



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
BACHARELADO INTERDISCIPLINAR EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Jamile Paulo de Almeida

História e Evolução da Geometria Analítica: Um Estudo sobre a Contribuição de Descartes
e sua Relevância Atual.

CARAÚBAS

2025

Jamile Paulo de Almeida

História e Evolução da Geometria Analítica: Um Estudo sobre a Contribuição de Descartes e sua Relevância Atual.

Trabalho de conclusão de curso apresentado a Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Bacharel no curso Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia.

Orientadora Profa. Dra.: Kelyane Barboza de Abreu.

CARAÚBAS

2025

©Todos os direitos estão reservados à Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996, e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tornar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata, exceto as pesquisas que estejam vinculadas ao processo de patenteamento. Esta investigação será base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) seja devidamente citado e mencionado os seus créditos bibliográficos.

A447h Almeida, Jamile Paulo de.
História e Evolução da Geometria Analítica: Um
Estudo sobre a Contribuição de Descartes e sua
Relevância Atual. / Jamile Paulo de Almeida. -
2025.

38 f. : il.

Orientadora: Kelyane Barboza de
Abreu. Monografia (graduação) - Universidade
Federal
Rural do Semi-árido, Curso de ,
2025.

1. Matematica. 2. Geometria Analítica. 3.
Descartes. 4. Engenharia. 5. Física. I. Abreu,
Kelyane Barboza de, orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade
com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a).

Biblioteca Campus Caraúbas
Bibliotecária: Sarah Freire Bezerra
CRB: 15/1052

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

Jamile Paulo de Almeida

História e Evolução da Geometria Analítica: Um Estudo sobre a Contribuição de
Descartes e sua Relevância Atual.

Trabalho de conclusão de curso apresentado a
Universidade Federal Rural do Semi-Árido
como requisito para obtenção do título de
Bacharel no curso Interdisciplinar em Ciência e
Tecnologia.

Orientadora Profa. Dra.: Kelyane Barboza de
Abreu.

Defendida em: 20/ 03 / 2025.

BANCA EXAMINADORA

Orientadora Profa. Dra. Kelyane Barboza de Abreu.
Presidente

Prof. Dr. Antonival Lopes do Nascimento Filho (UFERSA)
Membro Examinador

Prof. Dr. Fernando Neres de Oliveira (UFERSA)
Membro Examinador

"Nada é permanente, exceto a mudança."
(Heráclito de Éfeso)

RESUMO

Neste trabalho foi discutido o surgimento da matemática e evolução da Geometria Analítica, onde surgiu a necessidade de resolver problemas práticos, como contagem e medição, evoluindo à medida que as sociedades se tornavam mais complexas. Foi apresentado também, a forma que as civilizações antigas, como os egípcios e os babilônios, desenvolveram sistemas numéricos para cálculos diários, preparando o caminho para avanços matemáticos mais abstratos como a Geometria Analítica, que foi desenvolvida por René Descartes, onde revolucionou a matemática ao integrar álgebra e geometria. Seu pensamento racionalista e sua obra principal *Lá Géométrie* estabeleceram um novo sistema matemático baseado em coordenadas, permitindo representar formas geométricas por equações. Esse avanço consolidou a Geometria Analítica como um campo essencial para o desenvolvimento posterior da ciência e tecnologia. Também foi discutido a importância da aplicabilidade da Geometria Analítica nos cursos de engenharia, principalmente em práticas utilizadas por software, ou outras áreas como a Física, visto que facilita melhor a visualização e resolução de problemas.

Palavras-chave: Geometria Analítica, Descartes, Engenharia, Física.

ABSTRACT

This work discussed the emergence of mathematics and the evolution of Analytic Geometry, where the need to solve practical problems, such as counting and measurement, arose, evolving as societies became more complex. It also presented how ancient civilizations, such as the Egyptians and Babylonians, developed numerical systems for daily calculations, paving the way for more abstract mathematical advancements like Analytic Geometry. Developed by René Descartes, who revolutionized mathematics by integrating algebra and geometry. His rationalist thinking and his main work *La Géométrie* established a new mathematical system based on coordinates, allowing geometric shapes to be represented by equations. This advancement consolidated Analytic Geometry as an essential field for the subsequent development of science and technology. It was also discussed the importance of the applicability of Analytic Geometry in engineering courses, especially in practices used by software, or other areas such as Physics, as it facilitates better visualization and problem-solving.

Keywords: Analytic Geometry, Descartes, Engineering, Physics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Descartes.....	12
Figura 2 – Curva $y = x^3 - 3x$	15
Figura 3 – Coordenadas cartesianas.....	27
Figura 4 - Curva da circunferência $x^2 + y^2 = 4$	28
Figura 5 - Curva da elipse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$	28
Figura 6 - Curva da parábola $y^2 = 2x$	29
Figura 7 - Curva da hipérbole $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$	30
Figura 8 - Lançamento de projétil.....	31
Figura 9 – Plano cartesiano tridimensional.....	33

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
2. UM CAMINHO HISTÓRICO SOBRE A GEOMETRIA ANALÍTICA DE DESCARTES.....	11
2.1 Introdução à História da Matemática e à sua Continuidade.....	11
2.2 O Contexto Histórico e Cultural da Matemática no Período de Descartes.....	12
2.3 A História da Geometria Analítica	14
3. A DISCIPLINA DE GEOMETRIA ANALÍTICA.....	18
3.1 O ensino atual da disciplina de Geometria Analítica	18
3.2 Aplicabilidade da Geometria Analítica	21
4. APLICAÇÕES PRÁTICAS DA GEOMETRIA ANALÍTICA	26
4.1 O plano cartesiano e a representação algébrica de curvas planas.....	26
4.2 A geometria analítica aplicada à Física	30
4.3 A geometria analítica aplica às Engenharias	32
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	34
6. REFERÊNCIAS	35

1. INTRODUÇÃO

Compreender como se deu o processo de construção histórica da Matemática e de suas diferentes áreas é uma ferramenta poderosa para facilitar o entendimento dos conceitos e de suas aplicações. A Geometria Analítica, em especial, tem se mostrado fundamental no ensino matemático, principalmente nos cursos de engenharia. No entanto, um desafio constante no aprendizado dessa disciplina é a dificuldade que os alunos encontram em assimilar e utilizar seus conceitos de forma eficiente. Isso ocorre, em grande parte, porque a Geometria Analítica é frequentemente tratada de maneira fragmentada e desvinculada de seu significado e de suas aplicações práticas.

Diante desse cenário, é relevante investigar como a Geometria Analítica pode ser ressignificada no ensino dos cursos de engenharia, resgatando sua evolução histórica e destacando sua aplicabilidade no contexto contemporâneo. A partir dessa ressignificação, espera-se proporcionar uma compreensão mais profunda e contextualizada da disciplina, oferecendo assim uma visão mais integrada e prática dos seus conceitos. Isso, por sua vez, pode facilitar a aplicação dos conceitos em problemas práticos encontrados nas áreas de atuação profissional.

O estudo da Geometria Analítica, sob uma perspectiva histórica, não apenas proporciona um entendimento mais claro dos conceitos matemáticos, como também favorece o desenvolvimento de uma visão crítica e abrangente sobre como esses princípios vêm sendo utilizados ao longo do tempo. Dessa forma, esta pesquisa se justifica pela necessidade de aprimorar a compreensão e a aplicabilidade da Geometria Analítica, relacionando-a à sua trajetória histórica e analisando sua importância para os cursos de Engenharia. Ao integrar os fundamentos matemáticos com situações reais da área, busca-se promover uma educação mais contextualizada para os estudantes, preparando-os de maneira mais eficiente para os desafios de sua futura carreira.

Neste sentido, pretendemos apresentar um percurso histórico sobre o surgimento da Geometria Analítica segundo as contribuições de René Descartes, discutindo sobre como esta disciplina tão importante é aplicada atualmente em alguns cursos de ensino superior. Por fim, apresentaremos alguns exemplos de como acontece essa aplicabilidade na prática.

