



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
CENTRO MULTIDISCIPLINAR DE PAU DOS FERROS
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

LUCAS NOGUEIRA DE ANDRADE

**ANÁLISE DE VIGAS PAREDE ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS
FINITOS**

Pau dos Ferros

2017

LUCAS NOGUEIRA DE ANDRADE

**ANÁLISE DE VIGAS PAREDE ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS
FINITOS**

Monografia apresentada a Universidade
Federal Rural do Semiárido — UFERSA,
Campus Pau dos Ferros para obtenção do
título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Me. Matheus Fernandes de
Araújo Silva – UFERSA

Pau dos Ferros

2017

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

A553a Andrade, Lucas Nogueira de .
ANÁLISE DE VIGAS PAREDE ATRAVÉS DO MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS / Lucas Nogueira de Andrade. -
2017.
60 f. : il.

Orientador: Matheus Fernandes de Araújo Silva.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Engenharia Civil,
2017.

1. Vigas parede. 2. Método dos elementos
finitos. 3. Análise linear. 4. Bielas e tirantes.
5. Dimensionamento. I. Silva, Matheus Fernandes
de Araújo , orient. II. Título.

LUCAS NOGUEIRA DE ANDRADE

**ANÁLISE DE VIGAS PAREDE ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS
FINITOS**

Monografia apresentada a Universidade
Federal Rural do Semiárido — UFRSA,
Campus Pau dos Ferros para obtenção do
título de Bacharel em Engenharia Civil.

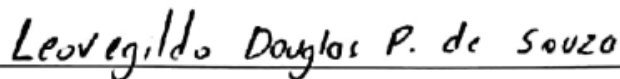
APROVADO EM: 20 / 10 / 2017

BANCA EXAMINADORA



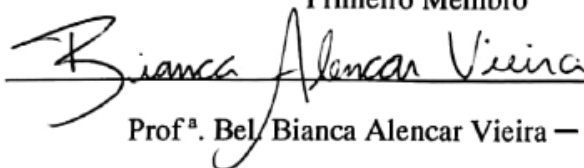
Prof. Me. Matheus Fernandes de Araújo Silva — UFRSA

Presidente



Prof. Me. Leovegildo Douglas Pereira de Souza — UFCG

Primeiro Membro



Profª. Bel. Bianca Alencar Vieira — UFRSA

Segundo Membro

A **José Maria de Brito** (in memoriam), meu avô, que sempre foi e será um exemplo de homem digno a ser seguido. Estará para sempre em meu coração e minha memória.

A **Maria Jocelma Nogueira Brito**, minha mãe, que sempre me despertou para a realidade da vida, me fazendo sempre acreditar no verdadeiro significado das palavras com determinação, respeito e amor. Por ser a pessoa que mais me ouviu todos esses anos me ajudando a tomar as decisões mais difíceis e sempre batalhar para realizar os nossos sonhos.

A **Maria Celia Nogueira Brito**, minha avó, que nunca mediu esforços para ajudar com a concretização dos meus objetivos, sempre fortalecendo com a sua serenidade o que há de mais belo dentro de mim. Um exemplo de pessoa a ser seguido que eu tenho uma gratidão eterna.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus que é responsável por tudo de maravilhoso que acontece na minha vida, por ter proporcionado e me encaminhado para essa fase da minha vida sempre me dando sabedoria e dedicação.

Aos meus pais que sempre me deram força e incentivo para que eu alcançasse meus objetivos.

Aos meus avós que sempre foram exemplos de pessoas amorosas, batalhadoras e fonte de inspiração e orgulho para mim.

A minha família: tios, primos, padrinhos e minha namorada que sempre me apoiaram e acreditaram em mim, fornecendo toda a assistência necessária para que eu pudesse superar as minhas dificuldades e sempre me ajudando de todas as formas possíveis.

Aos excelentes professores que passaram pela minha vida acadêmica e deram toda a base para que eu pudesse obter os resultados desejados. Pelas orientações, exemplos de profissionais a serem seguidos.

A UFERSA por fornecer os conhecimentos na graduação. Aos meus amigos e todos aqueles que me ajudaram direta ou indiretamente na minha vida acadêmica.

RESUMO

Este trabalho trata do estudo de vigas parede onde foi modelou-se uma viga parede no software de análise estrutural SAP2000. O modelo foi baseado em um estudo experimental. As análises foram lineares e feitas a partir de gráficos gerados pelo software. Primeiramente realizou-se um teste de convergência de malha para saber qual discretização mais se adequava ao modelo trazendo resultados satisfatórios e com um menor trabalho computacional. Posteriormente, dimensionou-se a armadura longitudinal da viga parede analisada através de equacionamentos analíticos dispostos na literatura e através da análise linear do modelo. Ainda foram comparadas as tensões nos apoios da viga parede analisada com os valores de tensões limites dos apoios de normas de cálculo estrutural as quais tem os seus equacionamentos baseados no modelo de bielas e tirantes. A distribuição de tensões da viga parede estudada também foi analisada. Diante dos resultados obtidos verificou-se que é necessário um estudo de discretizações das malhas de elementos finitos, pois os resultados podem variar muito caso não se modele um malha apropriada. As equações analíticas analisadas para obtenção da armadura longitudinal da viga se mostraram de forma satisfatória quando comparadas com a análise linear do modelo apresentando uma pequena diferença de valor de 1,65% de diferença com relação ao modelo linear. Com relação às tensões nos apoios as normas as normas apresentaram-se com divergência entre si, pois das quatro normas analisadas duas apresentaram valores de tensões limites superiores ao valor médio do modelo analisado e as outras duas apresentaram valores inferiores. Assim, fica claro que não existe um consenso entre as normas quando se trata de tensões em apoios.

Palavras-chave: Vigas parede. Método dos elementos finitos. Análise linear. Bielas e tirantes. Dimensionamento.

ABSTRACT

This work deals with the study of wall beams where a wall beam was modeled in SAP2000 structural analysis software. The model was based on an experimental study. The analyzes were linear and made from graphs generated by the software. Firstly, a mesh convergence test was performed to determine which discretization best suited the model, with satisfactory results and a lower computational work. Afterwards, the longitudinal reinforcement of the analyzed wall beam was measured through analytical equations arranged in the literature and through the linear analysis of the model. The tensions in the supports of the wall beam analyzed were also compared with the values of the tensions limits of the supports of structural calculation standards which have their equations based on the model of rods and tie rods. The tensile distribution of the studied wall beam was also analyzed. In view of the obtained results it was verified that a study of finite element mesh discretization is necessary since the results can vary a lot if an appropriate mesh is not modeled. The analytical equations analyzed to obtain the longitudinal reinforcement of the beam were satisfactory when compared to the linear analysis of the model, presenting a small value difference of 1.65% of difference in relation to the linear model. Regarding the tensions in the supports, the norms presented norms presented divergence from each other, because of the four norms analyzed two presented values of tensions limits higher than the average value of the model analyzed and the other two presented lower values. Thus, it is clear that there is no consensus among standards when it comes to tensions in support.

Keywords: Wall beams. Finite element method. Linear analysis. Cranks and tie rods.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Variação de tensões normais no meio do vão: (a) $l/h=4$; (b) $l/h=2$; (c) $l/h=1$; (d) $l/h<1$	16
Figura 2.2: Ruptura de vigas parede por flexão.....	18
Figura 2.3: Ruptura por tração diagonal em uma viga biapoiada.....	19
Figura 2.4: Esmagamento da biela em uma viga parede biapoiada.....	19
Figura 2.5: Ruptura por Flexão – Cisalhamento em uma viga parede biapoiada.....	20
Figura 2.6: Ruptura local de uma viga parede biapoiada	20
Figura 2.7: Exemplos de regiões D (áreas com hachuras) em estruturas	21
Figura 2.8: Representação dos elementos do modelo biela e tirantes	22
Figura 2.9: Aplicação de biela e tirante: a) Consolo; b) Viga parede; c) Dente Gerber;	23
Figura 2.10: Tipos de biela: (a) prismática, (b) em leque e (c) em garrafa	24
Figura 2.11: Tipos de nós de acordo com as forças.....	25
Figura 2.12: Distribuição da armadura principal.....	30
Figura 2.13: Modelo biela e tirante para viga parede biapoiada	31
Figura 2.14: Tensões nos apoios	31
Figura 3.1: Etapas de estudo.....	36
Figura 3.2: Viga parede analisada	37
Figura 3.3: Detalhamento da armadura da viga parede ensaiada por Jardim	38
Figura 3.4: Diagrama tensão x deformação	39
Figura 3.5: Elemento finito utilizado.....	40
Figura 4.1: Malhas analisadas no teste de convergência	42
Figura 4.2: Malha adotada para análises	43
Figura 5.1: Solicitação externa da viga parede analisada.....	44
Figura 5.2: Momento fletor	44
Figura 5.3: Representação das forças no SAP2000.....	46
Figura 5.4: Distribuição das tensões horizontais	47
Figura 5.5: Localização das tensões máximas horizontais	47
Figura 5.6: Resultante das tensões horizontais na análise linear	48
Figura 5.7: Distribuição da resultante de tração na seção central da viga parede	48
Figura 6.1: Distribuição das tensões principais de compressão	51
Figura 6.2: Reação de apoio do modelo idealizado.....	53
Figura 6.3: Representação do tipo de nó do apoio analisado	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Coeficiente para o cálculo de armadura mínima de vigas parede	33
Tabela 3.1: Resistência da viga e cargas de ruptura obtidos por Jardim	38
Tabela 3.2: Parâmetros utilizados no modelo linear.....	40
Tabela 4.1: Discretização da malha	41
Tabela 5.1: Dados para o dimensionamento segundo equacionamento do Araújo (2014)	46
Tabela 5.2: Cálculo da resultante de tração no concreto	49
Tabela 5.3: Resultados do dimensionamento segundo análise linear.....	50
Tabela 6.1: Comparação dos valores de tensão limite nos apoios das normas	55
Tabela 6.2: Comparação dos valores de tensão limite nos apoios das normas com o valor solicitado.....	55

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 OBJETIVO	13
1.1.1 Objetivos Específicos	13
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1 BREVE HISTÓRICO DOS ESTUDOS SOBRE VIGAS PAREDE	14
2.2 DEFINIÇÕES DE VIGAS PAREDE	14
2.3 DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES EM VIGAS PAREDE	15
2.4 INFLUÊNCIA DOS MODOS DE INTRODUÇÃO DE CARGA	17
2.5 INFLUÊNCIA DA ARMADURA DE ALMA	17
2.6 MECANISMOS DE RUPTURA	18
2.6.1 Ruptura por flexão	18
2.6.2 Ruptura por Cisalhamento	18
2.6.3 Ruptura por Flexão – Cisalhamento	20
2.6.4 Ruptura Local	20
2.7 REGIÕES B e D EM ELEMENTOS ESTRUTURAIS	21
2.8 MODELO DE BIELAS E TIRANTES	22
2.8.1 Introdução	22
2.8.2 Bielas	23
2.8.3 Nós	24
2.8.4 Tirantes	25
2.8.5 Resistência efetiva das bielas, tirantes e zonas nodais	26
2.9 CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO DE VIGAS PAREDE SEGUNDO ARAÚJO (2014)	29
2.9.1 Armadura do banzo tracionado	29
2.9.2 Verificação das tensões de compressão nos apoios	30
2.10 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	33
3 METODOLOGIA	35
3.1 DESCRIÇÃO DAS ETAPAS DE ESTUDO	35
3.1.1 Descrição da análise 1	35
3.1.2 Descrição da análise 2	36
3.1.3 Descrição da análise 3	36
3.2 DESCRIÇÃO DO ESTUDO EXPERIMENTAL	36
3.3 DESCRIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	38

4 ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS	41
5 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL	44
5.1 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO O MÉTODO ANÁLITICO PROPOSTO POR ARAÚJO (2014).....	44
5.1.1 Determinação das cargas e momento fletor solicitante.....	44
5.1.2 Determinação da área de aço necessária	45
5.2 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL SEGUNDO ANÁLISE LINEAR DA VIGA PAREDE	46
6 TENSÕES PRINCIPAIS DE COMPRESSÃO E TENSÕES NOS APOIOS.....	51
6.1 TENSÃO NOS APOIOS	52
7 CONCLUSÕES.....	57
REFERÊNCIAS	58

1 INTRODUÇÃO

As vigas parede são estruturas planas cujas dimensões da altura e comprimento são maiores que a dimensão de sua largura e são solicitadas paralelas ao seu plano principal. Segundo a ABNT NBR 6118:2014, são classificadas como elementos especiais. Tal Norma considera como elementos especiais aqueles que possuem descontinuidades geométricas ou de cargas que afetam o comportamento do elemento estrutural como um todo. Basicamente, as vigas paredes, assim como os consolos curtos e dentes Gerber não seguem a hipótese de Navier-Bernoulli, ou seja, não se aplica a hipótese das seções planas. Logo, devem-se utilizar métodos de dimensionamento mais criteriosos.

As vigas parede possuem diversas aplicações estruturais. Conforme Santos (1999), geralmente são aplicadas em reservatórios como caixas d'água e silos, em fachadas de edifícios, em estruturas *offshore*, como blocos de coroamento de estacas, em vigas de transição (suportando carga de pilares), como elementos de contenção em subsolos e, ainda, em estruturas de centrais nucleares. Ainda de acordo com o mesmo autor, a demanda por um critério de dimensionamento dessas vigas tem sido gerada, tendo a sua vasta funcionalidade em estruturas de concreto armado. Portanto, necessita-se de um real entendimento do seu comportamento para aperfeiçoar projetos.

Atualmente, um dos métodos mais consolidados no meio técnico indicado para o dimensionamento de vigas parede é o método de bielas e tirantes. Isso ocorre por não ser mais válida a hipótese das seções planas de Bernoulli. Nessa situação a força cortante é o esforço interno que governa o comportamento das vigas paredes, dessa forma, os modelos clássicos de flexão para cálculo de vigas tornam-se inapropriados. Em seguida, pode partir para soluções mais sofisticadas, como o Método dos Elementos Finitos (MEF). Esses métodos são indicados pela norma brasileira ABNT NBR 6118:2014. Entretanto a norma não detalha a forma de dimensionamento através desses métodos, deixando a cargo do projetista a escolha de critérios adequados para simulação do problema. Para o MEF pode ser considerado o comportamento não linear e a fissuração do material nas análises.

O uso do MEF é de extrema importância para os projetistas na atualidade, visto que se utilizado corretamente geram resultados realistas e otimizam o trabalho estrutural. Segundo Souza et al. (2003), o problema da verificação da segurança de estruturas complexas utilizando o MEF acoplado à análise não linear ainda é pouco documentado na literatura e completamente ausente na maioria dos códigos normativos de concreto estrutural. Na verdade, a não linearidade física do concreto armado é sempre tratada de forma simplificada

por questões de praticidade. No entanto, deve-se saber adequar as simplificações de análise para cada tipo de problema analisado.

Nesse contexto, esse trabalho tem o intuito de apresentar abordagens de dimensionamento de vigas parede, estudando melhor o comportamento das mesmas e, assim, contribuir para literatura com os resultados apresentados.

1.1 OBJETIVO

Analisar o comportamento estrutural de vigas parede e dimensionar a armadura principal por meio de análise linear pelo Método dos Elementos Finitos, utilizando o software SAP2000 v15.

