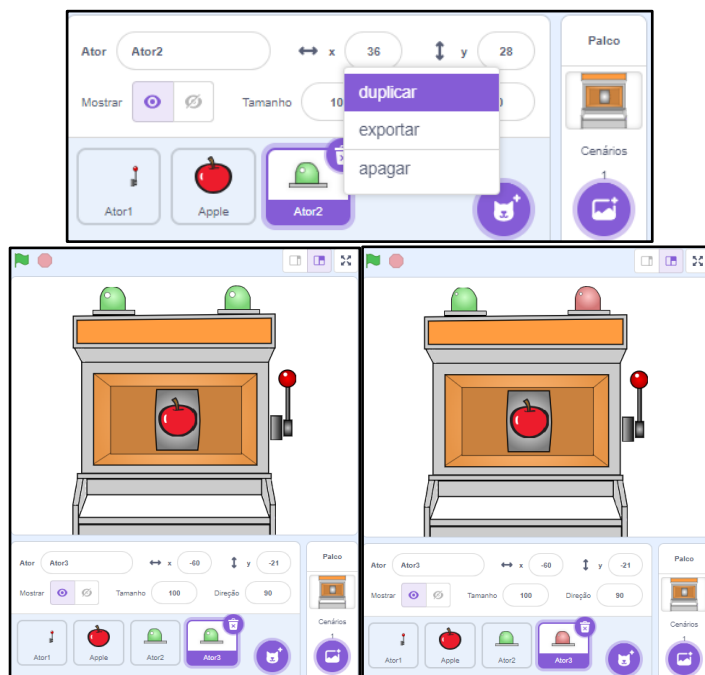


Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Para construção da segunda sirene, basta clicar com o botão direito do mouse na sirene construída anteriormente e, dentre as opções que surgem, selecionar a opção "duplicar". Em seguida, posicionamos a cópia em cima da máquina, mas

dessa vez do lado direito. Logo depois, alteramos a cor de verde para vermelha claro.

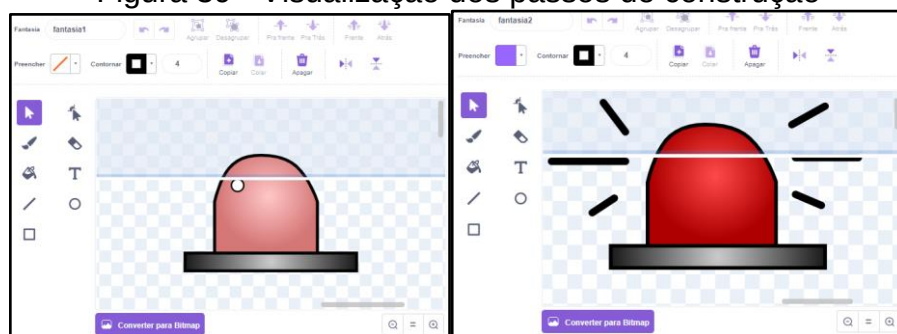
Figura 38 - Visualização dos passos de construção



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Por fim, de forma semelhante a anterior, na sirene duplicada, escurecemos o gradiente para cor vermelho escuro, apagamos o círculo branco e adicionamos os traços laterais.

Figura 39 - Visualização dos passos de construção



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Desse modo, concluímos o mecanismo das sirenes. Na próxima sessão, última deste capítulo, concluímos a construção da estrutura da máquina com a construção do mecanismo *botão apresentar elementos do espaço amostral*.

2.3.6 Botão apresentar elementos do espaço amostral

Em alguns momentos, consideramos interessante começar a resolver uma situação problema de probabilidade partindo diretamente do simulador, sem a necessidade de ler o enunciado. Para isso, é essencial que tenhamos um meio de apresentar os dados da questão partindo diretamente do simulador. Por exemplo, ao abrir o arquivo contendo o simulador da máquina, independentemente da probabilidade que se deseja calcular, é crucial saber quantas e quais variáveis estão contidas no cilindro.

Nesse sentido, o objetivo do botão "apresentar elementos do espaço amostral" é exibir as variáveis presentes no cilindro. Isso permitirá que o professor elimine a necessidade de ler os dados do problema em separado e, em vez disso, começar diretamente o problema por meio do simulador. Essa abordagem simplifica e facilita a compreensão dos alunos na interpretação do problema em questão, além de tornar a aula mais dinâmica.

Para criar esse mecanismo, apesar do Scratch disponibilizar no banco de dados alguns modelos de botões, criamos um específico com os recursos disponíveis na plataforma, que possa ser inserido na base horizontal da máquina. Para isso, clicamos em selecionar um ator e em seguida na opção “pintar” .

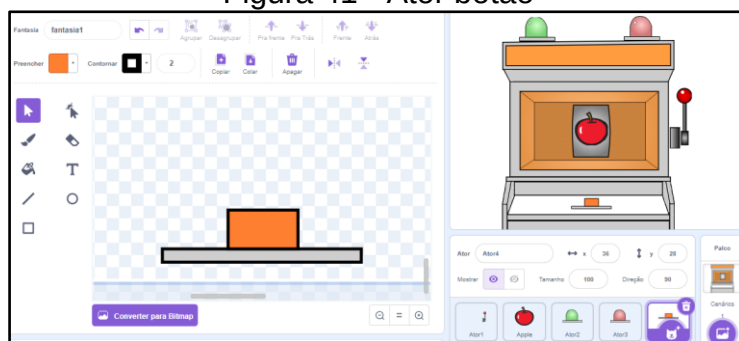
Figura 40 - Localização da opção botão



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Nas opções disponíveis, clicamos na ferramenta “retângulo”  e desenhamos dois retângulos, um encima do outro, com dimensões distintas. Em seguida, preenchemos o retângulo de cima com a cor laranja e o de baixo com a cor cinza. Logo depois, posicionamos os retângulos no centro da mesa do simulador da máquina.

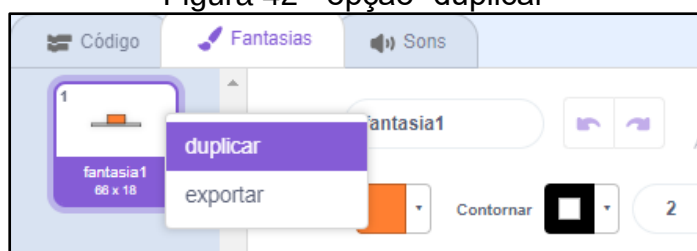
Figura 41 - Ator botão



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

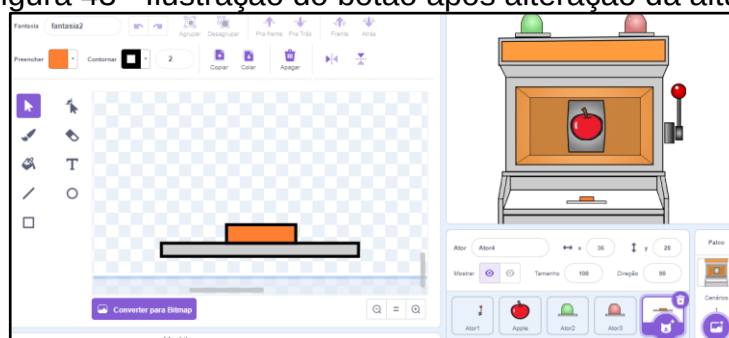
Para simular o movimento do botão quando for acionado, clicamos com o botão direito do mouse nesse ator, e nas opções que surgem, clicamos em duplicar. Em seguida, diminuimos a altura do retângulo laranja duplicado.

Figura 42 - opção “duplicar”



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

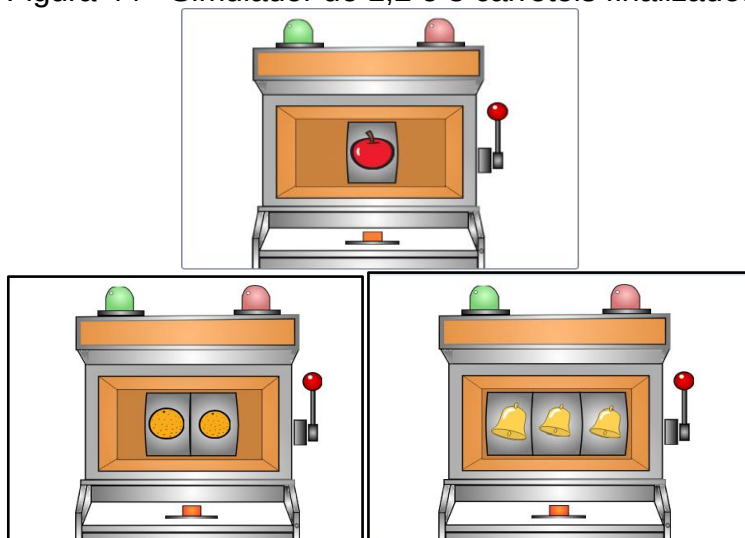
Figura 43 - Ilustração do botão após alteração da altura



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Desse modo, concluímos o último elemento do simulador da máquina. Para fins unicamente estéticos, aplicamos gradiente na parte cinza de toda a máquina. O designer final das máquinas de 1,2 e 3 carretéis, estão ilustradas abaixo.

Figura 44 - Simulador de 1,2 e 3 carretéis finalizados



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Vale ressaltar que, apesar da natureza instrucional dessas construções, em vários momentos utilizamos de forma recorrente elementos da matemática como vértices, retas, perímetro, concêntrico, direção, sentido, espessura, contorno, entre outros. Desse modo, é possível que, mesmo durante a explicação dessas construções, o aluno aprender e se familiarizar com elementos e conceitos matemáticos.

O próximo capítulo será dedicado ao funcionamento dos mecanismos construídos neste capítulo. Utilizamos a linguagem de programação em bloco para dar movimento aos elementos construídos.

3 PROGRAMAÇÃO DO SIMULADOR

Neste capítulo, nos dedicamos à lógica de programação necessária para o funcionamento das máquinas que utilizamos no próximo capítulo. Iniciamos abordando a lógica de programação em blocos e em seguida exploramos o passo-a-passo da construção da programação.

Dependendo do conteúdo de probabilidade abordado nos simuladores, foram necessárias pequenas alterações na estrutura da programação. Conforme fizemos na construção da estrutura, na programação, nossa intenção também não será programar todas as máquinas utilizadas no trabalho, mas sim apresentar o fundamental da programação de uma das máquinas para que o professor seja capaz de programar todas as demais a partir dessa construção. Além disso, com o passo a passo da programação possibilitará que os alunos também programem juntamente com o professor.

Algumas dessas construções serão feitas de forma muito semelhante. Nestes casos, simplesmente omitimos essa parte da programação, uma vez que não prejudica o leitor/professor nas construções.

Para fins unicamente didáticos, abordamos a programação por cada parte da máquina, na seguinte ordem: movimento da alavanca e efeito sonoro, elementos do carretéis, sirenes e botão apresentar variáveis. Apresentamos primeiramente uma lista com todos os blocos utilizados para programar cada componente e, em seguida, a sequência que devem ser encaixados e executados.

Vale lembrar que, dependendo da nomenclatura escolhida na hora de adicionar os atores na construção da máquina, alguns elementos identificados aqui poderiam não corresponder aos elementos criados pelo leitor/professor. Por isso, sempre que possível, para evitar confusões, ilustramos a seleção do objeto por meio de imagens e utilizamos o nome da figura. Por exemplo, a maçã que nomeamos de “var 1” chamamos simplesmente de “maçã”.

3.1 Lógica de programação em blocos

A presença de computadores vai além das esferas corporativas, alcançando agora nossos lares. A computação permeia todos os aspectos de nossas vidas, moldando nossa realidade. De acordo com as diretrizes para o ensino de

computação na educação básica propostas pela Sociedade Brasileira de Computação (SBC), enquanto a Ciência da Computação desvenda aspectos abstratos do mundo real, ela também se revela como uma ciência do artificial, capaz de investigar problemas, construir soluções e criar novos processos, gerando um universo artificial e virtual que se tornou indispensável na vida de uma parcela significativa da sociedade contemporânea. (SBC, 2019)

Nesse contexto, adquirir conhecimentos na área da computação proporciona aos estudantes uma compreensão mais abrangente do mundo, resultando em maior autonomia, proatividade e criatividade. Portanto, torna-se fundamental que esses conceitos sejam ensinados de maneira compatível com os princípios da Educação Básica.

Na visão de Ribeiro et al. (2019), uma maneira de encontrar mais facilmente soluções para problemas reais é construindo um modelo abstrato contendo aspectos relevantes do problema. Desse modo, é possível compreender as condições fundamentais do problema e, a partir disso, encontrar uma solução.

Sabe-se que a Computação utiliza técnicas e abstrações, além de fornecer linguagens específicas distintas das outras áreas de conhecimento. Como descreve o documento da SBC (Ribeiro et al., 2019, p. 04):

A habilidade de sistematizar a atividade de resolução de problemas, representar e analisar as soluções através de algoritmos é chamada Pensamento Computacional, e esta exige domínio de objetos abstratos que são necessários para descrever tanto a informação quanto os processos que a manipulam.

Assim, percebe-se que com a computação é possível estabelecer uma grande abrangência dos conceitos tratados dentro de sala de aula a partir do uso de computadores.

Para construir simuladores e analisar modelos abstratos, a Matemática oferece uma linguagem formal e universal. Na Computação, essa linguagem é essencial para a construção de modelos computacionais, chamados de algoritmos. Nesse contexto, consideramos como uma das principais vantagens do Scratch a utilização da linguagem de programação em blocos, que torna mais dinâmico e interativo o processo de construção de modelos computacionais, deixando-o mais simplificado. Em vez de ficar digitando linhas extensas de códigos, os usuários podem apenas selecionar e encaixar blocos pré-programados, que nesse caso

representam diferentes comandos e ações. Esses blocos podem ser movidos e combinados como um quebra-cabeça, permitindo que os programadores construam sequências lógicas de maneira visual e interativa (Bastos, 2020).

Essa forma de abordagem torna a programação mais acessível e menos intimidante, especialmente para quem é iniciante. O Scratch utiliza muitos ícones e cores distintas para identificar facilmente diferentes comandos e ações, como movimento, som, interações com o mouse e teclado, entre outros. Os usuários podem simplesmente arrastar e encaixar esses blocos para criar histórias interativas, animações, jogos, simuladores, programas e outras produções. Tudo pode ser feito a partir desses comandos prontos, que devem ser agrupados para construir programas funcionais (Webber et al., 2016).

Na próxima seção nos dedicamos a construção da programação do movimento da alavanca e a inserção dos efeitos sonoros.

3.1.1 Movimento da alavanca e efeito sonoro

Para simular o movimento da alavanca e inserir efeito sonoro, com o arquivo contendo a máquina de um carretel construída no capítulo anterior, clique no ator “alavanca”.

Figura 45 - Ator alavanca



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Na aba código, utilizamos para o movimento da alavanca e efeito sonoro os blocos conforme listado abaixo.





Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Ainda com o ator “alavanca” selecionado, clicamos, seguramos e arrastamos os blocos acima para a área de programação, encaixando-os em sequência conforme imagem abaixo.

Figura 46 - Sequência de blocos da programação do movimento da alavanca e efeito sonoro



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Com o código acima o simulador da máquina executa os seguintes comandos:

- Sempre que o “botão ir”  for clicado a alavanca volta para a fantasia 1, isto é, volta à posição inicial, mesmo que a rodada tenha sido interrompida.
- Sempre que a alavanca localizada na tela de visualização for clicada, enviará uma mensagem (iniciar) para todos os blocos de programação, informando que a rodada começou. Além disso, executa o movimento de descida e subida, parando e retornando sempre a posição inicial ao final do movimento.

- O som, nomeado no banco de dados do Scratch de “Xylo2”, tocará logo após a alavanca ser clicada (receber a mensagem iniciar enviada no momento em que a alavanca é acionada).

Neste momento é importante ressaltar as seguintes observações:

Observação 1: A duração do som é superior ao tempo que a máquina leva para apresentar o resultado, tornando necessário reduzi-lo para que se ajuste ao tempo correto da rodada. Essa modificação pode ser realizada na aba som.

Observação 2: No bloco “repita” especificamos o total de 25 vezes. Desse modo, os blocos que estiverem dentro serão executados esse total de vezes. Essa quantidade é devido ao número total de fantasias criadas do ator “alavanca”. Desse modo, todas as fantasias de descida e subida são acionadas.

Observação 3: No bloco “espere”, posicionado dentro do bloco “repita” , especificamos o tempo de 0.01 segundos para suavizar o movimento de descida e subida da alavanca.

Desse modo, finalizamos a programação do movimento da alavanca e a inserção do som. Na próxima seção, nos concentramos na programação dos elementos contidos nos carretéis.

3.2 Movimento dos elementos no carretel

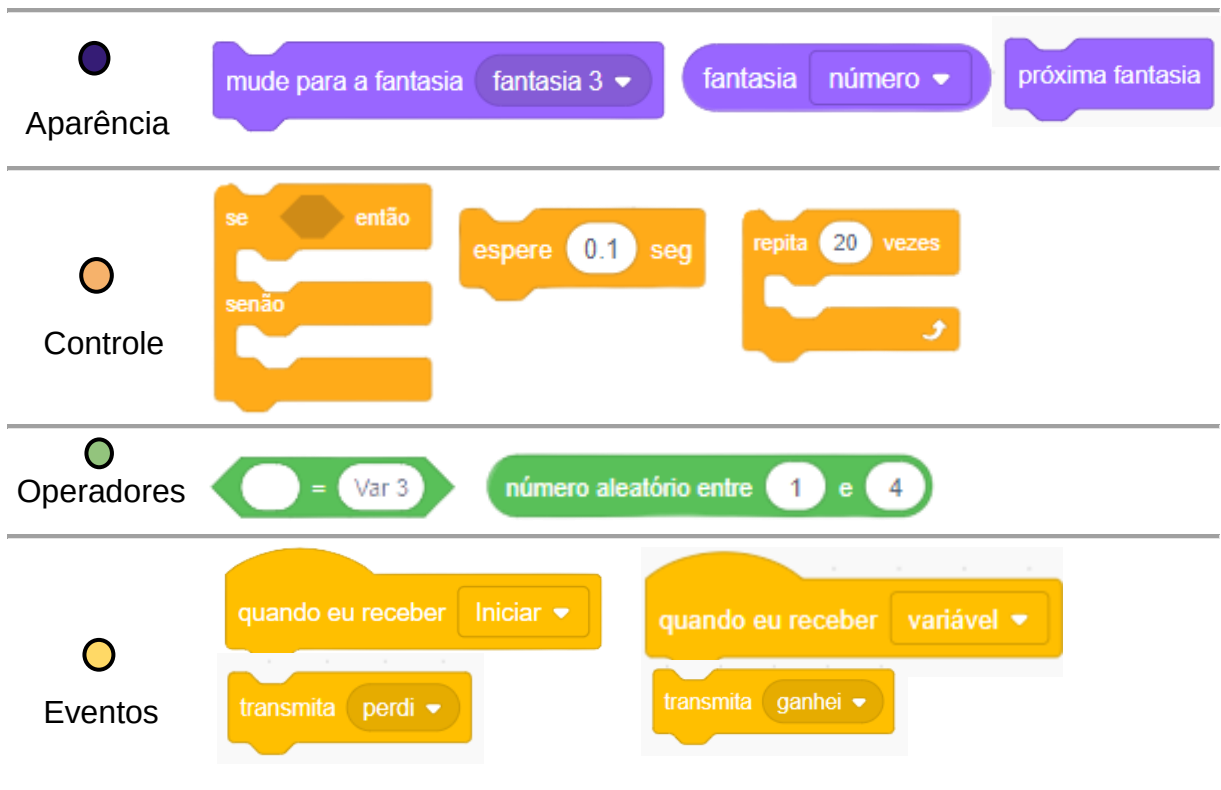
Para simular o movimento dos elementos nos carretéis, com o arquivo contendo o simulador da máquina de um carretel aberto, clicamos no ator maçã.

