

ANÁLISE DA LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON APLICADA AO PÃO TIPO FRANCÊS DURANTE O PROCESSO DE ASSAMENTO.

Ellen Mirley Medeiros Torres, Prof. Dr. Antônio Gomes Nunes

Resumo: Ao propor um estudo físico e matemático dos processos de transferência de calor envolvidos no assamento do pão tipo francês, através da Lei de Resfriamento de Newton, o presente artigo faz a modelagem de uma equação diferencial que explica o comportamento do alimento diante de altas temperaturas. Para isso, o autor fez uma pesquisa bibliográfica e adotou dados empíricos das propriedades termofísicas do produto e sua variação no processo de assamento. O objeto de estudo, pão tipo francês, é um dos alimentos mais ingeridos e tem singular importância no setor de panificação. É notório que há significativas mudanças na sua estrutura durante o processo de assamento, devido a correlação entre as suas trocas de calor e propriedades termofísicas, sendo importante estudá-las. Infere-se uma diminuição da densidade do produto e da sua condutividade térmica, enquanto a sua difusividade térmica e calor específico não são modificadas substancialmente no processo, apesar de se relacionarem com aquelas durante a modificação da estrutura do pão.

Palavras-chave: Lei de Resfriamento de Newton; Equações Diferenciais Ordinárias; Modelagem Matemática; Pão Francês; Propriedades Termofísicas.

1. INTRODUÇÃO

A Lei de Resfriamento de Newton mostra que, conhecendo o comportamento de um corpo em ambientes com distintas temperaturas, é possível determinar como acontece as trocas de calor entre esse corpo e o meio, partindo do pressuposto que trocam calor continuamente [1]. O presente artigo realizou um estudo físico e matemático dos processos de transferência de calor envolvidos no assamento do pão tipo francês, fazendo uma análise das propriedades termofísicas do produto e a maneira como elas influem no setor de panificação. Para compreender o comportamento do objeto de estudo diante das condições citadas, adotou-se dados empíricos sobre as características termofísicas do pão tipo francês durante o processo de assamento diagnosticadas por [2].

[2] em seu estudo, determina as propriedades termofísicas do pão ao analisá-lo antes, durante e depois do assamento. O processo ocorreu em uma panificadora piloto onde o autor formulou um pão em laboratório que era semelhante aos comercializados cotidianamente. A análise relatou que o produto segue um padrão de mudanças durante as variações expressivas de temperatura.

É sabido que o pão foi o primeiro alimento cozido da história, e, hoje, ainda tem consumo expressivo. O pão francês, também comumente chamado “carioquinha”, “d’água”, “casca grossa”, entre outras variações, é um dos alimentos mais ingeridos diariamente e, dessa forma, tem grande importância econômica. Sendo assim, é notório a necessidade de compreender os procedimentos de manufatura deste produto.

Durante o assamento, o pão francês sofre variações em sua estrutura, segundo [2], inicia o processo com uma massa viscoelástica e, ao final, torna-se sólida esponjosa, variando também seu volume, o que demonstra a existência de mudanças nas propriedades termofísicas. Logo, é perceptível que existe uma correlação entre os processos de trocas de calor e a densidade aparente, condutividade e difusividade térmica.

No estudo de [2], a densidade aparente foi calculada pela relação massa volume; a condutividade térmica pelo método da sonda linear de aquecimento e a difusividade térmica efetiva foi obtida a partir da análise das curvas de penetração de calor.

Diante desse contexto, o presente trabalho objetiva analisar as transferências de calor no pão francês durante seu assamento tendo em vista suas características termofísicas. Partindo do pressuposto que é possível verificar, com pequenas incertezas, a temperatura do sistema imediatamente antes e depois das trocas internas de calor, por acontecerem intermitentemente com o meio, o autor fez a modelagem de um problema matemático a partir dos dados experimentais coletados por [2]. Dessa forma, quanto a sua finalidade, a pesquisa pode ser evidenciada como tendo caráter metodológico que “é assim caracterizada a pesquisa que objetiva construir e apresentar caminhos, formas de captação ou construção da realidade.” [3].