2. UM CAMINHO HISTÓRICO SOBRE A GEOMETRIA ANALÍTICA DE DESCARTES

2.1 Introdução à História da Matemática e à sua Continuidade

A matemática é uma das mais antigas expressões do conhecimento humano e desenvolveu-se a partir da necessidade de resolver problemas práticos, como contagem, medição e organização espacial. Desde os tempos primitivos, o homem buscou maneiras de compreender e representar quantidades, originando assim o conceito de número e o processo de contagem. As primeiras sociedades humanas eram compostas por caçadores e coletores, que, apesar de ainda não possuírem uma noção específica de número, já conseguiam tirar conclusões essenciais para a sua sobrevivência. Atualmente, essas conclusões são denominadas quantitativas e desempenham um papel fundamental na vida cotidiana. Como cita Gerdes (1989),

“[...] Assim, por exemplo, foram aprendendo a estimar quantidades de comida: para hoje já capturamos suficientes animais ou não; para hoje já colhemos frutos suficientes ou não. Este processo de aprender a estimar foi possível na base de, por um lado, a constituição biológica do homem e, por outro, a experiência acumulada ao comparar os resultados do trabalho dum dia com os dos dias anteriores. (Gerdes, 1989, p.3)”

Esse processo de contar e comparar quantidades foi essencial para a organização da vida cotidiana. Embora o homem primitivo não possuísse uma compreensão abstrata de números como conhecemos hoje, já se utilizava a contagem para estimar alimentos, recursos e outros itens essenciais para sua sobrevivência. Essa capacidade de abstrair número a partir da realidade prática foi um dos primeiros passos no desenvolvimento da matemática. Segundo Eves (2004),

“[...] Como usualmente se considera como a matemática mais antiga aquela resultante dos primeiros esforços do homem para sistematizar os conceitos de grandeza, forma e número, é por aí que começaremos focalizando de início o surgimento no homem primitivo do conceito de número e do processo de contar. (Eves, 2004, p.25)”

À medida que as sociedades se tornaram mais desenvolvidas, a necessidade de cálculos mais precisos levou ao desenvolvimento de sistemas numéricos organizados. Devido ao

O século XVII foi marcado por grandes transformações no pensamento científico e filosófico, impulsionadas pelo movimento renascentista e pelo desenvolvimento da Revolução Científica. Essas mudanças foram fundamentais para a consolidação de novas abordagens matemáticas, especialmente na relação entre álgebra e geometria, que até então eram tratadas como áreas independentes.

A álgebra, sistematizada por matemáticos árabes e posteriormente aperfeiçoada na Europa no final da Idade Média, passou a incluir a resolução de equações cúbicas e quárticas. Além disso, o desenvolvimento do simbolismo algébrico ganhou força com François Viète no século XVI, tornando os cálculos mais abstratos e eficientes. Segundo Boyer (2022),

“[...] A álgebra árabe fora perfeitamente dominada e tinha sido aperfeiçoada, tanto pela resolução das cúbicas e quárticas quanto por um uso parcial de simbolismo; e a trigonometria se tornara uma disciplina independente. Uma figura central na transição para o século dezessete foi o francês Francois Viète. (Boyer, 2002, p.211)”

Por outro lado, a geometria, desde os tempos de Euclides (séc. III a.C.), era puramente visual e baseada em construções com régua e compasso. Os gregos tratavam a geometria de forma intuitiva e visual, sem recorrer a métodos algébricos para resolver problemas envolvendo comprimentos, áreas e volumes. Como destaca Boyer (2002, p. 48), “a geometria para os gregos não era uma disciplina matemática no nosso sentido, mas uma espécie de álgebra ou aritmética aplicada em que números são ligados a figuras.” Isso comprova que a geometria era utilizada de forma mais empírica e intuitiva, sem a abstração algébrica que Descartes introduziu posteriormente.

Foi nesse cenário, em busca de um conhecimento mais unificado e racional, que René Descartes introduziu um novo sistema matemático, permitindo que formas geométricas fossem representadas algebricamente. Segundo Santos (2013), “as ideias da Geometria Analítica surgiram da comparação de grandezas curvilíneas com grandezas retilíneas”. Esse avanço abriu caminho para a formulação de métodos mais rigorosos para descrever movimentos complexos, trajetórias e a posição de corpos no espaço. O sistema de coordenadas introduzido por Descartes foi uma resposta inovadora para esse problema, possibilitando a representação de formas geométricas por meio das equações e coordenadas, estabelecendo definitivamente a conexão entre álgebra e geometria.

A civilização ocidental tem suas raízes fortemente ligadas à cultura e ao conhecimento desenvolvido na Grécia Antiga, incluindo a geometria. O próprio termo "geometria" origina-se de duas palavras gregas: *geos*, que significa terra, e *metron*, que significa medida (Santos e Ferreira, 2018, p.9). Antes do desenvolvimento da geometria analítica, a álgebra e a geometria eram tratadas de maneira desassociadas, mas a introdução do sistema cartesiano relacionou essas áreas, na qual curvas e formas geométricas passaram a ser analisadas por meio de expressões algébricas. Essa relação revolucionou não apenas a matemática, mas também diversas áreas do conhecimento, influenciando desde a física até a engenharia.

2.3 A História da Geometria Analítica

O estudo histórico da matemática oferece aos estudantes uma compreensão mais aprofundada e crítica de seus conceitos ao conectar o desenvolvimento das ideias ao contexto histórico e cultural em que surgiram. Segundo Asimov apud Boyer e Merzbach (2012),

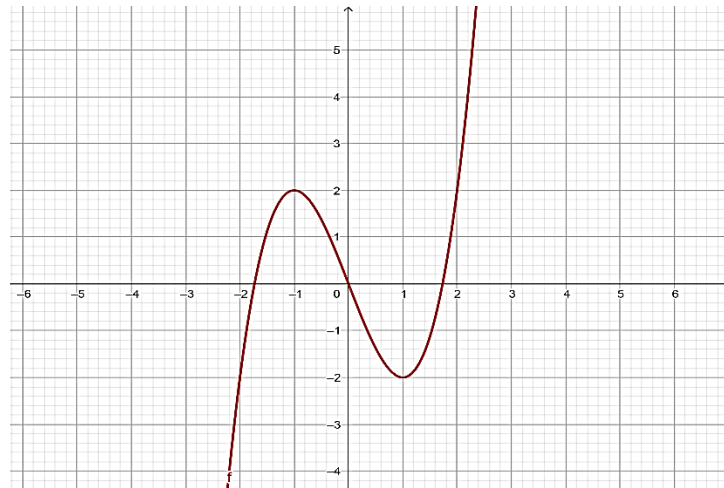
“[...] Agora vemos o que torna a matemática única. Apenas na matemática não há correlação significativa, só extensão. Uma vez que os gregos desenvolveram o método dedutivo, o que fizeram estava correto, correto para todo o sempre. Euclides foi incompleto e sua obra foi enormemente estendida, mas não teve que ser corrigida. Seus teoremas, todos eles, são válidos até hoje. Ptolomeu pode ter desenvolvido uma representação errônea do sistema planetário, mas o sistema de trigonometria que ele criou para ajudá-lo em seus cálculos permanece correto para sempre. (Boyer e Merzbach, 2012, p.14)”

Essa perspectiva ressalta que, diferentemente de outras ciências, a matemática mantém uma estrutura sólida e permanente, onde novos avanços são construídos como extensões do conhecimento anterior, e não como correções do que já foi estabelecido. Assim, os conceitos matemáticos permanecem válidos ao longo do tempo, criando uma continuidade que atravessa os séculos. Ao compreendermos essa característica, torna-se mais claro para os estudantes que o aprendizado de conceitos matemáticos modernos, como os introduzidos por Descartes, faz parte de um processo contínuo de ampliação e aprofundamento do saber. Dessa forma, mais do que memorizar fórmulas e procedimentos, os alunos têm a oportunidade de perceber como as inovações matemáticas emergiram de desafios concretos e contribuíram para a construção do conhecimento científico que conhecemos hoje.

Foi nesse contexto que René Descartes criou a Geometria Analítica, que se tornou um dos marcos mais importantes da matemática do século XVII. Sua inovação consistiu em

estabelecer uma ligação entre a álgebra e a geometria, permitindo que curvas fossem representadas por equações matemáticas. Um exemplo clássico dessa conexão é a representação gráfica da equação $y = x^3 - 3x$, como mostrado na imagem a seguir:

Figura 2: Curva $y = x^3 - 3x$



Fonte: Geogebra, autoria própria

Esse avanço transformou a maneira como os problemas geométricos eram debatidos, abrindo caminho para o desenvolvimento do cálculo e da matemática moderna.

