

Artigo

Análise computacional do escoamento em um rotor de bomba centrífuga

Hugo Eduardo Tavares Vieira ^[1], Luís Morão Cabral Ferro ^[2]

^[1] UFERSA, Engenharia Mecânica; Hugo Eduardo Tavares Vieira; hugovieira2018.2@gmail.com

^[2] UFERSA, Engenharia Mecânica; Luís Morão Cabral Ferro; lferro@ufersa.edu.br

Data da defesa: 25/06/2025;

Resumo: As bombas centrífugas estão entre as máquinas de fluxo mais utilizadas na indústria. O estudo das mesmas é essencial para a Mecânica dos Fluidos aplicada à engenharia, onde, por vezes, encontrar a solução analítica para o escoamento é demasiadamente custoso. Porém, com o avanço tecnológico, a Dinâmica dos Fluidos Computacional se apresenta como uma ferramenta que possibilita a análise e otimização de modelos mais completos e complexos. Nesse sentido, este trabalho teve como objetivo realizar a simulação computacional do escoamento no interior de um rotor proposto em literatura conceituada sobre o assunto, a fim de obter os campos de velocidades (relativas e absolutas) e pressão no interior do rotor e comparar os resultados numéricos com os analíticos e traçar a curva característica da bomba. A geometria das pás rotor em planta é de um arco de circunferência. O escoamento no interior do rotor será calculado usando o método dos volumes finitos, recorrendo ao *software CFX Student*. Para isso foi utilizado os modelos de turbulência $\kappa - \varepsilon$ e Spalart-Allmaras, e o método *Multiple Reference Frame (MRF)* para modelar as interfaces entre os domínios rotativos e estáticos. A qualidade da malha será também aferida através de parâmetros de assimetria (*Skewness*) e ortogonalidade (*Orthogonal Quality*), disponibilizados pelo *CFX Student*. Foram apresentados resultados para as grandezas integrais como altura útil e potência útil, bem como suas respectivas curvas e a comparação entre os modelos de turbulência adotados e o critério de convergência utilizado. Na vazão nominal, os resultados foram comparados com os da teoria unidimensional em escoamento invíscido obtidos a partir da equação de Euler para as turbomáquinas, na qual possível observar que os valores obtidos por simulação se aproximam, para as condições de rendimento máximo, dos valores calculados analiticamente, com um desvio relativo de 0,59 % (0,197 m) para o modelo $\kappa - \varepsilon$ e 0,08 % (0,026 m) para modelo de Spalart-Allmaras, respectivamente, em relação à altura útil.

Palavras-chave: Bombas centrífugas, Dinâmica dos Fluidos Computacional, Modelo $\kappa - \varepsilon$, Modelo Spalart-Allmaras, MRF.

1. INTRODUÇÃO

A análise do escoamento em turbomáquinas é a aplicação mais comum da Mecânica dos Fluidos na engenharia [1]. Essas podem ser classificadas a partir da perspectiva do fluido, onde aquelas que fornecem energia, tais como bombas, ventiladores e compressores, são chamados de máquinas movidas, enquanto as que absorvem, ou seja, dispositivos geradores de energia, são as motoras (família das turbinas) [1, 2]. Dentre as máquinas movidas, as bombas centrífugas ou radiais são as turbobombas mais utilizadas na indústria petroquímica, aeronáutica, naval, alimentícia, agrícola, etc, cuja finalidade, segundo Macintyre [3], é fornecer altura de elevação a partir do aumento de energia cinética e de pressão.

O componente mecânico responsável pela aceleração fluido em seu interior é o rotor. Este faz com que a energia cinética adquirida pela massa líquida seja convertida em energia de pressão [1-3]. Entretanto, muitas vezes, a análise analítica do escoamento se torna muito complexa. Dessa forma, com o avanço da Dinâmica dos Fluidos Computacional, muitos estudos foram realizados para modelar e otimizar o escoamento em rotores de bombas centrífugas.

Shah et al. [4] analisou o escoamento tridimensional em bombas centrífugas de dois estágios com fluidos não-newtonianos usando o modelo k- ϵ de turbulência. Enquanto Duarte [5] utilizou o método *Moving Reference Frame (MRF)* para modelar a interação entre o rotor (rotativo) e os domínios estáticos.

Rosa e Emerick [6], usando o modelo de turbulência *Shear Stress Transport (SST)*, investigaram a convergência entre os resultados computacionais e analíticos, onde foi possível plotar as curvas de altura de elevação.

Kim et al. [7] realizaram estudos sobre o aumento da eficiência de bombas centrífugas a partir da otimização geométrica dos rotores utilizando métodos computacionais.

Nesse contexto, o presente estudo tem por objetivo realizar a modelagem tridimensional do rotor de uma bomba centrífuga de acordo com o algoritmo proposto por Macintyre [3] e analisar o escoamento em seu interior usando *ANSYS CFX Student* [8] com o intuito de obter os contornos de velocidade e pressão.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

2.1. Traçado do perfil das pás

O método de desenho do perfil do rotor escolhido foi o *Traçado das pás por meio de um arco de circunferência* segundo Macintyre [3] (Figura 1). Este método foi escolhido por sua simplicidade e também pela facilidade de ser modelada usando software *CAD*. A Tabela 1 apresenta os parâmetros geométricos do rotor estudado.

TABELA 1. Características do rotor.

Parâmetros	Valores
Diâmetro de entrada do rotor (mm)	80
Diâmetro exterior do rotor (mm)	180
Largura do rotor à entrada (mm)	23
Largura de saída do rotor (mm)	13
Ângulo de entrada das pás (°)	20
Ângulo de saída das pás (°)	26
Número de pás	7

Os ângulos de entrada e saída das pás, β_1 e β_2 , respectivamente, são parâmetros usados para o desenho do rotor da bomba centrífuga. O método de modelagem consiste em traçar o perfil das pás a partir de um arco de circunferência tangente a esses ângulos (Figura 1).

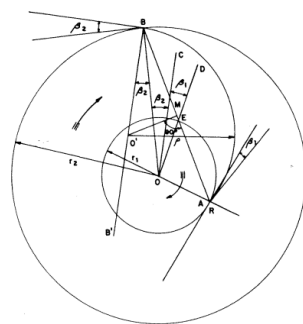


FIGURA 1. Traçado das curvas da pá por um arco de circunferência. Fonte: MACINTYRE, 1997.

