



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
CENTRO MULTIDISCIPLINAR DE PAU DOS FERROS
BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

BRENO EDUARDO CARLOS

**ANÁLISE DO DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM
ABERTURAS**

PAU DOS FERROS/RN
2022

BRENO EDUARDO CARLOS

**ANÁLISE DO DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM
ABERTURAS**

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, Centro Multidisciplinar de Pau dos Ferros – CMPF, em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Henrique Borges de Oliveira

,

PAU DOS FERROS/RN
2022

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

C284a Carlos, Breno Eduardo.
Análise do dimensionamento à punção em lajes
lisas com aberturas / Breno Eduardo Carlos. -
2022.
46 f. : il.

Orientador: Leonardo Henrique Borges de
Oliveira.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Engenharia Civil,
2022.

1. Punção. 2. Resistência. 3. Lajes lisas. 4.
Normas. I. Oliveira, Leonardo Henrique Borges de,
orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade
com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Biblioteca Campus Pau dos Ferros
Bibliotecária: Erlanda Maria Lopes da Silva
CRB: 1115

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

ANÁLISE DO DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM ABERTURAS

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, Centro Multidisciplinar de Pau dos Ferros – CMPF, como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Defendido em: ____/____/____

BANCA EXAMINADORA

Leonardo Henrique Borges de Oliveira, Prof. Dr. (UFERSA)
Presidente

Fábio Fleming Leitão, Prof. Me. (UFAC)
Membro Examinador

José Henrique Maciel de Queiroz, Prof. Me. (IFPB)
Membro Examinador

À minha mãe, Vanda, que é meu porto seguro, meu colo, aconchego e o grande amor da minha vida.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por sua infinita misericórdia e seu amor incondicional, que não me abandona e sempre me direciona para os caminhos certos. Assim como o salmista em Sl 115, não canso de repetir hoje e sempre: “Que poderei retribuir ao Senhor Deus por tudo aquilo que Ele fez em meu favor?”.

À Nossa Senhora do Perpétuo Socorro, socorro fiel dos aflitos, mestra do mundo e rainha do céu, minha eterna gratidão pela companhia diária.

Ao meu pai, José Carlos Pereira (*In Memoriam*), por ter tornado possível esse sonho, por ter acreditado em mim e me incentivado. A sua bondade e humildade sempre serão as virtudes que tentarei alcançar.

À minha mãe, Vanda Maria da Costa, por ser a minha maior admiradora e por cuidar tão bem de mim. Todas as minhas conquistas são e sempre serão por você. Estaremos juntos para sempre.

À minha irmã, Viviane Holanda da Costa, pelo apoio, cuidado e carinho.

Ao meu orientador, Prof. Leonardo Henrique Borges de Oliveira, pela atenção, cuidado, disponibilidade e contribuições. Seu exemplo pessoal e profissional sempre será fonte de inspiração para mim.

Às minhas grandes amigas, Karina e Kaelly, pelo companheirismo e pela vivência. Durante esses anos dividimos problemas, desafios, tristezas e inseguranças, mas muito mais felicidades, alegrias e vitórias. Vocês foram um grande presente de Deus na minha vida e são parte da pessoa que sou hoje. Minha eterna gratidão. Amo vocês.

RESUMO

Os sistemas construtivos englobam uma grande versatilidade na forma de conceber e construir uma edificação. O sistema convencional, que compreende pilares, vigas e lajes maciças, amplamente empregado no Brasil, apresenta desvantagens que tornam outros sistemas alternativos interessantes à sua substituição. As lajes lisas são empregadas devido a sua economia de fôrmas, ampliação de possibilidades arquitetônicas e redução de custos, principalmente com relação às armaduras para vigas. As verificações para o projeto desse sistema evidenciam a necessidade de análise da ruptura por punção. O fenômeno de punção se caracteriza como um Estado-Limite Último e pode gerar, quando não previsto, o colapso total da estrutura. O concreto, em muitos casos, pode ser o único responsável por combater às tensões de cisalhamento nesse sistema, resistindo à punção. A presença de *shafts* ou outras aberturas acabam reduzindo a quantidade de concreto próximo a pilares, aumentando a suscetibilidade a uma ruptura por punção. Diante desse contexto, este trabalho apresenta por objetivos a análise do dimensionamento à punção em lajes lisas com aberturas a partir das prescrições e parâmetros apontados por normas e códigos, realizando uma comparação acerca dos resultados encontrados. Partindo de uma revisão bibliográfica, o trabalho analisa documentos e códigos, e aponta uma verificação experimental teórica sobre a capacidade de carga de lajes lisas com aberturas. Os resultados indicam que a resistência à punção reduz à medida que as aberturas se situam mais próximas aos elementos de aplicação de carga, como os pilares. Entre as normas e códigos apontados, a ABNT NBR 6118:2014 aponta maiores níveis de tolerância com relação à aplicação de carga, enquanto que o *fib* Model Code (2010) se apresenta mais conservador. Os valores obtidos a partir do ACI 318:2019 e do Eurocode 2 (2010) fornecem resultados de resistência intermediários às análises feitas.

Palavras-chave: punção; resistência; lajes lisas; normas.

ABSTRACT

Building systems encompass a great versatility in the way of conceiving and constructing a building. The conventional system, which includes columns, beams and solid slabs, widely used in Brazil, has disadvantages that make other systems interesting alternatives to its replacement. Flat slabs are employed due to their economy of formwork, expansion of architectural possibilities and cost reduction, especially with regard to beam reinforcement. The verifications for the design of this system highlight the need to analyze the punching shear failure. The punching shear phenomenon is characterized as an Ultimate Limit State and can generate, when not foreseen, the total collapse of the structure. Concrete, in many cases, may be the only responsible for fighting shear stresses in this system, resisting to punching. The presence of shafts or other openings end up reducing the amount of concrete near the columns, increasing the susceptibility to punching failure. Given this context, this paper aims to analyze the punching design of flat slabs with openings based on the prescriptions and parameters established by standards and codes, making a comparison of the results found. Starting from a literature review, the paper analyzes documents and codes, points out a theoretical experimental verification of the load capacity of flat slabs with openings. The results indicate that punching resistance reduces as the openings are located closer to the load application elements, such as columns. Among the standards and codes pointed out, ABNT NBR 6118:2014 points out higher tolerance levels with respect to load application, while the *fib* Model Code (2010) presents itself as more conservative. The values obtained from ACI 318:2019 and Eurocode 2 (2010) provide intermediate resistance results to the analyses performed.

Keywords: punching; resistance; flat slabs; standards.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Superfície da ruptura por punção.....	14
Figura 2 - Tipos de lajes.	18
Figura 3 - Modo de ruptura de laje lisa sem armadura de cisalhamento.	19
Figura 4 - Perímetros críticos para cálculo de resistência à punção de acordo com a ABNT NBR 6118:2014.....	20
Figura 5 - Perímetro crítico com abertura a uma distância inferior que 8d da aplicação da carga.....	21
Figura 6 - Perímetro crítico para análise de punção de acordo com ACI 318:2019.....	22
Figura 7 - Influência de aberturas no perímetro crítico para análise à punção de acordo com ACI 318:2019.	23
Figura 8 - Perímetro de controle para cálculo da resistência à punção segundo Eurocode 2 (2010).	24
Figura 9 - Influência da abertura no perímetro de controle prescrito pelo Eurocode 2 (2010).	25
Figura 10 - Perímetro de controle para cálculo da resistência à punção de acordo com <i>fib</i> Model Code (2010).....	27
Figura 11 - Região da laje para verificação à punção.....	29
Figura 12 - Laje LR sem aberturas.	30
Figura 13 - Laje L0 com abertura adjacente ao pilar.....	30
Figura 14 - Laje L1 com abertura distante 1d (12cm) do pilar.....	30
Figura 15 - Laje L2 com abertura distante 2d (24cm) do pilar.....	31
Figura 16 - Laje L3 com abertura distante 3d (36cm) do pilar.....	31
Figura 17 - Detalhamento da Laje LR (Unidades em mm).	33
Figura 18 - Detalhamento da Laje L0 (Unidades em mm).....	33
Figura 19 - Detalhamento da Laje L1 (Unidades em mm).....	34
Figura 20 - Detalhamento da Laje L2 (Unidades em mm).....	34
Figura 21 - Detalhamento da Laje L3 (Unidades em mm).....	35
Figura 22 - Influência da abertura no perímetro de controle C' na laje L0.	38
Figura 23 - Influência da abertura no perímetro de controle C' na laje L3.	39
Figura 24 - Gráfico comparativo entre valores obtidos de resistência à punção.	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resumo das características geométricas das lajes.....	31
Tabela 2 - Cálculo da taxa de armadura de flexão (ρ).	36
Tabela 3 - Verificação da resistência à punção no perímetro de controle C segundo ABNT NBR 6118:2014.....	37
Tabela 4 - Verificação da resistência à punção no perímetro de controle C' segundo ABNT NBR 6118:2014.....	37
Tabela 5 - Verificação da resistência à punção no perímetro de controle b0 segundo ACI 318:2019.....	40
Tabela 6 - Verificação da resistência à punção no perímetro de controle $\mu 0$ segundo o Eurocode 2 (2010).	40
Tabela 7 - Verificação da resistência à punção no perímetro de controle $\mu 1$ segundo o Eurocode 2 (2010).	41
Tabela 8 - Verificação da resistência à punção no perímetro de controle b0 segundo o <i>fib</i> Model Code (2010).....	42

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
A_{cx}	Área do concreto no eixo x
A_{cy}	Área do concreto no eixo y
A_{ϕ}	Área da seção transversal da barra de aço
α_{cp}	Tensão de compressão devido a esforços axiais de protensão
α_v	Parâmetro relacionado à resistência a compressão característica do concreto
α_s	Coefficiente referente à posição do pilar
β	Coefficiente de razão geométrica
$C_{Rd,c}$	Razão entre 0,18 e o coeficiente de segurança γ_c
d	Altura útil da laje
d_g	Dimensão do agregado graúdo
d_v	Altura útil da laje
d_y	Altura útil da laje na direção y
d_z	Altura útil da laje na direção z
F_{sd}	Força ou reação de cálculo
f_c'	Resistência característica do concreto à compressão
f_{cd}	Resistência de cálculo do concreto à compressão
f_{ck}	Resistência característica do concreto à compressão
ϕ	Diâmetro da abertura
γ_c	Coefficiente de ponderação da resistência do concreto
k	Fator de escala
λ	Fator de modificação relacionado às propriedades do concreto
λ_s	Fator de modificação relacionado a resistência ao cisalhamento
k_{dg}	Coefficiente relacionado a dimensão do agregado graúdo
k_{ψ}	Coefficiente relacionado ao ângulo de rotação da laje submetida à punção
n_x	Número de barras de aço no eixo x
n_y	Número de barras de aço no eixo y
ψ	Ângulo de rotação da laje submetida à punção
ρ	Taxa geométrica de armadura de flexão aderente

ρ_x	Taxa de armadura de flexão na direção x
ρ_y	Taxa de armadura de flexão na direção y
ρ_1	Taxa geométrica de armadura de flexão aderente
ρ_{1y}	Taxa de armadura de flexão na direção y
ρ_{1z}	Taxa de armadura de flexão na direção z
τ_{Rd1}	Tensão resistente relacionada a capacidade da ligação à punção
τ_{Rd2}	Tensão resistente de compressão diagonal do concreto de cálculo
τ_{Sd}	Tensão solicitante de cálculo
ν	Coeficiente relacionado a resistência à compressão característica do concreto
ν_c	Resistência à punção referente ao concreto
V_{Ed}	Força ou reação concentrada de cálculo
V_{Rd}	Resistência à punção
$V_{Rd,c}$	Resistência à punção referente ao concreto
$V_{Rd,s}$	Resistência à punção referente ao aço
ν_{Ed}	Resistência à punção
ν_{min}	Resistência ao cisalhamento mínima
ν_n	Resistência à punção total
$\nu_{Rd,c}$	Resistência à punção da laje sem armadura de cisalhamento
$\nu_{Rd,max}$	Resistência máxima à punção