A matemática de Descartes não surgiu do nada, mas sim como resultado de um longo processo de evolução e estudo. Grandes obras da antiguidade, como *Os Elementos de Euclides* e *As Cônicas de Apolônio*, já estabeleciam uma relação entre figuras geométricas e proporções matemáticas. Além disso, os matemáticos renascentistas, como Viète, desenvolveram um simbolismo algébrico mais eficiente, o que permitiu que Descartes levasse a relação entre álgebra e geometria a um novo nível. Segundo Boyer (2002),

“[...] A filosofia e a ciência de Descartes eram quase revolucionárias em sua transformação com o passado; em contraste, sua matemática estava ligada a tradições anteriores. (Boyer, 2002, p.237)”

Outro fator crucial foi a influência do pensamento analítico renascentista. Havia uma grande curiosidade entre os matemáticos do século XVI e XVII sobre como os antigos haviam resolvido seus problemas geométricos, especialmente porque seus métodos eram sintéticos, e muitas vezes, ocultavam o raciocínio analítico. Descartes expressou essa frustração em suas *Regras para a Direção da mente*, onde sugeria que os gregos possuíam um conhecimento matemático mais avançado do que os registros disponíveis indicavam:

[...], mas quando depois pensei para mim mesmo como é que os mais antigos pioneiros da Filosofia em idades passadas recusavam admitir para o estudo da sabedoria quem quer que fosse não versado em matemática, evidentemente acreditando que este era o exercício mental mais indispensável e de preparação para dominar outras ciências mais importantes, fui confirmado que na minha suspeita que eles tinham conhecimento de uma espécie de matemática muito diferente da que é corrente no nosso tempo. Eu não imagino que tivessem um conhecimento perfeito dela (...), mas estou convencido que certos germes primários de verdade implantados pela natureza da mente humana (...) tinham grande vitalidade nessa idade rude e não sofisticada do mundo antigo (...). Na verdade, parece-me reconhecer em Pappo e Diofanto certos vestígios desta verdadeira Matemática (...). Mas na minha opinião é que estes escritores, com uma espécie de esperteza perversa, na verdade deplorável, suprimiram esse conhecimento. (Descartes, 1953, p.p. 6-7).

Se Descartes já dominava completamente sua geometria analítica em 1628 ainda é incerto, porém os registros indicam que sua formulação não pode ter ocorrido muito depois disso (Boyer, 2002). Após deixar a França e se estabelecer na Holanda, onde passou os vinte anos seguintes, ele teve contato com um problema matemático que despertaria sua grande inovação.

Por volta de 1630, um amigo holandês chamou sua atenção para o problema das três e quatro retas Pappus. “Sob a errônea impressão de que os antigos não tinham conseguido resolver esse problema, Descartes aplicou a ele seus novos métodos e resolveu-o sem dificuldade.” (Boyer, 2002). Esse episódio foi decisivo para que ele percebesse a generalidade de seu método, o que o levou a escrever *La Géométrie*, publicado em 1637 como um dos apêndices de *Discurso do Método*.

Essa visão destaca como os conceitos matemáticos possuem uma permanência e universalidade que os tornam atemporais. Em vez de serem corrigidos ou substituídos ao longo dos séculos, eles são continuamente ampliados, formando uma base sólida sobre a qual novos conhecimentos se apoiam. Compreender esse aspecto pode tornar mais evidente para os estudantes que os conteúdos matemáticos modernos não surgem isoladamente, mas resultam de um processo acumulativo. Assim, ao explorarem as contribuições de figuras como Descartes, os alunos não apenas aprendem técnicas e equações, mas também se conectam com a trajetória histórica da matemática, percebendo como problemas práticos e avanços intelectuais colaboraram para moldar a ciência como a conhecemos hoje.

Entre essas inovações, o surgimento da Geometria Analítica, estruturada a partir das contribuições de René Descartes, representa um marco fundamental. Descartes introduziu um

sistema de coordenadas que permitiu a representação gráfica das equações algébricas, estabelecendo assim uma ponte entre o cálculo e a representação espacial. O sistema cartesiano não só proporcionou a descrição precisa de curvas e superfícies, como também revolucionou o modo como fenômenos naturais podiam ser interpretados matematicamente.

Diferente do que se poderia imaginar, o objetivo de Descartes não era reduzir a geometria à álgebra, mas sim traduzir operações algébricas para a linguagem geométrica. Como explica Ramos em sua dissertação *Da Álgebra Geométrica Grega à Geometria Analítica de Descartes e de Fermat* (2013), em *La Géométrie*, Descartes inicialmente “aritimetiza os segmentos de reta e, em seguida, algebriza-os começando pelas equações quadráticas.” Esse processo permitiu resolver problemas geométricos de forma sistemática, utilizando equações para representar curvas e superfícies. (Ramos, 2013, p.74).

Um dos principais legados de *La Géométrie* foi a introdução do sistema de coordenadas cartesiano. Descartes estabeleceu que qualquer ponto do plano poderia ser identificado por um par ordenado de números, associando posições espaciais a valores numéricos. Como afirma Boyer (2002), “Ele não considerava um sistema de coordenadas a fim de localizar pontos, como um agrimensor ou um geógrafo poderiam fazer, nem pensava em suas coordenadas como pares de números.” Essa abordagem criou um novo paradigma na matemática: a correspondência entre equações e curvas, um conceito que viria a ser fundamental para o cálculo diferencial e integral.

Além disso, Descartes desenvolveu um método inovador para determinar tangentes a curvas, que mais tarde influenciaria diretamente o cálculo de Newton e Leibniz. Em sua obra, ele também propôs construções geométricas para resolver equações algébricas, incluindo problemas sólidos que antes só podiam ser tratados com métodos puramente geométricos.

Sua notação algébrica foi um grande avanço e tornou a matemática mais acessível. Segundo Boyer (2002), “*La Géométrie* é o texto matemático mais antigo que um estudante de álgebra de hoje pode seguir sem encontrar dificuldade com a notação.” Quase todos os símbolos modernos estavam presentes, exceto pelo uso do símbolo “ $\perp$ ” no lugar de “ $=$ ” para indicar igualdade.

A contribuição de Descartes para a matemática foi imensa. Seu método de coordenadas abriu caminho para uma nova forma de pensar a geometria, permitindo que problemas antes resolvidos apenas por construções com régua e compasso fossem abordados de maneira algébrica. Esse avanço não apenas revolucionou a matemática, mas também impactou profundamente a física e a engenharia.

Dessa forma, *Lá Géométrie* consolidou a Geometria Analítica como um campo independente e essencial para o desenvolvimento posterior da ciência. A síntese entre álgebra e geometria proposta por Descartes marcou uma das maiores transformações na história da matemática, estabelecendo um novo paradigma que seria fundamental para os séculos seguintes.

3. A DISCIPLINA DE GEOMETRIA ANALÍTICA

3.1 O ensino atual da disciplina de Geometria Analítica

A consolidação da Geometria Analítica como um dos principais marcos matemáticos do século XVII impulsionou avanços significativos na matemática e em diversas áreas aplicadas. Seu impacto atravessou séculos, influenciando desde o desenvolvimento do cálculo até as bases da física moderna. No entanto, apesar de sua importância histórica e prática, o ensino atual da disciplina enfrenta desafios significativos, especialmente na forma como seus conceitos são apresentados aos alunos.

De início, o modelo de ensino atual da Geometria Analítica no ensino superior apresenta uma série de problemas, um deles, é a falta de procedimentos de ensino coerente para a compreensão lógica e histórica de seus conceitos. Atualmente, as abstrações algébricas no ensino são apresentadas de forma desconectada de suas correspondências geométricas. Segundo Giardinetto (2000),

“[...] Primeiramente, é preciso observar que o ensino da geometria analítica não tem promovido procedimentos de ensino coerentes para a compreensão lógica da elaboração dos conceitos da geometria analítica. As abstrações algébricas reduzem-se no ensino atual, à abstrações vazias, desvinculadas de qualquer relação com seus correspondentes geométricos. (Giardinetto, 2000, p.137).”

Esse problema ocorre devido ao foco exagerado na repetição de cálculos e na aplicação de fórmulas prontas, sem oferecer aos alunos a compreensão mais profunda da relação entre os conceitos envolvidos. Sob uma abordagem muito abstrata e desacompanhada de exemplos práticos ou históricos, isso dificulta que os alunos internalizem o conhecimento ou vejam sua relevância em outras áreas, como física ou engenharia. Este aspecto limita a Geometria Analítica a um ponto de vista unicamente técnico-teórico, levando os alunos a

enxergarem o tema como um conjunto de fórmulas desconectadas e sem relevância direta para suas áreas de atuação. Giardinetto destaca (2000),

“[...] a relação entre os conceitos algébricos e os conceitos geométricos no interior dos conceitos da geometria analítica, é reduzida a uma mera associação mecânica entre curva e equação com ênfase na manipulação das equações algébricas. O aluno recebe um conjunto de informações que são assimiladas através da operacionalização de determinadas fórmulas. Não são apresentados procedimentos de ensino que façam o aluno entender o processo de evolução da geometria analítica, a sua lógica de elaboração. Dá-se ênfase no cálculo algébrico, assim entendido enquanto manipulação de fórmulas por memorização, impossibilitando a compreensão da relação ali existente entre conceitos algébricos e geométricos. Ao procederem desta forma, esses procedimentos reduzem todo o processo de unificação entre as curvas e as equações a uma associação meramente mecânica entre um e outro. (Giardinetto, 2000, p.137).”