Primeiramente, conforme mostra a Figura 1, é necessário traçar duas circunferências concêntricas, com centro em O com os diâmetros iguais de entrada D_1 (circunferência interior) e saída D_2 (circunferência exterior) do rotor. Em seguida, o ponto B é marcado na circunferência diâmetro D_2 e é traçada o raio OB e, com um ângulo β_2 , em relação a OB e a origem B, a semirreta BB'. Posteriormente são desenhadas a semirreta OC, paralela à BB', a semirreta OD, com um ângulo β_1 em relação a OC. O ponto E é obtido pela interseção da semirreta OD com a circunferência interior de diâmetro D_1 . A semirreta BE tem a sua origem no ponto B, passa pelo ponto E, e intersecta a circunferência interior no ponto A. No segmento AB se marca o ponto médio M e se traça-se a mediatriz ao segmento AB. O centro da circunferência é o ponto O' que é o ponto de interseção

da mediatriz referida com a semirreta BB' . O raio da circunferência é igual ao comprimento dos segmentos $O'B$ e $O'A$. Para o desenho da geometria tridimensional do rotor, foi usado o software CAD (*Computer Aided Design*) *SolidWorks Student 2021*. Na Figura 2 se mostra o perfil da pá obtido pelo referido *software*.

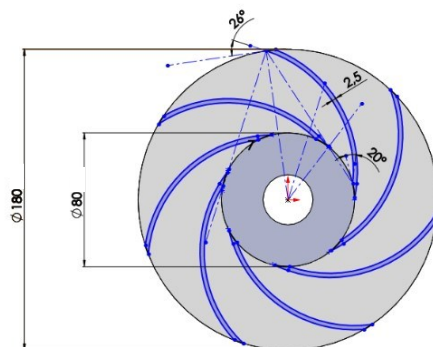


FIGURA 2. Perfil da pá traçado dos pontos A e B com o centro em O' .

Após a definição do perfil da pá é necessário especificar como varia a largura do rotor b com o raio. Se assumiu que a largura variava linearmente com o raio entre b_1 e b_2 . Para fechar o rotor, se considerou uma tampa entre as larguras de saída e entrada do rotor, b_1 e b_2 . A Figura 3 apresenta a geometria finalizada. Em seguida, o CAD foi importado para o *SpaceClaim*, onde foram realizadas as definições finais da geometria e, usando o princípio da simetria do escoamento no interior do rotor, o domínio fluidodinâmico do estudo proposto foi dividido, de modo que foi analisado em 1/7 (um sétimo) de suas pás. Esta abordagem permitiu a simplificação do problema, a otimização da malha e redução de esforço computacional. A Figura 4 mostra a geometria simplificada.

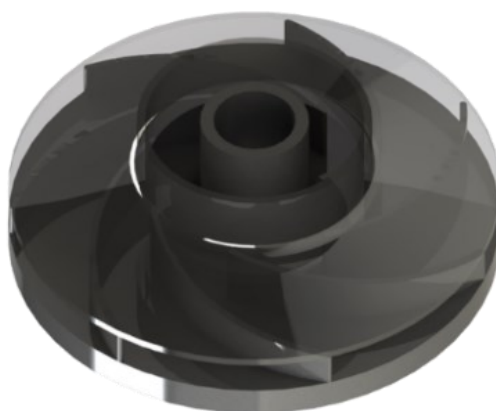


FIGURA 3. Geometria tridimensional completa do rotor.

2.2. Implementação numérica

Nesta seção é descrito os principais tópicos que estão incluídos na implementação numérica. O primeiro ponto a ser desenvolvido é a definição do domínio computacional. Em seguida, é descrito a malha computacional utilizada para discretizar o domínio e as suas particularidades em cada subdomínio considerado. Em seguida é apresentada uma análise da qualidade da malha, indispensável para assegurar qualidade nos resultados, recorrendo as propriedades *skewness* e *orthogonal quality* dos elementos da malha. Na subseção seguinte é apresentada as condições de contorno utilizadas e, na seção 2.2.5. se descreve o método *Multiple Reference Frame (MRF)* utilizado para ligar subdomínios estáticos e em rotação. Na última subseção se descrevem de modo resumido dois modelos de turbulência usado, o Spalart-Allmaras e $k-\varepsilon$ padrão.

2.2.1. Domínio computacional

O domínio computacional é definido a partir da geometria obtida pelo *SolidWorks*, como mostra a Figura 4. Como referido na Tabela 1, o rotor tem sete pás. Sendo assim, o domínio computacional é obtido considerando apenas 1/7 do comprimento circunferencial da geometria inicial, isto é, com um ângulo ao centro de, aproximadamente, $51,43^\circ$ graus ($360^\circ/7$).

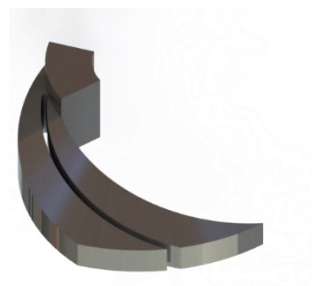


FIGURA 4. Geometria simplificada do rotor (domínio computacional).

Para a simulação computacional, o domínio computacional foi dividido em três subdomínios distintos: a região de entrada (*upstream*), a região de saída (*downstream*) e a região do rotor. Ambas as regiões de entrada e saída são consideradas como estáticas, e a região do rotor é definida como um domínio rotativo. A Figura 5 mostra procedimento efetuado. A região de entrada (marcada pela cor azul na Figura 5) é cilíndrica e a sua secção (perpendicular ao eixo da bomba). As faces laterais têm a direção radial. (ver Figura 5). O diâmetro interior é igual a 40 mm e o exterior igual ao diâmetro do rotor à entrada, isto é, 80 mm. O subdomínio que contém as pás (marcado de vermelho na Figura 5) é, como já foi referido, uma região rotativa. A pá é colocada centrada no domínio, isto é a distância circunferencial da linha média da pá a cada uma das faces do domínio é a mesma. O terceiro subdomínio é o da região de saída. (marcada de verde na Figura 5). É um domínio estático. O raio exterior do domínio é 560 mm, enquanto seu interior é igual ao diâmetro de saída do rotor, ou seja, 180 mm. As superfícies laterais do domínio são radiais.

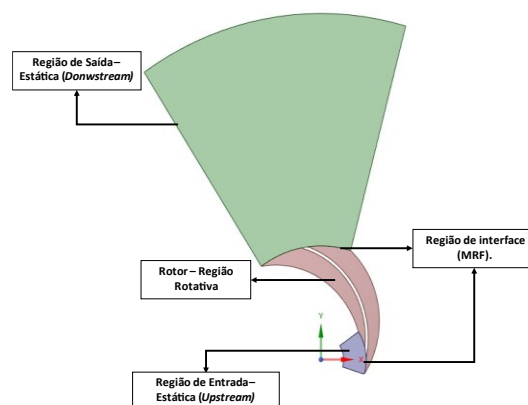


FIGURA 5. Domínios computacionais.

