

RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES COMPLEXOS POR MEIO DO MÉTODO DA ELIMINAÇÃO DE GAUSS

Estefanie Rayane Silva de Oliveira, Matheus da Silva Menezes (Orientador)

O presente artigo contempla uma abordagem analítica e numérica de sistemas lineares complexos que podem ser encontrados nas mais diversas áreas das ciências exatas. Em particular, nos problemas que envolvem a análise de circuitos elétricos em corrente alternada, em virtude da presença de componentes cuja grandeza, denominada de reatância, ser expressa em formato de número imaginário. Com a aplicação de técnicas de análises conhecidas, como a Lei de Kirchhoff das Malhas, origina-se um sistema linear composto por números complexos e pode-se estudar alternativas para resolvê-lo. Dessa forma, o objetivo proposto foi aplicar o método numérico da Eliminação de Gauss para encontrar a solução desses tipos de sistemas. Para verificar a eficácia da execução do método de Gauss foi realizada a sua implementação em um ambiente computacional denominado Scilab, de forma a comparar duas maneiras existentes de manipular os números complexos. Contudo, o estudo se baseou analisando em cada caso, o tempo necessário para encontrar a solução e o erro associado à real solução dos problemas examinados.

Palavras chave: *Sistema de Equação Linear; Números Complexos; Circuitos Elétricos; Método de Eliminação de Gauss.*

1 Introdução

Os sistemas lineares desempenham papel fundamental na resolução de problemas práticos diversos, com aplicações gerais no campo da engenharia e em boa parte das ciências. Basicamente, consistem no conjunto de duas ou mais equações lineares que descrevem problemas possíveis e impossíveis de ter uma solução determinada. Segundo [2], a solução de equações algébricas lineares é provavelmente o processo numérico mais utilizado para simular situações do mundo real. Em particular, a análise de circuitos elétricos por meio da aplicação das Leis de Kirchhoff é um exemplo prático que envolve a formação de sistemas lineares. No entanto, quando a análise é realizada em circuitos no domínio da frequência, surge a necessidade de manipular equações com números complexos, devido a presença de elementos reativos denominados de capacitores e indutores.

Evidentemente os sistemas lineares complexos demandam mais tempo e processamento nas etapas de resolução, visto que as operações com números complexos requerem um tratamento mais custoso manual e computacionalmente, principalmente quando comportam grande quantidade de variáveis. Por esse motivo, é viável a implementação de um método numérico eficiente para resolvê-los, tal como a utilização dos métodos diretos da Eliminação de Gauss e a Fatoração LU. Assim, os métodos diretos em princípio, produzem uma solução, se houver, em um número finitos de operações aritméticas. Por isso, ter uma fundamentação teórica sólida sobre os métodos numéricos, dentre suas vantagens e dificuldades computacionais agrega grandemente o conhecimento acadêmico.

Dessa forma, o presente trabalho será desenvolvido por meio da descrição dos conceitos associados a sistemas de equações lineares complexos e pela exemplificação dos conceitos encontrados na análise de circuitos elétricos de corrente alternada. Além disso, irá apresentar simulação de tais problemas no ambiente computacional do Scilab, através da implementação do método da Eliminação de Gauss, com a finalidade de observar a eficiência nos resultados.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Equação Linear

Uma equação é linear se cada termo contém não mais do que uma variável e cada variável aparece na primeira potência [3]. Genericamente é escrita como:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b \tag{1}$$

em que $x_1, x_2, \dots, x_n$ são as variáveis da equação, $a_1, a_2, \dots, a_n$ são os respectivos coeficientes das variáveis e b é o termo independente.

É muito frequente em diferentes problemas matemáticos a presença de mais de uma variável desconhecida, desse modo, tais problemas podem ser descritos facilmente por uma equação linear e possivelmente solucionados.