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	13
2.	OBJETIVOS	16
2.1.	Geral	16
2.2.	Específicos	16
3.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	17
3.1.	Lajes lisas	17
3.2.	Punção	18
3.3.	Procedimentos normativos referentes à punção.....	19
3.3.1.	ABNT NBR 6118:2014.....	20
3.3.2.	ACI 318:2019	22
3.3.3.	EN-1992 Eurocode 2 (2010)	24
3.3.4.	<i>fib</i> Model Code (2010)	26
4.	METODOLOGIA	28
4.1.	Considerações iniciais	28
4.2.	Características das lajes.....	28
4.3.	Características dos materiais	32
4.3.1.	Concreto	32
4.3.2.	Aço	32
4.3.2.1.	Taxa de armadura de flexão	35
4.4.	Considerações finais.....	36
5.	RESULTADOS E DISCUSSÕES	37
5.1.	ABNT NBR 6118:2014	37
5.2.	ACI 318:2019	39
5.3.	EN-1992 Eurocode 2 (2010)	40
5.4.	<i>fib</i> Model Code (2010)	42
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	45
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	46

1. INTRODUÇÃO

A construção civil conta com uma grande versatilidade na forma de conceber e construir uma nova edificação. Um sistema construtivo é a junção de diversas técnicas construtivas empregadas em uma obra. No Brasil, o sistema convencional é o amplamente empregado, e compreende a execução de pilares, vigas e lajes maciças em concreto armado (CRUZ; BARBOSA; CASTANÕN, 2017). A necessidade de avanços deu lugar a outras formas de concepção, como as lajes lisas, que se apoiam diretamente nos pilares e não necessitam de vigamento para transferir os seus esforços (SANTOS, 2018).

Com os avanços nas técnicas construtivas, houveram mudanças na forma de projetar os sistemas estruturais, tornando as obras mais imponentes, mais esteticamente atraentes e mais funcionais. Como resultado disso, tem-se uma redução de custos no que tange a redução de armaduras para vigas, rapidez na execução e menores índices de geração de resíduos (LIMA, 2020). Apesar dos benefícios, a população permanece adepta a utilização de sistemas convencionais de construção, com perdas no tempo de execução, na qualidade das edificações e a impotência relacionada à sustentabilidade. Somado a isso, tem-se a falta de mão de obra especializada que transforma a comodidade na melhor opção. Portanto, o estudo de aplicação de novas técnicas é fundamental para uma renovação dos processos e o emprego de sistemas mais eficientes, sustentáveis e arquitetonicamente mais vantajosos (ARAGÃO, et al., 2022).

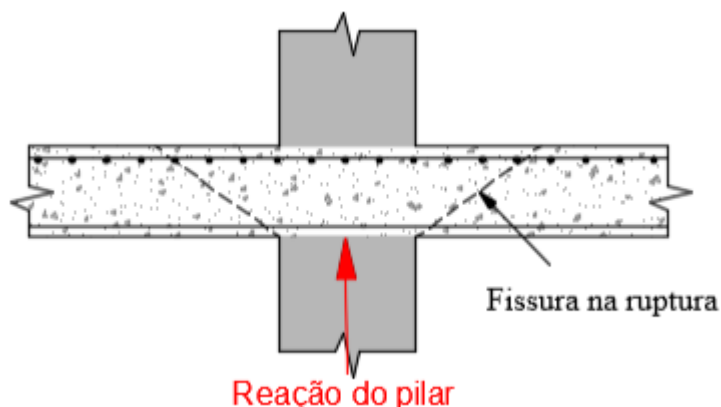
A ausência de vigas no sistema construtivo de lajes lisas proporciona uma maior flexibilidade quanto à altura do pé direito dos andares de edifícios; redução nos custos com fôrmas e consequentemente com mão de obra, simplificando o processo construtivo; e benefícios estéticos referentes à implantação de sistemas hidráulicos e elétricos, e ao *layout* geral da edificação (SANTOS, 2018). Além disso, a armação e a concretagem são realizadas facilmente, uma vez que não há armaduras para dobrar e o concreto é lançado em painéis de lajes, simplificando o processo. Com a ausência de vigas, há também uma redução do peso próprio da estrutura, que acarreta em menos cargas transferidas às fundações (SILVA; FILHO; REAL, 2017).

No entanto, segundo Liberati (2019), esse sistema possui desvantagens significativas, como o aumento nas flechas verticais quando comparado ao sistema estrutural convencional. Ainda, de acordo com Alves e Passos (2019) a retirada das vigas diminui a rigidez a esforços horizontais na estrutura, aumentando assim os seus

deslocamentos e podendo impactar nos parâmetros referentes à estabilidade global da estrutura. Por fim, uma das desvantagens mais delicada está relacionada à aplicação das cargas ou reações de maneira concentrada nesse tipo de laje, gerando um fenômeno conhecido como punção próximo a essa carga (NUNES, 2019).

O fenômeno de punção é conhecido como um Estado-Limite Último caracterizado por apresentar um tipo de ruptura frágil e de forma brusca. Acontece pela presença de uma carga vertical concentrada no plano da laje, que em muitos casos, é considerada como a reação de apoio do próprio pilar (FERREIRA, 2010). Esse fenômeno está ligado a esforços de cisalhamento e pode provocar, em seu ponto mais crítico, a separação completa entre pilar e laje através de uma superfície cônica-piramidal (LIMA, 2015), conforme Figura 1. O dimensionamento de lajes lisas, portanto, deve levar em consideração esse fenômeno com atenção especial para ligação laje-pilar, que se apresenta como o ponto mais crítico do sistema (SANTOS 2018). Dessa forma, o projeto estrutural deve ser realizado para que em caso de ruína, essa se dê por flexão e não por punção (SILVA; FILHO; REAL, 2017).

Figura 1 - Superfície da ruptura por punção.



Fonte: Marques (2018).

A ruptura por punção em uma das ligações laje-pilar de um pano maior de lajes gera uma redistribuição de esforços não prevista, que pode ocasionar o colapso progressivo da estrutura (SANTOS, 2018). Esse processo gera problemas em toda a edificação, sendo um risco ao sistema e aos usuários dele.

Alguns elementos podem prejudicar a resistência à punção nesse sistema construtivo, como aberturas nas adjacências de pilares. Quando se fala de um sistema estrutural de lajes lisas sem armadura de cisalhamento, a parcela resistente ao puncionamento está associada apenas ao concreto. As aberturas reduzem o perímetro da

área que resiste a esse fenômeno, gerando uma concentração maior de tensões que ocasionam a ruptura total do sistema (LIBERATI, 2019).

Existem normas e códigos que trazem em seu escopo procedimentos técnicos para cálculo da resistência à punção com ou sem armaduras de cisalhamento. Os pontos elencados nessas normas fornecem subsídios para cálculo e projeto de um sistema eficiente e que resista aos esforços gerados em tais sistemas construtivos.

O trabalho apresenta por objetivo a análise da resistência à punção de lajes lisas com aberturas em diferentes posições, bem como avalia o impacto da posição da abertura nos valores de resistência e a comparação desses resultados, utilizando como fonte as normas e códigos nacionais e internacionais, como a ABNT NBR 6118:2014, o ACI 318:2019, o Eurocode 2 (2010) e o *fib* Model Code (2010).

2. OBJETIVOS

2.1. Geral

Analisar a influência das aberturas na capacidade resistente à punção de lajes lisas comparando os resultados a partir do estudo de uma laje padrão sem aberturas.

2.2. Específicos

- Avaliar a influência de aberturas adjacentes aos elementos de apoio na resistência à punção, variando a distância em função da altura útil da laje;
- Analisar a resistência à punção na laje padrão e em lajes com aberturas a partir do descrito pela ABNT NBR 6118:2014;
- Comparar os resultados de capacidade de carga a punção entre as normas do ACI 318:2019, o Eurocode 2 (2010), o *fib* Model Code (2010) e a ABNT NBR 6118:2014.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1. Lajes lisas

O sistema estrutural em lajes lisas foi empregado pela primeira vez na cidade de Minneapolis, nos Estados Unidos, em 1906 na construção do C. A. Bovey Building sob a atuação pioneira de C. A. P. Turner. A falta de tecnologia fazia com que as construções com esse modelo fossem realizadas de forma empírica, uma vez que não existiam métodos para análise. A eficácia, portanto, era atestada através de diversos testes de carga, medindo flechas a partir da aplicação de forças no sistema já construído. Na União Soviética e Europa, 1908 e 1910 respectivamente, também é possível perceber a aplicação desse sistema, ampliando para o mundo essa forma de construir. As lajes lisas começaram a ser estudadas com maior afinco em 1910 por Lord e os primeiros ensaios laboratoriais neste tipo de laje foram realizados em 1911 e 1914 (RABELLO, 2016).

O *American Concrete Institute* (ACI) apresentou as primeiras recomendações normativas em 1920 e só a partir da década de 80, com o desenvolvimento eletrônico mais acentuado, houve um avanço dos procedimentos de cálculo e análise das estruturas e a disseminação do estudo das lajes lisas e do sistema como um todo (RABELLO, 2016).

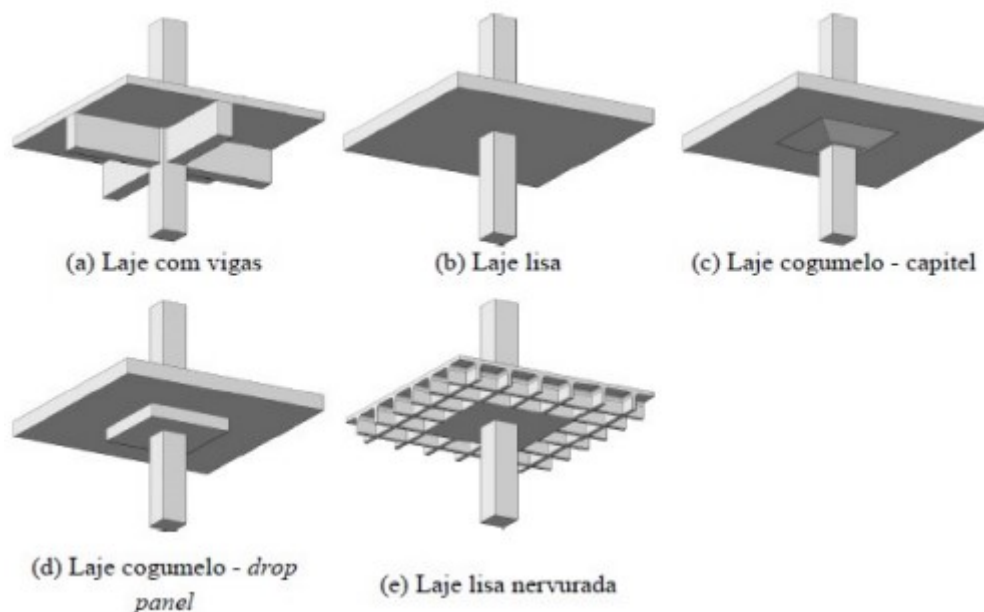
A ABNT NBR 6118:2014 define lajes lisas como elementos que se apoiam diretamente nos pilares sem capitéis, apontando a ausência de vigas nesse sistema construtivo. As cargas nesse tipo de sistema estrutural percorrem um caminho diferente do sistema convencional, uma vez que depois de recebidas pelas lajes, caminham diretamente para os pilares e atingem, assim, a fundação (BEZERRA, 2018).

Nesse sistema estrutural, a rapidez na construção e a redução de custos com relação às fôrmas o tornaram uma opção que vem ganhando cada vez mais espaço nas obras civis (ROSA, 2016). Esses pontos são verificados de forma mais adequada quando se tem estruturas com grandes cargas, uma vez que a ausência de vigas reduz o peso próprio, ou também quando existe a necessidade de maiores vãos (RODRIGUES, 2016).