2.2.2. Malha computacional

A malha computacional na região de entrada e do rotor é não estruturada, composta, em sua maioria, de elementos tetraédricos. Na região de saída, a malha é estruturada, e os seus elementos são hexaédricos. Ambas as malhas foram criadas com tamanho médio de 1,5 mm. Sabendo que as pás do rotor são uma importante região de estudo para análise de bombas centrífugas, o comando *inflation* foi utilizado ao longo do perfil para modelar a camada limite. Considerou-se uma região de camada limite com cinco (5) camadas (*layers*), com uma taxa de crescimento de 1,2. A espessura da primeira camada foi estimada de modo que o valor da espessura adimensionalizada y^+ na parede fosse inferior a um valor especificado.

$$y^+ = \frac{yu^*}{\nu} \quad (1)$$

onde y é a espessura, medida na direção perpendicular à parede do primeiro elemento da camada, u^* é a velocidade de fricção do escoamento, definida pela Equação 2, ν a viscosidade cinemática do fluido. Como o referido valor de u^* foi calculado pela Equação 2, partindo da estimativa das tensões de corte atuando nas pás, τ_w , conforme a Equação 3.

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2)$$

$$\tau_w = 0,5c_f\rho\vec{V}_r \quad (3)$$

onde c_f o coeficiente de arrasto entre o fluido e as pás, estimado a partir do número de Reynolds Re , ρ a densidade do fluido e $\vec{V}_r$ a velocidade relativa do escoamento. Segundo White [1] e Çengel [11], o coeficiente de atrito pode ser calculado pela Equação 4.

$$c_f = \frac{0,0577}{Re^{\frac{1}{5}}} \quad (4)$$

No presente trabalho, foi adotado o valor de y^+ aproximadamente 30, conforme [10, 11], a fim de garantir a qualidade da malha e otimizar esforço computacional. A Tabela 2 a seguir apresenta os valores obtidos.

TABELA 2. Parâmetros de malha.

Parâmetros	Valores
c_f	0,00382
τ_w (Pa)	181,93
u^* (m/s)	0,4269
y (mm)	0,7026
Número de nós	36571
Número de elementos	120054

De posse desses parâmetros, a malha computacional foi gerada conforme as características supracitadas. A Figura 6 ilustra a geometria modelada computacionalmente e a malha computacional utilizada, também é possível observar mais detalhadamente a malha de camada limite das pás.

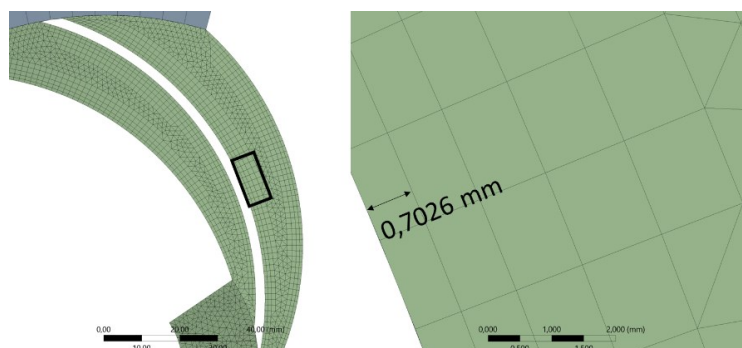


FIGURA 6. Malha de camada limite nos contornos das pás.

2.2.2.1. Análise da qualidade da malha

A qualidade da malha foi aferida pela valores da propriedade distorção (*Skewness*), que é uma das propriedades que melhor pode aferir da qualidade da malha [8], e pelo critério da perpendicularidade

(*orthogonal quality*), sendo este um método recomendado para análises CFD em geral [8]. Baixos valores de *Skewness* indicam poucas distorções, ao passo que valores próximos a unidade são indicativos que os elementos apresentam grandes deformações, sendo assim, indesejáveis. A Tabela 3 a seguir apresenta os valores e seus respectivos aspectos de qualidade.

TABELA 3. Parâmetros de qualidade para o *Skewness*. Adaptado de [8].

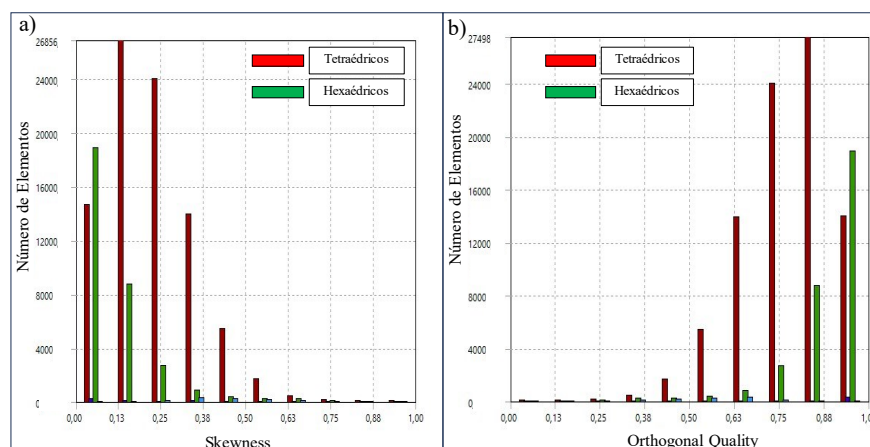
Valor de <i>Skewness</i>	Qualidade do elemento
1,0	Inaceitável
0,75 – 1,0	Ruim
0,5 – 0,75	Aceitável
0,25 – 0,5	Bom
0 – 0,25	Excelente

Enquanto valores de *orthogonal quality* próximos a unidade são desejáveis, pois são indicativos que os vetores normais à face de cada elemento da malha estão alinhados com seu centroide, garantindo a ortogonalidade do elemento. A Tabela 4 a seguir apresenta os valores e seus respectivos aspectos de qualidade.

TABELA 4. Parâmetros de qualidade para o *orthogonal quality*. Adaptado de [8].

Valor de <i>orthogonal quality</i>	Qualidade do elemento
1,0	Excelente
0,75 - 1	Bom
0,5 – 0,75	Aceitável
0,25 – 0,5	Ruim
0 – 0,25	Inaceitável

Para a malha gerada no rotor, o valor médio de *Skewness* médio de 0,19 e, conforme a Figura 7.a, é possível observar que 75% dos elementos apresentam qualidade igual ou superior a 0,25, isto é, podem ser considerados excelentes. Enquanto a *orthogonal quality* apresenta um valor médio de 0,80 e, conforme a Figura 7.b apresenta, 76% dos elementos apresentam qualidade maior ou igual a 0,75, indicando que os elementos possuem ortogonalidade satisfatória.

