



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS - DECEN
CURSO DE INTERDISCIPLINAR EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

THALLYSON IZAAC RODRIGUES DAMASCENO

MATEMÁTICA E FILOSOFIA: REATANDO LAÇOS E REDESCOBRINDO SUAS
NATUREZAS

PAU DOS FERROS

2021

THALLYSON IZAAC RODRIGUES DAMASCENO

MATEMÁTICA E FILOSOFIA: REATANDO LAÇOS E REDESCOBRINDO SUAS
NATUREZAS

Monografia apresentada a Universidade
Federal Rural do Semi-Árido como requisito
para obtenção do título de Bacharel em
Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Me. Paulo Henrique das Chagas
Silva.

PAU DOS FERROS

2021

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

D154m Damasceno, Thallyson Izaac Rodrigues.
MATEMÁTICA E FILOSOFIA: REATANDO LAÇOS E
REDESCOBRINDO SUAS NATUREZAS / Thallyson Izaac
Rodrigues Damasceno. - 2021.
65 f. : il.

Orientador: Paulo Henrique das Chagas Silva.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e
Tecnologia, 2021.

1. Matemática. 2. Filosofia. 3.
Interdisciplinar. 4. Epistemologia da Matemática.
5. Ontologia. I. Silva, Paulo Henrique das Chagas
, orient. II. Título.

THALLYSON IZAAC RODRIGUES DAMASCENO

**MATEMÁTICA E FILOSOFIA: REATANDO LAÇOS E REDESCOBRINDO
SUAS NATUREZAS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso Superior de
Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e
Tecnologia, da Universidade Federal Rural
do Semi-Árido – UFERSA, Campus Pau dos
Feros, em cumprimento às exigências legais
como requisito para a obtenção do título de
Bacharel Interdisciplinar em Ciência e
Tecnologia.

Pau dos Ferros-RN, 11 de novembro de
2021.

BANCA EXAMINADORA

PAULO HENRIQUE
DAS CHAGAS
SILVA:05359369400

Assinado de forma digital por
PAULO HENRIQUE DAS
CHAGAS SILVA:05359369400
Dados: 2021.11.11 11:55:58
-03'00'

Paulo Henrique das Chagas Silva, Prof. Me. (UFERSA)

Presidente

PATRICK CESAR ALVES
TERREMATTE:013330094
37

Digitally signed by PATRICK
CESAR ALVES
TERREMATTE:01333009437
Date: 2021.11.11 12:14:20 -03'00'

Patrick Cesar Alves Terrematte, Prof. Me. (UFERSA)

Membro Examinador

THATYARA FREIRE DE
SOUZA:04603726457

Digitally signed by THATYARA
FREIRE DE SOUZA:04603726457
Date: 2021.11.11 15:35:51
-03'00'

Thatyara Freire de Souza, Prof^a. Dra. (UFERSA)

Membro Examinador

À memória de minha bisavó Damiana.

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por seu infinito amor, por sua infinita bondade e por sua infinita compaixão. Agradeço também a Mãe de Deus sempre Virgem Maria por tantas vezes ter intercedido a meu favor.

Agradeço aos meus pais de criação Josemar e Jakeline pelo amor e carinho. Agradeço também, pelos mesmos motivos, a minha avó Maria.

Agradeço a minha namorada Maria pelo amor, pelo cuidado e por sempre estar ao meu lado. Agradeço também ao meu amigo Lucas por me proporcionar uma amizade verdadeira e repleta de frutos de conhecimento e honra.

Agradeço ao meu Orientador Paulo Henrique pela paciência, pelo profissionalismo e por compartilhar comigo os seus conhecimentos.

Agradeço a Banca Examinadora por aceitarem fazer parte deste trabalho.

Agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para o sucesso deste trabalho.

Quem poderá deter a inteligência do homem para que pare e veja como, sempre estável, a eternidade, que não é futura nem passada, determina o futuro e o passado?

Santo Agostinho

RESUMO

Este trabalho parte do pressuposto de que há, ao menos desde o início da contemporaneidade, uma distinção equivocada enquanto grau e forma entre os conhecimentos da matemática e da filosofia. Dito isto, o objetivo é mostrar como estes, além das sempre reconhecidas importâncias individuais, também figuram conjuntamente como saberes imutáveis detentores de uma verdade eterna. Ademais, mostrar-se-á como tal laço possibilita o enriquecimento do conhecimento daquele que decide estudar não apenas uma dessas antologias, mas, sim, ambas. A metodologia aplicada é a de pesquisa bibliográfica, que acompanha a empreitada referente a busca e ao entendimento das obras que nortearão todo o trabalho. Após o estudo dos escritos, conceitos e pensadores selecionados através da pesquisa, os resultados mostraram-se satisfatórios, tanto no sentido da investigação individual das naturezas próprias da matemática e da filosofia, como também naquele referente à atenuação dos espaços que as separam enquanto disciplinas diferentes. Por fim, é de certo afirmar que, neste caso, diferente não significa oposto, pois suas contribuições levam à um mesmo caminho, o do conhecimento inabalável.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática. Filosofia. Interdisciplinar. Epistemologia da Matemática. Ontologia.

ABSTRACT

This work assumes the presupposition that there is, at least since the beginning of contemporaneity, a mistaken distinction in terms of degree and form between knowledge of mathematics and philosophy. That said, the objective is show how these, in addition to the always recognized individual importance, also figure together as immutable knowledge holders of an eternal truth. Furthermore, it will be shown how such bond enables the enrichment of the knowledge of those who decide to study not only one of these anthologies, but both. The methodology applied is that of bibliographic research, which accompanies the undertaking related to the search and understanding of the works that will guide the entire work. After studying the books, concepts and thinkers selected through the research, the results proved to be satisfactory, both in terms of the individual investigation of the nature of mathematics and philosophy, and in terms of the attenuation of the spaces that separate them as different disciplines. Finally, it is true to say that, in this case, different does not mean opposite, as their contributions lead to the same path, that of unshakeable knowledge.

KEYWORDS: Mathematics. Philosophy. Interdisciplinary. Epistemology of Mathematics. Ontology.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	– Símbolos egípcios usados para representação numérica.....	15
Figura 2	– Tableta do tempo da dinastia Hamurabi que contém um tipo de sistema numérico.....	16
Figura 3	– Triângulo inscrito em um semicírculo sendo dividido em dois a partir do centro 0.....	20
Figura 4	– Representação do ‘ângulo’ que ‘inscrito num semicírculo é um ângulo reto’.	22
Figura 5	– Método antigo de contagem dos números naturais sendo iniciado com uma pedra.....	27
Figura 6	– Método antigo de contagem dos números naturais sendo iniciado com duas pedras.....	27
Figura 7	– Figura para melhor entendimento do método antigo de contagem dos números naturais.....	28
Figura 8	– Representação do ‘tetractus’ pitagórico.....	29
Figura 9	– Figura que representa o esquema com dois quadrados e quatro triângulos.....	30
Figura 10	– Representação do triângulo retângulo escaleno.....	41
Figura 11	– Representação do triângulo retângulo isósceles.....	41
Figura 12	– Representação da formação do triângulo equilátero por meio dos 8 escalenos.....	42
Figura 13	– Tetraedro.....	42
Figura 14	– Octaedro.....	43
Figura 15	– Icosaedro.....	43
Figura 16	– Formação do quadrado por meio dos triângulos retângulos isósceles.....	44
Figura 17	– Hexaedro (cubo).....	44
Figura 18	– Dodecaedro.....	45

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	METODOLOGIA.....	14
3	REVISÃO TEÓRICA.....	15
3.1	A MATEMÁTICA PRÉ-GREGA	15
3.2	TALES DE MILETO E UMA MUDANÇA DE RUMO.....	19
3.3	PITÁGORAS, OS PITAGÓRICOS E A CONSTRUÇÃO DOS CONHECIMENTOS LIBERAIS	23
3.4	PLATÃO, A ACADEMIA E A CONSTRUÇÃO DO COSMOS	35
3.4.1	Euclides, o maior geômetra da academia	46
3.5	ARISTÓTELES E CIÊNCIA, UMA CONCEPÇÃO METAFÍSICA	48
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	62
	REFERÊNCIAS	64

1 INTRODUÇÃO

Escrever é uma tarefa das mais recompensantes. Escrever sobre matemática e filosofia, levando em conta a necessidade de apresentar algo a mais daquilo que é sabido pela maioria, possibilita um novo tipo de apreensão. Trabalhar com esses temas permite que conhecimentos há tempos esquecidos, deixados para trás, possam reaparecer e, dessa forma, somar àquilo que já se havia aprendido. A matemática e a filosofia possuem milênios de história e, obviamente, passaram por diversas mudanças. Estas duas bases do conhecimento humano receberam, no início de suas vidas, o tratamento de homens que não pensavam apenas em usufruir de seus benefícios práticos, mas que tinham como missão construir conhecimentos tão distintos que a menor das preocupações seria justamente suas utilidades.