2.2 Sistema de Equações Lineares

A realização de um agrupamento com mais de uma equação linear compõe um sistema de equações lineares. Segundo [3], uma variedade de problemas nas engenharias se reduz a resolver um sistema de equações simultâneas, como por exemplo, a determinação do potencial em redes elétricas e o cálculo da tensão na estrutura metálica da construção civil. Desse modo, um sistema de equações algébricas lineares consiste em um conjunto de m equações polinomiais com n variáveis x_i , ($i = 1, 2, \dots, n$), de grau 1 [2], escrito genericamente como:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots & \quad \quad \quad \ddots & \quad \quad \quad \vdots & = & \quad \quad \quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad (2)$$

em que a_{ij} e b_i podem ser números reais ou imaginários e $i, j \geq 1$, $(i, j = 1, 2, \dots, n)$.

O sistema linear é também representado comumente em sua notação matricial:

$$Ax = b \tag{3}$$

em que,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (4)$$

corresponde a matriz dos coeficientes,

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (5)$$

corresponde ao vetor com as variáveis, e

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}_{m \times 1} \quad (6)$$

é o vetor com os termos independentes.

Por meio da junção entre (4) e (6), é possível obter outra representação para o sistema linear:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix}_{m \times n+1} \quad (7)$$

denominada de matriz ampliada do sistema.

Esses passos são realizados na primeira etapa do método, chamada de fase de eliminação, em que ocorre por colunas. A saber, o pivô corresponde sempre ao primeiro elemento não nulo de cada linha, dado da seguinte forma:

$$a_{ii}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Caso o pivô seja igual ou aproximadamente zero, deve-se realizar o processo chamado de pivoteamento, em que no início da etapa j na fase de eliminação, o novo pivô a ser adotado será o componente de maior módulo entre os coeficientes que se encontram na mesma coluna e nas linhas subsequentes, representados por:

$$a_{ij}^{(j-1)}, \quad i = j, j+1, \dots, n. \quad (10)$$

Ao apontar esse valor, permuta-se as linhas i e j da matriz para que o pivô seja atualizado. De posse do pivô, deve-se calcular o multiplicador de cada linha que se encontra abaixo dele, representado e calculado por:

$$mL_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{jj}}, \quad \forall \quad i > j \quad (11)$$

com $a_{jj} \neq 0$, para evitar uma indeterminação. Feito isso, o objetivo seguinte é anular os elementos abaixo do pivô por meio da atualização das linhas da matriz, utilizando:

$$L_i \leftarrow L_i - mL_{ij} \times L_{pivo} \quad (12)$$

em que L_i corresponde a linha a ser atualizada e L_{pivo} é a linha onde se encontra o pivô.

Finalmente, após avaliar o pivô em todas as colunas da matriz e formar o sistema em triangular superior conforme mostrado na Equação (8), deve-se realizar a segunda e última etapa do método, a chamada fase de substituição. Nessa fase é efetuada o processo denominado de retrossubstituição para encontrar a solução, isto é, é possível determinar o valor de x_n da última equação do sistema trabalhado, substituir esse valor na penúltima equação, encontrar x_{n-1} e assim sucessivamente até chegar a primeira variável x_1 , conforme mostrado algebricamente a seguir:

$$\begin{cases} x_n = \frac{b_n}{a_{nn}}, \\ x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j}{a_{ii}}, \quad i = n-1, \dots, 1. \end{cases} \quad (13)$$

Diante do exposto, pode-se afirmar que o uso do método da Eliminação de Gauss é viável para resolver problemas matemáticos que envolvem a formação de sistemas lineares quadráticos, de ordem $n \times n$, mesmo que em muitos casos a solução encontrada seja um valor aproximado. Visando saber o quão próximo a solução obtida se aproximou da real, pode-se calcular o chamado vetor residual, obtido por:

$$r = b - A\bar{x} \quad (14)$$

sendo $\bar{x}$ o vetor solução encontrado após a resolução do sistema linear. Em seguida devemos estabelecer o erro associado ao método, determinado pelo maior valor do vetor residual da Equação (14), representado por:

$$erro = \max \|r\|_{\infty} \quad (15)$$

de modo que, a simbologia $\|x\|$ é denominada de norma e consiste no modo usual de expressar a magnitude de um vetor x ou uma matriz x . Quanto o termo ∞ está presente, representa a norma de máxima magnitude. Vale salientar que quanto mais próximo de zero for o valor do erro, melhor foi a aproximação com a solução real.