FIGURA 7. Distribuição de a) *Skewness* e b) *orthogonal quality* na malha gerada.

2.2.3. Condições de contorno

A implementação numérica exige a definição das condições de contorno, sendo elas: seção de entrada (*inlet*), de saída (*outlet*), de velocidade normal nula (*symmetry*), de simetria rotacional (*rotational periodicity*) e as paredes rígidas (*wall*). A Figura 8 exibe essas regiões e as respectivas condições de contorno, impostas conforme constam na tabela abaixo (Tabela 5).

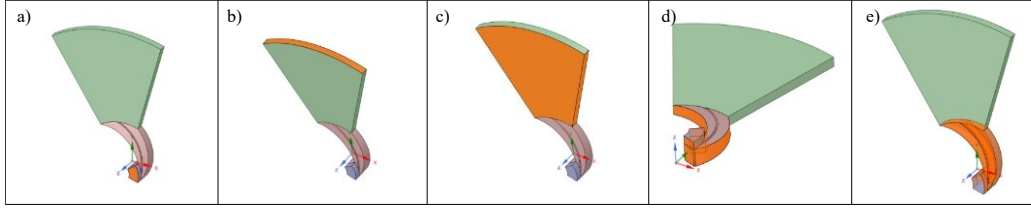


FIGURA 8. Regiões de: a) entrada, b) saída, c) velocidade normal nula, d) simetria rotacional e e) parede rígida.

TABELA 5. Condições de contorno para a vazão nominal.

Parâmetros	Valores
Fluxo de massa nominal (kg/s)	16,72
Um sétimo do fluxo de massa (kg/s)	2,39
Pressão de referência à entrada (Pa)	101325
Pressão à saída (Pa)	211629
Velocidade angular (rad/s)	250
Critério de convergência	1×10^{-6}

Na seção de entrada, como foi referido, se utilizou a condição de *mass flow inlet*, isto é a especificação do valor da vazão mássica. A utilização desta condição de contorno implica a especificação da direção da velocidade na seção de entrada. Foi admitido que o escoamento não tem pré-rotação a velocidade é normal à seção de entrada. Na seção de entrada são ainda explicitados os valores dos parâmetros de turbulência.

Na seção de saída se usou a condição de *pressure outlet*, isto é a imposição do valor da pressão estática na seção de saída.

Este conjunto de condições de contorno *mass-flow* na entrada e *pressure outlet* na seção de saída é o conjunto de condições de fronteira mais robusto, e consequentemente que melhor induz a convergência do modelo [12, 13]

Nas superfícies sólidas se impôs a condição de *no-slip*, isto é não escorregamento. Nas superfícies fixas se impõe que a velocidade é nula e nas superfícies móveis que a velocidade relativa é nula, sendo necessário referir que têm movimento de rotação e qual o valor da velocidade de rotação.

Na fronteira do domínio existem ainda algumas superfícies com simetria rotacional. Nestas superfícies se especifica que a componente normal da velocidade e o gradiente de qualquer propriedade na direção normal à superfície são nulos. A condição de simetria rotacional é também usada em domínio de fluido sem paredes sólidas na fronteira com direção radial na seção de saída.

2.2.3.1. Modelo MRF

Os efeitos de rotação no escoamento foram computados pelo método *Multi Reference Frames* (MRF) ou *Frozen Rotor* [8, 9], usada para análises envolvendo domínios em movimento relativo a outro. Essa abordagem é tida com um método estacionário (*steady-state*), em que divide o modelo em referenciais estacionários e rotativos. A velocidade no referencial em rotação é transformada para o referencial estático pela Equação 5

$$\vec{V}_r = \vec{V} - \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad (5)$$

onde $\vec{V}_r$ é a velocidade relativa no referencial rotativo, $\vec{V}$ é a velocidade no referencial estacionário, $\vec{\Omega}$ a velocidade angular e $\vec{r}$ o vetor radial. O produto vetorial $\vec{\Omega} \times \vec{r}$ é a velocidade transporte ($\vec{U}$) do escoamento. A equação do momento para o domínio rotativo num referencial relativo é dada pela Equação 6.

$$\frac{\partial(\rho \vec{V}_r)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}_r \vec{V}_r) + \rho(2\vec{\omega} \times \vec{V}_r + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}) = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} + \vec{F} \quad (6)$$

onde $2\vec{\omega} \times \vec{V}_r$ é a componente da aceleração de *Coriolis*, ∇p o gradiente de pressão, $\bar{\tau}$ são as tensões de corte de origem viscosas e $\vec{F}$ é soma das forças atuantes no rotor.

2.4. Modelos de turbulência

Geralmente, em função do valor do número de *Reynolds*, o escoamento no interior das turbomáquinas é de natureza turbulenta, onde, acordo com Moukalled et al. [12], introduz instabilidade no fluxo, a partir de determinado número de Reynolds crítico e, no escoamento, essas instabilidades são causadas pela amplificação das perturbações devido aos termos iniciais de não-linearidade. Apresentam-se em seguida um modelo com uma só equação e outro modelo de turbulência com duas equações que são muito utilizados, pois apresentam um balanço entre precisão e esforço computacional [8].

2.4.1. Modelo Spalart-Allmaras

O modelo de Spalart-Allmaras [13] é uma formulação que envolve apenas uma equação de transporte para a viscosidade turbulenta modificada, $\tilde{\nu}$, que pela lei do não-eskorregamento de Newton, é igual a zero na parede e possui comportamento aproximadamente linear na vizinha da parede [14]. A equação de transporte será:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = C_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma_v} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + C_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] - C_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 \quad (7)$$

onde $\tilde{S}$ é a vorticidade média local, f_w é uma função de amortecimento local, dada pela Equação 8.

$$f_w = g \left[\frac{1+C_{w3}^6}{g^6+C_{w3}^6} \right]^{1/6} \quad (8)$$

com

$$g = r + C_{w2}(r^6 - r) \quad (9)$$

O valor de r é dado por,

$$r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2} \quad (10)$$

onde d é a distância de um determinado ponto até a parede. Sendo C_{b1} , C_{b2} , C_{w1} , C_{w2} , C_{w3} , κ e σ_v constantes presentes no modelo, especificadas na Tabela 6.

