



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CURSO DE BACHARELADO INTERDISCIPLINAR EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

AGDA JANNYNE DA COSTA SOUZA

**ANÁLISE DE SINAIS UTILIZANDO AS COMPONENTES SIMÉTRICAS
GENERALIZADAS**

CARAÚBAS – RN

2025

AGDA JANNYNE DA COSTA SOUZA

**ANÁLISE DE SINAIS UTILIZANDO AS COMPONENTES SIMÉTRICAS
GENERALIZADAS**

Monografia apresentada a Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Bacharel em Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia.

Orientadora: Profa. Dra. Érica Mangueira Lima.

CARAÚBAS -RN
2025

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

S719a Souza, Agda Jannyne da Costa.
Análise de sinais utilizando as componentes
simétricas generalizadas / Agda Jannyne da Costa
Souza. - 2025.
55 f. : il.

Orientador: Érica Manguiera Lima.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e
Tecnologia, 2025.

1. Análise de sinais. 2. Distorções harmônicas.
3. Componentes simétricas clássicas. 4.
Componentes simétricas generalizadas. I. Lima,
Érica Manguiera, orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade
com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Biblioteca Campus Caraúbas
Bibliotecária: Sarah Freire Bezerra
CRB: 15/1052

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

AGDA JANNYNE DA COSTA SOUZA

**ANÁLISE DE SINAIS UTILIZANDO AS COMPONENTES SIMÉTRICAS
GENERALIZADAS**

Monografia apresentada a Universidade
Federal Rural do Semi-Árido como requisito
para obtenção do título de Bacharel em
Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia.

Defendida em: 04 / 08 / 2025.

BANCA EXAMINADORA



Documento assinado digitalmente

ERICA MANGUEIRA LIMA

Data: 05/08/2025 17:20:02-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Érica Manguiera Lima, Profa. Dra. (UFERSA)

Orientadora, Presidente



Documento assinado digitalmente

RODRIGO DE ALMEIDA COELHO

Data: 04/08/2025 10:32:21-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Rodrigo de Almeida Coelho, Prof. Dr. (UFERSA)

Membro Examinador



Documento assinado digitalmente

JAMILE PINHEIRO NASCIMENTO AMOAH

Data: 05/08/2025 14:04:19-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Jamile Pinheiro Nascimento Amoah, Profa. Dra. (UFAL)

Membro Examinador

RESUMO

O trabalho desenvolvido apresenta um estudo sobre a análise de sinais periódicos trifásicos, contemplando tanto sinais senoidais quanto sinais não senoidais, estes últimos caracterizados pela presença de harmônicos. A análise foi desenvolvida utilizando dois métodos matemáticos: o primeiro é o das Componentes Simétricas Clássicas (CSC), baseado na transformação proposta por Fortescue, que decompõe os sinais em componentes de sequência positiva, negativa e zero; o segundo é o das Componentes Simétricas Generalizadas (CSG), que representa uma extensão da abordagem de Fortescue, desenvolvida especialmente para aplicação em sistemas trifásicos periódicos não senoidais. As CSG permitem a decomposição individual de cada ordem harmônica, aplicando separadamente a transformação de Fortescue, e inclui o cálculo da componente residual associada às harmônicas múltiplas de três. O objetivo central do trabalho consistiu em realizar uma análise comparativa entre as duas abordagens, avaliando se a aplicação das CSG proporciona maior precisão, confiabilidade, e coerência na representação dos impactos causados pelas distorções harmônicas no sistema elétrico. Os resultados obtidos demonstraram que as CSG apresentam desempenho superior, não apenas na caracterização geral do sistema, mas também na identificação e descrição detalhada dos distúrbios, especialmente em cenários de maior complexidade e assimetria.

Palavras-Chaves: Análise de sinais; Distorções harmônicas; Componentes simétricas clássicas; Componentes simétricas generalizadas.

ABSTRACT

This work presents a study on the analysis of periodic three-phase signals, considering both sinusoidal and non-sinusoidal waveforms — the latter characterized by the presence of harmonics. The analysis was carried out using two mathematical methods: the first is the Classical Symmetrical Components (CSC) method, based on Fortescue's transformation, which decomposes signals into positive-, negative-, and zero-sequence components; the second is the Generalized Symmetrical Components (GSC) method, an extension of Fortescue's approach specifically developed for application in non-sinusoidal periodic three-phase systems. The GSC method allows for the individual decomposition of each harmonic order by applying Fortescue's transformation separately, and it also includes the calculation of the residual component associated with triple harmonics (multiples of three). The main objective of this work was to perform a comparative analysis between the two approaches, assessing whether the application of GSC provides greater accuracy, reliability, and consistency in representing the impacts of harmonic distortions in the electrical system. The results showed that the GSC method outperforms the classical approach, not only in the general characterization of the system but also in the detailed identification and description of disturbances — particularly in more complex and asymmetric scenarios.

Keywords: Signal analysis; Harmonic distortions; Classical symmetric components; Generalized symmetric components.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Componentes de sequência.	15
Figura 2: Fluxograma da sequência metodológica.	27
Figura 3: Fluxograma algoritmo CSC.	29
Figura 4: Fluxograma algoritmo CSG.	30
Figura 5: Correntes trifásicas sinal senoidal equilibrado.	32
Figura 6: CSC – Componentes de sequência do sinal senoidal equilibrado.	32
Figura 7: CSG – Componentes de sequência do sinal senoidal equilibrado.	33
Figura 8: Correntes trifásicas sinal senoidal desequilibrado.	35
Figura 9: CSC – Componentes de sequência do sinal senoidal desequilibrado.	35
Figura 10: CSG – Componentes de sequência do sinal senoidal desequilibrado.	36
Figura 11: Correntes trifásicas caso 2.	38
Figura 12: CSC – Componentes de sequência para o caso 2.	39
Figura 13: CSG – Componentes de sequência para o caso 2.	39
Figura 14: Conteúdo harmônico da componente homopolar – caso 2.	42
Figura 15: Conteúdo harmônico da componente heteropolar positiva – caso 2.	42
Figura 16: Conteúdo harmônico da componente heteropolar negativa – caso 2.	43
Figura 17: Conteúdo harmônico da componente residual (fase A) – caso 2.	44
Figura 18: Conteúdo harmônico da componente residual (fase B) – caso 2.	44
Figura 19: Conteúdo harmônico da componente residual (fase C) – caso 2.	45
Figura 20: Correntes trifásicas caso 3.	46
Figura 21: CSC – Componentes de sequência para o caso 3.	47
Figura 22: CSG – Componentes de sequência para o caso 3.	47
Figura 23: Conteúdo harmônico da componente homopolar – caso 3.	50
Figura 24: Conteúdo harmônico da componente heteropolar positiva – caso 3.	50
Figura 25: Conteúdo harmônico da componente heteropolar negativa – caso 3.	51
Figura 26: Conteúdo harmônico da componente residual (fase A) – caso 3.	52
Figura 27: Conteúdo harmônico da componente residual (fase B) – caso 3.	52
Figura 28: Conteúdo harmônico da componente residual (fase C) – caso 3.	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Valores RMS – CSC de sequência do sistema senoidal equilibrado.	33
Tabela 2: Valores RMS – CSG de sequência do sistema senoidal equilibrado.	34
Tabela 3: Valores RMS – CSC de sequência do sistema senoidal desequilibrado.	36
Tabela 4: Valores RMS – CSG de sequência do sistema senoidal desequilibrado.	37
Tabela 5: Módulo e fase das correntes trifásicas para o caso 2.	38
Tabela 6: Valores RMS – CSC de sequência para o caso 2.	40
Tabela 7: Valores RMS – CSG de sequência para o caso 2.	40
Tabela 8: Módulo e fase das correntes trifásicas para o caso 3.	46
Tabela 9: Valores RMS – CSC de sequência para o caso 3.	48
Tabela 10: Valores RMS – CSG de sequência para o caso 3.	48

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CC	Corrente Contínua
CSC	Componentes Simétricas Clássicas
CSG	Componentes Simétricas Generalizadas
DFT	Discrete Fourier Transform (Transformada Discreta de Fourier)
FFT	Fast Fourier Transform (Transformada Rápida de Fourier)
SEP	Sistema Elétrico de Potência

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	OBJETIVOS	13
2.1	Objetivo Geral	13
2.2	Objetivos Específicos.....	13
3	REFERENCIAL TEÓRICO	14
3.1	Sistemas Trifásicos Desequilibrados	14
3.2	Componentes Simétricas.....	14
3.3	Teorema de Fortescue.....	14
3.4	Componentes simétricas generalizadas	18
3.4.1	Componentes generalizadas de sequência zero ou homopolares	19
3.4.2	Componentes generalizadas heteropolares.....	20
3.4.3	Componentes simétricas generalizadas de sequência positiva	21
3.4.4	Componentes simétricas generalizadas de sequência negativa	21
3.4.5	Componentes generalizadas residuais	22
3.5	Harmônicos	23
3.5.1	Definição e origem dos harmônicos	23
3.5.2	Classificação das harmônicas	23
3.5.3	Efeitos dos harmônicos nos sistemas elétricos	24
3.5.4	Análise espectral e decomposição por Fourier	24
3.5.5	Limitações das componentes simétricas na presença de harmônicos.....	26
4	METODOLOGIA.....	27
4.1	Implementação Computacional	28
4.1.1	Componentes clássicas CSC.....	28
4.1.2	Componentes generalizadas CSG.....	29
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	31
5.1	Caso 1 – Sinais Senoidais Puros	31
5.1.1	Sistema Equilibrado.....	31
5.1.2	Sistema Desequilibrado	34
5.2	Caso 2 – Sinal Sintético com Harmônicos	37
5.3	Caso 3 – Sinal Composto de Três Cargas Sintéticas.....	45
6	CONCLUSÃO.....	54
	REFERÊNCIAS	55

1 INTRODUÇÃO

A principal função de um sistema elétrico é fornecer energia elétrica aos seus usuários. Dependendo da demanda de cada usuário, o sistema pode ter características específicas, mas é fundamental para todos que ele forneça energia com qualidade adequada e quando for solicitada (Kagan; Oliveira; Robba, 2005).

Conforme a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL, 2021), a qualidade da energia elétrica refere-se ao fornecimento de energia dentro de parâmetros aceitáveis de tensão e frequência, sendo esta última, correspondente à frequência fundamental do sistema, mantida no intervalo de 59,9 Hz a 60,1 Hz, a fim de assegurar a estabilidade e a confiabilidade do sistema elétrico. De acordo com Dugan *et al.*, (2004), o sistema elétrico de potência (SEP) tem controle exclusivo sobre a tensão, enquanto a corrente varia conforme a demanda das cargas conectadas. Por esse motivo, as normas de qualidade de energia concentram-se em manter a tensão dentro dos limites estabelecidos.

O avanço das tecnologias tem contribuído para o aumento das distorções harmônicas nos SEP, sobretudo em decorrência do uso intensivo de dispositivos eletrônicos, com destaque para o uso de conversores eletrônicos de potência. Esses dispositivos desempenham um papel fundamental no aprimoramento e controle de processos industriais, na conversão de energia e no suprimento de cargas sensíveis. Entretanto, devido à utilização de técnicas de chaveamento de alta frequência, os conversores baseados em eletrônica de potência introduzem distorções significativas nas formas de onda de corrente e tensão, originando componentes harmônicos que impactam negativamente a qualidade de energia no SEP (Dugan *et al.*, 2004; Oleskovicz, 2007).

Segundo Grady (2012), os sistemas de potência são projetados para operar com tensões senoidais. No entanto, alguns tipos específicos de cargas não lineares introduzem componentes de corrente e tensão em múltiplos inteiros da frequência fundamental, denominados harmônicos. Esses harmônicos provocam distorções periódicas nas formas de onda e, quando associados a desequilíbrios entre as fases, tornam a análise dos sinais trifásicos significativamente mais complexa.

Um SEP pode ser subdividido em três áreas: geração, transmissão e distribuição. Nos sistemas de transmissão, os desequilíbrios entre fases geralmente são desconsiderados, pois, na maioria dos casos, as linhas são transpostas e a divisão de cargas tende a ser mais equilibrada (Acácio, 2014). Já os sistemas de distribuição frequentemente apresentam características que geram desequilíbrios consideráveis entre as fases, como cargas distribuídas de forma desigual,

assimetria nas linhas e a presença de circuitos monofásicos, bifásicos e trifásicos (Penido, 2008).