A seguinte pesquisa está inserida, segundo o CNPq, na área de matemática, posta na média área de análise, que se associa a equações diferenciais ordinárias e trata sobre estudo físico e matemático dos processos de transferência de calor envolvidos durante o assamento do pão francês a partir da Lei do Resfriamento de Newton. Sobre os meios de investigação a presente análise é feita através da pesquisa bibliográfica, ou seja, “com base no

levantamento de material publicado em livros, revistas, jornais, redes eletrônicas etc. Dentro desse setor, o estudo se qualifica em previsão sistemática ou meta-análise qualitativa, uma tipologia de revisão bibliográfica mais rigorosa que é mais complexa e “é uma síntese rigorosa de todas as pesquisas relacionadas a uma questão específica, enfocando primordialmente estudos experimentais” [2].

Em suma, é notório a relevância do estudo, visto que é um alimento de grande consumo e elevada importância comercial. A partir daí entende-se a relevância de se ter conhecimento acerca da sua manufatura, para otimizar processos e ampliar a qualidade do produto. Sendo o assamento uma das etapas da produção do alimento e o do tipo francês, o principal e mais utilizado pão, é preciso conhecer quais as modificações nas características termofísicas do objeto de estudo, bem como a magnitude dessas transformações. Dessa forma, sempre que o autor citou o “pão” no presente trabalho, ele se refere ao tipo francês.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1. O pão tipo francês e o seu processo de assamento

O pão tipo francês, também chamado de “média”, “filão”, “pãozinho”, “carioquinha”, “cassetinho”, “massa grossa”, “pão de sal”, entre outros e mais conhecido como “pão francês”, é o produto que mais leva clientes às panificadoras. É contado popularmente que ele chegou ao Brasil pois, no início do século XX, muitos brasileiros que viajavam à França se encantavam com o pão típico do país, curto, cilíndrico, de miolo duro e casca dourada, hoje em dia, conhecido como baguete, e, ao trazer para o país latino-americano não acertaram a receita à risca, mas criaram o pão tipo francês que se tornou o mais consumido no país.

Segundo a [4], no Brasil, normalmente, 52% do faturamento das panificadoras vem da produção própria, e, desse percentual, 40% refere-se ao pão francês. E, se tratando de consumo, 83% dos pães adquiridos são artesanais, desses, 42% são desse pão. Quando se analisa o lucro, a venda desse produto corresponde a 23% do lucro bruto de uma padaria. Logo, essa mercadoria é de singular importância para o empreendimento.

O pão, em geral, é produzido a partir da cocção de farinha de trigo, fermento, água, sal e adicionais, caso haja. Uma das etapas de produção do alimento é o assamento, onde ele muda visivelmente sua estrutura, no caso do francês, uma massa inicialmente viscoelástica torna-se sólida e esponjosa, variando seu volume. A pasta inicialmente é viscoelástica, devido ao anidrido carbônico formado na fermentação. Logo surge a evaporação de água na superfície e o crescimento da massa se dá devido a expansão do anidrido. Entre 50°C e 60°C ocorre a destruição da levedura e a 70°C a gelatinização do amido e a coagulação do glúten que, nesse momento, perde suas propriedades plásticas, ficando esponjosa. Por fim, forma-se uma crosta espessa e carameliza-se os açúcares, após eles reagirem com substâncias nitrogenadas, através da reação de Maillard¹. Portanto, é perceptível, devido a diminuição do teor de água e aumento do volume, que as propriedades termofísicas variam ao fim do processo [6].

As propriedades termofísicas do pão são: condutividade térmica, difusividade térmica, calor específico e densidade, sendo as duas primeiras medidas e estimadas e, as demais, contidas na literatura. É preciso conhecê-las para entender sobre o processo de assamento do produto.

Sabe-se que, durante o processo de assamento, a temperatura do corpo sofre altas variações, por meio das transferências de calor, e esta altera as propriedades termofísicas do material, dessa forma, é importante estudá-la. Ela pode ser verificada, com pequenas incertezas, imediatamente antes e depois da troca de calor através da resolução de uma Equação Diferencial Ordinária baseada na Lei do Resfriamento de Newton [1].

Para o presente trabalho, tratará primeiramente das propriedades termofísicas do pão, o que é e como determinar. Posteriormente, analisar-se-á a Lei do Resfriamento de Newton e a relacionando com os dados obtidos por [2].