Além disso, a forma como a Geometria Analítica é apresentada nas universidades pode ser um fator que contribui para as dificuldades dos alunos. Segundo Silva, Santos e Rocha (2021), a exposição genérica do conteúdo, sem considerar as especificidades de cada curso e as necessidades dos estudantes, pode trazer prejuízos para a aprendizagem

“[...] Este artigo ressalta a necessidade de uma adaptação, referente ao modo de apresentação dos conteúdos da Geometria Analítica direcionada às especificidades presentes em cada curso de nível superior que possuem essa disciplina como base curricular, com cerne nas necessidades dos alunos, uma vez que, a exposição desses conteúdos de forma genérica, é algo que acarreta em alguns prejuízos para os estudantes. (Silva; Santos; Rocha, 2021, p.01). “

As pesquisas mostram que essa dificuldade é apresentada até mesmo por alunos da graduação em Matemática. Segundo os autores, esse problema se deve à falta de ênfase do conteúdo desde o ensino médio, o que faz com que muitos estudantes ingressem no ensino superior com uma base insuficiente para compreender a disciplina de forma adequada. (Silva; Santos; Rocha, 2021).

Logo, a abordagem excessivamente teórica leva a escassez na formação dos alunos, que muitas vezes não conseguem entender como aplicar a Geometria Analítica a problemas reais. Com isso, essa separação entre a teoria e a prática pode gerar críticas frequentes. O ensino da

Geometria Analítica poderia ser enriquecido com exemplos práticos para que possa aumentar o comprometimento dos alunos e assim facilitar a compreensão dos conteúdos abordados.

Baseado nas experiências docentes de Santos (2011), foi destacado que a dificuldade no ensino da Geometria Analítica muitas vezes decorre de um modelo estático, que separa os conteúdos matemáticos da realidade dos alunos. Essa abordagem repetitiva, pode prejudicar o desenvolvimento do raciocínio lógico e espacial dos estudantes,

“[...] Com base nas experiências docentes de Santos (2011), que ressalta as dificuldades e problemas encontrados na produção do conteúdo sobre Geometria Analítica, uma vez que são gerados de um modelo de ensino estático, frequentemente separados da realidade em que os alunos estão inseridos, e de diferentes conteúdos matemáticos, que poderiam ser trabalhados interligados aos conteúdos que englobam o universo matemático da Geometria Analítica.” (Silva; Santos; Rocha, 2021, p.06).”

Visto que, nos cursos de Engenharia, a Geometria Analítica ocupa um espaço fundamental, pois seus conceitos são amplamente utilizados nas disciplinas como Física, Cálculo e Álgebra Linear, torna-se necessário pensar em uma estrutura curricular mais adequada. Nesse contexto, as diferentes matrizes curriculares demonstram que a carga horária e o detalhamento dos tópicos podem ser insuficientes para garantir uma formação sólida, como é perceptível no modelo da UFERSA, que aborda a disciplina de forma menos evidente, contemplando apenas noções básicas de vetores, funções e operações com conjuntos, sem aprofundar conceitos como produtos vetorial e misto, coplanaridade, posições relativas entre retas e planos ou mesmo estudo detalhado de cônicas e quádras, como ocorre na UERN. Para aliviar essas deficiências, algumas propostas podem ser consideradas: uma delas é o aumento da carga horária da disciplina, permitindo maior tempo para desenvolver não só conceitos teóricos, mas também aplicações práticas e históricas; outra alternativa viável seria a divisão da disciplina em dois módulos, um voltado para a Geometria Analítica Plana, abordando vetores, produtos escalares, equações de retas e cônicas, e outro voltado para a Geometria Analítica Espacial, contemplando tópicos como produtos vetorial e misto, equações de planos, ângulos e posições relativas no espaço tridimensional, o que proporcionaria um aprendizado progressivo e aprofundado. Além disso, recomenda-se também uma maior integração entre a Geometria Analítica e as disciplinas correlacionadas, como Física e Álgebra Linear, para que os alunos possam visualizar a aplicabilidade em problemas reais.

A utilização de softwares e ferramentas gráficas, como o GeoGebra 3D, também se apresenta como uma estratégia eficaz para tornar visíveis as relações geométricas, favorecendo a compreensão. Por fim, incluir exemplos históricos e práticos no ensino, contextualizando problemas que originaram a Geometria Analítica e suas aplicações em engenharia, como análise de trajetórias e modelagem de superfícies, seria fundamental para aproximar os estudantes da realidade profissional e tornar o aprendizado mais significativo.

Nesse sentido, é fundamental que a Geometria Analítica passe por uma reformulação curricular, considerando as necessidades específicas dos alunos e das áreas em que atuarão. Como apontam Silva, Santos e Rocha (2021),

“[...] portanto, a partir dos resultados obtidos nessa pesquisa, pode-se afirmar que as grades curriculares de Matemática precisam ser reformuladas, pois as mudanças visam a construção dos processos de ensino e aprendizagem de uma forma mais ampla, por meio da expansão do conhecimento que cria mecanismos capazes de formar pessoas críticas, capaz de elaborar ideias, compreender e atuar no mundo que os cerca. (Silva; Santos; Rocha, 2021, p.07).”

Esse argumento reforça a necessidade de repensar o ensino da Geometria Analítica, buscando uma abordagem mais integrada, que permita aos alunos compreenderem sua aplicabilidade e importância dentro de suas áreas de atuação.

3.2 Aplicabilidade da Geometria Analítica

A Geometria Analítica, além de ser essencial no estudo de funções matemáticas, tem aplicações diretas em áreas como Física e Engenharia. Onde se encontra muito ligada às outras áreas-bases, como Álgebra Linear e Cálculo, de suma importância para a formação dos acadêmicos dos estudantes. Segundo Lacerda (2015),

“[...] é importante observar que, em Geometria Analítica, a Álgebra e a Geometria se integram. Assim, problemas de Geometria são resolvidos por processos algébricos, e relações algébricas são interpretadas geometricamente. (Lacerda, 2015, p.61).”

Essa interligação permite que conceitos abstratos sejam aplicados em situações práticas, como a modelagem de trajetórias, análise estrutural e representação gráfica de funções matemáticas. No entanto, sua aplicabilidade vai muito além do ensino teórico, sendo amplamente utilizada na modelagem matemática e na resolução de problemas práticos.

Um exemplo clássico é a Física, que se beneficia fortemente Geometria Analítica, permitindo o uso do conceito de coordenadas para o cálculo da velocidade, aceleração e trajetória dos objetos. Segundo a USP/Univesp (2021),

“[...] na Geometria Analítica, o espaço é pensado como um conjunto (infinito) de pontos. Assim, ao introduzir a ideia de ponto no espaço, somos levados a pensar em como caracterizar cada ponto desse espaço. Isso pode ser feito uma vez introduzido um referencial. Adotado um determinado sistema de referência, cada ponto do espaço pode ser especificado a partir das suas coordenadas. (USP/Univesp, 2021, p.02).”

Esse conceito é amplamente aplicado na Física para descrever o movimento de partículas e objetos, onde vetores e coordenadas cartesianas são fundamentais para a análise de velocidade, aceleração e forças. Além do próprio Cálculo, a Geometria Analítica é utilizada nas derivadas e integrais, além de ser útil no estudo de curvas, possibilitando uma análise mais detalhada de funções. Já na Álgebra Linear, esta geometria atua em conjunto com os vetores e matrizes para solução de transformações no espaço e sistemas lineares, ajudando na visualização e interpretação de representações espaciais.

No geral, a Geometria Analítica oferece uma ampla série de aplicações práticas que a tornam necessária na formação de engenheiros. Na engenharia civil, por exemplo, ela é utilizada para calcular áreas e volumes nos projetos estruturais, onde pode determinar a quantidade necessária de materiais em uma construção. Na engenharia mecânica, ela auxilia no estudo de mecanismos de rotação e translação. Como cita Lacerda (2015),

“[...] Grande parte dos problemas de Cinemática Escalar e vetorial podem ser resolvidos de maneira criativa utilizando o método analítico. (Lacerda, 2015, p.64).”

Já na engenharia elétrica, ela é aplicada para modelar sinais e interpretar fenômenos de propagação de frequências e ondas, através das coordenadas. Como destaca Lacerda (2015),

“[...] as representações cartesianas de fenômenos, como a variação da temperatura de um doente, a flutuação dos fenômenos meteorológicos, nos permitem avaliar e tirar conclusões, por um simples exame das curvas representadas num sistema de eixos coordenados. (Lacerda, 2015, p.64).”