Trabalhar em cima de conhecimentos construídos há muito pede para que desloquemos nossa consciência para os momentos no passado em que estava ocorrendo a fundação dessas raízes, para que, dessa forma, possa haver uma desintoxicação de certos vícios atuais que possivelmente prejudicariam a compreensão do todo. Desde muito cedo, as facilidades da calculadora, por exemplo, são apresentadas aos alunos e isso pode ter prejudicado, de certa forma, o entendimento básico de algumas coisas. Um exemplo de algo do que pode ter sido afetado é o interesse em saber a fundo a necessidade da existência dos números, ou do que o cálculo nos proporciona além de um resultado matemático final. Isso se opõe, como será mostrado no decorrer do trabalho, a forma com que os antigos tratavam os números, forma essa dotada de maior profundidade. Estes, para eles, mereciam um pouco mais de atenção do que costumamos empregar ao aprender e realizar um cálculo; mereciam um empenho mental complexo, que vai da lógica envolta neles, às causas de sua existência. Assim, o mesmo pode ter acontecido com a filosofia, levando em consideração a rasa formação que a maioria parece ter contato nos seus primeiros anos. Para os antigos que foram estudados neste trabalho, esta se opunha ao simples reconhecimento daquilo apontado pelos sentidos, pois se valia principalmente dos estudos do ser, e este, como será mostrado, não pode ser reconhecido sem um pensamento filosófico completo.

Ao remontar aspectos esquecidos da matemática e da filosofia, ver-se-á como que desde o início ambas tinham como objetivo a busca pela verdade, pré-requisito indispensável para a obtenção de conhecimento, sendo esse o principal elo de ligação do início ao fim. Não obstante, a cronologia de fatos empregada no trabalho e a forma com que serão expostos os conhecimentos também valerão em apresentar coisas a tanto faladas, mas que a tanto parecem ter sido esquecidas em suas concepções originais. Dito isto, este trabalho irá focar em solucionar

a seguinte questão norteadora: como é possível que a matemática e a filosofia, conhecimentos que nasceram praticamente ao mesmo tempo e com objetivos semelhantes, tenham passado por tamanha distinção? Para tal, é necessário investigar e apresentar as verdadeiras naturezas da matemática e da filosofia; e, ao mesmo tempo, destrinchar os pontos de entrelaçamento que as ligam como saberes imutáveis.

Então, a fim de provar que esses conhecimentos compartilham muitos aspectos parecidos, o trabalho irá expor grande parte de seus trajetos iniciais. Começará então com a primavera da matemática, a matemática pré-grega, que configura o desenvolvimento dos primeiros cálculos e das primeiras ideias sobre os números. Em seguida, haverá um capítulo sobre Tales de Mileto e a mudança de rumo da matemática, que deu seus primeiros passos como uma ciência dedutiva. Logo após, um capítulo inteiro sobre Pitágoras e a sua escola, apresentando suas principais contribuições matemáticas e filosóficas. No capítulo seguinte, Platão e o platonismo serão estudados com base no seu discurso relativo à criação dos cosmos, que, como veremos, possui diversas ligações com o pitagorismo. Haverá ainda um subcapítulo que tratará brevemente do geômetra Euclides. Por fim, o último introduzirá a filosofia aristotélica, que irá servir como norteadora de todos os assuntos tratados anteriormente e também de base para a afirmação da existência de uma ligação profunda entre matemática e filosofia.

2 METODOLOGIA

A metodologia utilizada tem como base o método de pesquisa bibliográfica. Segundo Gil (1996), esse tipo de pesquisa é desenvolvida a partir de material já elaborado e possui como principal vantagem “o fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente” (GIL, 1996, p. 50).

Os livros que foram escolhidos vão dos já consagrados há milênios, como *Os elementos* e a *Metafísica*, aos que foram achados graças a pesquisa de termos correlatos, ou de escolas de pensadores correlatas, por exemplo: do aristotelismo - o tomismo, como é o caso do livro *A filosofia da natureza* de Jacques Maritain.

3 REVISÃO TEÓRICA

3.1 A MATEMÁTICA PRÉ-GREGA

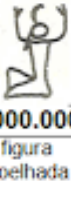
Um dos capítulos mais importantes da história cultural, embora pouco conhecido, é a transformação do primitivo conhecimento matemático empírico de egípcios e babilônios na ciência matemática grega, dedutiva, sistemática, baseada em definições e axiomas. (BICUDO, 2009, p. 83).

O surgimento da matemática como ferramenta utilitária é o primeiro acontecimento que valerá ser retratado neste trabalho. Segundo Carl Boyer, autor do livro “História da Matemática”, o sistema de numeração hieroglífica egípcia é tão velho quanto as pirâmides, ou seja, data de cerca de 3000 a.C. e já usava a famigerada escala de dez.

Usando um esquema iterativo simples e símbolos diferentes para a primeira meia dúzia de potências de dez, números maiores que um milhão foram incisos em pedra, madeira e outros materiais. Um traço vertical representava uma unidade, um osso de calcânhar invertido indicava 10, um laço como uma letra C maiúscula valia 100, uma flor de lótus 1000, um dedo dobrado 10 000, um peixe era usado para indicar 100 000 e uma figura ajoelhada 1 000 000. (BOYER, 1974, p. 8).

Como pode-se observar na Figura 1:

Figura 1 - Símbolos egípcios usados para representação numérica.

						
1	10	100	1000	10.000	100.000	1.000.000
traço vertical	osso de calcânhar invertido	laço	flor de lótus	dedo dobrado	girino	figura ajoelhada

Fonte: Ensinando Matemática (2017).

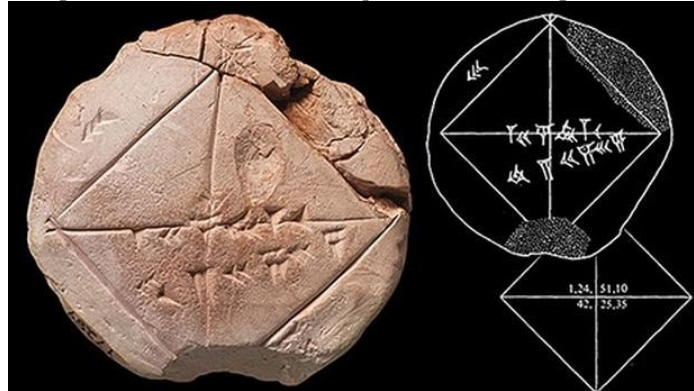
Também temos a datação do quão antiga era a matemática na civilização Mesopotâmica, mais especificamente na Babilônia, relatada por Boyer:

Milhares de tabletas do tempo da dinastia Hamurabi (1800-1600 A. C. aproximadamente) ilustram um sistema numérico que estava bem estabelecido. O sistema decimal, comum a maioria das civilizações tanto

antigas quanto modernas, tinha sido submerso da Mesopotâmia sob uma notação que dava a base sessenta como fundamental. (BOYER, 1974, p. 19).

Pode-se observar uma das tabletas mencionadas por Boyer na Figura 2:

Figura 2 - Tableta do tempo da dinastia Hamurabi que contém um tipo de sistema numérico.



Fonte: ABC Ciência (2016).

Sobre as duas últimas citações e imagens, Boyer completa:

A numeração cuneiforme babilônica, para os inteiros menores, seguia as mesmas linhas que a hieroglífica egípcia, com repetições dos símbolos para unidades e dezenas. Se o arquiteto egípcio, esculpindo na pedra, escrevia 59 como , o escriba mesopotâmio podia analogamente representar o mesmo número em uma tábua de barro por quatorze marcas em cunha – cinco cunhas largas colocadas de lado ou “parênteses em ângulo”, cada um representando dez unidades, e nove cunhas verticais finas, cada uma valendo uma unidade, todas justapostas em um grupo bem arrumado como . Para além do número 59, porém, os sistemas egípcio e babilônio divergiam marcadamente. (BOYER, 1974, p. 19).

Como documento histórico importante sobre o surgimento da matemática pré-grega, temos uma parte de um trabalho considerado desaparecido, a *História da Geometria*, de Eudemo de Rodes (370 a. C.). A parte referida acima é conhecida como o *Sumário de Eudemo*, e foi retirada da obra original e, então, reproduzida por Proclus Diádoco (412 d. C.):

Por um lado, de fato, muitos dos mais velhos descreveram essas coisas, tendo-se proposto a fazer o elogio da matemática, e por isso apresentamos poucas das muitas nessas coisas, exibindo completamente o conhecimento e a utilidade da geometria. Por outro lado, depois dessas coisas, deve-se dizer da produção dela nesse período. Pois o divino Aristóteles dizendo: as mesmas opiniões frequentemente retornar aos homens segundo períodos determinados do todo, e não tomar as ciências uma organização durante o nosso tempo

primeiramente ou o dos nossos conhecidos, mas também nem dizer em quantas outras circunvoluções, tanto tornadas quanto havendo de ser, aparecerem elas e também de novo desaparecerem.

Depois de que, dizemos, é preciso examinar as origens das artes e das ciências no período presente.

Visto que seja conhecido por muitos a geometria ter sido descoberta entre os egípcios primeiramente, tendo tomado a origem da ação de medir com cuidado as áreas.

Pois esta era necessária para aqueles pela ação de se elevar do Nilo, fazendo desaparecer os limites concernentes a cada um.

E nada é surpreendente começar a descoberta tanto dessa quanto das outras ciências pela necessidade, porque tudo o que é produzido na geração avança do imperfeito ao perfeito.

Possa, justamente, a mudança vir a acontecer, de fato, da sensação para o cálculo e desse para o pensamento.

Como, de fato, entre os fenícios, pelo comércio e as relações de negócio, o conhecimento dos números tomou o princípio exato, assim também entre os egípcios a geometria foi descoberta pela causa dita. (PROCLUS, s. a. *apud* BICUDO, 2009, p. 37-38).