2.5 Circuitos Elétricos

Na análise de circuitos elétricos é muito útil a capacidade de manipular algebricamente números complexos que, por sua vez, foram criados para permitir a extração de raízes quadradas de números negativos.

2.5.1 Números Complexos

Há dois modos de representar um número complexo: a forma cartesiana (ou retangular) e a formar polar (ou trigonométrica) [4]. Na forma retangular é escrito como:

$$z = a + ib, \quad (16)$$

em que a e b representam, respectivamente, o componente real e o componente imaginário de z , $i^2 = -1$, denominado de unidade imaginária.

Na forma polar, é escrito como:

$$z = c/\underline{\theta}, \quad (17)$$

em que c é o seu módulo e θ é o ângulo de fase, lê-se: $\{ "z \text{ igual a } c \text{ fase } \theta "$.

É possível converter um número expresso na sua forma polar para a forma retangular, usando:

$$\begin{cases} a = c \cos(\theta) \\ b = c \sin(\theta) \end{cases} \quad (18)$$

e da forma retangular para a polar, obtém-se por:

$$\begin{cases} c = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \arctg\left(\frac{b}{a}\right) \end{cases} \quad (19)$$

Exemplos de problemas com esta tipologia são facilmente encontrados na análise de circuitos elétricos de corrente alternada, em que o valor da tensão ou da corrente são variáveis ao longo do tempo.

2.5.2 Circuitos de Corrente Alternada (CA)

Em circuitos de corrente alternada as formas de ondas mais estudadas são as senoidais, presente em diversos sistemas elétricos, eletrônicos, de comunicação e industriais. Segundo [4] nestes tipos de ondas, o sinal gerado varia senoidalmente ao longo do tempo e pode ser expresso matematicamente por uma função seno ou cosseno. Utilizando a função cosseno, uma tensão CA senoidal é representada como:

$$v = V_m \cos(\omega t + \theta) \quad (20)$$

sendo V_m a amplitude da onda, ω a frequência angular, t o tempo e θ o ângulo de fase.

Para fins de cálculo, outro modo de expressar a Equação (20) é utilizando o fasor, um número complexo em formato polar. A transformada fasorial transfere a função senoidal do domínio do tempo para o domínio dos números complexos, que também é denominado domínio da frequência, visto que, de um modo geral, a resposta depende de ω [4]. A abreviação que simplifica essa expressão é a notação angular, utilizando:

$$v = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle \theta \quad (21)$$

Além das fontes de tensão e corrente senoidais, os circuitos CA são formados também pela combinação entre resistores, capacitores e indutores. Esses três elementos possuem uma característica denominada de impedância (Z) medida em ohms (Ω), um número complexo dado por:

$$Z = R \pm j(X_L \text{ ou } X_C) \quad (22)$$

sendo R a parte real, X_L ou X_C a parte imaginária, denominada de reatância. De acordo com [4] a impedância de um resistor é R , a de um indutor é:

$$X_L = j\omega L \quad (23)$$

e a de um capacitor é dada por:

$$X_C = -1/j\omega C \quad (24)$$

sendo L e C , respectivamente, a indutância, medida em Henry (H), e a capacitância, medida em Faraday(F). Nesse caso, a unidade imaginária é representada pela letra j para evitar confusões com a variável que representa a corrente elétrica nos circuitos.