O sistema estrutural de lajes lisas pode assumir distintas formas, como: lajes lisas maciças, que apresentam espessura constante e apoio direto nos pilares; lajes lisas nervuradas, que reduzem o peso próprio devido à utilização de “cubetas”, mas se apresentam como maciças na região dos apoios; laje maciça com *drop panel*, que apresenta um aumento na espessura da laje próximo aos pilares para combater o cisalhamento; e laje maciça com capitel (laje-cogumelo), onde a seção do pilar é aumentada no encontro com a

laje com o intuito também de combater as tensões de cisalhamento excessivas nessa região (ROSA, 2016). A Figura 2 traz uma ilustração dos tipos de lajes.

Figura 2 - Tipos de lajes.



Fonte: Lima *et al.* (2016).

Essas tensões geram o fenômeno de punção que pode ocasionar uma ruptura frágil da ligação laje-pilar e um colapso progressivo da estrutura (CARVALHO, 2017).

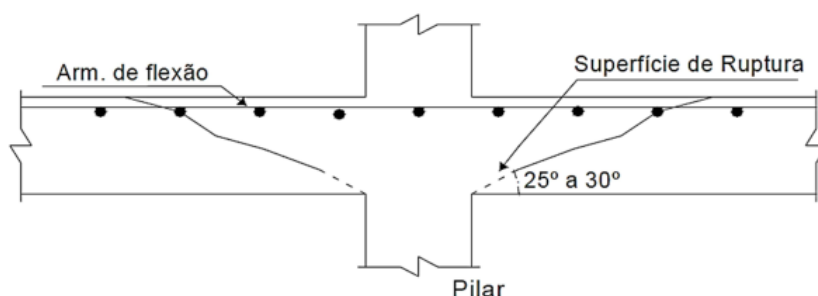
3.2. Punção

A punção é caracterizada como um Estado-Limite Último governado por forças de cisalhamento que podem ocasionar um tipo de ruína frágil (TRAUTWEIN, 2006). Essas tensões são geradas pela concentração de uma força em um elemento estrutural plano, como as lajes lisas e elementos de fundação em concreto armado. A concentração de carga gera, no entorno da região onde há o carregamento, um aumento significativo de tensões que como consequência podem provocar a ruptura da estrutura (LOURENÇO, 2018).

Em um sistema estrutural de lajes lisas, a concentração de carga é ocasionada pela presença dos pilares, fazendo com que esse fenômeno ocorra na ligação laje-pilar (DÍAZ, 2018). Com a ruína frágil, rápida e sem aviso prévio, esse fenômeno requer um cuidado elevado buscando alternativas que minimizem as tensões cisalhantes existentes durante o projeto e a execução da obra (MARQUES, 2018).

O modo de ruptura da laje lisa por punção tende a apresentar uma superfície cônica e ocorre antes que se atinja a carga de resistência à flexão (DÍAZ, 2018). O tronco de cone formado apresenta um ângulo que varia de 25° a 30° com relação ao plano da laje, conforme Figura 3. Em algumas situações essa forma de ruptura pode apresentar ângulos diferentes, o que acontece quando se tem uma abertura próxima ao pilar (LOURENÇO, 2018).

Figura 3 - Modo de ruptura de laje lisa sem armadura de cisalhamento.



Fonte: Lourenço (2018).

Algumas formas de minimizar o aparecimento dessas tensões e as consequências disso são utilizadas, como o aumento da espessura da laje ou a utilização de capitéis. Ainda há o emprego de armaduras de cisalhamento dos mais variados tipos e o melhoramento das propriedades do concreto a ser empregado, aumentando a sua resistência. Uma substituição do concreto convencional pelo concreto protendido também é uma alternativa, embora mais onerosa, para evitar a punção (LOURENÇO, 2018). No entanto, essas opções podem não ser interessantes arquitetonicamente ou, como no caso do aumento da resistência, injustificáveis economicamente (MARQUES, 2018). Quando se fala, então, em lajes com aberturas próximas aos pilares, tais possibilidades não são levadas em consideração.

3.3. Procedimentos normativos referentes à punção

Para dimensionamento das estruturas com relação à punção, as normas apresentam instruções e verificações que garantem segurança e economia aos projetos, fornecendo subsídios que auxiliam os projetistas durante os cálculos. Dentre as normas que apontam tais procedimentos, serão objeto de estudo desse trabalho: a Norma Brasileira ABNT NBR 6118:2014, a Norma Americana ACI 318:2019, o Eurocode 2 (2010) e o *fib* Model Code (2010).

O presente estudo não se detém a análise, verificação e/ou dimensionamento de armaduras para resistir à punção, sendo, portanto, o objeto de pesquisa as lajes com aberturas e a sua influência na resistência dos elementos.

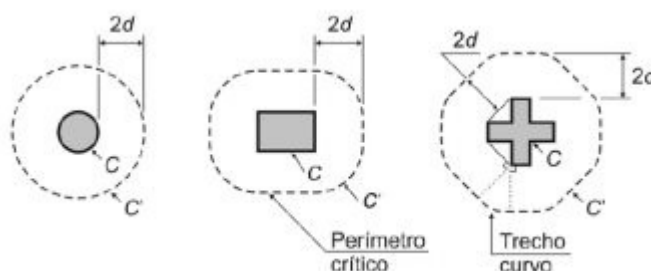
A seguir serão apresentados os procedimentos normativos para determinação da capacidade resistente à punção em lajes lisas com aberturas utilizados na construção deste trabalho.

3.3.1. ABNT NBR 6118:2014

O dimensionamento de lajes à punção prescrito pela ABNT NBR 6118:2014 orienta a análise e verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas situadas na adjacência da força concentrada aplicada na laje. Essa análise é simplificada para duas regiões quando não há armadura de cisalhamento.

De forma mais específica, na primeira região crítica (C) é verificada, através da tensão de cisalhamento, a tensão de compressão diagonal do concreto. Na segunda região crítica (C'), também por meio de uma tensão de cisalhamento, é verificada a capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal. A Figura 4 mostra os contornos críticos para diferentes tipos de forças concentradas, que se confundem para essa análise, como pilares em um sistema estrutural de lajes lisas, onde d é a altura útil da laje.

Figura 4 - Perímetros críticos para cálculo de resistência à punção de acordo com a ABNT NBR 6118:2014.

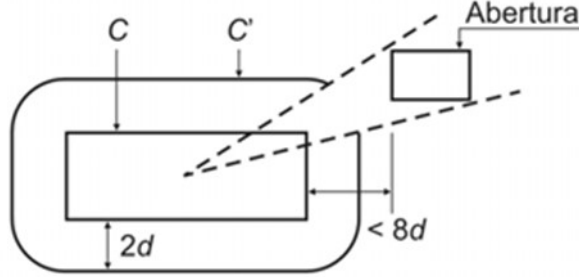


Fonte: ABNT (2014).

O contorno crítico sofre alterações de acordo com algumas particularidades do sistema estrutural e das necessidades do projeto, como no caso de aberturas próximas aos pilares ou aplicação de cargas concentradas nas lajes. Nesse caso, segundo o descrito pela norma, se existe uma abertura na laje a uma distância menor que $8d$ da primeira região de contorno C , Figura 5, o contorno crítico C' sofre alterações e restrições específicas, não

podendo ser considerado o trecho entre as duas retas que passam pelo centro de gravidade da área de aplicação da força e que tangenciam o contorno da abertura.

Figura 5 - Perímetro crítico com abertura a uma distância inferior que $8d$ da aplicação da carga.



Fonte: ABNT (2014).

Assim, a tensão solicitante nessas regiões pode ser dada pela Equação 3.3.1.

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{ud} \quad (3.3.1)$$

Onde:

d é a altura útil da laje ao longo do entorno da região crítica;

u é o perímetro do contorno crítico;

F_{Sd} é a força ou reação concentrada de cálculo.

A verificação da tensão resistente no contorno crítico C é realizada através da Equação 3.3.2.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27\alpha_v f_{cd} \quad (3.3.2)$$

Onde:

$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$, com f_{ck} em MPa;

τ_{Sd} é calculado conforme Equação 3.3.1, utilizando o perímetro do contorno crítico C ;

f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto.

A análise da tensão resistente referente ao contorno C' quando não há armadura de cisalhamento é dada conforme Equação 3.3.3.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13(1 + \sqrt{20/d})(100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} \quad (3.3.3)$$

Em que:

$\rho = \sqrt{(\rho_x \rho_y)}$ é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente;

f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão;

σ_{cp} é a tensão de compressão devido a esforços axiais de protensão.

Dessa forma, para obter uma verificação satisfatória referente à punção em lajes submetidas a reações concentradas deve-se obedecer $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$ e $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$.

É válido ressaltar que durante a construção desse trabalho a ABNT NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto: procedimento – está em processo de atualização no *status* referente à consulta nacional.

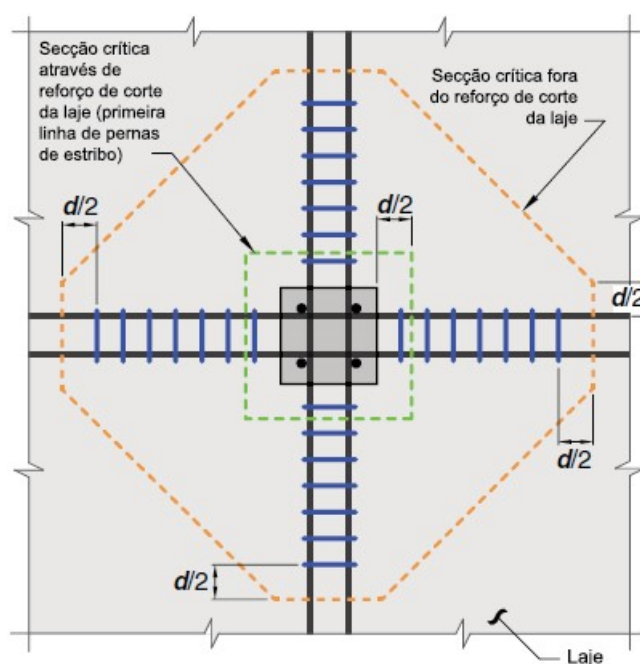
3.3.2. ACI 318:2019

A norma americana considera que a resistência à punção, ou resistência ao cisalhamento nominal, nos elementos onde não há armadura de cisalhamento, está relacionada à resistência do concreto, de modo a obter a Equação 3.3.4.

$$v_n = v_c \quad (3.3.4)$$

O perímetro crítico b_0 para a análise de cisalhamento deve ser mínimo, mas não menor que $d/2$, onde d é dado pela média das profundidades efetivas nas duas direções ortogonais, conforme apresentado na Figura 6.

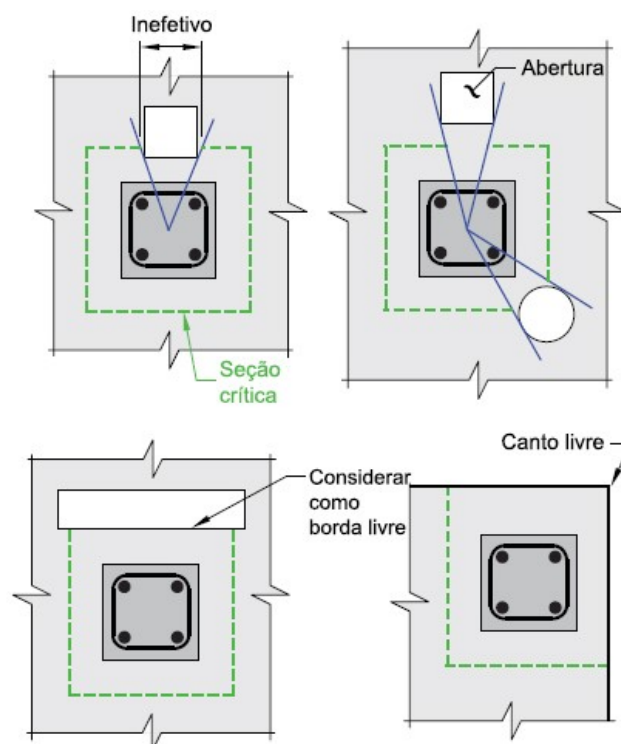
Figura 6 - Perímetro crítico para análise de punção de acordo com ACI 318:2019.



