



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
BACHARELADO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

DARLYSON RENNÊ CHAVES

PERCOLAÇÃO DE SÍTIOS E SUAS APLICAÇÕES

MOSSORÓ-RN
2014

DARLYSON RENNÊ CHAVES

PERCOLAÇÃO DE SÍTIOS E SUAS APLICAÇÕES

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, Departamento de Ciências Exatas e Naturais para a obtenção do título de Bacharel em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Prof. Dr. George Frederick Tavares Da Silva – UFERSA.

MOSSORÓ-RN

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Central Orlando Teixeira (BCOT)
Setor de Informação e Referência

C527p Chaves, Darlyson Renne.

Percolação de sítios e suas aplicações / Darlyson Renne Chaves. -- Mossoró, 2014.

36f.: il.

Orientador: Prof. Dr. George Frederick Tavares da Silva.

Monografia (Graduação em Ciência e Tecnologia) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Pró-Reitoria de Graduação.

1. Modelo matemático. 2. Percolação de sítios. 3. Ponto crítico. 4. Simulação de percolação. I. Título.

RN/UFERSA/BCOT /601-14

CDD: 511.34

Bibliotecária: Vanessa de Oliveira Pessoa
CRB-15/453

DARLYSON RENNÊ CHAVES

PERCOLAÇÃO DE SÍTIOS E SUAS APLICAÇÕES

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, Departamento de Ciências Exatas e Naturais para a obtenção do título de Bacharel em Ciência e Tecnologia.

APROVADA EM: 01/08/2014

BANCA EXAMINADORA

✓ Prof. Dr. George Frederick Tavares da Silva – UFERSA
Presidente e orientador.

✓ Prof. Dr. Carlos Handrey Araújo Ferraz – UFERSA
Primeiro Membro

Prof. Dr. José Júnior Alves da Silva – UFERSA
Segundo Membro

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha mãe Maria do Socorro Chaves que sempre esteve do meu lado e através de muito amor e dedicação, me ajudou a tornar possível esta conquista.

Ao meu pai Francisco Oliveira Chaves (*in memoriam*) que não habita mais neste plano, mas que antes de mim já sonhava com essa conquista. Que me deixou como principal lembrança seu jeito alegre e sua bondade em ajudar as pessoas.

A minha irmã Deuzi Chaves que mora comigo, que compartilha dos meus problemas e divide comigo tantas responsabilidades. Não pretendo dar o exemplo, pretendo que sejamos exemplos, de irmãos, filhos e cidadãos.

A minha madrinha Maria Almeida Maia (mainha), e toda minha segunda família: Lucimar (Babá), Maria Lucineide (Quêquinha), Antonio Maria (Bill), João Emanuel (Uel) e Flaviano (Viano). Que contribuíram significativamente para o alcance desse objetivo e entendem o valor dessa conquista.

Ao Professor e orientador, Dr. George Frederick Tavares Da Silva, que com muita paciência, dedicação e comprometimento, me orientou e constituiu uma base importante para realização deste trabalho e conclusão do curso.

A minha amiga Mariana Simião Brasil, que desde os primeiros dias de aula esteve do meu lado não somente como colega, mas como amiga, compartilhando todos os momentos acadêmicos e pessoais que se passaram. Admiro o seu comprometimento, sua liderança e principalmente seu jeito de criancinha!

Aos amigos da Universidade David Benner e Pablo Carlos. Que fizeram parte desta trajetória afinal juntos subimos mais um degrau em nossa carreira profissional. Tenho certeza que o curso nos aproximou e a vida há de permitir que nossa amizade dure para sempre.

A todos os professores que eu já tive nos meus tempos de CNEC pelo empenho e dedicação que me ajudaram a chegar até aqui.

E por último, más não menos importante, a todos os meus amigos. Amigos estes que eu não vou citar nomes aqui. Más com certeza citarei quando for contar minhas melhores histórias para meus filhos e netos.

Muito obrigado!

RESUMO

A Teoria da Percolação foi proposta pelos matemáticos Broadbent e Hammersly em 1957 para estudar a propagação de fluidos em meios desordenados. Nestes meios (por exemplo, rochas porosas) a propagação dos fluidos ocorre de uma forma não linear. De facto, existem duas fases bem definidas, a fase em que há propagação do fluido e a fase em que o fluido para de se infiltrar no meio, separados por uma transição de percolação, que ocorre no ponto crítico e é chamado de limiar de percolação. A generalidade deste modelo nos permite estudar uma variedade de processos com aplicações práticas, como: recuperação terciária de petróleo, difusão de epidemias, propagação de incêndios florestais, entre outros. Pode-se modelar a percolação como um grafo que pode ter diversas formas de malha. Neste trabalho vamos usar a percolação de sítios em uma rede quadrada para simular um incêndio florestal no âmbito de analisar, entre outros resultados, a existência de um ponto crítico, p_c , quando se faz variar a probabilidade de ocupação de um sítio no problema estudado.

Palavras-chave: Percolação de sítios, ponto crítico, simulação de percolação.

ABSTRACT

The percolation theory was proposed by mathematicians Broadbent and Hammersly in 1957 to study the propagation of fluids in disordered media. In these means (for example, porous rocks) the propagation of the fluids occur in a nonlinear manner. In fact, there are two well defined phases, the phase that exists in the fluid and the propagation stage in which the fluid to seep in between, separated by a percolation transition that occurs at the critical point and it is called the percolation threshold . The generality of this model allows us to study a variety of processes with practical applications, such as tertiary oil recovery, spread of epidemics, spread of forest fires, among others. It can be modeled as a graph percolation can over different mesh shapes. In this paper we will use the percolation sites on a square lattice to simulate a forest fire under analyze, among other results, the existence of a critical point, when it varies the probability of occupation of a site in the studied problem.

Keywords: percolation sites, critical, percolation simulation.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Valores de P_c para diferentes malhas usando a percolação por sítios e por ligações.	17
---	----

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Temperatura x Estado - Descontinuidade no Ponto Crítico	16
Gráfico 2: Função que define a probabilidade de que exista um aglomerando percolante para diferentes malhas $L \times L$	19
Gráfico 3: curvas colapsadas dos três ensaios.	23
Gráfico 4: detalhamento da curva $L = 200$ no intervalo $[0,585;0,6]$	24
Gráfico 5: porcentagem média de sítios queimados em função do parâmetro p	26

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Exemplos de malhas, a) rede cubica; b) rede quadrada; c) rede hexagonal; d) rede triangular.....	14
Figura 2: Seção finita de contendo 25 sítios para $P = 0,2$	15
Figura 3: Seção finita de contendo 25 sítios para $P = 0,6$	16
Figura 4: Exemplo de cluster.	18
Figura 5: Propagação do fogo em rede $L = 200$ e $p = 0,5$	25
Figura 6: Propagação do fogo em rede $L = 200$ e $p = 0,6$	25
Figura 7: Propagação do fogo em rede $L = 200$ e $p = 0,80$	25

LISTA DE SIMBOLOS

t_v	Tempo de vida
p_c	Ponto crítico
L	Comprimento do lado da rede quadrada
p_p	Probabilidade de haver caminho.
Δp	Variação de probabilidade
k	Sítios
$\mathbb{Z}^2$	Rede quadrada
C	Conjunto de aglomerados
p	Probabilidade de percolação

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1 TEORIA DA PERCOLAÇÃO.....	14
2.2 TRANSIÇÃO DE FASE EM PERCOLAÇÃO	16
2.3 AGLOMERADOS DE SÍTIOS	17
2.4 APLICAÇÕES DA PERCOLAÇÃO DE SÍTIOS	19
3 METODOLOGIA.....	20
3.1 O MODELO DE INCÊNCIOS FLORESTAIS (FOREST FIRES).....	21
3.2 O ALGORITMO	21
3.2 A SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL.....	22
4 ANÁLISE DOS RESULTADOS	22
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	27
5.1 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	28
6 REFERÊNCIAS	29
ANEXO 1 – Algoritmo de percolação de incêndios florestais (forest fires)	31

1 INTRODUÇÃO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso tratará de uma proposta de aplicação da Teoria de Percolação por sítios, o qual consiste em um método matemático que possibilita estudar problemas baseados em ambientes desordenados que trata das propriedades dos meios aleatórios agregadas a conceitos geométricos e probabilísticos. Tal método baseia-se principalmente na análise do modelo de percolação que segundo BRAGA et al. (2002, p. 03), concentra-se em descrever o meio poroso, que será visto como uma rede de canais aleatórios, por onde escoar um fluido determinístico. O trabalho também vai descrever algumas aplicações da teoria de percolação de sítios e onde ela é usada.