Dado o exposto, é possível estabelecer uma relação entre os circuitos de corrente alternada e os números complexos, visto que na análise desses circuitos se aplicam técnicas conhecidas, como por exemplo, a Lei de Kirchhoff das Malhas. Sua aplicação gera um conjunto de n equação e n incógnitas, ou seja, um sistema linear cuja dimensão n é definida pelo número de malhas ou "janelas" presente no circuito. O método das malhas é baseado no princípio de conservação da energia e diz que a soma algébrica de todas as tensões ao longo de qualquer caminho fechado em um circuito é igual a zero [4].

$$V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0 \quad (25)$$

Vale salientar que a tensão sobre os elementos do circuito é calculada pela Lei de Ohm no domínio da frequência, estabelecida por:

$$V = ZI \quad (26)$$

sendo V a tensão, Z a impedância e I a corrente elétrica ambos em formato de número complexo. Para simplificar, será apresentado a abordagem padronizada da aplicação do método das Malhas segundo [1], definida pelos seguintes passos:

1. Associe uma corrente no sentido horário para cada malha fechada independente do circuito e adote o mesmo sentido para percorrer a malha.
2. Cada equação é formada pela soma algébrica das impedâncias pelas quais a corrente de malha de interesse passa, multiplicada pela corrente arbitrária dessa malha. Em seguida é subtraído o valor da impedância dos elementos que são percorridos por outra corrente além da de interesse, multiplicado por essa outra corrente.
3. À direita do sinal de igualdade fica a soma algébrica das tensões das fontes de tensão CA, em que é adotado sinal positivo para quando corre uma elevação de tensão, ou seja, a corrente de malha passa do terminal negativo para o positivo da fonte. Caso contrário, é adotado sinal negativo.
4. Solucione o sistema de equações lineares resultante para obter as correntes de malha desejadas.

Ao final da montagem das equações de malha, no caso de circuitos em corrente alternada, será formado um sistema linear complexo que terá como incógnitas a corrente elétrica em cada malha.

2.6 Sistemas Lineares Complexos

Os sistemas lineares formados por números complexos podem ser solucionados da mesma maneira que os sistemas lineares reais, baseado nas etapas expostas na Subseção 2.4. No entanto, é evidente que o cálculo manual na manipulação aritmética de números complexos é mais trabalhoso. Para facilitar a resolução desse tipo de problema, pode-se aplicar os métodos numéricos em um contexto computacional, com certo cuidado adicional.

Desse modo, os sistemas complexos podem ser resolvidos tanto pelos algoritmos implementados em uma linguagem de programação que suporta aritmética complexa quanto pelos algoritmos implementados com aritmética real [2]. No primeiro caso, é introduzido o número complexo diretamente. E no segundo caso, é necessário uma transformação prévia do sistema complexo em um real.

Dado um sistema complexo na forma $Ax = b$, a transformação é realizada fazendo as seguintes substituições:

$$\begin{cases} A = A_r + A_j, \\ x = x_r + x_j, \\ b = b_r + b_j, \end{cases} \quad (27)$$

sendo A_r e A_j matrizes $n \times n$, x_r, x_j, b_r, b_j vetores $n \times 1$. Onde os índices r e j referem-se a parte real e imaginária, respectivamente, de cada elemento. Realizando a substituição, têm-se:

$$\begin{cases} Ax = b, \\ (A_r + A_j)(x_r + x_j) = b_r + b_j, \\ A_r x_r - A_j x_j + A_j x_r + A_r x_j = b_r + b_j, \end{cases} \quad (28)$$

igualando suas partes reais e imaginárias, obtêm-se:

$$\begin{cases} A_r x_r - A_j x_j = b_r \\ A_j x_r + A_r x_j = b_j \end{cases} \quad (29)$$

em que na sua forma matricial é dado por:

$$\begin{bmatrix} A_r & -A_j \\ A_j & A_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_r \\ b_j \end{bmatrix} \quad (30)$$

Esse processo de transformação gera um sistema linear de coeficientes reais com o dobro de variáveis do sistema original que pode ser resolvido normalmente por qualquer método numérico.