Esse princípio também se aplica à análise de circuitos elétricos e sinais, onde a representação gráfica de variações de tensão, corrente e frequência possibilita a interpretação e previsão do comportamento de sistemas elétricos e eletrônicos.

Outro campo de grande aplicação da Geometria Analítica é a Óptica, onde propriedades geométricas das cônicas são utilizadas para modelar o comportamento da luz e do som. Por exemplo, as antenas parabólicas utilizam a propriedade da parábola de refletir sinais que chegam paralelos ao seu eixo para um único ponto focal. Segundo Ferreira (2010),

“[...] em uma antena parabólica, o sinal enviado pelo satélite chega paralelamente ao seu eixo de simetria e, então, é refletido para o dispositivo receptor localizado em seu foco. (Ferreira, 2010, p.04).”

Da mesma forma, espelhos elípticos são usados em iluminação odontológica e acústica arquitetônica, pois qualquer onda emitida de um foco da elipse é refletida para o outro foco. Como destaca o mesmo autor,

“[...] todo raio luminoso ou onda emitido(a) do foco de uma elipse é refletida passando pelo outro foco. (Ferreira, 2010, p.04).”

Além disso, segundo o mesmo autor,

“[...] esta propriedade é utilizada, por exemplo, do dispositivo de iluminação dos dentistas. Outra aplicação encontra-se em algumas construções como igrejas, em que se procura o efeito acústico de desviar-se o som para certas áreas dos prédios. (Ferreira, 2010, p.05).”

Além das antenas parabólicas e espelhos elípticos, a reflexão das cônicas também tem aplicações em outros campos ópticos. No caso da hipérbole, essa propriedade é usada em telescópios de reflexão. Como explica Ferreira (2010),

“[...] Esta propriedade faz com que a hipérbole tenha aplicações em alguns instrumentos ópticos como, por exemplo, o telescópio de reflexão. O telescópio Hubble, muito conhecido pelas imagens claras que envia do espaço, é um instrumento deste tipo. (Ferreira, 2010, p.05).”

A Geometria Analítica também desempenha um papel essencial na otimização de processos produtivos, por meio da Programação Linear. Um exemplo clássico envolve a determinação da quantidade ideal de produtos a serem fabricados, levando em consideração restrições como tempo de produção e disponibilidade de materiais. Como cita Ferreira (2010),

“[...] o máximo e o mínimo de uma função linear em um polígono convexo no Plano Cartesiano ocorrem em sua fronteira, mais precisamente, em um vértice ou em um lado completo. (Ferreira, 2010, p.02).”

Em muitos problemas industriais e logísticos, as decisões envolvem restrições matemáticas, como limites de produção, consumo de recursos e capacidade de armazenamento. Esses problemas podem ser representados geometricamente por meio de inequações lineares, formando um polígono convexo no plano cartesiano. Dentro desse polígono, a melhor solução sempre ocorrerá em um dos seus vértices ou ao longo de uma de suas arestas. Isso significa que, em vez de analisar infinitas possibilidades dentro da região viável, basta examinar os vértices para encontrar a solução ótima. Assim, essa abordagem matemática permite otimizar processos industriais e logísticos, garantindo maior eficiência, pois evita cálculos desnecessários dentro da região viável e redução de custos, pois identifica a melhor combinação de recursos disponíveis para alcançar um resultado ideal.

A Geometria Analítica envolve a conexão com a Álgebra e Geometria, permitindo representar objetos geométricos, como retas e curvas, por meio de equações. No entanto, o ensino tradicional muitas vezes se concentra apenas na manipulação algébrica, sem enfatizar a relação com as representações gráficas. Isso pode tornar o aprendizado abstrato e dificultar a compreensão intuitiva dos conceitos. O ensino auxiliado por computador resolve esse problema ao oferecer ferramentas interativas, como softwares de simulação e gráficos dinâmicos, que permitem aos alunos visualizar transformações geométricas em tempo real. Dessa forma, os estudantes podem explorar como mudanças nas equações afetam as formas geométricas correspondentes, tornando o aprendizado mais concreto. Como cita Ferreira (2014),

“[...] O Kig possibilita aos alunos o manuseio com os próprios lugares geométricos, desde um ponto até as mais variadas figuras planas. (Ferreira, 2014, p 52.).”

Segundo a citação do autor, ele comenta sobre o uso de um software, ao invés de apenas resolver equações no papel, os alunos podem usar programas computacionais para manipular gráficos, modificar parâmetros e entender melhor a relação entre funções e formas

geométricas. Essa abordagem melhora a assimilação dos conteúdos, tornando-os mais acessíveis e conectando a teoria matemática com aplicações práticas. Além disso, essa metodologia supera dificuldades tradicionais no ensino da Geometria Analítica. Muitos estudantes têm dificuldade em visualizar conceitos espaciais e entender como as equações se relacionam com os gráficos. O uso de tecnologias educacionais possibilita um aprendizado mais dinâmico e experimental, ajudando os alunos a compreender padrões e propriedades matemáticas de maneira mais intuitiva.

Esse tipo de abordagem pode ser especialmente útil para superar as dificuldades tradicionais no aprendizado dessa disciplina, conectando teoria e prática de maneira mais eficaz. Além disso, a Geometria Analítica não deve ser vista apenas como um conjunto de fórmulas matemáticas, mas sim como uma ferramenta essencial para a solução de problemas em diversas áreas do conhecimento. Como destaca Lacerda (2015),

“[...] a Geometria Analítica tem seu maior valor exatamente onde ela é inesperada, nas aplicações em outros ramos das ciências exatas. O objetivo é mostrar como a Geometria Analítica pode ser aplicada, e como podemos fazer para enfatizar para o aluno que ela não é uma parte da Matemática que se encerra em si mesma. (Lacerda, 2015, p.05).”

Essa perspectiva reforça a importância da interdisciplinaridade, pois a Geometria Analítica não apenas permite resolver problemas geométricos usando ferramentas algébricas, mas também fornece uma interpretação geométrica valiosa para questões algébricas e físicas. Segundo Lacerda (2015),

“[...] a abordagem da Geometria Analítica que faremos neste trabalho limita-se a utilizá-la na resolução de situações-problema, onde possa gerar soluções mais simples do que as habitualmente usadas para resolver esses problemas. (Lacerda, 2015, p.13).”

Isso demonstra como essa área matemática pode simplificar e otimizar cálculos, tornando-se indispensável na engenharia, na computação gráfica, na física e em outros campos que exigem modelagem matemática.

Diante dessas aplicações essenciais, é perceptível que a Geometria Analítica atua como uma ponte entre a teoria matemática e a necessidade prática das resoluções de problemas na engenharia. Isso possibilita que os engenheiros sejam capazes de desenvolver soluções técnicas

mais eficientes para os problemas reais, como também adquiram uma visão completa da aplicação desses conceitos.

4. APLICAÇÕES PRÁTICAS DA GEOMETRIA ANALÍTICA

O objetivo deste capítulo é apresentar algumas aplicações práticas da Geometria Analítica. Iniciaremos com a construção do plano cartesiano e sua utilização ao representarmos as curvas planas, como por exemplo a parábola, por meio de equações algébricas. Em seguida, discutiremos algumas das aplicações na física e engenharias, citadas acima, apresentando alguns problemas em situações reais.

4.1 O plano cartesiano e a representação algébrica de curvas planas

O plano cartesiano é uma ferramenta fundamental da Geometria Analítica, permitindo a representação geométrica de equações e relações matemáticas. Ele consiste em dois eixos perpendiculares, denominado eixo das abscissas (eixo x) e eixo das ordenadas (eixo y), que se cruzam na origem $O(0,0)$. Segundo Santos (2009),

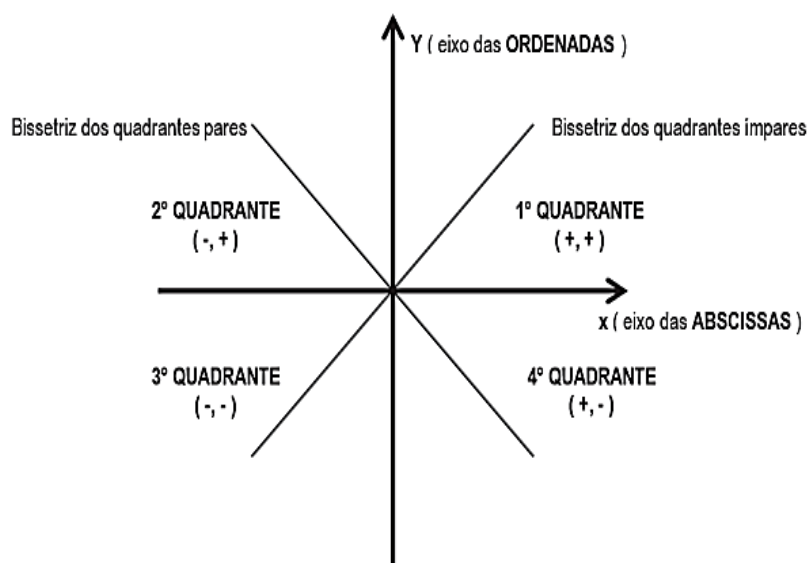
"[...] por outro lado, a um ponto P qualquer do plano, podemos associar um único par ordenado de números reais da seguinte maneira: traçamos por P a reta paralela ao eixo das ordenadas, cuja interseção com o eixo das abscissas determina um único número real x . De modo análogo, traçamos por P a reta paralela ao eixo das abscissas, cuja interseção com o eixo das ordenadas determina um único número real y . Assim, ao ponto P associa-se um único par ordenado (x, y) de números reais." (SANTOS; FERREIRA, 2009).