1.1.1 Objetivos Específicos

- Buscar resultados experimentais a cerca de ensaios em vigas parede;
- Analisar a convergência da malha do modelo estudado;
- Verificar como se distribuem as tensões principais na análise linear em vigas parede;
- Comparar os resultados do modelo idealizado com resultados dos equacionamentos dispostos em diversas normas;

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 BREVE HISTÓRICO DOS ESTUDOS SOBRE VIGAS PAREDE

Ao longo dos tempos surgiram diversos estudos para o entendimento do comportamento e metodologias de cálculo de vigas parede. Apesar de que os estudos sobre esses elementos estruturais ganharam um maior destaque a partir do século XX. Conforme Borda (2013), foi em 1946, quando a PCA (PORTLAND CEMENT ASSOCIATION) apresentou uma das primeiras metodologias de cálculo para vigas parede, fundamentada no estudo realizado por Dischinger em 1932. Adicionalmente, em 1970, o CEP-FIP (COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON/FEDERATION INTERNATIONALE DE LA PRECONTRAINTTE) publicou um apêndice com sugestões especiais para as vigas parede com base nos resultados das pesquisas experimentais de Leonhardt (1968). A ACI também fornece diretrizes para vigas paredes em seu apêndice A.

Outros pesquisadores deram continuidade aos estudos sobre o comportamento de vigas parede nos anos seguintes. De acordo com Borda (2013), Ramakrishnan. & Ananthanarayana, em 1968, obtiveram a expressão carga última analisando o comportamento de 26 vigas de um único vão. Um pouco mais tarde, em 1969, Kameswara Rao & Dayaratnam com o objetivo de determinar os efeitos na resistência última, tendo como parâmetro variável a taxa de armadura, conseguiram resultados experimentais de 13 vigas parede que foram comparados com três diferentes modelos idealizados.

Conforme Borda (2013), os autores Kong & Singh (1972), Kumar (1976) e Kumar (1978), pesquisaram a previsão de cargas últimas, mecanismos de falhas e deslocamentos de vigas altas (vigas parede). Ainda de acordo com o mesmo autor, nas décadas de 80 e 90 foram realizados trabalhos de pesquisa como os de Cusens & Besser (1985) com o intuito de determinar os efeitos gerados pelos carregamentos no topo e base nas vigas parede. Kong *et al.* (1986) estudaram a estabilidade de vigas parede esbeltas de concreto, e Kotsovos (1988) apresentou esclarecimentos das causas da ruptura por cisalhamento.

2.2 DEFINIÇÕES DE VIGAS PAREDE

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, considera-se como vigas parede as vigas altas que seguem os seguintes critérios:

a) para vigas biapoiadas a relação entre o vão e a altura deve ser menor do que dois ($l/h < 2$);

b) para as vigas contínuas a relação entre o vão e a altura é menor do que três ($l/h < 3$).

De acordo com Araújo (2014), para as vigas parede não se aplica a hipótese das seções planas de Navier-Bernoulli, em virtude das grandes distorções sofridas pela seção transversal. Conforme o mesmo autor, em consequência disto, as deformações normais ε_x não apresentam uma variação linear ao longo da altura da viga, como também, mesmo para um material elástico linear, as tensões normais σ_x não apresentam variação linear como ocorrem em vigas esbeltas. Além disso, as vigas parede podem ser analisadas por meio dos Métodos dos Elementos Finitos, podendo ser considerado o comportamento não linear e a fissuração do material. O método das Bielas e Tirantes também é aplicável para análise de vigas parede.

2.3 DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES EM VIGAS PAREDE

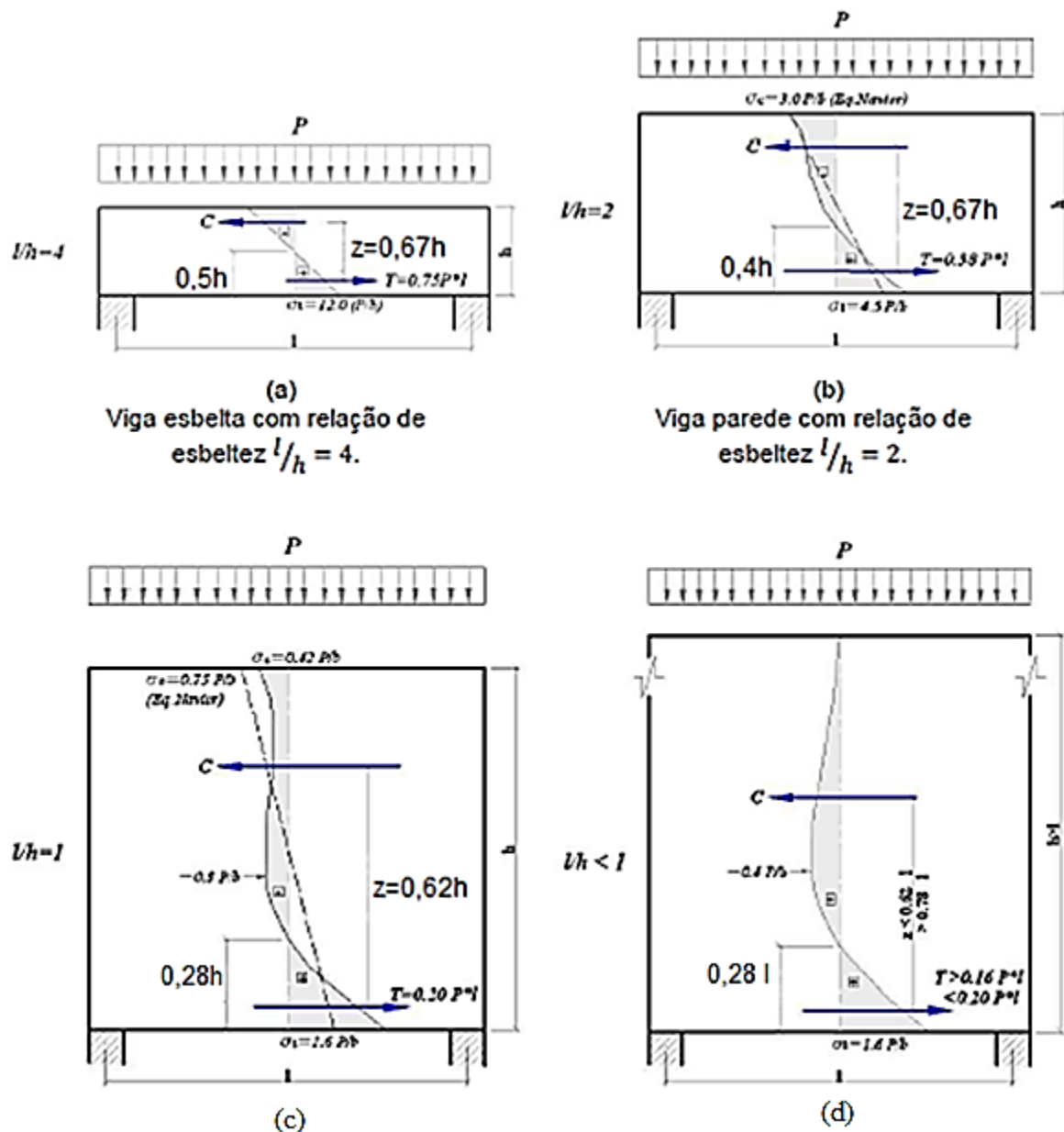
Segundo Santos (1999), é possível notar a diferença do comportamento entre vigas esbeltas e vigas parede a partir da relação $l/h = 2$ e à medida que a relação l/h diminui, mais as tensões se afastam da distribuição prevista pela análise de vigas esbeltas e mais a linha neutra se dirige para baixo. A Figura 2.1 representa a variação de tensões normais σ_x na seção do meio do vão onde as vigas parede estão biapoiadas e submetidas a cargas uniformemente distribuídas para várias relações l/h .

Adicionalmente, para ($l/h = 4$) conforme a Figura 2.1 (a) observa-se que a distribuição de tensões é linear e as seções permanecem planas após a deformação. Para ($l/h = 2$) na Figura 2.1 (b) a viga já é considerada uma viga parede conforme a NBR 6118:2014, onde as seções já não permanecem planas após as deformações e a linha neutra passa a $0,4h$, medida a partir da borda inferior conforme está representado na Figura 2.1 (b). O mesmo acontece para o caso de ($l/h = 1$) Figura 2.1 (c), as seções não se apresentam como planas após a aplicação do carregamento e a linha neutra passa a $0,28h$ da borda inferior da viga.

Segundo Borda (2013), quando ($l/h < 1$) Figura 2.1 (d), o valor da resultante dos esforços de tração tende a se estabilizar a partir de uma altura igual ao vão. Dessa forma, a resultante permanece constante no bordo superior e a seção resistente da viga é apenas a que possui altura equivalente ao vão. A porção da viga que fica acima da altura (h) não contribui

para as parcelas de forças resistentes e atua como uma carga uniformemente distribuída, isto é, passa a ser uma solicitação para a viga. Essa porção é chamada de zona morta. Ainda segundo o mesmo autor, isso ocorre, pois apesar da redução do braço interno de alavanca o valor da resultante do esforço à tração tende a se estabilizar quando a relação de esbeltes é menor do que 1 (um).

Figura 2.1: Variação de tensões normais no meio do vão: (a) $l/h=4$; (b) $l/h=2$; (c) $l/h=1$; (d) $l/h<1$



Fonte: Leonhardt & Mönnig¹,1978 (apud Borda, 2013) (Adaptado).

¹ LEONHARDT, F & MÖNNIG, E. **Construções de concreto**.V.2. Editora Interciência. 1978, 162p.

2.4 INFLUÊNCIA DOS MODOS DE INTRODUÇÃO DE CARGA

Para Araújo (2014), o ponto de aplicação das cargas e o tipo de apoio influenciam diretamente no comportamento das tensões em vigas parede. De acordo com Borda (2013), para as vigas parede, a aplicação das cargas na face superior ou na face inferior representa diferenças na trajetória e distribuição das tensões, que por sua vez definem a configuração final das fissuras. Assim, para o dimensionamento e disposição das armaduras, devem-se distinguir os casos de carregamento superior e inferior, apoio direto e apoio indireto.

2.5 INFLUÊNCIA DA ARMADURA DE ALMA

A presença da armadura de alma nas vigas parede, como nas vigas esbeltas, aumenta a resistência ao cisalhamento. De acordo com Guimarães² (1980 apud JARDIM, 1998), isso ocorre devido ao efeito de encaixe do agregado, que se dá de forma satisfatória quando existe armadura interceptando o plano definido pela fissura diagonal crítica. A armadura de alma permite também o controle da abertura das fissuras originadas das solicitações. As fissuras se propagam nas direções perpendiculares à trajetória das tensões principais de tração, logo a armadura de alma apresenta uma maior eficiência quando disposta perpendicularmente as fissuras e na direção das tensões principais de tração (LEONHARD³, 1968 apud JARDIM, 1998).

Segundo Kong et al.⁴ (1972 apud JARDIM, 1998), o tipo mais eficiente de armadura de alma é a inclinada pois ela é disposta perpendicularmente as fissuras de cisalhamento. Entretanto, a armadura inclinada gera uma maior dificuldade na execução. Assim, conforme Jardim (1998), as principais normas estruturais recomendam o uso de armadura de alma em malha ortogonal formada por estribos verticais e horizontais devido à economia gerada pela facilidade de execução.

² GUIMARÃES, R. B., “Análise experimental de vigas parede de concreto armado enrijecidas por pilares laterais”, Dissertação de mestrado, Deptº eng civil, PUC/RJ, Rio de Janeiro, Setembro 1980, 134 p.

³ LEONHARDT, F., “Poutres-Cloison: Structures planes charges parallèlement à leur plan moyen”, Comité Européen du Béton, Bulletin d’information, nº65, Paris, Février 1968, pp. 1 – 113.

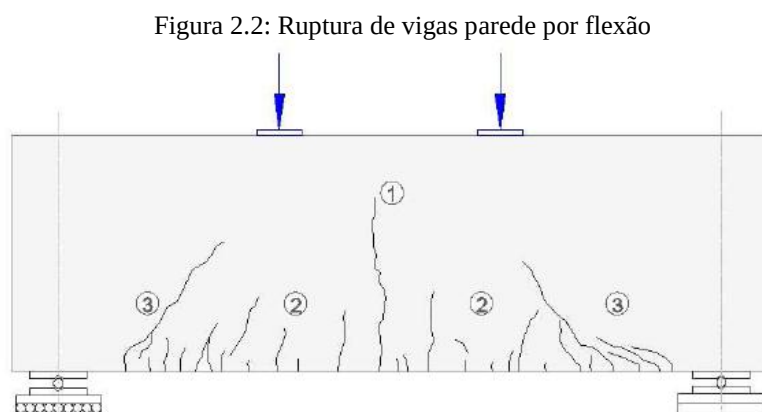
⁴ KONG, F. K., ROBINS, P. J., SINGH, A., SHARP, G. R., “Shear-analysis and design of reinforced concrete deep beams”, The Structural Engineer, vol.50, nº10, October 1972, pp. 405 – 409.

2.6 MECANISMOS DE RUPTURA

Os tipos de ruptura que podem ocorrer em vigas parede são: ruptura por flexão, ruptura por cisalhamento, ruptura por tração diagonal, ruptura por compressão diagonal, ruptura por flexão-cisalhamento e ruptura local.

2.6.1 Ruptura por flexão

Conforme Nepomuceno (2012), a ruptura por flexão é caracterizada pelo escoamento da armadura de flexão no meio do vão. Surgem fissuras verticais que se prolongam desde a borda inferior da viga até quase toda a sua altura. A ruptura se dá por escoamento da armadura, ocorrendo, por vezes, o esmagamento do concreto. A Figura 2.2 ilustra o aparecimento de fissuras em uma viga parede devido à flexão.



Fonte: Borda, 2013.

2.6.2 Ruptura por Cisalhamento

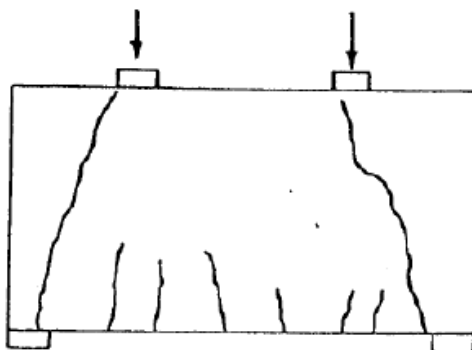
Segundo Borda (2013), a ruptura por cisalhamento das vigas parede se desenvolve nas zonas denominadas bielas de compressão, onde se apresenta a combinação de esforços de corte e de flexão.

2.6.2.1 Ruptura por tração diagonal

Para Santos (1999), a ruptura por tração diagonal na maioria das vezes, ocorre simultaneamente à formação da fissura diagonal. À medida que a carga é aplicada, crescem os

valores das forças de compressão ao longo da biela inclinada e, conseqüentemente, da tração indireta transversal à mesma. A Figura 2.3 representa o modo de ruptura por tração diagonal em uma viga parede biapoiada.

Figura 2.3: Ruptura por tração diagonal em uma viga biapoiada

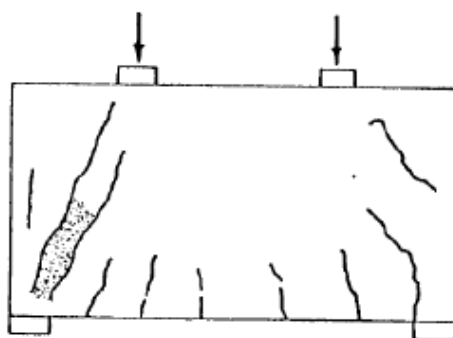


Fonte: Melo⁵, 1984 apud Nepomuceno, 2012.