3 Metodologia

O estudo se baseou em sistemas lineares complexos de ordem $n \times n$ que possuem solução única, a partir da simulação de problemas que envolvem a análise de circuitos elétricos em corrente alternada. Pretendemos obter a solução dos sistemas formados por meio da implementação computacional do método da Eliminação de Gauss, detalhado na Subseção 2.4, em razão da sua performance e também da simplicidade de execução comparado a Fatoração LU, por exemplo. O intuito é comparar a eficiência entre a utilização da linguagem aritmética complexa e do processo de transformação em aritmética real descrito na Subseção 2.6. Para isso, examinamos em cada caso o tempo de execução e o máximo valor do vetor residual, obtido pela Equação (15), analisando apenas o módulo das soluções obtidas.

3.1 Ambiente de Programação

Visando realizar o estudo proposto, o método da Eliminação de Gauss foi implementado no software Scilab versão 6.0 em um computador com processador Intel® Core i7-3610QM, 6GB de RAM e sistema operacional Windows 10.

3.2 Algoritmos

No intuito de efetuar a comparação entre as duas maneiras de manipular o sistema linear complexo, foi desenvolvido dois algoritmos para serem executados computacionalmente. Ambos diferem no formato dos dados de entrada mas são iguais na etapa de implementação do método da Eliminação de Gauss. Na etapa inicial, o Algoritmo 1 apresenta como entrada a matriz aumentada do sistema linear composta por números complexos, para que o software aplique a sua própria aritmética complexa na execução do código. O Algoritmo 2 realiza a transformação do sistema linear complexo em um sistema linear com coeficientes reais, para que o programa execute sem a necessidade de manipular operações com números complexos. Para melhor compreensão os algoritmos estão dispostos de forma compacta e apresentam comentários curtos com relação ao que foi desenvolvido.

Algoritmo 1: Aritmética Complexa

Entrada: n, m, A //número de linhas, número de colunas, matriz complexa ampliada do sistema

Saída: $x, r, \text{erro}, \text{tempo}$ //solução do sistema, vetor residual conforme Equação (14), máximo valor do vetor residual conforme Equação (15), tempo de processamento

```
1 Início
2 tic() //Inicia contagem do tempo
3 para  $j \leftarrow 1$  passo 1 até  $n - 1$  faça
4    $\text{pivo} \leftarrow A(j,j)$ 
5   se  $\text{pivo} = 0$  então
6     //realizar pivoteamento descrito na Subseção 2.4 representado pela Equação (10)
7   fim
8   para  $i \leftarrow j + 1$  passo 1 até  $n$  faça
9     //Implementação da Eliminação de Gauss pelas Equações (11) e (12)
10    fim
11 fim
12 //Retrosubstituição conforme Equação (13)
13  $x_n = A(n,m)/A(n,n)$ 
14 para  $i \leftarrow n - 1$  passo -1 até  $1$  faça
15    $\text{soma} \leftarrow 0$ 
16   para  $j \leftarrow n$  passo -1 até  $1$  faça
17     se  $i < j$  então
18        $\text{soma} \leftarrow \text{soma} + A(i,j)x(j)$ 
19     fim
20   fim
21    $x(i) \leftarrow (A(i,m) - \text{soma})/A(i,i)$ 
22 fim
23 toc() //Finaliza contagem do tempo
24 fim algoritmo
```

Algoritmo 2: Transformação em Aritmética Real

Entrada: n, m, a, b //número de linhas, número de colunas, matriz complexa dos coeficientes, vetor complexo independente
Saída: $x, r, \text{erro}, \text{tempo}$ //solução do sistema, vetor residual conforme Equação (14), máximo valor do vetor residual conforme Equação (15), tempo de processamento

```
1 Início
2 tic() //Inicia contagem do tempo
3 M = real(a); //Assume apenas os termos reais da matriz a
4 N = imag(a); //Assume apenas os termos imaginários da matriz a
5 c = real(b); //Assume apenas os termos reais do vetor b
6 d = imag(b); //Assume apenas os termos imaginários do vetor b
7 A = [M -N c; N M d]; //Forma sistema linear com coeficientes reais de acordo com Equação (29)
8 para j ← 1 passo 1 até n - 1 faça
9   pivo ← A(j,j)
10  se pivo = 0 então
11    | //realizar pivoteamento descrito na Subseção 2.4 representado pela Equação (10)
12  fim
13  para i ← j + 1 passo 1 até n faça
14    | //Implementação da Eliminação de Gauss pelas Equações (11) e (12)
15  fim
16 fim
17 //Realiza a Retrossubstituição de modo idêntico ao Algoritmo 1
18 toc() //Finaliza contagem do tempo
19 fim algoritmo
```