2.2. Propriedades termofísicas relacionadas

2.2.1 CONDUTIVIDADE TÉRMICA EFETIVA

A condutividade térmica do material retrata a taxa com que o fluxo de calor escoar quando motivado por um gradiente de temperatura e uma das maneiras de determiná-la é pela Lei de Fourier da Condução de Calor mostrada na Equação 2.1 [2]:

$$q = k \times A \times \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.1)$$

Onde:

q – Taxa de calor (W)

k – Constante de proporcionalidade conhecida como condutividade térmica [W/(m.K)]

¹ Explica o fenômeno do escurecimento não-enzimático em alimentos. [5]

A – Área da transferência de calor normal ao fluxo de calor (m²)

$\frac{\partial T}{\partial x}$ – Gradiente de temperatura ao longo da direção do fluxo (K/m)

A condutividade térmica efetiva, em alimentos, dependerá da sua composição, pois eles são feitos de substâncias em diferentes estados e o calor será transferido de várias formas. Além disso, essa propriedade também é influenciada por outros fatores que modificam o fluxo de calor, como porosidade, forma, orientação das fibras, tamanho do arranjo dos poros, entre outros. No pão, a condutividade se relaciona com a fração volumétrica, condutividade térmica dos sólidos, da água e do ar contidos, esses fatores variam durante o assamento, o que modifica a condutividade [2].

As formas pelas quais são possíveis mensurar a condutividade térmica efetiva dos materiais são divididas em três tipos de técnicas de medição: em estado estacionário; em estado semi-estacionário e em estado transiente. No pão não é possível determinar essa propriedade em estado estacionário, uma vez que, há 30% de água em sua composição, o que permite que alterações significativas ocorram no produto em um curto período [2].

A técnica usada por [6], em seu trabalho, foi o método da sonda linear, do tipo medição em estado transiente. A facilidade de transporte, o curto tempo para se obter uma medição confiável, o baixo custo e sua adequação à pequenas amostras são as principais vantagens e motivos pelos quais o autor escolheu esse procedimento.

A sonda de condutividade térmica é o mecanismo usado na técnica escolhida. Composto por um tubo de alumínio com um fio de resistência constante axial, isolado no seu interior e fechado na extremidade inferior com um conector pontudo. Uma corrente elétrica percorre esse fio e gera uma fonte de calor à taxa constante e, no centro do comprimento do tubo, é colocado juntas quentes de termopares, em série, à juntas frias, com a finalidade de calcular a temperatura através de medidas potenciométricas. Portanto, têm-se que a sonda linear consiste em um fio aquecedor com um sensor de temperatura [2].

Para medição no alimento, deve inserir a sonda linear no centro geométrico do mesmo e, quando ele estiver em uma temperatura inicial uniforme, aquecer a sonda à uma taxa constante e medir novamente a temperatura. Com o tempo, pode-se obter uma relação linear em escala mono-log e determinar a condutividade térmica, a partir da Equação 2.2 [6]:

$$k = \frac{Q}{4 \times \pi} \left[\frac{\ln(t/t_0)}{T - T_0} \right] \quad (2.2)$$

Onde:

Q – Calor fornecido pela fonte (W/m)

k – Condutividade térmica [W/(mK)]

t, t₀ – Tempo, tempo inicial (s)

T, T₀ – Temperatura, temperatura inicial (K)

$\frac{\ln(t/t_0)}{T - T_0}$ – Inverso da inclinação da curva da temperatura em função do logaritmo natural do tempo

2.2.2 DIFUSIVIDADE TÉRMICA EFETIVA

Difusividade térmica é a relação entre a condução e o armazenamento de energia de um material, quanto maior essa propriedade, mais rapidamente o material reage as mudanças térmicas do ambiente, não demorando para alcançar um novo estado de equilíbrio, como segue na Equação 2.3 [7]:

$$\alpha = \frac{k}{\rho \times c_p} \quad (2.3)$$

Onde:

α - Difusividade térmica (m²/s)

c_p – Calor específico [J/(kgK)]

k – Condutividade térmica [(W/(mK)]

ρ – Densidade (kg/m³)

O emprego da Equação 2.3 para o cálculo da difusividade demanda tempo e instrumentos desenvolvidos. Por isso, [7] utiliza as *curvas de penetração de calor* para mensurar essa propriedade empiricamente, esse método tem como base “a relação exponencial entre a mudança da temperatura do produto e o tempo após um certo período de aquecimento” (p.02).