2.6.2.2 Ruptura de compressão diagonal

De acordo com Nepomuceno (2012), a ruptura por compressão diagonal ocorre após o desenvolvimento da primeira fissura de cisalhamento entre o apoio e o ponto de aplicação da carga, surgem novas fissuras, paralelas à primeira, formando uma biela comprimida. A Figura 2.4 representa a ruptura por compressão diagonal em uma viga parede biapoiada, onde ocorre o esmagamento da biela.

Figura 2.4: Esmagamento da biela em uma viga parede biapoiada



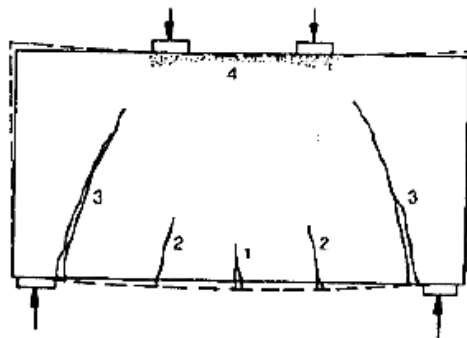
Fonte: Melo⁵, 1984 apud Nepomuceno, 2012.

⁵ MELO, G. S. S. A. **Análise paramétrica de vigas-parede de concreto armado pelo método dos elementos finitos**. 1984.102 p. Tese (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1984.

2.6.3 Ruptura por Flexão – Cisalhamento

Esse tipo de ruptura, de acordo com Nepomuceno (2012), inicia-se pelo escoamento da armadura seguido pelo esmagamento do concreto na zona comprimida. Entretanto, a resistência última ao cisalhamento é atingida antes do esmagamento total do concreto. A Figura 2.5 retrata esse tipo de ruptura.

Figura 2.5: Ruptura por Flexão – Cisalhamento em uma viga parede biapoiada

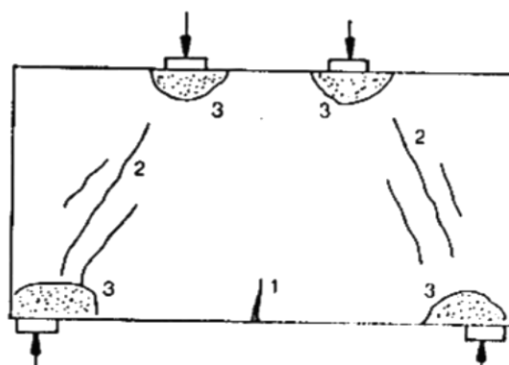


Fonte: Santos, 1999.

2.6.4 Ruptura Local

Conforme Nepomuceno (2012), o estado de tensões sobre os apoios e locais de aplicação de cargas concentradas é tal que pode ocorrer esmagamento do concreto nestas regiões devido às elevadas tensões de compressão, antes que a capacidade resistente da viga tenha sido esgotada. Logo, o dimensionamento e detalhamento dos apoios e às regiões sob os pontos de aplicação de carga concentrada devem ser sempre verificados. A Figura 2.6 ilustra a ruptura local de vigas parede.

Figura 2.6: Ruptura local de uma viga parede biapoiada



Fonte: Santos, 1999.

2.7 REGIÕES B e D EM ELEMENTOS ESTRUTURAIS

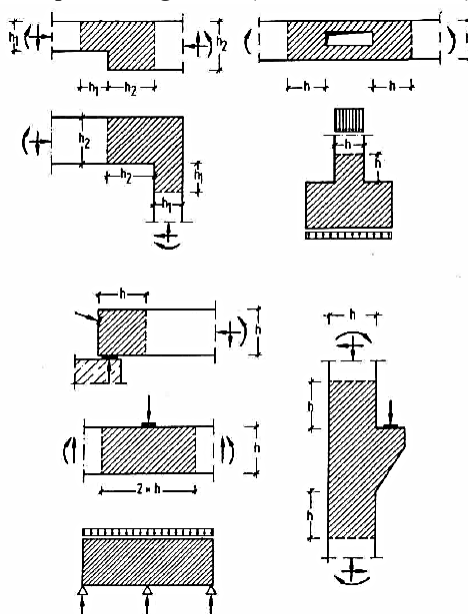
Existem duas regiões nas estruturas, sendo elas denominadas de regiões B e D. As regiões B são aquelas que podem-se aplicar a hipótese de Bernoulli, isto é, possuem distribuição linear de deformações. Nas regiões D, a distribuição de deformações é não linear, isso ocorre perto de cargas concentradas, aberturas e outras descontinuidades.

Enquanto não são formadas fissuras, podem ser analisadas por modelos elásticos lineares, mas para regiões fissuradas, só existem procedimentos de projeto aceitáveis para um número pequeno de casos. Para Campos Filho (1996), uma das principais razões para o comportamento deficiente e falha de estruturas é o tratamento inadequado dado às regiões D.

Deste modo, quando utiliza-se o modelo de bielas e tirantes, deve-se, primeiramente, subdividir a estrutura em regiões B e D. Assim, para as regiões B, o modelo da treliça e os procedimentos de projeto encontram-se bem estabelecidos mas para as regiões D, é necessário analisar e desenvolver o modelo de bielas e tirantes (CAMPOS FILHO, 1996).

Segundo Campos Filho (1996), para descrever o fluxo interno dos esforços nas regiões D, pode-se usar o modelo de bielas e tirantes. Além disso, não é necessária muita precisão para dividir as regiões B e D. Admite-se que a região D é obtida como um acréscimo de uma distância h para cada lado da descontinuidade onde h é igual à altura da região B adjacente conforme é ilustrado na Figura 2.7.

Figura 2.7: Exemplos de regiões D (áreas com hachuras) em estruturas



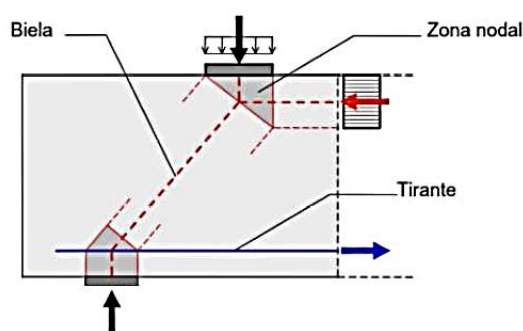
Fonte: Campos Filho, 1996.

2.8 MODELO DE BIELAS E TIRANTES

2.8.1 Introdução

O modelo de bielas e tirantes baseia-se na trajetória das tensões principais onde se busca representar a estrutura real baseada no mecanismo resistente das vigas de concreto armado. Busca-se representar a estrutura real, através de um modelo idealizado, onde se constitui por barras comprimidas e tracionadas, unidas por nós, tal qual uma treliça. De acordo com Santos (1999), as bielas são idealizações dos campos de tensão de compressão no concreto, e os tirantes, dos campos de tensão de tração que são usualmente absorvidos pelas barras da armadura. A Figura 2.8 ilustra o modelo de biela e tirante enfatizando seus elementos.

Figura 2.8: Representação dos elementos do modelo biela e tirantes



Fonte: Miguel et al.⁶,2009 (apud Borda, 2013).

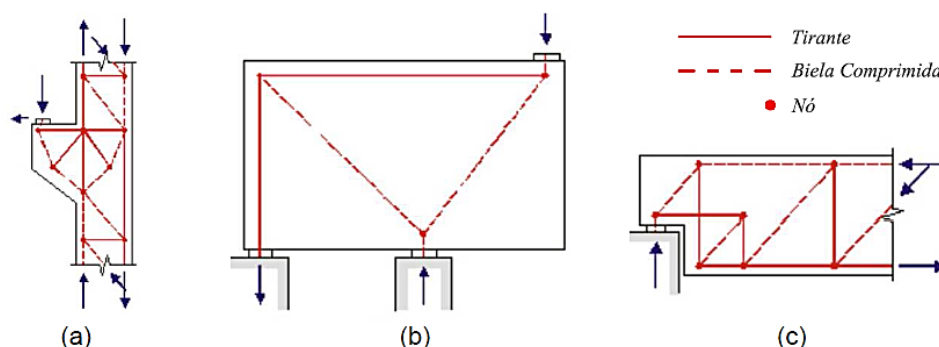
Segundo Nepomuceno (2012), o modelo de bielas e tirantes é um modelo realista, pois ao analisar a estrutura em questão não é necessário separar os esforços solicitantes e as forças internas para equilibrá-los, essa sendo uma vantagem desse modelo.

Nepomuceno (2012) destaca também que qualquer estrutura pode ser representada pelo modelo de bielas e tirantes, principalmente elementos que apresentam um complexo estado de tensões, tais como as vigas parede, consolos, dentes *Gerber*, cunhas de ancoragem de protensão, entre outras situações, abrangendo estruturas de concreto armado e protendido.

Na Figura 2.9 são representados alguns casos de elementos estruturais onde se aplica o modelo de biela e tirante.

⁶ MIGUEL P.F., FERNÁNDEZ M.A., BONET J.L., MARTÍ J.R., NAVARRO K., CASTRO M.C. & PALLARÉS L. **Proyecto de Estructuras de hormigón mediante el Método de las Bielas y Tirantes**. 2ª Ed. Ediciones Vj, , Valencia 2009, 346 p.

Figura 2.9: Aplicação de biela e tirante: a) Consolo; b) Viga parede; c) Dente Gerber;



Fonte: <http://dankuchma.com/stm/STM/Models.htm> (apud Borda, 2013).

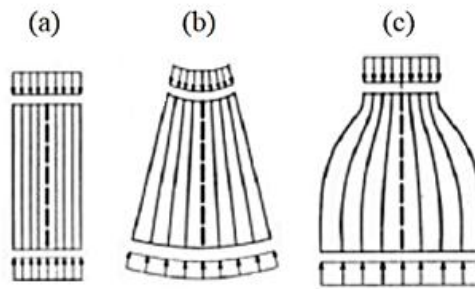
O método de bielas e tirantes baseia-se no teorema do limite inferior da plasticidade. Esse teorema toma como base o princípio de que se o equilíbrio e os critérios de ruptura são satisfeitos, um limite inferior para a carga última é obtido. A compatibilização de deformações não é considerada no modelo, pois não é exigida no teorema do limite inferior e até mesmo devido à complexa distribuição de deformações não lineares que existe em regiões “D” (NEPOMUCENO, 2012).

2.8.2 Bielas

De acordo com Nepomuceno (2012), as bielas são diagonais de concreto que representam discretizações dos campos de compressão no concreto e delimitam-se por duas fissuras consecutivas. A depender da forma como as tensões se distribuem dentro dos elementos estruturais, as bielas podem se configurar de três formas distintas conforme apresentado na Figura 2.10, onde:

- Biela prismática (*prismatic*): trata-se de um campo de tensões que se distribui uniformemente, sem perturbação, e que não produz tensão transversal de tração;
- Biela em leque (*fan-shaped*): trata-se de uma idealização de um campo de tensão com curvatura desprezível, que não desenvolve tensão transversal de tração;
- Biela em garrafa (*bottle-shaped*): trata-se de um tipo de biela que possui a distribuição de tensão em linhas curvilíneas com afunilamento da seção e que desenvolve tensões transversais de tração. A tração transversal combinada com a compressão longitudinal pode causar fissuras que levam a uma ruptura prematura do concreto.

Figura 2.10: Tipos de biela: (a) prismática, (b) em leque e (c) em garrafa



Fonte: Schlaich *et al.*⁷, 1987 (apud Nepomuceno, 2012).

2.8.3 Nós

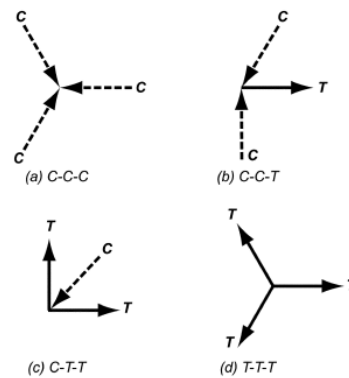
Segundo Borda (2013), as regiões de interseção entre os eixos das bielas e/ou dos tirantes são denominadas nós; são as zonas de equilíbrio das forças internas.

Conforme ASCE - ACI (1998) e ACI 318 (2002) (apud Borda, 2013), para se ter o equilíbrio do modelo de bielas e tirantes, é necessário que, pelo menos, três forças atuem sobre os nós. Cada nó dispõe de duas equações de equilíbrio (somatório das forças no eixo x e em y) e é necessário conhecer uma força para se obter as outras. Por esse motivo, é necessário atuação de três forças nos nós, pois ao se conhecer uma força do nó podem-se determinar as outras duas pelas equações de equilíbrio nos nós. O processo de obtenção das forças é semelhante à resolução de treliças pelo método do equilíbrio dos nós. Na Figura 2.11 são mostrados alguns exemplos comumente observados em problemas que envolvem a resolução de uma estrutura por bielas e tirantes

- C-C-C: Quando a zona nodal é composta por três membros em compressão, ou seja, por bielas (Figura 2.11 (a)).
- C-C-T: Quando existem dois membros em compressão (duas bielas) e um membro em tração (tirante) nos nós (Figura 2.11 (b)).
- C-T-T: No caso de uma biela e dois tirantes (Figura 2.11 (c)).
- T-T-T: Quando o nó é composto por três tirantes (Figura 2.11 (d)).

⁷ SCHLAICH, J.; SCHAFER, K.; JENNEWEIN, M. **Toward a consistent design of structural concrete.** Journal of the Prestressed Concrete Institute, v.32, n. 3, p. 74-150, Mai-Jun 1987.

Figura 2.11: Tipos de nós de acordo com as forças



Fonte: ACI 318, 2008 (Adaptado).

2.8.4 Tirantes

Os tirantes são representações da região onde se observa a tração na peça estrutural. Comumente, são constituídos por barras de aço e responsáveis por resistirem às tensões de tração. Entretanto, em alguns casos mais particulares, os tirantes podem ser de concreto sem armadura, como se pode ter o exemplo nas bielas do tipo garrafa. Segundo Campos Filho (1996), os tirantes de concreto solicitados à tração sem armadura são campos de tensões bidimensionais ou tridimensionais, entre dois nós adjacentes. Os tirantes com armadura solicitados à tração se caracterizam por serem elementos lineares ou unidimensionais entre dois nós adjacentes.

Para Campos Filho (1996), na construção dos modelos de bielas e tirantes usando o fluxo de forças, há casos em que só se garante o equilíbrio se a resistência do concreto à tração for considerada.

Conforme o mesmo autor, a resistência à tração sempre deve ser considerada em caso de campos de tensão não fissurados, apesar de que a maioria das normas de concreto não reconhecem este fato.

Deve-se considerar, em cada caso, qual fração da resistência à tração pode ser usada para suportar cargas e qual fração deve ser usada para tensões decorrentes da retração e da variação de temperatura. Se o campo de tensões de tração é cruzado por um campo de compressão, deve-se adotar uma resistência reduzida (CAMPOS FILHO, 1996).

Para Nepomuceno (2012), a ancoragem da armadura é o mais preocupante com relação aos tirantes. O problema no método de bielas e tirantes é que os tirantes, geralmente, são solicitados a uma força elevada e isso requer uma ancoragem maior. Recomenda-se, para

evitar o esmagamento das regiões nodais, dispor as armaduras ao longo de uma área suficiente grande, para isso deve-se utilizar barras com diâmetros menores e deve-se dispor a armadura em mais camadas.