3.3 Problemas

Com o objetivo de efetuar a comparação apresentada, foi utilizado exemplos genéricos de circuitos elétricos em corrente alternada, mostrados nas Figuras 1, 2, 3, 4 e 5. Os circuitos foram criados e simulados na plataforma online EasyEDA (disponível em www.easyeda.com, acesso em 18 de Janeiro de 2020 às 9 horas), uma ferramenta de livre acesso de design e simulação de circuitos elétricos. Os valores de tensão das fontes senoidais e de impedância dos resistores, capacitores e indutores presentes nos circuitos foram dados arbitrariamente. Então, para realizar a simulação dos circuitos na plataforma EasyEDA, foi considerado uma frequência de 60Hz para as fontes de tensão e $\omega = 377\text{rad/s}$ para calcular a indutância (L) e a capacitância (C) por meio das Equações (23) e (24), respectivamente.

Em cada circuito foi aplicado o método das Malhas por meio da Equação (25) e seguindo os passos dos itens 1 a 4 abordados no tópico 2.5.2. A dimensão dos sistemas lineares complexos é igual ao número de malhas de cada circuito, assim sendo, foram executados nos Algoritmos 1 e 2 sistemas de ordem 3×3 , 5×5 , 10×10 , 15×15 e 30×30 .

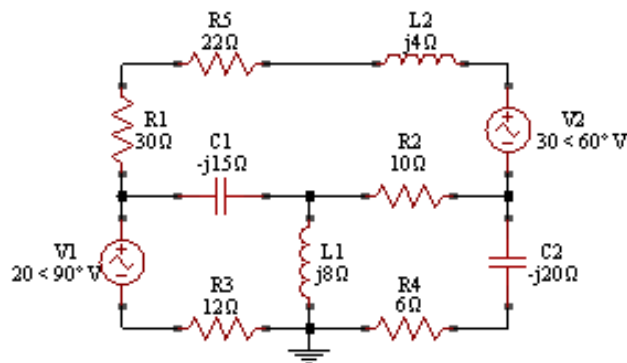


Figura 1: Circuito com 3 malhas. (Autoria própria)

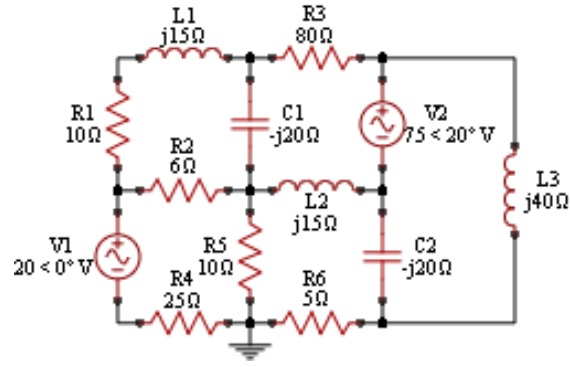


Figura 2: Circuito com 5 malhas. (Autoria própria)

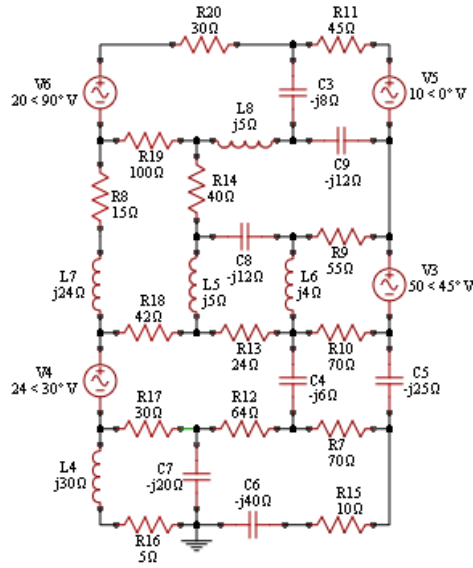


Figura 3: Circuito com 10 malhas. (Autoria própria)