Existem vários tipos de modelos de percolação, sendo um dos fatores de distinção o tipo de rede utilizada (triangular, quadrangular, hexagonal, etc.). Outro fator de distinção é a escolha entre percolação de sítios e percolação de elos, que podem ser utilizados para diversas dimensões d . Na percolação por sítios representamos cada ponto como um sítio, o qual estará aberto com probabilidade p . Na percolação por elos, é a ligação entre dois pontos vizinhos que estará aberta dependendo da probabilidade p .

Há uma série de fenômenos que podem ser descritos pelo modelo de percolação. Neste trabalho usamos incêndios florestais como exemplo, mas podemos usar a teoria da percolação de sítios para simular: a propagação de uma epidemia, onde cada sítio representa uma pessoa que tem uma probabilidade p de ser infectada; um reservatório de petróleo, com p como a permeabilidade de cada sítio; etc. Neste trabalho veremos algumas dessas aplicações mais detalhadamente.

O trabalho visa o principal interesse da teoria de percolação, que é o tamanho ou quantidade de sítios que compõem os aglomerados ou *clusters*, que são conjuntos de sítios abertos. Esses *clusters* dependem diretamente da probabilidade p de um sítio estar aberto ou fechado. Este trabalho vai determinar qual será o ponto crítico em que isso ocorre. E em particular, se há um aglomerado que é suficientemente grande para conectar os lados opostos de uma rede.

A teoria da percolação prevê a existência de um ponto crítico, p_c , quando se faz variar a probabilidade de ocupação de um sítio no problema estudado. Esse ponto crítico é chamado de limiar de percolação, pois representa a mudança de fase do meio, onde ele deixa de ser um meio não percolante e passa a ser um meio onde há percolação.

Para obtermos estes resultados, neste trabalho vou aplicar a teoria da percolação por sítios em um problema de propagação de fogo usando uma simulação computacional para fazer a análise de seus resultados. Nesse mesmo estudo existe o objetivo de calcular ou estimar o

valor de p_c utilizando a malha quadrada. Esta simulação computacional poderá descrever como os fluidos se comportam em meios desordenados de modo que com a obtenção do ponto crítico poderemos prever quando haverá a mudança de fase no meio, ou seja, quando o fluido começará a percolar no meio.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 TEORIA DA PERCOLAÇÃO

O termo “percolação” vem do latim *percolatio* que significa filtragem. A teoria da percolação é um modelo matemático criado para estudar problemas baseados em ambientes desordenados que trata das propriedades dos meios aleatórios agregadas a conceitos geométricos e probabilísticos. “Foi formulado no final da década de 50 por Broadbent & Hammersley (1957) na tentativa de descrever um meio poroso como uma rede de canais aleatórios, por onde se escoar um determinado fluido” (BRAGA et al. 2002, p. 03). Por exemplo, o petróleo através de uma rocha, ou a água em um filtro de areia. Segundo ZARA et al. (2000) a percolação hoje é usada para descrever processos de natureza estatística, e está mais associada com o meio do que com o fluido.

Pode-se modelar a percolação como um grafo onde os vértices representam os poros do material e, no caso da percolação de sítios, as arestas como as conexões entre os poros. Muitas variações do problema acima esboçado são possíveis. Por exemplo, a rede quadrada pode ser substituído por uma estrutura triangular, hexagonal ou ainda mais complicada. O problema pode ser alargado a três ou mais dimensões. Ou, em vez dos locais, podemos colorir as ligações entre locais adjacentes brancas ou pretas. Desta forma pode-se obter diversos tipos de malhas como veremos nas figuras a seguir:

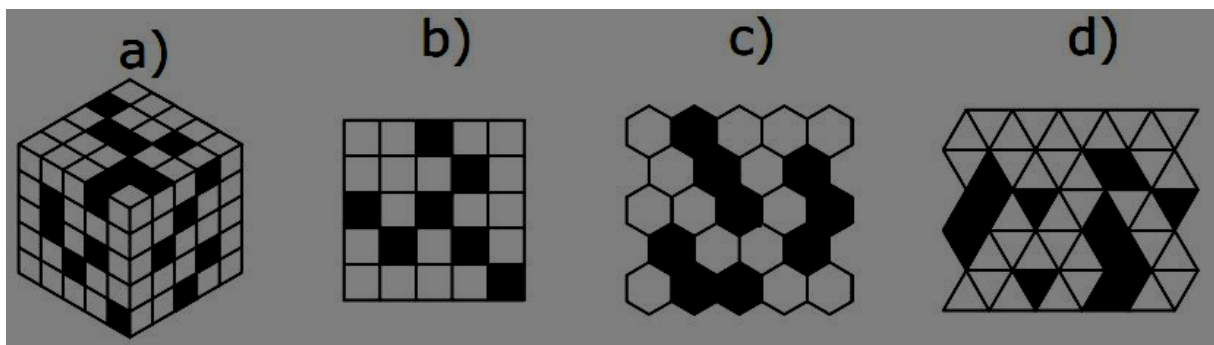


Figura 1: Exemplos de malhas, a) rede cubica; b) rede quadrada; c) rede hexagonal; d) rede triangular

Fonte: Próprio autor

Segundo PEREIRA et al. (2006, p.16) “existem dois modelos principais de percolação, por ligação e por sítio, que pode ser usados para diversos valores de dimensões d ”. Além da percolação por sítios e de ligações, há inúmeros outros tipos de percolação. São exemplos, a percolação atenuada, a percolação de longo alcance, a percolação de invasão múltipla, entre outras.

No entanto, este trabalho trata apenas da percolação por sítio para $d = 2$ usando uma rede quadrada. Considere o centro de cada quadradinho como um ponto de $\mathbb{Z}^2$. Chamaremos cada quadradinho de sítio, simbolizado pela letra k . Cada sítio x possui dois estados, ocupado (cor preta) ou desocupado (cor branca). Dizemos que dois sítios são vizinhos quando estes possuem uma aresta em contato com a outra na estrutura e ao conjunto de sítios vizinhos ocupados chamamos de aglomerado, denotado por $C(k)$.

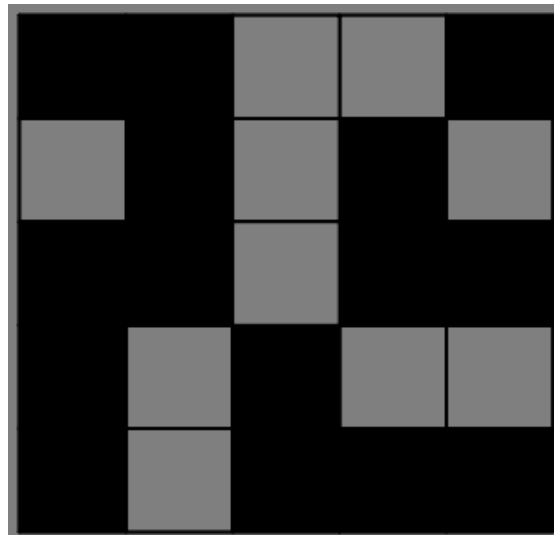
Suponha que, para cada sítio, é feito um sorteio admitindo-se uma probabilidade P , com $0 \leq P \leq 1$, de estar ocupado com probabilidade p ou desocupado com probabilidade $1 - P$. Então, variando os valores de p na seção finita pode-se obter diversos tipos de configurações, como nas figuras 2 e 3 onde os valores de p são de 0.2 e 0.6, respectivamente.