TABELA 6. Constantes do modelo Spalart-Allmaras. Adaptado de [8].

Constantes	Valores
C_{b1}	0,1355
C_{b2}	0,622
C_{w1}	3,2059
C_{w2}	0,30
C_{w3}	2,00
κ	0,4187
σ_v	2/3

Segundo [13, 8], o modelo de Spalart-Allmaras foi desenvolvido pensando em aplicações envolvendo gradientes de pressão adversos, ganhando notoriedade e confiabilidade em análises computacionais de turbomáquinas.

2.4.2. Modelo κ - ϵ

Segundo Launder e Spalding [15], o modelo $k - \varepsilon$ introduzem duas novas equações ao sistema, sendo elas a energia cinética turbulenta k e respectiva taxa de dissipação ε , para posteriormente calcular a viscosidade turbulenta μ_t , conforme a Equação 11.

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (11)$$

onde C_μ é uma constante. As equações de transporte para k , Equação 12 e ε , Equação 13, são apresentadas em seguida.

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V} k) = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \rho \varepsilon + P_{kb} \quad (12)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V} \varepsilon) = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon + P_{\varepsilon b}) \quad (13)$$

P_{kb} e $P_{\varepsilon b}$ representam a influências das forças de empuxo, $\vec{V}$ é o campo vetorial médio das velocidades e P_k é a taxa de produção de energia cinética turbulenta, k , definida pela Equação 14.

$$P_k = \mu_t \nabla \vec{V} (\nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} (\mu_t \nabla \cdot \vec{V} + \rho k). \quad (14)$$

Os valores das constantes σ_k , σ_ε , $C_{\varepsilon 1}$ e $C_{\varepsilon 2}$ estão dispostos na Tabela 7.

TABELA 7. Constantes do modelo $k - \varepsilon$.

Constantes	Valores
C_μ	0,09
σ_k	1,0
σ_ε	1,3
$C_{\varepsilon 1}$	1,44
$C_{\varepsilon 2}$	1,92

O modelo $k - \varepsilon$ também foi escolhido para o presente trabalho por sua confiabilidade histórica na modelagem de turbulência em problemas de dinâmica dos fluidos computacional, bem como seu equilíbrio entre precisão dos resultados e esforço computacional associado.

3. RESULTADOS

No presente trabalho se efetuou a simulação computacional do escoamento no interior de um rotor de bomba centrífuga utilizando os modelos de turbulência $k - \varepsilon$ [18] e Spalart-Allmaras [16]. Foram realizadas simulações para três vazões mássicas diferentes $Q=16,72$ kg/s; $Q=19,96$ kg/s e $Q=25,95$ kg/s. Sendo $Q=19,96$ kg/s a vazão de projeto os resultados apresentados são para $Q/Q_{\eta \max}=0,838$, 1,0 e 1,3 respectivamente. São apresentadas e comparadas, as distribuições das componentes absolutas e relativas da velocidade no rotor para as três vazões referidas. Para a vazão nominal são apresentadas as linhas de corrente do escoamento relativo no interior do rotor calculadas também pelos dois modelos de turbulência. No final do artigo são calculadas e apresentadas as curvas característica da bomba de $H=H_u(Q)$ e $P=P_u(Q)$, onde H_u é altura útil e P_u a potência de útil.

3.1. Contorno de velocidades

Com os resultados obtidos no pós-processamento, foi possível observar os campos de velocidades absolutas e relativas, respectivamente, para os diferentes valores de vazão e em função do modelo de turbulência utilizado. No modelo de $k - \varepsilon$ (Figuras 9 e 11), observa-se que a magnitude dos campos de velocidades é ligeiramente maior, quando comparada com os valores obtidos pelo modelo de Spalart-Allmaras (Figuras 10 e 12). Analisando as componentes médias em cada região, é possível verificar que o campo de velocidades

absoluta gerado no referencial estacionário aumenta sua magnitude conforme aumenta o raio, em ambos os modelos (Figuras 9 e 10). Para a velocidade relativa, observa-se o oposto, sua magnitude decai à medida que passa pelo rotor (Figura 11 e 12). Estes resultados estão em conformidade com as equações das velocidades, o módulo da velocidade relativa diminui com o raio do rotor e o da velocidade absoluta aumenta [20, 21].

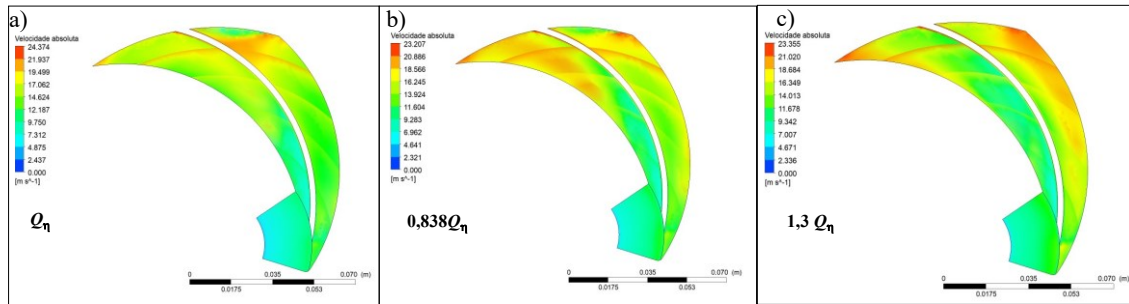


FIGURA 9. Contorno de velocidade absoluta para as diferentes vazões simuladas com o modelo $\kappa - \varepsilon$.

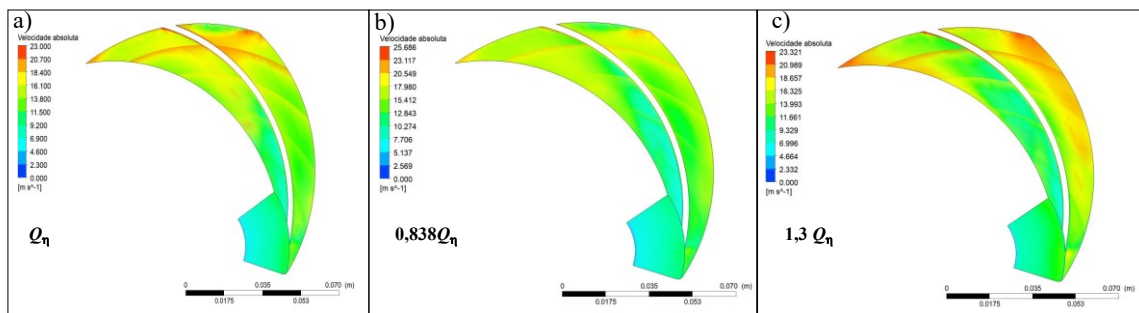


FIGURA 10. Contorno de velocidade absoluta para as diferentes vazões simuladas com o modelo Spalart-Allmaras.