Fonte: Adaptado do ACI (2019).

No caso da presença de aberturas, a porção delimitada pelas tangentes à abertura que tem seu ponto inicial no centro da área da carga concentrada na laje deve ser desconsiderada para fins de cálculo, desde que a abertura esteja situada a uma distância menor que $4d$ da face do pilar, conforme Figura 7. Diferentemente da norma brasileira em que o perímetro crítico possui um formato circunferencial, no ACI 318:2019 o perímetro crítico se apresenta de forma retangular.

Figura 7 - Influência de aberturas no perímetro crítico para análise à punção de acordo com ACI 318:2019.



Fonte: Adaptado do ACI (2019).

A resistência do concreto relacionada ao cisalhamento é dada pelo menor valor obtido entre as Equações 3.3.5, 3.3.6 e 3.3.7 apresentadas abaixo, com as unidades de medida em conformidade com o Sistema Internacional de Unidades (SI).

$$v_c = 0,33\lambda_s\lambda\sqrt{f'_c} \quad (3.3.5)$$

$$v_c = 0,17\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)\lambda_s\lambda\sqrt{f'_c} \quad (3.3.6)$$

$$v_c = 0,083\left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0}\right)\lambda\sqrt{f'_c} \quad (3.3.7)$$

Em que:

$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1+\frac{d}{10}}} \leq 1$ é um fator de modificação que leva em consideração a resistência

ao cisalhamento em lajes e sua relação com a profundidade efetiva dessas;

λ é um fator de modificação para refletir as propriedades mecânicas reduzidas do concreto leve em relação ao concreto de peso normal da mesma resistência à compressão;

β é dado pela razão entre os lados da área carregada;

α_s é igual a 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto;

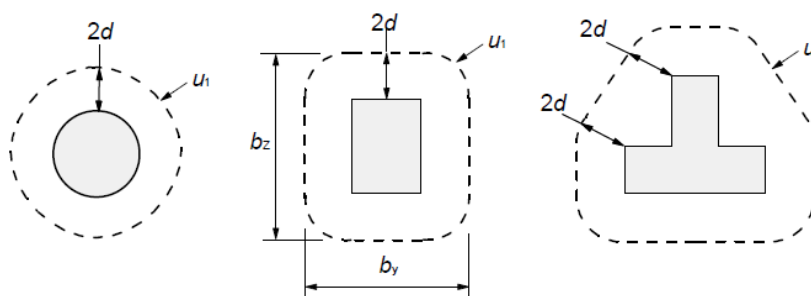
f_c' é a resistência à compressão especificada do concreto.

3.3.3. EN-1992 Eurocode 2 (2010)

De acordo com o Eurocode 2, o fenômeno da punção é resultado da aplicação de uma carga ou de uma reação de apoio em uma área de uma laje ou um elemento de fundação com tamanho específico.

De maneira similar ao apresentado pela norma brasileira, a verificação com relação à punção deve ser realizada no primeiro perímetro de controle (μ_0), ou seja, nas extremidades da carga concentrada, e no segundo perímetro de controle (μ_1), que determina o fim da área onde será verificada a resistência à punção, medido a partir da face do pilar. Esse perímetro fica a uma distância $2d$ da área carregada, onde d é a altura útil da laje, conforme Figura 8.

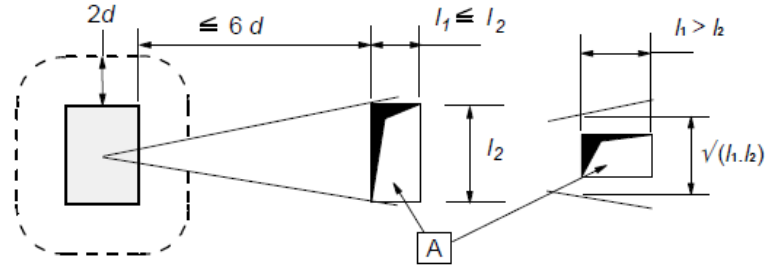
Figura 8 - Perímetro de controle para cálculo da resistência à punção segundo Eurocode 2 (2010).



Fonte: Eurocode (2010).

Quanto à presença de aberturas, se essas estiverem localizadas a uma distância menor ou igual a $6d$ da face do pilar ou área carregada, a parte do perímetro de controle que se encontra entre as duas tangentes à abertura traçada desde o centro da carga é desconsiderada para os cálculos necessários, conforme Figura 9.

Figura 9 - Influência da abertura no perímetro de controle prescrito pelo Eurocode 2 (2010).



Fonte: Eurocode (2010).

Para a verificação da resistência à punção, quando não há armadura de cisalhamento, no perímetro do pilar ou da área carregada, deve-se obedecer a relação apontada pela Equação 3.3.8.

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,max} \quad (3.3.8)$$

Em que, $v_{Rd,max}$ é o valor de cálculo da resistência máxima a punção ao longo do perímetro de controle considerado e é fornecido pela Equação 3.3.9.

$$V_{Rd,max} = 0,5\mu_0 d v f_{cd} \quad (3.3.9)$$

De modo que,

μ_0 é o perímetro de controle que contorna o pilar;

d é a altura útil da laje dada por $(d_y + d_z)/2$, onde d_y e d_z são as alturas úteis nas direções ortogonais fornecidas em mm;

f_{cd} é a resistência à compressão de cálculo dada em Mpa;

v será igual a $v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$.

A armadura de cisalhamento será dispensada quando se obedecer a Equação 3.3.10.

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} \quad (3.3.10)$$

Onde v_{Ed} será dado pela Equação 3.3.11.

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d} \quad (3.3.11)$$

Em que:

V_{Ed} é a força ou reação concentrada de cálculo em kN;

μ_1 é o perímetro de controle em mm ;

β será igual a 1 no caso de punção simétrica sem a existência de momentos desbalanceados.

E $v_{Rd,c}$ é o valor de cálculo da resistência à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento ao longo do perímetro de controle considerado e dado pela Equação 3.3.12.

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) \quad (3.3.12)$$

Onde:

f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão em MPa ;

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \text{ com } d \text{ expresso em } mm;$$

$\rho_1 = \sqrt{\rho_{1y} \rho_{1z}} \leq 0,02$ em que ρ_{1y} e ρ_{1z} fazem referência às armaduras em direções ortogonais e devem ser calculados como valores médios numa largura de laje igual à largura do pilar com acréscimo de $3d$ para cada lado;

σ_{cp} diz respeito as tensões de compressão relacionadas a esforços axiais de protensão;

$C_{Rd,c}$ pode ser considerado como $\frac{0,18}{\gamma_c}$;

k_1 é igual a 0,1;

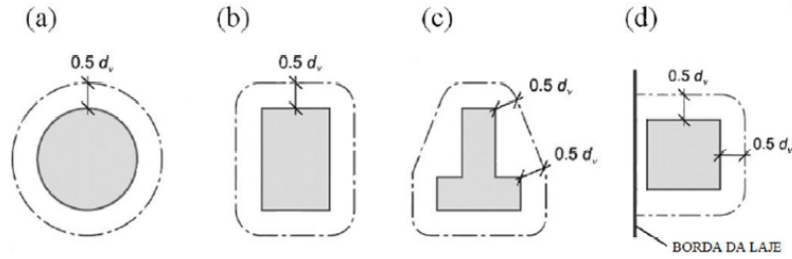
$$v_{min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \text{ com } f_{ck} \text{ expresso em } MPa.$$

3.3.4. *fib* Model Code (2010)

O *fib* Model Code define punção como o resultado da aplicação de uma carga concentrada ou uma reação em uma área, apresentando as regras de dimensionamento para lajes lisas ou fundações.

Considera-se para o cálculo da força de cisalhamento um perímetro de controle básico (b_0) a partir de $0,5d_v$ da região carregada pela carga ou reação, conforme Figura 10. Esse perímetro ainda é limitado de acordo com as bordas da laje a ser considerada.

Figura 10 - Perímetro de controle para cálculo da resistência à punção de acordo com *fib* Model Code (2010).



Fonte: *fib* Model Code (2010).

No caso de aberturas nas lajes que se encontrem a uma distância menor que $5d_v$ do perímetro de controle considerado, uma parte desse perímetro deve ser desconsiderada em conformidade com essa abertura.

A resistência à punção será calculada conforme Equação 3.3.13.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (3.3.13)$$

A parcela $V_{Rd,c}$ faz referência a parte resistida pelo concreto em kN . Já $V_{Rd,s}$ diz respeito a presença de armaduras de cisalhamento quando for projetado, também em kN .

Considerando a inexistência de armaduras de cisalhamento, tem-se apenas a contribuição da parcela referente ao concreto. Assim, tem-se a Equação 3.3.14.

$$V_{Rd,c} = k_\psi \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 d_v \quad (3.3.14)$$

Com f_{ck} dado em MPa.

O parâmetro k_ψ depende das rotações ou deformações da laje em torno da região de apoio e é dado pela Equação 3.3.15.

$$k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,6\psi dk_{dg}} \leq 0,6 \quad (3.3.15)$$

Em que:

d é o valor médio da profundidade da laje nas direções x e y ;

ψ está relacionado a rotação da laje e é dado a partir da adoção de diferentes níveis de aproximação para a análise;

$k_{dg} = \frac{48}{16+d_g} \geq 1,15$ e depende do tamanho do agregado utilizado no concreto.

4. METODOLOGIA

4.1. Considerações iniciais

Neste trabalho estuda-se o fenômeno de punção em lajes lisas com aberturas de acordo com os parâmetros apresentados por normas e códigos nacionais e internacionais.

As aberturas, em um projeto estrutural, dizem respeito às necessidades de projetos complementares, como os hidráulicos e sanitários, elétricos, de combate a incêndio ou outros. Devido à facilidade para disfarce arquitetônico, essas aberturas são geralmente posicionadas adjacentes aos pilares.

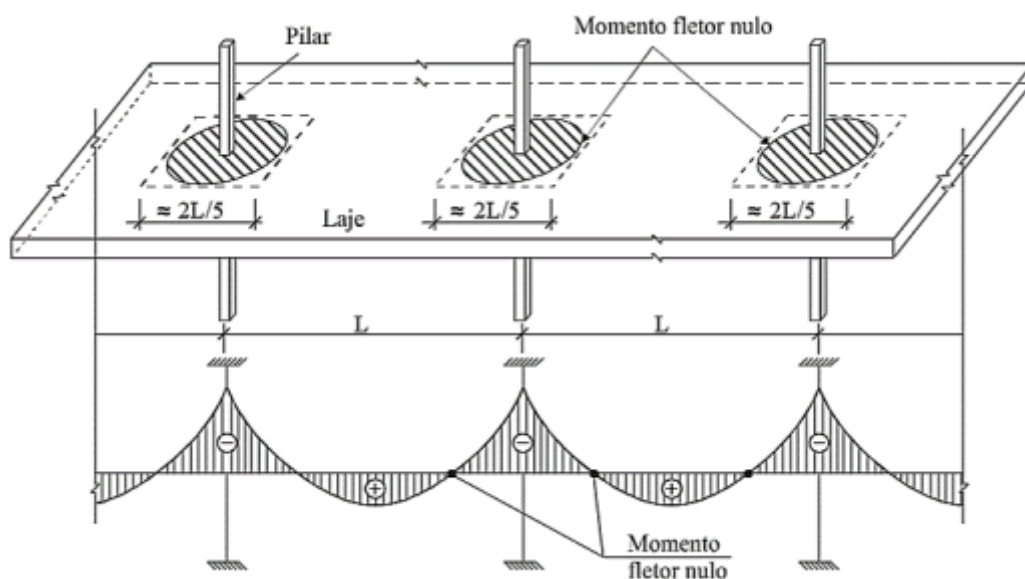
O trabalho se apresenta como uma pesquisa qualitativa e quantitativa, uma vez que avalia documentos, referências bibliográficas e faz uma análise crítica sobre normas e códigos, ao passo que correlaciona esses pontos com análises de valores, resultados e procedimentos.