Nesse contexto, técnicas para análise de sinais como a decomposição por meio das Componentes Simétricas Clássicas (CSC), propostas originalmente por Fortecue (1918), são amplamente utilizadas para análise de sistemas trifásicos. No entanto, sua aplicação apresenta limitações quando o sistema apresenta harmônicos e desequilíbrios. Diante desse cenário, torna-se necessária a investigação de abordagens mais avançadas, como as Componentes Simétricas Generalizadas (CSG), as quais permitem analisar simultaneamente múltiplas frequências e fornece uma representação mais precisas das condições reais de operação do sistema elétrico.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é realizar uma análise comparativa entre as CSC e as CSG, com foco na sua aplicação à análise de sinais oriundos de sistemas trifásicos em diferentes condições, incluindo sinais senoidais puros e sinais contendo harmônicos.

2.2 Objetivos Específicos

- Implementar códigos modulados no *software* MATLAB®, referentes às CSC e as CSG;
- Realizar uma análise comparativa entre as teorias das CSC e das CSG quanto a sinais senoidais puros equilibrados e desequilibrados;
- Avaliar o desempenho das teorias das CSC e das CSG na identificação de características específicas de sinais contendo harmônicos;
- Realizar uma análise crítica sobre as limitações das CSC e os potenciais benefícios da aplicação das CSG.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 Sistemas Trifásicos Desequilibrados

Os sistemas trifásicos senoidais estão em desequilíbrio quando as grandezas elétricas, de tensão e/ou corrente apresentam amplitudes diferentes entre as fases. Já a assimetria ocorre quando as defasagens não correspondem a 120° (Costa, 2012). Esse desequilíbrio pode ser ocasionado, por exemplo, pela presença de cargas trifásicas não lineares, como fornos de indução e a arco, os quais, por natureza, tendem a absorver correntes com amplitudes e ângulo distintos entre as fases (Dugan *et al.*, 2004).

Uma das principais causas de desequilíbrio nos SEP é a distribuição não uniforme de cargas monofásicas entre as fases. Da mesma forma, a má distribuição das cargas trifásicas, também contribui para o desequilíbrio do sistema. Essas condições resultam em correntes desequilibradas, que podem provocar variações de tensão entre as fases, comprometendo a estabilidade e a qualidade do fornecimento de energia no sistema (Costa, 2012).

3.2 Componentes Simétricas

O método dos componentes simétricos foi desenvolvido por Fortescue em 1918, e é uma técnica que realiza uma transformação linear dos componentes de fase para um novo conjunto denominado componentes simétricos. Esse procedimento permite a decomposição de uma rede trifásica complexa em três redes de sequência independentes e mais simples (Glover *et al.*, 2012).

A principal vantagem dessa técnica consiste no fato de que, quando aplicada a sistemas elétricos equilibrados, resulta em circuitos equivalentes conhecidos como redes de sequência, que são separados em três circuitos desacoplados. Por outro lado, para sistemas desequilibrados, as redes de sequência se conectam apenas nos pontos de desequilíbrio (Glover *et al.*, 2012).

3.3 Teorema de Fortescue

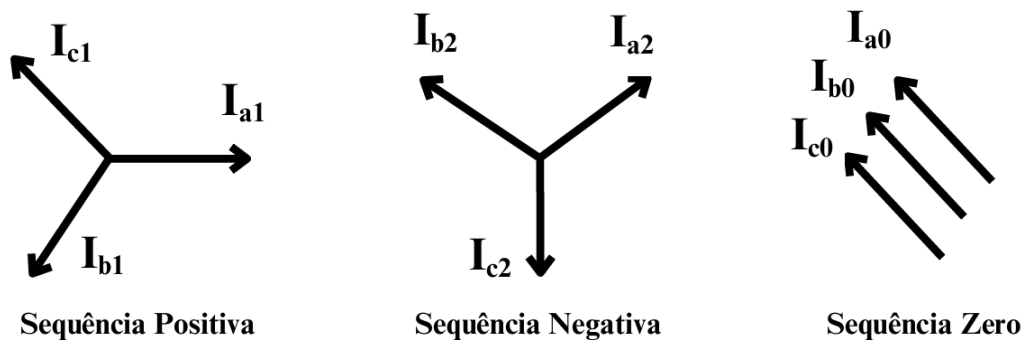
De acordo com o teorema de Fortescue, qualquer sistema polifásico composto por n fasores desequilibrados pode ser decomposto em n sistemas de fasores equilibrados que giram no mesmo sentido do sistema original, utilizando o método das componentes simétricas (Fortescue, 1918).

Conforme Fortescue (1918), um conjunto de correntes trifásicas desequilibradas I_a , I_b e I_c pode ser decomposto em componentes de sequência positiva, negativa e zero, originando três sistemas trifásicos simétricos, equilibrados e desacoplados:

- **Componentes simétricas de sequência positiva** – constitui-se por três fasores de igual amplitude, defasados entre si de 120° , preservando a sequência de fase do sistema original (ABC).
- **Componentes simétricas de sequência negativa** – constitui-se de três fasores de igual amplitude, defasados entre si em 120° , apresentando sequência de fase oposta à do sistema original (ACB).
- **Componentes simétricas de sequência zero** – constitui-se de três fasores de igual amplitude, sem defasagem entre si.

Na Figura 1 é mostrada a representação das componentes de sequência.

Figura 1: Componentes de sequência.



Fonte: Adaptada do Glover *et al.* (2012).

Os equacionamentos descritos a seguir são baseados em Glover *et al.*, (2012), no qual são apresentados os princípios fundamentais da análise de sistemas de potência.

Analisando a Figura 1 observa-se que as correntes trifásicas I_a , I_b e I_c podem ser expressas como a soma de suas componentes de sequência, conforme descrito pelas seguintes equações:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0}, \quad (1)$$

$$I_b = I_{b1} + I_{b2} + I_{b0}, \quad (2)$$

$$\mathbf{I}_c = \mathbf{I}_{c1} + \mathbf{I}_{c2} + \mathbf{I}_{c0}. \quad (3)$$

Para realizar a transformação linear para as componentes de sequência, utiliza-se o operador complexo α , que possui amplitude unitária e ângulo de fase de 120° . Ao multiplicar um fasor por α , ele é rotacionado em 120° no sentido anti-horário; e, ao multiplicá-lo por α^2 , o fasor é rotacionado em 240° no sentido anti-horário ou 120° no sentido horário (Glover *et al.*, 2012).

O operador α está definido na Equação (4):

$$\alpha = 1 \angle 120^\circ. \quad (4)$$

O sistema em desequilíbrio será decomposto nas componentes de sequência zero, positiva e negativa em função da fase A sendo $\mathbf{I}_{a0}$, $\mathbf{I}_{a1}$ e $\mathbf{I}_{a2}$. Para simplificar a análise o subscrito “ a ” será eliminado e as componentes de sequência são denotadas como $\mathbf{I}_0$, $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$.

Essa transformação é expressa pela seguinte matriz de transformação:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_a \\ \mathbf{I}_b \\ \mathbf{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_0 \\ \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

A matriz definida anteriormente pode ser reescrita em termos dos vetores $\mathbf{I}_P$, representando as correntes de fases, $\mathbf{I}_S$, representando as correntes de sequência, e a matriz A , conhecida como matriz de transformação:

$$\mathbf{I}_P = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_a \\ \mathbf{I}_b \\ \mathbf{I}_c \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{I}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_0 \\ \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Dessa forma, temos que:

$$[I_P] = [A][I_S]. \quad (9)$$

A inversa da matriz anterior é:

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Multiplicando as Equações (9) e (10), temos que

$$I_S = A^{-1}I_P, \quad (11)$$

que resulta em:

$$I_0 = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c), \quad (12)$$

$$I_1 = \frac{1}{3}(I_a + \alpha I_b + \alpha^2 I_c), \quad (13)$$

$$I_2 = \frac{1}{3}(I_a + \alpha^2 I_b + \alpha I_c). \quad (14)$$

Com base na análise das equações de sequência zero, pode-se afirmar que, em um sistema conectado em Y aterrado, a corrente no neutro é igual à soma das correntes de linha, portanto:

$$I_N = 3I_0. \quad (15)$$

Em sistemas trifásicos conectados em Y não aterrado ou em configurações Δ (delta), que não possuem um caminho para o neutro, não há circulação de corrente de sequência zero. Isso ocorre porque, sem um caminho de retorno, as componentes de sequência zero não podem circular no sistema (Glover *et al.*, 2012).

Analogamente, a transformação de componentes simétricas também pode ser expressa em termos das tensões de sequência V_a , V_b e V_c .

3.4 Componentes simétricas generalizadas

As CSG representam uma abordagem alternativa às CSC desenvolvidas por Fortescue. Essa técnica simplifica a análise de sinais oriundos de sistemas trifásicos cujas formas de onda de corrente e/ou tensão apresentam distorções. De maneira semelhante ao método das CSC, a abordagem das CSG possibilita a decomposição dos sinais nas componentes de sequência positiva, negativa e zero, facilitando a análise desses sistemas (Costa, 2012).

As definições e equacionamentos das componentes simétricas generalizadas de sequência apresentados a seguir são baseados nos estudos de Costa (2012) e de Tenti *et al.*, (2007).

Considerando um sistema trifásico de tensão e/ ou corrente, no qual a componente CC (Corrente Contínua) encontra-se ausente. As fases são identificadas pelos subscritos A , B e C . Conforme apresentado na expressão (16).

$$3\phi = \begin{cases} f_A(t) \\ f_B(t) \\ f_C(t) \end{cases}. \quad (16)$$

O sistema pode ser descrito da seguinte maneira:

- $f_A(t)$; $f_B(t)$; $f_C(t)$: representam as funções temporais do sinal correspondentes as fases A , B e C , respectivamente;
- T : período da frequência fundamental, expresso em segundos [s];
- $f = 1/T$: frequência fundamental, expressa em Hertz [Hz];
- $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$: velocidade angular, expressa em radianos por segundos [rad/s].

Nos sistemas trifásicos que apresentam sinais periódicos não senoidais, cada fase pode ser representada como uma série de funções senoidais cujas frequências correspondem a

múltiplos inteiros da frequência fundamental, conforme descrito por Tenti *et al.*, (2007). Essa decomposição é feita por meio da Transformada de Fourier, que separa o sinal em suas componentes harmônicas individuais. Em seguida, a técnica clássica das componentes simétricas de Fortescue é aplicada separadamente à cada uma das componentes harmônicas, possibilitando que o sinal analisado seja decomposto nas componentes de sequências positiva, negativa e zero para cada componente do espectro harmônico.

Contudo, como mostrado por Costa (2012) com base no trabalho de Tenti *et al.*, foi desenvolvida uma abordagem alternativa que dispensa a análise por harmônica. Essa técnica permite a decomposição direta dos sinais periódicos trifásicos em suas CSG, positiva, negativa e zero, sem a necessidade de tratar cada harmônica separadamente. Diante disso, a análise de sistemas com distorções harmônicas torna-se mais simples, além de oferecer maior eficiência e aplicabilidade prática na avaliação da qualidade da energia elétrica.

As CSG podem ser descritas com base em três definições, que correspondem às sequências positiva, negativa e zero, conforme descrito por (Tenti *et al.*, 2007) e Costa (2012).

- **Componente generalizada de sequência positiva:** a corrente ou tensão na fase B é igual à da fase A , adiantada em $T/3$, enquanto da fase C é igual à da fase A , adiantada $2T/3$.
- **Componente generalizada de sequência negativa:** a corrente ou tensão na fase B é igual à da fase A , atrasada em $T/3$, enquanto da fase C é igual à da fase A , atrasada em $2T/3$.
- **Componente generalizada de sequência zero:** a corrente ou tensão nas fases A , B e C são iguais e não apresentam defasagem temporal entre si.

A metodologia das CSG modifica o processo tradicional de cálculo das componentes de sequência positiva, negativa e zero. Além dessas alterações, a abordagem inclui uma nova componente, chamada de componente residual generalizada, conforme descrito por Costa (2012). Essa inclusão amplia a capacidade analítica do método, permitindo uma caracterização mais detalhada dos sinais trifásicos em condições não senoidais.

3.4.1 Componentes generalizadas de sequência zero ou homopolares

A componente generalizada de sequência zero ou homopolar, pode ser representada pela seguinte expressão:

$$f_Z(t) = \frac{1}{3}[f_A(t) + f_B(t) + f_C(t)]. \quad (17)$$

Além disso, podem ser definidas as componentes homopolares de cada fase do sistema trifásico, conforme mostrado nas equações a seguir:

$$f_{ZA}(t) = f_Z(t) = \frac{1}{3}[f_A(t) + f_B(t) + f_C(t)], \quad (18)$$

$$f_{ZB}(t) = f_Z(t) = \frac{1}{3}[f_A(t) + f_B(t) + f_C(t)], \quad (19)$$

$$f_{ZC}(t) = f_Z(t) = \frac{1}{3}[f_A(t) + f_B(t) + f_C(t)]. \quad (20)$$

Em que:

- $f_Z(t)$: representa a função temporal associada à componente simétrica generalizada de sequência zero, também chamada de componente homopolar;
- $f_{ZA}(t)$; $f_{ZB}(t)$; $f_{ZC}(t)$: representam as funções temporais da componente de sequência zero para as fases A , B e C .