2.2.3 DENSIDADE APARENTE

A densidade aparente é o massa volumétrica do material, incluindo a parte sólida, líquida e todos os poros [2].

Existem vários métodos para se determinar a densidade aparente de um material, o mais utilizado na panificação é o método de deslocamento de volume de sementes de painço. São colocadas duas câmaras de volume idênticos e um cilindro graduado, essas serão conectadas, cada uma em uma extremidade, ao cilindro graduado,

que servirão de câmara para a amostra e reservatório de sementes, respectivamente. Uma quantidade pré-definida de sementes deve ser movida do cilindro para uma câmara com a amostra, na qual pretende-se determinar a densidade. O volume ocupado pela amostra poderá ser identificado no cilindro graduado, sendo este a diferença entre o volume medido no cilindro e o volume de sementes. Apesar disso, notou-se a possibilidade da existência de erros na determinação através desse método, pois a densidade aparente das sementes de painço varia com a sua base úmida [2].

2.2.4 CALOR ESPECÍFICO

Segundo [8], o calor específico pode ser definido como a quantidade de calor necessária para elevar 1 grau Celsius a temperatura de 1 grama de uma substância. Dentre os métodos que devem ser utilizados para a determinação dessa propriedade, têm-se como os principais: método de mistura, o calorímetro adiabático e a calorimetria exploratória diferencial.

O método da mistura é o mais usado para mensurar o calor específico e consiste em inserir uma quantidade de massa conhecida (m_{amostra}) a uma determinada temperatura inicial ($T_{0\text{amostra}}$) em um calorímetro com características – calor específico; quantidade de água ($m_{\text{água}}$) e temperatura, já definidas. Assim, o calor específico do material pode ser calculado pelo balanço de energia, conforme a Equação 2.4 [8]:

$$c_{p\text{amostra}} = \frac{c_{p\text{água}} \times (m_{\text{água}} + E) \times (T_{0\text{calorímetro}} - T_{\text{mistura}})}{m_{\text{amostra}} \times (T_{0\text{amostra}} - T_{\text{mistura}})} \quad (2.4)$$

Onde:

$c_{p\text{amostra}}$ – Calor específico da amostra [J/(kgK)]

$c_{p\text{água}}$ – Calor específico da água [J/(kgK)]

$m_{\text{água}}$ – Massa da água (kg)

m_{amostra} – Massa da amostra (kg)

E – Equivalente em água (kg)

$T_{0\text{calorímetro}}$ – Temperatura inicial do calorímetro (K)

$T_{0\text{amostra}}$ – Temperatura inicial da amostra (K)

T_{mistura} – Temperatura de equilíbrio da mistura (K)

[8] ainda relata que os erros existentes após a aplicação desse método se relacionam, principalmente, à perda de calor do calorímetro para o ambiente, problemas de mistura e adição de energia através de agitação.

2.3. A Lei de Resfriamento de Newton

[9] afirma que a Lei do Resfriamento de Newton é o emprego de equações diferenciais que é ligada diretamente a física e objetiva a resolução de problemas relativos variação de temperatura. Essa lei também pode ser aplicada em outros ramos, como nas engenharias [10].

[11] fazem um estudo sobre as equações diferenciais, e, ao se tratar da Lei de Resfriamento de Newton, explicam que “a taxa de variação de temperatura de um dado corpo em resfriamento é proporcional à diferença entre a temperatura desse corpo e a temperatura constante do meio ambiente” (p.107). Conforme mostra a Equação 2.5 [10]:

$$\frac{dT}{dt} = -K(T - T_m) \quad (2.5)$$

Onde:

$T(t)$ – Taxa de variação de temperatura

T – Temperatura do corpo

T_m – Temperatura constante do meio ambiente

K – Constante de proporcionalidade

Para que esse modelo seja aceito, a temperatura deve depender do tempo; $T=T(t)$, tem que ser constante em todos os pontos do líquido e a temperatura do meio ser constante em toda a prática, além disso, é preciso que a taxa de variação de temperatura obedeça a Lei de Resfriamento de Newton [12]. Solucionando o modelo, tem-se que a seguinte Equação 2.6:

$$T(t) = T_m + (c \times e^{-Kt}) \quad (2.6)$$

Onde:

c – Número real

$k < 0$

A Lei do Resfriamento de Newton baseia-se no fenômeno físico conhecido como equilíbrio térmico, um dos mais importantes conceitos da termodinâmica que mostra que um corpo com temperatura T , quando exposto a um ambiente com temperatura T_m , diferente da sua, irá obrigatoriamente entrar em equilíbrio térmico com o meio, ou seja, estará submetido a trocas de calor, da temperatura maior para a menor [12].