Com relação aos apoios, a ancoragem se inicia no começo da seção do apoio e deve estender-se até, pelo menos, o fim do apoio. Caso a dimensão do nó não seja suficiente para satisfazer a ancoragem necessária, deve-se prolongar a barra além do nó, o que faz com que parte da força no tirante seja considerada como uma força de compressão atuando por detrás do nó. Logo, as prescrições normativas de ancoragem devem ser obedecidas (NEPOMUCENO, 2012).

Segundo FIB Bulletin 52 (2010) (apud Nepomuceno 2012), a ancoragem ideal em um nó do tipo CCT é feita através de uma placa de ancoragem que transfere a força por detrás do nó, causando compressão no mesmo e aumentando a resistência nodal. Podem ser utilizados também grampos que irão diminuir as tensões atuantes nas barras através de um aumento de área local.

2.8.5 Resistência efetiva das bielas, tirantes e zonas nodais

Para calcular a resistência efetiva dos tirantes basta minorar a resistência característica a tração do aço conforme a Equação 2.1:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2.1)$$

Em que:

$\gamma_s \rightarrow$ Coeficiente de ponderação do aço.

A estimativa da resistência à compressão das bielas e zonas nodais é de extrema importância para garantir a segurança estrutural da peça e permitir que o escoamento da armadura longitudinal ocorra antes do esmagamento do concreto. Logo, a Equação 2.2 representa a resistência de cálculo do concreto.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.2)$$

Em que:

$\gamma_c \rightarrow$ É um coeficiente de ponderação da resistência do concreto.

Nos próximos tópicos serão apresentadas e discutidas algumas formulações de acordo com algumas normas relativas à avaliação da resistência das bielas e regiões nodais.

2.8.5.1 Formulação segundo CEB-FIP *Model Code* 2010 (2010):

Neste item apresenta-se o equacionamento proposto por CEB-FIP (2010) conforme Nepomuceno (2010) e Borda (2013). A Equação 2.3 é aplicada para determinação da tensão limite nos apoios e nas bielas comprimidas variando apenas o parâmetro de redução k_c que para as bielas é dado pelas Equações 2.4 a 2.6, a depender da situação.

$$f_{cdr} = \frac{k_c f_c}{\gamma_c} \quad (2.3)$$

A Equação 2.4 é aplicável para o estado de tensão de compressão uniaxial, mas pode ser aplicada também para regiões que atuam tensões de compressão na direção transversal, situação na qual uma resistência maior pode ser assumida.

$$k_c = 1,0 \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{\frac{1}{3}} \leq 1,0 \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (2.4)$$

A Equação 2.5 é válida para os casos de bielas com fissuras paralelas à direção de compressão e armadura de tração perpendicular às fissuras.

$$k_c = 0,75 \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{\frac{1}{3}} \leq 0,8 \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (2.5)$$

A Equação 2.6 aplica-se para os casos de bielas onde ocorre armadura inclinada em relação à direção da compressão.

$$k_c = 0,55 \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{\frac{1}{3}} \leq 0,55 \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (2.6)$$

Para a verificação das regiões nodais (apoios), o parâmetro k_c é dado pelas Equações 2.7 e 2.8. Onde, para nós em que não existam tirantes ancorados, o fator de redução k_c é calculado pela Equação 2.7.

$$k_c = 1,0 \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{\frac{1}{3}} \leq 1,0 \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (2.7)$$

Para nós onde existam tirantes ancorados em uma ou em duas direções o fator de redução k_c é calculado conforme Equação 2.8.

$$k_c = 0,75 \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{\frac{1}{3}} \leq 1,0 \text{ (} f_{ck} \text{ em MPa)} \quad (2.8)$$

2.8.5.2. Formulações segundo a ACI 318 (2008) – Apêndice A:

Conforme ACI 318:2008, o cálculo da resistência à compressão efetiva do concreto na biela (f_{ce}) é realizado conforme a Equação 2.9.

$$f_{ce} = 0,85\beta_S f'_c \quad (2.9)$$

Em que:

$\beta_S \rightarrow$ É o fator de eficiência da biela que pode ser classificada conforme o item 2.8.3, onde β_S vale 1,0 para bielas prismáticas, 0,75 para bielas em forma de garrafa adequadamente reforçadas e 0,60 para bielas em forma de garrafa reforçadas inadequadamente.

$f'_c \rightarrow$ Resistência à compressão específica do concreto.

O fator de eficiência da biela em forma de garrafa depende da taxa de armadura empregada no elemento. Caso a Equação 2.10 seja satisfeita, o fator de eficiência utilizado é 0,75, caso contrário, utiliza-se 0,60.

$$\sum \frac{A_{si}}{b_S s_i} \sin \alpha_i \geq 0,003 \quad (2.10)$$

Em que:

$A_{si} \rightarrow$ É a área total de armadura com espaçamento s_i na i -ésima camada cruzando a biela, formando um ângulo α_i da armadura com a biela.

$b_S \rightarrow$ É a largura da biela.

$s_i \rightarrow$ É o espaçamento da armadura na i -ésima camada.

$\alpha_i \rightarrow$ É o ângulo entre a i -ésima camada de armadura e o eixo da biela.

A Equação 2.11 é utilizada para calcular a resistência da região nodal.

$$f_{ce} = 0,85\beta_n f'_c \quad (2.11)$$

Em que:

$\beta_n \rightarrow$ É o fator de eficiência de acordo com tipo de nó classificados na seção 2.8.4, equivalente a 1,0 para nós do tipo CCC, 0,80 para nós do tipo CCT e 0,60 para nós do tipo CTT e TTT.

$f'_c \rightarrow$ Resistência à compressão específica do concreto.

2.9 CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO DE VIGAS PAREDE SEGUNDO ARAÚJO (2014)

2.9.1 Armadura do banzo tracionado

Para se calcular a armadura principal longitudinal de tração de vigas parede utiliza-se da Equação (2.12):

$$A_s = \frac{M_d}{Z f_{yd}} \quad (2.12)$$

Em que:

M_d : é o valor do momento fletor de cálculo obtido de forma similar aos das vigas esbeltas;

Z : é o braço de alavanca da viga parede;

f_{yd} : é a tensão de escoamento do aço utilizado.

Algumas equações empíricas (Equações 2.13 a 2.18) foram determinadas de modo a obter o valor do braço de alavanca (Z) de vigas parede, onde as equações variam de acordo com as condições de contorno aplicadas as vigas e a relação vão/altura da viga.

- Para vigas parede biapoiadas:

$$Z = 0,15h \left(3 + \frac{l}{h} \right), \text{ se } 1 < \frac{l}{h} < 2 \quad (2.13)$$

$$Z = 0,6l, \text{ se } \frac{l}{h} \leq 1 \quad (2.14)$$

- Para vigas parede de dois vãos:

$$Z = 0,10h \left(2,5 + \frac{2l}{h} \right), \text{ se } 1 < \frac{l}{h} < 2,5 \quad (2.15)$$

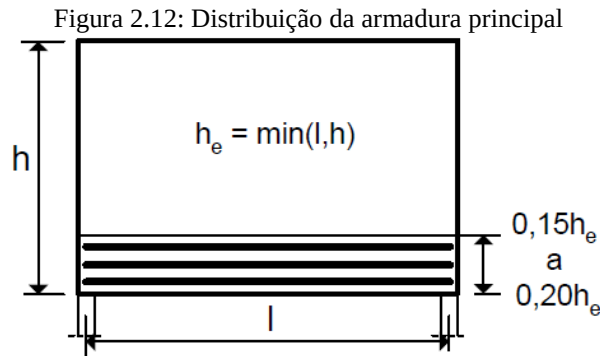
$$Z = 0,45l, se \frac{l}{h} \leq 1 \quad (2.16)$$

- Para vigas parede com mais de dois vãos:

$$Z = 0,15h \left(2 + \frac{l}{h} \right), se 1 < \frac{l}{h} < 3 \quad (2.17)$$

$$Z = 0,45l, se \frac{l}{h} \leq 1 \quad (2.18)$$

Para a situação de vigas parede com único vão, a armadura do banzo tracionado (armadura principal) deve ser distribuída em uma altura de $0,15h_e$ a $0,20h_e$ conforme Figura 2.12. A altura h_e é o menor valor entre l e h . Araújo (2014) ainda ressalta que a armadura deve ser levada de apoio a apoio sem escalonamento e deve ser ancorada, na zona do apoio para uma força $R_{sd} \geq 0,8A_s f_{yd}$. Para situações em que o apoio for curto pode-se fazer a ancoragem por meio de ganchos deitados ou placas de ancoragem.



Fonte: Araújo, 2014.

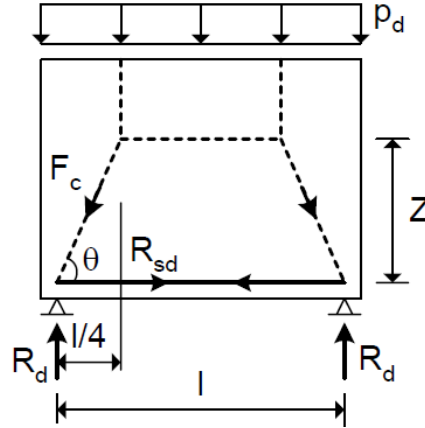
2.9.2 Verificação das tensões de compressão nos apoios

Pode-se verificar as tensões nos apoios de vigas parede através de modelos do tipo bielas e tirantes. Na Figura 2.13 é ilustrado um modelo para vigas parede solicitadas por cargas distribuída. A partir do modelo da Figura 2.13, obtém-se a inclinação da biela (Equação 2.19) e a força de compressão (Equação 2.20).

$$tg\theta = \frac{4Z}{l} \quad (2.19)$$

$$F_c = \frac{R_d}{\sin \theta} \quad (2.20)$$

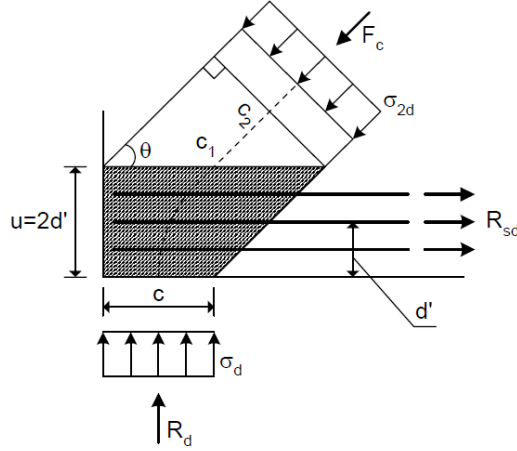
Figura 2.13: Modelo biela e tirante para viga parede biapoiada



Fonte: Araújo, 2014.

Para o dimensionamento das vigas parede, é necessário limitar as tensões de compressão na região dos apoios de modo a evitar o esmagamento do concreto nessas regiões. Para se determinar essas tensões analisa-se o nó de apoio da viga parede conforme Figura 2.14.

Figura 2.14: Tensões nos apoios



Fonte: Araújo, 2014

A variável c , na Figura 2.14, representa a largura do apoio e $2d'$ refere-se a altura do nó de apoio onde d' é a distância do bordo inferior da viga até o centroide da armadura principal. A Equação 2.21 é utilizada para se obter a tensão no apoio e a Equação 2.22 para determinar a tensão na biela inclinada.

$$\sigma_d = \frac{R_d}{bc} \quad (2.21)$$

$$\sigma_{2d} = \frac{R_d}{b(c + u \cot \theta) \sin^2 \theta} \quad (2.22)$$

Para garantir uma maior segurança nos cálculos, deve-se levar em conta a redução da resistência à compressão do concreto devido às tensões de tração que surgem transversalmente (nas regiões de ancoragem das armaduras dos banzos), podendo surgir fissuras no concreto, deve-se considerar um valor reduzido para a resistência à compressão do concreto. Logo, deve-se garantir as condições da Equação 2.23.

$$\sigma_d \leq f_{cdr} \text{ e } \sigma_{2d} \leq f_{cdr} \quad (2.23)$$

Em que, f_{cdr} é dado pela Equação 2.24 e o valor de f_{ck} deve ser dado em MPa.

$$f_{cdr} = 0,60 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} \quad (2.24)$$

Ao comparar as Equações 2.25 e 2.26 pode-se concluir que $\sigma_{2d} \leq \sigma_d$ sempre que $u \geq c \cot \theta$, para este caso basta verificar a tensão de contato no apoio. Caso $u < c \cot \theta$, verifica-se a tensão na biela inclinada, pois estará mais solicitada que o apoio.

$$\text{se } u \geq c \cot \theta \rightarrow \sigma_d \leq f_{cdr} \quad (2.25)$$

$$\text{se } u < c \cot \theta \rightarrow \sigma_{2d} \leq f_{cdr} \quad (2.26)$$

Para situações em que as bielas de compressão produzam um estado de compressão biaxial (apoios internos), deve-se garantir que a Equação 2.27 seja satisfeita.

$$\sigma_d \leq 0,85 f_{cd} \quad (2.27)$$

Conforme Araújo (2014), para vigas parede, o momento de fissuração é menor do que o momento de fissuração das vigas esbeltas. Logo, a armadura mínima é dada pela Equação 2.28:

$$A_{s,minVP} = \lambda A_{s,minVE} \quad (2.28)$$

Em que:

$A_{s,minVP} \rightarrow$ armadura mínima das vigas parede;

$A_{s,minVE} \rightarrow$ armadura mínima das vigas esbeltas;

λ depende da relação l/h (vão/altura).

Nesse sentido, a Tabela 2.1 representa o coeficiente utilizado para o cálculo de armadura mínima de vigas parede.

Tabela 2.1: Coeficiente para o cálculo de armadura mínima de vigas parede

l/h	Λ
2,00	1,00
1,50	0,90
1,25	0,75
1,00	0,55

Fonte: Autor, 2017.

Araújo (2014) faz algumas observações para o cálculo de vigas parede:

- Não usar escalonamento da armadura longitudinal.
- Ancorar nos apoios para a força $Rsd \geq 0,8Asfyd$, ou seja, $As, cal \geq 0,8As$.
- Usar ganchos fechados deitados nas ancoragens em apoios de extremidade.
- Armadura de pele (em cada face lateral, na horizontal e na vertical, formando uma malha). A taxa para armadura de pele é 0,10% para unidade de comprimento da viga parede.

2.10 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Conforme Martha (1994), o método dos elementos finitos é utilizado para analisar diversos tipos de problema da engenharia tais como: estudo dos deslocamentos e tensões em peças mecânicas, barragens, minas, torres, edifícios e coberturas. Essas análises baseiam-se na solução de um problema onde são estabelecidas equações diferenciais parciais relacionando variáveis de campo fundamentais dentro de um determinado domínio, tendo que satisfazer condições de restrições para as variáveis fundamentais e suas derivadas na fronteira do domínio.

Segundo Moraes (2015), o estudo conceitual da teoria do método dos elementos finitos mostra-se cada vez mais relevante para as análises de Estruturas, pois estes conceitos estão presentes em praticamente todos os softwares disponíveis e que, sem dúvida, podem e devem ser utilizados como ferramentas indispensáveis no cotidiano do engenheiro estrutural.

Para Moraes (2015), o MEF baseia-se em uma discretização de domínios, podendo ter geometrias irregulares arbitrarias, assim geram-se elementos polinomiais básicos, que permitem, através da resolução das aproximações em seus nós, chegar a um comportamento aproximado da estrutura como um todo.