Assim, trata-se de um estudo documental e experimental, que visa avaliar os parâmetros relacionados à punção e a influência de sua variação mediante uma amostra padrão de uma laje.

4.2. Características das lajes

Com base nos ensaios realizados por Lourenço (2018), Marques (2018), Liberati (2019) e Oliveira (2020), as lajes estudadas possuem dimensão de $2400mm \times 2400mm$ de lado e espessura de $150mm$, e foram concebidas para aplicação de carga devido à reação de apoio de um pilar com dimensões de $150mm \times 150mm$. Essas dimensões são utilizadas visando o estudo de uma região de momento fletor negativo. Essa região, por sua vez, é delimitada pelos pontos de inflexão distantes dois quintos da distância entre pilares L , resultando em um vão de $6000mm$, conforme Figura 11. A altura útil das lajes foi fixada em $120mm$ a título de cálculos e verificações.

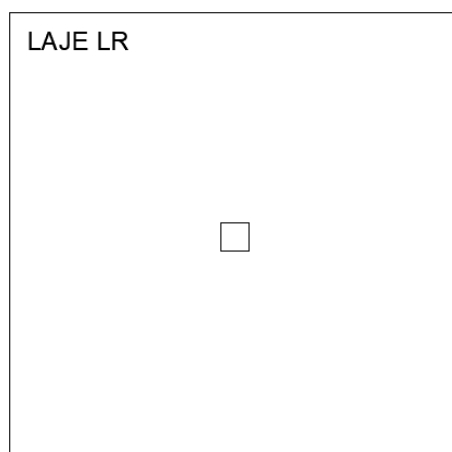
Figura 11 - Região da laje para verificação à punção.



Fonte: Liberati (2019).

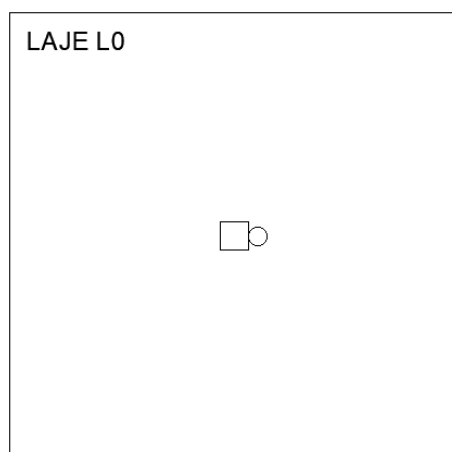
Foi estudado um grupo com cinco lajes, em que quatro delas apresentam uma abertura de 100mm com distâncias diferentes com relação à face do pilar, visando avaliar a influência desse parâmetro na capacidade resistente ligada à punção. A laje de referência foi denominada de laje LR, sem aberturas. As demais lajes são nomeadas como L0, L1, L2 e L3, onde o algarismo presente indica a posição do furo, de modo que “0” representa o furo adjacente ao pilar, “1” representa abertura distante $1d$, 2 representa abertura distante $2d$ e 3 representa abertura distante $3d$, em que d é a altura útil da laje. As Figuras 12 a 16 ilustram a representação das lajes analisadas.

Figura 12 - Laje LR sem aberturas.

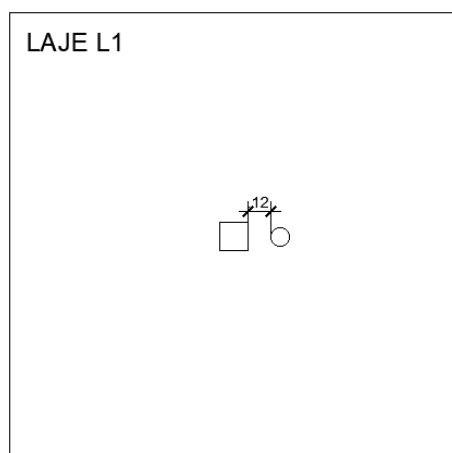


Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 13 - Laje L0 com abertura adjacente ao pilar.

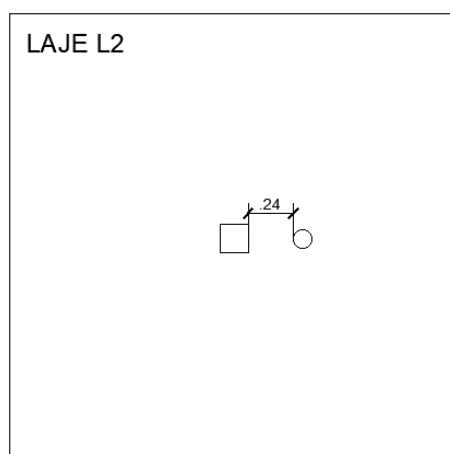


Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 14 - Laje L1 com abertura distante $1d$ (12cm) do pilar.

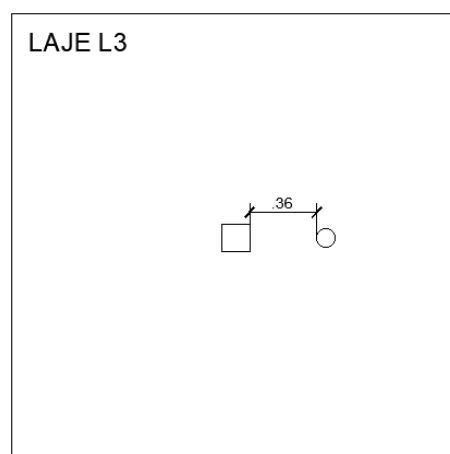
Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 15 - Laje L2 com abertura distante $2d$ (24cm) do pilar.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 16 - Laje L3 com abertura distante $3d$ (36cm) do pilar.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

A Tabela 1 apresenta um resumo das características geométricas das lajes estudadas.

Tabela 1 - Resumo das características geométricas das lajes.

Laje	Dimensão (mm)	d (mm)	Aberturas		
			$\varnothing$ (mm)	Quantidade	Posição em relação ao pilar (mm)
LR	2400×2400	120	-	-	-
L0	2400×2400	120	100	1	0
L1	2400×2400	120	100	1	120
L2	2400×2400	120	100	1	240
L3	2400×2400	120	100	1	360

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

4.3. Características dos materiais

4.3.1. Concreto

O trabalho não apresenta caráter laboratorial, mas para a realização dos cálculos dispostos nas normas e códigos se faz necessário estabelecer algumas características relacionadas ao concreto que devem ser empregadas para se obter os resultados esperados. De acordo com os ensaios realizados por Lourenço (2018), Marques (2018), Liberati (2019) e Oliveira (2020), foram utilizados os valores referentes ao concreto que terá resistência característica à compressão aos 28 dias igual a $40MPa$.

Além disso, onde se fizer necessário a aplicação de tais valores: o agregado utilizado foi a brita $19mm$ e o cobrimento adotado, enquadrando as lajes em um ambiente com classe de agressividade II, foi de $2,5cm$ de acordo com o disposto pela ABNT NBR 6118:2014.

4.3.2. Aço

A armadura empregada nas lajes estudadas foi a de flexão e a construtiva, ambas em aço CA-50. O detalhamento é o mesmo para todas as lajes estudadas com cortes em algumas armaduras quando essas coincidem com a abertura presente na laje.

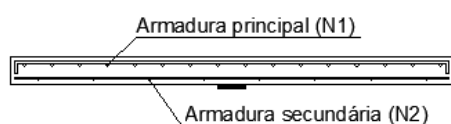
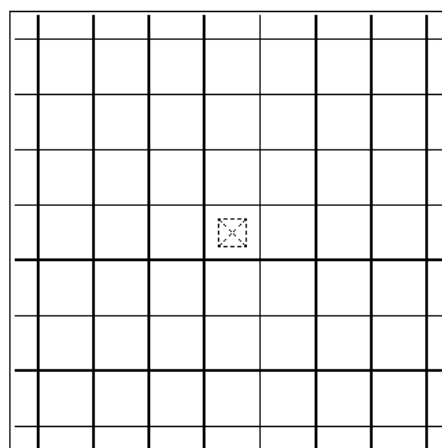
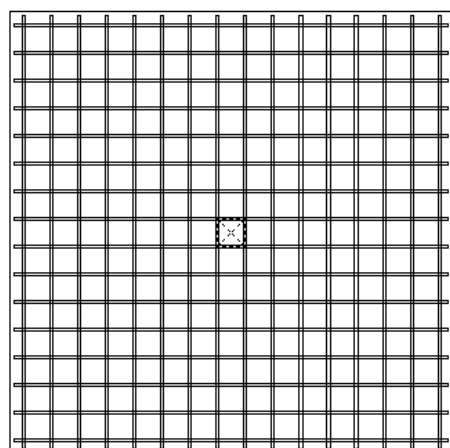
Levando em consideração o realizado por Oliveira (2020), a armadura de flexão, situada na face superior da laje, foi distribuída de forma ortogonal e é composta por barras de $16mm$ distantes $150mm$ uma das outras com relação ao eixo. Já para a armadura construtiva foram utilizadas barras de $6.3mm$ espaçadas em $300mm$ com relação ao eixo e intercalada com a armadura principal, disposta de forma ortogonal.

Foram realizados cortes nas armaduras das lajes com aberturas onde havia o cruzamento do furo com a malha, de modo a alcançar a compatibilização adequada. As Figuras 17 a 21 apresentam o detalhamento das lajes com aberturas.

Figura 17 - Detalhamento da Laje LR (Unidades em mm).

ARMADURA PRINCIPAL
Malha ortogonal: Ø16 c/ 150 mm

ARMADURA SECUNDÁRIA
Malha ortogonal: Ø6.3 c/ 300 mm



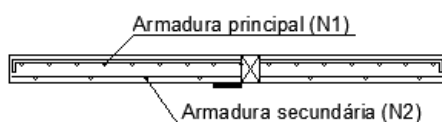
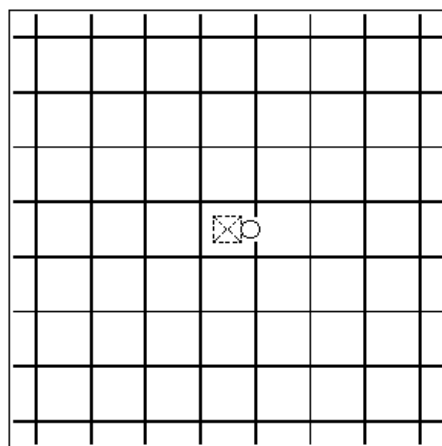
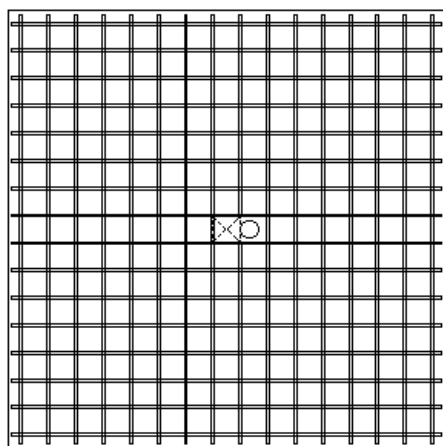
32 N1 Ø16 c/150 C=2482 mm
16 N2 Ø6.3 c/300 C=2350 mm

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 18 - Detalhamento da Laje L0 (Unidades em mm).