2.3.1 A LEI DO RESFRIAMENTO DE NEWTON NO ASSAMENTO DO PÃO TIPO FRANCÊS

Diante do que foi exposto, percebe-se que, durante o processo de assamento do pão há trocas de calor entre o corpo e o meio, em decorrência da diferença de temperatura entre o produto e o ambiente onde ele está inserido por um determinado tempo. Em consequência da submissão à variação da sua temperatura, ocorrem mudanças na estrutura do pão, pois suas propriedades iniciais variam ao final do processo.

É notório, portanto, que é possível relacionar o assamento com a lei de resfriamento proposta por Newton através da formulação de um modelo matemático, para que haja compreensão de como o pão reage a alta variação de temperatura em decorrência de alguns fatores, como:

- ✓ Propriedades termofísicas:
 - Condutividade térmica efetiva (k);
 - Difusividade térmica efetiva (α);
 - Densidade Aparente (ρ);
 - Calor específico (c_p);
- ✓ Temperatura inicial do pão, que deve ser considerada constante em toda sua estrutura (T);
- ✓ Temperatura inicial do forno, que deve ser considerada constante durante todo o processo (T_m);
- ✓ Tempo de assamento (t);
- ✓ Volume do pão (V);

O presente trabalho propôs compreender a aplicabilidade da lei de resfriamento newtoniana no assamento do pão francês. O estudo foi feito a partir da análise de literatura de autores que desenvolveram pesquisas empíricas, como [2], sobre as propriedades termofísicas desse produto.

2.4 Resultados e Discussão

[2] em seu estudo produziu pães na Padaria Piloto do Laboratório de Engenharia de Alimentos do Departamento de Engenharia Química da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, com formulação análoga aos comercializados. O método usado por ele para fabricação consistia em adicionar todos os ingredientes no início ou durante o assamento, não fermentando a massa previamente.

Durante todo o processo, o autor dividiu os ensaios em tipo A e B, onde no primeiro as retiradas do produto do forno foram feitas em tempos pares e, no segundo, em tempos ímpares. A temperatura do ambiente era, em média, 24°C e foi constatado que antes do pão ser colocado no forno de 200°C, a temperatura média do seu centro geométrico era de 32,1°C e, após os 14 minutos, passou a ser 97°C.

O diâmetro e comprimento dos pães foram medidos através do paquímetro e os valores médios e desvio padrão identificados pelo autor estão mostrados na Tabela 1. Suas médias foram: 11,73 $\pm$ 0,70 cm para comprimento, e 5,40 $\pm$ 0,40 cm para diâmetro.

Tabela 1. Valores de diâmetro e comprimentos médios do pão francês obtidos durante os 14 minutos de assamento. [2]

Tempo (min)	Diâmetro médio (cm)	Desvio padrão (cm)	Comprimento médio (cm)	Desvio padrão (cm)
0	4,56	0,34	11,20	1,48
1	5,06	0,41	11,24	0,93
2	6,04	0,01	10,67	0,61
3	4,93	0,66	11,32	0,42
4	5,78	0,25	11,04	0,05
5	5,16	0,46	11,51	1,19
6	5,58	0,42	11,44	0,01
7	5,40	0,52	12,05	0,72
8	5,67	0,04	11,64	0,36
9	5,71	0,60	11,97	0,27
10	5,24	0,96	12,65	1,68
11	5,39	0,62	11,71	0,52
12	5,54	0,37	12,02	0,28
13	5,33	0,27	12,73	0,66
14	5,69	0,01	12,77	1,26

Para mensurar a massa, o autor obteve os valores médios da massa medida de dois pães de acordo com o ensaio e o tempo de assamento, obtendo uma massa média de 48,4 $\pm$ 1,7 g, valor próximo ao esperado de 50 g. [13] no seu estudo sobre os pães tipos francês comercializados em panificadores da cidade de São Paulo obteve um valor médio de 53,4 $\pm$ 8,1 g de massa, semelhante a [2] que demonstra um decréscimo de 18% do valor da massa inicial durante o processo de assamento em consequência da evaporação.