Dizemos que há percolação em $\mathbb{Z}^2$ quando existe um conjunto infinito de sítios vizinhos. Nas seções finitas de $\mathbb{Z}^2$ dizemos que há percolação quando existe um aglomerado conectando

faces opostas da estrutura como veremos na figura 3. E ao valor de p , para quando esse aglomerado percolante se dá pela primeira vez, chamamos de p_c que é a probabilidade crítica ou limiar de percolação.

Figura 3: Seção finita de contendo 25 sítios para $P = 0,6$.



Fonte: Próprio autor

2.2 TRANSIÇÃO DE FASE EM PERCOLAÇÃO

A teoria da percolação é baseada no estudo dos fenômenos críticos, ou seja, fenômenos onde existe um ponto de mudança abrupta de comportamento ou estado. Tais fenômenos, por exemplo, a troca de estados físicos de líquido para gasoso, se representados em gráficos adequados, apresentam um ponto de descontinuidade ou uma função do tipo degrau como veremos no gráfico 1:

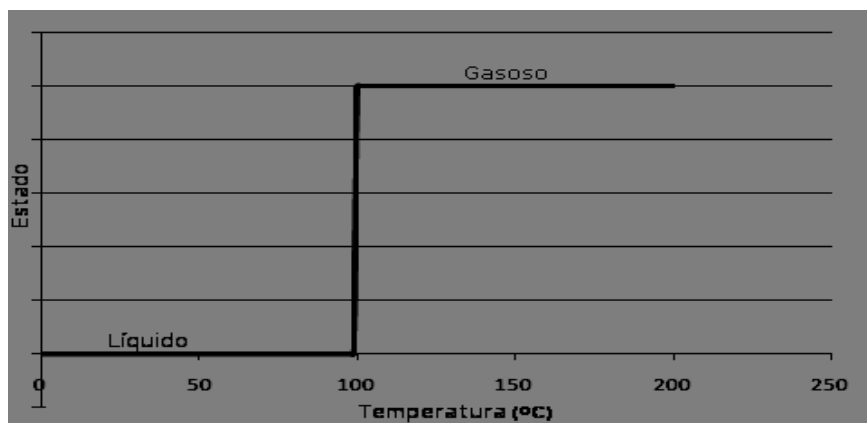


Gráfico 1: Temperatura x Estado

- Descontinuidade no Ponto Crítico

Fonte: VELLOSO, 2008.

“Os processos percolativos parecem ter todos comportamento crítico para algum parâmetro P associado ao modelo, existindo uma transição de fase de um estado de não alastramento para o estado de alastramento descontrolado para um certo P crítico.” (GREEN, 1994; MARQUES, 2001 apud OLIVEIRA, 2005, p. 25).

Segundo OLIVEIRA & BRAGA (2002) a existência de transição de fase nos modelos de percolação está relacionada com a dimensão da rede: em rede unidimensional não há transição de fase enquanto que, para modelos de percolação em duas ou mais dimensões, é garantida a existência de transição de fase, para um certo valor crítico. Os valores de probabilidade crítica, que é onde ocorre a transição de fase na percolação, dependem do tipo de malha, da dimensão da malha e do tipo de percolação, por sítios ou por elos. Segue na tabela seguinte alguns valores de p_c :

MALHA	SÍTIO	LIGAÇÃO
HEXAGONAL	0,6962	0,65271
QUADRADA	0,592746	0,50000
TRIANGULAR	0,50000	0,34729
CÚBICA SIMPLES	0,3116	0,2488
HIPERCÚBICA D=4	0,197	0,1601
HIPERCÚBICA D=5	0,141	0,1182
HIPERCÚBICA D=6	0,107	0,0942
HIPERCÚBICA D=7	0,089	0,0787

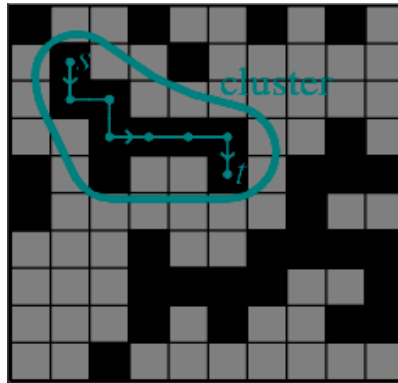
Tabela 1: Valores de P_c para diferentes malhas usando a percolação por sítios e por ligações.

Fonte: SILVA. Análise e entre algoritmos de percolação, 2008.

2.3 AGLOMERADOS DE SÍTIOS

Suponha que uma rede é preenchida aleatoriamente com sítios de preto e branco. Um aglomerado ou cluster é um grupo conectado de sítios pretos. “Dois sítios pretos pertencem ao mesmo grupo, se (e somente se) é possível se deslocar de um local para o outro por um caminho onde todos os sítios são pretos sem passar por um sítio branco”(GASTNER, 2013), como é demonstrado na figura a seguir:

Figura 4: Exemplo de cluster.



Fonte: Gastner, Percolation Theory.

Ou seja, um conjunto é um grupo de sítios pretos, nas quais dado dois pontos s e t podem ser ligados por um caminho que consiste inteiramente de sítios pretos.

Imaginemos $\mathbb{Z}^2$, pensando na probabilidade p_p de que um dado sítio pertença a um aglomerado infinito de sítios ocupados denominado de C , definimos:

$$\theta(p) = p_p(|C| = \infty)$$

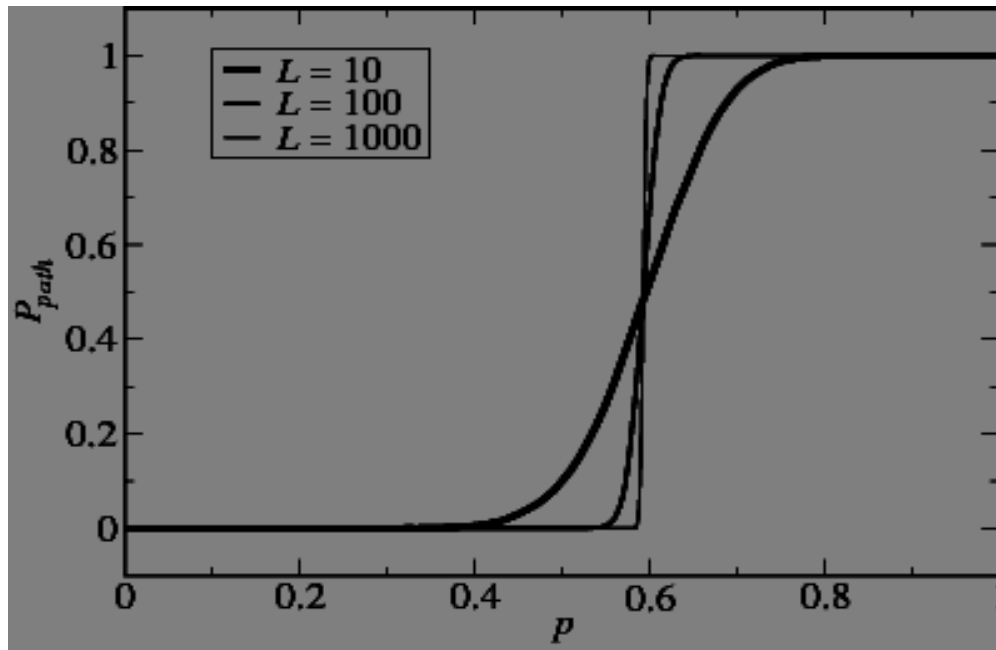
como a probabilidade, em função dos valores de p , de que o tamanho do aglomerado $|C|$ seja $n = \infty$.