Nesse documento fica clara a forma da matemática antes dos gregos. Esta era voltada principalmente aos cálculos, e como estes poderiam ser utilizados, por exemplo, para ajudar no aumento da produção de alimentos. Mas isso não quer dizer que eles não atingiram um nível considerável na complexidade de seus cálculos; também não significa que esses primeiros passos não poderiam resultar em algo maior. Nessa passagem, temos os comentários do escritor e filósofo Imre Toth sobre esse tema:

Os egípcios articularam técnicas complexas de cálculo com números fracionários, que os gregos herdaram deles. Na Mesopotâmia foram alcançados resultados brilhantes pela aplicação do cálculo numérico à resolução de problemas práticos: resultados que conduziram a elaboração de programas de cálculo extremamente complicados, capazes de determinar as raízes de equações algébricas com uma incógnita, ou também de sistemas de equações com mais incógnitas.

Os matemáticos babilônicos elaboraram, por exemplo, um algoritmo recursivo, e em teoria infinito, capaz de determinar o valor da raiz quadrada do número 2 com quantas decimais se quisesse, com o grau de maior exatidão que se quisesse. (TOTH, 2005, p. 11).

Esse algoritmo recursivo também é lembrado no trabalho de Boyer (BOYER, 1974). Caberá expô-lo, de forma matemática, para maior entendimento de como os cálculos pré-gregos atingiram um certo nível de complexidade.

A equação que será usada é a seguinte:

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \times \left(x_n + \frac{a}{x_n} \right)$$

Para a utilização do algoritmo, o primeiro passo é definir de qual número quer se retirar a raiz quadrada. Nesse caso, usemos o número 2. Dessa forma: $a = 2$

O próximo passo é escolher um número aproximado da raiz de 2. Como sabemos que a raiz quadrada de 1 é 1, e que a raiz quadrada de 4 é 2, então a raiz quadrada de 2 deve ser um número compreendido entre 1 e 2. Podemos, portanto, escolher o próprio 2 como um valor próximo. Então, ele será: $x_0 = 2$, que representa o ponto inicial. Dessa forma, como temos x_{n+1} , chamaremos de x_1 o primeiro número que será encontrado, então:

$$x_1 = \frac{1}{2} \times \left(x_0 + \frac{2}{x_0} \right)$$

Fazendo a substituição:

$$x_1 = \frac{1}{2} \times \left(2 + \frac{2}{2} \right)$$

Então:

$$x_1 = 1,5$$

Antes de comentar sobre o primeiro resultado, vale lembrar que a raiz de 2 é: $\sqrt{2} \cong 1,41421356$.

Vimos que o resultado de x_1 se aproximou bastante da raiz em relação ao número inicial que colocamos arbitrariamente. Partamos ao cálculo novamente, lembrando de substituir o x_0 pelo x_1 . Agora x_{n+1} resulta em x_2 :

$$x_2 = \frac{1}{2} \times \left(x_1 + \frac{2}{x_1} \right)$$

Continuando:

$$x_2 = \frac{1}{2} \times \left(1,5 + \frac{2}{1,5} \right)$$

Então:

$$x_2 \approx 1,4167$$

E, assim, pode-se prosseguir sucessivas vezes até alcançar a precisão que se queira desta raiz.

É tido como normal que boa parte das descobertas, assim como esta que acabamos de exemplificar, aconteçam graças a uma necessidade que implicou um empenho em descobrir alguma solução. Mas o seu princípio fundamental é mais necessário do que a sua mera serventia como ferramenta.

3.2 TALES DE MILETO E UMA MUDANÇA DE RUMO

Dos primórdios da filosofia grega na Jônia até Aristóteles, a matemática e filosofia vivem um longo período de fecundíssima simbiose. Praticadas pelas mesmas pessoas nos mesmos lugares, aprofundam-se e evoluem *juntas*, e não só contemporaneamente.

Suas relações são de influência recíproca, de mútua provação a que se superem. (CATTANEI, 2005, p. 22).

Primeiramente, tratemos do local na Grécia que parece ter sido de suma importância para Tales de Mileto (625-548 a.C.). Boyer afirma que além do centro da civilização grega situado nos mares Egeu e Jônio, “Em 600 A. C. colônias gregas podiam ser encontradas ao longo das margens do mar negro e do mediterrâneo e foi nessas regiões afastadas que um novo impulso se manifestou na matemática” (BOYER, 1974, p. 34). Segundo ele, “Colonistas da beira-mar, especialmente na Jônia, tinham duas vantagens: o espírito ousado e imaginativo típicos de pioneiros e estavam mais próximos dos dois principais vales de que se podia extrair conhecimentos” (BOYER, 1974, p. 34). Talvez, obviamente além do reconhecimento do próprio Tales, o peso de se falar Escola Jônica parta justamente disso. Nas civilizações antigas as localizações geográficas eram comumente usadas como sobrenomes¹.

¹ Tais como Pitágoras de Samos, Euclides de Alexandria e Aristóteles de Estagira.

Pois bem, esta é a exata continuação do documento histórico escrito por Proclus já referenciado, que também é garantidor de fatos sobre Tales:

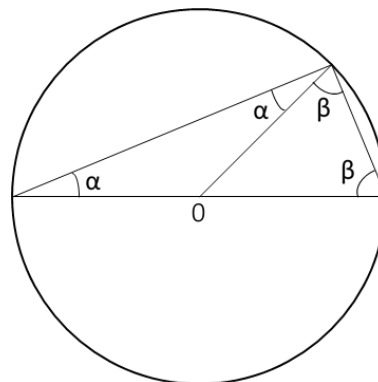
E Tales, primeiramente tendo ido ao Egito, transportou para a Grécia essa teoria e, por um lado, descobriu muitas coisas, e, por outro lado, mostrou os princípios de muitas para os depois dele, aplicando-se a umas de modo mais geral, a outras, de modo mais sensível. (PROCLUS, s. a. *apud* BICUDO, 2009, p. 38).

Isso deixa claro a importância do filósofo e matemático Tales de Mileto, que não apenas contentou-se em transportar um conhecimento de muito longe, fato em si dotado de valor intrínseco, mas foi além e utilizou a teia de conceitos numéricos existentes para jogar luz em uma ciência no mais assertivo sentido; provavelmente a primeira delas, a matemática.

Dito isso, demonstrar ao menos uma de suas deduções servirá de termômetro que aponta para a mudança. E essa é comentada pela historiadora da matemática Elisabetta Cattanei: “O ‘teorema de Tales’, segundo o qual o ângulo inscrito num semicírculo é um ângulo reto, parece ter sido o primeiro teorema da geometria a ser demonstrado de forma dedutiva” (CATTANEI, 2005, p. 23).

Antes de ser mostrada a aparência final de acordo com a descrição do teorema, a Figura 3 servirá de base para a demonstração:

Figura 3 - Triângulo inscrito em um semicírculo sendo dividido em dois a partir do centro 0.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Considere-se que qualquer triângulo inscrito em um semicírculo conterà as propriedades devidas.

A figura 3 mostra um triângulo inscrito num círculo de centro O, em que um de seus lados está sobre o diâmetro deste círculo (o triângulo é, portanto, inscrito ao semicírculo). O propósito é mostrar que o ângulo oposto a este lado é reto.

Ao traçarmos um segmento de reta partindo do centro O do círculo e indo em direção ao vértice do triângulo que é oposto ao lado que contém O, temos a formação de dois triângulos isósceles. Este tipo de triângulo possui dois lados congruentes, ou seja, de mesma medida e, conseqüentemente, os ângulos de suas bases também são congruentes, medindo, para cada triângulo formado, α e β .

Então, visto que cada um dos triângulos menores possui dois ângulos α ou β iguais, e sabendo-se que o triângulo maior possui três ângulos internos que somados equivalem a 180° (assim como qualquer triângulo), podemos equacionar a fim de descobrir qual o valor dos ângulos α e β somados; dessa forma, encontrando justamente o valor do suposto ângulo reto.

Então, obtemos a seguinte equação geral:

$$\alpha + \beta + (\alpha + \beta) = 180^\circ$$

Resolvendo:

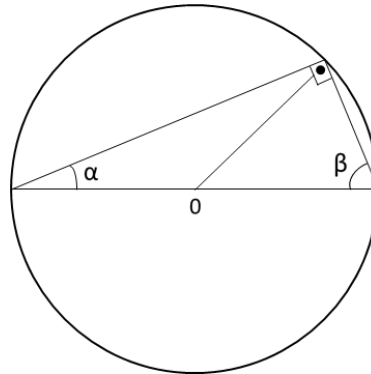
$$2 \times (\alpha + \beta) = 180^\circ$$

Por fim, provamos que todo triângulo inscrito em uma semicircunferência é um triângulo retângulo:

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

Figura 4 representando a forma final do triângulo:

Figura 4 - Representação do ‘ângulo’ que ‘inscrito num semicírculo é um ângulo reto’.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Portanto, demonstrado o que talvez tenha sido a primeira dedução geométrica da história, algo de importância ímpar, continuemos com Cattanei: “E precisamente o fato de ‘Tales ter dado alguma contribuição à organização da matemática’ é o núcleo provável da tradição que faz dele o ‘primeiro matemático’”. (CATTANEI, 2005, p. 23).

Como vimos, cálculos numéricos e geométricos de grande qualidade já existiam há muito, porém apenas quando disso foi desenvolvida uma base para dedução lógica que os termos “matemático” ou “geômetra” foram direcionados a alguém. Mais um exemplo de como desde suas raízes essas ciências respondem a algo mais profundo do que apenas números e formas geométricas desenhadas em um papel. Saber como representar os números e as formas utilizando lápis e papel é, talvez, a primeira coisa que aprendemos, mas certamente não deve ser a última.