Na obtenção dos valores de volume de cada pão determinada pelo método de deslocamento de sementes de painço, também foi produzida uma tabela com os valores médios de dois pães de acordo com o ensaio e seu tempo de assamento e o volume médio para um alimento foi de $5,8 \pm 1,2 \text{ cm}^3/\text{g}$. Durante a fermentação, o volume praticamente dobrou e quando o pão chegou a aproximadamente 45°C , o fermento perdeu sua atividade e o volume cresceu devido à expansão do gás carbônico, por isso, o crescimento volumétrico foi menor [2]. Identifica-se, portanto, um aumento do volume com o aumento da temperatura.

A densidade aparente foi calculada a partir da Equação 2.7, seguindo os valores de massa e volume obtidos no estudo.

$$\rho_{\text{ap}} = \frac{m}{V} \quad (2.7)$$

Onde:

ρ_{ap} – Densidade aparente (g/cm^3)

m – Massa (g)

V – Volume (cm^3)

A partir desses cálculos, [2] obteve uma densidade média experimental de $0,231 \pm 0,019 \text{ g}/\text{cm}^3$, em contraponto ao reportado por [13] de $0,17 \text{ g}/\text{cm}^3$ para pães produzidos em panificadores da cidade de São Paulo. A diferença dos valores, para o primeiro autor, é devido a influência da interrupção do assamento para a retirada dos pães.

O conteúdo de água ou base úmida dos pães foram calculados por [2] durante o processo de assamento e os valores foram obtidos a partir da Equação 2.8 mostrada a seguir:

$$\text{CA} = 100 - \left[\left(\frac{m_{\text{faf}}}{m_{\text{fai}}} \right) \times \left(\frac{m_{\text{mf}}}{m_{\text{mi}}} \right) \times 100 \right] \quad (2.8)$$

Onde:

CA – Conteúdo de água dos pães, base úmida (%)

m_{faf} , m_{fai} – Massa final e inicial da fatia de pão (g), quando submetida à secagem em temperatura ambiente, respectivamente.

m_{mf} , m_{mi} – Massa final e inicial da fatia moída do pão (g), submetida à secagem em estufa, respectivamente.

O valor obtido por [2] para base úmida média do pão francês com 14 minutos de assamento foi de $30,85 \pm 1,68 \%$. No estudo de [13], esse valor foi de $29,4 \pm 1,9 \%$. A partir dos cálculos efetuados pelo autor durante os 14 minutos de assamento, concluiu-se que o valor do conteúdo de água diminuiu, o que retrata que houve evaporação no processo.

A condutividade térmica do pão francês foi medida por [2] a partir do Método da Sonda Linear, onde os produtos foram retirados do forno em intervalos de dois minutos e submetidos aos ensaios de aquisição de aumento da temperatura provocado pela sonda.

A difusividade térmica efetiva foi diagnosticada pelo autor a partir do uso de *curvas de penetração de calor*, onde a amostra é exposta ao aumento da temperatura por um grande intervalo de tempo, tendo como base a relação exponencial entre a mudança de temperatura do produto e o tempo de aquecimento. Para usar esse método, [7] considerou o pão como um cilindro bidimensional. O valor médio encontrado para essa propriedade foi de $4,110 \times 10^{-7} \pm 2,25 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, tais valores são comparáveis aos existentes na literatura para produtos de panificação [5].

Em suma, pode-se identificar os valores relatados por [2] para as propriedades termofísicas do pão francês durante o processo de assamento na Tabela 2, disposta a seguir:

Tabela 2. Propriedades do pão francês durante o assamento, diagnosticadas por [2] no seu estudo. (Autoria própria)

Tempo de assamento (min)	Temperatura ambiente ($^\circ\text{C}$)	CA (%)	ρ (g/cm^3)	k [W/(mK)]	$\alpha \times 10^{-7}$ (m^2/s)
Antes do processo	24	44,10	0,324	0,284	-
1	24	43,38	0,446	0,284	-
5	24	39,40	0,290	0,175	-
10	24	34,68	0,249	0,136	-
14	24	30,85	0,231	0,136	4,11

A partir dos dados mostrados na Tabela 2, pode-se constatar uma diminuição na massa úmida do pão, bem como da densidade e da condutividade térmica, enquanto a difusividade térmica não varia substancialmente.