Assim $|C| = \infty$ se e somente se existe uma sequência infinita $x_0, x_1, x_2, \dots$ de sítios distintos, tal que $x_0 = 0$ e que x_i e $x_{(i+1)}$ sejam sítios vizinhos para todo i . Temos que θ é uma função não-decrescente de p com $\theta(p) = 0$ e $\theta(1) = 1$. Pode-se notar que a função θ é estritamente crescente em todos os pontos da curva e esta relação de ordem pode ser entendida de modo intuitivo, pois quando aumentamos o valor de p conduzimos geralmente a um aumento no número de sítios ocupados, assim aumentamos também o comprimento de caminhos ocupados a partir da origem. (NETO, 2010, p. 05)

A existência do aglomerado percolante é determinada a partir de um valor específico de p que chamamos de concentração crítica ou probabilidade crítica, e o definimos como o valor de p para o qual o sistema percola, o aglomerado percolante se define como sendo o conjunto de sítios que tocam os dois extremos da rede, no gráfico a seguir vemos como se dá a convergência da probabilidade de existência de um aglomerado percolante na malha quadrada.

Gráfico 2: Função que define a probabilidade de que exista um aglomerando percolante para diferentes malhas $L \times L$.

Fonte: GASTNER, Percolation theory



Quanto maior o tamanho da malha L , mais a função aproxima-se de uma função degrau, saltando de 0 para 1 no ponto crítico. Segundo GASTNER (2013) “tal situação onde a probabilidade varia do impossível ($p_{caminho} = 0$) para o inevitável ($p_{caminho} = 1$), sem nunca visitar o improvável, é chamada de "lei 0-1" em matemática. Na física, esse fenômeno é chamado de "fase de transição"”.

2.4 APLICAÇÕES DA PERCOLAÇÃO DE SÍTIOS

A percolação está presente de diversas formas na natureza e em dispositivos criados pelo homem. Na biologia o conceito de percolação aplica-se, por exemplo, ao espalhamento de epidemias onde cada ser humano pode ser considerado um sítio (GRASSBERGER, 1985 apud MOREIRA, 2005, P. 45). A questão importante que esse conceito ajuda a responder é: qual a concentração crítica de indivíduos sadios numa determinada rede para que a doença não se propague?

Na química o conceito aplica-se ao fenômeno de polimerização, onde pequenas moléculas podem formar moléculas maiores através da ativação da ligação entre elas formando aglomerados cada vez maiores. Se a probabilidade de ativação p é maior que a probabilidade crítica, uma rede de ligação, que se espalha por todo o sistema, é obtida. Isto acontece, por exemplo, no cozimento do ovo. Ao fornecermos calor, aumentamos o valor de p e portanto as ligações

vão se formando até que exista uma grande estrutura conectada que atravessa todo o sistema. O ovo torna-se um gel com propriedades elásticas semelhantes as das gelatinas.(MOREIRA, 2005, p. 45)

Outro exemplo químico é o de condutividade elétrica das misturas poliméricas condutoras de eletricidade que se baseia na formação de uma rede percolativa na matriz do polímero isolante. Quando a concentração de aditivo condutor ultrapassa um certo valor crítico, conhecida como limiar de percolação, há um grande aumento da condutividade elétrica da mistura devido a formação de caminhos condutores que facilitam o transporte de elétrons na matriz isolante. O limiar de percolação é uma característica influenciada por diversos fatores e sua determinação é essencial para o desenvolvimento de novos compósitos condutores com propriedades adequadas para determinadas aplicações.(ARENHART, 2012, p. 26)

A teoria da percolação também pode ser aplicada na dinâmica do processo de corrosão de materiais. O modelo assume que um material imerso em um líquido com agentes corrosivos é constituído por uma rede regular de sítios em duas dimensões, cada qual com área unitária e distribuição de resistência à corrosão completamente aleatória, ou seja, o fluido irá corroer a superfície em poros onde sua resistência à corrosão não suportará a força de corrosão. A força de corrosão do líquido no material é conjecturada ser proporcional à concentração de partículas corrosivas. À medida que o material é corroído, os sítios são invadidos pelo líquido.(PESSOA, 2011)

3 METODOLOGIA

Para a parte inicial do Trabalho foi feita uma pesquisa bibliográfica com a finalidade de expor a formulação teórica a respeito da Teoria da percolação e identificar os princípios no qual ela se baseia. Partiu-se então para o entendimento específico do modelo de percolação de sítios em duas dimensões na rede quadrada, onde foi identificada a necessidade da abordagem sobre transição de fase e de como se formam os aglomerados.

Para a aplicação da metodologia proposta para este trabalho, foi implementado um simulador para um algoritmo baseado na propagação de incêndios florestais, o algoritmo de propagação do fogo foi desenvolvido na linguagem de programação Fortran. O algoritmo foi desenvolvido baseado em regras simples. Assim, nem todos os fatores que influenciam a propagação de um incêndio foram integradas no algoritmo como o vento e o relevo. Os arquivos obtidos do Fortran em formato .dat foram importados para o Grace que é um software para

plotagem em duas dimensões de dados científicos para que possamos fazer a análise dos dados obtidos com a simulação.

3.1 O MODELO DE INCÊNCIOS FLORESTAIS (FOREST FIRES)

A floresta em questão é modelada como sendo uma rede quadrada, onde cada sítio corresponde a um bloco homogêneo de vegetação florestal que pode estar ocupada por quatro tipos de conjuntos: o conjunto de vegetação florestal onde há árvores que podem ser queimadas; o conjunto que está sendo queimado pelo fogo; e o conjunto de vegetação que já foi queimada pelo fogo. E o conjunto vazio, onde não há vegetação para ser queimada. A probabilidade de tal sítio estar ocupado pela floresta é p e de se haver um sítio vazio é $1 - p$. Os problemas para os quais desejamos soluções são: quanto tempo durará um incêndio que se propaga nesta floresta? Em que valor de p a propagação do fogo irá atingir ambos os lados da floresta? Como varia a porcentagem de área queimada de acordo com o valor de p ?

3.2 O ALGORITMO

O algoritmo tem por objetivo encontrar o tempo de vida médio para cada valor de probabilidade P . Onde P inicia com valor 0 que vai sendo acrescido de um valor Δp a cada novo ciclo até que o p chegue ao valor 1. O procedimento realizado N vezes para que seja feita o tempo de vida médio. Em cada passo o algoritmo constrói uma floresta aleatória com base nos parâmetros p e L para que possa se obter o tempo que o fogo leva para queimar cada sítio da malha que seja possível. Ao fim de cada ciclo é feita a média dos tempos de vida de cada passo. No fim de todos os ciclos geramos um arquivo de dados que nos fornece o tempo de vida médio para cada valor de probabilidade p .

O programa nos dá possibilidade de decidir sobre algumas condições iniciais para a floresta como a variação de probabilidade Δp de haver vegetação nos sítios, o tamanho da malha $L \times L$ e o número de passos. Neste trabalho foram feitos os testes com as malhas quadradas de $L = 50$, com $\Delta p = 0.02$ e 100 realizações para cada ciclo; $L = 100$, com $\Delta p = 0.02$ e 100 realizações para cada ciclo; e $L = 200$, com $\Delta p = 0.02$ e 50 realizações para cada ciclo.