Figura 47 - Ator maçã



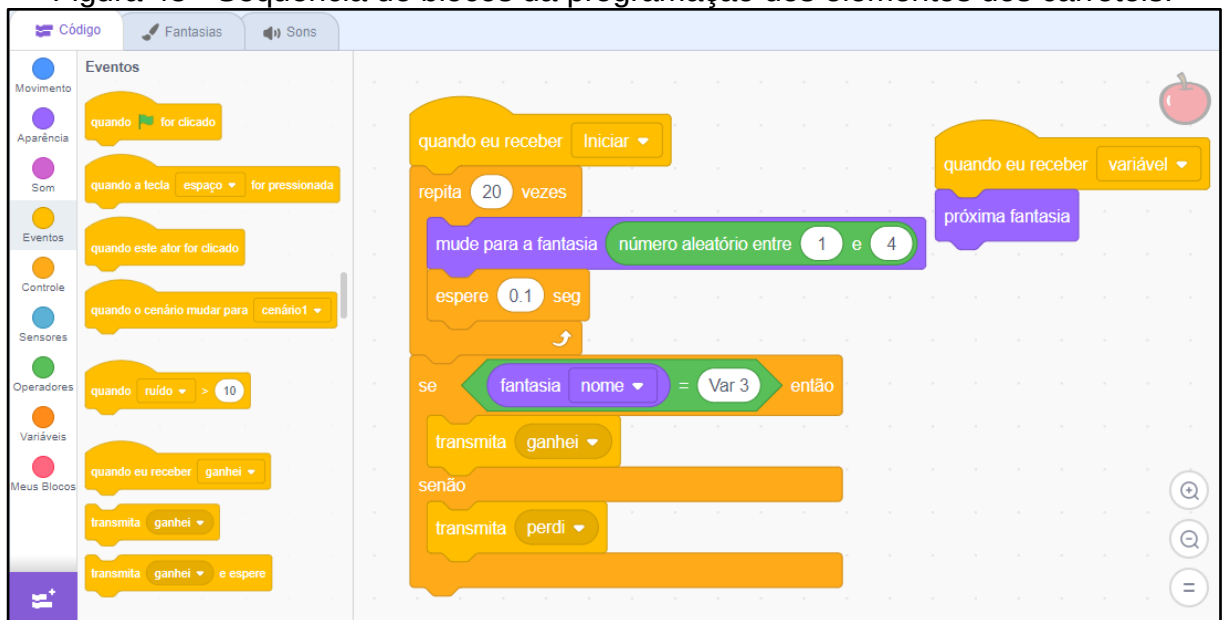
Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Na aba código, utilizamos para o movimento dos ícones nos carretéis os blocos conforme listado abaixo.



Ainda com o ator “maçã” selecionado, clicamos, seguramos e arrastamos os blocos acima para a área de programação, encaixando-os em sequência conforme abaixo.

Figura 48 - Sequência de blocos da programação dos elementos dos carretéis.



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Com o código acima:

- A máquina seleciona aleatoriamente uma imagem de um símbolo no carretel sempre que é acionada (receber a mensagem iniciar enviada pela alavanca).
- Envia a mensagem "ganhei" toda vez que a imagem do sino aparece na tela.
- Envia a mensagem "perdi" sempre que qualquer outra figura, diferente do sino, aparece na tela. – Essa mensagem será usada posteriormente para ativar as sirenes.
- Quando recebe a mensagem "variável" – que programamos posteriormente para ser enviada pelo ator “botão”, é exibido no carretel a imagem da próxima variável.

3.2.1 Acionamento das sirenes

Para simular o funcionamento das sirenes, programamos a sirene verde. A programação da sirene vermelha é análoga e, por isso, será omitida. Inicialmente, clicamos no ator “sirene verde”.

Figura 49 - Sirene verde



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Em seguida, na aba código, utilizamos para o acionamento das sirenes os blocos conforme listado abaixo.

● Aparência	mude para a fantasia fantasia1 ▾ próxima fantasia
● Controle	repita 10 vezes espere 0.1 seg
● Eventos	quando eu receber ganhei ▾

Ainda com o ator “sirene” selecionado, clicamos, seguramos e arrastamos os blocos acima para a área de programação, encaixando-os em sequência conforme imagem abaixo.

Figura 50 - Sequência de blocos da programação das sirenes



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

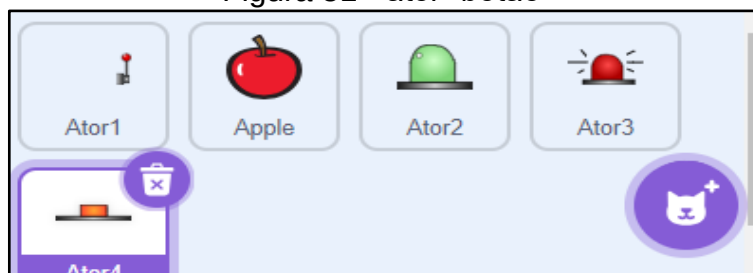
Com o código acima, a sirene da máquina, ao receber a mensagem "ganhei" enviada pelo ator "alavanca", alternará entre as fantasias de cores verde claro e verde escuro, simulando o efeito de acender e apagar. Após "piscar" 10 vezes, a sirene voltará a ficar apagada.

Na próxima seção, nos dedicamos à programação do último elemento do simulador, o botão apresentar variáveis.

3.2.2 Acionamento do botão apresentar variáveis

Para simular o botão sendo apertado, com o arquivo contendo o simulador da máquina de um carretel, clicamos no ator “botão”.

Figura 51 - ator “botão”



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

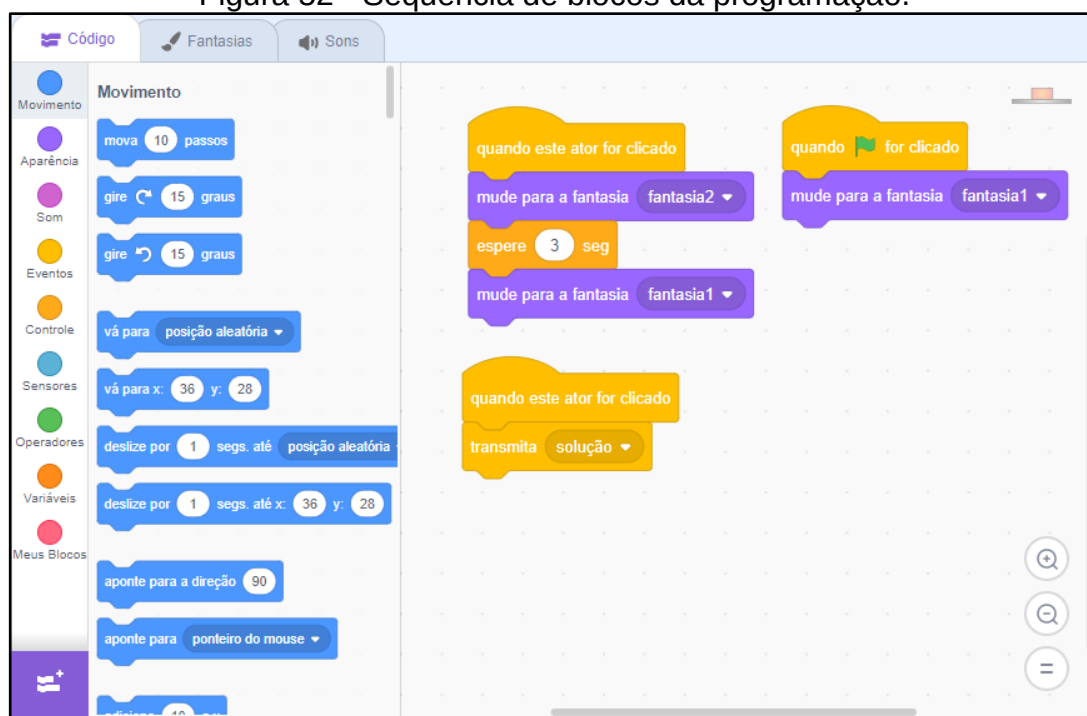
Em seguida, na aba código, utilizamos para o acionamento do botão os blocos

conforme listado abaixo.



Ainda com o ator "botão" selecionado, clicamos, seguramos e arrastamos os blocos acima para a área de programação, encaixando-os em sequência conforme imagem abaixo.

Figura 52 - Sequência de blocos da programação.



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor.

Com o código acima, o botão da máquina, após ser clicado, simula o movimento de acionamento (descendo), apresenta a próxima variável do carretel e, em seguida, volta à posição inicial.

Desse modo, concluímos a última sequência de blocos da programação do

simulador da máquina. No próximo capítulo, abordamos a teoria da probabilidade nesses simuladores.

4 ABORDAGEM DA TEORIA DA PROBABILIDADE UTILIZANDO SIMULADORES

Quando alguém conta que encontrou uma nota de 100 reais, esse fato geralmente causa uma grande surpresa. Intuitivamente, sabemos que a chance de encontrar uma nota, mesmo que seja de valor baixo, é pequena. É muito comum, nesses casos, dizermos que a pessoa teve muita sorte. Nesse contexto, a noção de "sorte" ou "azar" está intrinsecamente ligada a julgamentos intuitivos de probabilidade, baseados em nossa percepção da impossibilidade desse evento inesperado.

Neste capítulo, será atribuído um valor, geralmente expresso em forma de fração, número decimal ou percentual, aos eventos do dia a dia, para substituir expressões subjetivas como "estou com sorte" ou "estou com azar". Considerando que quanto mais próximo dos extremos do intervalo percentual $[0,100]$, mais a pessoa é considerada "sortuda" ou "azarada", alternando entre um e outro dependendo do contexto.

Visando esse objetivo, utilizamos os simuladores construídos nos capítulos anteriores, que serão adaptados de forma conveniente para facilitar as definições, exemplos e teoremas de probabilidade que se almeja ensinar no momento em questão. Isso nos possibilitará uma abordagem dinâmica, interativa e, também, amplia a aplicação dessa teoria, que geralmente se limita, a situações problemas envolvendo lançamento de dados, moedas, escolha de cartas de baralho e bolas de urnas.

Lorenzato (2010) Afirma que "[...] Cabe ao professor favorecer o desenvolvimento das potencialidades deles [alunos] por meio da utilização de diferentes recursos didáticos, sejam eles manipulativos, visuais ou verbais [...]". Portanto, consideramos relevante que os professores acessem os simuladores construídos durante a pesquisa. Por isso, deixamos disponível todos os simuladores utilizados nesta pesquisa para os professores acessarem através de links e Qrcode¹⁰. Isso permitirá não apenas o acesso mais rápido a esse recurso pedagógico, mas também a possibilidade de modificá-los para atender necessidades específicas das suas turmas, podendo inclusive ajustar o nível de complexidade dos

¹⁰Qrcode é um tipo de código de barras que armazena informações em um conjunto de pixels pretos e brancos. Para acessar as informações armazenadas você deve abrir o aplicativo do leitor de QR ou a câmera do seu smartphone, apontar a câmera do celular para o código QR e aguardar um ou dois segundos para a informação surgir na tela.

problemas apresentados de acordo com o nível da turma que está lecionando.

Embora nosso enfoque principal esteja em abordar a teoria da probabilidade nos simuladores, também consideramos relevante incluir as demonstrações dos teoremas neste trabalho. Para isso, consultamos principalmente os estudos e livros publicados de (Hazzan, 2013)¹¹, (Oliveira, 2010)¹² e (Morgado, 1991)¹³, ainda que outras obras citadas na bibliografia também tenham sido utilizadas.

Em relação ao livro do Samuel Hazzan, é importante destacar que a escolha se deu devido à sua linguagem clara e objetiva nas definições e, além disso, por ser uma coleção consagrada ao longo dos anos por abranger de forma ampla os conteúdos de matemática. Muitas das definições de resultados da área de probabilidade escritas neste trabalho foram incorporadas desse livro, com adaptações pontuais.

No caso do livro do Marcelo Rufino, foi levado em consideração o seu grau de formalidade nas demonstrações dos teoremas, nivelado de forma compreensível a alunos do ensino médio. Algumas dessas demonstrações foram incorporadas quase que integralmente no trabalho, com pequenas modificações.

O livro do Augusto César Morgado foi escolhido por abordar a matemática mantendo um diálogo constante com os professores de matemática, uma característica marcante constante em muitas de suas obras.

Concluimos este capítulo abordando uma parte da teoria desenvolvida a um modelo de jogo tradicional dos simuladores dessas máquinas, com o objetivo de calcular o ganho esperado caso o jogador acionasse a máquina repetidamente.

4.1 Definição de experimento aleatório, espaço amostral e evento

Para definição dos conceitos de experimento aleatório, espaço amostra e, evento, utilizamos o simulador de um carretel contendo 4 imagens. Partimos de uma pergunta contextualizada a qual o leitor poderá simular essa situação-problema por meio da máquina clicando no Link ou Qr code disponível a seguir.

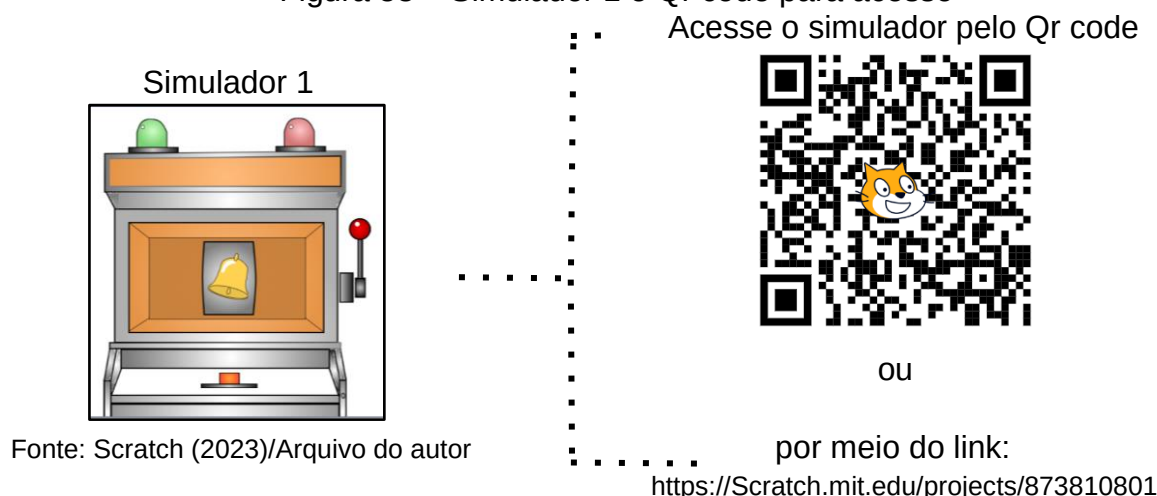
¹¹ Professor titular da Pontifícia Universidade Católica, licenciado em Matemática pela Faculdade Oswaldo Cruz em 1976 e autor dos livros da coleção “Matemática Elementar”

¹² Professor de Matemática, formado pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) e autor dos livros “Coleção elementos de matemática”.

¹³ Licenciou-se em Matemática pela Universidade do Estado da Guanabara, atualmente (UERJ) Mestre em matemática e em estatística na (UFRJ). Autor de vários livros da Coleção do Professor de Matemática.

Problema 1. O simulador da máquina abaixo possui um carretel com quatro símbolos: maçã, laranja, sino e diamante. O jogador será premiado se a máquina apresentar na tela a imagem do sino. Qual a probabilidade desse jogador ser premiado?

Figura 53 – Simulador 1 e Qr code para acesso



Antes de calcularmos essa probabilidade é importante compreendermos conceitos característicos dessa área do conhecimento como, **Experimento Aleatório, Espaço Amostral e Evento**. Por mais simples que seja esse contexto, ele é suficiente para compreendermos esses conceitos mais fundamentais. Ao estabelecer essa base conceitual e a medida que avançamos nas definições e resultados, abordamos de forma progressiva questões mais complexas.

Experimento aleatório é todo experimento que, quando repetido em condições semelhantes, produz geralmente resultados diferentes. Observe que, cada vez que acionamos o simulador acima é um exemplo de experimento aleatório, pois não podemos saber com certeza qual símbolo será exibido na tela.

Note que a medida que acionamos o simulador, mesmo não sabendo o resultado que obteremos, é possível escrever uma lista com todos os resultados possíveis. Essa lista, a partir de agora, chamamos de **espaço amostral**. Portanto, espaço amostral é o conjunto de **todos os resultados possíveis** de um **experimento aleatório**. No simulador da máquina acima, o espaço amostral consiste nos quatro símbolos possíveis: maçã, laranja, sino e o diamante. Simbolicamente para representar o espaço amostral, utiliza-se a letra Grega

Ω (Ômega) e a simbologia de conjunto: $\Omega = \{\text{maçã, laranja, sino, diamante}\}$. (Lê-se: O espaço amostral é formado pelos elementos maçã, laranja, sino e diamante).

Evento é um **subconjunto do espaço amostral** que representa um resultado específico ou uma combinação de resultados. Dizemos que um evento ocorre quando o resultado do experimento pertence ao evento. Normalmente utiliza-se letras maiúsculas para representar eventos. Na proposição a seguir, determinamos uma fórmula para calcular o número total de eventos de um espaço amostral.

Proposição 1.0. Se k é o número de elementos do espaço amostral Ω ($n(\Omega) = k$), então o número de subconjuntos do Ω é 2^k e, portanto, o espaço amostral terá 2^k eventos.

4.1.1 Demonstração (Por P.F.C¹⁴)

Seja $\Omega = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_k\}$ um espaço amostral com k elementos. Para formar subconjuntos de Ω é necessário escolher quais elementos desse conjunto pertencerão ao subconjunto, isto é, basta decidir para cada elemento do Ω se entrará ou não no subconjunto. Logo, como temos 2 opções para cada um dos k elementos do Ω , pelo P.F.C, o número total de subconjuntos é

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{k \text{ vezes}} = 2^k. \quad (1)$$

■

Para exemplificar, no simulador da máquina caça-níquel do problema 1, o espaço amostral $\Omega = \{\text{maçã, laranja, sino, diamante}\}$ possui 4 elementos, logo o número de eventos é $2^4 = 16$. Abaixo listamos todos os eventos desse espaço amostral. — Para uma melhor visualização, alteramos os nomes dos elementos desse espaço amostral (maçã, laranja, sino, diamante) pelas respectivas imagens da suas representações 🍏, 🍊, 🔔, 💎.

¹⁴ P.F.C – Princípio Fundamental da Contagem: se as decisões $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, puderem ser tomadas de, respectivamente, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ maneiras diferentes, então a quantidade de maneiras de se tomar sucessivamente essas n decisões é dada pelo produto: $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n$.

Eventos:

$\emptyset, \{\text{🍎}\}, \{\text{🍊}\}, \{\text{🔔}\}, \{\text{💎}\}, \{\text{🍎}, \text{🍊}\}, \{\text{🍎}, \text{🔔}\}, \{\text{🍎}, \text{💎}\}, \{\text{🍊}, \text{🔔}\},$
 $\{\text{🍊}, \text{💎}\}, \{\text{🔔}, \text{💎}\}, \{\text{🍎}, \text{🍊}, \text{🔔}\}, \{\text{🍎}, \text{🍊}, \text{💎}\}, \{\text{🍎}, \text{🔔}, \text{💎}\}, \{\text{🍊}, \text{🔔}, \text{💎}\},$
 $\{\text{🍎}, \text{🍊}, \text{🔔}, \text{💎}\},$ e $\{\text{🍎}, \text{🍊}, \text{🔔}, \text{💎}\}.$

Note que o último evento listado é o próprio espaço amostral Ω , que denominamos de evento certo. O subconjunto $\emptyset$ é denominado de evento impossível. Um exemplo de evento impossível, nesse contexto, seria a máquina exibir qualquer símbolo diferente dos quatro mencionados anteriormente — Por exemplo, um trevo de quatro folhas.

Os subconjuntos unitários do Ω são denominados de eventos unitários ou eventos elementares. Ainda considerando o exemplo acima, os subconjuntos $\{\text{🍎}\}, \{\text{🍊}\}, \{\text{🔔}\}, \{\text{💎}\},$ são os eventos unitários (ou eventos elementares).

4.2 Combinação de eventos

A partir do complementar e das operações de união e interseção entre conjuntos, no nosso caso especificamente eventos, podemos criar novos conjuntos (eventos). A seguir, analisamos algumas combinações de eventos que podemos definir no espaço amostral.

4.2.1 Complementar de um evento

Suponha que A é um eventos do espaço amostral Ω . Definimos A^c como o complementar do evento A . O evento A^c ocorrerá se, e somente se, A não ocorrer. Por exemplo, no contexto do simulador 1, considere que a máquina é acionada e o resultado é observado na tela. Daí,

$$\Omega = \{\text{maçã}, \text{laranja}, \text{sino}, \text{diamante}\}$$

Sejam os eventos:

A : apresentar no visor a imagem do diamante, nesse caso, $A = \{\text{diamante}\}$

B : apresentar no visor a imagem de uma fruta, nesse caso, $B = \{\text{maçã}, \text{laranja}\}$

Então, temos:

A^c : não apresenta no visor a imagem do diamante.

$A^c = \{\text{sino, maçã, laranja}\}$

B^c : não apresentar no visor a imagem de uma fruta.