3.4.2 Componentes generalizadas heteropolares

As componentes heteropolares, consideradas intermediárias, podem ser obtidas pela seguinte relação matricial:

$$\begin{bmatrix} f_A(t) \\ f_B(t) \\ f_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_Z(t) + \tilde{f}_A(t) \\ f_Z(t) + \tilde{f}_B(t) \\ f_Z(t) + \tilde{f}_C(t) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Em que:

- $\tilde{f}_A(t)$; $\tilde{f}_B(t)$; $\tilde{f}_C(t)$: representam as funções temporais da componente heteropolar para fases A , B e C .

As componentes homopolares representam a parte do sinal que é idêntica nas três fases do sistema trifásico, já as componentes heteropolares representam a parcela do sinal cuja soma das três fases é sempre nula em qualquer instante de tempo.

3.4.3 Componentes simétricas generalizadas de sequência positiva

As CSG de sequência positiva são calculadas a partir do conjunto de sinais formado pelas componentes heteropolares do sistema. A expressão que determina essa componente é apresentada a seguir:

$$f_P(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_A(t) + \tilde{f}_B\left(t + \frac{T}{3}\right) + \tilde{f}_C\left(t + \frac{2T}{3}\right) \right]. \quad (22)$$

Além disso, é possível desenvolver uma expressão que descreva o sistema trifásico em função da CSG de sequência positiva para as fases A , B e C . As expressões correspondentes são apresentadas a seguir.

$$f_{PA}(t) = f_P(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_A(t) + \tilde{f}_B\left(t + \frac{T}{3}\right) + \tilde{f}_C\left(t + \frac{2T}{3}\right) \right], \quad (23)$$

$$f_{PB}(t) = f_P\left(t - \frac{T}{3}\right), \quad (24)$$

$$f_{PC}(t) = f_P\left(t - \frac{2T}{3}\right). \quad (25)$$

Em que:

- $f_P(t)$: representa a função temporal associada à componente simétrica generalizada de sequência positiva;
- $f_{PA}(t)$; $f_{PB}(t)$; $f_{PC}(t)$: representam às funções temporais dessa componente de sequência para as fases A , B e C .

3.4.4 Componentes simétricas generalizadas de sequência negativa

As CSG de sequência negativa são obtidas a partir dos sinais trifásicos gerados pelas componentes heteropolares do sistema. A equação a seguir é utilizada para calcular essa componente:

$$f_N(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_A(t) + \tilde{f}_B\left(t - \frac{T}{3}\right) + \tilde{f}_C\left(t - \frac{2T}{3}\right) \right]. \quad (26)$$

Além disso, é possível formular uma expressão que representa o sistema trifásico em função da CSG de sequência negativa para as fases A , B e C , conforme as seguintes equações:

$$f_{NA}(t) = f_N(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_A(t) + \tilde{f}_B\left(t - \frac{T}{3}\right) + \tilde{f}_C\left(t - \frac{2T}{3}\right) \right], \quad (27)$$

$$f_{NB}(t) = f_N(t) \left(t + \frac{T}{3} \right), \quad (28)$$

$$f_{NC}(t) = f_N(t) \left(t + \frac{2T}{3} \right). \quad (29)$$

Em que:

- $f_N(t)$: representa a função temporal associada à componente simétrica generalizada de sequência negativa;
- $f_{NA}(t)$; $f_{NB}(t)$; $f_{NC}(t)$: representam às funções temporais dessa componente para as fases A , B e C .

3.4.5 Componentes generalizadas residuais

As componentes generalizadas residuais referem-se às componentes de sequência positiva e negativa associadas às harmônicas múltiplas de 3 e são obtidas a partir das componentes heteropolares do sistema. Uma característica que as distingue das demais CSG, é o fato de serem calculadas de forma independente para cada fase, o que resulta em uma expressão específica por fase. Ao contrário da metodologia aplicada as outras componentes, onde calcula-se inicialmente apenas uma componente de fase, e em seguida, as demais fases são obtidas aplicando as defasagens temporais.

As expressões matemáticas que definem as componentes residuais para cada fase são apresentadas a seguir:

$$f_{RA}(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_A(t) + \tilde{f}_A\left(t + \frac{T}{3}\right) + \tilde{f}_A\left(t + \frac{2T}{3}\right) \right], \quad (30)$$

$$f_{RB}(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_B(t) + \tilde{f}_B\left(t + \frac{T}{3}\right) + \tilde{f}_B\left(t + \frac{2T}{3}\right) \right], \quad (31)$$

$$f_{RC}(t) = \frac{1}{3} \left[\tilde{f}_C(t) + \tilde{f}_C\left(t + \frac{T}{3}\right) + \tilde{f}_C\left(t + \frac{2T}{3}\right) \right]. \quad (32)$$

Em que:

- $f_{RA}(t)$; $f_{RB}(t)$; $f_{RC}(t)$: representam às funções temporais das componentes residuais para as fases A , B e C .

3.5 Harmônicos

3.5.1 Definição e origem dos harmônicos

Os sistemas elétricos de potência são projetados para operar em frequência de 50 ou 60 Hz. No entanto, dispositivos eletrônicos de potência, como conversores estáticos, fontes chaveadas, retificadores e acionamentos de velocidade ajustável (ASDs), podem gerar distorções nas formas de onda de corrente e tensão. Essas distorções se manifestam como componentes oscilatórias cujas frequências são múltiplos inteiros da frequência fundamental, denominados harmônicos. Do ponto de vista matemático, esses sinais podem ser decompostos em uma série de Fourier, permitindo representar qualquer sinal periódico como a soma de uma componente fundamental e uma série de harmônicas. Essa abordagem fornece a base para identificação, quantificação e classificação dos harmônicos em sistemas elétricos, o que é fundamental para avaliar seu impacto no desempenho e na qualidade da energia fornecida (Dugan *et al.*, 2004; Arrillaga; Watson, 2003).

3.5.2 Classificação das harmônicas

Segundo Dugan; *et al.*, (2004), as harmônicas podem ser classificadas com base na sua ordem em relação à frequência fundamental e no seu comportamento entre as fases em sistemas trifásicos. Dessa forma, podem ser divididas em três categorias principais:

- Harmônicas de ordem $3k$ (3^a , 6^a , 9^a , ...) são classificadas como harmônicas de sequência zero, pois em um sistema equilibrado, apresentam-se em fase, ou seja, com ângulo de fase idêntico em (ABC) .
- Harmônicas de ordem $3k + 1$ (1^a , 4^a , 7^a , 10^a , ...) são classificadas como harmônicas de sequência positiva, uma vez que as fases estão defasadas entre si em 120° no sentido direto da sequência (ABC) .
- Harmônicas de ordem $3k - 1$ (2^a , 5^a , 8^a , ...) são classificadas como harmônicas de sequência negativa, pois as fases estão defasadas entre si em 120° no sentido inverso (ACB) .

Ressalta-se que essa classificação é válida apenas para sistemas trifásicos equilibrados. Em situações de desequilíbrio, cada harmônica pode apresentar componentes de sequência positiva, negativa e zero.

3.5.3 Efeitos dos harmônicos nos sistemas elétricos

A presença de harmônicos nos sistemas elétricos pode causar diversos efeitos indesejáveis, afetando o desempenho e a confiabilidade tanto dos equipamentos quanto da própria rede. De acordo com Arrillaga e Watson (2003), as distorções harmônicas são responsáveis por:

- Ressonâncias paralelas ou série, que podem amplificar determinadas frequências, resultando em sobrecorrentes ou sobretensões;
- Sobreaquecimento e aumento de perdas em transformadores e motores, devido à elevação das perdas por correntes parasitas e histerese;
- Geração de torques pulsantes em máquinas rotativas, causando vibrações e instabilidade mecânica;
- Funcionamento inadequado de relés de proteção, que passam a atuar de forma incorreta ou não atuar, contribuindo para o comprometimento da segurança do sistema;
- Ocorrência de interferências eletromagnéticas em equipamentos de comunicação e dispositivos eletrônicos sensíveis.

3.5.4 Análise espectral e decomposição por Fourier

A análise espectral é uma ferramenta fundamental para estudar as distorções harmônicas no SEP. Utilizando a Transformada de Fourier, é possível representar qualquer sinal, mesmo não periódico, no domínio da frequência, permitindo identificar com precisão a contribuição de cada componente harmônico.

Segundo Arrillaga e Watson (2003), essa abordagem supera as limitações da série de Fourier, que pressupõe sua aplicação a sinais periódicos. Na prática, sistemas reais, especialmente aqueles com cargas não lineares, frequentemente apresentam variações não periódicas. Nesse contexto, a Transformada de Fourier permite converter um sinal $x(t)$, do domínio do tempo para sua representação $X(f)$ no domínio da frequência, conforme a equação:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi fT} dt. \quad (33)$$

Em que:

- $X(f)$: espectro do sinal no domínio da frequência (contínuo);
- $x(t)$: sinal no domínio do tempo (contínuo);
- j : unidade imaginária.

O sinal original pode ser reconstruído fazendo a transformada inversa:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi fT} df. \quad (34)$$

Nos casos em que o sinal é amostrado no domínio do tempo, aplica-se a Transformada Discreta de Fourier (DFT, do inglês *Discrete Fourier Transform*), cujas formas direta e inversa podem ser expressas pelas seguintes equações:

$$X(f_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n) e^{-j\frac{2\pi}{N} kn}. \quad (35)$$

$$x(tn) = \sum_{k=0}^{N-1} X(f_k) e^{j\frac{2\pi}{N} kn}. \quad (36)$$

Em que:

- $X(f_k)$: representação discreta do espectro do sinal no domínio da frequência.
- $x(t_n)$: valor do sinal no tempo no instante t_n .
- N : número total de amostras do sinal no domínio do tempo.
- n : índice inteiro que identifica a posição da amostra no domínio do tempo.

De acordo com Dugan *et al.* (2004), essa decomposição fornece uma base matemática para identificar e quantificar as distorções harmônicas nas formas de onda de corrente e tensão. A partir da aplicação desse método, é possível determinar as ordens harmônicas presentes no sistema, bem como suas respectivas amplitudes e ângulos de fase, permitindo avaliar tanto o grau de distorção quanto os possíveis impactos sobre o desempenho e a confiabilidade dos equipamentos conectados.

3.5.5 Limitações das componentes simétricas na presença de harmônicos

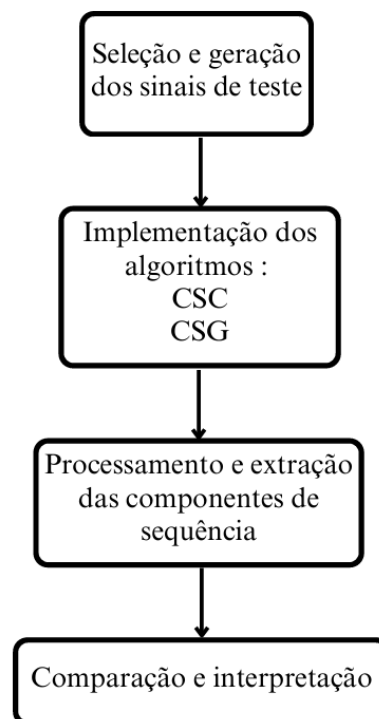
A presença de harmônicos na rede elétrica impõe limitações significativas quanto à aplicação das componentes simétricas de Fortescue. Embora esse método seja amplamente utilizado na análise de desequilíbrios em sistemas trifásicos, sua formulação se baseia em pressupostos de linearidade e considera sinais puramente senoidais. Quando os sinais apresentam distorções harmônicas, o método tradicional não consegue separar adequadamente as contribuições individuais de cada frequência. Diante dessa limitação, torna-se necessária uma abordagem capaz de decompor os sinais por sequência de fase. Nesse contexto, as CSG se destacam como uma extensão teórica do método clássico, permitindo uma caracterização mais precisa dos efeitos das distorções nos SEP, especialmente em situações com elevada distorção harmônica.

4 METODOLOGIA

Neste trabalho, a análise foi conduzida no domínio da frequência. Para isso, aplicou-se a Transformada Rápida de Fourier (FFT, do inglês *Fast Fourier Transform*) aos sinais trifásicos, com o objetivo de extrair os módulos e ângulos de fase dos fasores correspondentes a cada ordem harmônica presente. Em seguida, o teorema de Fortescue foi aplicado a cada harmonica individualmente, permitindo decompor os fasores em componentes simétricas de sequência zero, positiva, negativa e residual, essa última analisada exclusivamente nas CSG.