ARMADURA PRINCIPAL
Malha ortogonal: Ø16 c/ 150 mm

ARMADURA SECUNDÁRIA
Malha ortogonal: Ø6.3 c/ 300 mm



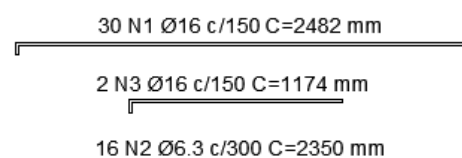
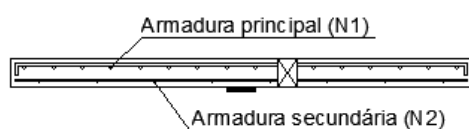
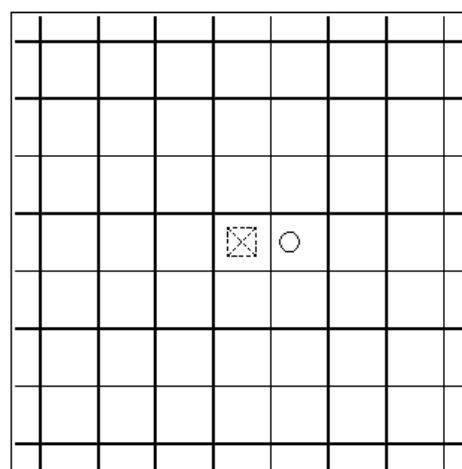
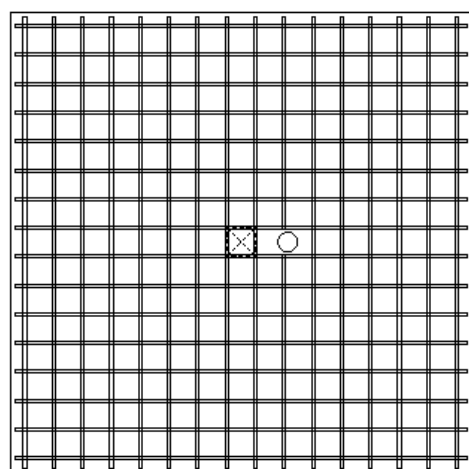
30 N1 Ø16 c/150 C=2482 mm
2 N3 Ø16 c/150 C=1174 mm
14 N2 Ø6.3 c/300 C=2350 mm
2 N4 Ø6.3 c/300 C=1100 mm

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 19 - Detalhamento da Laje L1 (Unidades em mm).

ARMADURA PRINCIPAL
Malha ortogonal: Ø16 c/ 150 mm

ARMADURA SECUNDÁRIA
Malha ortogonal: Ø6.3 c/ 300 mm

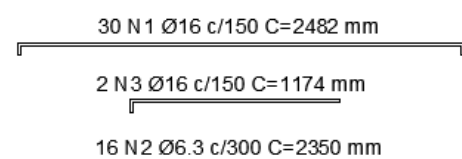
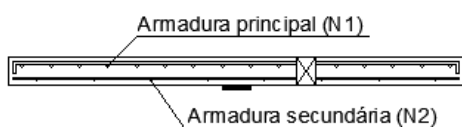
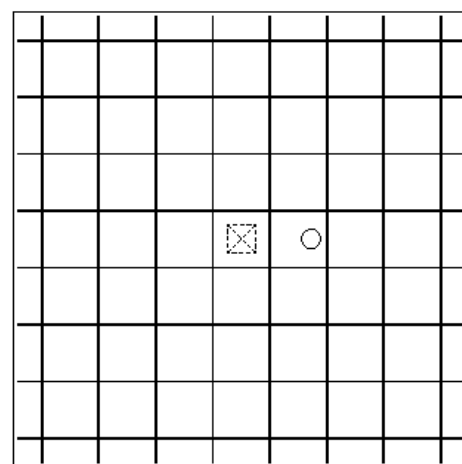
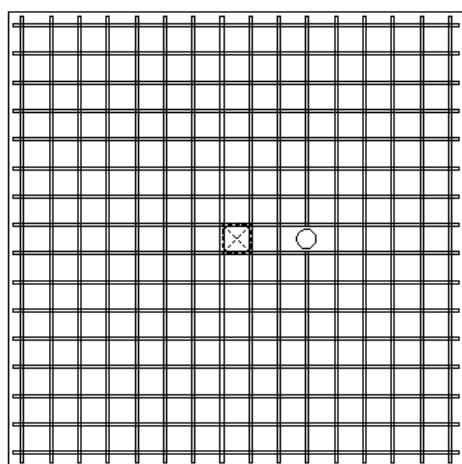


Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 20 - Detalhamento da Laje L2 (Unidades em mm).

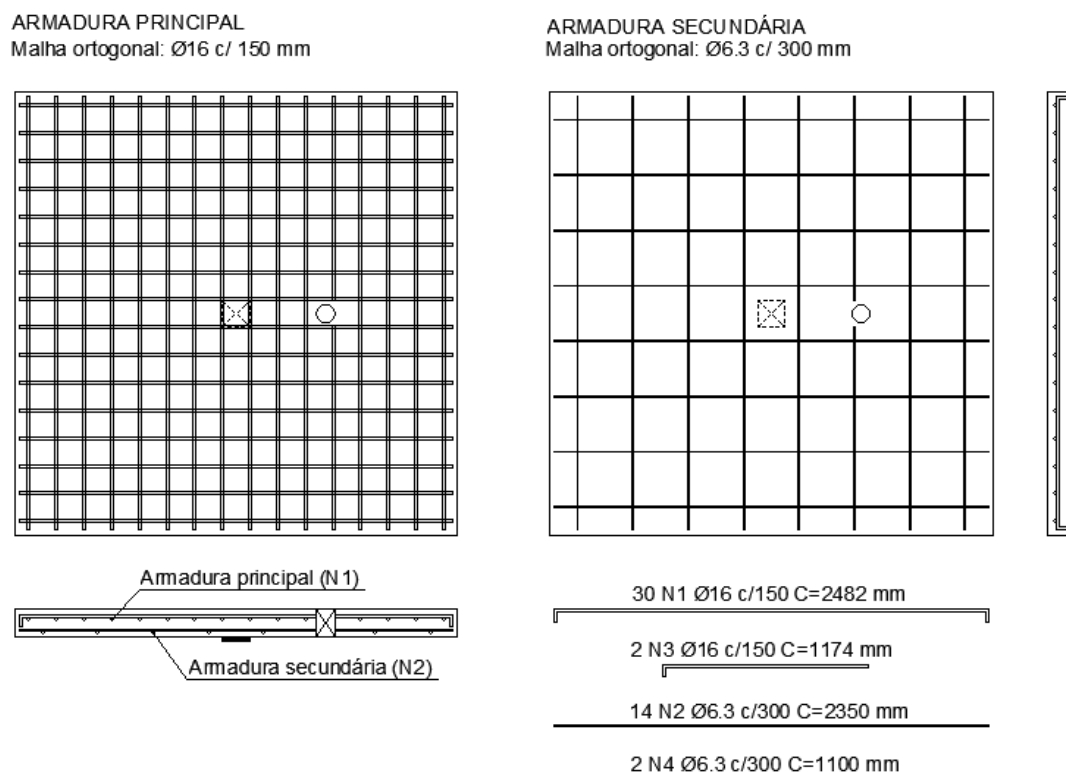
ARMADURA PRINCIPAL
Malha ortogonal: Ø16 c/ 150 mm

ARMADURA SECUNDÁRIA
Malha ortogonal: Ø6.3 c/ 300 mm



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 21 - Detalhamento da Laje L3 (Unidades em mm).



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

4.3.2.1. Taxa de armadura de flexão

Para determinação da capacidade de carga das lajes de acordo com a ABNT NBR 6118:2014 e pelo Eurocode 2 (2010) se faz necessário conhecer a taxa de armadura de flexão empregada nesses elementos.

Tomando como base o detalhamento das lajes construídas, é possível verificar os valores para a altura útil d_x e d_y em que o índice x corresponde à malha longitudinal e o índice y à transversal. Ambas as armaduras são de 16mm e a malha longitudinal x apresenta altura útil maior que a malha transversal y , de 117mm e 101mm, respectivamente. O cálculo também leva em consideração a redução da área de concreto devido à presença de aberturas e furos, calculadas por A_{cx} e A_{cy} , análogo às malhas de armadura. Levando em consideração tais valores e com base no desenvolvido por Marques (2018), Liberati (2019) e Oliveira (2020), é possível calcular o valor da taxa de armadura (ρ) para cada laje em análise, conforme Tabela 2.

Tabela 2 - Cálculo da taxa de armadura de flexão (ρ).

Laje	n_x	n_y	d_x (mm)	d_y (mm)	d (mm)	$A_\emptyset$ (mm ²)	A_{cx} (mm ²)	A_{cy} (mm ²)	ρ_x (%)	ρ_y (%)	ρ (%)
LR	6	6	117	101	109	201,06	101790	87870	1,19	1,37	1,28
L0	5	6	117	101	109	201,06	90090	87870	1,12	1,37	1,24
L1	5	6	117	101	109	201,06	90090	87870	1,12	1,37	1,24
L2	5	6	117	101	109	201,06	90090	87870	1,12	1,37	1,24
L3	6	6	117	101	109	201,06	101790	87870	1,19	1,37	1,28

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Em que n_x é o número de barras que cortam o pilar na direção do eixo x que são internas a uma área igual a seção do pilar mais $3d$ de cada lado. O valor de n_y é análogo a direção x , mas para direção y . A altura útil efetiva d é calculada a partir da média entre os valores de d_x e d_y . O valor de A_{cx} é dado pelo cálculo da área do concreto no eixo x calculada a partir da multiplicação entre a altura útil em x e o valor correspondente a largura do pilar acrescido de $3d$ para cada lado, analisada a partir dos modelos construídos. A_{cy} é obtido de forma semelhante, mas analisando o eixo y . $A_\emptyset$ é igual a área da seção transversal da barra utilizada. Os valores de ρ_x , ρ_y e ρ são dados pelas Equações 4.3.1 a 4.3.3.

$$\rho_x = \frac{100n_x A_\emptyset}{A_{cx}} \quad (4.3.1)$$

$$\rho_y = \frac{100n_y A_\emptyset}{A_{cy}} \quad (4.3.2)$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad (4.3.3)$$

4.4. Considerações finais

Após a determinação de todos os parâmetros a serem analisados, bem como com as devidas considerações feitas, foi realizada a análise das lajes de acordo com a norma nacional ABNT NBR 6118:2014 e as normas e códigos internacionais ACI 318:2019, o Eurocode 2 (2010) e o *fib* Model Code (2010).

Visando melhorar a apresentação dos resultados, o memorial de cálculo foi realizado utilizando o *software* Excel e as lajes e o seu detalhamento foram construídos através do AutoCAD, e os resultados expressos em forma de gráficos foram construídos por intermédio do Excel.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1. ABNT NBR 6118:2014

A norma brasileira ABNT NBR 6118:2014 orienta a verificação da resistência à punção no primeiro perímetro de controle referente ao contorno do pilar (perímetro C) que possui relação com a tensão diagonal de compressão do concreto. Os resultados dispostos na Tabela 3 apresentam tais valores, em que C faz referência ao primeiro perímetro de controle e FSd à carga de cálculo máxima que pode ser aplicada na laje para que não haja ruptura por punção referente a esse perímetro.

Tabela 3 - Verificação da resistência à punção no perímetro de controle C segundo ABNT NBR 6118:2014.

Laje	Distância da abertura (mm)	C (mm)	FSd (kN)
LR	-	600	466,54
L0	0	600	466,54
L1	120	600	466,54
L2	240	600	466,54
L3	360	600	466,54

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Os valores dispostos mostraram que como a dimensão do pilar adotado é igual a todas às lajes em estudo, bem como o f_{ck} e a altura útil da laje ($d = 120mm$), os valores de resistência à punção não sofrem alteração em função da posição da abertura e a carga limite encontrada corresponde a um valor de 466,54kN.

O segundo perímetro de controle (C') será alterado em função da posição da abertura. Se essa estiver a uma distância da face do pilar menor que $8d$, haverá uma perda parcial na resistência. Essa perda está ligada a uma diminuição do perímetro de controle, de modo que esse será atingido por um corte referente ao ângulo de abertura entre as duas retas que saem do centro do elemento de carga (pilar) e são adjacentes ao contorno da abertura. Essa verificação está associada à resistência a tração diagonal. Os resultados obtidos em função da posição da abertura estão dispostos na Tabela 4.