[8] estuda as propriedades termofísicas do pão tipo francês congelado, através de experimentos realizados em sua pesquisa. Foi constatado que o calor específico do pão não é influenciado significativamente pela quantidade de água, logo a variação do conteúdo de água durante o assamento não altera consideravelmente a propriedade. O valor médio encontrado pelo autor foi de $1,582 \text{ J}/(\text{g}^\circ\text{C})$.

A difusividade térmica pode ser expressa pela Equação 2.3, mostrada anteriormente. Nota-se que a mudança do seu valor e do calor específico não variam substancialmente com o aumento da temperatura, enquanto a densidade e a condutividade são diminuídas consideravelmente durante o processo.

Haja vista essas constatações, é possível relacionar os dados obtidos por Queiroz com a Equação Diferencial Ordinária que rege a Lei de Resfriamento de Newton para compreender o processo de assamento do pão francês. A modelagem da lei pode ser feita a partir das seguintes condições de contorno:

$$\checkmark \text{ Início do assamento} \rightarrow T(0) = 32,1^{\circ}\text{C} \quad (2.9)$$

$$\checkmark \text{ Fim do assamento} \rightarrow T(14) = 97,0^{\circ}\text{C} \quad (2.10)$$

$$\checkmark \text{ Temperatura do forno} \rightarrow T_m = 200^{\circ}\text{C} \quad (2.11)$$

Seguindo tais parâmetros, pode-se desenvolver a Equação 2.5 de tal forma:

$$\frac{dT}{dt} = -K(T - 200) \quad (2.12)$$

$$\int \frac{dT}{(T - 200)} = \int -K dt \quad (2.13)$$

$$\ln(T - 200) = -Kt + c \quad (2.14)$$

$$T - 200 = e^{-kt + c} \quad (2.15)$$

$$T - 200 = e^{-kt} \times C \quad (2.16)$$

Usando a primeira condição de contorno:

$$T(0) = 200 + (C \times e^{-k0}) \quad (2.17)$$

$$32,1 = 200 + (C \times 1) \quad (2.18)$$

$$C = -167,9 \quad (2.19)$$

Usando a segunda condição de contorno:

$$T(14) = 200 + (-167,9 \times e^{-14k}) \quad (2.20)$$

$$97,0 - 200 = -167,9 \times e^{-14k} \quad (2.21)$$

$$K = -\frac{1}{14} \times \ln \frac{103}{167,9} \quad (2.22)$$

$$K = 0,0349 \quad (2.23)$$

A partir da Equação 2.6, pode-se obter:

$$T(t) = 200 - (167,9 \times e^{0,0349t}) \quad (2.24)$$

À vista disso, têm-se a maneira como a temperatura varia no interior do pão francês em função do tempo, e assim, compreender a mudança das propriedades termofísicas no produto.

3. CONCLUSÃO

A partir do presente trabalho é possível entender o comportamento das transferências de calor no pão tipo francês quando submetido a altas temperaturas. Pode-se inferir que há mudanças no produto, por consequência, na sua estrutura e nas suas propriedades termofísicas. O estudo classifica-se como pesquisa bibliográfica, por averiguar a condutividade térmica efetiva, a difusividade térmica efetiva, a densidade aparente e o calor específico do pão fundamentado em dados presentes na literatura, bem como valores de temperaturas envolvidas e tempo de assamento do alimento, a fim de modelar matematicamente a Lei de Resfriamento de Newton para ele.

As informações foram adquiridas por [2] a partir de experimentações análogas ao processo de manufatura dos pães, e, são concordantes quando comparados a literatura existente para produtos de panificação e a variação é devido a influência do tempo de assamento e ensaio.

Como esperado, no estudo de [2], o conteúdo de água do produto diminuiu no processo, em virtude da evaporação. A perda da massa foi de aproximadamente 18% e pode ser considerada linear. As dimensões, bem como o volume do pão cresceram, o comprimento regularmente e devido a evaporação, sua variação do diâmetro não seguiu o mesmo aspecto, o que fez com que o volume variasse majoritariamente na direção do raio.