Assim, Cattanei continua: “Desde o início, respondem a um mesmo esforço racional a filosofia, como recondução de toda a natureza, em sua variedade e sua mutabilidade, a um princípio permanente, e a matemática, como forma de pensamento dedutivo.” (CATTANEI, 2005, p. 23).

De certo, a fama do primeiro matemático foi grande na Grécia, já na época da academia ele era tido por todos como um grande sábio: “Tales aparece em primeiro lugar na lista de Platão dos ‘Sete Sábios’” (CATTANEI, 2005, p. 23). Diels-Kranz, historiador da filosofia citado no livro de Cattanei, complementa: “o mais importante, sem dúvida, entre estes sete homens famosos por sua sabedoria, (...) o primeiro descobridor da geometria, o seguríssimo observador da natureza, o doutíssimo estudioso das letras” (KRANZ, s. a. *apud* CATTANEI, 2005, p. 23). E sim, além de matemático e filósofo, ele era tido também como astrônomo, pois “Tales conhecia também as regras dos mecanismos celestes, se é verdade que previu um eclipse do sol” (CATTANEI, 2005, p. 23).

Então, foi dada como iniciada a era dos pensadores seguros de que o conhecimento vai além do que podemos observar em um distinto momento separado do todo, ele pode e deve abranger previsões e deduções, sendo direcionado de forma correta com base matemática e filosófica, além de nos ajudar a calcular, por exemplo, a quantidade de ovelhas em um estábulo.

3.3 PITÁGORAS, OS PITAGÓRICOS E A CONSTRUÇÃO DOS CONHECIMENTOS LIBERAIS

Pitágoras mudou a filosofia sobre a matemática ‘em uma forma de educação liberal’, ou seja, própria dos homens livres, que não se submetem senão a ganhos intelectuais. (BICUDO, 2009, p. 44).

Assim como Tales de Mileto, Pitágoras de Samos (569-496 a.C.) foi por muito tempo lembrado mais como um filósofo² do que mesmo como um matemático ou homem da ciência³. Isso acontecia porque a distinção hoje aplicada no tratamento de diferentes raízes de conhecimento não existia. Na verdade, todos pareciam se preocupar apenas com a possibilidade de estarem de frente a uma fonte de sabedoria. Não importando se um homem iniciava sua vida de estudos pela matemática ou pela filosofia. E esse é mais um fator que corrobora com a defesa principal que busca realizar o presente trabalho; matemática e filosofia têm uma relação íntima desde os seus primórdios. Dito isto, busquemos entender a confusa, mas imprescindível figura de Pitágoras de Samos.

Diferentemente de Tales, Pitágoras é conhecidamente uma figura histórica complexa, e que provavelmente obteve mais atenção dos historiadores por conta disso, caso contrário, a quantidade de material sobre os dois possivelmente equivaleria – dada a paridade de tempo em que viveram. Mas não é o que acontece, por conta de todas as indefinições sobre quem realmente foi Pitágoras, o que realmente fez e o que de correto é atribuído a sua pessoa, inúmeros e variados estudos – relativamente à época observada – foram catalogados. Charles Kahn, autor de “Pitágoras e os pitagóricos”, descreve: “Temos três biografias de Pitágoras do fim da antiguidade, escritas por Diógenes Laércio (180-240 d.C.), Porfírio (234-304 d.C.) e Jâmblico (245-325 d.C.), nesta ordem, e cada uma delas é mais maravilhosa do que a predecessora” (H. KAHN, 2007, p. 21).

² Ou um completo sábio.

³ Na acepção moderna do termo.

Obviamente, entre as novas e velhas biografias e estudos imbuídos na tentativa de entender e descrever Pitágoras da mais fidedigna forma, há discordâncias, porém não será objetivo do presente trabalho estabelecer qual lado é o mais correto; ou qual é o mais afeiçoado. Buscaremos seguir a linha do escritor da obra “Pitágoras e os pitagóricos”, decisão que facilitará e simplificará o entendimento desta parte do trabalho, visto que ele fez um ótimo percurso apresentando os diferentes trabalhos ao mesmo tempo que dava informações consideradas pela maioria como acertadas e essenciais.

Sobre os primeiros anos de Pitágoras, temos o seguinte:

Pitágoras, filho de Mnesarco, nasceu na ilha de Samos em algum momento do século VI a.C. Chegou a maturidade, então, justamente quando a ciência e a filosofia natural gregas desenvolviam-se em Mileto, no litoral próximo da Ásia Menor. Este sincronismo é significativo. Pitágoras foi contemporâneo de Anaxímenes e de Xenófanes e, se teve algum contato com a nova ciência, o que lhe teria sido familiar seria uma cosmologia do tipo milésio. Como Xenófanes, Pitágoras deixou a Jônia e estabeleceu-se no sul da Itália, na segunda metade do século VI. Não sabemos nada de sua vida antes da chegada a Crotona, por volta de 530 a.C. Foi na Magna Grécia, e originalmente em Crotona, que ele fundou a seita ou comunidade que recebeu o seu nome... (H. KAHN, 2007, p. 22-23).

Acerca de Pitágoras tem-se ainda diversas histórias sobre seu poder de liderança, de capacidade argumentativa sem igual, feitos mágicos, estudos da transmigração da alma e até sobre vegetarianismo. Porém, como é de se esperar, tais pontos não interessam ao trabalho em questão. Dessa forma, nos ataremos, ignorando as discussões que valem da dúvida se Pitágoras foi mais um líder religioso ou mais um matemático, a parte de suas possíveis contribuições para a ciência no geral: “Na literatura da antiguidade tardia, Pitágoras surge como um gênio único, o pai fundador da matemática, da música, da astronomia e da filosofia” (H. KAHN, 2007, p. 15). Nesse mesmo tom, Kahn ainda destaca: “Um platônico moderno, o matemático e filósofo do século XX A. N. Whitehead, descreveu Pitágoras como o primeiro pensador a valorizar a função das idéias matemáticas no pensamento abstrato”. (H. KAHN, 2007, p. 15).

Segundo Kahn, Pitágoras está por trás de grandes estudos desenvolvidos do início, ou seja, desde a base, mas não necessariamente até o final. Seriam eles o conceito de cosmos (um todo ordenado do universo), o desenvolvimento da teoria dos proporcionais, dos cinco sólidos regulares e das razões numéricas “subjacentes às concordâncias musicais básicas” (H. KAHN, 2007, p. 16). É correto ainda lembrar que, além do nicho que discute sobre o caminho de vida tomado por Pitágoras, há o que indaga se essas descobertas foram realmente dele, dado que muitas vezes elas são creditadas aos pitagóricos, e em outros casos são creditadas a matemáticos

de épocas bem distantes dos primeiros pitagóricos. Independentemente disso, passaremos pelas principais ideias e pensamentos aludindo sempre a figura de Pitágoras, mas também fazendo devidas pontes com pitagóricos que muito somaram ao pitagorismo em geral.

Apenas a partir de Platão de Atenas (428-348 a.C.) é que a forma com que Pitágoras é enxergado ganha o tom que hoje bem reconhecemos: “Agora não é mais o líder religioso e profeta da encarnação que é admirado, mas o criador da filosofia da matemática” (H. KAHN, 2007, p. 30). Como é sabido, não existem escritos preservados de autoria de Pitágoras⁴, teremos então a “filosofia pitagórica que foi primeiro formulada por Filolau em fins do século V e depois desenvolvida com mais refinamento técnico por Arquitas e outros matemáticos do tempo de Platão” (H. KAHN, 2007, p. 32), lembrando também do que é carregado pelo platonismo: “É provável que, assim como os olhos foram moldados para a astronomia, os ouvidos foram formados para o movimento harmônico e as próprias ciências são irmãs uma da outra, tal como afirmam os pitagóricos e nós, ó Gláucon, concordamos” (PLATÃO, 1972, p. 30).

De início tem-se que “Filolau, um século após Pitágoras” (H. KAHN, 2007, p. 32), desenvolveu os princípios fundamentais do limite e do ilimitado. Kahn destaca a explicação de Diógenes Laércio do início do livro de Filolau de Crotona (470-385 a.C.) *Da natureza das coisas*: “A natureza na ordem do mundo (kosmos) foi unida harmoniosamente (harmochthe) a partir de coisas ilimitadas (apeira) e também de coisas limitantes (peraiononta), a ordem do mundo como um todo e todas as coisas nele” (LAÉRCIO, s. a. *apud* H. KAHN, 2007, p. 42). Além dos princípios fundamentais já comentados, esse fragmento de Filolau fala em nome de uma harmonia universal, também um princípio de sua cosmologia, e que “receberá um desenvolvimento sem precedentes, especificamente pitagórico, em termos de razões numéricas e escalas musicais” (H. KAHN, 2007, p. 42).

O argumento de Filolau se resume em afirmar que, por as coisas do universo estarem divididas entre limitantes e ilimitadas, há de as duas preexistirem como agentes formadoras do universo que vieram antes do que conhecemos como tempo, e que utilizaram da completa harmonia entre “dessemelhantes” (H. KAHN, 2007, p. 43) para a unificação de todas as coisas em um cosmos ordenado. Ou seja, antes do universo que conhecemos existir, segundo a acepção pitagórica filoláica, haviam apenas dois tipos de coisas, as limitantes e as ilimitadas, disformes e conflitantes entre si. A partir disso, entram em cena as razões numéricas e as escalas musicais como princípios e causas para o cosmos, ordenado e equilibrado. Com isso, o traço mais característico do pitagorismo, a crença de que tudo é ou número ou composto por números,

⁴ O mesmo ocorre, por exemplo, com o filósofo Sócrates.

ganha forma: “todas as coisas conhecidas têm número, pois nada pode ser conhecido ou compreendido sem número” (FILOLAU, s. a. *apud* H. KAHN, 2007, p. 44).