Tabela 4 - Verificação da resistência à punção no perímetro de controle C' segundo ABNT NBR 6118:2014.

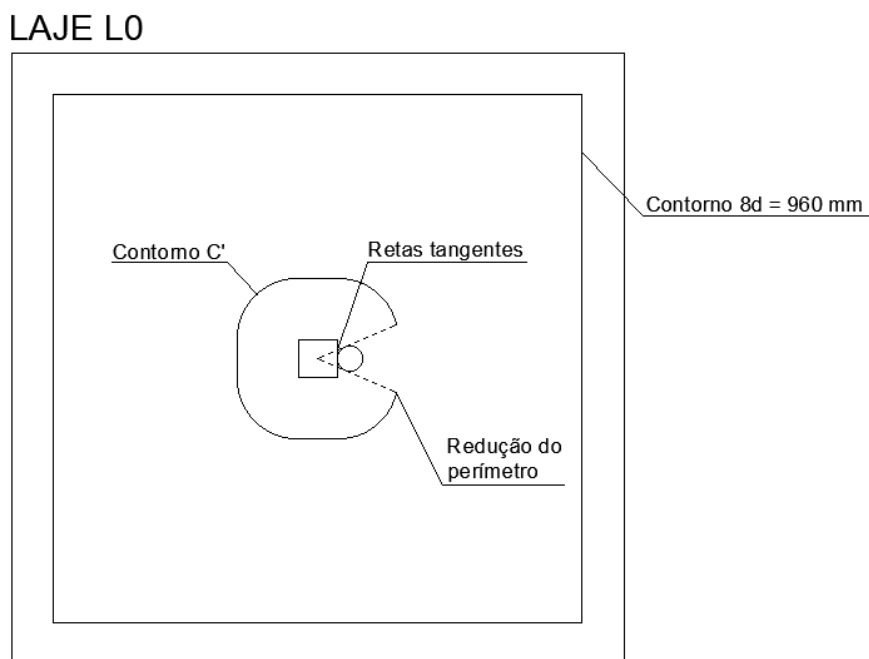
Laje	Distância da abertura (mm)	C' (mm)	FSd (kN)	FSd_{Li}/FSd_{LR}
LR	-	2110	279,70	1
L0	0	1840	241,47	0,86
L1	120	1980	259,84	0,93
L2	240	2020	265,09	0,95
L3	360	2040	270,42	0,97

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

A coluna C' representa o segundo perímetro de controle para as lajes estudadas, enquanto que FSd aponta os valores máximos de cálculo de carga que podem ser aplicadas nas lajes. A última coluna apresenta a relação entre os valores de capacidade de carga de cada laje estudada com relação à laje de referência.

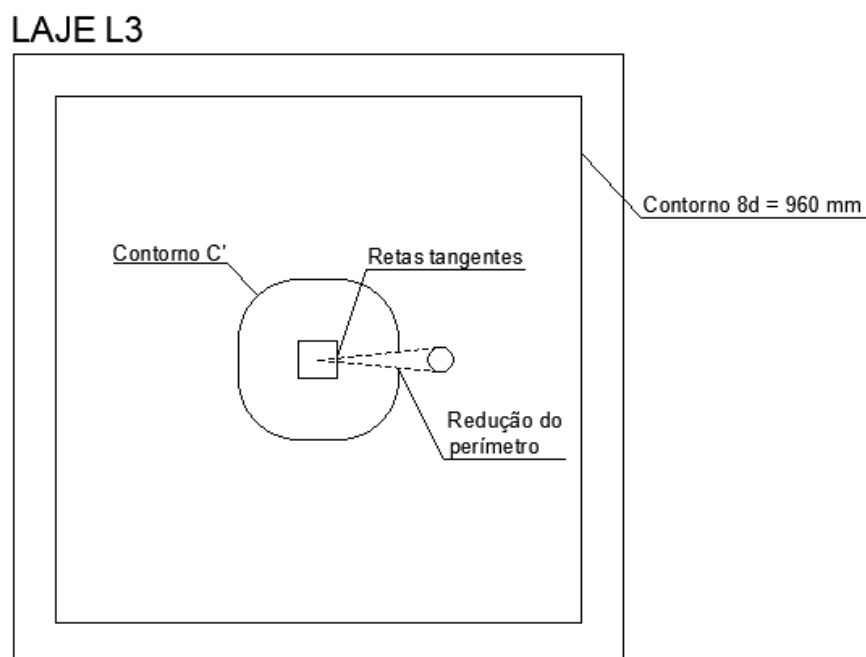
É perceptível que há uma redução considerável da resistência à punção à medida que a abertura se situa mais próxima ao pilar. Na Laje L0, a abertura se encontra adjacente ao elemento de apoio, fazendo com que o ângulo gerado pelas tangentes seja maior, como mostra a Figura 22, ocorrendo uma perda de aproximadamente 14% da resistência. A Laje L3, Figura 23, por sua vez, apresenta uma maior distância entre a abertura e o pilar, sendo menor a parcela do perímetro de controle C' que é desconsiderada para efeitos de cálculo, ocasionando uma redução de aproximadamente 3% na resistência quando comparada a laje de referência.

Figura 22 - Influência da abertura no perímetro de controle C' na laje L0.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 23 - Influência da abertura no perímetro de controle C' na laje L3.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

5.2. ACI 318:2019

O ACI 318:2019, assim como evidenciando no referencial teórico, apresenta um perímetro retangular (b_0) para análise de punção, sendo necessária, assim, apenas uma verificação. Sem a presença de armaduras, a norma fornece os parâmetros para cálculo referentes à contribuição do concreto. O sistema usual de unidades para as análises estão ligados às medidas americanas, de maneira que isso deve ser contornado para resultados em unidades utilizadas no Brasil. O ACI apresenta as substituições adequadas, de modo a encontrar resultados de resistência em kN , por exemplo.

A norma fornece três maneiras de calcular os valores referentes à resistência à punção. Dentre os resultados, o apontado como ideal é o menor entre eles, obtendo resultados mais conservadores para verificação.

Diferente da ABNT NBR 6118:2014, as aberturas influenciam no perímetro reduzindo-o desde que essa esteja a uma distância menor que $4d$ da face do pilar. Apesar de ter uma tolerância menor, às aberturas em análise irão influenciar em tal parâmetro.

A Tabela 5 aponta os resultados obtidos para resistência à punção das lajes em estudo. Os índices a, b e c fazem referências aos valores obtidos através das equações 3.3.5, 3.3.6 e 3.3.7 respectivamente.

Tabela 5 - Verificação da resistência à punção no perímetro de controle b_0 segundo ACI 318:2019.

Lajes	Distância da abertura (mm)	b_0 (mm)	Vc_a (kN)	Vc_b (kN)	Vc_c (kN)	Vc (kN)	Vc_{Li}/Vc_{Li}
LR	-	1080	257,90	398,57	438,43	257,90	1
L0	0	962	229,72	355,03	423,56	229,72	0,89
L1	120	1024	244,53	377,91	431,37	244,53	0,95
L2	240	1043	249,07	384,92	433,77	249,07	0,97
L3	360	1052	251,21	388,24	434,90	251,21	0,97

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Assim como evidenciando pela norma brasileira, é perceptível que os valores de resistência são reduzidos à medida que a abertura se encontra mais próxima ao pilar. A título de comparação, na Laje L0, onde a abertura se encontra adjacente ao pilar, há uma redução de aproximadamente 11% no valor da resistência, enquanto que na laje L3, com abertura mais distante (360mm) da face do pilar, há uma redução de 3%, evidenciado pela última coluna da Tabela 5.

5.3. EN-1992 Eurocode 2 (2010)

A análise feita com base no código europeu apresenta grande similaridade com a norma brasileira. Isso se deve ao fato da norma ter sofrido grandes influências das prescrições apontadas pelo código. A verificação da resistência à punção é realizada nos dois perímetros de controle principais μ_0 e μ_1 . Os resultados obtidos para a primeira superfície de controle estão dispostos na Tabela 6.

Tabela 6 - Verificação da resistência à punção no perímetro de controle μ_0 segundo o Eurocode 2 (2010).

Laje	Distância da abertura (mm)	μ_0 (mm)	V_{Ed} (kN)
LR	-	600	518,40
L0	0	600	518,40
L1	120	600	518,40
L2	240	600	518,40
L3	360	600	518,40

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

A coluna μ_0 aponta os valores referentes ao primeiro perímetro de controle considerado e a coluna V_{Ed} apresenta a capacidade de carga máxima relacionada a essa região.

Como o elemento de aplicação de carga ou reação é o pilar, não há modificação nos resultados obtidos para resistência à punção no primeiro perímetro de controle. Realizando uma comparação com a norma brasileira que apontou resistência igual a 466,54kN, percebe-se que o Eurocode permite uma aplicação maior de carga na laje.

O segundo perímetro de controle sofrerá restrições desde que a abertura esteja situada a uma distância menor que $6d$ da face do pilar. Assim, as lajes e as aberturas estudadas modificam o perímetro de controle e influenciam na resistência à punção.

A Tabela 7 aponta os resultados obtidos para capacidade de carga, coluna V_{Ed} , no estudo da segunda superfície de controle, μ_1 .

Tabela 7 - Verificação da resistência à punção no perímetro de controle μ_1 segundo o Eurocode 2 (2010).

Laje	Distância da abertura (mm)	μ_1 (mm)	V_{Ed} (kN)	V_{EdLi}/V_{EdLR}
LR	-	2110	241,49	1
L0	0	1840	208,48	0,86
L1	120	1980	224,35	0,93
L2	240	2020	228,88	0,95
L3	360	2040	233,48	0,97

Fonte: Elabora pelo autor (2022).

Para o perímetro de controle μ_1 é possível perceber, assim como nas demais normas, que há uma redução considerável da resistência à medida que a abertura se situa mais próxima ao ponto de aplicação de carga. Percebe-se, no entanto, que diferente da verificação no primeiro perímetro (μ_0), os resultados apontaram valores menores de resistência quando comparado ao obtido pela ABNT NBR 6118:2014. Isso se deve ao fato de que no Eurocode 2 (2010) o valor do coeficiente k , Equação 5.3.1, é limitado, podendo assumir um valor menor ou igual a 2, diferente da norma brasileira que não faz tal recomendação.

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) \quad (5.3.1)$$

O coeficiente k , que leva em consideração a altura útil da laje, é um fator de escala e é limitado para que os valores obtidos analiticamente sejam mais próximos dos reais, uma vez que as equações podem se apresentar mais sensíveis à geometria da estrutura.

É válido ressaltar que a ABNT NBR 6118:2014 está em atualização no período em que esse trabalho foi desenvolvido, no estágio de consulta nacional. Na versão de consulta pública, esse detalhe foi alterado de modo a também ficar limitado.

Os valores obtidos na última coluna da Tabela 7 mostram a relação entre a capacidade de carga das lajes com aberturas e a laje de referência. Comparando aos obtidos pela norma brasileira, percebe-se que os valores dessa coluna nos resultados obtidos a partir das especificações dessa norma se apresentam iguais aos encontrados pelo Eurocode

2 (2010), mesmo que a resistência da laje apresente valores menores. Assim, a perda de capacidade de carga devido à proximidade das aberturas aos elementos de apoio é proporcional nas duas normas.

5.4. *fib* Model Code (2010)

O *fib* Model Code, diferente do apresentado até aqui, normatiza que as aberturas terão influência no perímetro se essas se encontrarem a uma distância menor que $5d_v$ do perímetro de controle, onde d_v é a altura útil da laje. As demais normas fazem essa relação com a face do pilar.