Quanto as propriedades, ainda no estudo do mesmo autor, identificou-se uma diminuição da densidade com a elevação da temperatura, bem como da condutividade térmica, que foi diagnosticada a partir do método da sonda linear. Já a difusividade térmica foi determinada experimentalmente pelo uso das curvas de penetração de calor.

Na definição do calor específico, [8] identificou que sua variação quanto à perda de água é insignificante e o resultado obtido também é condizente com a literatura.

A Equação Diferencial que rege a Lei de Resfriamento de Newton foi modelada e aplicada ao processo de assamento do pão francês. Com isso, o comportamento das transferências de calor no interior do produto pode ser analisado e, assim, explicado a mudança nas propriedades termofísicas que dependem da temperatura do produto.

Como continuação desse trabalho, uma nova análise das propriedades termofísicas e de dados envolvidos no processo de assamento pode ser feita para fins comparativos. A aplicação da equação obtida a partir da lei de resfriamento newtoniana para o pão francês também pode ser correlacionada com as propriedades, como calor específico, em pesquisas futuras. Além disso, é possível, baseando-se nesse, fazer um estudo termofísico do produto e suas propriedades nos pães congelados, que são muito utilizados atualmente no setor de panificação.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] SILVA, Wilton Pereira da et al. Medida de calor específico e Lei de Resfriamento de Newton: um refinamento na análise dos dados experimentais. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 25, n. 4, p. 392-398, 2003.
- [2] QUEIROZ, Gilmar Michel. **Determinação de propriedades termofísicas do pão tipo francês durante o processo de assamento**. 2001. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.
- [3] Brasileiro, A.M.M. **Manual de produção de textos acadêmicos e científicos**. São Paulo: Editora Atlas, 2013.
- [4] ABNT. **NBR 16170 2015**. [S. l.], 2015. Disponível em: https://m.sebrae.com.br/Sebrae/Portal%20Sebrae/UFs/RN/Anexos/guia_de_implantacao_abnt_nbr_16170_pao_franco_1444254820.pdf. Acesso em: 1 nov. 2019.
- [5] FRANCISQUINI, Júlia d'Almeida et al. Reação de Maillard: uma revisão. **Revista do Instituto de Laticínios Cândido Tostes**, v. 72, n. 1, p. 48-57, 2017.
- [6] QUEIROZ, Gilmar M.; TADINI, Carmen C. Determinação experimental da condutividade térmica do pão francês durante o processo de assamento. In: **8º Conferencia Internacional sobre Ciencia y Tecnologia de los Alimentos**. 2002. p. 233-237.
- [7] QUEIROZ, Gilmar Michel. Determinação experimental da difusividade térmica do pão francês durante o processo de assamento. **XVIII CONGRESSO BRASILEIRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE ALIMENTOS**, [S. l.], 2001.
- [8] MATUDA, Tatiana Guinoza. **Estudo do congelamento da massa de pão: determinação experimental das propriedades termofísicas e desempenho de panificação**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, [S. l.], 2008. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3137/tde-17112008-114317/en.php>. Acesso em: 1 nov. 2019.
- [9] ALITOLEF, S. S. Algumas Aplicações das Equações Diferenciais. **Ji Paraná: UNIR**, 2011.
- [10] PEREIRA, Ivaneide Magali; BARBOSA, Claudemir Miranda. TEORIA E PRÁTICA NA LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON. **Ensino da Matemática em Debate (ISSN 2358-4122)**, v. 5, n. 1, p. 45-53, 2018.
- [11] ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. **Equações Diferenciais**, volume 1. tradução Antonio Zumpano, revisão técnica: Antônio Pertence Jr. São Paulo: Pearson Makron /books, 2001.
- [12] COSTA, Maria de Fátima Carvalho. **Estudo da lei de resfriamento de corpos através das equações diferenciais ordinárias de primeira ordem**. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em matemática) - Universidade Federal de Campina Grande, [S. l.], 2018. Disponível em: <http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jspui/handle/riufcg/6533>. Acesso em: 1 nov. 2019.
- [13] KOWALSKI, M. B. **Análise do perfil de textura, volume específico e conteúdo de água dos pães tipo francês da cidade de São Paulo**. São Paulo, 2001. (Relatório I.C.).