O autor descreve o plano cartesiano, que é formado por dois eixos perpendiculares, com o eixo x representando a horizontal e o eixo y representando a vertical. Esses eixos se cruzam na origem, e cada ponto do plano é representado por um par ordenado de números reais (x, y) . Por exemplo, ao traçar uma linha paralela ao eixo y , a partir de um ponto P , a interseção com o eixo x fornece o valor x , e, de forma semelhante, ao traçar uma linha paralela ao eixo x , a interseção com o eixo y determina o valor y . Esse sistema facilita a localização e a análise dos pontos no plano.

O plano cartesiano, como ilustrado na figura 3, é dividido em quatro quadrantes, que facilitam a análise das coordenadas dos pontos. No primeiro quadrante, tanto a coordenada x ,

quanto a coordenada y são positivas; no segundo quadrante, a coordenada x é negativa e a coordenada y é positiva; no terceiro quadrante ambas as coordenadas são negativas; e no quarto quadrante, a coordenada x é positiva e a coordenada y é negativa (SANTOS; FERREIRA, 2009). Essa divisão facilita a compreensão e interpretação das funções e equações algébricas, proporcionando uma visualização clara das relações entre as variáveis.

Figura 3 - coordenadas cartesianas



Fonte: PROMILITARES, 2020

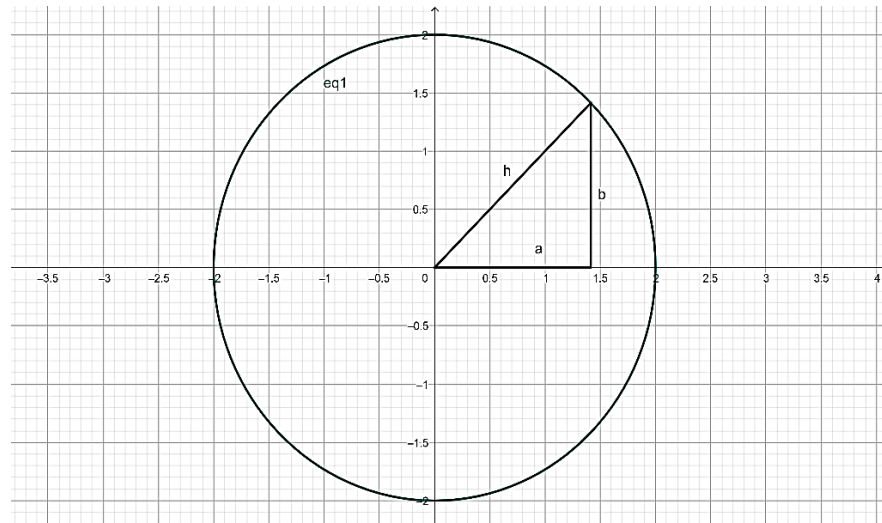
A representação algébrica de curvas planas no plano cartesiano baseia-se em equações matemáticas que descrevem a relação entre as coordenadas x e y dos pontos que pertencem a essas curvas. Essas equações permitem analisar as propriedades geométricas das curvas, classificá-las e compreender seu comportamento bidimensional. Entre as curvas mais estudadas na Geometria Analítica, temos a circunferência, a elipse, parábola e hipérbole, cada uma definida por uma equação característica. As seções cônicas, por exemplo, são definidas por equações de segundo grau. (SANTOS; FERREIRA, 2009);

A circunferência,

$$x^2 + y^2 = r^2,$$

representa o conjunto de pontos que estão a uma distância fixa r (raio) de um ponto central. Essa equação é derivada do Teorema de Pitágoras aplicado a qualquer ponto sobre a circunferência, considerando a origem como centro. Observe o exemplo abaixo de uma circunferência de centro na origem e raio $r = 4$.

Figura 4: Curva da circunferência $x^2 + y^2 = 4$



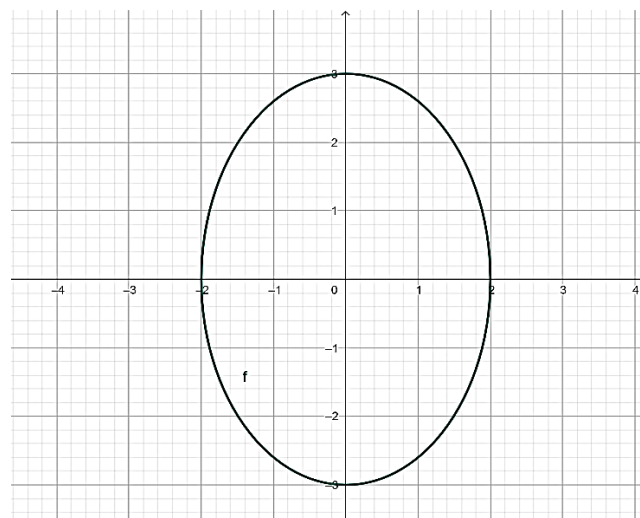
Fonte: Geogebra, autoria própria

A eplise, por sua vez, dada pela equação,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

é definida por dois focos (fixados) de modo que a soma das distâncias de qualquer ponto da elipse a esses focos é constante. Os valores de a e b representam os semi-eixos maior e menor, respectivamente, determinando a forma da elipse. Observe o exemplo de uma elipse centrada na origem cujo eixo maior é o Oy.

Figura 5: Curva da elipse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$



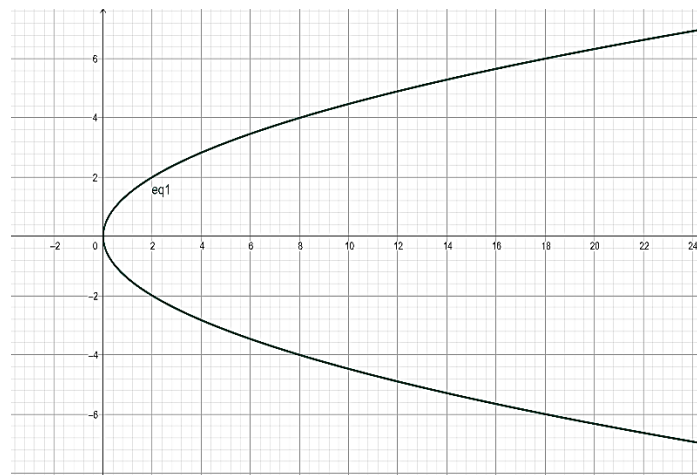
Fonte: Geogebra, autoria própria

Tem-se também a parábola, cuja equação é dada por,

$$y^2 = 2px,$$

onde é um conjunto de pontos equidistantes de um ponto fixo chamado foco e de uma linha fixa chamada diretriz. O parâmetro p representa a distância entre o foco e a diretriz. As parábolas aparecem frequentemente em aplicações como refletores de antenas e trajetórias de corpos em queda livre. Observe o exemplo de uma parábola com vértice na origem e no eixo coordenado Ox.