Para o desenvolvimento deste trabalho, foram adotadas as etapas apresentadas no fluxograma da Figura 2:

Figura 2: Fluxograma da sequência metodológica.



Fonte: Autoria Própria (2025).

1ª Etapa – Seleção e geração dos sinais de teste.

Foram definidos três conjuntos de sinais trifásicos para a aplicação e comparação dos métodos:

- Sinais senoidais, inicialmente equilibrado e posteriormente desequilibrado;

- Sinais sintéticos contendo a frequência fundamental e harmônicos de ordens 3,5 e 7;
- Sinais obtidos a partir de três cargas monofásicas distintas (geladeira, micro-ondas e aspirador de pó), contendo 10 ordens harmônicas, conforme extraídos de Grady (2012).

2ª Etapa – Implementação dos métodos de análise.

Os algoritmos para o cálculo das CSC e das CSG foram desenvolvidos no *software* MATLAB®. Ambos os métodos foram aplicados aos mesmos conjuntos de sinais, garantindo condições equivalentes para comparação.

3ª Etapa – Processamento e extração das componentes de sequência.

Para cada conjunto de sinais, foram obtidas as componentes de sequência positiva, negativa e zero pelas CSC. No caso das CSG, também foi considerada a componente residual associada às harmônicas múltiplas de três. Esse processamento foi realizado separadamente para cada caso estudado, permitindo avaliar o comportamento de cada método frente a diferentes condições de distorção e desequilíbrio.

4ª Etapa – Comparação e interpretação.

Foi conduzida uma análise comparativa e interpretativa dos resultados, visando avaliar a eficiência, a fidelidade e a confiabilidade das CSG em relação às CSC, especialmente em cenários que envolvem harmônicos. Essa avaliação buscou evidenciar as vantagens técnicas das CSG na descrição e caracterização dos distúrbios, destacando seu desempenho superior frente às CSC, sobretudo em sistemas mais complexos e assimétricos.

4.1 Implementação Computacional

4.1.1 Componentes clássicas CSC

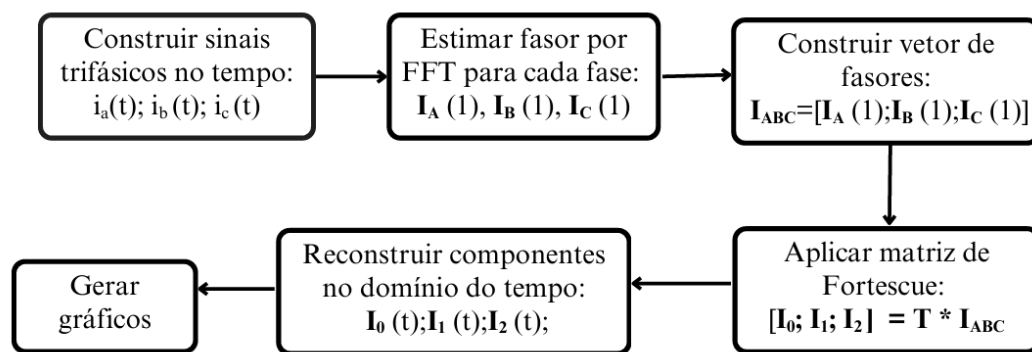
O Cálculo das CSC foi implementado conforme o algoritmo apresentado a seguir, cuja lógica está representada no fluxograma da Figura 3.

Algoritmo

- 1) Estabelecer os sinais no domínio do tempo a partir das características dos harmônicos de cada fase, isto é, amplitudes e ângulos de fase de cada componente harmônica.
- 2) Estimar os fasores complexos da frequência fundamental presente no sinal, por meio da aplicação da FFT.
- 3) Calcular as componentes CSC:

- a) Obter os fasores da frequência fundamental para cada fase.
 - b) Aplicar a matriz de Fortescue para calcular as componentes de sequência positiva, negativa e zero.
- 4) Reconstruir os sinais no tempo a partir das componentes de sequência obtidas (zero, positiva e negativa), reorganizando-as por fase.
 - 5) Gerar os gráficos das componentes reconstruídas no tempo, considerando todas as fases.

Figura 3: Fluxograma algoritmo CSC.



Fonte: Autoria Própria (2025).

4.1.2 Componentes generalizadas CSG

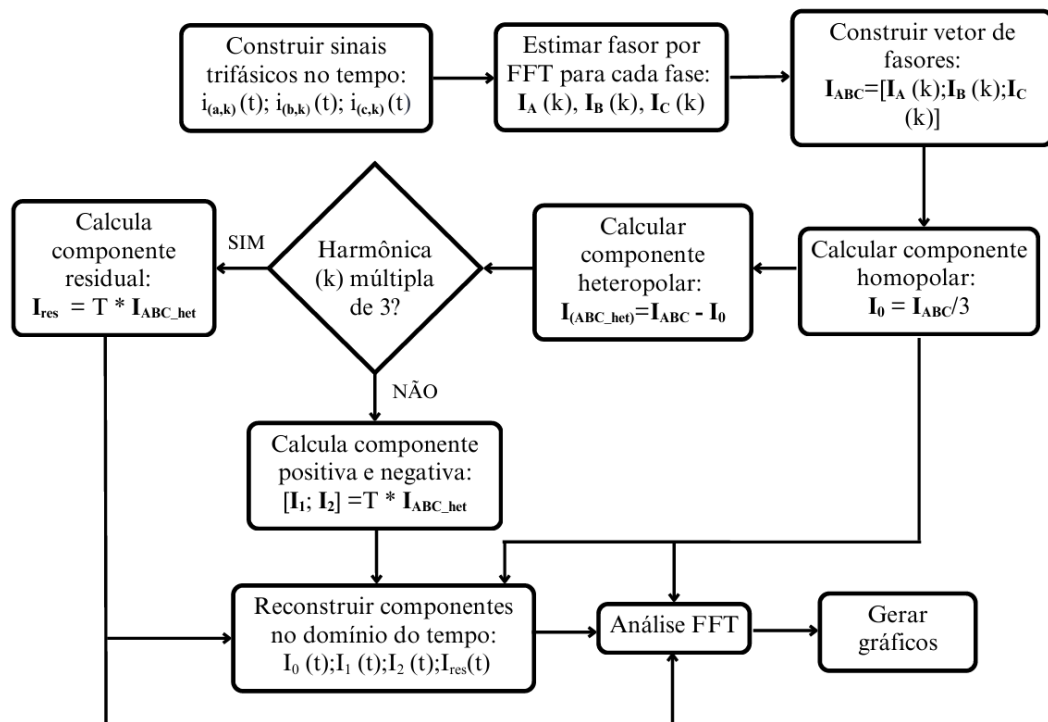
O Cálculo das CSG foi implementado conforme o algoritmo apresentado a seguir, cuja lógica está representada no fluxograma da Figura 4.

Algoritmo

1. Estabelecer os sinais no domínio do tempo a partir das características dos harmônicos de cada fase, isto é, amplitudes e ângulos de fase de cada componente harmônica.
2. Estimar os fasores complexos correspondentes de todas as harmônicas (k) presentes no sinal, por meio de análise espectral baseada na FFT, considerando todas as frequências de interesse.
3. Calcular as componentes CSG:
 - a) Decompor o sinal nas componentes homopolares e heteropolares por harmônica.
 - b) Calcular, para cada fase a componente residual, correspondente às harmônicas triplas.

- c) Aplicar a matriz de Fortescue às componentes heteropolares das harmônicas não múltiplas de 3 para obter as componentes de sequências positiva e negativa.
4. Reconstruir os sinais no domínio do tempo, a partir das componentes de sequência obtidas (homopolar, positiva, negativa e residual), reorganizando-as por fase.
 5. Analisar o espectro harmônico das componentes de sequência por meio da FFT e gerar os gráficos de amplitude do espectro para cada sequência.
 6. Gerar os gráficos de cada componente reconstruída no tempo, considerando todas as fases.

Figura 4: Fluxograma algoritmo CSG.



Fonte: Autoria Própria (2025).

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, serão apresentados e analisados os resultados obtidos a partir da aplicação das CSC e das CSG em três diferentes cenários de sinais provenientes do sistema trifásicos. A comparação entre os dois métodos tem como objetivo identificar as limitações da abordagem tradicional frente a sinais contendo harmônicos, bem como os benefícios da abordagem generalizada.

5.1 Caso 1 – Sinais Senoidais Puros

No primeiro caso estudado, foram gerados sinais sintéticos de sistemas trifásicos com o objetivo de representar, em condições controladas e bem definidas, dois cenários ideais: um sistema equilibrado e um sistema desequilibrado, ambos operando apenas na frequência fundamental (60 Hz). O propósito é avaliar o comportamento das CSC e das CSG em situações sem distorções harmônicas presentes, ou seja, com sinais puramente senoidais.

5.1.1 Sistema Equilibrado

Neste primeiro cenário, foi considerado um sistema trifásico equilibrado e senoidal, em que os sinais apresentam amplitudes iguais e defasagem de 120° entre as fases, representando um sistema em perfeito equilíbrio. As expressões das correntes trifásicas são dadas por:

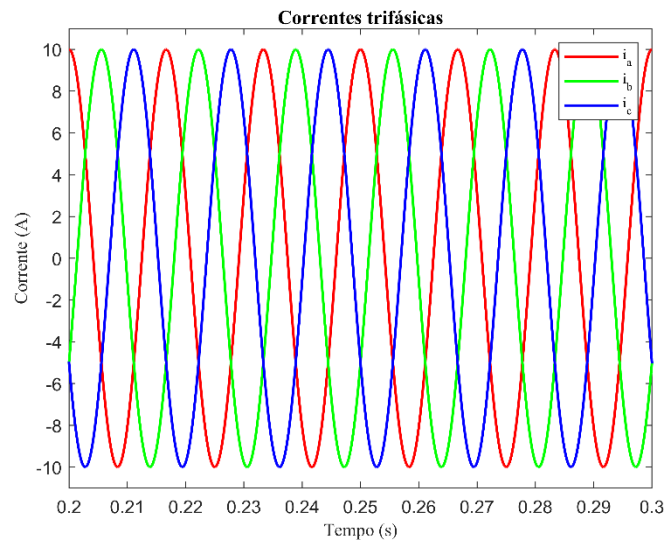
$$i_a(t) = 10 \cdot \text{sen}(\omega t), \quad (37)$$

$$i_b(t) = 10 \cdot \text{sen}(\omega t - 120^\circ), \quad (38)$$

$$i_c(t) = 10 \cdot \text{sen}(\omega t + 120^\circ), \quad (39)$$

Na Figura 5, é possível observar as formas de ondas das correntes trifásicas instantâneas correspondentes ao sinal a ser analisado.

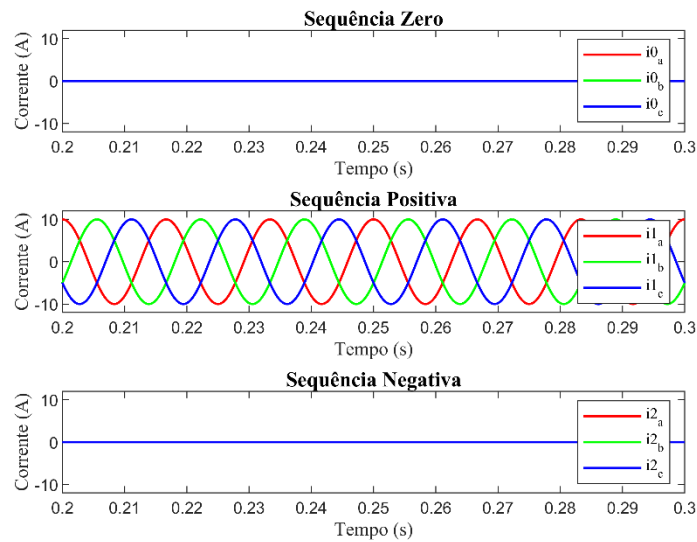
Figura 5: Correntes trifásicas sinal senoidal equilibrado.



Fonte: Autoria Própria (2025).

A aplicação do cálculo das CSC resultou nas componentes de sequência mostradas na Figura 6.