Os principais números para ele são as razões numéricas que formam as escalas musicais, correspondendo as três consonâncias básicas. A primeira delas é a que recebe o nome de *harmonia*, conhecida também como *oitava* e equivale a 2:1; a segunda é a *quinta* e equivale a 3:2; a terceira é a *quarta* e equivale a 4: 3. Ainda para os pitagóricos, “a dezena é considerada como sendo uma coisa completa e que compreende toda a natureza essencial do sistema numérico” (ARISTÓTELES, 2012, p. 54). Sobre isso, é notável que se separarmos os inteiros utilizados para compor as consonâncias básicas e os somarmos, o resultado será justamente a dezena: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$. A tão explícita afetação da cosmologia pitagórica de Filolau pela acepção dos números como principais componentes é provada quando “fizeram da *Antiterra* o décimo” (ARISTÓTELES, 2012, p. 54), pois, como lembra Aristóteles de Estagira (384-322 a.C.) “os corpos visíveis são apenas nove” (ARISTÓTELES, 2012, p. 54). Na época, com base no relato de Aristóteles, os corpos celestes reconhecidos somados equivaliam a apenas nove, por conta disso, Filolau viu-se obrigado a encontrar o décimo para assim fortalecer ainda mais a importância do número dez. Daí a “*Antiterra*”⁵, invisível, mas presente.

Voltando aos conceitos anteriores e interligando-os aos primeiros números inteiros, temos que “o Um é anterior aos números propriamente ditos, que se dividem em pares (ilimitados) e ímpares (limitantes); o Um em si, porém, é ambos”⁶ (H. KAHN, 2007, p. 48). A partir da alocação de papéis dos números, Filolau cria sua “cosmogonia” (H. KAHN, 2007, p. 48) acerca da formação do universo, que começa com a diferenciação dos primeiros números após o Um, considerado não apenas um número, mas unidade de onde derivam-se todos os outros números, segundo o próprio Aristóteles (ARISTÓTELES, 2012, p. 54).

Os pitagóricos parecem também terem sido os primeiros a pensar em um tipo de “teoria heliocêntrica” (H. KAHN, 2007, p. 45) para o nosso sistema planetário, pois, para eles, os corpos giram em torno da “lareira central” (H. KAHN, 2007, p. 48), que também seria o Um agente limitante primordial. Todas essas ideias e conceitos reunidos não formam uma teoria astronômica palpável, porém, é possível imaginar que algo pode ter sido retirado de suas especulações sobre os corpos que compõe o universo visível, principalmente levando em conta a seguinte afirmação: “o sistema copernicano⁷ foi originalmente conhecido como astronomia pythagorica ou philolaica” (H. KAHN, 2007, p. 45).

⁵ Uma mera criação imaginativa para corresponder aos padrões desejados da filosofia filoláica do cosmos.

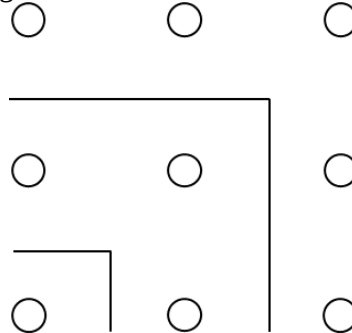
⁶ Ver página 33.

⁷ Referência a Nicolau Copérnico, criador da teoria Heliocêntrica.

Será trilhado agora um caminho preparatório para a chegada até o provável teorema mais conhecido da matemática, o Teorema de Pitágoras. Começaremos por exemplificar uma forma antiga de contar os números naturais. Esta consiste em alocar pedras e traços um após o outro, em sequência, mas sem somar ou multiplicar, de forma que dependendo da quantidade de pedras usadas no primeiro passo, o resultado da forma geométrica resultante da representação de cada número acaba variando de cubo para retângulo. Vale ressaltar que, levando em consideração que esses sistemas de contagem não apenas tratam dos números, mas também se referem a formações geométricas, é possível notar que não tem parte lógica iniciar com um traço, porque ele representa uma linha, e ela, diferentemente do ponto, que “é aquilo de que nada é parte” (EUCLIDES, 2009, p. 97), é “comprimento sem largura” (EUCLIDES, 2009, p. 97) e “suas extremidades são pontos” (EUCLIDES, 2009, p. 97).

Realizando a contagem de 1 até 5, tem-se a Figura 5:

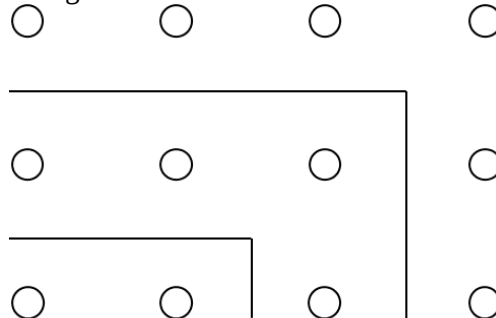
Figura 5 – Método antigo de contagem dos números naturais sendo iniciado com uma pedra.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Agora a Figura 6, contando de 2 até 6:

Figura 6 – Método antigo de contagem dos números naturais sendo iniciado com duas pedras.

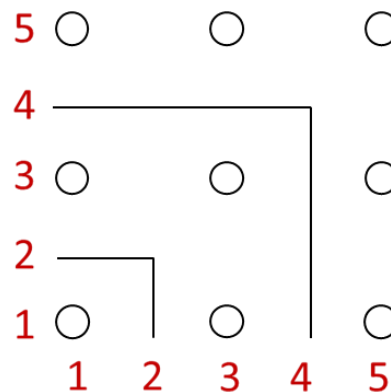


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Na figura 5, a contagem começa com uma pedra, ou seja, começa do número 1. Posteriormente temos o número 2 sendo representado por um traço; depois o número 3 representado por 3 pedras, o 4 por outro traço e o 5 por pedras novamente. A figura 6 segue a mesma lógica, porém começa sua contagem pelo número 2, utilizando duas pedras.

Observe a Figura 7 para melhor entendimento da contagem realizada na figura 5:

Figura 7 – Figura para melhor entendimento do método antigo de contagem dos números naturais.



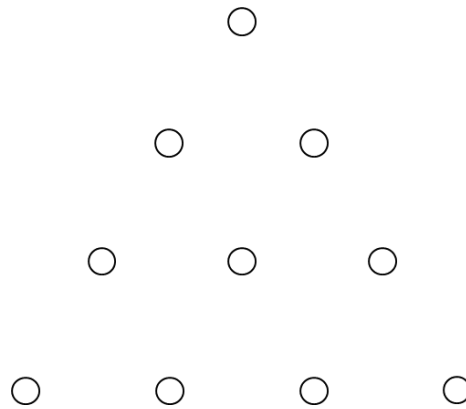
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Com estas exemplificações, torna-se claro o padrão invariável que se tem ao iniciar com uma unidade, e ao iniciar com duas unidades. Kahn explica que essas figuras geométricas “servem para classificar grupos de números, dos quais os quadrados evidentemente têm importância especial” (H. KAHN, 2007, p. 50). Ora, com isso ele exemplifica o que já sabemos ao nos referirmos a uma potência de 2 como potência ao quadrado, pensamento automático que não leva em consideração outros possíveis significados de tal expressão. E também se refere aos números considerados retangulares.

Agora, tratados os números retangulares, vamos aos números triangulares com a explanação da “figura que os pitagóricos chamam *tetractus*, ‘quaternidade’” (H. KAHN, 2007, p. 51).

Como é mostrado na Figura 8:

Figura 8 - Representação do ‘tetractus’ pitagórico.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Este triângulo era reverenciado pelos pitagóricos, pois sua formação acontecia quando as três razões musicais se uniam em ordem de contagem triangular. Começando pelo denominador da *oitava*, o 1, depois pelo seu numerador, que também é denominador da *quinta*, e assim por diante. Kahn conta que os pitagóricos juravam a esta figura com as seguintes palavras: “Por ele que deu a nossa alma o *tetractus*, A fonte e a raiz da natureza que sempre flui” (H. KAHN, 2007, p. 51). E, como é formado pelas razões musicais básicas, a soma dos inteiros que o compõem equivale ao número perfeito dos pitagóricos, o número 10.

Após entrarmos nos números triangulares, podemos começar a falar da identidade mais conhecida da matemática, o Teorema de Pitágoras. Esse teorema, como explica Kahn, “é um procedimento antigo, conhecido dos babilônios” (H. KAHN, 2007, p. 51-52) e que não foi deduzido por Pitágoras ou por algum pitagórico. Independentemente disso, é “concebível que Pitágoras tenha sido a pessoa responsável pela introdução da técnica na Grécia” (H. KAHN, 2007, p. 52). Porém, apenas a partir de Euclides a técnica passa a ser um teorema, com a forma clássica e dedutiva.