$B^c = \{\text{sino, diamante}\}$

4.2.2 União de k eventos

Suponha que $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ sejam eventos do espaço amostral Ω . Definimos

$$\bigcup_{i=1}^k A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_k \quad (2)$$

como um evento que ocorrerá se, e somente se, ao menos um dos eventos A_n ocorrer, com $n \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$. Denominamos $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_k$ como a união dos eventos ou como evento união de $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$

4.2.3 Interseção de k eventos

Suponha que $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ sejam eventos do espaço amostral Ω . Definimos

$$\bigcap_{i=1}^k A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_k \quad (3)$$

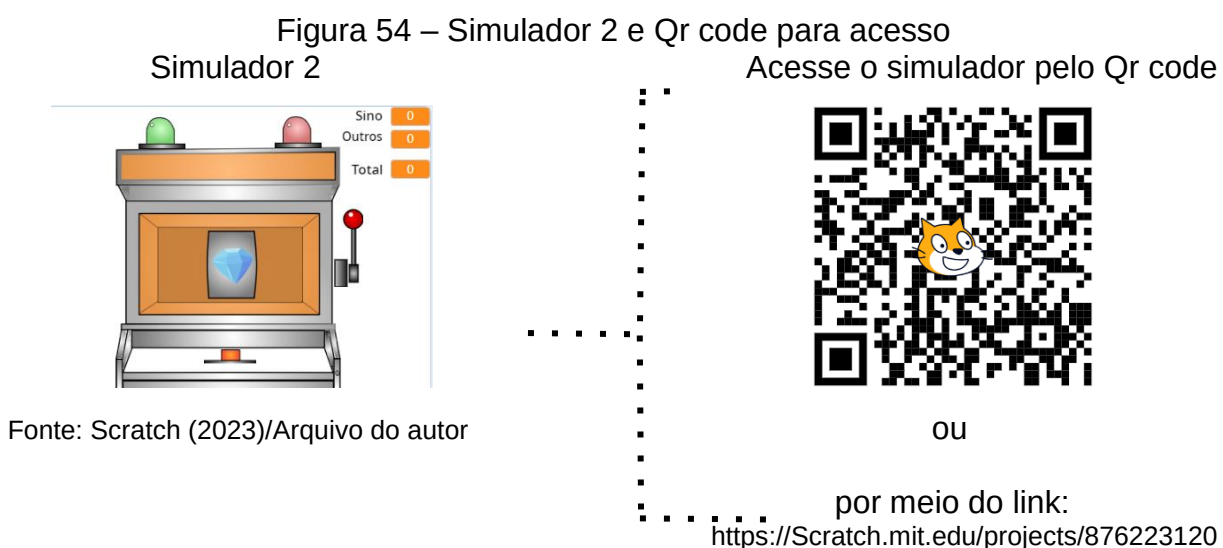
como um evento que ocorrerá se, e somente se, todos os eventos A_n com $n \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$ ocorrerem simultaneamente. Denominamos $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_k$ como interseção dos eventos $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$.

Apesar de ainda não termos resolvido o *problema 1* proposto inicialmente, com a conclusão das definições das combinações de evento, encerramos este tópico. Para uma compreensão melhor do próximo conceito foi necessário utilizarmos na introdução do conceito outro simulador. Retornamos ao problema inicial do cálculo da probabilidade de obter o sino, após a compreensão desse conceito que é a frequência relativa.

4.3 Frequência relativa

Para introduzirmos o conceito de frequência relativa, utilizamos o simulador com um placar e um carretel contendo seis símbolos: quatro sinos iguais, uma maçã e um diamante. Após cada rodada, o placar registra o total de vezes que a máquina é acionada e o resultado obtido em cada rodada, variando entre os "sinos", a "maçã" e o "diamante". Os dois últimos resultados estão agrupados na categoria que nomeamos no placar como "outros".

Nessas condições, é razoável considerar que, ao acionar a máquina, mesmo não sendo possível prever os resultados que serão apresentados na tela, considerarmos que o evento exibir um sino ocorrerá com maior frequência do que exibir a maçã ou o diamante. — É possível constatar facilmente essa observação utilizando o simulador abaixo que contabiliza os resultados após cada rodada.



Desejamos, então, relacionar aos eventos um valor numérico que nos dê uma indicação quantitativa da sua ocorrência, após a realização do experimento. A esse valor, a partir de agora, denominamos **Frequência relativa** que definimos a seguir:

Definição 4.3 Considere um experimento aleatório com um espaço amostral Ω , composto pelos elementos $\{a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_k\}$. Suponha que esse experimento seja repetido N vezes, nas mesmas condições. Seja n_i o número de vezes em que o evento elementar a_i ocorre. A frequência relativa do evento $\{a_i\}$ é definida como o número f_i , que é calculado por:

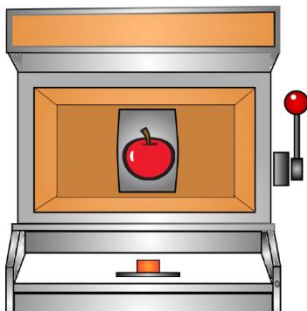
$$f_i = \frac{n_i}{N}, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, k\}.$$
 (4)

Para exemplificar esse conceito, realizamos um experimento com a máquina caça-níquel do problema inicial que contém um carretel com 4 símbolos distintos (maçã, laranja, sino e diamante) com uma alteração, adicionamos um placar para contabilizar os resultados e facilitar o cálculo da frequência relativa. Acionamos essa máquina por 100 vezes consecutivas ($N = 100$) e registramos, na tabela abaixo, os resultados exibidos no visor da máquina em cada rodada. O resultado final também foi registrado no placar do simulador.

Figura 55 - Simulador 3 e Qr code para acesso

Simulador 3

Total 100



Maçã 27

Laranja 26

Sino 20

Diamante 27

Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Acesse o simulador pelo Qr code



ou

por meio do link:
<https://Scratch.mit.edu/projects/876255167>

Tabela 1 - Resultados exibidos no visor da máquina

	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°
		×					×				×		×		×					
	×			×	×					×				×						×
			×					×								×				
						×			×			×	×				×	×	×	

	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°
	×					×	×			×			×		×					
		×	×	×				×	×							×	×			×
					×						×									
												×		×				×	×	

	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°	49°	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	58°	59°	60°
	×	×		×						×	×	×					×			
					×															×
						×	×	×					×	×		×				
			×						×						×			×	×	

	61°	62°	63°	64°	65°	66°	67°	68°	69°	70°	71°	72°	73°	74°	75°	76°	77°	78°	79°	80°
					×					×			×							
			×			×								×		×			×	
		×		×				×			×				×					
	×						×		×			×					×	×		×

	81°	82°	83°	84°	85°	86°	87°	88°	89°	90°	91°	92°	93°	94°	95°	96°	97°	98°	99°	100°
	×			×					×				×					×		×
		×					×	×		×					×				×	
					×	×						×		×						
			×								×					×	×			

Fonte: Autoria própria.

Observando os resultados registrados na tabela e no placar a maçã, a laranja, o sino e o diamante foram obtidos, respectivamente, 27, 26, 20 e 27, vezes, então a frequência relativa desses eventos elementares são:

$$\begin{aligned} f_{maçã} &= \frac{27}{100} = 27\% & f_{laranja} &= \frac{26}{100} = 26\% \\ f_{sino} &= \frac{20}{100} = 20\% & f_{diamante} &= \frac{27}{100} = 27\%. \end{aligned}$$

Outro exemplo do cálculo da frequência relativa foi realizado pelo matemático francês Buffon, que de forma intrigante, jogou uma moeda 4040 vezes e observou que em 2048 dessas vezes caiu com a face cara voltada pra cima, resultando para este experimento aleatório uma frequência relativa:

$$f_{cara} = \frac{2048}{4040} = 0,50643.$$

Aproximadamente, 50,64%.

4.3.1 Propriedades da Frequência Relativa

No exemplo anterior, dos dados registrados na tabela, observe que:

a) a soma das frequências é igual a 1.

$$\begin{aligned} \text{De fato, } f_{maçã} + f_{laranja} + f_{sino} + f_{diamante} &= \\ \frac{27}{100} + \frac{26}{100} + \frac{20}{100} + \frac{27}{100} &= \frac{100}{100} = 1. \end{aligned}$$

Note que isso ocorre devido ao fato da soma do número de resultados ser igual ao total de vezes que a máquina foi acionada.

b) a frequência relativa de qualquer evento elementar está compreendido entre 0 e 1.

De fato, as frequências relativas dos eventos, $f_{maçã} = 0,27$, $f_{laranja} = 0,26$, $f_{sino} = 0,20$ e $f_{diamante} = 0,27$ estão todas no intervalo entre 0 e 1.

Se escolhermos, por exemplo, o evento elementar sair a maçã, conforme *Definição 4.3*, a frequência relativa da ocorrência desse evento será igual ao número

de vezes que a máquina apresentou na tela a maçã dividido pelo total de vezes que a máquina foi acionada. É evidente que esse resultado poderia não ter ocorrido em nenhuma das 100 vezes em que a máquina foi acionada, desse modo $f_{maçã} = 0$. Assim como, poderia ter ocorrido em todos os 100 lançamentos, neste caso, $f_{maçã} = 1$.

4.3.2 Generalizando

Considere um experimento aleatório com um espaço amostral $\Omega = \{a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_k\}$. Suponha que esse experimento seja repetido N vezes. Sejam n_i o número de vezes em que o evento elementar a_i ocorre e f_i a frequência relativa do evento a_i , valem as seguintes propriedades:

Propriedade 1: a frequência relativa f_i do evento elementar é um número real tal que

$$0 \leq f_i \leq 1, \quad \forall i \in \{1, 2, 3, \dots, k\}. \quad (5)$$

Demonstração. Como $0 \leq n_i \leq N$ e N é positivo, temos:

$$0 \leq n_i \leq N \Rightarrow \frac{0}{N} \leq \frac{n_i}{N} \leq \frac{N}{N} \Rightarrow 0 \leq f_i \leq 1.$$

Propriedade 2: A soma das frequências relativas de todos os eventos elementares associados ao espaço amostral Ω é igual a 1. Isto é,

$$f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k = 1. \quad (6)$$

Demonstração. De fato, por definição, temos que

$$\begin{aligned} f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k &= \frac{n_1}{N} + \frac{n_2}{N} + \frac{n_3}{N} + \dots + \frac{n_k}{N} = \\ &= \frac{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k}{N} = \frac{N}{N} = 1. \end{aligned}$$

Verifica-se experimentalmente que a frequência relativa tende a se

“estabilizar” em torno de um valor bem definido à medida que o número de repetições N aumenta significativamente.

Desse modo, nosso objetivo a seguir é atribuir um **número real** a cada **evento elementar do espaço amostral** de modo que a frequência relativa desses eventos se estabilize próximo destes números quando o experimento for realizado uma grande quantidade de vezes. Ao número real chamamos de **probabilidade do evento elementar** considerado. Dito de outro modo, a frequência relativa é o valor medido experimentalmente depois que um experimento aleatório é realizado, enquanto que a probabilidade é o valor numérico atribuído que esperamos que ocorra antes de realizarmos o experimento.

A seguir, definimos as condições as quais o número atribuído a probabilidade dos eventos elementares deve satisfazer, que denominamos de **distribuição de probabilidade**.

4.4 Distribuição de probabilidade

Definição 4.4. Considere um experimento aleatório cujo espaço amostral é $\Omega = \{a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_k\}$. Representamos por P_i ou $P(a_i)$ a **probabilidade do evento elementar a_i ocorrer**, satisfazendo simultaneamente as seguintes condições:

I. P_i é suficientemente próximo da frequência relativa do evento a_i quando o experimento é realizado uma quantidade grande de vezes.

II. A probabilidade de qualquer evento elementar está no intervalo $[0, 1]$. Isto é, $0 \leq P_1 \leq 1$; $0 \leq P_2 \leq 1$; ...; $0 \leq P_k \leq 1$.

III. $P(\Omega) = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_k = 1$.

Na ausência da possibilidade de realização do experimento para determinar os valores dos P_i 's, via frequência relativa, recorre-se muitas das vezes à proporção, à simetria e à confiança na honestidade do resultado obtido do objeto. Para exemplificar, retornamos ao problema 1, que enunciamos novamente abaixo. Em seguida, resolvemos esse problema e verificamos que a solução encontrada satisfaz as condições estabelecidas acima.

Problema 1: Um simulador possui um carretel com quatro símbolos: maçã, laranja, sino e diamante. O jogador será premiado se a máquina apresentar na tela o sino. Qual a probabilidade desse jogador ser premiado?

Solução: Se considerarmos que a região do carretel da máquina que contém os símbolos está dividida em quatro regiões simétricas de tamanhos proporcionalmente iguais e, além disso, que a máquina é honesta é razoável considerar que quando o simulador da máquina é acionado não há nenhum motivo em particular, além da sorte, que nos faça acreditar que a probabilidade de sair qualquer um dos símbolos seja maior ou menor do que aparecer qualquer um dos outros três símbolos restantes. Dessa forma, podemos concluir que **a probabilidade** associada ao evento elementar de *sair qualquer das figuras, inclusive o sino, é igual a $\frac{1}{4}$* . Note que dessa forma a condição (I) está satisfeita, uma vez que $P(sino) = \frac{1}{4}$ é exatamente o valor que a frequência relativa deste evento elementar tende a se estabilizar quando esse experimento é realizado um número grande de vezes. Além disso, as condições (II) e (III) também estão satisfeitas, uma vez que

$$II. p(sino) = p(maçã) = p(laranja) = p(diamante) = \frac{1}{4} = 0,25. \text{ Logo,}$$

$$0 \leq p(sino) \leq 1; 0 \leq p(maçã) \leq 1; 0 \leq p(laranja); 0 \leq 1 \text{ e } 0 \leq p(diamante) \leq 1.$$

$$III. p(sino) + p(maçã) + p(laranja) + p(diamante) = 4 \cdot 0,25 = 1.$$

Observe que a definição acima se aplica apenas ao cálculo da probabilidade de eventos elementares, ou seja, eventos compostos por um único elemento. No entanto, muitas vezes é necessário calcular a probabilidade de eventos que possuem mais de um elemento ou combinação de eventos que, como discutido na seção 4.2, são eventos determinados a partir do complementar e das operações de união e interseção.

A seguir, abordamos o cálculo da probabilidade da união de eventos mutuamente exclusivos, a probabilidade de eventos compostos por mais de um elemento e introduzimos o conceito de espaço amostral equiprovável. Encerramos esta seção com um exemplo intrigante de espaço amostral equiprovável aplicado a sorteios.

4.5 Probabilidade da união de eventos mutuamente exclusivos

Definição 4.5. Seja $A_i, i = 1, 2, 3, \dots, k$ **eventos mutuamente exclusivos**, isto é, eventos em que $A_i \cap A_j = \emptyset$ sempre que $i \neq j$ com $i, j \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$, então

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_k) = \sum_{i=1}^k P(A_i) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots + P(A_k). \quad (7)$$

4.6 Probabilidade do evento

Definição 4.6. Considere um experimento aleatório cujo espaço amostral é $\Omega = \{a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_k\}$ com distribuição de probabilidade $P_1, P_2, P_3, \dots, P_k$. Definimos a probabilidade de ocorrência de um evento A como a soma das probabilidades dos elementos do conjunto A . Isto é,

$$P(A) = \sum_{a_i \in A} P(a_i). \quad (8)$$

Note que para todos os eventos unitários terem a mesma probabilidade, isto é, $P_1 = P_2 = P_3 = \dots = P_k = n$, devemos atribuir para cada P_i , com $i \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$ a probabilidade $\frac{1}{k}$.

De fato, pela definição acima e, pelo item (III) da Definição 5.4, temos:

$$1 = P(\Omega) = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_k = n + n + n + \dots + n = nk \text{ e, portanto, } n = \frac{1}{k}$$

Dessa forma, se E é um evento com m elementos, então:

$$P(E) = \frac{m}{n}, \quad (9)$$

Onde m é o número de casos favoráveis ao evento E e n é o número total de casos possíveis de experimento aleatório. Denominamos esse modelo de **equiprobabilístico** e o **espaço amostral deste experimento de equiprovável**.

Por exemplo, no simulador da máquina inicial o espaço amostral é $\Omega = \{\text{maçã, laranja, sino e diamante}\}$. Se A o evento: a máquina apresentar na tela o desenho de uma fruta, isto é, $A = \{\text{maçã, laranja}\}$ então, como o evento A é equiprovável, temos que

$$P(A) = P_1 + P_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

É válido ressaltar que quando estamos diante de um experimento **equiprobabilístico** com **espaço amostral equiprovável** é comum que pessoas, guiadas pelo senso comum, cometerem erros de distribuição de probabilidade. Para ilustrar, considere que você está prestes a fazer uma aposta na Mega-Sena¹⁵. Considere que temos a opção de escolher somente entre dois conjuntos de apostas. O primeiro conjunto é composto pelos números consecutivos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, enquanto que o segundo conjunto consiste nos números 2, 17, 19, 23, 27 e 53.

Uma parte considerável das pessoas escolhe apostar no segundo conjunto de números, argumentando que é improvável que ocorra o sorteio de 6 números consecutivos. No entanto, como mencionado anteriormente, estamos diante de um experimento aleatório cujo espaço amostral é equiprovável e, portanto, não há motivo algum para acreditar que algum número do segundo conjunto possua uma probabilidade maior de ser sorteado. Além disso, se analisarmos mais profundamente, veremos que o segundo conjunto é composto apenas por números primos¹⁶, que são números que possuem características muito mais particulares e intrigantes do que o primeiro conjunto, porém não necessariamente com maior ou menor probabilidade de ser sorteado. É importante compreender que as probabilidades de acerto em um sorteio *com espaço amostral equiprovável* são independentes de qualquer padrão aparente, como sequências numéricas ou características especiais dos números escolhidos.

A seguir, definimos e demonstramos algumas propriedades das probabilidades.

¹⁵ É uma modalidade de apostas (Lotérica) do Brasil. O jogador faz uma aposta de no mínimo seis ou mais números, e deve acertar a *sena*, que é a sequência dos seis números sorteados. Com o total de 60 dezenas, o apostador pode selecionar qualquer número em qualquer ordem, e tem a chance de ganhar uma parte do prêmio, que é a Quina (apenas cinco números) ou a Quadra (quatro números).

¹⁶ Os números primos são números que possuem apenas dois divisores distintos e positivos: o número um e ele mesmo. Por exemplo, os números 2, 7, 17 e 23 são exemplos de números primos. Por outro lado, os números 1, 12, 25 e 30 não são números primos, pois só possuem 1 divisor ou possuem divisores adicionais além de 1 e ele próprio. Há diversos resultados ainda sem demonstração envolvendo esses números, por isso sua popularidade.

4.7 Propriedades da Probabilidade

Propriedade 1: Seja Ω o espaço amostral e A o evento vazio, isto é, $A = \emptyset$. Então, $P(\emptyset) = 0$.

Demonstração. Note que Ω e A são eventos mutuamente exclusivos e cuja reunião é Ω , isto é, $\Omega \cap A = \emptyset$ e $\Omega \cup A = \Omega$. Como $P(\Omega) = P(\Omega \cup A)$ da Definição 4.5, temos que $P(\Omega \cup A) = P(\Omega) + P(A)$, logo $P(\Omega) = P(\Omega) + P(A)$. Subtraindo-se $P(\Omega)$ em ambos os membros desta última igualdade, obtemos $P(A) = 0$. Assim, $P(\emptyset) = 0$. ■

Propriedade 2: Seja A um evento do espaço amostral Ω e A^c o seu complementar. Isto é, $(A \cup A^c) = \Omega$ e $(A \cap A^c) \neq \emptyset$. Então

$$P(A^c) = 1 - P(A). \quad (10)$$

Demonstração. Pelo item (III) da Definição 4.4 temos que $1 = P(\Omega)$. Por outro lado, como $(A \cup A^c) = \Omega$ e $(A \cap A^c) \neq \emptyset$, pela Definição 4.5, temos que

$$P(\Omega) = P(A \cup A^c) = P(A) + P(A^c), \text{ logo}$$

$$1 = P(A) + P(A^c).$$

Subtraindo-se $P(A^c)$ em ambos membros desta última igualdade

$$1 - P(A) = P(A^c) \text{ e portanto,}$$

$$P(A^c) = 1 - P(A).$$

Também podemos dizer que $P(A^c)$ é a probabilidade de não ocorrer o evento A .

Propriedade 3: Sejam A e B eventos do espaço amostral Ω . Se $A \subset B$, então $P(A) \leq P(B)$.

Demonstração: dividiremos a demonstração em dois casos: (I) $A = B$ e (II) $A \subset B$.

I) Se $A = B$, por definição, $P(A) = P(B)$ em particular $P(A) \leq P(B)$.

II) Se $A \subset B$. Considere $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ e $B = \{a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}, \dots, a_{k+n}\}$.

Então:

$$P(A) = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_k$$

$$P(B) = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_k + P_{k+1} + \dots + P_{k+n} \text{ Logo,}$$

$$P(B) - P(A) = P_{k+1} + \dots + P_{k+n}.$$

sabemos, pelo item II da definição 4.4, que $P_{k+1} + \dots + P_{k+n}$ são todos não negativos. Logo, $P(B) - P(A) \geq 0$ e, portanto, $P(A) \leq P(B)$. Na equação acima, para $A = \emptyset$ temos, pela propriedade 1, que $P(A) = 0$, logo $P(B) \geq 0$.

Propriedade 4: Se A é um evento do espaço amostral Ω , então a probabilidade de ocorrer o evento A é um número compreendido no intervalo $[0,1]$. Isto é, $0 \leq P(A) \leq 1$.