Para representar as deformações de uma estrutura o MEF baseia-se no Método de Rayleigh-Ritz. Conforme Assan (1996), esse método determina expressões conhecidas para representar a forma deformada da estrutura. Geralmente são polinômios ou funções trigonométricas que são denominadas funções aproximadoras para os deslocamentos ou funções de forma.

De acordo com o mesmo autor, essas equações são compostas por parâmetros de deslocamentos, que são parâmetros incógnitos. Para se obter esses parâmetros, deve-se resolver um sistema de equações que é obtido através da derivada da energia potencial em relação a cada parâmetro de deslocamento e igualando a derivada a 0 (zero).

Deve-se ser criterioso na escolha da função aproximadora. Ela deve convergir para a verdadeira linha elástica o máximo possível. Ainda, deve-se satisfazer as condições geométricas de contorno da estrutura e, na maioria das vezes, quanto maior o número de parâmetros de deslocamentos mais preciso é o resultado obtido para a linha elástica.

Quando se tem uma estrutura mais complexa, por consequência, é necessária uma maior discretização dessa estrutura para obterem-se resultados mais realistas, no entanto, maior também será o tempo computacional necessário para a resolução do problema.

De acordo com Moraes (2015), quando se utiliza o método dos elementos finitos, sempre que possível, dependendo das propriedades do elemento, deve-se chegar a uma solução aproximada satisfatória com o menor número possível de elementos. Isso deve ser feito com o intuito de economizar recursos computacionais e ainda conseguir resultados realistas. Para este fim, o estudo de convergência de malha é algo primordial para uma análise em elementos finitos.

3 METODOLOGIA

3.1 DESCRIÇÃO DAS ETAPAS DE ESTUDO

O estudo sugerido foi dividido em etapas. A primeira etapa diz respeito ao estudo do tema onde, primeiramente, foram realizadas atividades de embasamento teórico, estudando a literatura. As atividades de embasamento teórico estão relacionadas ao referencial teórico, onde foram feitas: interpretações, análise de dados e informações e elaboração de textos. A fundamentação teórica foi baseada em publicações e pesquisas já existentes na literatura dentre elas: livros, artigos, dissertações e teses, as quais fundamentaram a pesquisa realizada. Ainda na etapa que correspondia à revisão da literatura, buscou-se vigas parede que tenham sido estudadas e possuam resultados de análises experimentais para comparar com as análises desenvolvidas no presente trabalho. As análises realizadas nesse trabalho foram feitas através do Método dos Elementos Finitos no software SAP2000 v15.

A etapa seguinte se deu por adquirir uma maior familiarização com o software SAP2000 de modo a conhecer as suas principais funcionalidades e aplicações em análises de problemas da engenharia de estruturas.

Em seguida, foi realizada a simulação numérica da viga parede encontrada na literatura, onde a simulação foi feita através de análise linear em que o foco principal das análises era obter os resultados de tensões e como as tensões se distribuem nas vigas parede.

3.1.1 Descrição da análise 1

A primeira análise realizada teve o intuito de verificar para qual discretização de malha os valores de deslocamento no meio do vão convergiam. Assim, modelou-se um modelo inicial e a partir dele obteve-se outros modelos através do aumento do número de elementos finitos utilizados. Mantiveram-se todas as propriedades dos materiais e a mesma solicitação externa para todos os casos analisados diferenciando apenas a discretização da malha de elementos. Vale ressaltar que para essa análise foi adotado um módulo de elasticidade para o concreto de 25 GPa e uma solicitação externa de 1200 kN.

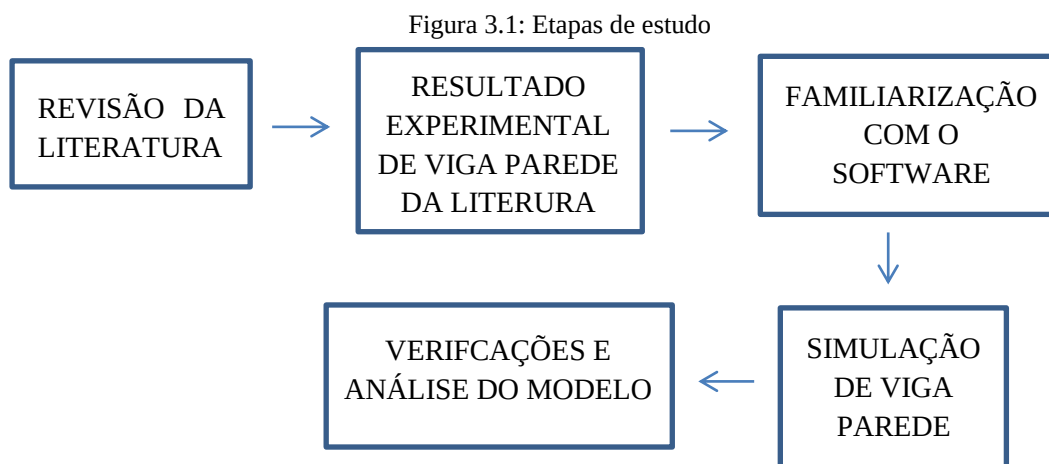
3.1.2 Descrição da análise 2

Na segunda análise, buscou-se comparar o resultado da armadura longitudinal obtida por métodos de dimensionamento analíticos e através da análise linear da viga parede. O método analítico analisado foi o proposto por Araújo (2014) em que também baseia-se em algumas normas de cálculo estrutural. A armadura longitudinal obtida a partir da análise linear se deu através da resultante das tensões horizontais, onde, após obter o valor da força horizontal de tração, obteve-se a área de aço necessária.

3.1.3 Descrição da análise 3

Na terceira análise calculou-se a tensão média no apoio do modelo analisado para então comparar com os valores limites de resistência nos apoios dispostos nas normas de cálculo estrutural. As normas comparadas foram: ACI 318 (2008) – Apêndice A, CEB-FIP (2010), CEB/90 e EC2. Além disso, nesse capítulo pôde-se observar o comportamento das tensões no modelo analisado.

A Figura 3.1 é uma esquematização das etapas desenvolvidas para o estudo proposto.



Fonte: Autor, 2017.

3.2 DESCRIÇÃO DO ESTUDO EXPERIMENTAL

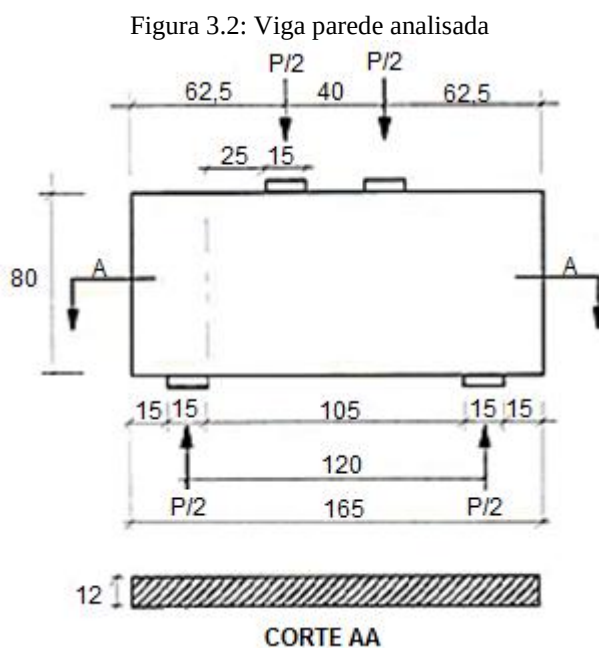
O modelo (viga parede) analisado no presente trabalho foi tomado como base em uma das vigas parede ensaiada por Jardim (1998). Conforme a Figura 3.2, a viga possui as seguintes dimensões: altura de 800 mm, espessura de 120 mm, comprimento total de 1650

mm e vão efetivo de 1200 mm. A viga é solicitada por duas cargas concentradas de igual valor e equidistantes dos apoios, aplicadas no bordo superior.

A viga possui armadura longitudinal em aço CA-60 constituída de oito barras com diâmetro de 10 mm que são estendidas ao longo de todo o comprimento da viga. A armadura principal foi disposta em quatro camadas, onde cada camada contém duas barras de 10 mm totalizando uma área da seção transversal de, aproximadamente, 628 mm². Além da armadura principal, a viga é reforçada com uma malha ortogonal com estribos dispostos na direção horizontal e vertical, sendo que os estribos horizontais posicionam-se mais próximo do bordo inferior da viga e passam por dentro dos estribos verticais. O detalhamento da viga parede ensaiada por Jardim (1998) pode ser observado na Figura 3.3.

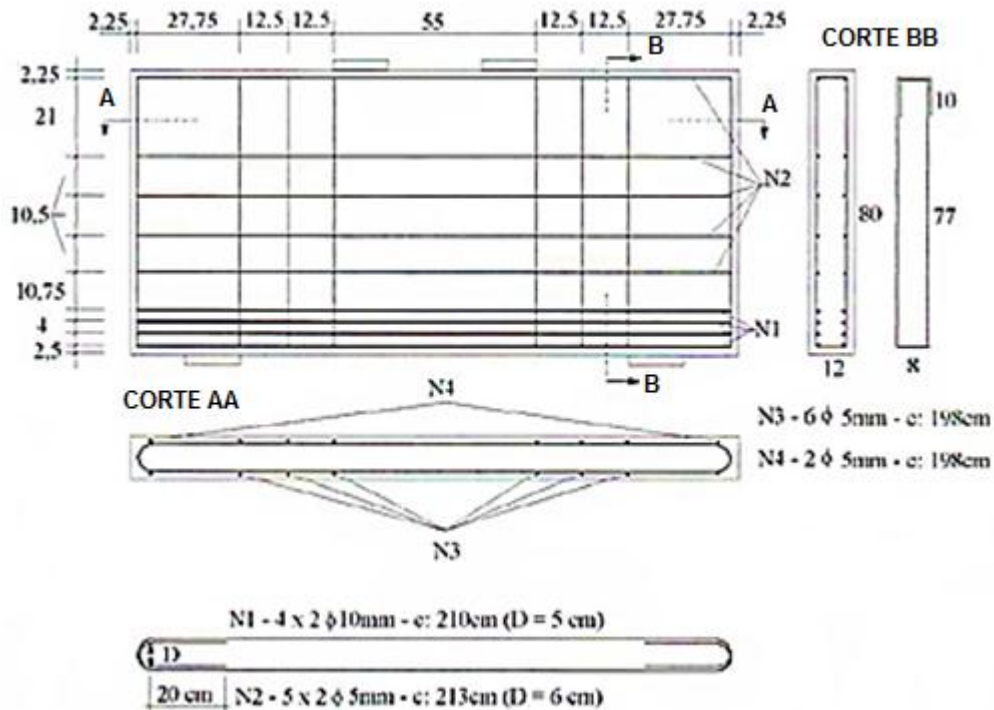
Para determinar algumas das propriedades do concreto como a resistência a compressão, Jardim (1998) moldou 26 corpos de prova 150 mm x 300 mm de acordo com as prescrições da ABNT NBR 5738:1984. Os ensaios realizados para o concreto foram os de compressão simples e tração por compressão diametral. Já para determinação de algumas das propriedades do aço, foi realizado o ensaio de tração simples onde foram utilizadas três amostras de cada diâmetro (10 mm e 5 mm), retiradas de um mesmo lote.

A Tabela 3.1 apresenta alguns resultados da análise experimental realizada por Jardim (1998).



Fonte: Jardim, 1998 (Adaptado).

Figura 3.3: Detalhamento da armadura da viga parede ensaiada por Jardim



Fonte: Jardim, 1998 (Adaptado).

Tabela 3.1: Resistência da viga e cargas de ruptura obtidos por Jardim

f_c (MPa)	f_t (MPa)	f_y (MPa)	P_u (kN)	$P_{fv(F)}$ (kN)	$P_{fv(C1)}$ (kN)	$P_{fv(C2)}$ (kN)	Modo de ruptura
57,5	4,0	612,5	1495	500	500	1400	TD-F*
$P_u \rightarrow$ Carga última. $P_{fv(F)} \rightarrow$ Carga correspondente à formação da 1ª fissura de flexão observada visualmente. $P_{fv(C1)} \rightarrow$ Carga correspondente à formação da 1ª fissura de cisalhamento observada visualmente. $P_{fv(C2)} \rightarrow$ Carga correspondente à formação da 1ª fissura de cisalhamento do tipo c2 observada visualmente. TD-F* $\rightarrow$ Tração diagonal com escoamento da barra inferior da armadura principal.							

Fonte: Jardim, 1998 (Adaptado).

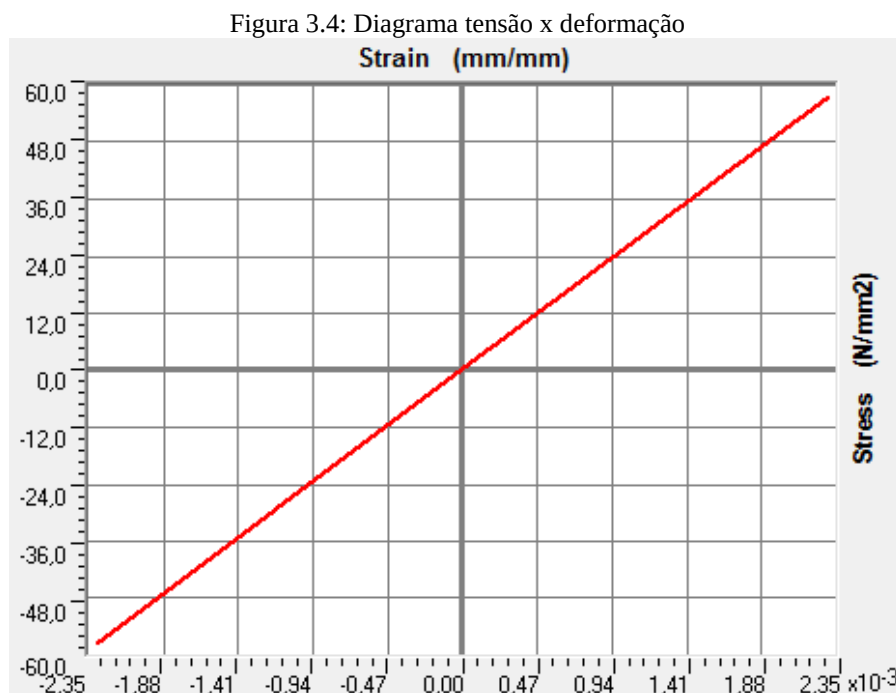
3.3 DESCRIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Na simulação da viga analisada neste trabalho, as cargas são aplicadas sobre chapas de aço com 150 mm de comprimento, 120 mm de largura e 25 mm de espessura (150 mm x 120 mm x 25 mm). As chapas foram utilizadas para que se tenha certa distribuição da carga para a

viga. Buscou-se ser fiel ao modelo ensaiado por Jardim (1998) que possui uma configuração de apoios conforme a Figura 3.2, em que são duas vinculações de primeiro gênero com uma distância entre eles de 1200 mm e uma distância de 225 mm até a extremidade da viga.

Com relação ao concreto, considerou-se um comportamento linear entre as tensões e as deformações, onde a resistência a compressão adotada para a viga foi de 57,5 MPa, valor obtido através de ensaios de compressão simples dos resultados experimentais de Jardim (1998). Devido está trabalhando com análise linear, o software arbitrou a resistência à tração igual à resistência a compressão (Figura 3.4) em que a figura é o diagrama tensão *versus* deformação do concreto, empregado no modelo de elementos finitos.