Os parâmetros apontados são bem distintos dos aplicados nas normas anteriores, uma vez que aqui se considera o ângulo de rotação da laje em punção, diâmetro de agregado aplicado no concreto e níveis de aproximação para melhores resultados. Essa distinção se dá em função da base teórica utilizada para elaboração da norma. Aqui, de forma simplificada, será utilizado o nível de aproximação 1.

Os resultados apontados na Tabela 8 evidenciam os valores de resistência à punção de acordo com as prescrições da norma.

Tabela 8 - Verificação da resistência à punção no perímetro de controle b_0 segundo o *fib* Model Code (2010).

Lajes	Distância da abertura (mm)	b_0 (mm)	V_{Rdc} (kN)	$V_{Rdc_{Li}}/V_{Rdc_{LR}}$
LR	-	977	205,06	1
L0	0	859	180,30	0,88
L1	120	921	193,31	0,94
L2	240	940	197,30	0,96
L3	360	949	199,19	0,97

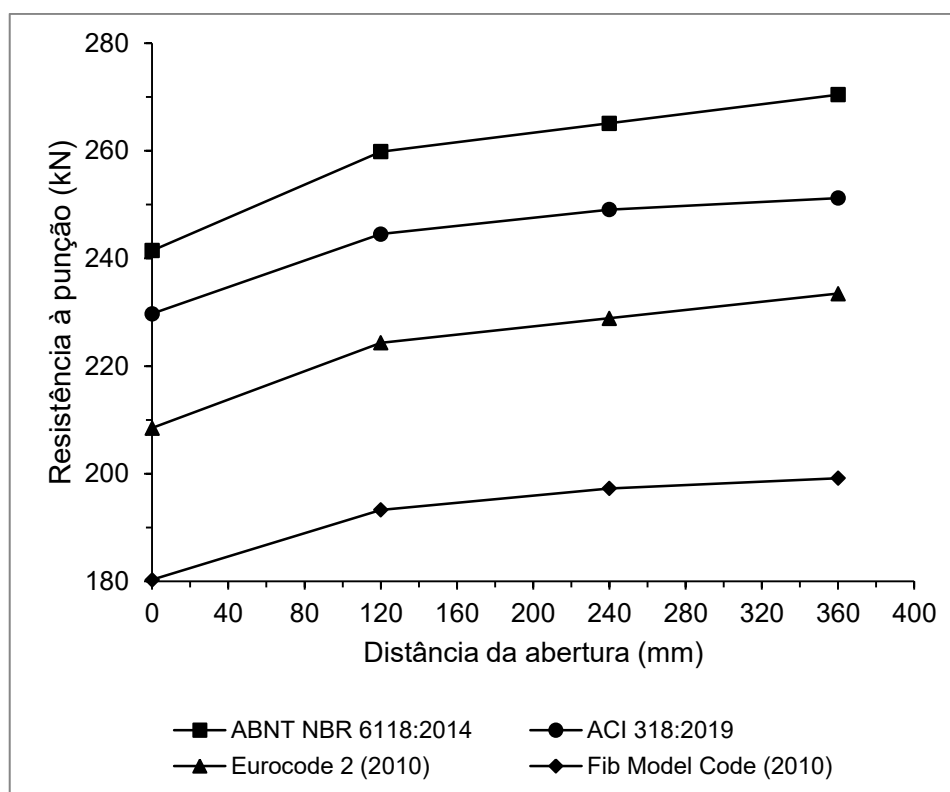
Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Assim como observado nos demais resultados apontados, as lajes que apresentam aberturas mais próximas aos pilares resultaram em valores menores de resistência à punção. O *fib* Model Code (2010) é o que apresenta os menores valores com relação ao perímetro de controle entre as demais normas, mostrando-se mais conservador.

A Laje L0, com abertura adjacente ao pilar apresenta uma redução de 12% da capacidade de carga com relação à laje de referência, enquanto que a Laje L3, com abertura distante 360mm do elemento de apoio, resultou em uma redução da capacidade de carga de 3%.

A Figura 24 traz o gráfico com os valores de resistência à punção referente às lajes com aberturas.

Figura 24 - Gráfico comparativo entre valores obtidos de resistência à punção.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Entre todas as normas e códigos estudados os valores obtidos pela análise dos parâmetros do *fib* Model Code (2010) apresentaram a menor tolerância com relação à capacidade de carga das lajes, enquanto que a ABNT NBR 6118:2014 aponta a maior flexibilidade com relação à resistência a punção. Os valores obtidos a partir da análise do *fib* Model Code (2010) se apresentaram mais conservadores em função do nível de aproximação empregado (nível 1), que resulta em respostas com caráter mais seguro e distantes do que pode ser obtido experimentalmente. Os resultados encontrados a partir das determinações do ACI 318:2019 e o Eurocode 2 (2010) apontam valores intermediários.

As curvas do gráfico mostram que até a distância de 120mm da abertura possuem uma influência maior na redução da capacidade de carga. Isso é evidenciando em função da inclinação vista no primeiro trecho de todas as curvas. Quando comparado os demais trechos, a inclinação vai reduzindo, tornando-se evidente esse ponto.

Os resultados expressos através das curvas para ABNT NBR 6118:2014 e o Eurocode (2010) mostram uma linearidade maior a partir da distância de 120mm, enquanto que as demais normas apontam trechos com coeficientes angulares aparentemente distintos. Quando comparado com os resultados expressos nas Tabelas 4 e

7, isso fica mais entendível, uma vez que a partir da Laje L1, com abertura distante $1d$ ($120mm$) a redução na capacidade de carga é aproximadamente constante de 2% para as normas que apresentaram trechos mais lineares.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As lajes lisas são importantes elementos construtivos e se mostram como uma alternativa interessante para aplicação ampla nas mais variadas construções. Isso é evidenciado pelas características e qualidades apresentadas. É necessário, no entanto, um cuidado especial no que diz respeito ao dimensionamento e execução de tal estrutura.

O modo de ruptura por punção se apresenta como uma desvantagem nesse sistema, mas que pode ser contornada aplicando o método certo para cálculo e execução. As normas apontam alternativas eficientes para realizar as verificações necessárias.

Diante disso, as aberturas se apresentam essenciais às mais variadas utilidades e devem ser analisadas de acordo com as especificações técnicas apontadas. As lajes estudadas evidenciaram valores altos de resistência, apontando a capacidade de suportar elevadas tensões empregadas como reação de apoio dos pilares.

As normas apresentaram soluções interessantes e válidas para verificação da resistência ao fenômeno de punção nas lajes com aberturas. Dentre as normas estudadas, o *fib* Model Code (2010) trouxe os valores mais conservadores. O ACI 318:2019 apresentou valores intermediários, enquanto que a ABNT NBR 6118:2014 e o Eurocode 2 (2010) mostraram resultados similares.

Por fim, as lajes com aberturas apresentaram menores valores de resistência que a laje de referência empregada, mostrando que a redução da região de concreto reduz a resistência. Com base nos resultados obtidos, é perceptível que a posição da abertura situada até 120mm (d) do pilar aponta uma redução da capacidade de carga considerável, com uma média de 6,25%. A partir desse ponto, a redução é consideravelmente menor, evidenciando que as aberturas devem ser posicionadas a uma distância maior que essa.

A punção como Estado-Limite Último é bem complexa e demanda a necessidade de mais estudos, verificações e pesquisas. Dessa forma, têm-se as seguintes sugestões para trabalhos futuros: utilização de níveis de aproximação diferentes nas verificações com o *fib* Model Code (2010); verificação do impacto de mais uma abertura nas adjacências dos elementos de apoio; comparação entre os resultados com a aplicação de aberturas com diferentes dimensões; análise de outros parâmetros e a sua sensibilidade com relação aos resultados, tais como: altura da laje, resistência do concreto e taxa de armadura; e a verificação do impacto da inserção de fibras ao concreto na punção em lajes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES, E. C.; PASSOS, V. M. Análise da estabilidade de edifícios altos em lajes lisas e nervuradas com o efeito da interação solo-estrutura. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**, série III, n.º 10, jul. 2019, p. 85-100.
- ARAGÃO, W. D. *et al.* Steel frame – construção sustentável e comparação com o sistema construtivo convencional. **Research, Society and Development**. v. 11, n. 9, p. 1-11, 2022.
- American Concrete Institute. ACI 318-19. **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19)**. Farmington Hills, Michigan, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto Armado – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.
- BEZERRA, Jones Araújo. **Análise comparativa entre lajes *bubbledeck* e lajes lisas maciças**. 2018. 58 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Ceará, 2018.
- CARVALHO, M. L.; SILVA, C. R.; STUCCHI, F. R. Estudo da confiabilidade da punção em lajes lisas sem armadura de cisalhamento de acordo com a NBR6118. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 10, n. 2, p. 276-297, abr. 2017.
- CRUZ, A. F. R.; BARBOSA, M. T. G.; CASTANÕN, J. A. B. Análise do processo de manutenção em diferentes sistemas construtivos no Brasil. **REUCP**, Petrópolis, v. 11, n. 1, p. 33-43, 2017.
- DÍAZ, Rafael Andrés Sanabria. **Análise numérica da resistência à punção de lajes protendidas com cabos não aderentes**. 2018. 207 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2018.
- EUROCODE 2 (1992). **Design of Concrete Structures – Part1.1: General rules and rules for building**. Portuguese version EN 1992-1-1: 2010.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON – FIB. **Model Code for Concrete Structures**. Lausanne, Switzerland, 2010.
- FERREIRA, Maurício de Pina. **Punção em lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados**. 2010. 299 f. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade de Brasília, Brasília, 2010.
- LIBERATI, Elyson Andrew Pozo. **Análise de confiabilidade de lajes lisas de concreto armado submetidas à punção**. 2019. 310 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2019.
- LIMA, A. W. *et al.* Estudo experimental e analítico de punção em lajes lisas de concreto armado utilizando polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC) como armadura de cisalhamento. In: IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, 37., 2016, Brasília. **Anais [...]**. Brasília: 2016.
- LIMA, Hayeska Deitos de. **Avaliação de armaduras de punção em lajes lisas e lajes nervuradas**. 2020. 167 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, Rio Grande do Sul, 2020.

LIMA, Henrique Jorge Nery de Lima. **Análise experimental da punção de lajes lisas tipo Bubbledeck**. 2015. 133 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

LOURENÇO, Diego da Silva. **Punção em lajes lisas de concreto armado com aberturas: análise experimental**. 2018. 179 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2018.

MARQUES, Marília Gonçalves. **Punção em lajes lisas de concreto armado com aberturas adjacentes ao pilar e armadura de cisalhamento**. 2018. 274 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2018.

NUNES, Harlen. **Análise do sistema construtivo de edifícios de múltiplos pavimentos no Brasil em lajes com cordoalhas engraxadas**. 2019. 157 f. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, São Paulo, 2019.

RABELLO, Fernando Toppan. **Estudo de lajes lisas de concreto com visão integrada de flexão e punção**. 2016. 213 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 2016.

RODRIGUES, Herbert Kohl. **Estudo comparativo entre sistemas estruturais com lajes lisas e lajes nervuradas**. 2016. 25 f. Trabalho de Conclusão (Especialização em Estruturas). Universidade Federal de Minas Gerais, 2016.

ROSA, Filipe Celírio Melleu. **Estabilidade global: análise de uma estrutura de concreto armado com utilização de lajes lisas**. 2016. 73 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, 2016.

SANTOS, Eduardo Veloso dos. **Punção em lajes lisas: métodos de cálculo, prescrições normativas e exemplos de aplicação**. 2018. 267 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade de Brasília, Brasília, 2018.

SILVA, G. R. da; FILHO, A. C.; REAL, M. V. Análise não linear de lajes lisas de concreto armado utilizando o ANSYS APDL 15.0. **Revista de Engenharia e Tecnologia**, v. 9, n. 2, p. 118-131, ago. 2017.

TRAUTWEIN, Leandro Mouta. **Punção em lajes cogumelo de concreto armado: análise experimental e numérica**. 2006. 300 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.