Demonstração: Como $\emptyset \subset A \subset \Omega$. Logo, pela propriedade 3, $P(\emptyset) \leq P(A) \leq P(\Omega)$ e portanto,

$$0 \leq P(A) \leq 1. \quad (11)$$

Com a demonstração da propriedade 4, encerramos essa seção. A seguir, enunciamos e demonstramos teoremas relacionados à probabilidade da união de eventos não mutuamente exclusivos, à probabilidade condicional, à probabilidade binomial e o cálculo do valor esperado. Após as demonstrações dos teoremas, resolvemos questões contextualizadas o qual o professor poderá simular essas situações-problemas por meio dos simuladores das máquinas.

Iniciamos com o teorema da probabilidade da união de eventos não mutuamente exclusivos. Para demonstrar esse teorema, utilizamos o lema a seguir.

Lema 1. Sejam A e B dois conjuntos. Então podemos escrever

$$A = (A - B) \cup (A \cap B) \text{ e } B = (B - A) \cup (A \cap B).$$

Provamos a primeira igualdade, pois a segunda é demonstrada de modo análoga.

Demonstração. Para mostrar a primeira igualdade, basta provar que

$$A \subset (A - B) \cup (A \cap B) \text{ e } (A - B) \cup (A \cap B) \subset A.$$

Considere $x \in A$. Temos duas possibilidades: $x \in B$ ou $x \notin B$. Se $x \in B$, então $x \in (A \cap B)$, logo $x \in (A - B) \cup (A \cap B)$ e, portanto, $A \subset (A - B) \cup (A \cap B)$.

Se for $x \notin B$ então, $x \in (A - B)$, logo $x \in (A - B) \cup (A \cap B)$ e, novamente, $A \subset (A - B) \cup (A \cap B)$. Em qualquer dos casos, $A \subset (A - B) \cup (A \cap B)$.

Agora, vamos supor que $x \in (A - B) \cup (A \cap B)$. Daí, $x \in (A - B)$ ou $x \in (A \cap B)$. No primeiro caso, se $x \in (A - B) \Rightarrow x \in A$ e, portanto, $(A - B) \cup (A \cap B) \subset A$. No segundo caso, se $x \in (A \cap B) \Rightarrow x \in A$. Dessa forma, novamente concluímos que $(A - B) \cup (A \cap B) \subset A$.

Como em todos os casos x foi tomado de forma arbitrária, concluímos que

$$A = (A - B) \cup (A \cap B).$$

De modo análogo mostra-se que $B = (B - A) \cup (A \cap B)$.

4.8 Teorema 1: probabilidade da união de eventos

Se A e B são eventos do espaço amostral Ω . Então $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Pelo Lema 1, temos que

$$A = (A - B) \cup (A \cap B) \text{ e}$$

$$B = (B - A) \cup (A \cap B).$$

Como $(A - B)$ e $(A \cap B)$ são eventos mutuamente exclusivos, temos:

$$P(A) = P[(A - B) \cup (A \cap B)] = P(A - B) + P(A \cap B). \quad (11)$$

De modo análogo, concluímos que

$$P(B) = P(B - A) + P(B \cap A). \quad (12)$$

Somando as equações (11) e (12)

$$P(A) + P(B) = P(A - B) + P(A \cap B) + P(B - A) + P(B \cap A).$$

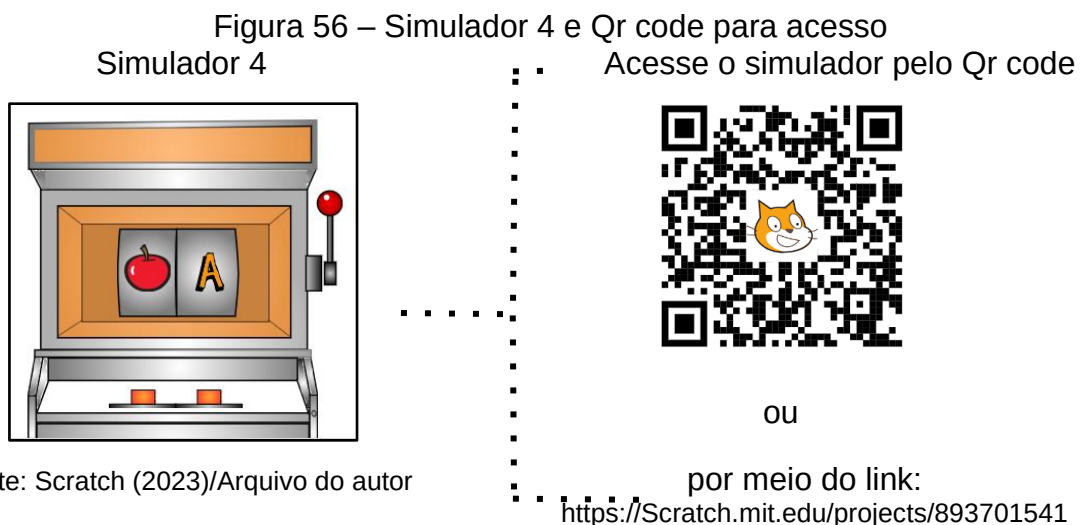
Subtraindo em ambos os membros da equação acima $P(A \cap B)$ temos

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A - B) + P(A \cap B) + P(B - A) \text{ como}$$

$$P(A - B) + P(A \cap B) + P(B - A) = P(A \cup B) \text{ então, } P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A \cup B) \text{ e, finalmente, } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B). \quad (13)$$

O problema a seguir exemplifica uma aplicação do teorema acima.

Problema 2. O simulador da máquina abaixo possui dois carretéis com 6 símbolos em cada carretel : A, 2 , maçã, laranja, sino e diamante. O jogador será premiado se a máquina apresentar **uma única maçã** em qualquer dos carretéis. Qual a probabilidade desse jogador ser premiado?



Solução: Considere os eventos

$A = \{\text{Apresentar maçã no primeiro carretel}\};$

$B = \{\text{Apresentar maçã no segundo carretel}\};$ e

$A \cap B = \{\text{Apresentar maçã no primeiro e no segundo carretel}\}.$

Queremos determinar $P(A \cup B)$. Do Teorema 1, temos que

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

A probabilidade de sair uma maçã em um único carretel é de $\frac{1}{6}$, porque há 1 maçã entre os 6 símbolos possíveis. Logo, $P(A) = P(B) = \frac{1}{6}$.

A probabilidade de sair uma maçã em ambos os carretéis (interseção) é o produto das probabilidades de sair uma maçã em cada carretel, já que esses eventos são independentes (essa afirmação será justificada na observação 2 do próximo teorema).

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}.$$

$$\text{Portanto, } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}.$$

4.9 Teorema 2: probabilidade condicional

Sejam A e B dois eventos do espaço amostral Ω , com $B \neq \emptyset$. Estamos interessados em determinar a probabilidade de ocorrer o evento A sabendo que o evento B ocorreu. Simbolicamente, representamos essa probabilidade por $P(A / B)$ (lê-se: probabilidade de A dado B). Para calcular $P(A / B)$ basta determinar a probabilidade do evento A ocorrer no novo espaço amostral restrito aos elementos do evento B . É evidente que, nesse caso, é necessário que os elementos de A estejam contidos em B que foram determinados pela interseção $A \cap B$ e, portanto, definimos

$$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (14)$$

ou ainda

$$P(B / A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (15)$$

com $P(A \cap B)$, $P(A)$ e $P(B)$ calculados em relação ao espaço amostral Ω .

Observação 1. Isolando $P(A \cap B)$ nas expressões (14) e (15) obtemos

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) \quad \text{e} \quad (16)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) \quad (17)$$

denominadas **regras da multiplicação**.

Observação 2. Quando os eventos A e B são independentes, isto é, a ocorrência de um evento não interfere no outro, o valor de $P(A/B) = P(A)$ (ou $P(B/A) = P(B)$).

Substituindo na expressão acima obtemos

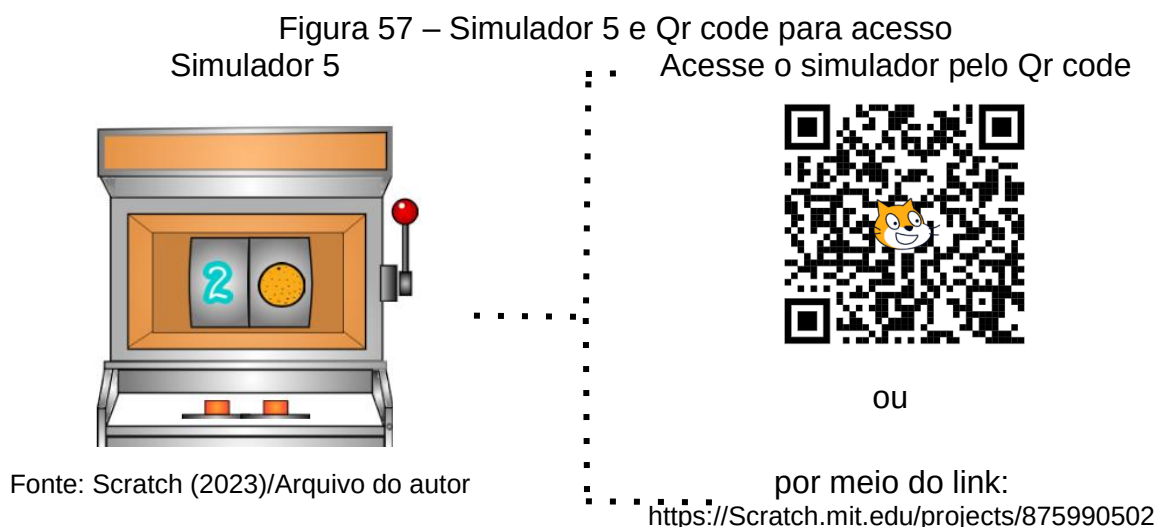
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B). \quad (18)$$

Para exemplificar o conceito acima, resolvemos o problema abaixo.

Problema 3. O simulador da máquina abaixo possui dois carretéis com 10 símbolos em cada carretel: A, 2, 3, 4, 6, 8, maçã, laranja, sino e diamante. Qual a probabilidade

a) da máquina apresentar um número no 1º carretel e uma fruta no 2º segundo carretel.

b) de sair imagens iguais em ambos os carretéis?



Solução. item (a). Sejam os eventos

$A = \{\text{sair um número no 1º carretéis}\}$ e $B = \{\text{sair uma fruta no 2º carretéis}\}$.

Queremos determinar a probabilidade dos eventos A e B ocorrerem simultaneamente, isto é, $P(A \cap B)$. Como A e B são eventos independentes, da expressão 4.11, temos que: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. A probabilidade de sair um número no 1º carretel é de $P(A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$. A probabilidade de sair uma fruta no 2º carretel é de $P(B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$. Logo, Substituindo,

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}.$$

Solução. item (b). Sejam os eventos

$A = \{\text{sair um símbolo qualquer no 1º carretel}\}$ e $B = \{\text{sair o mesmo símbolo do 1º carretel}\}$. Como A e B são eventos independentes, temos que a probabilidade

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. Com $P(A) = \frac{10}{10} = 1$ e $P(B) = \frac{1}{10}$. Logo, substituindo,

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 1 \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{10}.$$

4.9 Teorema 3: Probabilidade binomial

Vamos analisar experimentos composto por uma série de eventos não vazios e complementares entre si. Cada tentativa envolve apenas dois possíveis resultados: um que denominamos de **sucesso**, enquanto o outro que denominamos de **fracasso**. De modo que a probabilidade de ocorrer um sucesso em cada tentativa será representada por "p", e a probabilidade de ocorrer um fracasso será representada por "q," que será calculada pelo complementar de p, ou seja, $q = 1 - p$. A probabilidade desse tipo específico de experimento será denominada de **probabilidade binomial ou distribuição binomial**, que definimos a seguir.

Considere os eventos não vazios A e o seu complementar A^C de um espaço amostral Ω , tal que, $A \cup A^C = \Omega$ e $A \cap A^C = \emptyset$. Denominamos sucesso quando o evento A ocorrer e fracasso quando ocorrer A^C , com probabilidades $P(A) = p$ e $P(A^C) = 1 - p$. Suponha que o experimento foi realizado n vezes, com todos os resultados independentes, queremos determinar a probabilidade do evento A ocorrer k vezes e o evento A^C ocorrer $n - k$ vezes, nas n vezes em que o experimento foi realizado. Assim, o número de maneiras do evento A ocorrer precisamente k vezes nos n experimentos é igual ao número de permutações de $AA....AA^CA^C....A^C$ com k letras A 's e $n - k$ letras A^C 's. Observe que ordenar as letras A 's e A^C 's trata-se de um problema de permutação com repetição. Esse número é calculado da seguinte forma:

$$PR_n^{k,n-k} = C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}.$$

Como o evento A possui probabilidade p de ocorrer e o evento A^C possui probabilidade igual a $1 - p$ de ocorrer, então a probabilidade de ocorrência de cada uma destas sequências é igual a $p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$. Como existem $PR_n^{k,n-k}$ sequências, então a probabilidade de que o evento A ocorra exatamente k vezes quando o experimento é realizado n vezes é igual a

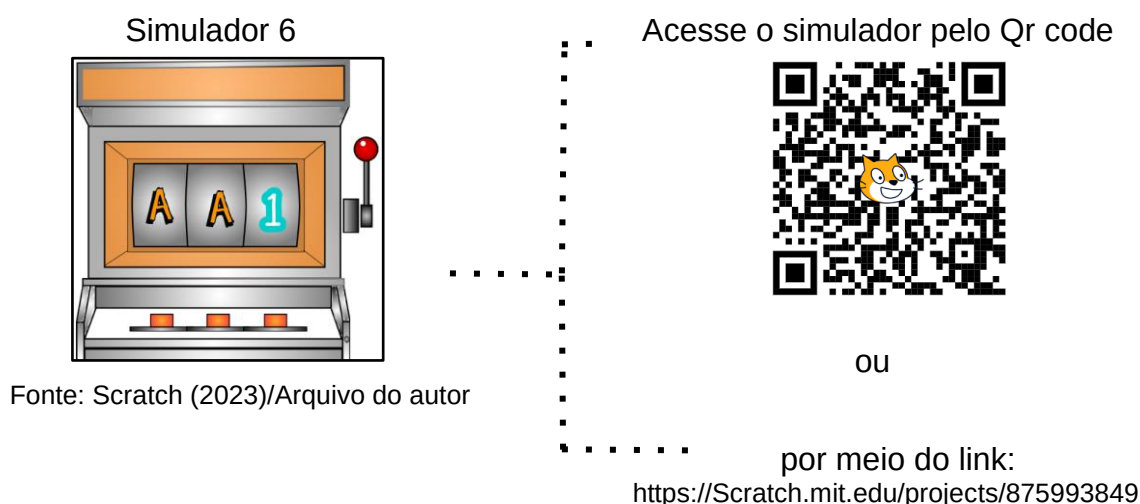
$$PR_n^{k,n-k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k} \quad (19)$$

Para exemplificar o conceito acima, resolvemos o problema abaixo.

Problema 4. O simulador da máquina abaixo possui três carretéis com 10 símbolos em cada carretéis : A, J, Q, K, 1, 7, maçã, laranja, sino e diamante. Determine a probabilidade de a máquina apresentar na tela a imagem de

- a) exatamente 2 letras “A”.
- b) exatamente 3 letras “A”.
- c) pelo menos 2 letras “A”.

Figura 58 – Simulador 6 e Qr code para acesso



Observe que nesse caso estamos diante de um problema de probabilidade binomial, pois as duas condições são satisfeitas, o sucesso seria o simulador apresentar a letra “A” e o fracasso seria de não apresentar a letra “A”. Além disso, os eventos são independentes uma vez que o resultado obtido em um carretel não interfere no resultado do outro.

Solução: Em cada carretel, consideremos como sucesso o resultado “apresentar a letra “A”, e fracasso não apresentar a letra “A”. Então:

$$P = \frac{1}{10} \text{ e } q = \frac{9}{10} \text{ e } n = 3$$

para resolver o item “a” devemos calcular o P_2 , temos:

$$a) P_2 = PR_3^2 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^1 = \frac{3!}{2!} \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{9}{10} = \frac{27}{1000}$$

para resolver o item b devemos calcular P_3 , temos:

$$b) P_3 = PR_3^3 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^0 = \frac{3!}{3!} \cdot \frac{1}{1000} \cdot 1 = \frac{1}{1000}$$

para resolver o item c devemos separar em dois casos:

I - A máquina apresentar exatamente um diamante

II - A máquina apresentar exatamente dois diamantes.

Ora, observe que essas probabilidades já foram calculadas nos itens a e b. Portanto, para responder o item c basta somar as probabilidades encontradas nos itens a e b.

$$P_2 + P_3 = \frac{27}{1000} + \frac{1}{1000} = \frac{7}{250}.$$

4.10 Valor esperado

O valor esperado de um evento aleatório é calculado por meio da média ponderada dos seus valores, onde os pesos são as probabilidades associadas a cada um desses valores. Se $x_1, x_2, \dots, x_n$ são os resultados de um evento, com probabilidades de ocorrência $P_1, P_2, \dots, P_n$, então o valor esperado será a soma dos produtos das probabilidades pelos respectivos valores. Simbolicamente representamos o valor esperado por $E(x)$ e foi calculado por meio da fórmula

$$E(x) = \frac{P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 + \dots + P_n \cdot x_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n}. \quad (19)$$

Conforme o item *III*, do teorema 4.4, $P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1$ e, portanto, o valor esperado é igual a $P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 + \dots + P_n \cdot x_n$. Para exemplificar o conceito acima, resolvemos o problema abaixo.

Problema 4: O simulador da máquina abaixo possui três carretéis com cinco símbolos em cada carretel: 7, maçã, laranja, sino e diamante. O apostador ganha quando os 3 símbolos apresentados na tela forem todos iguais, recebendo nesses casos 15 vezes a quantia apostada. Qual é o ganho esperado de quem aposta R\$ 10.00

Figura 59 – Simulador 7 e Qr code para acesso



Solução: O ganho esperado é determinado pela diferença entre valor recebido e valor apostado. A possibilidade de ganho é $150 - 10 = 140$ ou perde os 10 reais, nesse caso, correspondendo um ganho de $0 - 10 = -10$. A probabilidade de ambos os resultados são, respectivamente iguais a

$$\frac{5}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25} \text{ e } \frac{24}{25}. \text{ Portanto, o valor esperado do ganho é}$$

$\frac{1}{25} \cdot 140 - \frac{24}{25} \cdot 10 = 5,60 - 9,60 = -4,00$ reais. Portanto, esse é o valor médio perdido por uma pessoa que faz apostas seguidas por vez em que aposta. O resultado negativo para o cálculo do valor esperado é comum em jogos.

Embora tenhamos abordado toda a teoria da probabilidade ensinada no ensino médio no contexto dos simuladores das máquinas, nossa intenção não é que o professor esgote essa teoria apenas nesse contexto. Pelo contrário, buscamos adicionar mais um contexto no qual a probabilidade possa ser aplicada, proporcionando uma variedade em relação aos exemplos tradicionais já mencionados durante essa pesquisa. Dessa forma o professor poderá diversificar a prática do ensino de probabilidade utilizando o simulador no momento que considerar mais oportuno dentro do conteúdo de probabilidade, tornando o ensino mais interativo, dinâmico e significativo.

5 CONSTRUÇÃO E APLICAÇÃO DO SIMULADOR NO LOCAL DA PESQUISA

Neste capítulo, relatamos a construção feita juntamente com os alunos do simulador que em seguida foi utilizado para ensinar conceitos de probabilidade.

Iniciamos o capítulo descrevendo a natureza do tipo de estudo, os participantes e os recursos necessários para a aplicação da pesquisa. Posteriormente, apresentamos as fases de implementação e concluímos o capítulo analisando os dados obtidos por meio de um formulário respondido pelos estudantes que participaram da pesquisa.

5.1 Tipo de Estudo

O tipo de estudo escolhido foi uma pesquisa de campo. Segundo Gonsalves (2001, p.67), “... a pesquisa de campo é o tipo de pesquisa que pretende buscar a informação diretamente com a população pesquisada. Ela exige do pesquisador um encontro mais direto”.

Quanto aos objetivos, a pesquisa é considerada como exploratória e descritiva. De acordo com Gil (2008), as pesquisas exploratórias têm como finalidade principal, esclarecer e modificar conceitos e ideias. São pesquisas que envolvem levantamento bibliográfico, documental e estudo de caso. Já as pesquisas descritivas, se caracterizam por ter o objetivo primordial de descrever determinada população, fenômeno ou ainda relações entre variáveis.

Sob a forma de abordagem do problema, caracteriza-se como uma pesquisa quali-quantitativa, pois se aprofunda nos fenômenos que ocorrem em determinado tempo e lugar e utilizará de dados estatísticos. Segundo Prodanov e Freitas (2013), a pesquisa quali-quantitativa requer o uso de métodos estatísticos e utiliza da interpretação de fenômenos e a atribuição de significados no processo, atuando na coleta de dados no ambiente natural e focando na abordagem.