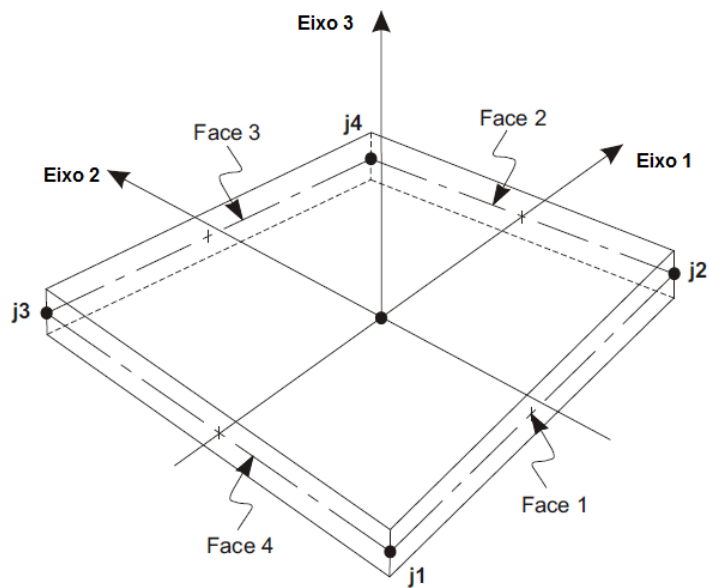
A lei que rege o comportamento elástico dos materiais é a lei de Hooke estabelecida com base na existência de uma relação linear entre as tensões e as deformações dos materiais.



Fonte: Autor, 2017.

Para as chapas (apoios e pontos de aplicação de carga) utilizou-se elementos de área do tipo *shell* e para o concreto elementos *shell – thick*. O objetivo de ter utilizado elementos *shell – thick* no concreto foi para considerar as deformações por cisalhamento no elemento estrutural, assim, leva-se em conta as deformações de cisalhamento no comportamento à flexão da viga parede. Os elementos utilizados no modelo são compostos por 4 (quatro) nós e seguem uma ordem linear. A Figura 3.5 ilustra um elemento finito linear.

Figura 3.5: Elemento finito



Fonte: SAP2000 (Adaptado).

A Tabela 3.2 apresenta os parâmetros empregados no modelo numérico das análises dos Capítulos 5 e 6.

Tabela 3.2: Parâmetros utilizados no modelo linear

E (GPa)	P (kN)	ν
38,8	1200	0,2
$E \rightarrow$ Módulo de elasticidade		
$P \rightarrow$ Solicitação externa.		
$\nu \rightarrow$ Coeficiente de Poisson		

Fonte: Autor, 2017.

O valor do módulo de elasticidade citado na Tabela 3.2 foi estimado conforme o equacionamento disposto no item 8.2.8 da NBR 6118:2014. Para fins de cálculo considerou-se o agregado como sendo granito.

4 ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

Para definir o número de elementos finitos utilizados para realizar as análises do presente trabalho, o modelo numérico foi processado em uma análise linear e foi obtido o deslocamento no meio vão, variando-se a discretização dos elementos no modelo. Essa análise foi feita para uma carga equivalente a 1200 kN. A malha de elementos foi refinada até que o valor de deslocamento vertical no meio do vão começasse a convergir para os diferentes números de elementos finitos verificados. A análise de convergência da malha é relevante devido gerar um modelo com maior fidelidade com o comportamento real da peça, de modo a apresentar resultados mais próximos à realidade e também obter-se um menor trabalho computacional comparado a malhas mais refinadas e que resultam em valores aproximados.

De acordo com SAP2000, o coeficiente de forma de um elemento não deve ser muito grande. Para um elemento quadrilátero o coeficiente de forma é a relação entre o maior lado e o menor lado do polígono formado. Para melhores resultados, o coeficiente de forma deve ser próximo de 1 (um), ou no máximo igual a 4 (quatro).

A Tabela 4.1 apresenta os valores de deslocamento para cada malha analisada.

Tabela 4.1: Discretização da malha

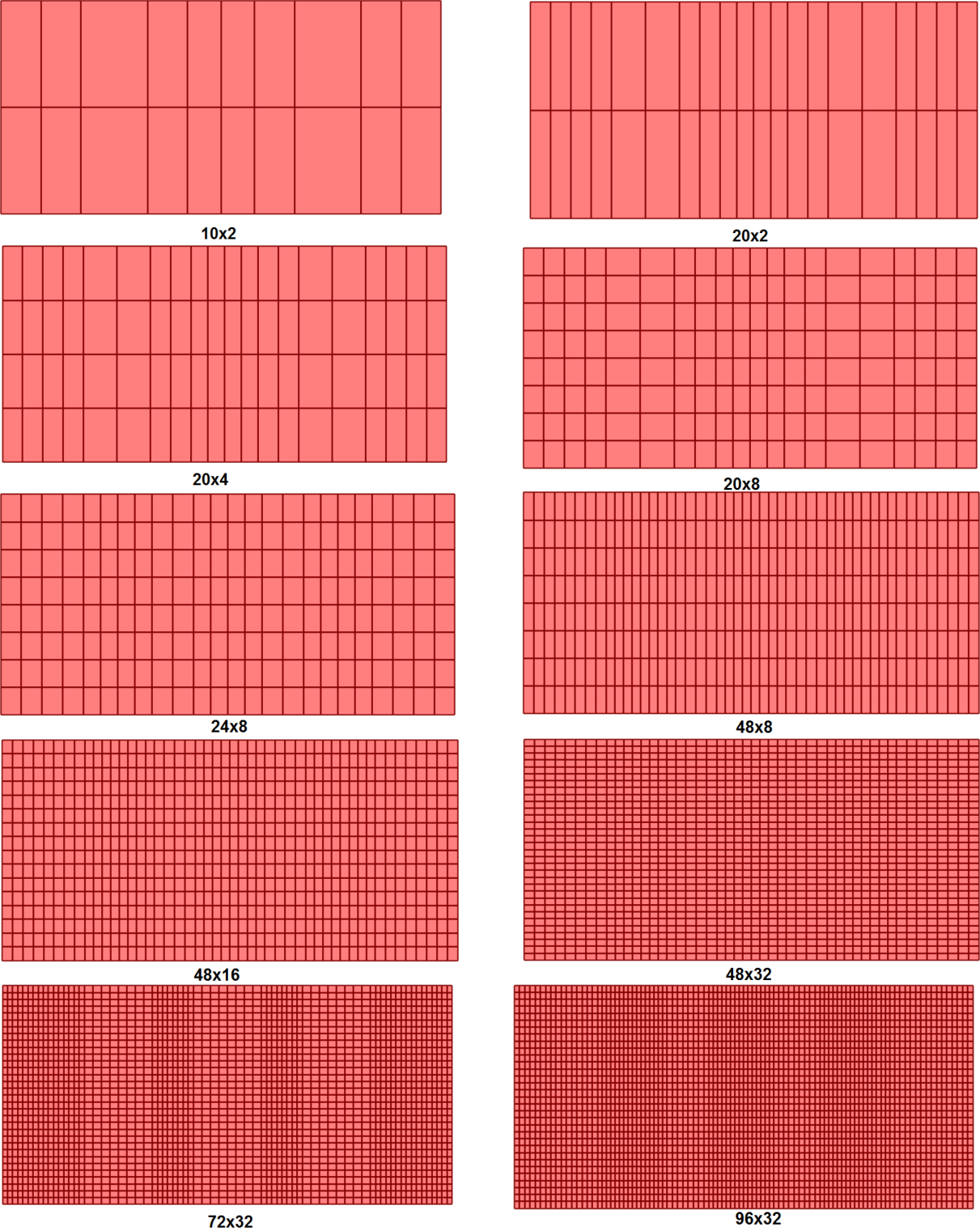
Malha	Número de elementos	Deslocamento (mm)
10x2	20	0,9043
20x2	40	0,6638
20x4	80	0,701
20x8	160	0,7204
24x8	192	0,7245
48x8	384	0,7332
48x16	768	0,742
48x32	1536	0,7452
72x32	2304	0,7557
96x32	3072	0,7562

Fonte: Autor, 2017.

Como podem ser observados na Tabela 4.1 e no Gráfico 4.1 os valores de deslocamento começaram a convergir para um valor bem aproximado a partir da malha 48x16 onde o critério de escolha foi que a malha apresentou um erro próximo de 1% com relação à malha anterior. Essa malha foi discretizada em 768 elementos.

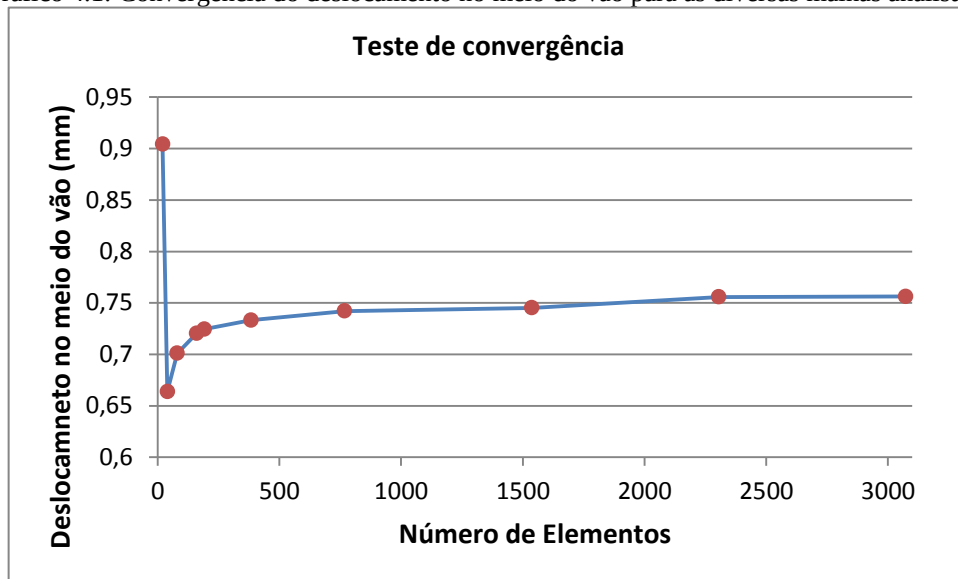
A Figura 4.1 apresenta os 10 modelos analisados para teste de convergência da viga parede.

Figura 4.1: Malhas analisadas no teste de convergência



Fonte: Autor, 2017.

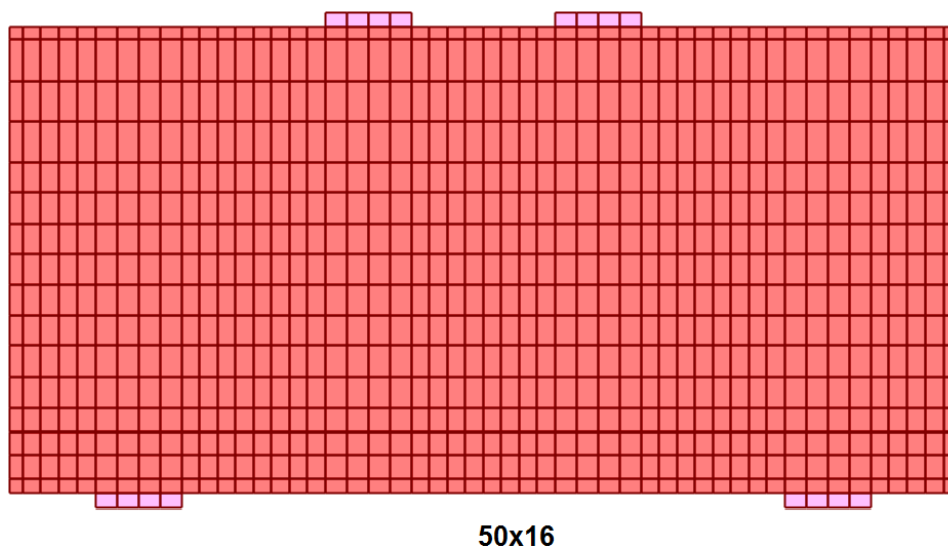
Gráfico 4.1: Convergência do deslocamento no meio do vão para as diversas malhas analisadas



Fonte: Autor, 2017.

A malha definida para ser analisada é a malha 50x16 da Figura 4.2. Essa malha não está entre as malhas analisadas no teste de convergência de malha, entretanto, apresentou resultados que convergiram para os resultados do teste de convergência. Essa malha foi adotada com o intuito de aproximar ao máximo possível à viga parede analisada com a viga parede ensaiada por Jardim (1998) buscando realizar algumas análises que só seria possível com essa discretização.

Figura 4.2: Malha adotada para análises



Fonte: Autor, 2017.

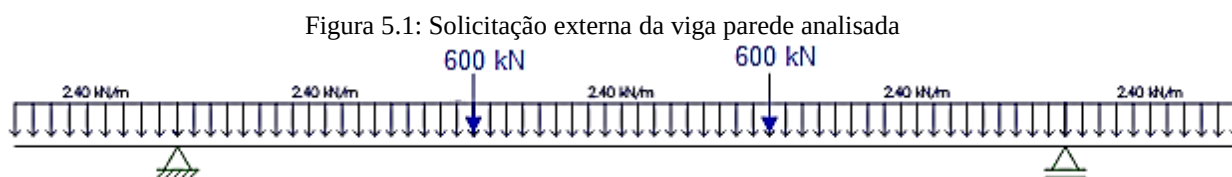
5 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL

Neste capítulo serão obtidos e comparados os valores da área de aço necessária para armadura longitudinal da viga parede analisada de acordo com o equacionamento proposto por Araújo (2014) e através da análise linear do modelo através do SAP2000.

5.1 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO O MÉTODO ANALÍTICO PROPOSTO POR ARAÚJO (2014)

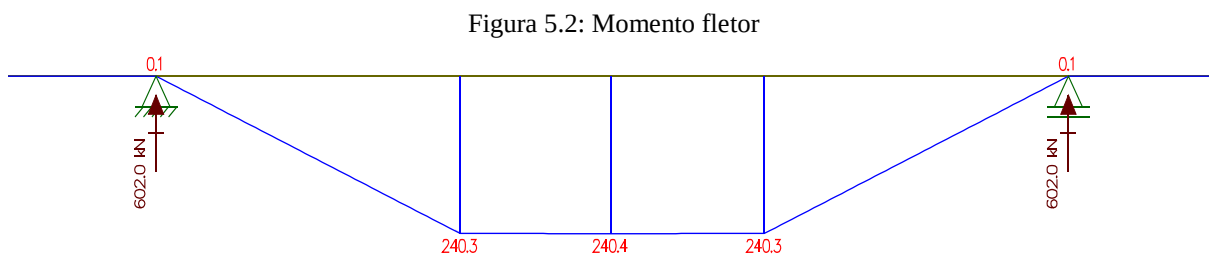
5.1.1 Determinação das cargas e momento fletor solicitante

A Figura 5.1 ilustra as cargas a qual a viga parede analisada foi submetida, onde o valor da carga distribuída é equivalente ao peso próprio da viga e está disposto na Tabela 5.1. As cargas concentradas foram determinadas de acordo com as cargas utilizadas nos ensaios do modelo experimental de Jardim (1998).



Fonte: Autor, 2017.

O esforço interno gerado utilizado para o dimensionamento da armadura longitudinal é do tipo momento e pode ser observado na Figura 5.2.



Fonte: Autor, 2017.