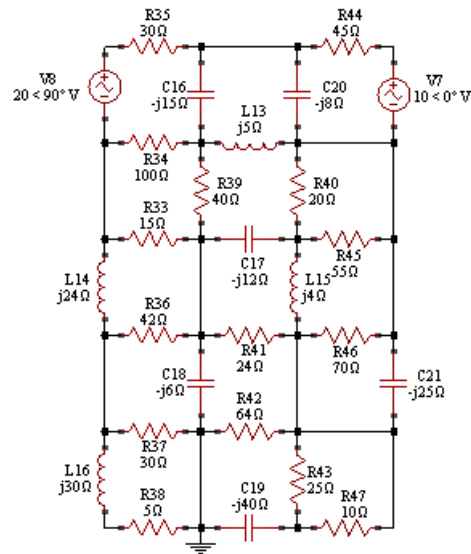


Figura 4: Circuito com 15 malhas. (Autoria própria)

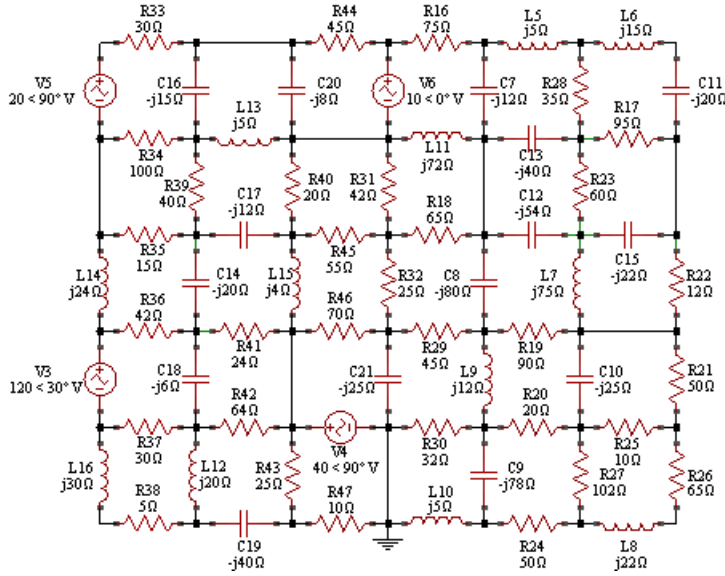


Figura 5: Circuito com 30 malhas. (Autoria própria)

4 Resultados e Discussões

O procedimento metodológico foi executado e os dados obtidos foram dispostos na Tabela 1. Percebe-se que a velocidade de processamento foi elevada em ambos os algoritmos utilizados e que, apesar de muito pequena, houve uma diferença gradativa no tempo medido, onde pode-se notar que o Algoritmo 1 se mostrou mais rápido em todos os problemas testados. É notável também, como era de se esperar, que o tempo demandado para encontrar a solução dos sistemas se elevou à medida que a dimensão dos circuitos aumentou, e consequentemente, dos sistemas lineares complexos, fato que também se manifestou nos resíduos calculados. Com relação ao erro associado à solução encontrada pela aplicação do método da Eliminação de Gauss, observa-se que ocorreu uma alternância entre qual algoritmo demonstrou melhor aproximação com a solução real. O Algoritmo 2 apresentou maiores resíduos associados, exceto na execução do sistema do circuito da Figura 4 e no caso da Figura 1 em que o valor do erro se igualou ao obtido no Algoritmo 1.