Assim, busca-se através das observações e dos questionários aplicados aos alunos pós-atividade, analisar a compreensão dos objetos de aprendizagem de matemática, especificamente da área de probabilidade, ensinados por meio do simulador elaborado na plataforma Scratch. A análise dos resultados é mostrada através de gráficos e tabelas de forma a estratificar a opinião dos alunos participantes da pesquisa.

5.2 Coleta de dados

A coleta de dados ocorreu por meio de duas atividades e um formulário. Na primeira atividade, os alunos construíram e programaram o simulador de uma máquina na plataforma Scratch. As construções foram encaminhadas por e-mail para o professor. Na segunda atividade, os alunos realizaram um experimento e os cálculos correspondentes foram registrados em uma folha entregue ao professor no final da aula.

Após a segunda atividades os alunos responderam um formulário com 11 perguntas, sendo 10 objetivas e 1 subjetiva. O formulário com as perguntas consta no anexo A.

5.3 Descrição dos participantes e recursos materiais

Utilizamos o Scratch, como ferramenta pedagógica, para construir um simulador de uma máquina digital e, a partir do funcionamento dessa máquina, definirmos experimento aleatório, espaço amostral, evento, exemplificamos o conceito de frequência relativa, e concluímos com a definição de probabilidade via frequência relativa, para uma turma da 2ª série do novo ensino médio de uma escola pública estadual localizada na periferia da cidade de Fortaleza.

A pesquisa foi aplicada em 6 aulas no itinerário formativo Ciências da natureza e Matemática, do novo ensino médio, na trilha de matemática “Mão na massa”. A turma da 2ª série é composta por 45 alunos. A idade dos estudantes varia entre 16 e 18 anos.

Os recursos tecnológicos necessários para realização da pesquisa eram computador, plataforma Scratch e internet. Para realização da pesquisa os alunos foram direcionados ao laboratório de informática 1 que contém 20 computadores, internet, uma TV, uma lousa e 40 cadeiras.

Com o intuito de proporcionar um maior auxílio aos alunos utilizamos a TV conectada ao computador do professor para mostrar o passo a passo de construção, enquanto os alunos observavam e, em seguida, executavam as atividades propostas no computador.



Arquivo do autor (2023).

Além disso, o professor nomeou como monitor um entre os 13 alunos que já estavam familiarizados com a plataforma Scratch, para que ele ajudasse os colegas da turma.

A atividade valia nota parcial¹⁷ variando no intervalo de nota de 3,5 a 10 pontos, distribuído do seguinte modo:

Quadro 1 - Distribuição da pontuação

			Pontuação
Construção, realização e registro do experimento	Designer do simulados	Avaliamos harmonia estética e o layout da posição dos objetos construídos	0,5 a 1 pontos
	Programação	A execução correta da programação do movimento da alavanca, dos objetos dos cilindros, do tempo necessário para a máquina realizar cada partida e a construção do placar	1 a 2 pontos
	Realização e registro do experimento	Experimento realizado corretamente e registrado de forma organizada	1 a 2 pontos
Cálculo Matemático	Cálculo	Cálculo e propriedades corretamente observadas e aplicadas	1 a 5 pontos

Fonte: Autoria própria

¹⁷ Na maioria das trilhas a sugestão é realizar modelos de avaliações diferentes de provas, como a avaliação formativa que geralmente ocorre por meio de trabalhos, projetos, maquetes, seminários, estudo de caso, experimentos considerando o desempenho do aluno durante todo o processo do trabalho.

Vale ressaltar que para a divisão da pontuação consideramos igualmente importante tanto a construção, realização e registro do experimento quanto o cálculo matemático e, portanto, foi atribuído até 5 pontos a cada um desses dois conjuntos. O aluno escolhido como monitor foi dispensado da realização da atividade e recebeu nota máxima.

5.4 Etapas de aplicação

A aplicação da pesquisa foi dividida em 3 etapas, com 2 aulas geminadas de 50 minutos, totalizando 1h40 min para cada etapa, conforme abaixo:

1ª etapa de aplicação – Apresentação do Scratch e construção da estrutura do simulador da máquina.

2ª etapa de aplicação – Apresentação da linguagem de programação Scratch e construção da programação para o funcionamento do simulador da máquina.

3ª etapa de aplicação – Definição dos conceitos de probabilidade a partir da realização do experimento aleatório acionando o simulador das máquinas construídas pelos estudantes. Generalização dos conceitos e aplicação do formulário com perguntas sobre a pesquisa.

5.4.1 1ª etapa de aplicação

Nas duas primeiras aulas destinadas a apresentação do Scratch e construção da estrutura do simulador da máquina dos 45 alunos da turma, 36 estavam presentes. Dos 20 computadores do laboratório apenas 14 estavam funcionando, nesse caso duas duplas realizaram a atividade no celular e um trio realizou no tablet¹⁸.

Inicialmente, questionamos os alunos sobre sua familiaridade com a plataforma do Scratch. Descobrimos que 13 alunos já tinham conhecimento ou experiência com a plataforma¹⁹. Em seguida, perguntamos se já ouviram falar em

¹⁸ No mês de setembro todos os estudantes do 2º ano receberam tablets do governo estadual.

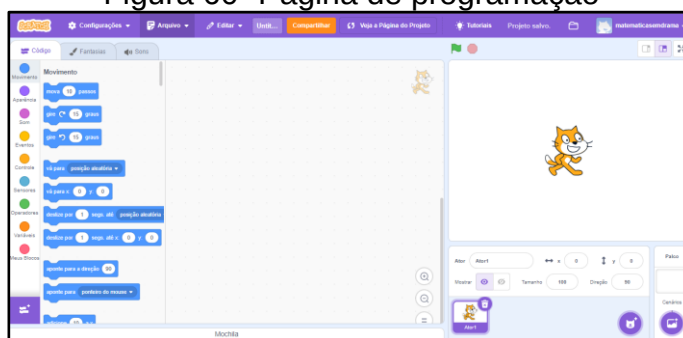
¹⁹ Durante o ano passado, algumas turmas optaram pela eletiva que tinha como objetivo criar jogos no Scratch e, por isso, essa quantidade expressiva de alunos familiarizados com a plataforma.

máquinas caça-níqueis, apenas 6 alunos afirmaram ter algum conhecimento dessas máquinas. No entanto, quando explicamos o seu funcionamento, praticamente toda a turma lembrou ou afirmou já ter visto a máquina ou algum mecanismo semelhante.

Após explicarmos o funcionamento da máquina, fizemos a seguinte pergunta: "Se você acionar por 50 vezes uma dessas máquinas contendo um carretel com 3 a 6 símbolos, quantas vezes cada símbolo aparecerá na tela?". A partir desse questionamento, explicamos que o objetivo da aula é responder essa pergunta por meio da realização de um experimento utilizando um simulador digital que construímos na plataforma Scratch.

Em seguida, apresentamos os recursos do Scratch, enfatizando os ícones, ferramentas e funcionalidades, além de assistirmos a um tutorial disponível na página inicial do programa. Seguidamente, pedimos aos alunos para pesquisarem imagens, no site da Google, de modelos de máquinas sem ícone nos carretéis e sem alavanca. Com a imagem selecionada, solicitamos que removessem o plano de fundo e, em seguida, inserissem no programa do Scratch. Para a remoção do plano de fundo sugerimos o programa "removebg"²⁰.

Figura 60- Página de programação



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

²⁰ O programa removebr é disponibilizado gratuitamente na internet de forma on-line. Para utilizá-lo é simples, basta copiar e colar a figura no programa e o plano de fundo é apagado automaticamente. O programa pode ser acessado por meio do link: <https://www.remove.bg/pt-br>.

Figura 61 - Página do programa removebg



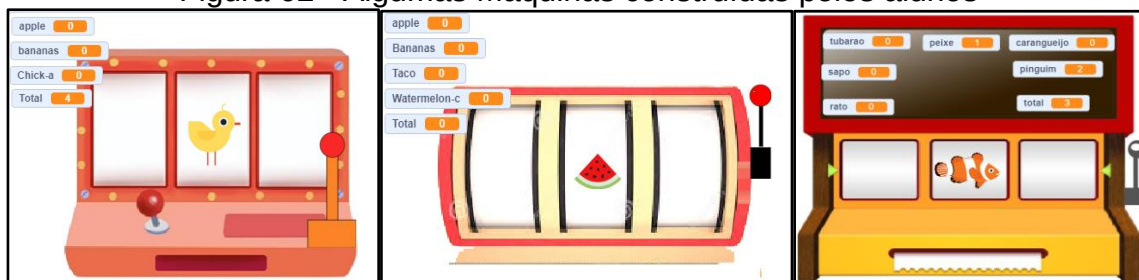
Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Após inserir a máquina, os alunos utilizando as ferramentas de desenho disponíveis no Scratch, construíram uma alavanca que será posteriormente usada para iniciar a máquina. Para concluir, os alunos inseriram as variáveis no cilindro da máquina, com orientação para incluir entre 3 e 6 símbolos. Eles foram alertados de que, quanto maior a quantidade de variáveis inserida, mais complexa é a análise do experimento. Dessa forma, os alunos concluíram a construção da máquina.

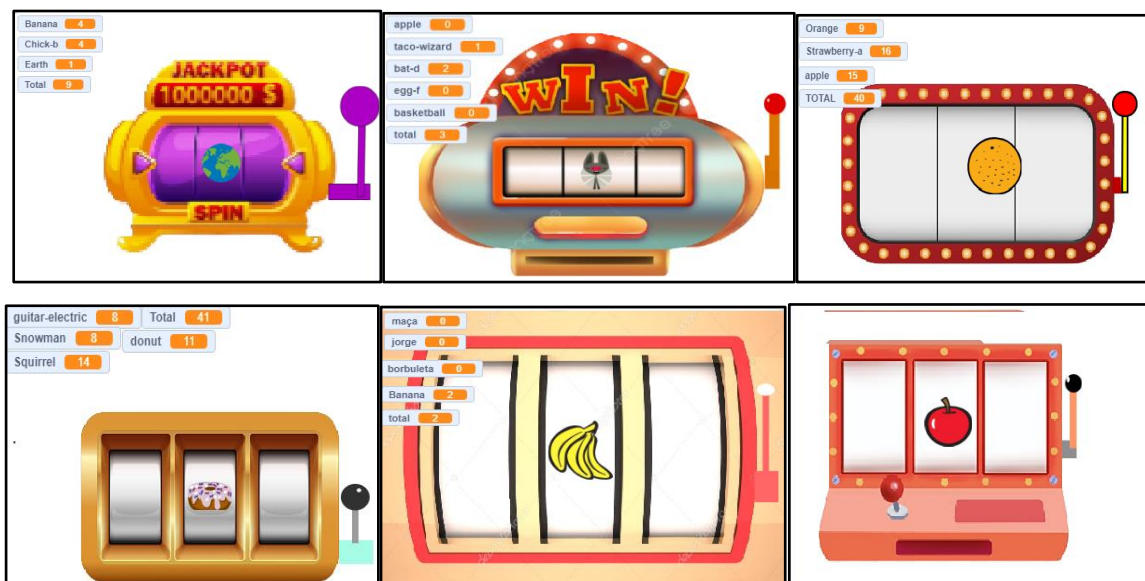
Para a aula seguinte, que foi dedicada à programação, solicitamos que os alunos fizessem o download de suas construções e enviassem para os seus e-mails institucional²¹. Assim, os alunos que não conseguirem permanecer no mesmo computador, ainda puderam utilizar suas construções.

Desse modo, encerramos a 1ª etapa de aplicação. Abaixo, estão registradas fotos de algumas das máquinas construídas pelos estudantes nessas duas primeiras aulas.

Figura 62 - Algumas Máquinas construídas pelos alunos



²¹Todos os estudantes da rede pública do estado do Ceará recebem um e-mail institucional ao ingressarem no colégio do estado, no início do 1º ano. Esse e-mail, entre outras funcionalidades, é utilizado para acessar plataformas que permitem a verificação de notas, atividades e frequências.



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

5.4.2 2ª etapa de aplicação

Na semana seguinte, nas duas aulas dedicadas à criação da programação, dos 45 alunos da turma, também estavam presentes 36. No entanto, desses, três alunos não estiveram presentes na aplicação da semana anterior. Solicitamos que esses alunos se dividissem entre as demais equipes.

Foi sugerido que os alunos escolhessem o mesmo computador utilizado na aplicação anterior. Contudo, alguns alunos não conseguiram permanecer no mesmo dispositivo. Por isso, solicitamos a esses alunos que abrissem o arquivo salvo em seus e-mails institucionais e fizessem o download do documento do simulador da máquina criado, para prosseguirem com a atividade.

Iniciamos a aula questionando se os alunos sabem o que é programar. Poucos alunos responderam que conheciam algum tipo de programação. Então explicamos superficialmente o que é programação, para que serve e citamos algumas linguagens de programação existentes. Em seguida, abordamos a linguagem de programação em blocos da plataforma Scratch com o propósito de iniciar a programar o funcionamento do simulador da máquina.

Para o funcionamento da máquina, os alunos começaram programando o movimento da alavanca, utilizando principalmente os blocos *aparência*, *eventos* e *controles*. A alavanca foi programada para executar o movimento de descida e subida sempre que clicada com o mouse. Posteriormente, os alunos programaram o movimento das imagens contidas no cilindro, para apresentarem o resultado de uma

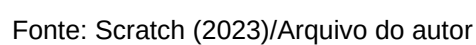
variável arbitrária na tela. Em seguida, inseriram um placar que foi programado para registrar todos os resultados obtidos na tela à medida que a máquina é acionada.

É importante destacar que, mesmo seguindo o passo a passo da construção, é necessário que os alunos ajustem a programação de acordo com as características da sua máquina. Esse raciocínio é muito próximo ao que ocorre quando ensinamos fórmulas e algoritmos para resolver cálculos matemáticos. Por exemplo, ao resolver uma equação do segundo grau, o aluno precisa substituir os valores correspondentes na equação que está resolvendo. O mesmo princípio se aplica à programação. Apesar das instruções fornecidas, é necessário que os alunos adaptem suas variáveis, alterem os nomes e os elementos conforme sua própria lógica de programação. Isso reflete uma abordagem muito semelhante à usada na matemática, o que acreditamos ser um dos pontos de maior convergência entre o pensamento matemático e a programação, conforme destaca a BNCC

A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos (BRASIL, 2018, p.227).

Para tornar o simulador mais realista, o ideal seria adicionar um som que fosse reproduzido sempre que a máquina fosse acionada. No entanto, com base em experiências de aulas em anos anteriores, observamos que os alunos costumam utilizar esse comando de forma excessiva e em momentos inapropriados, o que atrapalha no andamento da aula. Assim, consideramos mais viável não incluir o som.

Desse modo, com a inserção do placar, concluímos a segunda etapa da aplicação. Da mesma maneira como foi feito na etapa anterior, pedimos aos alunos que realizassem o download das construções atuais e enviassem para o e-mail institucional. Na próxima aula, eles poderão acessar o arquivo para dar continuidade à atividade. A seguir, registramos algumas fotos das programações.



5.4.3 3ª etapa de aplicação

Na terceira e última semana de aplicação, dedicada à etapa de aplicação dos conceitos de probabilidade, dos 45 alunos da turma estavam presentes 37 alunos, um aluno a mais em relação a aplicação da semana anterior.

Esta etapa será dividida em duas partes: inicialmente, o professor explora a parte teórica, apresentando os conceitos-chaves da teoria de probabilidade, além de conduzir um exemplo de experimento no simulador da máquina. Na segunda parte da aula, haverá a prática (mão na massa), na qual os alunos realizaram o experimento proposto na parte teórica.

5.4.4 parte teórica

Para a abordagem da parte teórica primeiramente, definimos os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e evento. Para isso, começamos a aula apresentando na tv o simulador da máquina contendo um carretel com quatro imagens: banana, cachorro espacial, maçã e um raio. – Essa máquina foi construída pelo professor durante a primeira e segunda aplicação. Ao acionarmos a máquina, questionamos os alunos se seria possível prever com exatidão o símbolo que aparecerá na tela (Destacamos o fato de estarmos acionando a máquina do simulador sobre condições muito semelhantes). Dessa forma, partindo dessas observações e nos comentários dos alunos, definimos que um **experimento aleatório** é todo experimento que, quando repetido sob condições semelhantes, produz geralmente resultados diferentes, não sendo possível de prever com exatidão o resultado.

Posteriormente, indagamos aos alunos se, à medida que o simulador é acionado, mesmo não sabendo prever com exatidão o resultado obtido, seria possível escrever uma lista com todos os resultados possíveis. Definimos essa lista de **espaço amostral**.

Após a definição de espaço amostral definimos evento como um subconjunto do espaço amostral, que representa um resultado específico ou uma combinação de resultados. Ainda no contexto desse simulador, exemplificamos, com três eventos

possíveis: apresentar na tela o raio, apresentar na tela o cachorro espacial ou uma fruta.

Após a definição dos conceitos-chaves, perguntamos: *ao acionar essa máquina por 20 vezes, quantas vezes cada símbolo aparecerá?* Após escutar a resposta dos alunos, realizamos o experimento e anotamos os 20 primeiros resultados fornecidos pelo simulador da máquina em uma tabela. Em seguida, abordamos o conceito de frequência relativa conforme consta na seção 4.3 deste trabalho.

Em seguida, exemplificamos o conceito de frequência relativa com base nos resultados registrados na tabela. Dessa forma, encerramos a parte teórica da aula.

5.4.5 parte prática

Para a parte prática, solicitamos aos alunos que abrissem o arquivo contendo as máquinas que haviam construído nas aulas anteriores e acionassem por 40 vezes. A cada acionamento, solicitamos que registrassem os resultados em uma tabela e, ao final do experimento, calculassem a frequência relativa das variáveis contidas nos carretéis.

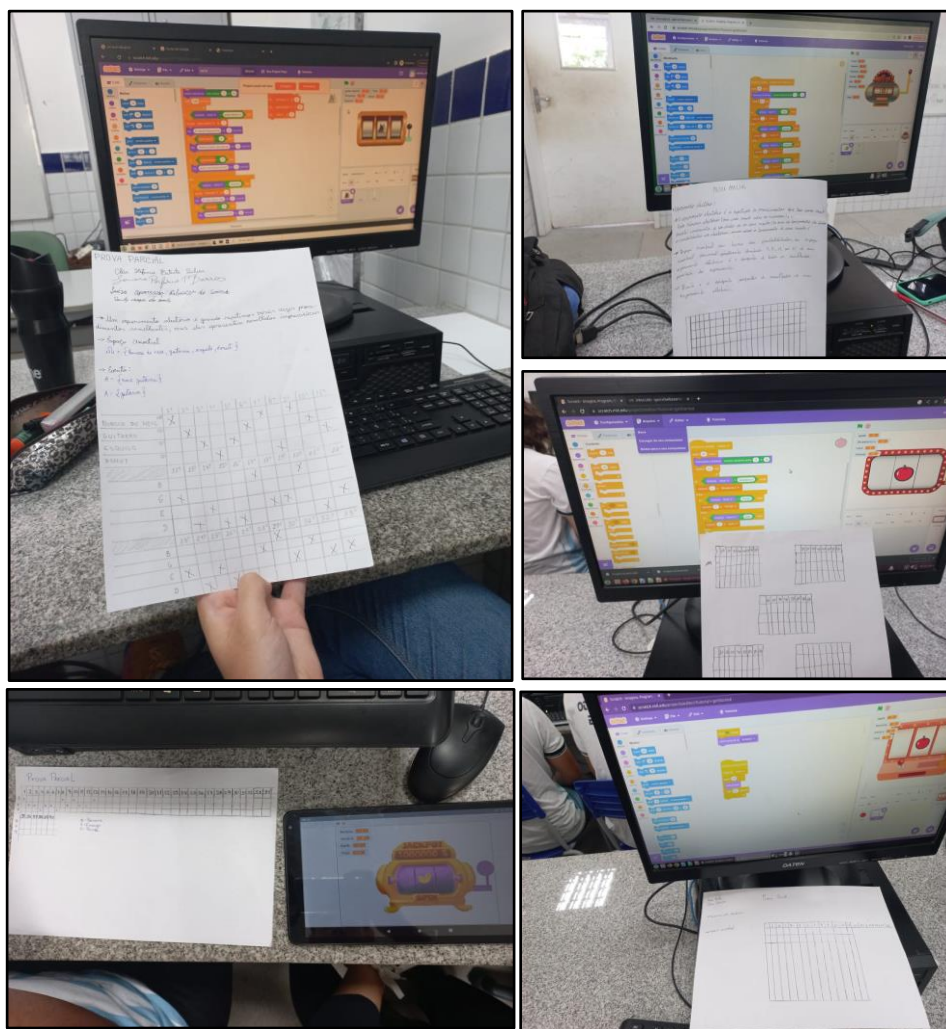
Após concluir o cálculo da frequência relativa, solicitamos aos alunos que:

1. Observassem o menor intervalo de inteiros contendo os resultados dos valores das frequências relativas
2. Calculassem os resultados da soma de todos os valores obtidos da frequência relativa.