3.2 A SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

O algoritmo foi implementado com uma simulação que foi feita com a biblioteca gráfica PGPlot, que é um conjunto de sub rotinas que funciona junto com o Fortran, para simular a evolução do fogo em uma floresta. Para ser possível visualizar a dinâmica florestal fez-se corresponder a cada estado uma cor, sendo adotadas as seguintes cores:

- ⑩ Cor verde para sítios com vegetação intacta;
- ⑩ Cor vermelha para sítios com vegetação queimando;
- ⑩ Cor cinza para sítios com vegetação queimada;
- ⑩ Cor preta para sítios sem vegetação;

Inicialmente todos os sítio ocupados são marcados com a propriedade de vegetação intacta, com exceção dos sítios vazios e dos sítios da primeira linha (linha inferior) que serão marcados como sítio queimando na primeira iteração. Realiza-se então uma visita a cada sítio da rede, sempre da esquerda para a direita, de baixo para cima.

Durante a visita verificamos se os sítio marcados como árvore queimando possuem algum vizinhos marcado como árvore intacta, em caso positivo, aquele sítio passa a ser do estado sítio com vegetação queimando. Cada vez que a rede tem todos os seus sítio visitados dizemos que houve a realização de um passo e este é entendido como a unidade de tempo do modelo. Sempre após a realização de um passo, todos os sítio que iniciaram este passo marcados como árvore queimando são ajustados para vegetação queimada. A simulação termina quando ocorre a percolação do fogo, ou seja, quando o fogo atinge a extremidade superior da malha ou quando o fogo se extingue.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Realizaram-se diversas execuções do algoritmo variando o parâmetro L , tendo como incidência a propagação do fogo. Numa primeira fase, executamos o algoritmo para encontrar o tempo de vida médio t_v do fogo para as redes com $L = 50$, $L = 100$ e $L = 200$. Com base na análise dos dados oriundos das simulações obtivemos os valores dos pontos críticos e intervalos da zona crítica para o critério analisado. Nas figuras a seguintes apresentam-se alguns resultados obtidos.

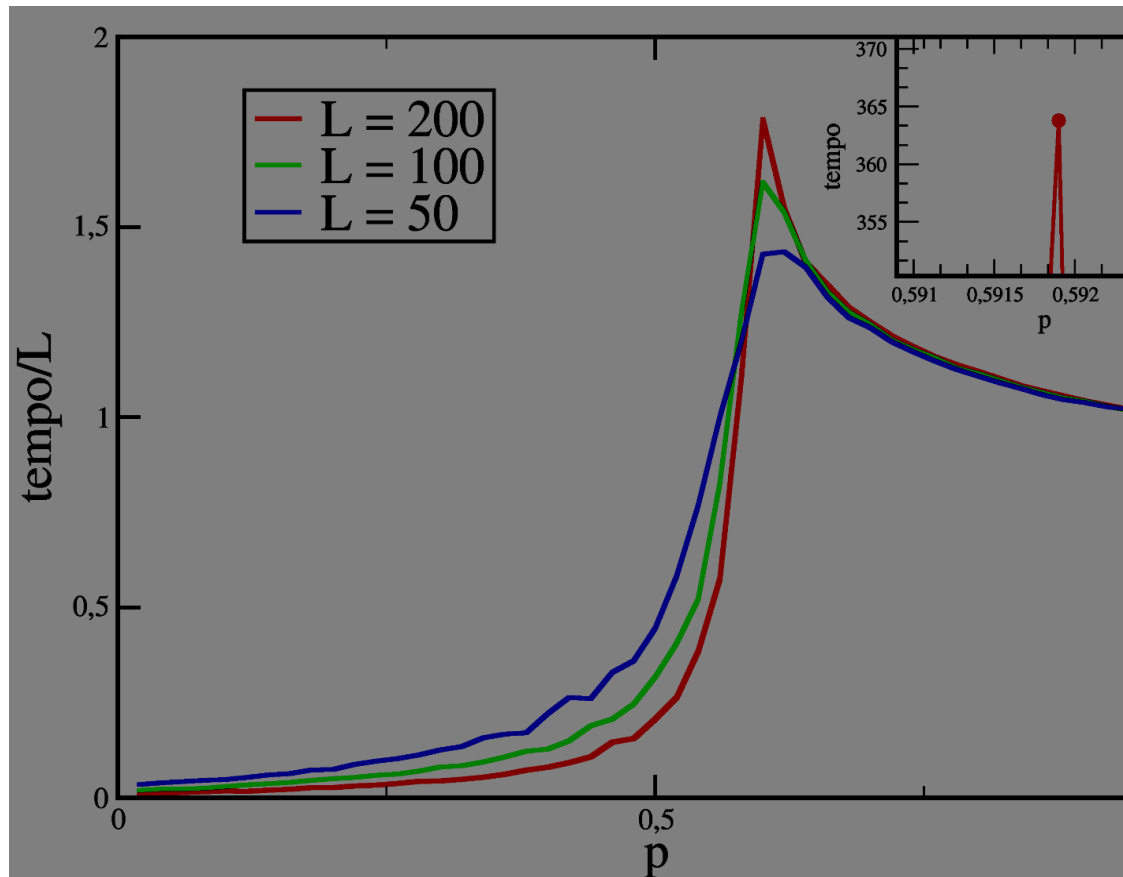


Gráfico 3: curvas colapsadas dos três ensaios.

Fonte: Próprio autor

Para mostrar melhor o comportamento das curvas as mesmas foram divididas pelos seus valores de L para que todas colapsem em 1. Para todas as malhas testadas observamos que a duração média do fogo é máxima para $p = p_c$ que foi aproximadamente igual a 0,5919. No intervalo entre $[0,5; 0,5919]$, notamos que quanto maior a malha mais o tempo de vida médio aumenta assintoticamente, de modo que para um L que tende ao infinito, a assintota também tenderá ao infinito; no intervalo $[0,6; 1]$ diminui rapidamente a duração do fogo (mas sendo menos assintótica, quando comparada com o intervalo anterior) se aproximando ao valor que foi atribuído ao comprimento da malha; e para valores de p menores que 0,5 a quantidade de sítios com floresta é muito baixa e o fogo rapidamente se extingue ocasionando um t_v muito pequeno.

Fizemos também um gráfico que mostra melhor o comportamento da curva no intervalo entre 0,585 e 0,6 e fizemos o p variando 0,001 para que o comportamento seja mais detalhado. Este gráfico foi mostrado no gráfico anterior apenas com seu ponto máximo (p_c), no gráfico a seguir mostramos todos os pontos obtidos.