Tabela 1: Parâmetros calculados no Scilab. (Autoria própria)

Circuitos	Parâmetros Calculados no Scilab.			
	Algoritmo 1		Algoritmo 2	
	Erro (10^{-15})	Tempo (ms)	Erro (10^{-15})	Tempo(ms)
Fig. 1	3.553	0.8774	3.553	0.9027
Fig. 2	3.972	1.6471	7.105	2.2176
Fig. 3	7.105	4.2901	8.484	7.1842
Fig. 4	9.339	6.4190	7.105	14.7514
Fig. 5	29.300	21.2230	178.400	50.2294

Na avaliação dos resultados podemos dizer que para se obter maior velocidade na obtenção de respostas o Algoritmo 1 é mais indicado, provavelmente devido ao fato da própria sintaxe e semântica da linguagem de programação do Scilab realizar operações com números complexos nativamente. Paralelamente a isso, no Algoritmo 2 a transformação em aritmética real gera um sistema duas vezes maior que o utilizado no Algoritmo 1, necessitando realizar uma quantidade maior de passos, consequentemente, demandando mais tempo para executar. No entanto, no que se refere ao erro calculado, é difícil apontar qual algoritmo dispõe de melhor aproximação com a solução real, uma vez que não foi possível determinar uma relação lógica entre as características dos problemas e dos métodos de resolução, embora o Algoritmo 1 demonstre possuir maiores chances de se obter erros mais próximos de zero. De forma geral, é possível citar como vantagens das duas estratégias de implementação computacional por meio do método da Eliminação de Gauss: a simplicidade dos códigos, a rapidez no processamento e a resolução de problemas de grandes dimensões. No entanto, a desvantagem é que ambas exigem que o ambiente de programação seja capaz de realizar operações complexas.

5 Considerações Finais

O desenvolvimento do presente artigo propiciou uma análise de como os métodos numéricos podem facilitar a resolução de problemas que envolvem a formação de sistemas de equações lineares, em especial aqueles compostos por números complexos. Além disso, permitiu realizar um estudo de comparação entre duas maneiras de manipulá-los, fundamentadas de acordo com as características intrínsecas dos números imaginários. A primeira consistiu no uso direto dos números complexos e a segunda dispôs-se de efetuar uma transformação para obter um sistema composto por números reais. Ao fazer testes em exemplos genéricos de sistemas lineares complexos, formados por meio da aplicação da Lei de Kirchhoff das malhas em circuitos elétricos de corrente alternada, foi possível avaliar o desempenho dessas duas estratégias. A implementação computacional do método numérico da Eliminação de Gauss possibilitou obter e registrar os parâmetros necessários para realizar essa análise, permitindo alcançar o objetivo inicialmente proposto. Desse modo, ficou evidente que a utilização de uma linguagem de programação que possua em sua sintaxe a capacidade de operar com números complexos, como por exemplo o Scilab, é útil e eficiente no processamento desses tipos de dados.

Nesse sentido, os resultados obtidos foram satisfatórios e podem servir de embasamento para auxiliar na escolha da estratégia que melhor se adeque ao problema a ser solucionado. Além de comprovar a eficiência da aplicação do método da Eliminação de Gauss, que na escala de milissegundos consegue solucionar os sistemas de teste propostos. Com isso, conclui-se que é indicado a utilização com mais frequência de métodos computacionais como ferramentas de trabalho, por automatizar os cálculos e fornecer mais informações em menos tempo e esforços. Visto que eles podem ser aplicados em diversos assuntos presentes nas diferentes áreas do conhecimento humano. Certamente, saber manipular adequadamente softwares em conjunto com os métodos numéricos ou com outras aplicações é um conhecimento importante para a vida acadêmica de um futuro engenheiro.

Referências

- [1] Robert L Boylestad. *Introdução à análise de circuitos. 12 edição*. Pearson Prentice Hall, 2012.
- [2] Frederico Ferreira Campos Filho. *Algoritmos numéricos*. LTC, 2007.
- [3] Neide Bertoldi Franco. *Cálculo numérico*. Pearson, 2006.
- [4] James W Nilsson and Susan A Riedel. Circuitos eletricos. 10 edição. *Livros Técnicos e Científicos Editora Pearson*, 2015.
- [5] Márcia A Gomes Ruggiero and Vera Lúcia da Rocha Lopes. *Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais*. Makron Books do Brasil, 1997.