Esse teorema consiste em dizer que em um triângulo retângulo com lados a , b e c , em que a é o maior lado, ou seja, a hipotenusa, seu valor ao quadrado é igual à soma dos quadrados das medidas dos lados menores – os catetos. Assim, a equação possui a seguinte aparência:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Ao analisar as figuras triangulares básicas, notamos que no triângulo com três lados iguais, o equilátero, nunca poderá haver um ângulo reto, pois seus 3 ângulos têm que medir 60

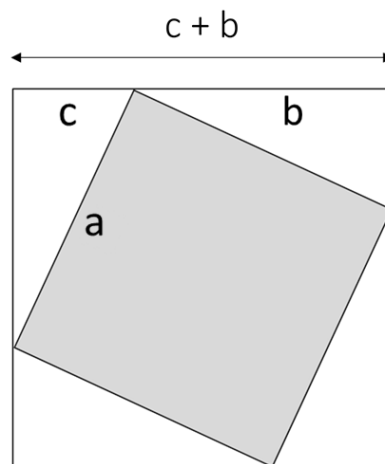
graus, visto que seus lados são iguais. Este ângulo reto existirá em alguns outros casos, como naquele da metade de um quadrado, ou seja, um triângulo retângulo isósceles, e nos triângulos que possuem ao menos dois lados diferentes⁸.

Façamos uma breve demonstração matemática desse teorema. Inicialmente, essa utiliza de um quadrado maior e de um menor, esse último inscrito no maior.

O segundo quadrado tem por objetivo fazer com que sejam formados quatro triângulos, todos eles com um dos ângulos remanescentes do quadrado maior (os retos) e com dois novos ângulos agudos. Como o quadrado interno possui todos os lados iguais, temos que todas as hipotenusas dos quatro triângulos possuem a mesma medida, ou seja, 'a'. E, por se tratar de triângulos retângulos, tem-se que os catetos opostos e adjacentes de todos os triângulos também possuem valores respectivamente idênticos a 'c' e a 'b'.

O esquema é representado pela Figura 9:

Figura 9 - Figura que representa o esquema com dois quadrados e quatro triângulos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Dada a figura acima, se observa que o lado do quadrado maior vale $c + b$, e o menor vale a . Com isso, é possível obter a área do quadrado maior de duas formas:

- 1) a área do quadrado maior é o comprimento do seu lado ao quadrado:

$$(b + c)^2 \quad (I)$$

⁸ Ou seja, Escalenos.

- 2) a área do quadrado maior é a soma das áreas dos quatro triângulos com a área do quadrado menor:

$$a^2 + 4 \times \frac{b \times c}{2} \quad (\text{II})$$

Dessa forma, podemos igualar as expressões (I) e (II):

$$(b + c)^2 = a^2 + 4 \times \frac{b \times c}{2} \quad (\text{III})$$

Agora, basta simplificar a equação para encontrar a identidade pitagórica:

$$b^2 + 2 \times b \times c + c^2 = a^2 + 2 \times b \times c$$

$$b^2 + c^2 = a^2 \quad (\text{IV})$$

Na teoria pitagórica dos números, temos ainda que os conceitos de limitante e ilimitado apresentados anteriormente assumem, respectivamente, um papel dividido entre macho e fêmea, onde o primeiro é ímpar e o segundo é par. Dessa forma, o casamento entre eles equivale a já mencionada harmonia. Conceito que está totalmente de acordo com a forma base da identidade pitagórica, onde teríamos, por exemplo, o número 3, que é ímpar e, portanto, macho e limitante; e o número 4, fêmea e ilimitado, onde o casamento (soma) dos dois números elevados a potência de 2 resulta na igualdade, ou harmonia para os pitagóricos:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$9 + 16 = 25$$

$$25 = 25$$

Tudo o que foi apresentado até agora tem como base a obra do pitagórico Filolau, porém Kahn defende que “o interesse pitagórico pela matemática, pela música e pela filosofia natural é mais antigo do que Filolau” (H. KAHN, 2007, p. 56). Ele explica com base nos seus conhecimentos sobre o Grego Heráclito de Éfeso (540-470 a.C.), que viveu no tempo de Pitágoras enquanto senhor da escola pitagórica. Segundo ele, “se Heráclito estava familiarizado com as ligações entre a proporção numérica (logos), as consonâncias musicais e a ordem cósmica, este segundo aglomerado de ideias” (H. KAHN, 2007, p. 58), o primeiro seria a cultura

da transmigração para o divino, “pitagóricas também deve remontar ao próprio mestre” (H. KAHN, 2007, p. 58).

Décadas após Filolau, Arquitas de Tarento (428-347 a.C.) torna-se o pitagórico mais conhecido e mais “distinto” (H. KAHN, 2007, p. 61) da Grécia, já na era platônica: “Arquitas teve uma carreira eminente como estadista em sua cidade nativa, mas também foi um cientista e matemático notável, um fundador da tradição antiga da harmonia matemática e pioneiro da geometria sólida e da mecânica matemática” (H. KAHN, 2007, p. 61). Amigo próximo de Platão e reconhecido líder, Arquitas desenvolveu seu trabalho com base pitagórica utilizando da maior rigorosidade matemática já vista até aquele momento. Não à toa é referenciado por alguns como professor do matemático Eudoxo (408-337 a.C.), conhecido como primeiro a descrever o movimento dos planetas. Além disso, “Platão tinha uma pesada dívida para com Arquitas” (H. KAHN, 2007, p. 62), pois foi dele que o mestre da academia retirou boa parte da base para suas ideias acerca das ciências da natureza.

Kahn destaca o mais conhecido feito matemático de Arquitas, um conhecido problema grego que sempre recebeu diversas tentativas de definição: “‘A resolução do ‘problema délio’ pela construção de dois proporcionais médios para dobrar o cubo” (H. KAHN, 2007, p. 63). Também comenta seu argumento filosófico sobre a possível infinitude do espaço: “Se chego ao limite do céu, posso estender meu braço ou cajado para fora ou não?” (H. KAHN, 2007, p. 66). Este último que possivelmente é um marco inicial para estudos filosóficos e também astronômicos⁹. Como pitagórico, não poderia deixar de ter contribuído para um dos mais famosos estudos destes. Nos estudos da harmonia, desenvolveu sua prova da razão epimórica, que, segundo Kahn, “oferece um exemplo único de rigor dedutivo pré-euclidiano” (H. KAHN, 2007, p. 64).

Esta razão possui a seguinte forma: $\frac{n+1}{n}$

Dado um número n maior que 1, pois não interessa que o denominador equivalha a 1^{10} , é impossível que o resultado desta razão possa ser dividido em duas partes iguais, ou seja, em dois inteiros iguais: $\frac{8+1}{8} = \frac{9}{8}$. O resultado, posto isso, sempre será um número racional.

O mesmo número racional obtido acima é tido pelos “teóricos musicais gregos” (H. KAHN, 2007, p. 64), talvez pelo próprio Filolau (CYNTHIA, 2010), como o *tom* harmônico, justamente a diferença entre a *quarta* e a *quinta*. É, então, essa propriedade de não divisão por iguais que, na harmonia, torna esta razão tão importante; também por conta da busca pelos

⁹ Estudos que envolvem os conceitos de infinito.

¹⁰ Dado que se pode considerar que todos os números possuem denominador igual a 1.

proporcionais harmônicos (2:1, 3:2, 4:3, 9:8), as consonâncias musicais. E era isso que Arquitas buscava provar.

Algo ainda não falado até o momento, mas que teve seu primeiro avanço com Arquitas, foi sua “teoria que explica o som pelo impacto” (H. KAHN, 2007, p. 68). Nela, temos o primeiro pitagórico a sair da pura teoria abstrativa harmônica. Para a ocorrência disso, era necessário definir a causa dessas teorias enquanto fenômenos, ou seja, sua causalidade física e sensível. Arquitas tentou demonstrar “que golpes mais rápidos e mais fortes produzem sons mais elevados, ao passo que impactos mais lentos e fracos produzem sons mais baixos por causa da resistência do ar” (H. KAHN, 2007, p. 68). Esse conceito leva principalmente em conta a dependência direta entre velocidade e altura do som, porém, “a formulação de Arquitas deixa de distinguir altura e intensidade” (H. KAHN, 2007, p. 69). Kahn conclui que, talvez, sobre isso, “a contribuição pessoal de Arquitas fosse conceber a ligação causal entre impacto e som em termos estritamente quantitativos” (H. KAHN, 2007, p. 69).

O que de principal deve ser entendido sobre este passo dado por Arquitas com a intenção de ligar as teorias pitagóricas aos fenômenos físicos é sua “falha no modo de investigação” (H. KAHN, 2007, p. 69). Como pitagórico, algo que já deve ser de conhecimento dos leitores deste trabalho, Arquitas acreditava na existência do número em tudo, seja o tudo teórico ou físico. Porém, não obteve sucesso na sua tentativa de ligação ao “buscar os números nas consonâncias ouvidas” (H. KAHN, 2007, p. 68), assim como os demais que destas ideias compartilhavam também não obtiveram.

Na entrada dos platônicos no estudo da filosofia pitagórica, temos a sugestiva inclinação da escola pitagórica de explicar tudo de acordo com os números ainda presente. Porém, o idílio pitagórico (tudo é número), após algumas modificações de seus conceitos basilares, acaba ficando para trás. Então, esse lugar é tomado pela filosofia platônica, que será explorada mais adiante. Vale comentar ainda que as bases conceituais não somem juntamente com o idílio, mas apenas se adequam. Kahn comenta sobre uma passagem do *Filebo*¹¹ o seguinte: “O Um e os Muitos são os princípios fundamentais subjacentes a todo o pensamento e todo discurso racionais, correspondendo aos princípios do limite e do ilimitado que estruturam o cosmos” (H. KAHN, 2007, p. 82), sendo esse “o princípio eterno da razão e do discurso (logos)” (H. KAHN, 2007, p. 82).