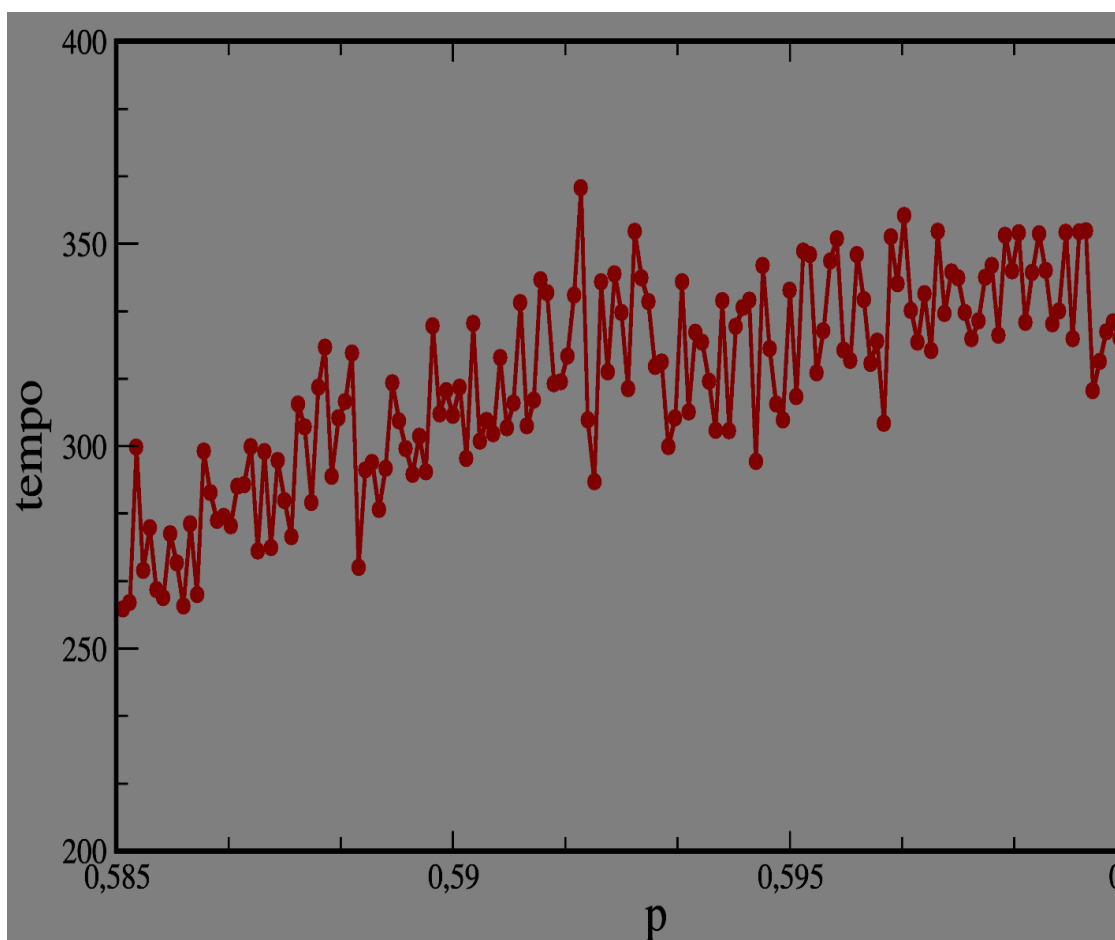


Gráfico 4: detalhamento da curva $L = 200$ no intervalo $[0,585;0,6]$.

Fonte: Próprio autor

Podemos notar que, no intervalo crítico, a variabilidade é muito maior do que fora desse intervalo para a duração do fogo. Parece indicar que: para p superior a p_c o fogo se propaga descontroladamente até ao fim da malha; para p inferior a p_c o fogo vai avançando gradativamente e, de modo que se conseguisse por algum método diminuir o p , como abrir corta chammas na floresta por exemplo, esse fogo poderia ser controlado. Para se visualizar melhor o que está sendo discutido vamos apresentar algumas imagens obtidas com Pggplot.

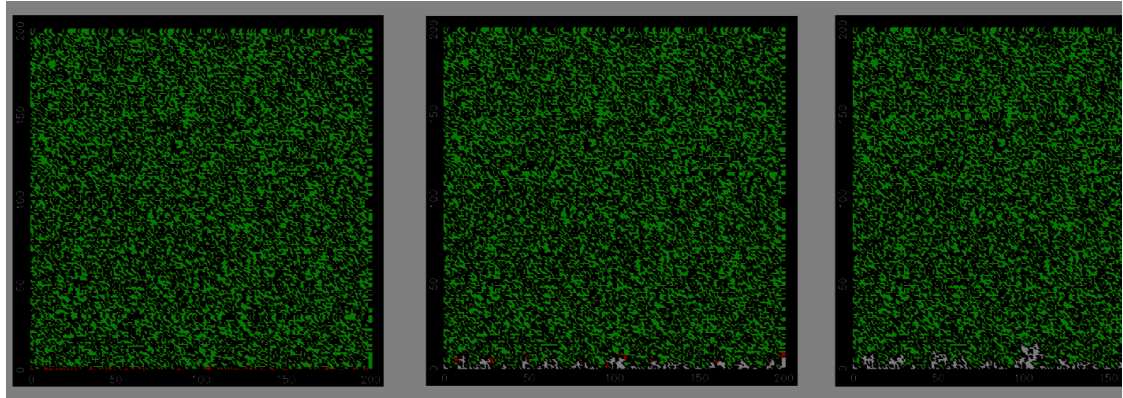
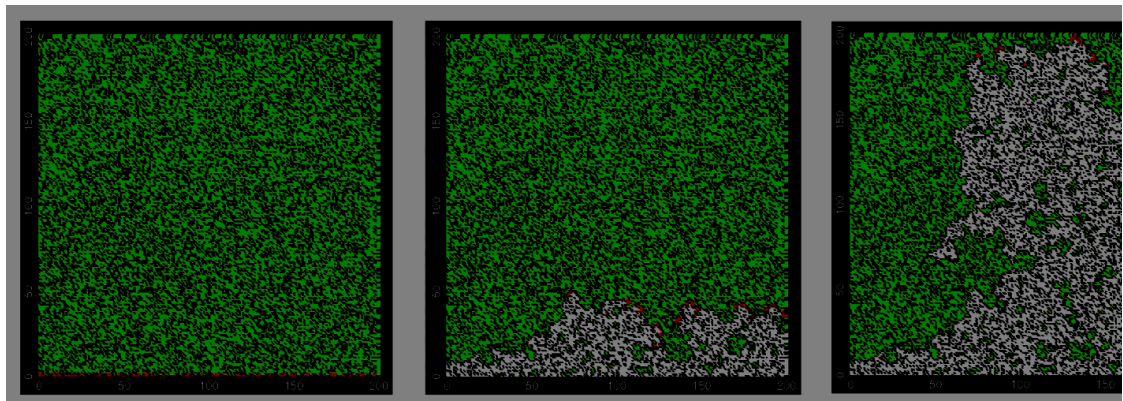
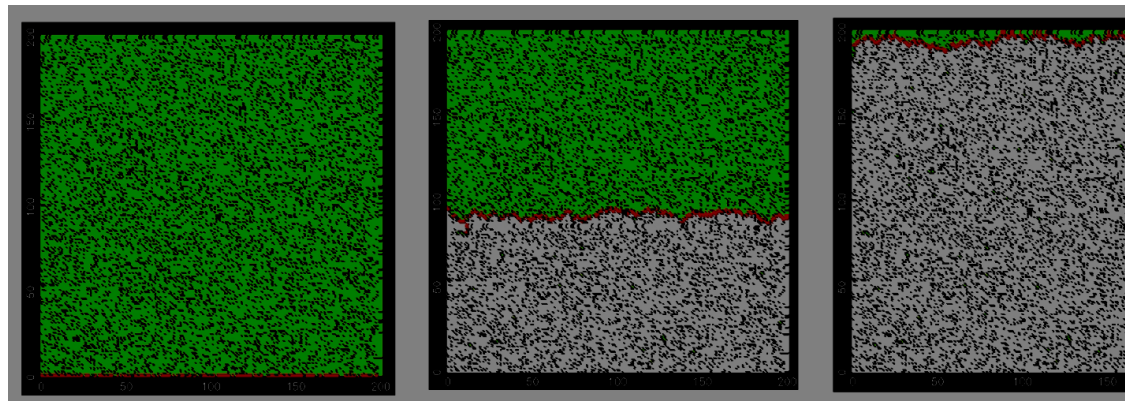


Figura 5: Propagação do fogo em rede $L = 200$ e $p = 0,5$.