Os alunos perceberam que os valores das frequências relativas estavam no intervalo de 0 a 1 e que a soma das frequências era igual a 1. Nesse momento, explicamos por que observaram esses resultados, mesmo em máquinas com diferentes números de variáveis. Em seguida, definimos essas duas propriedades e generalizamos este resultado conforme subseção 4.3.2 deste trabalho.

A seguir, registramos fotos de algumas imagens da atividade realizada pelos estudantes.

Figura 64 - Registro dos cálculos



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Após os alunos concluírem os registros e os cálculos, o professor encerra a terceira aplicação com a explicação da definição de probabilidade via frequência relativa conforme definição da seção 4.4.

Para avaliar a aplicação do simulador da máquina construído no Scratch para o ensino de conceitos de probabilidade, disponibilizamos um formulário no qual os alunos compartilham suas experiências e respondem a perguntas específicas sobre a utilização dessa ferramenta nessas três etapas de aplicação. Na seção subsequente, examinamos os resultados das respostas dos estudantes.

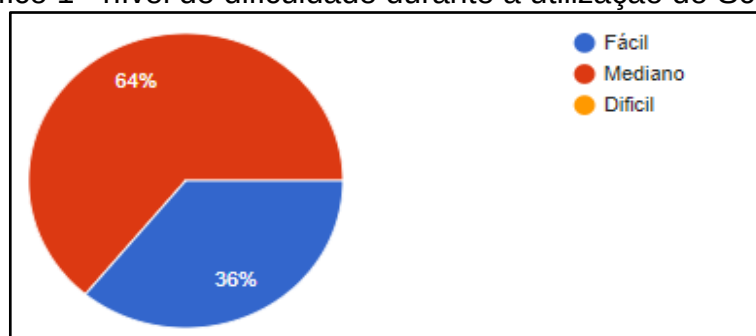
5.5 Apresentação e discussão dos resultados

O questionário aplicado no final da aula contém 11 perguntas. Para os alunos acessarem o formulário foi disponibilizado o link e o Qr code. Dos 37 alunos

presentes, 25 responderam a pesquisa. Os demais alunos não possuíam celular, estavam sem internet ou optaram por não participar.

As quatro primeiras perguntas foram sobre a plataforma do Scratch. Na primeira pergunta questionamos o nível de dificuldade durante a utilização da plataforma Scratch. O maior percentual de alunos (64%) consideram mediano, Fácil (36%) e difícil (0%), conforme gráfico a seguir.

Gráfico 1 - nível de dificuldade durante a utilização do Scratch.

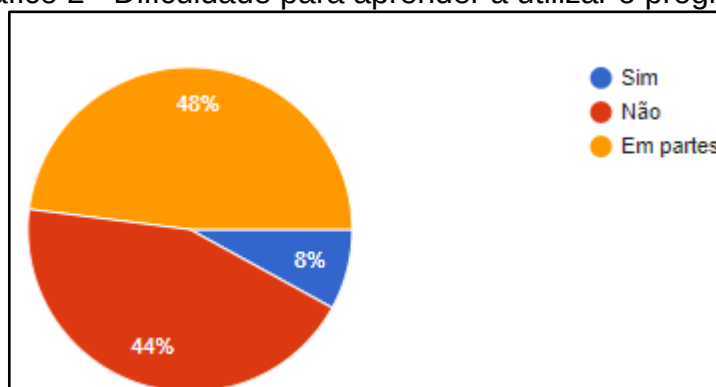


Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Destaco que a facilidade do uso da plataforma varia conforme a complexidade do projeto. Em alguns momentos, interrompemos as construções para esclarecer dúvidas entre os estudantes, buscando nivelar o passo de construção para que todos prosseguissem igualmente e desse modo nenhuma equipe ficasse para trás. O monitor também foi essencial, pois ao responder dúvidas dos alunos, proporciona a continuidade da aula e, desse modo, permitia que o professor parasse para intervir apenas em situações mais complexas.

A segunda pergunta foi destinada ao nível de dificuldades para aprender a utilizar o programa. Dos entrevistados, 48% responderam em partes, 44% responderam que não e 8% que sim.

Gráfico 2 - Dificuldade para aprender a utilizar o programa

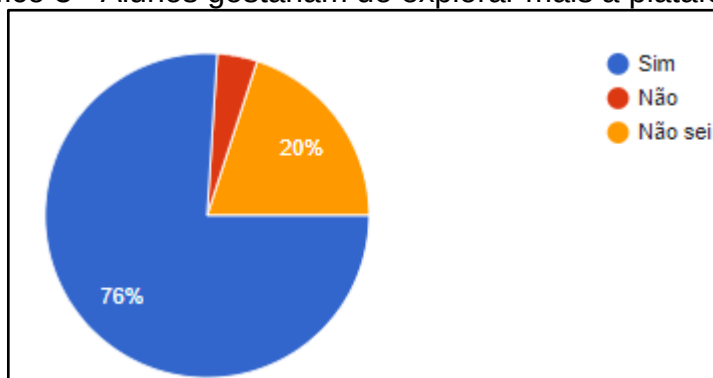


Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Acredita-se que a percepção de dificuldade, expressa por mais da metade da turma, em aprender a usar o programa decorreu principalmente do pouco tempo da aula destinado a apresentação dos recursos e comandos da plataforma, diante da imensidão de possibilidades disponíveis na plataforma. Vale ressaltar que foram destinadas duas aulas para apresentar a plataforma Scratch e também para construir o simulador. Além disso, a formação de duplas ou trios propiciou conversas paralelas entre os estudantes, prejudicando o andamento da aula.

Na terceira pergunta questionamos se os alunos gostariam de explorar mais a plataforma, 76% responderam que sim, 4% que não e 20% que não sabiam.

Gráfico 3 - Alunos gostariam de explorar mais a plataforma.

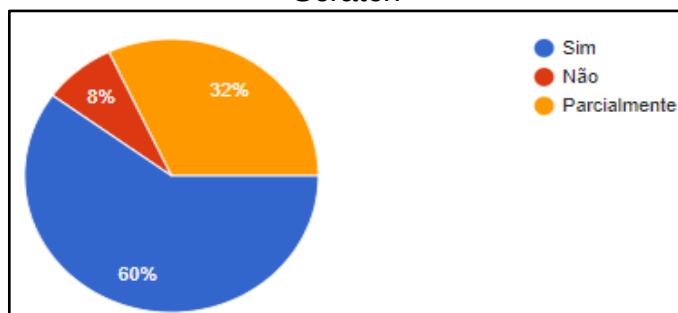


Fonte: Dados da pesquisa (2023).

É importante destacar que a plataforma está disponível de forma gratuita, tanto online quanto offline, e conta com versões compatíveis para computadores, tablets e celulares. Dessa forma, os alunos podem continuar utilizando a plataforma em suas casas.

Na quarta pergunta os alunos responderam se sentem-se mais motivados a aprender matemática utilizando a plataforma do Scratch, 60% responderam que sim, 32% parcialmente e apenas 8% que não se sentem mais motivados a aprender matemática utilizando a plataforma.

Gráfico 4- Alunos sentem-se mais motivados a aprender matemática ao usar o Scratch



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

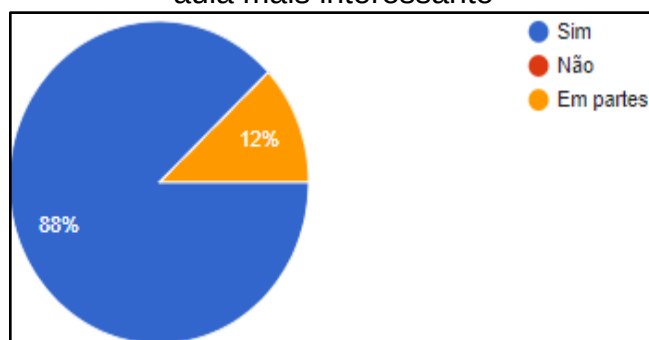
Tais resultados demonstram a contribuição do uso de tecnologias interativas, em especial dos jogos educacionais para o processo de ensino e aprendizagem. Araújo, Ribeiro e Santos (2012) destacam que,

O ensino por meio de tecnologias interativas pode provocar uma mudança revolucionária nos processos de ensino-aprendizagem, visto que o material produzido com essas tecnologias contém recursos (cores, sons, movimento e outros aspectos atrativos) que têm o dinamismo e a interação como palavras-chave.

Nas seis perguntas seguintes, focamos na construção do simulador da máquina, na realização do experimento, isto é, no funcionamento da máquina e no processo de aprendizagem dos conteúdos abordados.

Na quinta pergunta, questionamos se a Máquina caça-níquel construída no Scratch tornou o tema abordado em sala de aula mais interessante, 88% dos alunos responderam que sim, 12% responderam em partes e 0% responderam que não.

Gráfico 5 - O simulador construído no Scratch tornou o tema abordado em sala de aula mais interessante

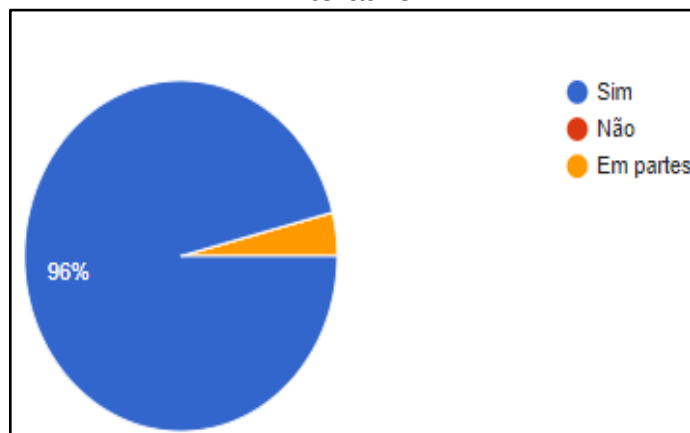


Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Na sexta pergunta os alunos foram questionados se a utilização do simulador da Máquina caça-níquel tornou o tema abordado em sala de aula mais dinâmico e

interativo, com isso, 96% dos alunos responderam que sim, 4% responderam que em partes e 0% responderam que não.

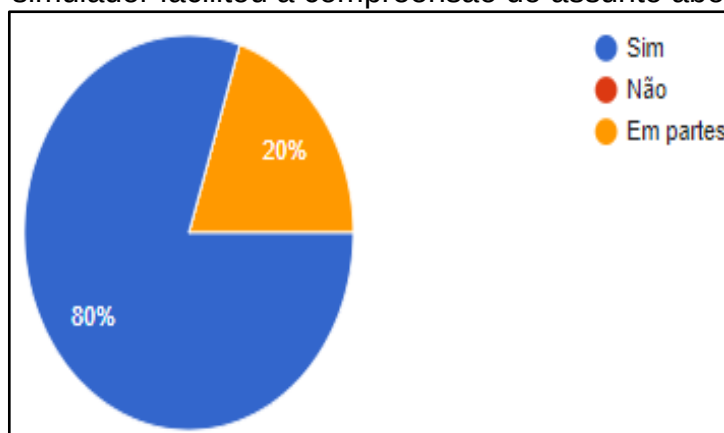
Gráfico 6 - A utilização do simulador tornou o tema da aula mais dinâmico e interativo.



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Na sétima pergunta os alunos foram questionados se o simulador da Máquina caça-níquel construído no Scratch facilitou a compreensão do assunto abordado na aula, 80% dos alunos responderam que sim, 20% responderam que em partes e 0% responderam que não.

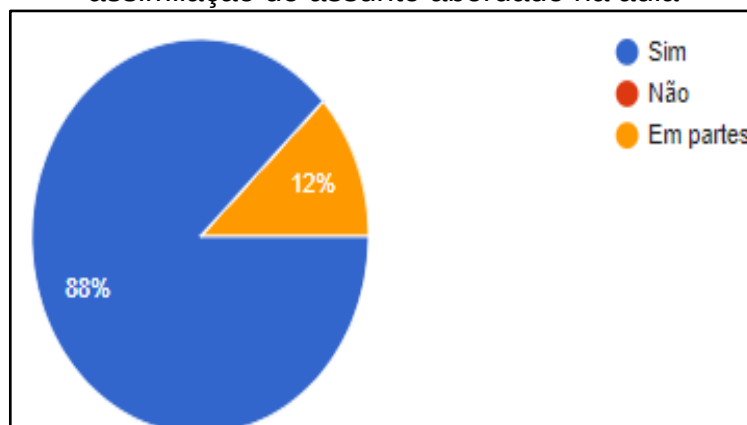
Gráfico 7 - O simulador facilitou a compreensão do assunto abordado na aula



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Na oitava pergunta os alunos foram questionados se quando em comparação com a aula teórica, o simulador construído na plataforma Scratch, auxiliou mais na assimilação do assunto abordado na aula. 88% dos alunos responderam que sim, 12% responderam que em partes e 0% responderam que não.

Gráfico 8 - Quando em comparação com a aula teórica, o simulador auxiliou mais na assimilação do assunto abordado na aula

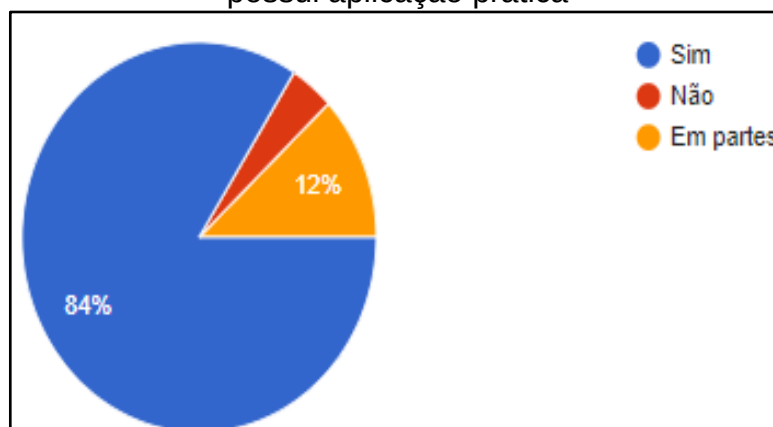


Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Observamos que os alunos destacam principalmente a inovação proporcionada pela plataforma ao permitir a aplicação prática dos conceitos de matemática. Isso se destaca de encontro a monotonia das aulas mais tradicionais que, embora abordem tópicos diversos, frequentemente se concentram em uma abordagem teórica do conteúdo e a prática se dá por meio de extensas listas de exercícios que muitas vezes abordam questões com soluções repetitivas.

Na nona pergunta os alunos foram questionados se através do simulador criado na plataforma Scratch, se percebeu que o assunto abordado possui aplicação prática. Desta forma, 84% dos alunos responderam que sim, 12% responderam que em partes e 4% responderam que não.

Gráfico 9 - A partir do simulado os alunos perceberam que o assunto abordado possui aplicação prática

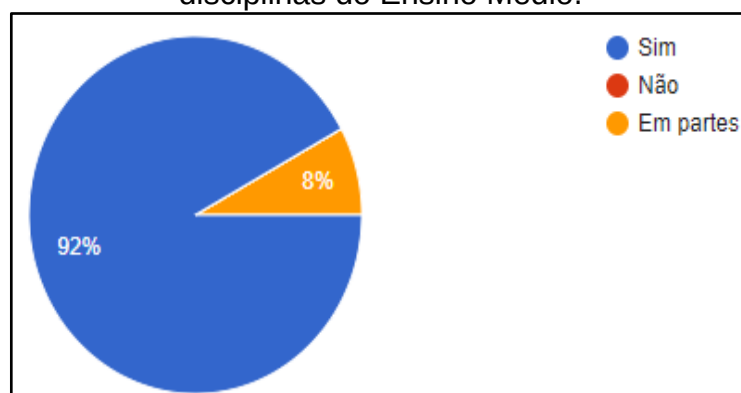


Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Na décima pergunta os alunos foram questionados se Softwares/Plataformas como o Scratch deveriam ser mais utilizados nas disciplinas do Ensino Médio, 92%

dos alunos responderam que sim, 8% responderam que em partes e 0% responderam que não.

Gráfico 10 - Softwares/Plataformas como o Scratch deveriam ser mais utilizados nas disciplinas do Ensino Médio.



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Na décima primeira pergunta, última do formulário, foi deixado um espaço em aberto para os alunos escreverem sugestões e/ou reclamações sobre a utilização do Scratch na disciplina de Matemática. Algumas respostas foram registradas a seguir:

Aluno A - “Eu particularmente nunca aprendi tão fácil matemática, acho que as aulas deveriam ser mais práticas, adorei esse assunto e desejo fazer mais vezes, parabéns professor!”

Aluno B - “Acredito que é algo muito bom para ser abordado em aula, tornando a mais dinâmica e interessante tanto para os motivados quanto para os não motivados.”

Aluno C - “gostei mto por ser uma aula diferente e n ser sempre a mesma coisa de atividade todo dia e isso ajuda mto os alunos a interagir mais com a própria matéria.”

Aluno D - “Minha sugestão é que tenha mais aulas desse tipo, interativas e divertidas para o ensino da matemática.”

Aluno E - “É preferível uma maior aplicação desse tipo de aula para uma melhor aprendizagem para os alunos.”

Aluno F - “eu gostei muito, bem interessante, porém um pouco complicado de mexer”

Na maioria das respostas, os alunos ressaltaram que o uso do software tornou o ensino do conteúdo mais fácil, prático, divertido, interativo, dinâmico e interessante, inclusive para aqueles com menos aptidão para matemática. Perceberam a aula significativamente diferente das tradicionais, como uma contribuição valiosa para o entendimento da matéria. Muitos expressaram o desejo de participar de mais aulas neste formato.

Vasconcelos e Leão (2012, p.38) ressaltam que

as aulas com uso de recursos audiovisuais possibilitam uma forma diferenciada de aprendizagem estimulando a quem assiste, por meio do dinamismo, da integração da imagem e do som, possibilitando a recriação de formas inusitadas, de vivências dentro ou fora da escola.

Dentre os desafios enfrentados, destacamos a falta de familiaridade com o computador, embora os alunos tenham uma ampla experiência no uso de plataformas de celulares, quando se deparam com programas mais específicos, surgem dificuldades básicas como utilizar atalho para copiar e colar (Ctrl+c e Ctrl+V) ou até mesmo a simples tarefa de ligar o computador. Tal fato reforça a importância de uma aproximação cada vez maior entre a escola e as tecnologias, no intuito de inserir o aluno no universo tecnológico promovendo a inclusão digital.

Quando o professor convida o aluno a um estudo virtual de informações, ele não apenas lança mão da nova mídia para potencializar a aprendizagem de um conteúdo curricular, mas acima de tudo contribui pedagogicamente para a inclusão deste educando na tecnologia digital (Seegger; Canes; Garcia, 2012, p.1888).

Observamos também que o fato do número de computadores ser menor que a quantidade de alunos, o que leva à necessidade de formar duplas e trios, contribui para conversas paralelas não relacionadas à aula e, conseqüentemente, dúvidas sobre o conteúdo abordado. Tal limitação se estende a outras escolas nas quais a metodologia pode ser aplicada, em virtude da escassez de recursos tecnológicos em grande parte das escolas públicas. Segundo os PCNs, “a menção ao uso de computadores, dentro de um amplo leque de materiais, pode parecer descabida perante as reais condições das escolas, pois muitas não têm sequer giz para trabalhar”. (Brasil, 1997, p.68).

Outro desafio na formação de duplas e trios foi que, embora todos

contribuíssem e oferecessem sugestões durante a construção, apenas um aluno por vez podia estar ativamente executando os comandos no computador, limitando a participação ativa dos demais membros, que por algumas vezes participavam passivamente.

Outra questão identificada foi a dificuldade enfrentada pelos alunos que faltaram à 1ª ou 2ª etapa de aplicação, mesmo quando proposto que se unissem a outras equipes, eles encontraram desafios significativos para compreender a estrutura necessária para avançar na atividade. Esse cenário, embora não incomum em aulas mais tradicionais, onde a ausência dos alunos geralmente resulta em dificuldades na assimilação do conteúdo subsequente, se manifestou de forma mais acentuada neste contexto.

Outro aspecto importante a ser destacado é a ausência de familiaridade de muitos docentes com os recursos tecnológicos que podem facilitar o processo de ensino e aprendizagem.

[...] a formação de professores de ciências que muitas vezes é limitada à teorias pedagógicas e restrita na vivência escolar, ou seja, impera o “jeito tradicional de lecionar”, com aulas expositivas e conteudistas. Esse distanciamento da formação docente com a realidade encontrada nas escolas ocasiona a desvinculação da teoria estudada na universidade e a prática de lecionar (Vieira; Silva, 2017, p.61).

Por esse motivo é importante a inclusão de novos recursos tecnológicos na formação dos docentes e o incentivo à formação continuada desses profissionais para que estejam alinhados com as novas propostas de ensino que surgem das constantes transformações do mundo contemporâneo.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos nosso estudo explorando a plataforma do Scratch, detalhando todos os recursos disponíveis, orientando o processo de login e explicando cada funcionalidade dos ícones presentes na plataforma. Nosso objetivo era introduzir a plataforma aos leitores/professores que não possuíam experiência anterior com o Scratch.