5.1.2 Determinação da área de aço necessária

A determinação da área de aço necessária para a armadura principal é obtida conforme a Equação 5.3 onde, primeiramente, obtém-se o braço de alavanca Z conforme as Equações 5.1 e 5.2.

$$Z = 0,15 \times 0,8 \left(3 + \frac{1,2}{0,8} \right) \quad (5.1)$$

$$Z = 0,54 \text{ m} \quad (5.2)$$

A tensão de escoamento do aço adotada para a determinação da armadura principal está presente na Tabela 3.1. Esse valor foi obtido experimentalmente por Jardim (1998). Logo, a área de aço necessária para a armadura longitudinal é dada nas Equações 5.3 e 5.4.

$$A_s = \frac{240,4 \text{ kNm}}{0,54 \text{ m} \times 61,25 \text{ kN/cm}^2} \quad (5.3)$$

$$A_s = 7,27 \text{ cm}^2 \quad (5.4)$$

É necessário verificar se a área de aço determinada através do momento fletor gerado é superior à área de aço mínima necessária, sendo a área de aço mínima necessária obtida na Equação 5.8. As Equações 5.5 a 5.8 correspondem à determinação da armadura mínima para vigas parede onde, inicialmente, determina-se a armadura mínima para uma viga esbelta e a partir desse valor e o coeficiente λ , que depende da relação l/h , determina-se a área de aço mínima para vigas parede. Essas equações foram mostradas na seção 2.9 deste trabalho e podem ser encontradas em Araújo (2014).

$$A_{min,VE} = \frac{0,15 \times 12 \times 80}{100} \quad (5.5)$$

$$A_{min,VE} = 1,44 \text{ cm}^2 \quad (5.6)$$

$$A_{min,VP} = 0,9 \times 1,44 \quad (5.7)$$

$$A_{min,VP} = 1,3 \text{ cm}^2 \quad (5.8)$$

Para a área de aço da Equação 5.4, pode-se utilizar 6 (seis) barras de aço de 12,5 mm distribuídas em 3 (três) camadas com 2 (duas) barras por camada. A área de aço obtida pelo equacionamento proposto por Araújo (2014) corresponde a um valor maior do que o utilizado no modelo experimental o qual utilizou 8 (oito) barras de 10 mm distribuídas em 4 (quatro) camadas. O número de barras utilizadas e o valor da área de aço efetiva estão dispostos na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Dados para o dimensionamento segundo equacionamento do Araújo (2014)

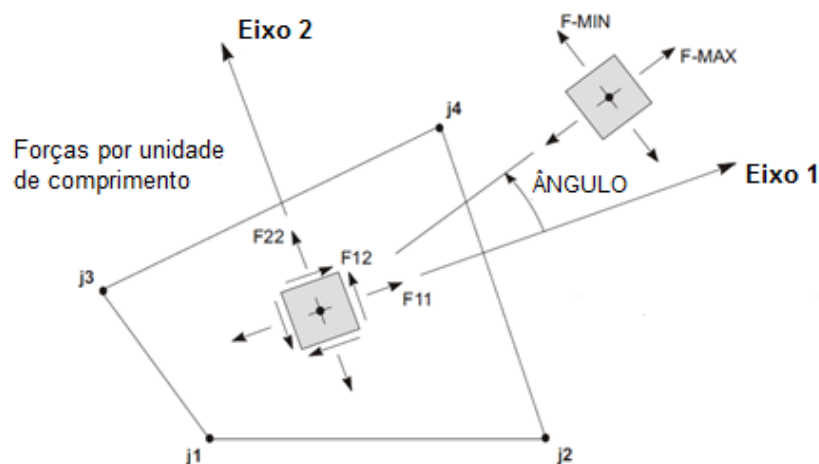
$P.P (kN/m)$	$P (kN)$	$A_{\phi} (cm^2)$	N_b	$A_T (cm^2)$
2,4	1200	1,227	6	7,36

Fonte: Autor, 2017.

5.2 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL SEGUNDO ANÁLISE LINEAR DA VIGA PAREDE

O software utilizado permite que se façam análises dos esforços internos gerados no modelo idealizado pelo usuário. As forças internas que o software apresenta estão representadas na Figura 5.3.

Figura 5.3: Representação das forças no SAP2000

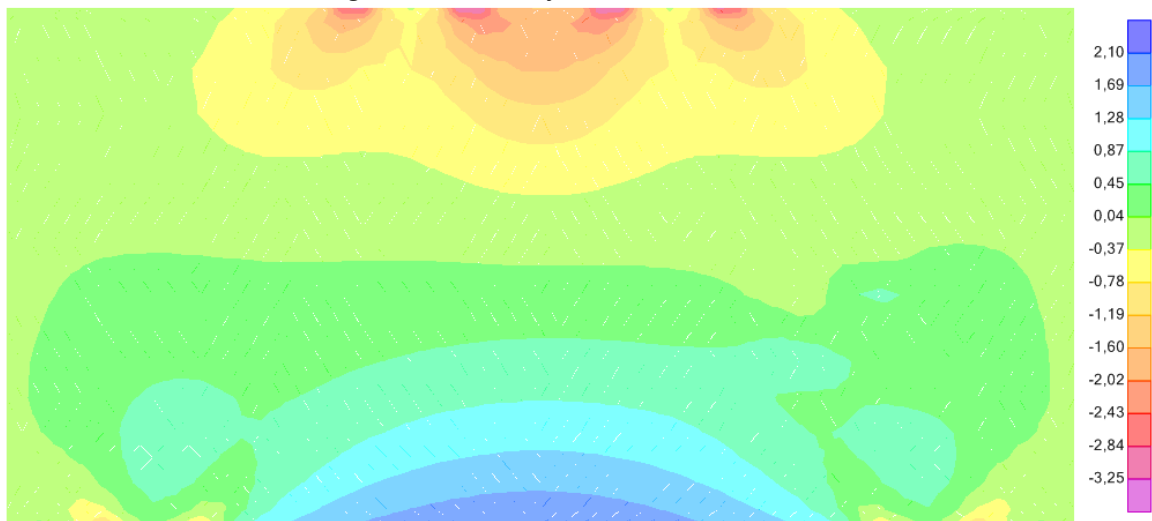


Fonte: SAP2000 (Adaptado).

Para realizar o dimensionamento da viga parede segundo análise linear, onde as tensões no concreto são proporcionais às deformações (Figura 3.4), foi verificado através do software utilizado para as análises (SAP2000) o comportamento das tensões horizontais no

concreto (S_{11}). A Figura 5.4 ilustra o comportamento das tensões horizontais no concreto dadas em kN/cm^2 .

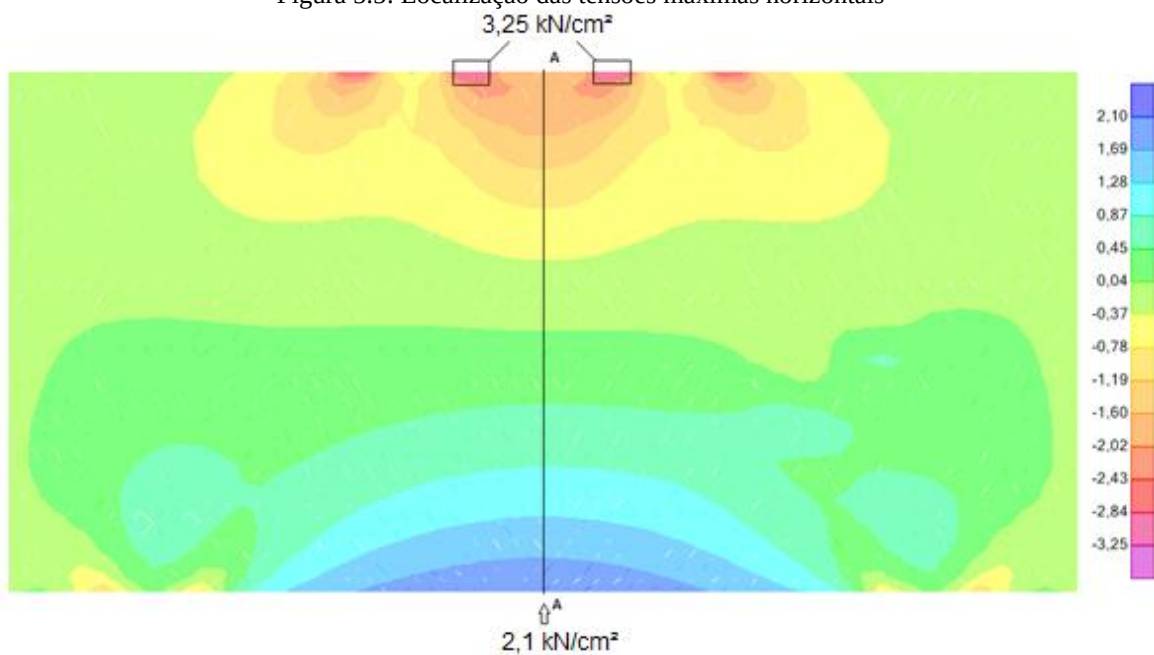
Figura 5.4: Distribuição das tensões horizontais



Fonte: Autor, 2017.

Observa-se, na Figura 5.5, que a tensão horizontal máxima de compressão foi de aproximadamente $3,25 \text{ kN/cm}^2$ e localizou-se próximo aos pontos de aplicação das cargas, mais precisamente, entre as chapas de aplicação das cargas. Já a tensão máxima de tração foi de aproximadamente $2,1 \text{ kN/cm}^2$ e localiza-se no bordo inferior da viga parede, mais precisamente no meio do vão (Figura 5.5).

Figura 5.5: Localização das tensões máximas horizontais



Fonte: Autor, 2017.

Entretanto, devido o dimensionamento das armaduras através da distribuição das tensões horizontais apresentarem uma maior complexidade e devido o software fornecer a resultante das tensões horizontais (F_{11}) utilizou-se a resultante das tensões horizontais para o dimensionamento das armaduras, a qual é ilustrada na Figura 5.6.

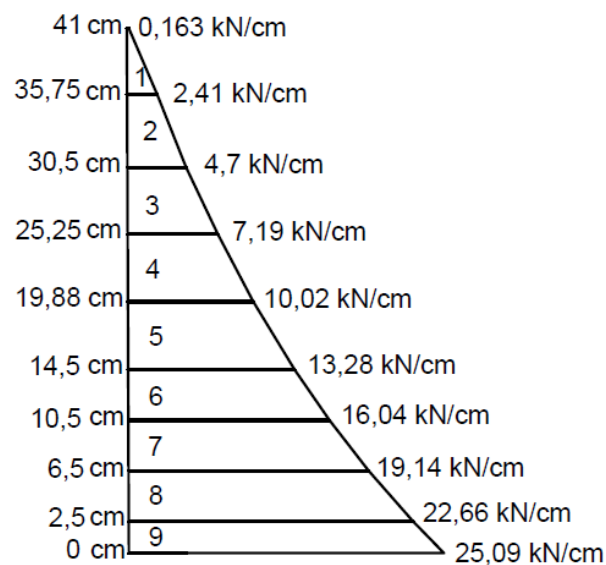
Figura 5.6: Resultante das tensões horizontais na análise linear



Fonte: Autor, 2017.

A distribuição da resultante de tração na seção central da viga parede se deu conforme a Figura 5.7. Essa distribuição está situada na seção central da viga (seção AA) em que a seção central está representada na Figura 5.5.

Figura 5.7: Distribuição da resultante de tração na seção central da viga parede



Fonte: Autor, 2017.

Para determinar a resultante de tração calculou-se a área da Figura 5.7, a qual foi calculada por meio de uma planilha desenvolvida no Excel 2010 (Tabela 5.2) que se caracteriza pelo cálculo dos diversos trapézios gerados na região tracionada da peça (abaixo da linha neutra).

Tabela 5.2: Cálculo da resultante de tração no concreto

Resultante de esforço			
	Altura	Base	Área
	41	0,163	
1	35,75	2,41	6,75
2	30,5	4,7	18,66
3	25,25	7,19	31,21
4	19,88	10,02	46,21
5	14,5	13,28	62,68
6	10,5	16,04	58,64
7	6,5	19,14	70,36
8	2,5	22,66	83,6
9	0	25,09	59,69
Resultante			437,80 kN

Fonte: Autor, 2017.

Para o dimensionamento das armaduras utilizou-se a tensão de escoamento do aço obtida por Jardim (1998) a qual foi equivalente a 612,5 MPa. A determinação da área de aço necessária se deu de acordo com as Equações 5.9 a 5.11

$$A_s = \frac{Resultante}{f_y} \quad (5.9)$$

$$A_s = \frac{437,80 \text{ kN}}{61,25 \text{ kN/cm}^2} \quad (5.10)$$

$$A_s = 7,15 \text{ cm}^2 \quad (5.11)$$

Utilizando-se barras de 12,5 mm são necessárias 6 (seis) barras de aço conforme apresentado na Tabela 5.3 que serão distribuídas em 3 (três) camadas contendo 2 (duas) barras

em cada camada. Nesse sentido, a Tabela 5.3 apresenta os resultados equivalentes à área de aço necessária obtida pela análise linear do modelo.

Tabela 5.3: Resultados do dimensionamento segundo análise linear

$A_{\phi} (cm^2)$	N_b	$A_T (cm^2)$
1,227	6	7,36

Fonte: Autor, 2017.

Pôde-se observar que os resultados obtidos de área de aço requerida para armadura longitudinal através do equacionamento proposto por Araújo (2014) e análise linear da viga parede convergiram para um valor aproximado. O equacionamento proposto por Araújo (2014) apresentou apenas uma área de aço necessária 1,68% maior do que a obtida pela análise linear no SAP2000. Entretanto, ao utilizar 6 (seis) barras de 12,5 mm para as duas situações fez com ambas tivessem a mesma área de aço efetiva.

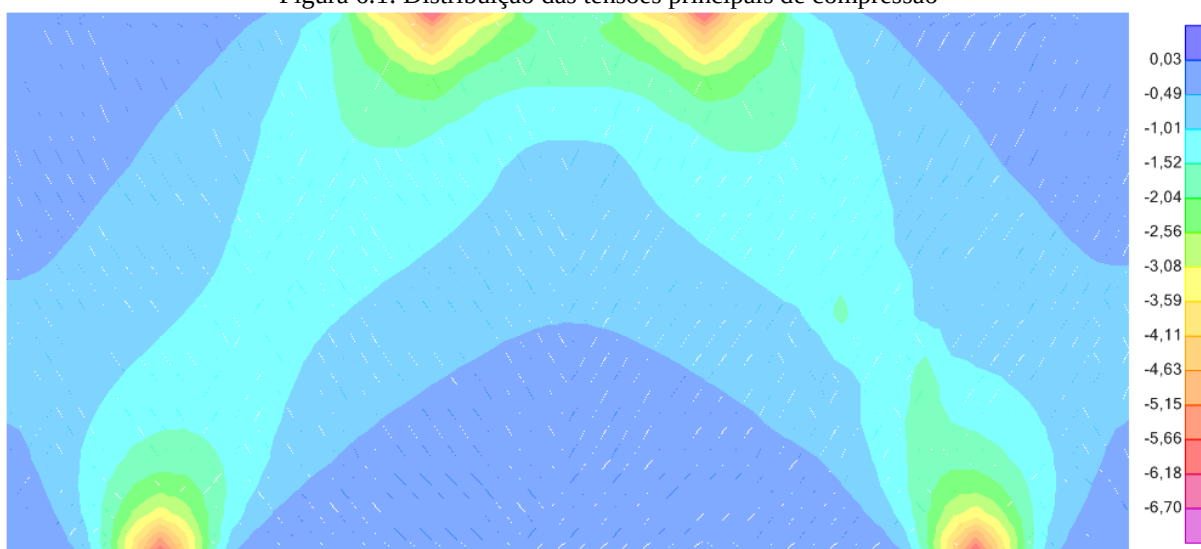
É importante ressaltar que as áreas de aço determinadas pelos dois métodos descritos anteriormente são superiores a área de aço utilizada na viga ensaiada por Jardim (1998). É válido destacar ainda que a carga última de solicitação externa aplicada no modelo de Jardim é superior à carga aplicada no modelo analisado deste trabalho, cerca de 24,5% a mais de solicitação externa. Isso deixa a entender que a armadura dimensionada neste capítulo está a favor da segurança já que ela apresenta-se 17,13% maior que a do modelo ensaiado e para uma solicitação inferior a do modelo experimental.