Fonte: Próprio autor



Fonte: Próprio autor



Fonte: Próprio autor

Como podemos ver pelas imagens, para um $p \leq 0.50$ o tempo de vida médio é muito pequeno pelo pouco números de sítios que o fogo encontra para queimar. No ponto $p = p_c$ a floresta apresenta uma estrutura análoga aos agregados percolantes, com sítios conectando os lados opostos da floresta. E, para $p > p_c$ como por exemplo $p = 0,8$ temos que o tempo de vida

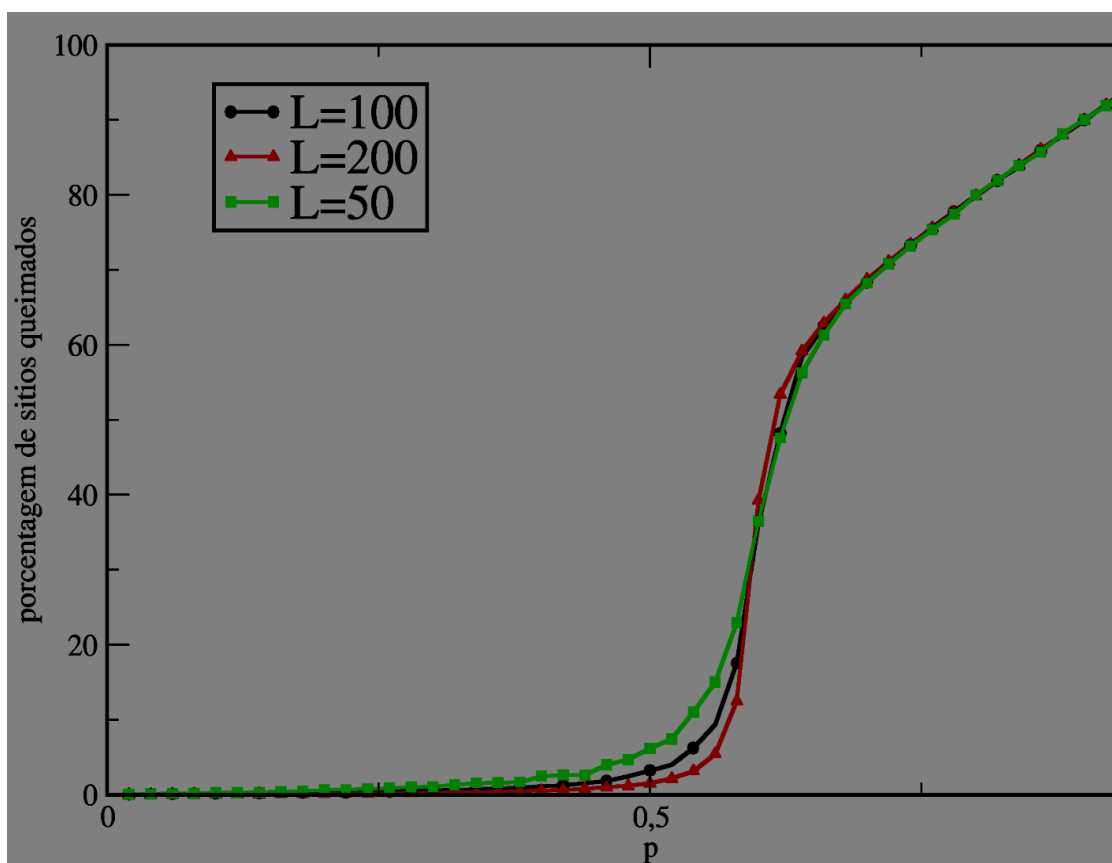
médio passa a diminuir, pois a densidade de árvores da floresta passa a ser suficientemente alta para permitir que o fogo se propague rapidamente.

Outro fator analisado foi a porcentagem média de sítios queimados em função do parâmetro p . Os valores apresentados foram obtidos com base em 100 repetições para cada valor do parâmetro p , para as redes quadradas $L = 50$ e $L = 100$, e 50 repetições para a rede $L = 200$, tendo o foco de incêndio a primeira linha da malha. Segue os valores obtidos no gráfico 5:

Fonte: Próprio autor

Fica evidente a existência de uma transição de fase no intervalo $[0,55;0,60]$: para $p < 0,55$ a porcentagem de sítios queimada é inferior a 5%, enquanto que para $p > p_c$ essa porcentagem é superior a 50%.

Para valores de p entre 0,55 e 0,60 existe grande variabilidade, tanto na duração do fogo como na porcentagem de sítios queimados, podendo considerar-se que o fogo é pouco previsível neste intervalo.



Nota-se que a curva fica cada vez mais estreita, com uma elevação cada vez mais acentuada. Como a figura acima mostra, para $L = 200$, a curva assemelha-se a um degrau. No limite, como já foi mostrado no capítulo 2, quando $L \rightarrow \infty$ é este degrau, a função de Heaviside, que descreve a probabilidade de percolação em função de $p = 0$ para $p < p_c$ e 1 para $p > p_c$.

Como podemos ver, para sistemas pequenos, aumentando p aumenta a probabilidade de percolação uma vez que aumenta a probabilidade de existir um caminho de quadrados pintados que liga dois lados opostos do sistema. No limite, quando o sistema é infinito, existe uma probabilidade p_c , chamada probabilidade crítica ou limiar de percolação, abaixo da qual o sistema nunca percola, e acima da qual o sistema percola sempre.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, vimos que a percolação por sítios pode ser usada para resolver problemas diversos. Foi apresentado um modelo de percolação por sítios para modelar um incêndio florestal. Os resultados obtidos mostraram que existe uma relação entre o tempo de vida e a probabilidade de ocupação dos sítios, de forma que pudemos evidenciar a existência de um ponto crítico onde o tempo médio do incêndio é máxima, o ponto crítico encontrado, p_c , foi de aproximadamente 0,5919. Como vimos na tabela 1, os valores encontrados na literatura para o p_c em uma percolação de sítios numa rede quadrada é de 0,5927.

Mostramos também o comportamento da curva quando colocamos a probabilidade em função dos aglomerados se comporta como uma transição de percolação e pode ser vista como uma transição de fase, análoga às transições de fase térmicas, onde a temperatura crítica separa regiões de estabilidade de duas fases diferentes. Como é o caso do experimento feito para calcular a porcentagem de sítios queimados que depende diretamente do tamanho dos aglomerados, pois quanto maior os aglomerados na rede, maior é a chance de haver percolação e maior será a porcentagem de sítios queimados. Como vimos, a fase de transição ocorre na zona crítica e p_c é o ponto onde ocorre a mudança de fase.

Os resultados do estudo revelaram que esses testes podem ser usados na prevenção de incêndios florestais. É possível exercer influência na densidade florestal, na diminuição da probabilidade de propagação (limpando as florestas), na criação de discontinuidades (corta-fogos e plantação de zonas com árvores mais resistentes ao fogo). O método de percolação por sítios, mesmo sendo limitado às condições iniciais, proporcionou estimativas eficientes a todos os parâmetros analisados.

5.1 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

- ⑩ Percolação em 3 dimensões.
- ⑩ Considerações de segundos vizinhos no modelo.
- ⑩ Simulação do impacto dos ventos na propagação de um incêndio.

6 REFERÊNCIAS

ARENHART, R. G. **Método de previsão de limiar de percolação e condutividade elétrica em compósitos poliméricos por simulação de Monte Carlo**, 2012. 130f. Dissertação (Mestrado em Ciência e Engenharia de Materiais) - Universidade Federal De Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

BRAGA, G. A. **Percolação para principiantes**, Minas Gerais (2002).

CFTC – CENTRO DE FÍSICA TEÓRICA E COMPUTACIONAL. **Prisma: a luz da física**. 2014. Disponível em: <<http://cftc.cii.fc.ul.pt/PRISMA/capitulos/capitulo5/modulo6/topico1.php>>. Acesso em: 03 jul. 2014.

FONTES, L. R. **Percolação**, notas do IMPA, Rio de Janeiro (1996).