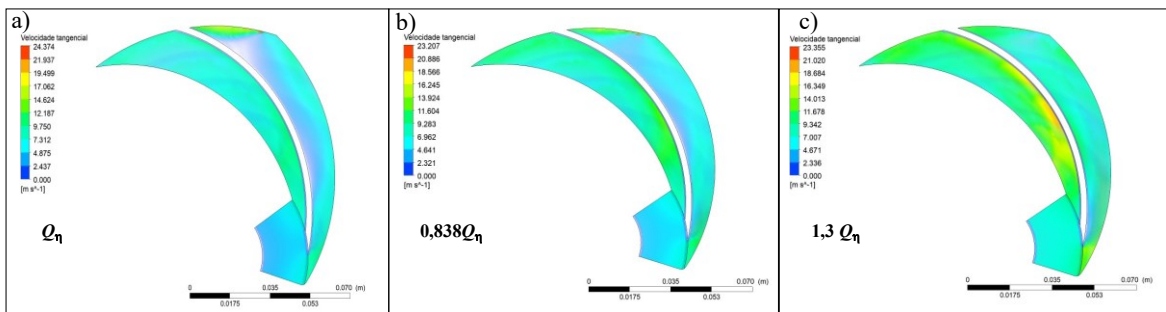


FIGURA 11. Contorno de velocidade relativa para as diferentes vazões simuladas com o modelo $\kappa - \varepsilon$.

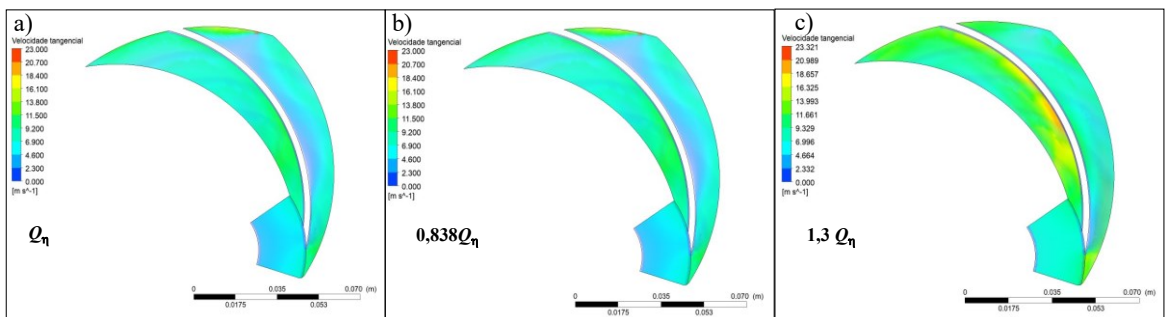


FIGURA 12. Contorno de velocidade relativa para as diferentes vazões simuladas com o modelo Spalart-Allmaras.

A partir da observação das linhas de corrente (Figura 13) obtidas pela simulação em vazão nominal, se pode ver que a trajetória do fluido segue a direção aproximadamente tangente ao perfil das pás, em ambos os modelos. Conforme a Figura 13.b.1 e b.2, é ainda possível identificar claramente a região de sucção (maior

magnitude do campo de velocidades) e a região de pressão das pás (de menor magnitude). Este comportamento está em conformidade em acordo com esperado para esse tipo de máquina de fluxo [3, 20, 21].

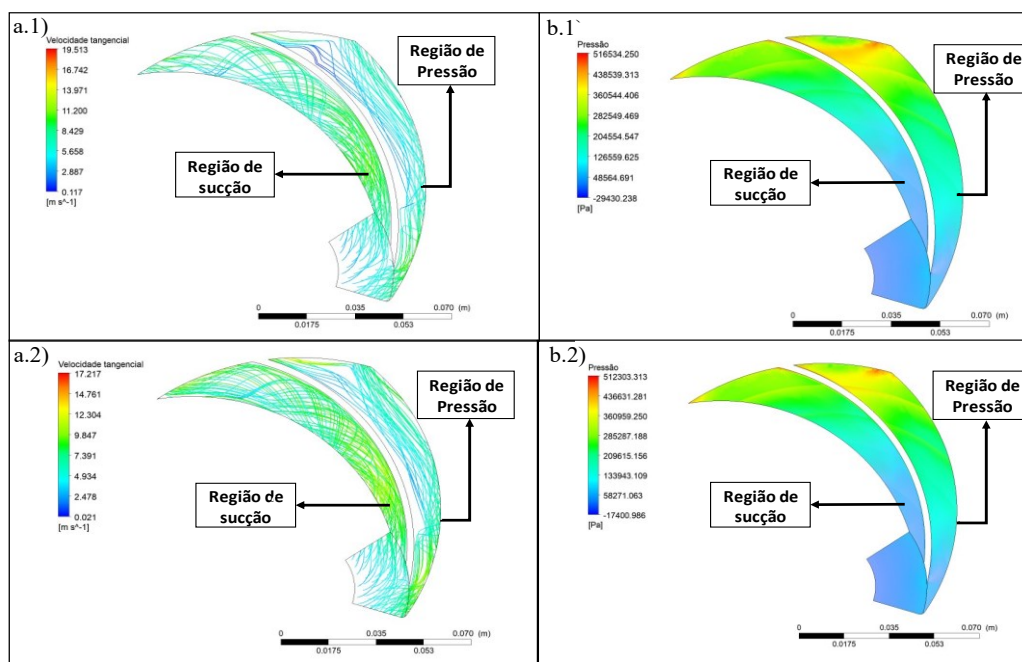


FIGURA 13. Representação das linhas de corrente e contorno de pressão no interior do rotor: a.1) e b.1) modelo $\kappa - \epsilon$; a.2) e b.2) modelo Spalart-Allmaras.

3.2. Resíduo RMS e critério de convergência

Analisando o critério de convergência definido na Tabela 5, observa-se que o modelo de Spalart-Allmaras alcançou o resultado com menor esforço computacional, com 3395 iterações. O modelo $\kappa - \epsilon$ apresentou maior dificuldade em atingir o critério estabelecido, com 4053 iterações. A Figura 15 apresenta a evolução do resíduo *RMS* em função do *time step*, onde, para o modelo $\kappa - \epsilon$ (Figura 14.a), nota-se que as velocidades u , v e w apresentam maior dificuldade para convergência, apresentando flutuações a partir de valores *RMS* inferiores a $1,0 \times 10^{-5}$. Enquanto o modelo de Spalart-Allmaras (Figura 14.b) apresenta boa estabilidade para os valores de velocidade.