Para os pitagóricos citados até o momento, o cosmos era constituído pela unidade, o Um – que, aliás, não era tido como um número, pois número em grego remete a pluralidade – e pelo

¹¹ Um dos diálogos de Platão.

que vem após o Um, o Muitos. Porém, Platão submeteu esses conceitos a uma modificação. O mestre da Academia colocou, então, “o Um e a Díade Indefinida (*aoristos duas*): o princípio da unidade e o princípio da pluralidade indeterminada” (H. KAHN, 2007, p. 83), sendo esses os “princípios finais” (H. KAHN, 2007, p. 83) do cosmos.

A Díade indefinida, segundo Kahn, é “descrita como o Grande e o Pequeno, uma indicação de que a referência não é apenas aos números, mas a magnitude em geral” (H. KAHN, 2007, p. 84). Após isso, Kahn complementa: “podemos pensar nela como um domínio potencialmente quantitativo, mas intrinsecamente indeterminado” (H. KAHN, 2007, p. 84). No primeiro ato que envolve a Díade, temos o Um (agente definidor), “transformando a quantidade indeterminada ou a numerosidade vaga em um número definido” (H. KAHN, 2007, p. 84-85), no caso, o número 2.

A partir dos conceitos explorados dos principais pitagóricos, é necessário ainda o uso de algumas asserções. Dada a tamanha capacidade imaginativa de homens como Pitágoras e Filolau, as tentativas de explicação dos princípios de origem do cosmos receberam sempre um trato universal, ou seja, o uso de diferentes conhecimentos que juntos formavam a sabedoria obrigatória para quem buscava teorizar tais substâncias. Como vimos, tanto o número como o pensamento filosófico tinham vez na cultura pitagórica, com cada aspecto próprio bem separado, porém em comum acordo no que diz respeito à construção de conhecimento. Na época, mesmo antes de Aristóteles, e muito graças a Sócrates de Atenas (470-399 a.C.), um homem era considerado sábio desde que toda a realidade, sendo ela física ou metafísica, fosse-lhe conhecida. Quando um homem não apenas reconhecia o que seus olhos viam, mas também reconhecia o que apenas os olhos da mente poderiam distinguir (PLATÃO, 2019).

No famoso diálogo do julgamento¹² de Sócrates descrito por Platão, no momento em que Sócrates buscou provar que um homem que se julgava sábio na verdade não o era, e que para isso declarou o seguinte: “Sou mais sábio que esse homem; nenhum de nós dois realmente conhece algo admirável e bom, entretanto ele julga que conhece algo quando não conhece, enquanto eu, como nada conheço, não julgo tampouco que conheço” (PLATÃO, 2019, p. 31). Querendo, assim como nos demais casos de sua apologia, mostrar que “pelo fato de praticar bem uma arte” (PLATÃO, 2019, p. 34) (ou matemática, política), não é correto julgar-se “muito sábio nas outras matérias de grande importância” (PLATÃO, 2019, p. 34), concluindo que tudo isso era uma “tolice que eclipsava o saber que realmente possuíam” (PLATÃO, 2019, p. 34).

¹² A apologia de Sócrates.

Quando se trata de conhecimentos que parecem estar em um mesmo piso, lado a lado, é realmente mais fácil enxergar ligações mútuas, como no caso da química e da física. Estas fazem parte das ciências da natureza, ou seja, tratam daquilo que está peremptoriamente presente na própria. Aqueles dos quais não podemos simplesmente entender com base em nossos sentidos, que não resumem seus objetos de estudo a tudo o que está presente na própria natureza, e que precisam de todo um trabalho intelectual e imaginativo complexos que vão além do que está contido nela, assim como a poesia e a filosofia, se encontram em um outro andar na torre dos conhecimentos; provavelmente em um andar acima, mesmo que isso não seja o foco de discussão no momento. Assim, quando buscamos os laços entre conhecimentos que não ocupam o mesmo espaço, que não dependem das mesmas vertentes, é preciso mudar, no caso de um hipotético prédio mudaríamos de andar, na verdadeira existência a mudança passa por angariar novos conhecimentos. O matemático que começa a estudar a filosofia, e o filósofo que faz o mesmo com a matemática. Ao terem contato com novos conhecimentos, sem dúvida os velhos tornar-se-ão mais completos.

Seguindo a mesma lógica, e de acordo com o que vimos anteriormente, no caso da infrutífera tentativa de sentir as consonâncias básicas na realidade sensível, torna-se necessário haver uma explicação clara do significado dessa afirmação. Pois bem, temos que o número não existe na realidade da mesma forma que existe uma molécula, o número é uma abstração; o que na realidade sensível existe é uma maçã em cima da mesa, o número 1 que a representa é, dessa forma, um símbolo. Porém, como veremos no prosseguimento do trabalho, afirmar que o número 1 não existe assim como existe uma maçã não é, de forma alguma, diminuir sua importância; pelo contrário, os símbolos (ou objetos) matemáticos, que trataremos como Entes ao final do trabalho, também existem, mas diferentemente da maçã não deixarão de existir.

Portanto, vê-se que o pitagorismo teve importância única em uma das principais bases de pensamento, a de que não se faz sabedoria apenas com um tipo de conhecimento específico. Vale ressaltar que esse grupo, assim como o homem que lhe dá seu nome, é conhecido como o criador das Sete Artes Liberais, metodologia clássica de ensino composta por duas principais bases: O Trivium, que contém a Retórica, Gramática e Lógica; e o Quadrivium, que se ocupa da Astronomia, Geometria, Aritmética e Música. É possível imaginar que, ao formularem estes currículos, os pitagóricos pensavam da seguinte maneira: “Nenhuma ciência basta-se a si mesma; nenhuma disciplina considerada isoladamente tem suficiente luz para seus próprios caminhos.” (SERTILLANGES, 2019, p. 100).

3.4 PLATÃO, A ACADEMIA E A CONSTRUÇÃO DO COSMOS

Você não observou que a igualdade geométrica é uma força poderosa entre os deuses e entre os homens? (PLATÃO, s. a. *apud* H. KAHN, 2007, p. 77).

Como foi dito, o uso dos números com finalidades restritas aos cálculos foi superado com Tales de Mileto, que integrou tal ferramenta a um novo tipo de pensamento mais complexo. Esse novo pensamento é o que hoje chamamos de ciência, ou ao menos o era na sua primeira forma. Com Pitágoras e os pitagóricos a ciência dos números e quantidades¹³ deu prosseguimento ao processo de tentativa de explicação dos primeiros princípios, contando, então, com sua filosofia dos limitantes e ilimitados. A partir de Platão o trabalho dos pitagóricos ganhou extensa fama, principalmente suas partes referentes às ciências exatas; fato corroborado pelo que conta a história de que “sobre o pórtico da Academia” (BICUDO, 2009, p. 44) era vista “a famosa frase ‘ninguém que ignore geometria entre’” (BICUDO, 2009, p. 44).

Com a Academia¹⁴, também o pensamento científico passou a ganhar mais espaço, pois era de concordância mútua que a matemática apenas como uma ferramenta representava um grande desperdício de conhecimento; visto isso, era necessário algo a mais. O seguinte parágrafo do matemático alemão Benno Artmann é resolutivo: “Um dos maiores poderes do pensamento científico é a habilidade de desvelar verdades que são visíveis somente ‘aos olhos da mente’, como diz Platão, e de desenvolver modos e meios de lidar com elas” (ARTMANN, s. a. *apud* BICUDO, 2009, p. 16), e era isso que buscava Platão e a Academia, por meio das verdades matemáticas chegar a outras. No caso de Platão, o objetivo era chegar ao primeiro princípio do universo: “O estudo da matemática só pode servir como preliminar para a dialética, que é capaz de erguer-se acima das hipóteses para o princípio não-hipotético de todo o conhecimento, o primeiro princípio incondicional do universo, que parece ser idêntico a forma do bem” (H. KAHN, 2007, p. 79), sendo ela, a matemática, “o vestibulo, a via pela qual chega à filosofia” (BICUDO, 2009, p. 44).

Em resumo, em Platão e nos matemáticos da Grécia “a razão suplanta a *empeiria* como critério de verdade e a matemática ganha características de uma ciência dedutiva” (BICUDO, 2009, p. 77). Tal afirmação se baseia e se sustenta em algumas passagens de alguns diálogos de Platão, como acontece no Fédon, Filebo e Mênom. Todavia, a maior exultação do platonismo pitagórico está contida no Timeu, onde há a descrição da criação do cosmos: no qual a alma

¹³ A matemática.

¹⁴ Escola da antiguidade fundada por Platão.

do mundo é “segundo os números musicais” (H. KAHN, 2007, p. 49) “e o corpo do mundo” (H. KAHN, 2007, p. 49) é “a partir de triângulos elementares” (H. KAHN, 2007, p. 49).

O diálogo do Timeu conta com quatro personagens, fictícios ou não, são eles: Timeu de Locros (provavelmente baseado no pitagórico Arquitas) (H. KAHN, 2007), Crítias, Sócrates e Hermócrates. Os dois principais são o mestre de Platão, Sócrates, e o entusiasta da filosofia da natureza, Timeu. O primeiro age em todo o diálogo como questionador sábio e intermediador, guiando o segundo em seu caminho de apresentação das estruturas cósmicas.