Em seguida, criamos o simulador de uma máquina na plataforma Scratch, detalhando as etapas do processo de criação, a fim de fornecer aos leitores/professores interessados um guia que possam utilizar para replicar a construção, juntamente com seus alunos. Caso o professor não tenha o interesse de reproduzir os simuladores, disponibilizamos os links e Qr code das construções para acessarem.

Programamos a máquina que construímos para simular o funcionamento de uma máquina caça-níquel, com o objetivo de introduzir conceitos de lógica de programação de forma gradual aos estudantes, em paralelo ao ensino de probabilidade.

Posteriormente, dedicamos o penúltimo capítulo para aplicar e exemplificar a teoria da probabilidade utilizando as máquinas que construímos e programamos. Em alguns momentos, a máquina foi usada para exemplificar os conceitos, enquanto em outros, serviu como uma ferramenta para simular as perguntas.

No último capítulo aplicamos a pesquisa em uma turma do 2º ano do novo ensino médio, em uma escola pública estadual localizada na periferia de Fortaleza. Constatamos, por meio de um formulário aplicado ao final das aplicações, que os alunos consideraram que o uso do simulador facilitou, tornou o ensino mais prático, divertido e interativo, mesmo para aqueles com menor afinidade com a matemática. Muitos expressaram o desejo de ter mais aulas neste formato.

Os desafios durante a aplicação do projeto envolveram a falta de familiaridade dos alunos com o uso de computadores, mesmo para comandos básicos, a limitação de equipamentos em relação ao número de alunos e conversas paralelas e desconexas com o conteúdo abordado. A ausência de alguns alunos nas etapas iniciais também dificultou a continuidade da compreensão necessária para avançar na atividade.

Portanto, acreditamos que alcançamos o objetivo deste trabalho ao fornecer

uma ferramenta para o ensino de probabilidade em um contexto que vai além dos métodos tradicionais, como jogos de cartas, dados, moedas e sorteio de bolas. A construção desse mecanismo incorpora programação e, dessa forma, aproxima os estudantes da linguagem de programação, além de permitir uma abordagem mais interativa para o ensino de probabilidade. Isso não apenas enriquece a experiência de aprendizado, mas também torna o estudo da probabilidade mais contextualizado, dinâmico e significativo.

Sugerimos para futuras pesquisas a criação de outros mecanismos que abordem a probabilidade, com o objetivo de diversificar o ensino dessa área e promover a lógica de programação ainda mais amplamente.

REFERÊNCIAS

ARA, A. B. **O ensino de estatística e a busca de equilíbrio entre os aspectos determinísticos e aleatórios da realidade.** Tese de D.Sc. Faculdade de Educação/USP, São Paulo, Brasil, 2006.

ARAÚJO, Nukácia Meyre Silva; RIBEIRO, Fernanda Rodrigues e SANTOS, Suellen Fernandes dos. **Jogos pedagógicos e responsabilidades: ludicidade, compreensão leitora e aprendizagem.** Bakhtiniana, São Paulo, v. 7, n.1, p. 4-23, jan./jun. 2012. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bak/a/XXNhbNVT6b8YY6T5w8TN6mJ/?format=pdf&lang=pt>> . Acesso em: 29 de abril de 2023.

BASTOS, V. C. Formação continuada de professores de inglês: contribuições da oficina pedagógica para a aprendizagem do software Scratch. **Revista Docência e Ciberultura**, v.4, n.3, p. 291, Set/Dez, 2020.

BEER, R. **Programação para menores.** Veja. São Paulo, ed. 2329, p. 86-89, 10 jul., 2013. Disponível em:< <http://www.ft.unicamp.br/liag/wp-content/uploads/2015/12/Scratch-veja-2013.pdf>>. Acesso em: 08 de Junho de 2023

BRASIL. **Decreto-Lei nº 9215, de 30 de abril de 1946.** Proíbe os jogos de azar no Brasil. Diário Oficial [da República Federativa do Brasil], Brasília.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais : introdução aos parâmetros curriculares nacionais.* Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC/SEF, 1997.126p.

CUNHA, M. M.; CUNHA, S. N.; DOMINGUES, A. S. O. L. **Contribuição dos textos, imagens, recursos audiovisuais, mapas conceituais e jogos eletrônicos no processo de explicação de conteúdos.** 2016.

DEBORTOLI, E. O. **Teoria da probabilidade: Uma modelagem aplicada ao jogo de Poker.** 2018. 114f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Florianópolis.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa.** São Paulo: Atlas 2008

GONSALVES, Elisa Pereira. **Iniciação à pesquisa científica.** 2.ed. Campinas, SP. Editora Alínea, 2001.

HAZZAN, S. **Fundamentos de Matemática Elementar, 5: Combinatória, Probabilidade.** 8. ed. São Paulo: Atual, 2013. 202 p.

Imprensa UFC. **Diferença entre imagens bitmaps e vetoriais.** Disponível em: <<https://imprensa.ufc.br/pt/duvidas-frequentes/diferenca-entre-imagens-bitmaps-e-vetoriais/>> . Acesso em: 29 de Julho de 2023.

LISBOA, Alveni; Ciriaco, Douglas. **O que é QR Code?** Canaltech. Disponível em: <<https://canaltech.com.br/produtos/o-que-e-qr-code/>> Acesso em: 09 setembro de 2023.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. 138 p.

Matriz do Pisa 2012, **Letramento matemático**. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf> Acesso em: 25 novembro de 2023.

MEC - Ministério da Educação. (2018). Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF. Disponível em: <<https://observatoriодоensinomedio.ufpr.br/wp-content/uploads/2017/04/BNCC-Documento-Final.pdf>> . Acesso em: 10 fevereiro/2024

MIT MEDIA LAB. Lifelong Kindergarten Group. Disponível em: <<https://www.media.mit.edu/>> Acesso em: 02 de junho de 2023.

MLODINOW, Leonard. **O andar do bêbado: Como o acaso determina nossas vidas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2009. 270 p.

MORGADO, A. C.; CARVALHO, P. C. P. **Análise Combinatória e Probabilidade**. 1 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013. 204 p.

OLIVEIRA, M. R.; PINHEIRO, M. R. da R. **Coleção Elementos da Matemática, 3: seqüências, análise combinatória, matriz**. 3. ed. Fortaleza: Editora VestSeller, 2010. 353 p.

Portal da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Disponível em: <<https://portaldaobmep.impa.br/index.php/site/index?a=1>> Acesso em: 22 de julho de 2023.

PORTELA, Gleice. (2020, março 15). **Computação e Programação na Grade Curricular**. Diário de Pernambuco. Disponível em: <<https://www.diariodepernambuco.com.br/noticia/opinioao/2020/03/computacao-e-programacao-na-grade-curricular.html>> Acesso em: 12 de dezembro de 2023.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. D. **Metodologia do Trabalho Científico**. 2ª. ed. Rio Grande do Sul: Feevale, 2013.

RIBEIRO, L. et al. **Diretrizes da Sociedade Brasileira de Computação para o Ensino de Computação na Educação Básica**. Sociedade Brasileira da Computação, Relatório Técnico nº 001, 2019.

Sociedade Brasileira de Computação. **Diretrizes para o ensino de computação na educação básica**. Disponível em: <https://www.sbc.org.br/educacao/diretrizes-para-ensino-de-computacao-na-educacao-basica>. Acesso em: 12 de dezembro de 2023.

SEEGGER, V.; CANES, S. E.; GARCIA, C. A. X. **Estratégias Tecnológicas Na Prática Pedagógica**. Revista Monografias Ambientais, 8(8), 1887 – 1899, 2012.

Sociedade Brasileira de Computação (SBC). (s.d.). **Diretrizes de ensino de computação na educação básica**. Disponível em: <<https://www.sbc.org.br/documentos-da-sbc?task=download.send&id=1220&catid=203&m=0>> Acesso em: 12 de dezembro de 2023.

SOUSA, Michel Figueiredo de; COSTA, Christine Sertã. **SCRATCH: Guia Prático para aplicação na Educação Básica**. 1. ed. Rio de Janeiro: Imperial, 2018.

SCRATCH. [S.d.]. Disponível em: <https://Scratch.mit.edu/>. Acesso em: 11 de novembro de 2023

TUDORONDONIA: **A evolução dos caça-níqueis**, 2020. Jornal Eletrônico independente. Disponível em: <<https://www.tudorondonia.com/noticias/a-evolucao-dos-caca-niqueis,56514.shtml>> Acesso em: 06 de junho de 2023.

VASCONCELOS, F. C. G. C.; LEÃO, M. B. C. **Utilização de Recursos Audiovisuais em uma Estratégia Flexquest sobre Radioatividade. Investigações em Ensino de Ciências**, 17(1), 37-58, 2012.

VIEIRA, C. A; SILVA, A. F. da. **A História E A Química Das Especiarias: Experiência De Aula Interdisciplinar Para Estudantes Do Ensino Médio**. Revista Brasileira de Educação e Cultura, n. 16, 57-70, 2017.

WEBBER, C. G. et al. Reflexões sobre o software Scratch no ensino de ciências e matemática. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, v.14, n. 2, 2016.

APÊNDICE A - PESQUISA DE CAMPO - QUESTIONÁRIO

DADOS PESSOAIS =====

Sexo:

☐ Masculino

☐ Feminino

Idade:

☐ Menos de 16 anos

☐ Entre 16 e 17 anos

☐ 18 anos

SOBRE A PLATAFORMA SCRATCH, RESPONDA:

01. Pra você qual o nível de dificuldade durante a utilização do Scratch?

☐ Difícil

☐ Mediano

☐ Fácil

02. Teve dificuldades para aprender a utilizar o Programa?

☐ Sim

☐ Não

☐ Em partes

03. Gostaria de explorar mais o Scratch?

☐ Sim

☐ Não

☐ Não sei

04. Eu me sinto mais motivado para aprender matemática ao usar o Scratch?

☐ Sim

☐ Não

☐ Parcialmente

SOBRE A CONSTRUÇÃO DO SIMULADOR

05. A utilização do simulador da Máquina caça-níquel construída no Scratch tornou o tema abordado em sala de aula mais interessante?

☐ Sim

☐ Não

☐ Em partes

06. A Máquina caça-níquel construída no Scratch contribuiu para tornar o conteúdo abordado em sala de aula mais dinâmico e interativo?

☐ Sim

☐ Não

☐ Em partes

07. O simulador da Máquina caça-níquel construído no Scratch facilitou a compreensão do assunto abordado na sala de aula?

☐ Sim

☐ Não

☐ Em partes

08. Quando em comparação com a aula teórica, o simulador construído na plataforma Scratch, me auxilia mais na assimilação do assunto abordado na aula?

☐ Sim

☐ Não

☐ Em partes

09. Através do simulador criado na plataforma Scratch, você percebeu que o assunto abordado possui aplicação prática?

☐ Sim

☐ Não

☐ Em partes

10. Softwares/Plataformas como o Scratch deveriam ser mais utilizados nas disciplinas do Ensino Médio?

☐ Sim

☐ Não

☐ Em partes

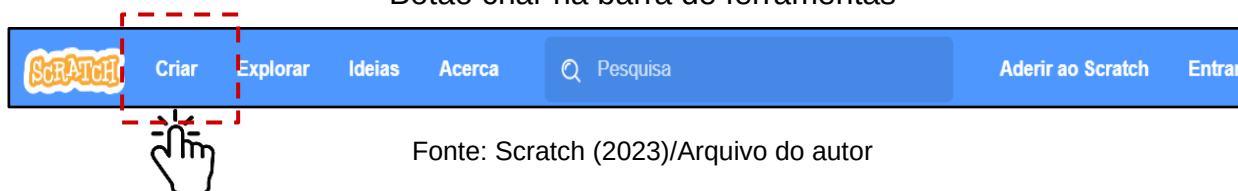
11. Espaço reservado para sugestões e/ou reclamações sobre a utilização do Scratch na disciplina de Matemática

APÊNDICE B – INTERFACE DO PROGRAMA

Este apêndice será destinado para conhecermos a interface do programa, nomenclaturas das regiões e, principalmente, os recursos disponíveis na plataforma.

Após criar o Login, o usuário pode entrar para programar apertando o botão criar.

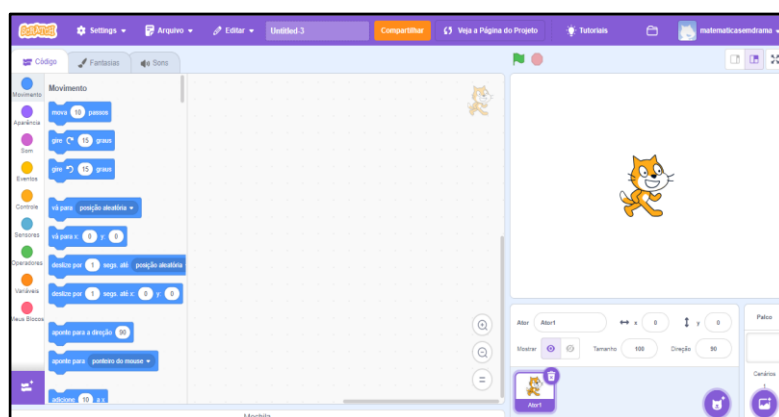
Botão criar na barra de ferramentas



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Em seguida você é direcionado a tela a seguir.

Página de programação



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

A barra superior, que destacamos abaixo, contém o menu. A funcionalidade das opções dessa barra estão descritas a seguir

Barra superior da página de programação



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Nome Scratch: volta para a tela de novidades, notícias e projetos em destaques.

Settings: altera a linguagem e o contraste de cor dos blocos de programação.

Arquivo: para criar, abrir, salvar e baixar as construções (Projetos).

Editar: para acelerar a execução dos scripts, comandos e desfazer ações.

Título do projeto: nome utilizado para identificar o projeto. Inicialmente os projetos no Scratch são padronizados com o nome Untitled²².

Compartilhar: para compartilhar os projetos.

Veja a página do projeto: acessa a página pública dos projetos compartilhados pelos usuários no site do Scratch.

Tutoriais: ajuda os usuários a entenderem os recursos do Scratch, por meio de materiais educacionais, guias e vídeos instrutivos.



ícone Pasta: Para acessar os projetos salvos



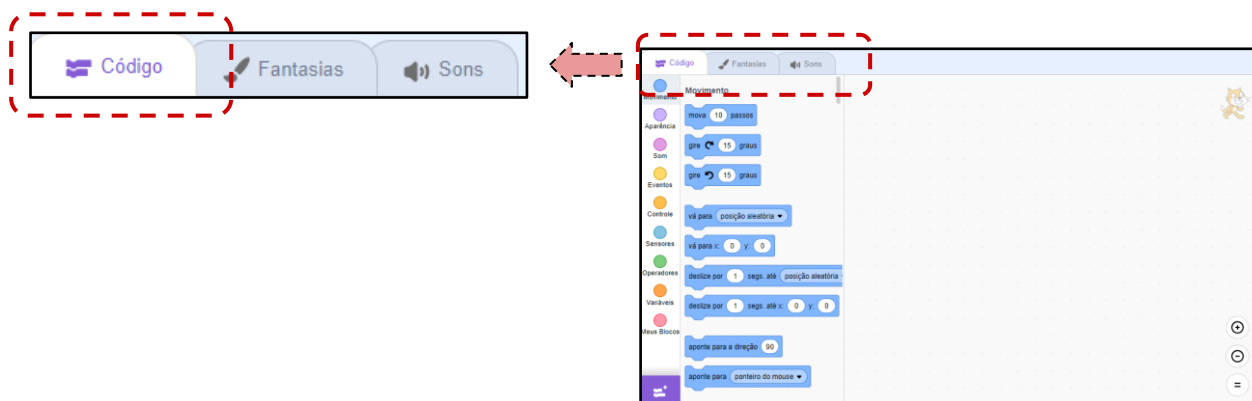
Conta: Para acessar o perfil do usuário, criações, configurações de conta e possibilita sair do login.

ABAS CÓDIGO, FANTASIAS E SONS

Abaixo da barra inicial contendo o menu, temos três abas: código, fantasias e sons. Através dessas abas, podemos acessar diferentes recursos. A seguir, identificamos a localização e funcionalidades de cada um.

ABA CÓDIGO

Localização da abas código



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

A aba código é uma das principais abas do Scratch. Nesta aba é onde

²² em inglês significa "Sem título".

encontramos os blocos de programação divididos em categorias distintas, cada uma com uma cor específica para facilitar sua identificação. Essas categorias são:

Movimento (cor azul): Contém blocos relacionados ao movimento dos objetos. Neste bloco é possível, mover objetos, girar 90 graus, direcionar, deslizar, apontar, entre outras funções. Utilizamos estes blocos principalmente para posicionar as variáveis (figuras) apresentadas dentro dos carretéis das máquinas caça-níqueis.

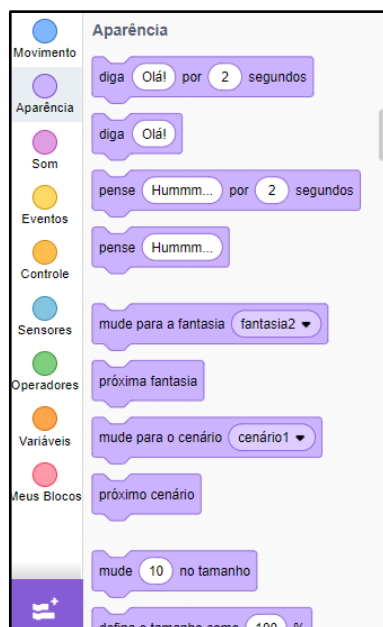
Bloco movimento



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Aparência (cor roxa): Contém blocos relacionados à aparência dos personagens. Neste bloco é possível alterar o tamanho, mudar a cor, passar o cenário, mostrar/esconder objetos, entre outras funções. Na construção da máquina caça-níquel foi utilizado principalmente para movimentar os carretéis, as sirenes, a alavanca, o botão apresentar solução.

Bloco aparência



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Sons (lilás): Contém blocos relacionados aos sons, como reproduzir e editar um som, alterar o volume, entre outros recursos. Utilizamos para emitir o som do início da rodada quando a alavanca e as roletas dos carretéis forem acionados.

Bloco Som



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Eventos (cor amarela): Contém blocos relacionados a execução da programação, quando pressionamos alguma tecla, quando mudamos de cenário, clicamos em objetos específicos, entre outros. Utilizamos para conectar e sincronizar os

componentes da máquina, por exemplo a alavanca com os carretéis e o som.

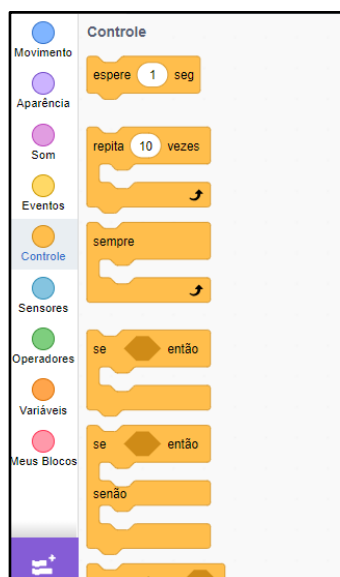
Bloco eventos



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Controle (cor laranja): Contém blocos para executar ações até que condições específicas sejam satisfeitas, como repetir, se-então, senão, esperar, entre outros. Foi utilizado, principalmente, para obtermos os resultados na tela dos carretéis da máquina caça-níquel e para acionar as sirenes.

Bloco controle

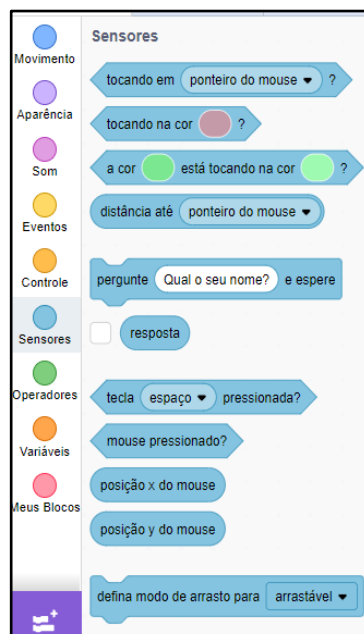


Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Sensores (cor azul claro): Inclui blocos relacionados a sensores, como posição do mouse, tempo decorrido, valor do sensor, botão pressionado, tocando em cor, entre

outros. Este bloco não foi utilizado na criação das máquinas caça-níqueis.

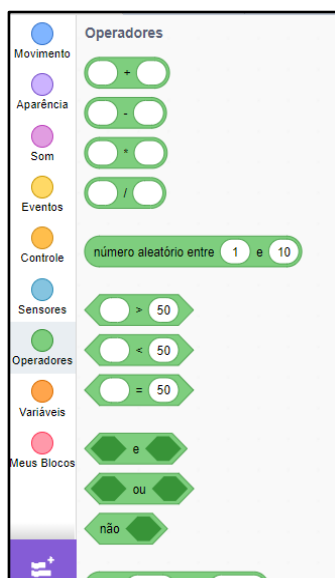
Bloco sensores



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Operadores (cor verde): Contém blocos relacionados a operações matemáticas e lógicas, como soma, subtração, conectivos “e”, “ou” e “não”, entre outros. Este bloco foi utilizado para produzir a aleatoriedade das imagens apresentadas nos carretéis e para registrar no placar o resultado obtido em cada rodada.