Entretanto, em ambos é possível notar oscilações para a equação da continuidade. Isto pode ser causado pelo tamanho dos elementos da malha adotado, onde, em algumas regiões da geometria, o elemento esteja grosseiro ou com tamanho inadequado, causando instabilidade no balanço de massa do sistema.

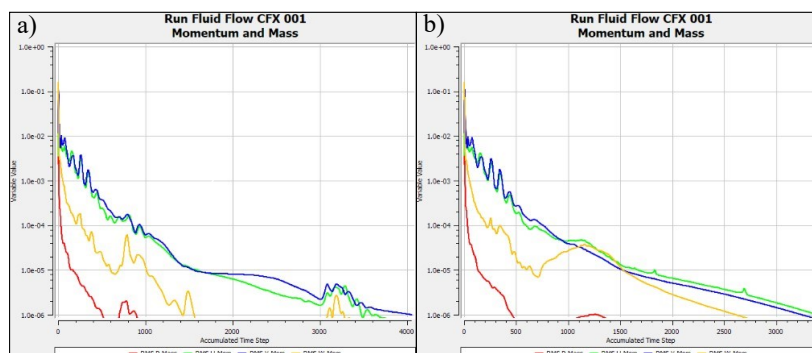


FIGURA 14. Resíduo RMS para: a) modelo $\kappa - \epsilon$; b) modelo Spalart-Allmaras.

3.3. Grandezas integrais e curva característica

A partir do campo de velocidades, foram calculadas as componentes médias de cada grandeza com o intuito de obter a altura útil e potência útil. As Tabelas 9 e 10 apresentam os resultados encontrados para a vazão nominal e a divergência com os resultados obtidos pelo método analítico da equação Euler com o escorregamento sendo calculado utilizando a equação de Stodola [20]

TABELA 9. Componentes médias para a vazão nominal: modelo κ - ϵ .

<i>Parâmetros</i>	<i>Valores</i>
Velocidade absoluta na entrada - $\bar{V}_1$ (m/s)	6,47
Velocidade relativa na entrada - $\bar{W}_1$ (m/s)	7,32
Velocidade absoluta na saída - $\bar{V}_2$ (m/s)	15,92
Velocidade relativa na saída - $\bar{W}_2$ (m/s)	4,89
Altura útil analítica (m)	33,20
Altura útil numérica (m)	33,01
Potência útil analítica (kW)	5,44
Potência útil numérica (kW)	5,49
Divergência da altura útil em relação a equação de Euler (%)	0,59
Divergência da potência útil relação a equação de Euler (%)	0,85

TABELA 10. Componentes médias para a vazão nominal: modelo Spalart-Allmaras.

<i>Parâmetros</i>	<i>Valores</i>
Velocidade absoluta na entrada - $\bar{V}_1$ (m/s)	6,04
Velocidade relativa na entrada - $\bar{W}_1$ (m/s)	6,99
Velocidade absoluta na saída - $\bar{V}_2$ (m/s)	17,26
Velocidade relativa na saída - $\bar{W}_2$ (m/s)	5,26
Altura útil analítica (m)	33,20
Altura útil numérica (m)	33,22
Potência útil analítica (kW)	5,44
Potência útil numérica (kW)	5,52
Divergência da altura útil em relação a equação de Euler (%)	0,08
Divergência da potência útil relação a equação de Euler (%)	1,21%

Com base nos resultados expostos verificou-se que o modelo de Spalart-Allmaras é o que mais se aproxima dos valores analíticos para a vazão nominal.

A partir das componentes médias das velocidades, obtidas para as diferentes vazões, foram calculadas as alturas úteis correspondentes e, com isso, traçaram-se as curvas características da bomba de altura útil e de potência útil em função da vazão (Figuras 15 e 16, respectivamente). Para as curvas de altura em função da vazão se mostram também as curvas polinomiais de segundo grau obtidas por regressão linear.

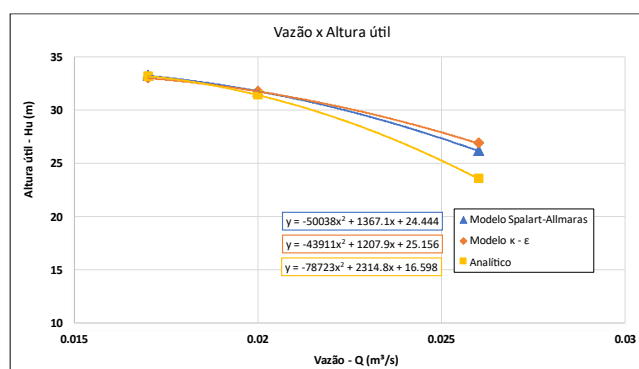


FIGURA 15. Curva característica da bomba.

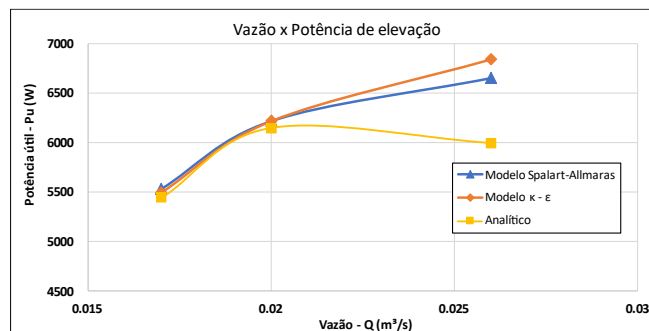


FIGURA 16. Curva de potência da bomba.

Analisando as respectivas curvas (Figura 15 e 16), é possível notar o modelo numérico apresenta excelente convergência para valores de vazão próximos ao nominal, entretanto, para maiores magnitudes da vazão se torna maior a diferença entre os valores calculados numericamente pelo CFD e os calculados pela equação de Euler. Para vazões diferentes da vazão nominal a equação de Euler tem menos precisão pois os ângulos do escoamento se afastam mais dos ângulos nas pás com o ângulo β_1 diferente de β'_1 e consequentemente β_2 muito diferente de β'_2 . Os valores calculados pelos dois modelos de turbulência estão, no entanto, próximos, 0,026 m para o Spalart-Allmaras e 0,197 m para o modelo $k-\epsilon$, para $Q/Q_{\eta\max}=1$. Para se avaliar qual a fonte dessa divergência, seria necessária aumentar a discretização e fazer novas simulações.