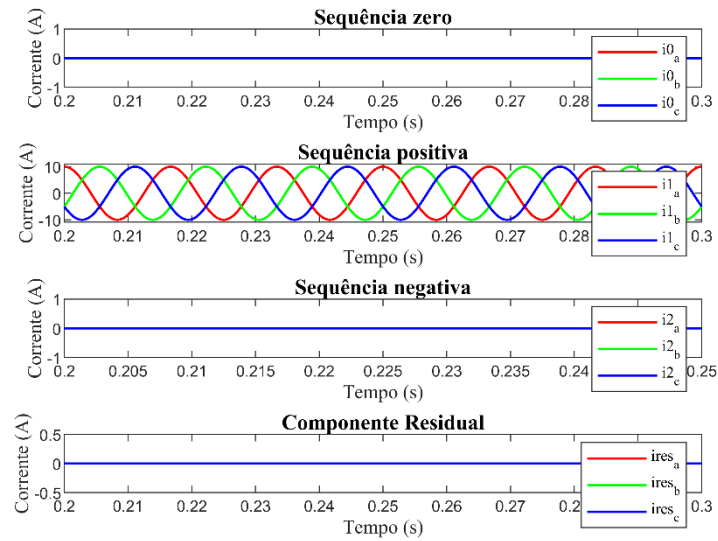
Figura 6: CSC – Componentes de sequência do sinal senoidal equilibrado.



Fonte: Autoria Própria (2025).

A aplicação do cálculo das CSG resultou nas componentes de sequência mostradas na Figura 7.

Figura 7: CSG – Componentes de sequência do sinal senoidal equilibrado.



Fonte: Autoria Própria (2025).

Os valores RMS das componentes de sequência, obtidos pelos cálculos para os métodos das CSC e das CSG, estão apresentados na Tabela 1 e na Tabela 2, respectivamente.

Tabela 1: Valores RMS – CSC de sequência do sistema senoidal equilibrado.

VALORES RMS			
SEQUÊNCIAS	FASE A	FASE B	FASE C
Zero	0,00	0,00	0,00
Positiva	7,07	7,07	7,07
Negativa	0,00	0,00	0,00

Tabela 2: Valores RMS – CSG de sequência do sistema senoidal equilibrado.

VALORES RMS			
SEQUÊNCIAS	FASE A	FASE B	FASE C
Zero	0,00	0,00	0,00
Positiva	7,07	7,07	7,07
Negativa	0,00	0,00	0,00
Residual	0,00	0,00	0,00

Observa-se que ambas as metodologias, CSC e CSG, apresentaram resultados equivalentes, com a presença exclusiva da componente de sequência positiva. Esse resultado era esperado, uma vez que a aplicação da matriz de transformação de Fortescue a sistemas trifásicos equilibrados e senoidais não gera componentes de sequência negativa, zero e residual. No caso das CSG, o fato da componente residual ser nula reforça que essa análise só ocorre para sinais com a presença de harmônicas triplas.

Portanto, verifica-se que o método das CSG reproduz de forma semelhante os resultados das CSC frente a sinais ideais, validando sua aplicação e confirmando sua coerência com a teoria estudada.

5.1.2 Sistema Desequilibrado

No segundo cenário, foi considerado um sistema trifásico senoidal desequilibrado, em que os sinais apresentam amplitudes diferentes e defasagens distintas de 120° entre as fases. As expressões das correntes trifásicas são dadas por:

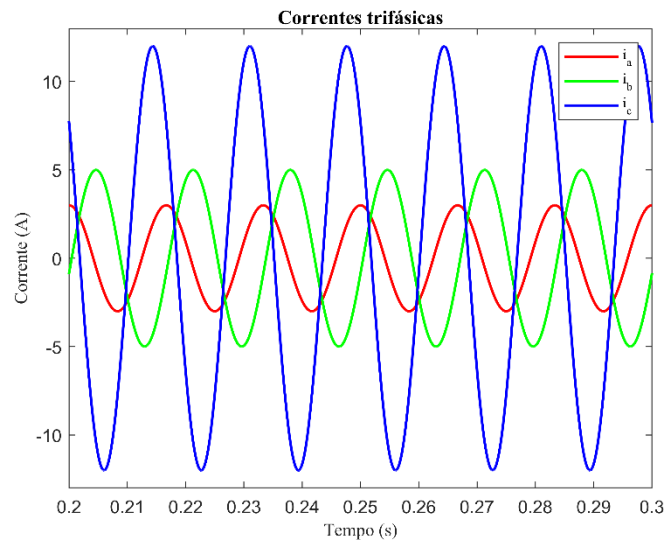
$$i_a(t) = 3 \cdot \text{sen}(\omega t), \quad (40)$$

$$i_b(t) = 5 \cdot \text{sen}(\omega t - 100^\circ), \quad (41)$$

$$i_c(t) = 12 \cdot \text{sen}(\omega t + 50^\circ). \quad (42)$$

Apresenta-se, na Figura 8, as formas de ondas das correntes trifásicas instantâneas no domínio do tempo, correspondente ao sinal a ser analisado.

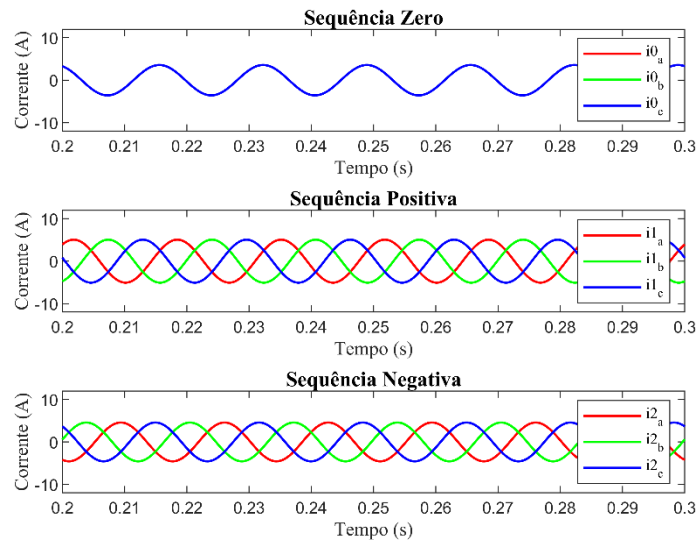
Figura 8: Correntes trifásicas sinal senoidal desequilibrado.



Fonte: Autoria Própria (2025).

A aplicação do cálculo das CSC resultou nas componentes de sequência apresentadas na Figura 9.

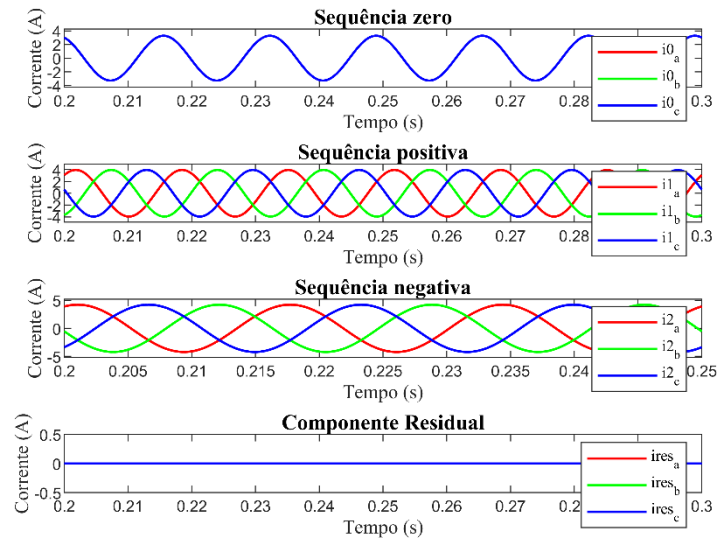
Figura 9: CSC – Componentes de sequência do sinal senoidal desequilibrado.



Fonte: Autoria Própria (2025).

A aplicação do cálculo das CSG resultou nas componentes de sequência apresentadas na Figura 10.

Figura 10: CSG – Componentes de sequência do sinal senoidal desequilibrado.



Fonte: Autoria Própria (2025).

Ao analisar as imagens obtidas por ambos os métodos, observa-se que neste caso, as duas metodologias identificaram, como era esperado para sistemas trifásicos desequilibrados e assimétricos, as componentes de sequência positiva, negativa e zero.

Os valores RMS das componentes de sequência, obtidos pelos cálculos para os métodos das CSC e das CSG, estão apresentados na Tabela 3 e na Tabela 4, respectivamente.

Tabela 3: Valores RMS – CSC de sequência do sistema senoidal desequilibrado.

VALORES RMS			
SEQUÊNCIAS	FASE A	FASE B	FASE C
Zero	2,3205	2,3205	2,3205
Positiva	2,7819	2,7819	2,7819
Negativa	2,9811	2,9811	2,9811

Tabela 4: Valores RMS – CSG de sequência do sistema senoidal desequilibrado.

VALORES RMS			
SEQUÊNCIAS	FASE A	FASE B	FASE C
Zero	2,3205	2,3205	2,3205
Positiva	2,7819	2,7819	2,7819
Negativa	2,9811	2,9811	2,9811
Residual	0,00	0,00	0,00

Ao comparar os resultados obtidos pelos métodos das CSG e pelas CSC, observa-se que, apesar do sistema analisado ser desequilibrado e assimétrico, os sinais analisados contêm apenas a frequência fundamental (60 Hz), ou seja, não apresentam distorções harmônicas. Nesse contexto, ambos os métodos convergem para resultados idênticos.

A razão dessa equivalência está fundamentada na base teórica de cada método. As CSC foram formuladas originalmente para sinais senoidais, considerando a presença exclusiva da componente fundamental. Já as CSG estendem essa análise a todas as componentes harmônicas presentes no sistema. Assim, quando o sinal contém apenas a frequência fundamental, ambas as metodologias chegam aos mesmos resultados. Isso evidencia que, na ausência de distorções harmônicas, as CSC constituem um método válido e suficiente para caracterizar os desequilíbrios do sistema.

5.2 Caso 2 – Sinal Sintético com Harmônicos

Neste segundo caso, foram gerados sinais sintéticos de um sistema trifásico com o objetivo de representar, de forma controlada e bem definidas, a presença de distorções harmônicas específicas no sistema. Ao contrário do caso anterior, que envolvia apenas a frequência fundamental (60 Hz), os sinais aqui propostos incluem múltiplas harmônicas (tais como a 3ª, 5ª e 7ª), simulando uma situação típica de operação com cargas não lineares.

Os valores das correntes trifásicas, em termos de módulo e fase, estão apresentados na Tabela 5 a seguir:

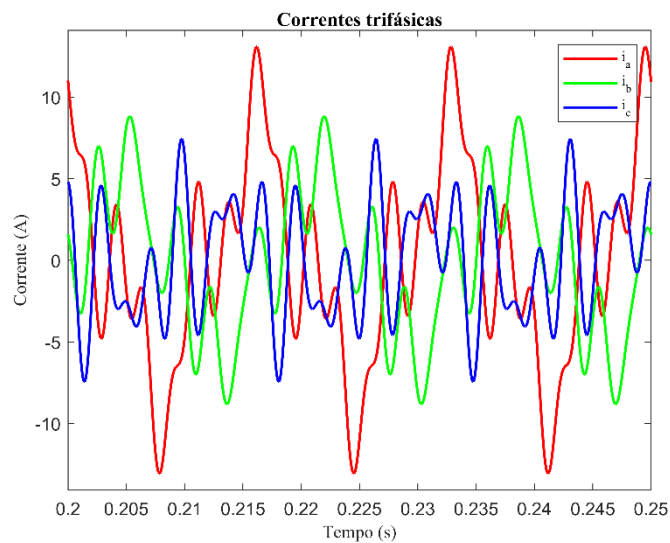
Tabela 5: Módulo e fase das correntes trifásicas para o caso 2.

Ordem	$i_{h,A}(A)$	$\phi_{h,A}$	$i_{h,B}(A)$	$\phi_{h,B}$	$i_{h,C}(A)$	$\phi_{h,C}$
1	7,00	10°	5,20	-100°	2,00	70°
3	4,20	15°	1,50	45°	1,77	130°
5	1,00	-60°	3,00	90°	3,20	20°
7	2,74	100°	1,57	-25°	2,60	-30°

Nota (s): Na notação adotada, $i_{h,x}$ representa o módulo (em ampères) da componente harmônica de ordem h na fase x ($x = A, B, C$), enquanto $\phi_{h,x}$ representa o respectivo ângulo de fase (em graus).

A Figura 11 apresenta as formas de ondas das correntes trifásicas instantâneas no domínio do tempo, correspondente ao sinal analisado.