Figura 6: Curva da parábola $y^2 = 2x$



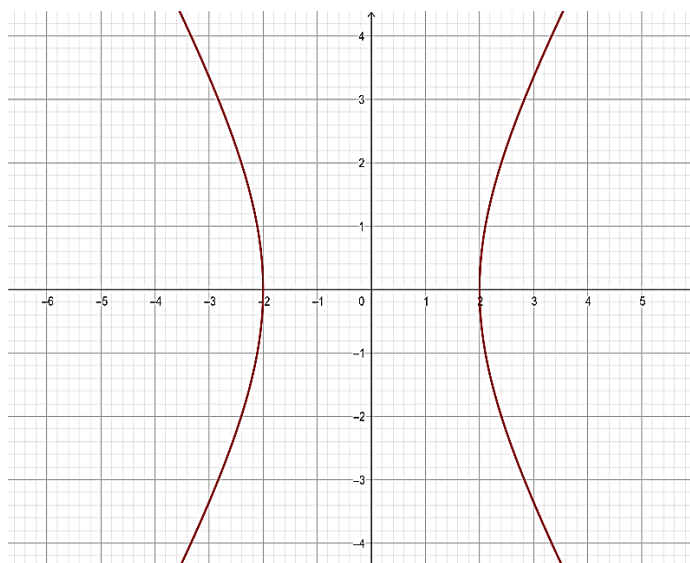
Fonte: Geogebra, autoria própria

Por fim, temos a hipérbole,

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

que é formada por dois ramos e ocorre quando o plano corta ambas as partes do cone. A diferença das distâncias de qualquer ponto da hipérbole a dois focos fixos é constante. Essa curva aparece em estudos de órbitas hiperbólicas e fenômenos ondulatórios. Observe o exemplo de uma hipérbole cujo real é o Ox

Figura 7: Curva da hipérbole $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$



Fonte: Geogebra, autoria própria

O estudo do plano cartesiano e das representações algébricas das curvas é essencial em diversas áreas da ciência e engenharias, permitindo a modelagem de fenômenos naturais, a resolução de problemas geométricos e a compreensão da relação entre álgebra e geometria.

4.2 A geometria analítica aplicada à Física

A Geometria Analítica não se limita apenas ao estudo teórico das curvas no plano cartesiano, mas, desempenha um papel crucial na Física, fornecendo ferramentas matemáticas que permitem a descrição e análise precisa de diversos fenômenos naturais. Ao estabelecer uma ponte entre a álgebra e a geometria, essa disciplina possibilita a modelagem de movimentos, forças e interações presentes no mundo físico.

Um exemplo clássico da aplicação da Geometria Analítica na Física é o estudo do movimento dos projéteis. Esse tipo de movimento pode ser descrito por equações paramétricas no plano cartesiano, onde a posição do projétil a cada instante é determinada por funções das variáveis x e y . Segundo Marques (2009), Galileu observou que,

“[...] um projétil dotado de um movimento uniforme horizontal, composto por um movimento acelerado naturalmente (movimento uniformemente acelerado na direção vertical, descreve uma curva que é uma semiparábola. (MARQUES, 2009, p.03).”

Marques mostra, o estudo do movimento dos projéteis, considerando a superfície da Terra como plana, que é uma aproximação razoável para fenômenos cotidianos. Para descrever esse movimento, ele utilizou um sistema de coordenadas cartesianas, como visto na figura 8, onde o eixo x é paralelo ao solo e o eixo y é perpendicular a ele.

A situação analisada, consiste no lançamento de um projétil a partir de um ponto inicial em certo instante de tempo t_0 . Suponhamos que o projétil seja disparado de uma determinada altura h , como a boca do canhão. Assim, o ponto de lançamento tem coordenadas,

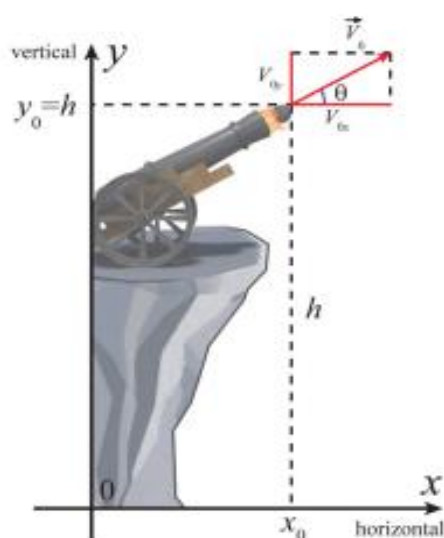
$$(x_0, y_0) = (x_0, h)$$

A velocidade inicial do projétil é representada por um vetor v_0 , que pode ser decomposto em duas componentes: v_{0x} , que corresponde à velocidade na direção horizontal, e v_{0y} , que corresponde à velocidade na direção vertical. Dessa forma, o vetor velocidade inicial pode ser expressada como,

$$v_0 = v_{0x}i + v_{0y}j$$

onde i e j são os vetores unitários nas condições x e y , respectivamente. As condições iniciais do movimento do projétil são, portanto, definidas pelos quatro valores: x_0 , h , v_{0x} e v_{0y} . Esses dados são fundamentais porque, a partir deles, podemos determinar toda a trajetória do projétil ao longo do tempo. Com o auxílio das equações do movimento, podemos calcular a posição do projétil em qualquer instante, prevendo sua trajetória parabólica sob influência da aceleração gravitacional.

Figura 8: Lançamento de projétil



Fonte: Marques, 2009

Dessa forma, concluímos, que o movimento dos projéteis pode ser descrito de maneira precisa a partir de um sistema de coordenadas adequado e das condições iniciais do lançamento. Conhecendo a posição inicial e as componentes da velocidade, é possível prever toda a trajetória do projétil ao longo do tempo, levando em conta a influência da gravidade. Essa análise é fundamental para diversas aplicações na física e na engenharia. Assim, compreender os princípios desses movimentos nos ajuda a interpretar e resolver problemas do cotidiano e da tecnologia com maior precisão.

4.3 A geometria analítica aplicada às Engenharias

A Geometria Analítica desempenha um papel fundamental nas diversas áreas da Engenharia, fornecendo ferramentas matemáticas essenciais para a modelagem, análise e solução de problemas complexos. Seu uso é amplamente disseminado em disciplinas das Engenharias, demonstrando sua importância na formação e prática profissional dos engenheiros.

A Engenharia Civil, por exemplo, utiliza amplamente a Geometria Analítica para a concepção de projetos estruturais, como pontos, edifícios e estradas. Um estudo realizado na Universidade Católica Dom Bosco demonstrou que integração entre Geometria Analítica e o software permite que acadêmicos do curso desenvolva projetos práticos, como plantas arquitetônicas e protótipos estruturais, facilitando a aplicação dos conceitos teóricos na prática (ABE, 2013, p.2). Essa abordagem não apenas melhora a compreensão dos estudantes, mas também reduz a evasão nos cursos ao tornar o ensino mais dinâmico e acessível. Segundo Abe (2013),

“[...] a evasão nos cursos de engenharia Civil no Brasil chega a 80%, sendo um dos principais motivos a dificuldade dos alunos com conteúdo matemáticos, especialmente Geometria Analítica (ABE, 2013, p.2).”

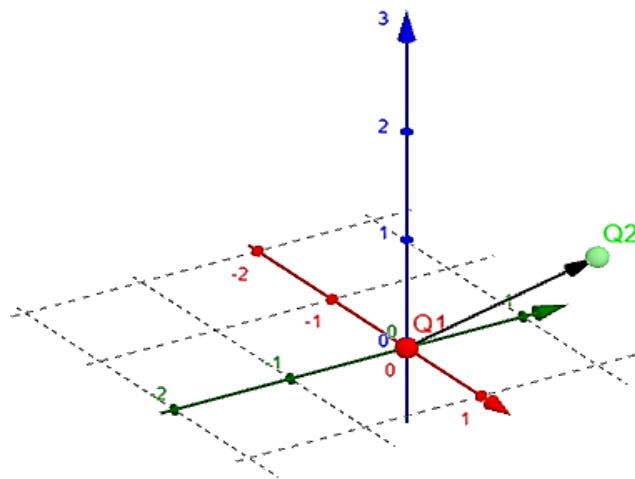
Na área da Engenharia Mecânica, a Geometria Analítica é essencial para o estudo de movimento e forças, contribuindo para o desenvolvimento de mecanismos e sistemas dinâmicos. A representação gráfica de curvas e superfícies facilita a visualização de fenômenos físicos, proporcionando uma base sólida para análise de estruturas mecânicas (AQUINO, 2020, p.14).

Um exemplo adicional da aplicação da Geometria Analítica ocorre na Engenharia Elétrica, onde ela é utilizada para modelar circuitos elétricos, sistemas de controle e, também, na teoria eletromagnética. Nesse contexto, a geometria analítica permite descrever de forma

precisa as interações entre campos elétricos e magnéticos utilizando ferramentas matemáticas como vetores e operadores diferenciais. Além disso, o estudo das curvas elementares e de funções matemáticas permite prever o comportamento de sistemas elétricos e otimizar o desempenho de dispositivos tecnológicos (AQUINO, 2020, p.14).

Um problema clássico é sobre cargas pontuais, uma positiva e outra negativa que estão localizadas no espaço livre em (0,0,0) e (1,1,1), respectivamente. Precisa-se determinar o vetor força que age sobre a carga (HAYT, 2008, p.32). De acordo com a figura, utilizaremos os esquemas para determinar o versor, que é um vetor unitário que tem o mesmo sentido e a mesma direção do vetor original.