4. CONCLUSÃO

No presente trabalho, descreve-se um método utilizado para o projeto de um rotor de uma bomba radial, em que as pás do rotor são aproximadas por um arco de circunferência. O rotor possui sete pás. O desenho do rotor foi modelado com o *SolidWorks Student*, a através do método do traçado por um arco de circunferência. O escoamento viscoso através do rotor foi calculado utilizando o código *ANSYS CFX Student* com os modelos de turbulência $k-\epsilon$ e Spalart-Allmaras. A fim de otimizar esforço computacional, a geometria foi simplificada considerando o princípio da simetria do escoamento e, com isso, foi possível simular somente um sétimo do rotor.

São apresentados contornos das velocidades absoluta e relativa no rotor para a vazão nominal Q_η e para $Q=0,838 Q_\eta$ e $Q=1,3 Q_\eta$. Os valores da altura útil calculados para as condições de rendimento máximo pelos dois modelos de turbulência foram ainda comparados com os obtidos utilizando teoria unidimensional com a equação de Euler. São também apresentadas as curvas características da bomba altura útil e de potência em função da vazão, obtidas a partir da simulação com diferentes vazões.

É possível observar que os valores obtidos por simulação se aproximam para condições de rendimento máximo dos valores calculados usando a equação de Euler com um desvio relativo de 0,59 % para o modelo $k-\epsilon$ e 0,08 % para modelo de Spalart-Allmaras, respectivamente, em relação à altura útil. Sendo este último o que apresentou resultado mais próximo ao método analítico. Para a condição a $Q=1,3 Q_\eta$, foi observada a maior divergência, 14,06 % (3,314 m) para o modelo $k-\epsilon$ e 11,02 % (2,597 m) para modelo de Spalart-Allmaras. A malha computacional também possui grande influência na discretização matemática em análises CFD e, devido às condições estruturais onde o estudo foi realizado, não foi possível maior refinamento da malha por se estar utilizando a versão *Student* do CFX.

Como perspectiva para trabalhos futuros, pode ser avaliado a utilização de malhas mais refinadas e de um novo modelo de turbulência, como o $k-\Omega$, e ainda a obtenção de resultados para um maior número de vazões.

5. AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família, em especial a minha mãe, Damiana Vieira, por ser meu exemplo de dedicação e pessoa. Ao professor Luís Morão, por ter sido meu orientador e ter desempenhado tal função com dedicação. Aos amigos, por todos os momentos compartilhados durante esses últimos anos. À Equipe Cactus Baja, na qual foi um divisor de águas em minha profissional. Ao programa PIVIC da PROPPG/UFRSA. Ao povo brasileiro, a partir do contribuinte, por ter me dado a oportunidade de estudar, de forma gratuita, um curso de nível superior.

6. REFERÊNCIAS

- [1] White, Frank M. *Mecânica dos fluidos*, 6 ed. Rio de Janeiro: McGraw-Hill, 2010. 880p.
- [2] Çengel, Y.A. e Cimbala, J.M. *Mecânica dos Fluidos - Fundamentos e Aplicações*, 1 ed. Rio de Janeiro: McGraw-Hill, 2007. 819 p.
- [3] Macintyre, Archibald J. *Bombas e instalações de bombeamento*. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 1997. 782p.
- [4] Shah, S. R. et al. CFD for centrifugal pumps: a review of the state-of-the-art. *Procedia Engineering*, v. 51, p. 715-720, 2013.
- [5] Duarte, Marcel V. e Dourado, Wladimir M. C. Numerical simulation of centrifugal pump of liquid propellant rocket engine. Em Anais do 14th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering. Rio de Janeiro, 2012.
- [6] Rosa, Henrique M.P. e Emerick, Bruno S. CFD simulation on centrifugal pump impeller with Splitter blades. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, v. 24, p. 3-7, 2019.
- [7] Kim, Joon-Hyung et al. Design techniques to improve the performance of a centrifugal pump using CFD. *Journal of Mechanical Science and Technology*, v. 29, p. 215-225, 2015. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s12206-014-1228-6>.
- [8] Ansys. *CFX Theory Guide*. 2011.
- [9] SOLIDWORKS Student Edition 2021 (SOLIDWORKS Student Access Program, acesso através do Universidade Federal Rural do Semi-Árido).
- [10] Lim, S. E. e Sohn, C. H. CFD analysis of performance change in accordance with inner surface roughness of a double-entry centrifugal pump. *Journal of Mechanical Science and Technology*, v. 32, p. 697-702, 2018.
- [11] Huang, Si et al. Numerical simulation and performance prediction of centrifugal pump's full flow field based on OpenFOAM. *Processes*, v. 7, n. 9, p. 605, 2019.
- [12] ANSYS. Lecture 4. Domaine, Boundary conditions and Sources. Release 16. Disponível em http://static.sapucaia.ifsul.edu.br/professores/mauro/Curso%20Ansys/CFX_16_CD/lectures_trainee/CFX-Intro_16_L04_Domains_BC_Sources.pdf, 2015. Acesso em 30 de maio de 2025.
- [13] CAPE FORUM How do I specify Boundary Conditions correctly in CFX? Disponível em <https://cape-forum.com/index.php/topic.543.msg589.html#msg589> Publicado em 13/02/2012, Acesso em 30 de maio de 2025.
- [14] Oshinowo, Lanre et al. Predicting the tangential velocity field in stirred tanks using the Multiple Reference Frames (MRF) model with validation by LDA measurements. Em Anais do 10th European conference on mixing. Elsevier Science, 2000. p. 281-288.
- [15] Moukalled, Fadl et al. *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics*. 1 ed. Springer International Publishing, 2016
- [16] Spalart, P. R.; Allmaras, S. R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. Boeing Commercial Airplane Group, Seattle, 1992
- [17] Rocha, G. J. A. M. Análise metodológica da aplicação dos modelos de turbulência para simulações de escoamentos em perfis aerodinâmicos. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.
- [18] Launder, B. E. e Spalding, D. B. *Numerical prediction of flow, heat transfer, turbulence and combustion*. Elsevier, 2015. 1974. p. 96-116.
- [19] Wilcox, D.C. Re-assessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models submersa. *AIAA Journal*, v. 26, n. 11, p. 1299-1310, 1988.
- [20] Falcão, A. F. O de. *Apostila de Mecânica dos Fluidos II. Turbomáquinas*. AEIST. Lisboa. 2004. 130 p.
- [21] Vavra, M. H. *Aero-Thermodynamics and Flow in Turbomachines*. John Wiley and Sons, Inc, 1960, 589 p.