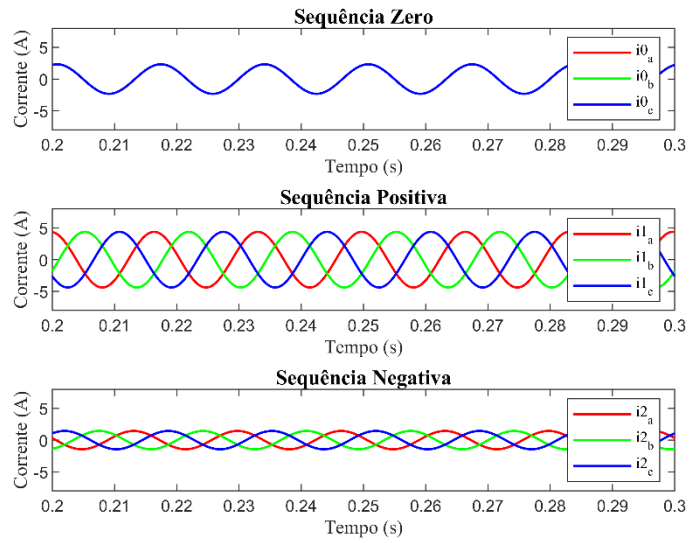
Figura 11: Correntes trifásicas caso 2.



Fonte: Autoria Própria (2025).

A aplicação do cálculo das CSG resultou nas componentes de sequência mostradas na Figura 12.

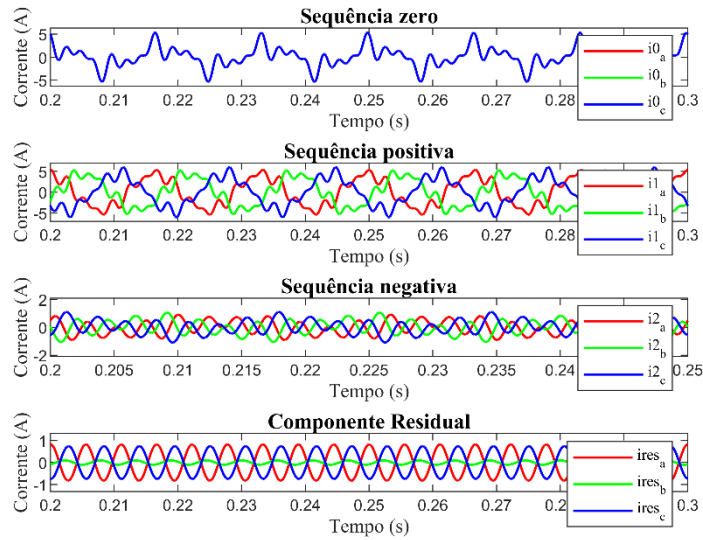
Figura 12: CSC – Componentes de sequência para o caso 2.



Fonte: Autoria Própria (2025).

A aplicação do cálculo das CSG resultou nas componentes de sequência mostradas na Figura 13.

Figura 13: CSG – Componentes de sequência para o caso 2.



Fonte: Autoria Própria (2025).

Ao analisar os resultados obtidos por ambos os métodos, verifica-se que, neste caso, as duas metodologias identificaram, como era esperado para sistemas trifásicos desequilibrados e assimétricos, as componentes de sequência positiva, negativa e zero. Além disso, na análise

pelas CSG, foi possível identificar a componente residual definida apenas para as harmônicas múltiplas de 3 (na forma $3k$). Considerando que o sistema analisado apresenta a componente fundamental e harmônicas nas ordens 3 5 e 7, essa componente residual foi corretamente extraída a partir da terceira harmônica, conforme previsto na teoria.

Os valores RMS das componentes de sequência, obtidos pelos cálculos para os métodos das CSC e das CSG, estão apresentados na Tabela 6 e na Tabela 7, respectivamente.

Tabela 6: Valores RMS – CSC de sequência para o caso 2.

VALORES RMS			
SEQUÊNCIAS	FASE A	FASE B	FASE C
Zero	1,5732	1,5732	1,5732
Positiva	3,0796	3,0796	3,0796
Negativa	0,2217	0,2217	0,2217

Tabela 7: Valores RMS – CSG de sequência para o caso 2.

VALORES RMS			
SEQUÊNCIAS	FASE A	FASE B	FASE C
Zero	2,1463	2,1463	2,1463
Positiva	3,2142	3,2142	3,2142
Negativa	0,4948	0,4948	0,4948
Residual	0,5833	0,0685	0,5279

Os resultados obtidos evidenciam de forma clara a principal diferença de modelagem entre os dois métodos. As CSC, por serem calculadas exclusivamente sobre a componente fundamental (60 Hz), desconsideram totalmente a contribuição das demais componentes harmônicas, resultando em uma análise limitada, uma vez que as distorções harmônicas têm papel relevante no comportamento geral da rede.

Por outro lado, as CSG aplicam a transformação de Fortescue harmônica por harmônica, permitindo a separação adequada das componentes homopolares e heteropolares em cada ordem espectral. Essa abordagem proporciona não apenas maior fidelidade na reconstrução dos

sinais, mas também uma visualização detalhada de como cada ordem harmônica impacta individualmente as componentes do sistema.

Ao realizar uma comparação direta entre os valores totais das componentes em ambos os métodos, é possível observar que a componente de sequência zero nas CSG apresentou amplitude superior à estimada pelas CSC. Essa diferença decorre da forma como as CSG realizam a modelagem harmônica: decompondo o sinal fase a fase, harmônica a harmônica, captando a contribuição de todas as ordens e refletindo como o desequilíbrio e assimetria entre as fases geram componentes homopolares.

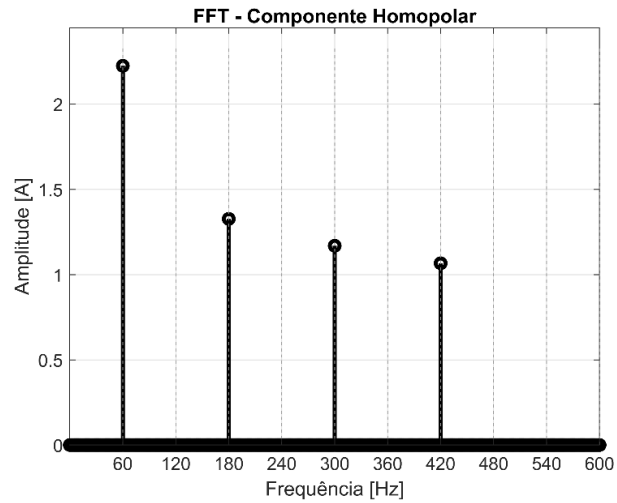
A componente de sequência positiva na CSG apresentou uma ligeira diferença de amplitude em relação a CSC, mostrando que, embora as CSG considerem um espectro harmônico maior, conseguem redistribuir de forma mais precisa o conteúdo do sinal, alocando corretamente as contribuições de cada componente de sequência. Já a componente de sequência negativa, associada ao desequilíbrio assimétrico, apresentou um aumento expressivo nas CSG em relação às CSC. Esse resultado evidencia que desequilíbrios e assimetrias presentes principalmente nas harmônicas ímpares e não múltiplas de três, contribuem significativamente para essa componente e são devidamente consideradas apenas na análise generalizada.

A componente residual, presente na análise CSG é de extrema importância, pois representa o nível de assimetria entre as fases das componentes heteropolares associadas as harmônicas múltiplas de três. Essas harmônicas, por natureza, possuem característica homopolar, no entanto, em sistemas elétricos desequilibrados, ocorre uma distribuição harmônica desigual entre as fases. Esse nível de assimetria é mensurado pela componente residual. Por esse motivo, sua ausência na abordagem tradicional pode causar problemas ao sistema, uma vez que, assim como a componente de sequência zero, representa corrente que circula pelo condutor de neutro. Esse fato reforça a importância de realizar uma modelagem adequada das componentes de sequência em sistemas com distorções harmônicas.

Visando detalhar melhor a contribuição de cada harmônica nas CSG, foi realizada uma análise espectral por meio da FFT sobre os sinais reconstruídos de cada componente. Essa etapa é essencial para identificar quais ordens de harmônicos têm maior impacto em cada componente do sistema trifásico.

O espectro harmônico da componente generalizada homopolar encontra-se apresentado na Figura 14.

Figura 14: Conteúdo harmônico da componente homopolar – caso 2.

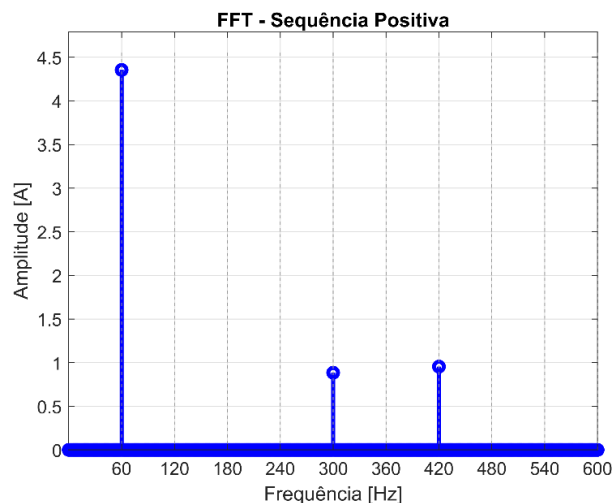


Fonte: Autoria Própria (2025).

Analisando a Figura 14, observa-se a presença de todas as frequências que compõem o sistema trifásico analisado, evidenciando que o sistema apresenta componentes de sequência zero não nulas em todas as suas componentes harmônicas.

O espectro harmônico da componente generalizada heteropolar de sequência positiva encontra-se apresentado na Figura 15.

Figura 15: Conteúdo harmônico da componente heteropolar positiva – caso 2.

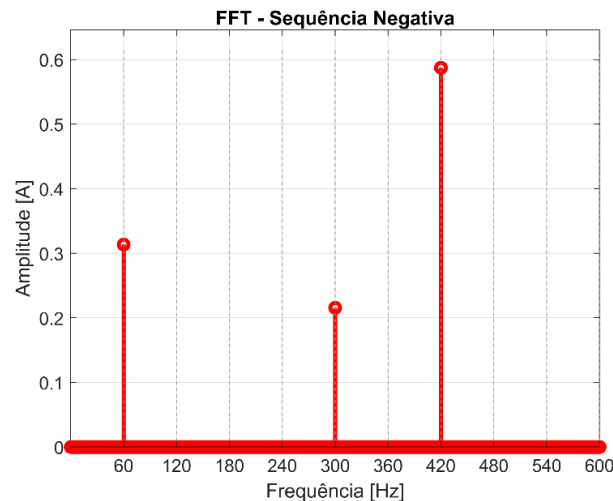


Fonte: Autoria Própria (2025).

Observando a Figura 15, nota-se que apenas a componente fundamental, a quinta e a sétima harmônicas contribuíram para a formação da componente de sequência positiva. Esse resultado já era esperado, uma vez que a terceira harmônica não participa da formação das componentes de sequência positiva, por ser uma harmônica de característica homopolar. Além disso, fica evidente que as harmônicas que mais influenciaram no cálculo dessa componente são aquelas classificadas como positivas, segundo a teoria das harmônicas em sistemas equilibrados, mesmo considerando que o sistema analisado se encontra em situação de desequilíbrio.

O espectro harmônico da componente generalizada heteropolar de sequência negativa encontra-se apresentado na Figura 16.

Figura 16: Conteúdo harmônico da componente heteropolar negativa – caso 2.

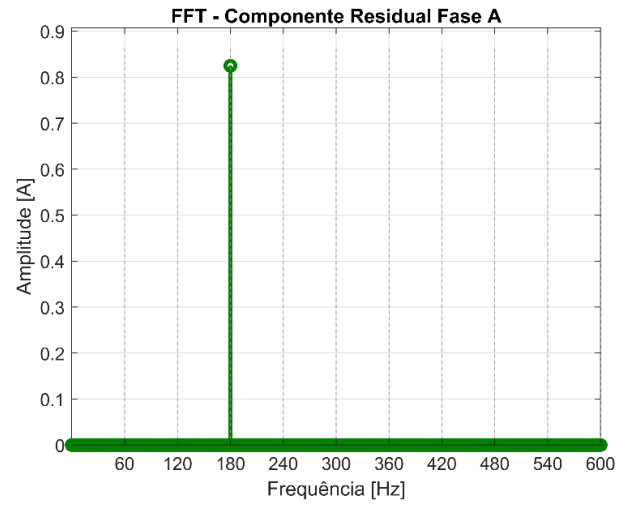


Fonte: Autoria Própria (2025).

Observando a Figura 16, percebe-se que a frequência fundamental, a quinta e a sétima harmônicas contribuíram para a formação da componente de sequência negativa, sendo que a componente fundamental e a sétima harmônica apresentaram maior amplitude nessa componente. Esse resultado contraria a expectativa, pois, em um sistema trifásico equilibrado, essas harmônicas mais expressivas seriam classificadas como de sequência positiva. O fato de contribuírem de forma mais significativa para a sequência negativa indica a presença de níveis relevantes de assimetrias e desequilíbrio no sinal analisado, fatores que podem comprometer o desempenho e reduzir a vida útil de máquinas e equipamentos elétricos.