GASTNER, Michael T. **Percolation theory**. 2013. Disponível em: <<http://www2.imperial.ac.uk/~mgastner/percolation/percolation.html>>. Acesso em: 14 jun. 2014.

MOREIRA, D. A. **Percolação convencional, percolação correlacionada e percolação por invasão num suporte multifractal**, 2005. 105f. Dissertação (Mestrado em física) - Departamento De Física Teórica e Experimental, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2005.

NETO, S. G. A. **Estimativa de expoentes críticos em percolação**, 2010. 56f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada e Estatística) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2008.

OLIVEIRA, M. G. A. **Propagação do fogo e dinâmicas florestais**, 2005. 101f. Dissertação (Mestrado em Estatística Aplicada e Modelação) - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2005.

PEREIRA, M. G. **Aplicações Da teoria da percolação à modelagem e simulação de reservatórios de petróleo**, 2006. 94f. Tese (Doutorado em física) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2006.

PESSOA, D. B. **Estudo analítico-numérico dos processos de corrosão**. 2011. 60f. Monografia (Licenciatura em física) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza.

SILVA, I. D. B. **Análise e comparação entre algoritmos de percolação**, 2008. 79f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2008.

VELLOSO, B. P. **Proposta de uma metodologia baseada na teoria da percolação para configuração de parâmetros de um algoritmo de inteligência de enxames**, 2008. 80f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

ZARA, R. A. **Novas formas de percolação**, 2000. 124f. Tese (Doutorado em física) – Departamento de Física e Informática, Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2000.

ANEXO 1 – Algoritmo de percolação de incêndios florestais (forest fires)

Esta é a versão final do programa desenvolvido no Fortran para determinação do tempo de vida médio t_v de um incêndio florestal usando a percolação por sítios em uma rede quadrada.

```

program perc
C-----
C   Programador: George Frederick
C-----
C   #####
C   Declaracao de variaveis

```

```

implicit none
integer sit,i,j,N,L,k,t,tn
real*8 p,prob,rand48,tm
parameter(L=200,N=L*L)
integer state(N),vz(4,N),passo,npasso
parameter(npasso=50)
integer newstate(N),cont,cont1
integer*2 sm(3)
open(1,file='tmed.dat')
C #####
C-----
C #####
C  Dados iniciais
    sm(1)=8764
    sm(2)=3475
    sm(3)=1346
C #####
C-----
C #####
C  Obtendo os vizinhos de cada sitio
do sit=1,N
    vz(1,sit)=0
    vz(2,sit)=0
    vz(3,sit)=0
    vz(4,sit)=0
    if(sit.gt.L)vz(1,sit)=sit-L
    if(sit.le.N-L)vz(2,sit)=sit+L
    if(mod(sit,L).ne.0)vz(3,sit)=sit+1
    if(mod(sit,L).ne.1)vz(4,sit)=sit-1
end do
print*, 'Encontrado os vizinhos de cada sitio'
C #####
C-----
    p=0.0000

```

```

do while(p.le.1.00)
    p=p+0.02000
    tm=0
    print*, '*****'
C    print*, '
    print*, ' Simulacao para p =',p
C    print*, '
    print*, '*****'
    do passo=1,npasso
C    #####
C    Cria a floresta intacta
        do i=1,L
            do j=1,L
                sit=(i-1)*L+j
                prob=rand48(sm)
                if(prob.le.p)then
                    state(sit)=1
                else
                    state(sit)=0
                end if
            end do
        end do
        print*, '#### Criada uma nova floresta ####'
C    #####
C-----
C    #####
C    state(i)=0 Não tem arvore no sitio i
C    state(i)=1 Tem uma arvore intacta no sitio i
C    state(i)=2 Tem uma arvore queimando no sitio i
C    state(i)=3 Tem uma arvore queimada no sitio i
C    #####
C-----
C    #####
C    Queimando a primeira linha do bosque

```



```

do sit=1,L
  if(state(sit).eq.1)state(sit)=2
end do
C #####
C -----
C #####
C Começando a propagação do fogo na floresta
  tv=0
  nn=0
  do t=1,N
    if(mod(t,N/4).eq.0)print*,(t*100)/N,'% '
    do sit=1,N
      newstate(sit)=state(sit)
      if(state(sit).eq.1)then
        do i=1,4
          if(vz(i,sit).ne.0)then !Qnd existir um vizinho
            if(state(vz(i,sit)).eq.2)newstate(sit)=2
          end if
        end do
      end if
      if(state(sit).eq.2)newstate(sit)=3
    end do
  end do
C Encontrando o tempo de vida
  cont=0
  do sit=1,N
    if(state(sit).eq.2)cont=cont+1
  end do
  cont1=0
  do sit=N-L,N
    if(state(sit).eq.3)cont1=cont1+1
  end do
  if(cont1.ge.1.and.nn.eq.0)then
    tv=t
    nn=1
  end if
end if

```

```

        print*, 'Encontrado o tempo de vida tv = ', tv
    end if
    if(cont.eq.0.and.nn.eq.0)then
        tv=t
        nn=1
        print*, 'Encontrado o tempo de vida tv = ', tv
    end if
    do sit=1,N
        state(sit)=newstate(sit)
    end do
end do
tm=tm+float(tv)
end do
tm=tm/float(npasso)
print*, 'Tempo medio encontrado tm= ', tm
write(1,*)p,tm
if(mod(int(p*100),2).eq.0)print*,int(p*100),'%'
print*, 'Fazendo tudo novamente para outro valor de p'
end do
C #####
C-----
    end

C#####
C  Função que gera números aleatórios
C#####
    FUNCTION rand48(seed)
c
c  Fortran 77 function that implements
c  the random number generator used
c  by the C utility erand48. It produces
c  the same values as erand48 for the

```

- c three integers seed(3) and a sequence
- c of random numbers that agree in all but
- c the least significant digits.
- c (Very small discrepancies in the least
- c significant digits are produced by the
- c different truncations used by Fortran
- c and C.)

c

c Claudio Rebbi - Boston University

c May 1992

c

```
INTEGER*2 seed(3)
```

```
INTEGER*4 i1,i2,i3,i11,i21,i31,i12,i22,i13
```

```
INTEGER*4 E66D,DEEC,FFFF
```

```
PARAMETER(E66D=58989, DEEC=57068, FFFF=65535)
```

```
REAL*8 rand48
```

```
i1=seed(1)
```

```
IF(i1.LT.0) i1=i1+65536
```

```
i2=seed(2)
```

```
IF(i2.LT.0) i2=i2+65536
```

```
i3=seed(3)
```

```
IF(i3.LT.0) i3=i3+65536
```

```
i11=i1*E66D
```

```
i21=i2*E66D
```

```
i31=i3*E66D
```

```
i12=i1*DEEC
```

```
i22=i2*DEEC
```

```
i13=i1*5
```

```
i1=IAND(i11,FFFF)+11
```

```
i11=ISHFT(i11,-16)+ISHFT(i1,-16)
```

```
i1=IAND(i1,FFFF)
```

```
i11=i11+IAND(i21,FFFF)+IAND(i12,FFFF)
```

```

      i2=IAND(i11,FFFF)
      i3=ISHFT(i11,-16)+ISHFT(i21,-16)+ISHFT(i12,-16)+
&    IAND(i31,FFFF)+IAND(i22,FFFF)+IAND(i13,FFFF)
      i3=IAND(i3,FFFF)
c
c    rand48=i3*2**(-16)+i2*2**(-32)
c
      rand48=i3*1.52587890625D-05+i2*2.328306D-10

      IF(i1.GE.32768) i1=i1-65536
      seed(1)=i1
      IF(i2.GE.32768) i2=i2-65536
      seed(2)=i2
      IF(i3.GE.32768) i3=i3-65536
      seed(3)=i3

      RETURN
      END

```