6 TENSÕES PRINCIPAIS DE COMPRESSÃO E TENSÕES NOS APOIOS

Neste capítulo apresenta-se como se distribuíram as tensões principais de compressão na viga parede analisada e foram comparadas as tensões nos apoios do modelo estudado com as tensões limites nos apoios segundo algumas normas de cálculo estrutural.

As tensões principais de compressão se distribuem conforme a Figura 6.1, onde se pode observar que são formadas duas bielas na diagonal entre os pontos de aplicação das cargas e os apoios. Observa-se ainda que a região entre apoios, próximo ao bordo inferior, está toda tracionada caracterizando a necessidade de barras de aço (tirantes) para resistir às tensões de tração já que o concreto não apresenta uma boa resistência à tração. Essa distribuição de tensões já era a esperada onde se aplica o clássico modelo de bielas e tirantes.

Figura 6.1: Distribuição das tensões principais de compressão



Fonte: Autor, 2017.

Apesar de existirem várias normas que tratam da verificação da resistência das bielas e resistência dos nós de apoios, não existe um consenso com relação a esses valores. Cada uma das normas apresentam formulações que estipulam valores limites das tensões nas bielas e apoios de vigas parede através de modelos de bielas e tirantes baseados em ensaios experimentais. Dessa forma, verificou-se a tensão limite nos apoios e na biela comprimida do modelo idealizado de acordo com a ACI 318 (2008) – Apêndice A, CEB-FIP (2010), CEB/90 e EC2, equações dispostas também em Araújo (2014).

Para isso, verificou-se o mais solicitado entre a biela e o apoio que pode ser feito de acordo com as com a Equação 2.25 da seção 2.9.

6.1 TENSÃO NOS APOIOS

Conforme mostrado na seção 2.9 é necessário à verificação das tensões nos apoios e na biela. As Equações 6.1 e 6.2 representam a inclinação da biela.

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{4 \times 0,54}{1,2} \quad (6.1)$$

$$\theta = 61^\circ \quad (6.2)$$

Para determinar a altura do nó do apoio deve-se determinar o d' da peça o qual é determinado nas Equações 6.3 e 6.4. Considerou-se a distribuição da armadura principal determinada no Capítulo 5, um cobrimento nominal de $2,5 \text{ cm}$ e estribo com diâmetro de 5 mm . Adotou-se que a armadura será distribuída até $0,20h_e$.

$$d' = 2,5 + 0,5 + 1,25 + 4,875 + 1,25/2 \quad (6.3)$$

$$d' = 9,75 \text{ cm} \quad (6.4)$$

As Equações 6.5 a 6.7 (apresentadas no item 2.9.2) são utilizadas para verificar qual o mais solicitado entre a biela e o apoio. Caso a equação seja satisfeita significa que o apoio é o mais solicitado.

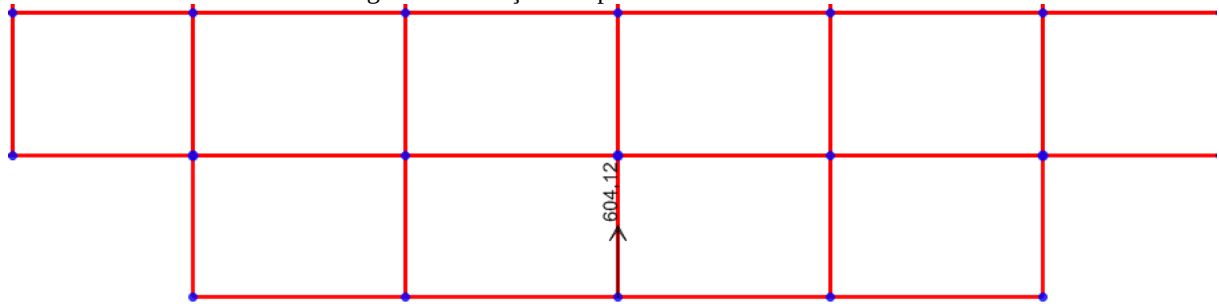
$$c \cot \theta < 2d' \quad (6.5)$$

$$15x \cot 61^\circ < 2 \times 9,75 \quad (6.6)$$

$$8,31 \text{ cm} < 19,5 \text{ cm} \quad (6.7)$$

Logo, como a Equação 6.5 foi satisfeita o apoio é mais solicitado que a biela. Assim, utiliza-se a Equação 6.8 (apresentada no item 2.9.2) para determinar a tensão média no apoio. A Figura 6.2 ilustra o valor da reação de apoio do modelo idealizado.

Figura 6.2: Reação de apoio do modelo idealizado



Fonte: Autor, 2017.

$$\sigma_d = \frac{604,12}{12 \times 15} \quad (6.8)$$

$$\sigma_d = 3,36 \text{ kN/cm}^2 \quad (6.9)$$

A tensão limite no apoio segundo a ACI 318 (2008) é determinada conforme a Equação 2.11 apresentada no item 2.8.5.2, onde o valor de β_n depende do nó analisado. Para o modelo analisado neste trabalho, o nó é classificado como do tipo C-C-T, expressão a qual foi definida no item 2.7.4. A representação do tipo de nó do modelo analisado pode ser observada na Figura 6.3.

Figura 6.3: Representação do tipo de nó do apoio analisado



Fonte: ACI 318, 2008 (Adaptado).

Logo, a tensão limite no apoio do modelo analisado de acordo com a ACI é dada conforme as Equações 6.10 e 6.11.

$$f_{ce} = 0,85 \times 0,8 \times 5,75 \quad (6.10)$$

$$f_{ce} = 3,91 \text{ kN/cm}^2 \quad (6.11)$$

Utilizando o equacionamento proposto pelo CEB-FIB MC (2010) a tensão limite no apoio é determinada conforme as equações apresentadas no item 2.8.5.1, onde o parâmetro k_c é definido de acordo com o tipo de nó. Como o nó da viga parede analisada é conforme a Figura 6.3, então utiliza-se a Equação 2.8 que é para o caso de tirantes ancorados em uma ou duas direções no nó. O valor de k_c pode ser verificado nas Equações 6.12 e 6.13. O valor da tensão limite nos apoios de acordo com CEB-FIB MC (2010) pode ser observado nas Equações 6.14 e 6.15.

$$k_c = 0,75 \left(\frac{30}{57,5} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (6.12)$$

$$k_c = 0,6 \quad (6.13)$$

$$f_{cdr} = \frac{0,6 \times 5,75}{1,4} \quad (6.14)$$

$$f_{cdr} = 2,46 \text{ kN/cm}^2 \quad (6.15)$$

De acordo com Araújo (2014) a resistência do nó pelo CEB/90 é dada pela Equação 6.16. Portanto, o valor da tensão limite nos apoios podem ser observados nas equações 6.17 e 6.18.

$$f_{cdr} = 0,60 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} \quad (6.16)$$

$$f_{cdr} = 0,60 \left(1 - \frac{57,5}{250} \right) 5,75 \quad (6.17)$$

$$f_{cdr} = 2,66 \text{ kN/cm}^2 \quad (6.18)$$

Conforme Araújo (2014) para se determinar a resistência do nó de acordo com EC2 utiliza-se a Equação 6.19.

$$f_{cdr} = 0,85 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} \quad (6.19)$$

Logo, o valor da tensão limite nos apoios podem ser observados nas equações 6.20 e 6.21.

$$f_{cdr} = 0,85 \left(1 - \frac{57,5}{250} \right) 5,75 \quad (6.20)$$

$$f_{cdr} = 3,76 \text{ kN/cm}^2 \quad (6.21)$$

A Tabela 6.1 apresenta os valores adimensionalizados de tensão limite nos apoios segundo as normas, comparados com o menor valor obtido entre eles.

Tabela 6.1: Comparação dos valores de tensão limite nos apoios das normas

NORMAS	f_{cdr}
ACI 318	1,589
CEB-FIP MC	1
CEB/90	1,08
EC2	1,528

Fonte: Autor, 2017.

Dessa forma, comparando o resultado da Equação 6.9 com os resultados das Equações 6.11, 6.15, 6.18 e 6.21 e os valores adimensionalizados apresentados na Tabela 6.1, fica claro que não existe consenso com relação à tensão limite das bielas e dos nós dos apoios das equações desenvolvidas por modelos de bielas e tirantes, dispostas nas normas. Assim, fica a critério do projetista escolher as sugestões de verificação mais convenientes, visto que existem equações mais conservadoras (a favor da segurança) do que outras.

Comparando os resultados obtidos através dos equacionamentos dispostos nas normas em relação ao menor deles (CEB-FIB MC) observa-se que o valor obtido de acordo com a ACI foi 58,9% maior, o CEB/90 apresentou um valor 8% maior e EC2 52,8% maior. Observa-se também que os valores da ACI 318 e EC2 se aproximam entre si e os valores do CEB-FIB MC e CEB/90 são aproximados entre si.

A Tabela 6.2 apresenta os valores adimensionais de tensão limite nos apoios segundo as normas comparados com o valor obtido na análise linear do modelo.

Tabela 6.2: Comparação dos valores de tensão limite nos apoios das normas com o valor solicitado

NORMAS	f_{cdr}
ACI 318	1,16
CEB-FIP MC	0,73
CEB/90	0,79
EC2	1,12

Fonte: Autor, 2017.

Analisando os resultados, observa-se na Tabela 6.2 que de acordo com a ACI 308 (2008) e EC2 o apoio do modelo idealizado neste trabalho estaria seguro contra ruptura localizada (Figura 2.6). Comparando a tensão média no apoio (Equação 6.9) com o valor obtido segundo a ACI 308, o valor da tensão média no apoio foi 16% menor que a tensão média, segundo a análise linear. Comparando com EC2, o valor da tensão média no apoio é 12% menor.

Já para CEB-FIP (2010) e CEB/90 o apoio não estaria seguro contra ruptura localizada já que a tensão no apoio foi maior que a resistência do nó. Comparando com o resultado do CEB-FIP a tensão média no apoio foi 27% maior e comparando com CEB/90 21% maior.

7 CONCLUSÕES

As vigas parede são elementos com vasta aplicação estrutural. Esses elementos estão sendo mais estudados com o passar do tempo, entretanto, ainda precisam de uma maior atenção e abordagem na literatura. O fato de existir certa complexidade com relação a esses elementos, por serem classificados como elementos especiais, muitas vezes deixam de ser utilizados como soluções estruturais.

Com relação ao estudo de elementos estruturais utilizando o Método dos Elementos Finitos é importante que se tenha um cuidado com a malha de elementos utilizada. Como pôde-se observar no Capítulo 4, existe uma certa discretização de malha para se modelar um determinado problema, onde os valores variam conforme mudam-se o número de elementos finitos utilizados. Mas, existe certa dicretização de malha, que a partir dela, os valores analisados tendem a convergir para um mesmo valor ou valores muito aproximados. Assim, modelando-se um número conveniente de elementos finitos em uma malha pode-se alcançar resultados realistas e garantir um menor trabalho computacional por utilizar uma malha menos refinada.

Com base no Capítulo 5 pôde-se observar que o equacionamento proposto por Araújo (2014) apresenta-se de forma satisfatória, comparando-se com uma modelagem de elementos finitos e analisando de forma linear uma viga parede. Os valores de área de aço necessária, comparados entre os dois métodos analisados, apresentou uma margem de erro em relação ao menor valor deles de 1,65%, comprovando que o equacionamento apresenta resultados satisfatórios.

No Capítulo 6 pôde-se observar que os equacionamentos das normas de cálculo estrutural divergem quando se trata de tensões limites nos apoios. Ao analisar o equacionamento da ACI 318 (2008), CEB-FIP (2010), CEB/90 e EC2, comparando com o valor da tensão média no apoio da viga parede modelada neste trabalho, pôde-se perceber o quanto que esses valores variam. Pela ACI 318 (2008) e EC2 o apoio do modelo analisado estaria seguro, pois a tensão média é menor do que a tensão limite no apoio, de acordo com as normas mencionadas. Já de acordo com CEB-FIP (2010) e CEB/90 a tensão limite nos apoios é menor do que a tensão média no apoio do modelo analisado, portanto, estaria contra a segurança para essas normas. Assim, fica claro que não existe um consenso entre as normas de cálculo estrutural com relação a tensões limites nos apoios, cada uma delas apresenta um equacionamento diferente e que geram resultados distintos.

REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary (ACI 318R-08)**. Farmington Hills: Michigan, 2008.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. 4. ed. Rio Grande do Sul: Dunas, 2014.

ASSAN, Aloisio Ernesto. Métodos energéticos e análise estrutural. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1996.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6.118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

BORDA, Ricardo Arturo Amado. **Análise experimental de vigas parede de concreto reforçado com bambu**. 2013. 123 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

CAMPOS FILHO, A. **Detalhamento das estruturas de concreto pelo método das Bielas e Tirantes**. Porto Alegre, 1996. Apostila da disciplina de Tópicos Avançados em Concreto da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

JARDIM, Liana de Lucca. **Análise experimental de vigas parede com concreto de alta resistência reforçadas ao cisalhamento**. 1998. 220 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, 1998.

MARTHA, L. F. **Método dos Elementos Finitos**. (Notas de Aula do Curso CIV-2118). ed. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 1994.

MORAIS, Eduardo Pains de; PAIVA, Guilherme Oliveira Ferraz de. **ANÁLISE NÃO LINEAR DE VIGAS PAREDE UTILIZANDO MÉTODO DOS ELEMENTOS**

FINITOS. In: CONGRESSO TÉCNICO CIENTÍFICO DA ENGENHARIA E DA AGRONOMIA CONTECC' 2015, 72, 2015, Fortaleza. **Anais.** Fortaleza, 2015.

NEPOMUCENO, Chaira Lacerda. **ANÁLISE DE VIGAS PAREDE APLICANDO MODELO DE BIELA E TIRANTE E MICROTRELIÇA.** 2012. 160 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, 2012.

SANTOS, Gláucia Gleice Maciel. **ANÁLISE SISTEMÁTICA DE VIGAS PAREDE BIAPOIADAS DE CONCRETO ARMADO.** 1999. 150 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1999.

SAP2000. **CSI Analysis Reference Manual.** Berkeley, 2011.

SOUZA, Rafael Alves de; BITTENCOURT, Túlio Nogueira; FIGUEIRAS, Joaquim Azevedo; PIMENTEL, Mário Jorge de Seix. **Dimensionamento e Verificação de Uma Viga parede Complexa Utilizando o Método das Bielas e Análise Não-Linear.** Engenharia Estudo e Pesquisa, Rio de Janeiro, v. 6, n.2, p. 71-80, 2003.