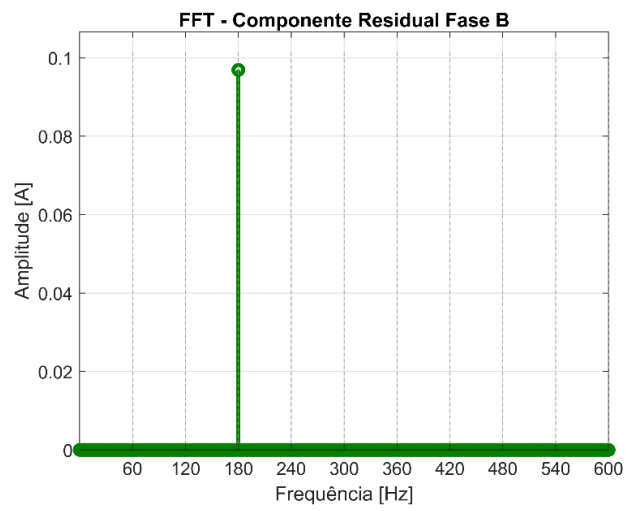
Os espectros harmônicos das componentes residuais da fase *A*, fase *B* e fase *C* encontram-se apresentados nas Figuras 17, 18 e 19, respectivamente.

Figura 17: Conteúdo harmônico da componente residual (fase *A*) – caso 2.



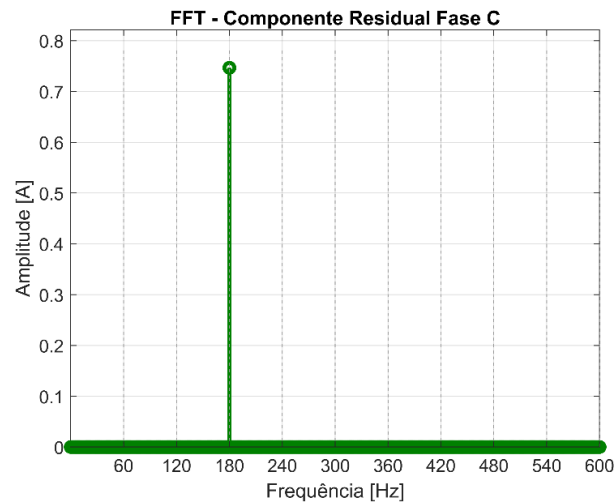
Fonte: Autoria Própria (2025).

Figura 18: Conteúdo harmônico da componente residual (fase *B*) – caso 2.



Fonte: Autoria Própria (2025).

Figura 19: Conteúdo harmônico da componente residual (fase C) – caso 2.



Fonte: Autoria Própria (2025).

Observando as Figuras 17, 18 e 19, é possível verificar que essas componentes apresentam amplitudes concentradas exclusivamente na frequência correspondente a harmônica tripla. Além disso, percebe-se que as amplitudes variam entre as fases, evidenciando uma distribuição assimétrica dessas harmônicas que resultam em componentes heteropolares (positivas e negativas), cujo grau de desequilíbrio é medido a partir do cálculo da componente residual.

5.3 Caso 3 – Sinal Composto de Três Cargas Sintéticas

Neste terceiro caso, é analisado um sistema trifásico composto por cargas monofásicas assimétricas, cada uma conectada a uma fase distinta. A composição do sinal foi extraída de uma apostila especializada em análise harmônica de sistemas de potência (Grady, 2012), que fornece o espectro harmônico individual de cada carga (geladeira na fase A, aspirador de pó na fase B e micro-ondas na fase C). Foram considerados os dez primeiros harmônicos de cada carga, com suas respectivas amplitudes e defasagens, resultando em um cenário altamente distorcido e desequilibrado.

Os valores das correntes trifásicas, em termos de módulo e fase, estão apresentados na Tabela 8 a seguir:

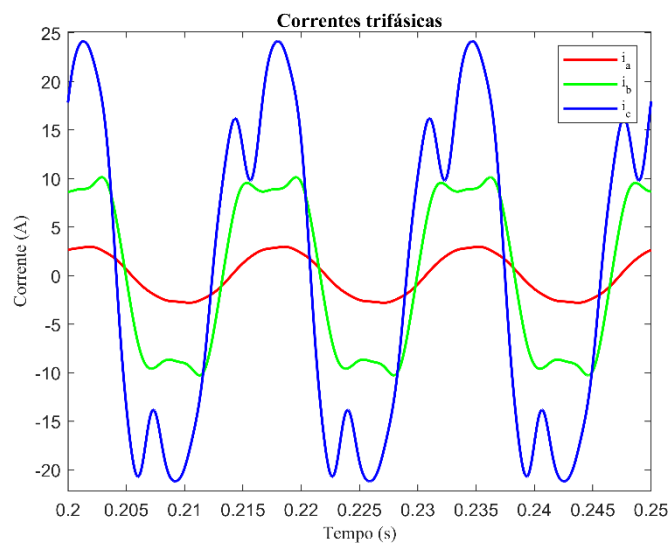
Tabela 8: Módulo e fase das correntes trifásicas para o caso 3.

Ordem	$i_{h,A}(A)$	$\phi_{h,A}$	$i_{h,B}(A)$	$\phi_{h,B}$	$i_{h,C}(A)$	$\phi_{h,C}$
1	3,00	-31°	11,20	-18°	22,00	-3°
2	0,105	-48°	0,0448	97°	2,552	-102°
3	0,153	-101°	2, 8784	132°	6,116	-149°
4	0,012	98°	0,0784	-118°	0,242	97°
5	0,015	124°	0,3024	-70°	2,09	-61°
6	0,009	152°	0,0224	79°	0,33	-109°
7	0,03	10°	0,2016	-126°	0,726	-46°
8	0,006	55°	0,0336	-74°	0	0°
9	0,012	-57°	0,0448	112°	0,418	45°
10	0	0°	0	0°	0,066	-78°

Nota (s): Na notação adotada, $i_{h,x}$ representa o módulo (em ampères) da componente harmônica de ordem h na fase x ($x = A, B, C$), enquanto $\phi_{h,x}$ representa o respectivo ângulo de fase (em graus).

Na Figura 20 são apresentadas as formas de ondas das correntes trifásicas instantâneas no domínio do tempo, correspondente ao sinal analisado.

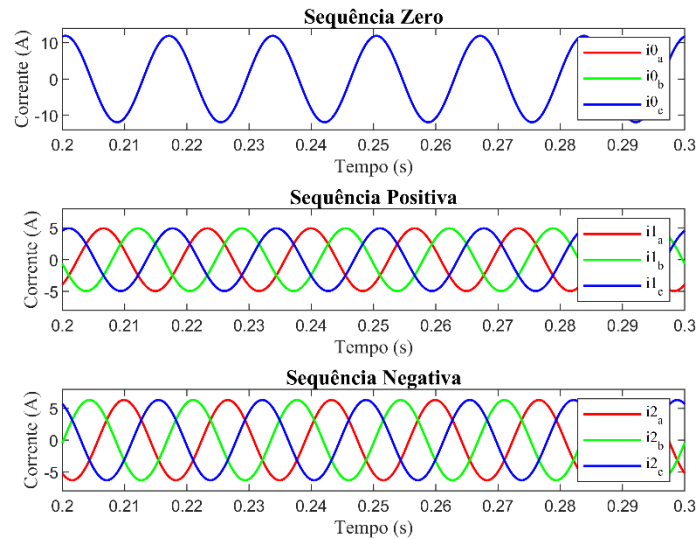
Figura 20: Correntes trifásicas caso 3.



Fonte: Autoria Própria (2025).

A aplicação do cálculo das CSG resultou nas componentes de sequência apresentadas na Figura 21.

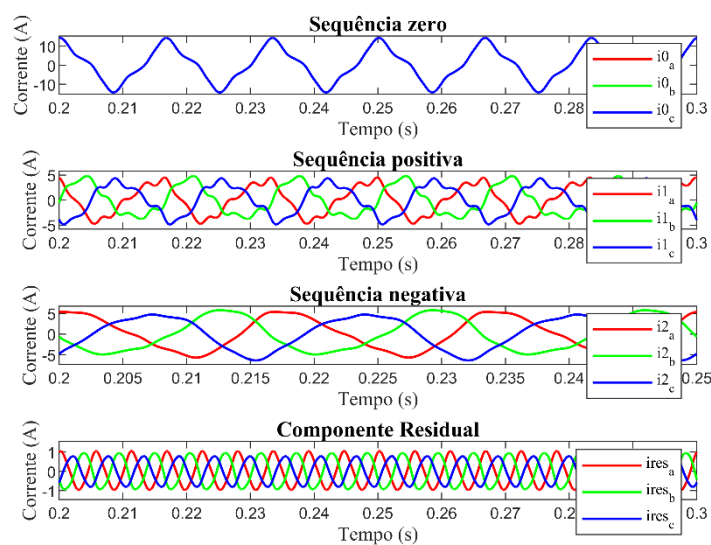
Figura 21: CSC – Componentes de sequência para o caso 3.



Fonte: Autoria Própria (2025).

A aplicação do cálculo das CSG resultou nas componentes de sequência apresentadas na Figura 22.

Figura 22: CSG – Componentes de sequência para o caso 3.



Fonte: Autoria Própria (2025).

Ao analisar as imagens obtidas por ambos os métodos, verifica-se que, neste caso, as duas metodologias identificaram, como era esperado para sistemas trifásicos desequilibrados e assimétricos, as componentes de sequência positiva, negativa e zero. Além disso, na análise feita pelas CSG, foi identificada a componente residual, presente apenas nas harmônicas múltiplas de 3 (na forma $3k$). Como o sistema analisado possui conteúdo harmônico de 10 ordens, essa componente foi corretamente identificada a partir das harmônicas triplas, conforme previsto na teoria.

Os valores RMS das componentes de sequência, obtidos pelos cálculos para os métodos das CSC e das CSG, estão apresentados na Tabela 9 e na Tabela 10, respectivamente.

Tabela 9: Valores RMS – CSC de sequência para o caso 3.

VALORES RMS			
SEQUÊNCIAS	FASE A	FASE B	FASE C
Zero	8,2951	8,2951	8,2951
Positiva	2,7669	2,7669	2,7669
Negativa	3,7098	3,7098	3,7098

Tabela 10: Valores RMS – CSG de sequência para o caso 3.

VALORES RMS			
SEQUÊNCIAS	FASE A	FASE B	FASE C
Zero	8,4724	8,4724	8,4724
Positiva	2,8404	2,8404	2,8404
Negativa	3,7628	3,7628	3,7628
Residual	0,6862	0,6830	0,5591

Os valores obtidos para as componentes de sequência positiva, negativa e zero, tanto pelas CSG quanto pelas CSC, mostraram-se relativamente próximos em amplitude, mesmo com a presença de um espectro harmônico mais amplo. Isso mostra que, apesar das distorções harmônicas significativas no sistema, a forma como as harmônicas se distribuiu não gerou diferenças expressivas entre os métodos.

No caso das CSG, a componente residual é derivada exclusivamente das harmônicas triplas (como 3ª, 6ª, 9ª, ...) e é calculada a partir das contribuições heteropolares (positiva e negativa) dessas harmônicas por fase. Neste caso, a componente residual foi pequena, praticamente irrelevante, devido ao fato de as harmônicas triplas do sinal não terem amplitudes elevadas e apresentarem uma simetria razoável entre as fases, o que contribuiu para diminuir o desbalanço para gerar um valor significativo.

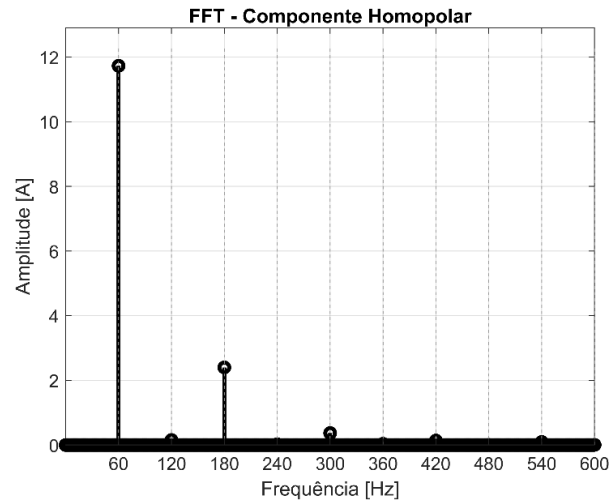
No entanto, esses resultados não anulam as diferenças conceituais entre as metodologias, mas evidenciam que em determinados contextos, as CSC podem fornecer valores numericamente semelhantes às CSG. Isso ocorre, especialmente em sinais que apresentam pouca assimetria entre as fases e baixa presença de harmônicas ímpares e triplas. Nessas situações, a componente fundamental acaba definindo o comportamento do sistema, e as CSC conseguem representar bem as distorções e desequilíbrios presentes nesse sinal.