Bloco operadores



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Variáveis (cor laranja escuro): Contém blocos relacionados ao uso de variáveis, como definir uma variável, adicionar um item a uma lista, entre outros. Utilizamos esse bloco na criação do placar de pontuação que armazena os resultados obtidos sempre que a máquina foi acionada.

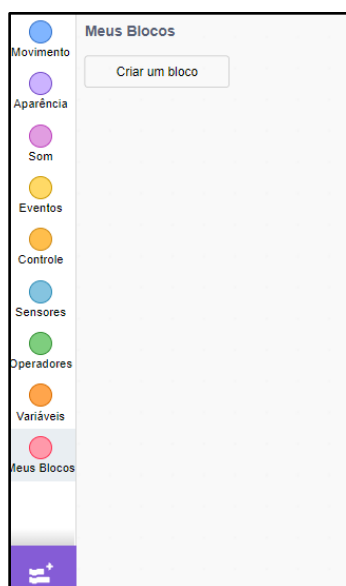
Bloco variáveis



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Meus blocos (cor rosa): Possibilita ao usuário criar blocos com funções não diferentes das descritas anteriormente. Este bloco foi utilizado na criação do placar.

Meus blocos

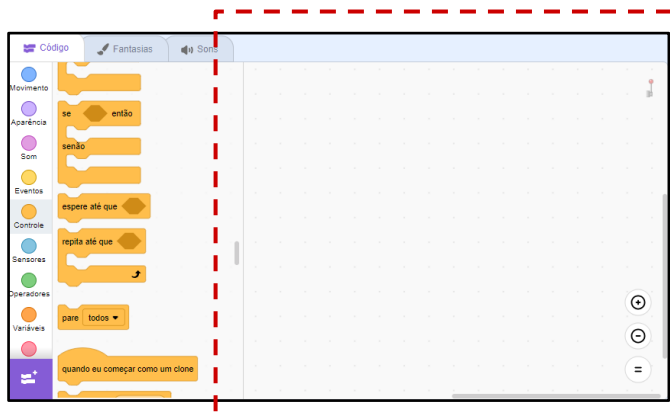


Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Na parte inferior, no final da aba código, há a opção expansão . Neste ícone é possível adicionar o bloco caneta, aplicativos de tradução de textos, e programas que permitem controlar robôs da Lego MINDSTORMS EV3²³ utilizando blocos de programação.

No centro da tela inicial do Scratch, temos a área de programação. É nessa região onde você organiza e manipula os blocos supracitados. Você clica, segura e arrasta o bloco desejado até essa região, encaixando-os de forma a definir a ordem em que as ações serão executadas. Os blocos se encaixam como um quebra cabeça, facilitando a montagem dos comandos e permitindo que você construa programas.

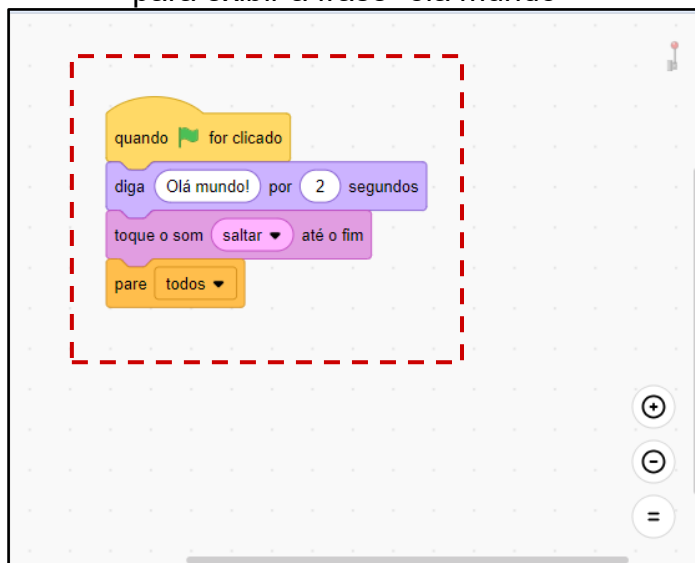
Área da programação destacada em vermelho



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

²³ “é um kit de invenção com motores e sensores que você pode usar para fazer criações robóticas interativas. Ao conectar este kit ao Scratch expande possibilidades de criação: você pode criar um fantoche robótico e contar histórias, fazer seus próprios instrumentos musicais e controles de jogos, ou qualquer outra coisa que possa imaginar.” Disponível em: <https://scratch.mit.edu/ev3>. Acessado: 27 de novembro de 2023.

Exemplos de blocos encaixados na área de programação para exibir a frase “olá mundo”²⁴



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

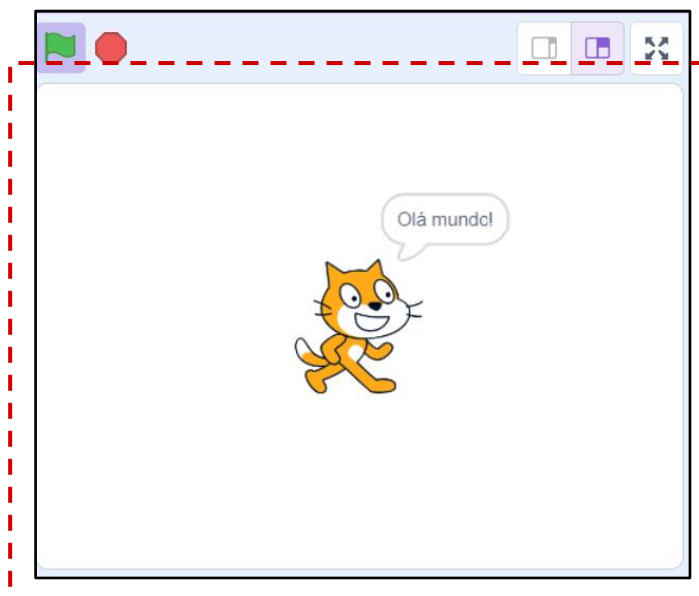
A execução das ações dos blocos de programação pode ser visualizada na área de visualização que descreveremos a seguir.

ÁREA DE VISUALIZAÇÃO

À direita da página inicial, temos a **área de visualização**. Essa área permanece constante mesmo quando o usuário alterna entre as abas código, fantasia e som. Nela é possível visualizar a execução dos comandos de programação. No exemplo anterior da aba código, após executar os blocos de programação, a frase “Olá mundo” aparece nessa área, conforme ilustrado abaixo.

²⁴ É comum acreditar que um dos primeiros passos para trazer “sorte” com uma nova linguagem de programação é escrever um programa básico que exiba a frase “Olá, mundo!”. Esse é um gesto simbólico para dar início à programação e é considerado uma prática tradicional para começar a aprender uma nova linguagem de programação.

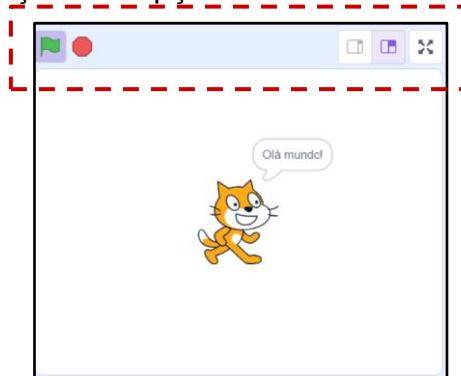
Área de visualização



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Acima da área de visualização, há botões que destacamos abaixo suas funcionalidades

Localização das opções da área de visualização



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor



Botão ir: aciona a execução do projeto, fazendo com que a programação seja apresentada na área de visualização.



Botão pare: interrompe a execução do projeto.



Mude para um palco pequeno: Deixa o palco menor, priorizando a área da programação.



Mude para um palco grande: Deixa área de programação maior,

priorizando o palco.

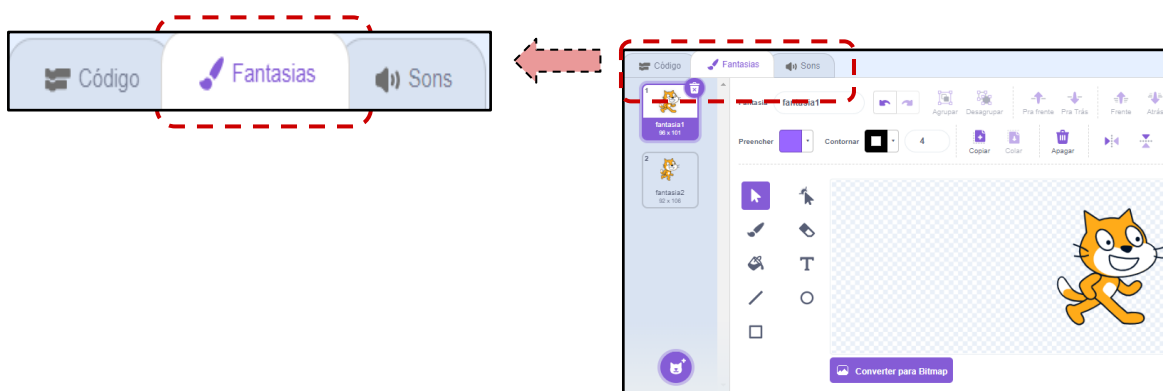


Controle de tela cheia: Amplia o tamanho do palco ocupando toda a tela.

ABA FANTASIA

A aba fantasia é onde podemos criar atores e cenários de forma livre, utilizando ferramentas disponíveis no Scratch.

Localização da aba fantasia

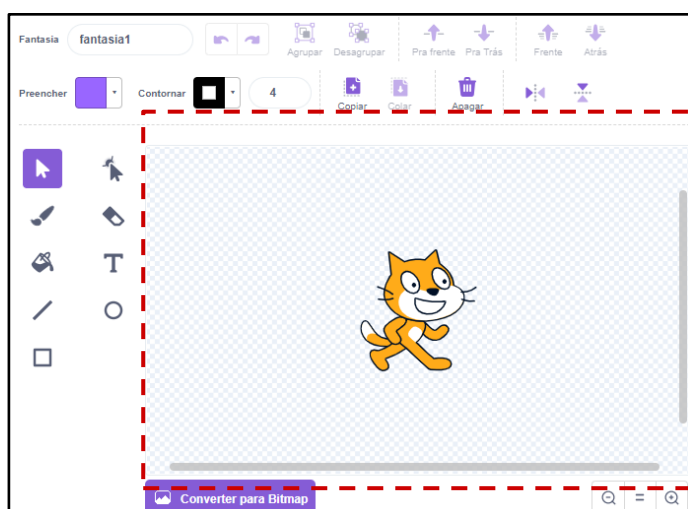


Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Na construção da máquina caça-níquel utilizamos de forma recorrente essa aba para construir o Layout da máquina, composto pela estrutura, alavanca, carretéis, sirenes e um botão.

Selecionado a aba fantasia, na parte central da tela há uma área destinada às construções.

Localização da área da construção



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Acima dessa área de construção o Scratch disponibiliza ícones que descrevemos suas funções abaixo.



Fantasia: espaço destinado para nomear os atores e cenários.



Desfazer e refazer: Desfaz e refaz a última ação realizada, respectivamente. Também é possível desfazer a última ação realizada por meio do atalho "ctrl+z".



Agrupar: Agrupa atores e objetos em uma única estrutura, possibilitando movimentar e redimensionar todos simultaneamente.



Desagrupar: Desagrupa atores e objetos agrupados.



Para frente: movimenta objetos selecionados para frente de outros objetos, sobrepondo um sobre o outro.



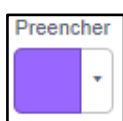
Para trás: movimenta objetos selecionados para trás de outros objetos, sobrepondo um sobre o outro.



Frente: o objeto selecionado é movido para a camada superior, ficando visível acima de todos os demais elementos.



Atrás: o objeto selecionado é movido para a camada inferior, ficando atrás de todos os demais elementos.



Preencher: Preenche com cor previamente selecionada a região interna do objeto selecionado.



Contornar: Aumenta ou diminui a espessura do segmento ou curva que contorna o objeto.



Copiar: Cria uma cópia do objeto selecionado



Colar: Insere o objeto mais recente copiado.



Apagar: Deleta todo ou partes de objetos selecionados.



Espelhar Horizontalmente: rotaciona o objeto para posição horizontalmente



Espelhar verticalmente: rotaciona o objeto para a posição verticalmente.

A esquerda dessa área de construção temos mais alguns ícones que também estão descritos abaixo. Além disso, sempre que pertinente especificamos como esses ícones foram utilizados na construção da máquina caça-níquel.



Selecionar: Permite que você selecione partes específicas de um desenho para mover, copiar ou excluir.



Pincel: Permite colorir regiões à mão livre. Na construção da máquina caça-níquel esse comando foi utilizado, de forma sensível, para pintar regiões que não podem ser selecionadas diretamente.



Preencher: Permite preencher regiões fechadas com cor natural ou gradiente.



Linha: Permite desenhar retas. Será utilizado para criar regiões da máquina não retangulares.



Retângulo: Permite criar retângulos com diferentes tamanhos. Esse recurso foi utilizado principalmente para construir a tela, os carretéis e uma parte da estrutura da base da máquina caça-níquel que recebeu todos os outros componentes.



Remodelar: Usado para fazer modificações em uma construção ou desenho existente, como remodelar ou distorcer. Esse recurso foi utilizado para proporcionar um efeito tridimensional aos carretéis das máquinas caça-níqueis.



Apagador: Remove todo o objeto ou partes de objetos selecionados.



Texto: Permite adicionar textos ao projeto. Esse recurso foi utilizado para identificar as variáveis no placar que registra os resultados em cada rodada que o simulador for acionado.



Círculo: Permite criar círculos com diferentes tamanhos de raios. Esse recurso foi utilizado principalmente para construir a “manopla” da alavanca (região esférica onde se segura para puxar a alavanca)

Por fim, ainda encontramos abaixo da área de construção mais duas opções:



Converter: Converte imagem vetorial para Bitmap²⁵ e vice-versa;

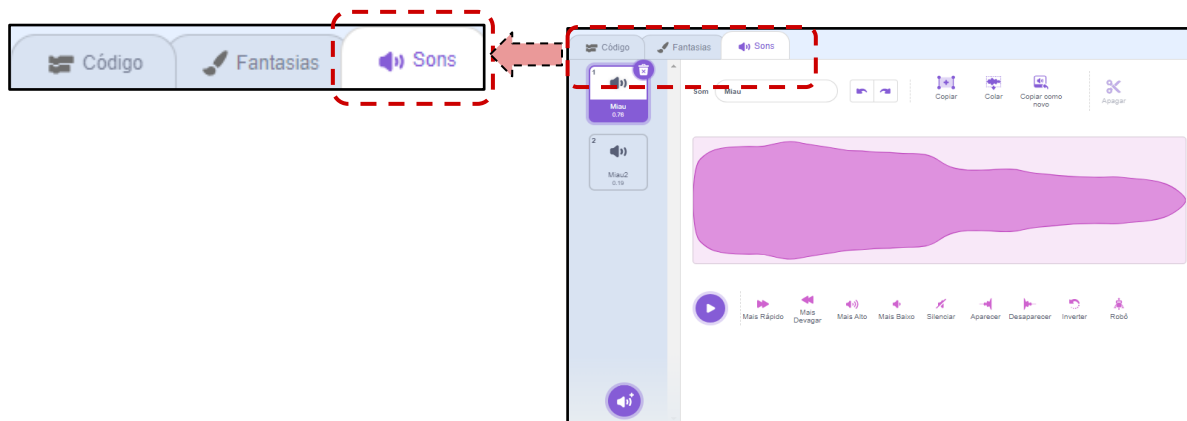


Zoom: Ao selecionar a lupa contendo os símbolos de 'menos', 'igual' e 'mais' e clicar em uma área da tela, você pode reduzir, restaurar ao padrão inicial ou aumentar o zoom nessa área, permitindo ver detalhes mais de perto.

2.3.4 ABA SOM

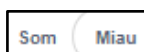
Com a aba "Som" selecionada, é possível inserir e editar sons no projeto

Localização da abas sons



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

O Scratch oferece ferramentas que facilitam essa tarefa, como descrito abaixo



Som: Espaço é destinado para nomear os sons inseridos, tornando sua identificação mais fácil no projeto.



Desfazer e refazer: Desfaz e refaz a última ação realizada, respectivamente. Também é possível desfazer a última ação realizada

²⁵ “Imagem vetorial são imagens formadas por cálculos matemáticos exatos executados pelo computador. Bitmap são imagens formadas por pixels. Um pixel é um ponto pequeno com cor e brilho variado no monitor. Bitmaps são indicados para representação de imagens com alto nível de detalhes.”Disponível em: <https://imprensa.ufc.br/pt/duvidas-frequentes/diferenca-entre-imagens-bitmaps-e-vetoriais/>. Acessado: 29 de Julho de 2023

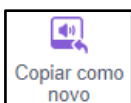
por meio do atalho “ctrl+z”.



Copiar: Cria uma cópia do som no intervalo selecionado.



Colar: Insere o som do último intervalo copiado.



Copiar como novo: Cria um novo som utilizando uma cópia do último intervalo de som que foi copiado



Apagar: Exclui intervalos de sons que não são mais necessários no projeto.



Jogar: Reproduz o som ou o intervalo do som selecionado



Mais rápido: Acelera a velocidade de reprodução do som, tornando sua reprodução mais rápida em relação à configuração original.



Mais devagar: Diminui a velocidade de reprodução do som, tornando sua reprodução mais lenta em relação à configuração original.



Mais alto: Aumenta o volume do som selecionado.



Mais baixo: Diminui o volume do som selecionado.



Silenciar: Silencia o áudio do som ou música selecionada.



Inverter: Reproduz o som de trás para frente, iniciando pelo final e terminando no início..



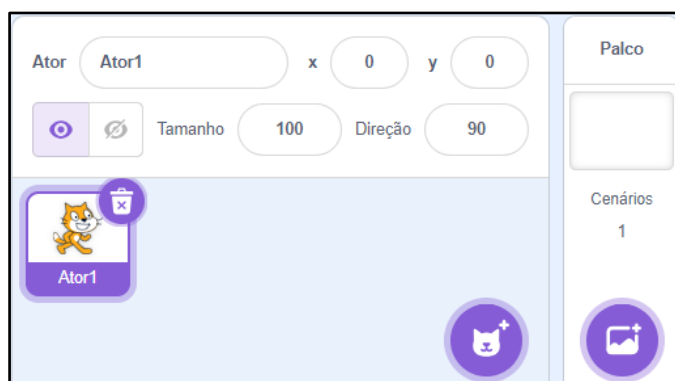
Robô: Aplica um efeito que torna o som mais robótico ou sintetizado.

Na parte inferior, fora das abas código, fantasia e som há mais uma opção: **mochila**. Nessa opção, o usuário tem uma área onde pode salvar blocos de programação e até estruturas inteiras de blocos para utilizar em outros projetos. É uma forma de compartilhar facilmente recursos entre projetos distintos.

ÁREA ATOR E CENÁRIO

A direita da parte inferior da página inicial, temos a área dedicada aos atores e cenários.

Área ator e cenário



Fonte: Scratch (2023)/Arquivo do autor

Nessa área é possível alterar o nome do ator, mudar a posição na tela de visualização utilizando para isso coordenadas cartesianas, alterar o tamanho, a direção e até mesmo excluir o ator. Além disso, há mais dois botões que merecem destaque, os botões “selecione um ator” e “selecionar um cenário”, destacamos a seguir



Selecione um ator: posicionando o mouse sobre este ícone, surge uma coluna com várias opções. O usuário pode escolher:



Enviar ator: insere um ator salvo no seu computador



Surpresa: inserir um ator surpresa do banco de atores disponíveis no Scratch.



Pintar: criar um ator a “mão livre” utilizando ferramentas disponibilizadas no Scratch



Selecionar um ator: Seleciona um ator do banco de atores disponíveis no Scratch .



Selecione um cenário: posicionando o mouse sobre esse ícone, surge uma outra coluna com os mesmo itens do comando anterior e com opções muito semelhantes. O usuário pode escolher entre:



Carregar cenário: carregar um cenário (plano de fundo).



Surpresa: inserir um cenário surpresa disponível no banco do Scratch.



Pintar: cria um cenário de forma livre utilizando ferramentas disponibilizadas do Scratch.



Selecionar um cenário: do banco de cenários disponíveis.

Apesar da vasta quantidade de itens e opções no Scratch, é evidente que os ícones são intuitivos, possibilitando a dedução de muitas funções apenas pela observação do desenho. A repetição de ícones com funções semelhantes e a utilização de imagens também utilizadas em outras plataformas contribui para a facilidade de uso, tornando a plataforma acessível mesmo para alunos sem experiência prévia, mas familiarizada com outras plataformas digitais.