Figura 9: Plano cartesiano tridimensional



Fonte: Geogebra, autoria própria

Para resolver o problema, é necessário compreender a força entre duas cargas elétricas, que é dada pela Lei de Coulomb, onde descreve a interação eletrostática entre cargas.

$$F = K_e * \frac{q_1 * q_2}{r^2} * \vec{r}$$

A força entre duas cargas é diretamente proporcional ao produto das magnitudes das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. Além disso, essa força é dirigida ao longo de uma linha que conecta as duas cargas e pode ser atraente ou repulsiva, dependendo do sinal das cargas.

Como as cargas estão localizadas em coordenadas cartesianas, é necessário utilizar o Teorema de Pitágoras, assim achamos o módulo do vetor.

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Substituindo os valores das coordenadas:

$$r = \sqrt{(1 - 0)^2 + (1 - 0)^2 + (1 - 0)^2}$$

$$r = \sqrt{3}$$

Podemos seguir para o vetor unitário, que está na direção da linha que conecta as cargas, ele é obtido pela razão do vetor por o modulo do vetor.

$$\vec{r} = \frac{(1 - 0, 1 - 0, 1 - 0)}{\sqrt{3}}$$

$$\vec{r} = \frac{(1, 1, 1)}{\sqrt{3}}$$

Após achar o vetor unitário, utiliza-se a fórmula da Lei de Coulomb para determinar a força que age sobre a primeira carga, e a força sobre a segunda carga é de mesma magnitude, porém com direções opostas.

Além disso, o uso de softwares educacionais, como GeoGebra e o GrafEq, tem se mostrado uma ferramenta eficaz no ensino da Geometria Analítica, permitindo a manipulação interativa de gráficos e equações. A pesquisa realizada no Centro Universitário Sociesc de Curitiba revelou que o uso do GeoGebra facilita a aprendizagem da Geometria Analítica e da Álgebra Linear, promovendo um ensino mais dinâmico e centrado no aluno (NECKEL, 2019, p.153). Essa abordagem inovadora fortalece a capacidade de raciocínio lógico dos acadêmicos e prepara-os para os desafios do mercado de trabalho. Conforme Neckel (2019),

“[...] a utilização de softwares para o ensino e aprendizagem permite uma interação e investigação maior, fomentando metodologias ativas que desenvolve pensamento crítico e autônomo dos acadêmicos. (NECKEL 2019, p.153)”

No caso do GeoGebra, por exemplo, ele fornece uma plataforma interativas que permite aos alunos manipular gráficos de funções e equações, visualizar e modificar elementos geométricos em tempo real, e até realizar cálculos e transformações algébricas diretamente sobre as representações gráficas. Como afirma o Neckel, ao usar esses softwares, os alunos têm

a oportunidade de investigar e explorar conceitos de maneira mais profunda e interativa, o que favorece o desenvolvimento do pensamento crítico e autônomo.

Outro software relevante para a Engenharia Civil é o GrafEq, que possibilita a visualização de curvas e superfícies, facilitando a análise estrutural e a tomada de decisões durante a fase do projeto (AQUINO, 2020, p.14).

O GrafEq é um software que facilita a visualização de gráficos matemáticos, como curvas e superfícies, permitindo aos usuários manipular e estudar essas representações de maneira interativa. Segundo o Aquino, na Engenharia Civil, essa ferramenta é especialmente útil para a análise e o desenvolvimento dos projetos, como estruturas e edifícios, pontes e estradas. O programa permite aos engenheiros visualizar de forma clara as curvas e superfícies envolvida em um projeto estrutura, o que ajuda na análise de sua viabilidade, estabilidade e eficiência. Logo, os engenheiros podem criar representações visuais e precisas de Geometria Analítica e ver, em tempo real, como diferentes variáveis afetam o comportamento da estrutura.

Dessa forma, a Geometria Analítica se consolida como um pilar essencial para as Engenharias, contribuindo significativamente para a formação de profissionais capacitados e preparados para enfrentar os desafios tecnológicos e estruturais do mundo moderno.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do que foi mencionado, percebe-se que a Geometria Analítica, desenvolvida por René Descartes, é uma das áreas mais fundamentais da matemática, onde ela faz uma ponte entre a álgebra e a geometria, proporcionando uma forte linguagem para representar e estudar fenômenos no plano cartesiano. Desde a construção do plano cartesiano até a representação algébrica de curvas, como a circunferência, a elipse, a parábola e a hipérbole, a Geometria Analítica também oferece uma visão estruturada e precisa de diversas figuras geométricas, facilitando a análise de suas propriedades e comportamentos.

As aplicações práticas dessa disciplina vão além da teoria e são vastamente exploradas em áreas como a Física e as Engenharias. Na Física, a Geometria Analítica é essencial para a modelagem e análise do movimento de projéteis, permitindo descrever com precisão trajetórias e comportamento de objetos sob a influência de forças naturais, como a gravidade. Já nas Engenharias, ela é uma ferramenta indispensável para o desenvolvimento de projetos e sistemas complexos, desde a construção de estruturas até o estudo de sistemas mecânicos e elétricos.

Além disso, o uso de softwares interativos, como o GeoGebra e o GrafEq, tem se mostrado um diferencial no ensino e aplicações da Geometria Analítica, permitindo assim que os estudantes e profissionais explorem conceitos e gráficos de forma dinâmica e visual. Isso acaba facilitando a compreensão de conceitos matemáticos abstratos, além de prevenir a evasão dos estudantes nos cursos de Engenharia, já que a utilização dos softwares acaba deixando mais dinâmico.

Portanto, a Geometria Analítica se mantém relevante, não apenas como uma disciplina fundamental para o estudo das propriedades geométricas, mas também como uma ferramenta crucial para a resolução de problemas práticos em diversas áreas da ciência e engenharia. Sua aplicação contínua e crescente demonstra sua importância tanto no desenvolvimento acadêmico quanto na prática profissional, contribuindo para inovações e avanços tecnológicos que impactam diretamente a sociedade.

REFERÊNCIAS

- BOYER C. B; Merzbach, U. C. **História da Matemática. História da matemática.** [tradução de Helena Castro]. São Paulo: Blucher, 2012.
- CORREIA, Maria, and Pedrosa Ramos. ***Da Álgebra Geométrica Grega à Geometria Analítica de Descartes E de Fermat.*** 2013.
- DESCARTES R. (1953) – **Rules for the direction of the Mind**, tradução de Elizabeth S. Haldane e G.R.T. Ross, Great Books edition, Chicago: Encyclopedia Britannica.
- FERREIRA, André Luiz. **Algumas Aplicações da Geometria Analítica.** [S.l.], 2010. Disponível em: [<https://editoraessentia.iff.edu.br/index.php/sMatematica/article/view/1994>].
- GERDES, Paulus. “Sobre a Origem Histórica do Conceito de Número.” *Bolema*, vol. 4, no. ESPECIAL 1, 1989.
- GIARDINETTO, J. R. B. **Reflexões sobre o Uso da História da Matemática como Contribuição para a Melhoria do Ensino da Geometria Analítica (Nível 1º e 2º Graus).** Nuances: Estudos sobre Educação, Presidente Prudente, v. 6, n. 6, 2009. DOI: 10.14572/nuances. v6i6.123. Disponível em: <https://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/123>. Acesso em: 13 dez. 2024.
- HAYT, WILLIAM. **Eletromagnetismo.** 8ª Edição. Livros Técnicos e Científicos LTDA. 2008.
- LACERDA, Assiclero Cavalcante Teotonio de. ***Aplicações da Geometria Analítica na Resolução de Problemas.*** João Pessoa: Universidade Federal da Paraíba, Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, 2015. Disponível em: [<https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/tede/9466/2/arquivototal.pdf>].
- MARQUES, Gil da Costa. **Dinâmica do movimento dos corpos: movimento dos projéteis.** [S.l.: s.n.], 2023. documento PDF.
- SANTOS, Adriana. **Cemacyc, I, and República Dominicana. Caminhos E Percursos Da Geometria Analítica: Estudo Histórico E Epistemológico.** 2013.
- SANTOS, Fabiano José dos. **Geometria analítica** [recurso eletrônico] / Fabiano José dos Santos, Silvimar Fábio Ferreira. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre. 2009
- SANTOS, Fabrício Veras dos. **Algumas aplicações do kig no estudo da geometria analítica.** 2014. 61 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

SOUZA, Maria, et al. ***ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA E SUAS PRÁTICAS EDUCACIONAIS NO ENSINO SUPERIOR***. 2021

USP/UNIVESP. ***Geometria Analítica***. Universidade Virtual do Estado de São Paulo, 2021. Disponível em: [https://midia.atp.usp.br/plc/plc0001/impressos/plc0001_03.pdf].