Em síntese, este caso deixa claro que a vantagem da modelagem pelas CSG não está apenas em apresentar valores numericamente distintos em relação as CSC, mas sim em atribuir corretamente cada parcela do sinal à sua respectiva componente de sequência, garantindo uma representação mais fiel das características harmônicas do sistema.

Visando detalhar melhor a contribuição de cada harmônica nas CSG, foi realizada uma análise espectral por meio da FFT sobre os sinais reconstruídos de cada componente. Essa etapa é essencial para identificar quais ordens de harmônicos têm maior impacto em cada componente do sistema trifásico

O espectro harmônico da componente generalizada homopolar encontra-se apresentado na Figura 23.

Figura 23: Conteúdo harmônico da componente homopolar – caso 3.

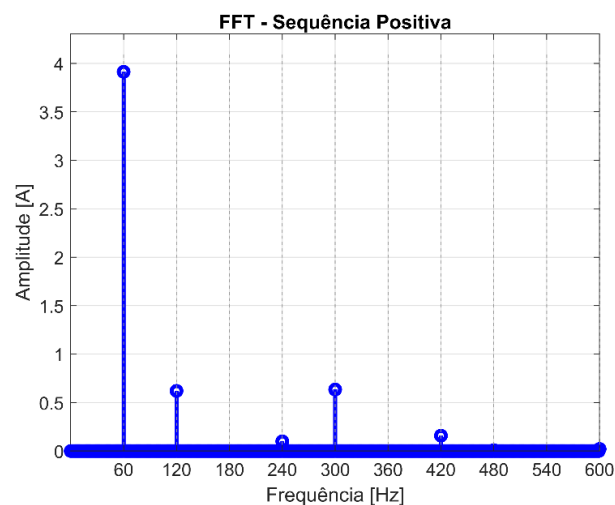


Fonte: Autoria Própria (2025).

Observando a Figura 23, é possível notar a presença de todas as frequências que compõem o sistema trifásico, mostrando que todas as harmônicas presentes nos sistemas apresentam componentes de sequência zero não nulas. Embora algumas harmônicas apresentem amplitudes significativamente menores, sendo praticamente irrelevantes diante das demais, mas esse fato não afeta a legitimidade e nem a precisão do método de cálculo aplicado.

O espectro harmônico da componente generalizada heteropolar positiva encontra-se apresentado na Figura 24.

Figura 24: Conteúdo harmônico da componente heteropolar positiva – caso 3.

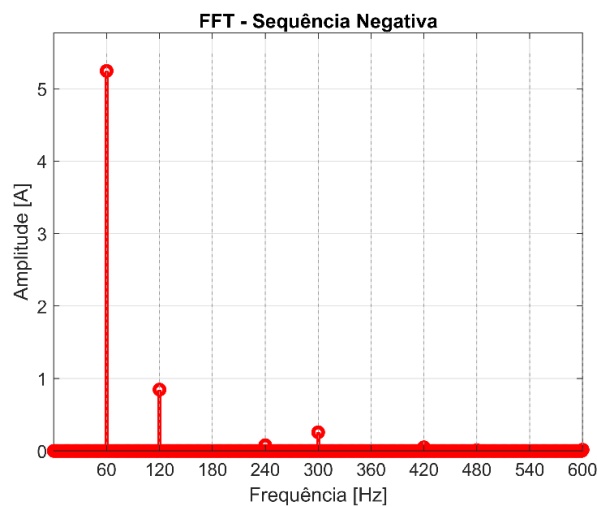


Fonte: Autoria Própria (2025).

Observando a Figura 24, fica bastante claro a ausência das harmônicas de ordem 3, já que essas harmônicas são características das componentes residual e homopolar. Esse resultado corrobora a análise feita para esse sinal, indicando que, embora o sistema possua uma ampla extensão harmônica, as amplitudes e defasagens não foram suficientemente acentuadas para gerar distúrbios relevantes na análise das componentes de sequência.

O espectro harmônico da componente generalizada heteropolar negativa encontra-se apresentado na Figura 25.

Figura 25: Conteúdo harmônico da componente heteropolar negativa – caso 3.

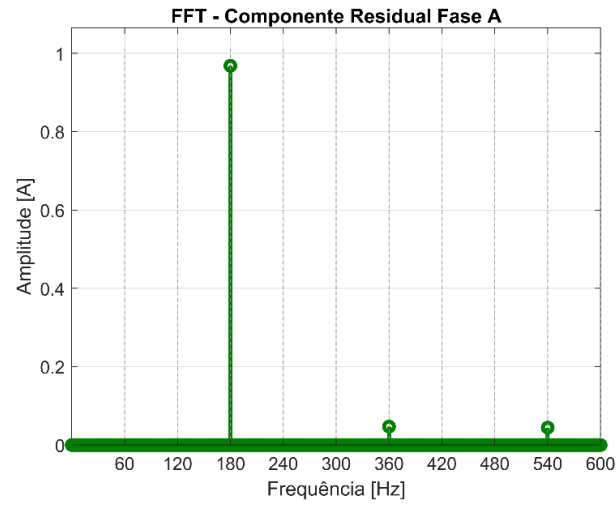


Fonte: Autoria Própria (2025).

Observando a Figura 25, percebe-se, assim como na análise do espectro da componente positiva, a ausência das harmônicas de ordem 3, típicas das componentes residual e homopolar. E mais uma vez, fica evidente a predominância da componente fundamental, o que favoreceu para que ambas as metodologias apresentassem resultados muito próximos, como realmente foi observado.

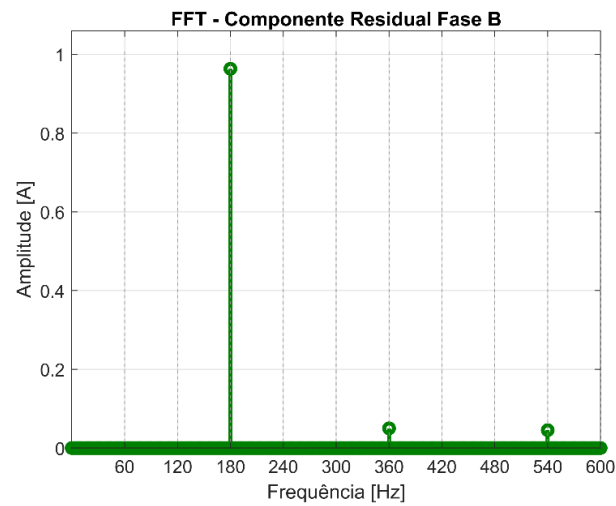
Os espectros harmônicos das componentes residuais da fase *A*, fase *B* e fase *C* encontram-se apresentados nas Figuras 26, 27 e 28, respectivamente.

Figura 26: Conteúdo harmônico da componente residual (fase *A*) – caso 3.



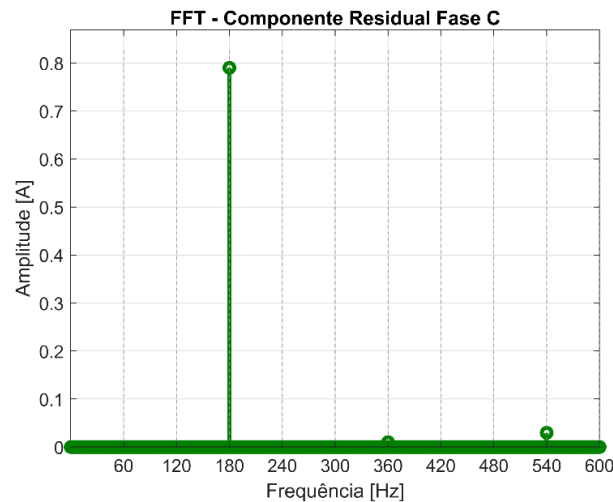
Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 27: Conteúdo harmônico da componente residual (fase *B*) – caso 3.



Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 28: Conteúdo harmônico da componente residual (fase C) – caso 3.



Fonte: Autoria própria (2025).

Observando as Figuras 26, 27 e 28, nota-se que essas componentes concentram suas amplitudes apenas nas frequências correspondentes às harmônicas triplas. Além disso, apresentam variações de amplitudes entre as fases, o que é esperado devido à sua natureza heteropolar, propriedade que só se manifesta quando o sinal apresenta desequilíbrios e assimetrias.

Ao final desta análise, é válido destacar que, embora a modelagem algorítmica adotada tenha sido eficiente na decomposição e reconstrução das CSG, foi possível perceber que, nos casos que envolvem componentes harmônicos (Figuras 13 e 22), os gráficos apresentaram uma característica “truncada”. Isso está relacionado a limitação na estimação fasorial, principalmente quando as amplitudes das harmônicas foram muito pequenas. Nesses casos, alguns fasores podem ter sido estimados com menor precisão, gerando pequenas distorções nas fases e amplitudes finais. No entanto, apesar dessas limitações, os resultados se mostraram coerentes com a fundamentação teórica adotada. Para aplicações futuras, especialmente em estudos com sinais reais, será necessário aplicar técnicas de filtragem mais minuciosas na etapa de estimação fasorial, a fim de garantir maior precisão nos resultados. Ainda assim, o modelo teórico implementado se mostrou válido e alinhado aos princípios das CSG.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste Trabalho, foi realizado um estudo sobre a aplicação das CSG na análise de sinais de sistemas trifásicos, com objetivo de avaliar seu desempenho em relação às CSC. O estudo foi conduzido a partir de sinais sintéticos, construídos e controlados, o que permitiu entender de forma detalhada como cada método se comporta. Os resultados mostraram que as CSG oferecem maior precisão, principalmente por separarem as componentes de sequência por ordem harmônica. Essa forma de modelagem proporcionou uma análise mais abrangente dos distúrbios presentes no sistema elétrico, facilitando a compreensão do comportamento das sequências positiva, negativa, zero e residual.

A abordagem generalizada mostrou-se mais eficaz em estudos de qualidade de energia e diagnósticos de distúrbios com elevada complexidade, pois fornece informações detalhadas sobre a natureza e a origem das distorções harmônicas. Nesse sentido, as CSG podem ser vista como uma evolução da teoria clássica proposta por Fortescue, adaptando-se às demandas dos sistemas elétricos modernos, que apresentam cada vez mais cargas não lineares e fontes de distorção. No entanto, é importante destacar que o método clássico continua sendo viável na análise de sistemas menos complexos, predominantemente senoidais e com baixos níveis de desequilíbrio.

REFERÊNCIAS

- ACÁCIO, Luciana Carvalho. **Estudos Sobre Metodologias Para Análise De Falhas Utilizando Componentes Simétricas E Coordenadas De Fase**. Trabalho de Conclusão de Curso — Universidade Federal de Juiz de Fora, 2014.
- ANEEL PRODIST - Módulo 8 **Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional - Qualidade da Energia Elétrica**. 2021.
- ARRILLAGA, Jos; Watson, Neville R. **Power System Harmonics**. 2. ed. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2003.
- COSTA, Leandro Luiz Húngaro. **Um Estudo Das Componentes Simétricas Generalizadas Em Sistemas Trifásicos Não Senoidais**. Dissertação de mestrado. UNESP-Bauru, 2012.
- DUGAN, Roger C.; McGRANAGHAN, Mark F.; BEATY, H. Wayne. **Electrical Power Systems Quality**. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 2004.
- FORTESCUE, Charles L. **Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks**. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, v.37, n.2, p. 1027-1140, 1918.
- GLOVER, J. Duncan; et al. **Power System Analysis & Design**, 5th ed. [S.l.]: Cengage Learning, 2012.
- GRADY, Mack. **Understanding Power System Harmonics**. University of Texas at Austin, Dept. of Electrical & Computer Engineering, 2012.
- KAGAN, Nelson; OLIVEIRA, Carlos César Barioni; ROBBA, Ernesto João. **Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica**, 1 ed. [S.l.]: Edgard Blucher, 2005.
- OLESKOVICZ, Mario. **Qualidade da Energia Elétrica**, EESC, USP, São Carlos, 2007, Apostila da disciplina Qualidade de Energia Elétrica, do curso de Mestrado em Engenharia Elétrica, UNESP/FEB, Bauru.
- PENIDO, Debora Rosana Ribeiro. **Uma metodologia para análise de Sistemas Elétricos a N Condutores pelo Método de Injeção de Correntes**, Tese de D. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2008.
- TENTI, Paolo; WILLEMS, Jacques L.; MATTAVELLI, Paolo; TEDESCHI, Elisabetta. Generalized symmetrical components for periodic non-sinusoidal three-phase signals. **Electrical Power Quality Utilization**, vol. 13, no. 1, pp. 9–15, 2007.