Platão tratava a matemática como um estudo preliminar para a dialética, sendo assim um passo importante para a busca do Bem. Kahn constrói uma passagem que explica de que forma isso acontecia: a partir de um “elaborado currículo matemático” (H. KAHN, 2007, p. 79), que ocupava os primeiros anos dos estudantes, um treinamento da “mente para que afaste seu olhar do domínio da mudança visível e do Transforma-se para o imutável Ser das Formas” (H. KAHN, 2007, p. 79) era executado. Todo o íterim deste currículo correspondia justamente ao Quadrivium clássico, as quatro ciências consideradas irmãs pelos pitagóricos e também por Platão.

Mencionado esse novo conceito, o Ser das Formas¹⁵, temos por viabilizada a entrada no texto concreto do discurso de Timeu. Após uma conversa amistosa entre Crítias, Sócrates e o próprio Timeu, onde o assunto principal do diálogo estava sendo introduzido, o personagem principal toma então a palavra e começa por fazer uma importante distinção: entre o Ser e o Vir a Ser. Para Platão, no universo existem dois tipos de seres, aquele que sempre existiu, e, portanto, é Ser, e aquele que passou a existir, e, portanto, é Vir a Ser. O primeiro “é apreendido pelo pensamento graças ao discurso racional, visto que é sempre uniformemente existente” (PLATÃO, 2012, p. 42), e o segundo “constitui objeto de opinião graças à sensação irracional, visto que se mantém num processo de transformação, perece e nunca é realmente” (PLATÃO, 2012, p. 42). Timeu então continua explicando que a partir desses dois seres outras coisas podem ser criadas. No tocante ao primeiro, a coisa criada é “necessariamente bela” (PLATÃO, 2012, p. 42), em relação ao segundo “a coisa resultante não é bela” (PLATÃO, 2012, p. 42).

A próxima arguição já entra no que perfaz todo o empenho da obra, ou seja, de como se deu o surgimento do cosmos (o todo ordenado) (PLATÃO, 2012). A primeira questão sobre isso é se ele realmente *é*, ou se veio a ser. Platão, sem nenhuma demora, afirma que “a resposta é que veio a ser” (PLATÃO, 2012, p. 42). Isso se deve por conta de tudo o que já sabemos sobre a composição do universo, que permite ser captada pelos nossos sentidos, nos possibilitando,

¹⁵ Ver página 55.

assim, a criação de uma opinião sobre o mesmo. As coisas geradas, dessa forma, sempre serão aquelas que envolvem “a percepção sensorial” (PLATÃO, 2012, p. 42).

Após essa resposta, Timeu continua seu discurso se referindo a um “criador e pai” (PLATÃO, 2012, p. 43) (demiurgo) do todo ordenado, e que “seu olhar pousou no eterno” (PLATÃO, 2012, p. 43), dessa forma constituindo algo “idêntico a si mesmo”¹⁶ (PLATÃO, 2012, p. 44), pois é “apreensível pelo discurso racional e pela inteligência” (PLATÃO, 2012, p. 44).

Como base para a exploração de alguns conceitos dos mais importantes para os platônicos, caberá explicar uma ideia sobre a relação entre Ser e Vir a Ser, e verdade e crença. Segundo Platão, “tal como o ser é para o vir a ser, é a verdade para a crença” (PLATÃO, 2012, p. 44), com isso ele pondera que o ser e a verdade não são apenas a origem para o vir a ser e para a crença, mas são também suas geradoras. Concernente a isso, voltamos para a criação, onde o demiurgo, aquele que “é bom” (PLATÃO, 2012, p. 45) e aquele que “jamais se mostra malevolente com coisa alguma” (PLATÃO, 2012, p. 45), desejava que “tudo fosse o mais semelhante possível a ele” (PLATÃO, 2012, p. 45), pegando então tudo aquilo que era visível e que estava em “movimento discordante e desordenado” (PLATÃO, 2012, p. 45), e os arremessando para “um estado ordenado” (PLATÃO, 2012, p. 45).

A bondade advinda do demiurgo é a responsável pela beleza da ordenação no universo, pois “não é permitido” (PLATÃO, 2012, p. 45), “para ele que é sumamente bom” (PLATÃO, 2012, p. 45), “fazer qualquer coisa que não fosse o maximamente belo” (PLATÃO, 2012, p. 45). Após isso, ele concluiu “que seria impossível qualquer coisa ser dotada de inteligência independentemente de uma alma” (PLATÃO, 2012, p. 46). Assim, “o deus, contudo, criou a alma para ser mais velha do que o corpo, sendo a ele anterior na geração (vir a ser) e superior em virtude” (PLATÃO, 2012, p. 51). No diálogo, Platão resolve por explicar a harmonia do universo visível antes da harmonia do céu invisível, ou seja, da alma. Isso se dá possivelmente pela maior facilidade de assimilar os objetos formadores do universo tangível. Sendo assim, após essa assimilação, tornar-se-á mais fácil apreender a mesma harmonia agora referente aos objetos da alma do universo.

Timeu então prossegue para a composição desse todo ordenado, acrescentando que “sem o fogo jamais alguma coisa poderia se tornar visível” (PLATÃO, 2012, p. 47); aliás, vê-se que trocando fogo por luz a afirmação não deixou de ser verdadeira. Inserido o primeiro elemento, o discurso prossegue para o segundo: “a conclusão é que no início da construção do

¹⁶ Leia-se imutável.

universo, o deus o construía de fogo e terra” (PLATÃO, 2012, p. 47). Ou seja, aquilo que permite ver e aquilo que permite tocar. Porém, Timeu afirma que a partir da existência de duas coisas, a existência de uma terceira se torna obrigatória, pois “não é possível que duas coisas por si sós sejam combinadas sem a presença de uma terceira, visto que é necessário haver um elo intermediário que ligue as duas” (PLATÃO, 2012, p. 47).

O melhor elo é o que perfeitamente realiza a união de si mesmo juntamente com as coisas por ele unidas, sendo isso o melhor realizado graças à propriedade natural da proporção. De fato, toda vez que de três números, cúbicos ou quadrados, o termo médio entre dois quaisquer deles é tal que o que o primeiro é para ele, ele o é para o último e – inversamente, o que o último termo é para o médio, este o é para o primeiro – então o termo médio, por sua vez, se revela como sendo tanto primeiro quanto último, ao passo que igualmente o primeiro e o último passam a ser termos médios, todos eles se revelando como tendo necessariamente a mesma relação recíproca e, sendo intercambiáveis, formarão uma unidade. (PLATÃO, 2012, p. 47-48).

Timeu complementa que “coube ao universo ser um sólido” (PLATÃO, 2012, p. 48), e não uma superfície plana, e que por conta disso a união jamais seria por apenas um termo médio, mas “sempre por dois” (PLATÃO, 2012, p. 48). Antes de entrarmos de maneira mais específica na questão das razões formadas a partir da união desses elementos, é necessário continuar de acordo com o discurso de Timeu: “O deus então aplicou água e ar entre o fogo e a terra, os tornando tão proporcionais entre si quanto possível, de sorte que o que o fogo é para o ar, este é para a água, e o que o ar é para a água, esta é para a terra” (PLATÃO, 2012, p. 48).

Platão, após essa introdução bem arquitetada, faz, provavelmente, a afirmação mais pitagórica de seu diálogo: “com base nessas razões e nesses quatro materiais constituintes específicos, o corpo do universo ordenado recebeu harmonia mediante proporção e foi trazido à existência” (PLATÃO, 2012, p. 48). Já é conhecida a importância da harmonia para os pitagóricos, e agora vemos em sua totalidade sendo levada para o centro da ideia platônica da formação do cosmos.

A formação harmoniosa do céu invisível¹⁷ se deu a partir de um ser imutável e de um ser divisível, que juntos formaram, após serem misturados, um terceiro ser, sendo este último aquele que vimos ser necessário para ligação entre os dois primeiros. Timeu então relata que desses três seres se fez um, “uma mistura do idêntico, do diferente e do ser” (PLATÃO, 2012, p. 52). Após isso, temos mais uma vez a entrada das razões harmônicas, que como veremos surgem a partir das porções retiradas desse ser único; justamente as consonâncias básicas dos

¹⁷ A alma do cosmos.

pitagóricos. Cabe ainda notar que Platão deixou para traçá-las de forma mais completa, ou seja, de acordo com as originais pitagóricas, apenas na etapa de formação do céu invisível, que como vimos é superior ao céu visível.

E ele começou a efetuar da seguinte maneira a divisão: primeiramente tomou uma porção do todo; em seguida, tomou uma porção correspondente ao dobro da primeira; a seguir tomou uma terceira porção uma vez e meia tão grande quanto a segunda e três vezes tão grande quanto a primeira porção; a quarta porção tomada por ele correspondia ao dobro do tamanho da segunda; a quinta ao triplo do tamanho da terceira; a sexta a oito vezes o tamanho da primeira; e a sétima a vinte e sete vezes o tamanho da primeira. (PLATÃO, 2012, p. 52).

Numericamente, temos formada a seguinte sequência:

1; 2; 3; 4; 9; 8 e 27.

A partir desses primeiros números são formadas as consonâncias perfeitas dos pitagóricos:

2:1 (Oitava); 3:2 (Quinta) e 4:3 (Quarta). Além disso também há o uníssono formado pela razão 1:1.

A última razão representa o Um no plano da alma, a Oitava representa a primeira relação de distância, a Quinta representa o primeiro plano (relação entre três pontos) e a Quarta representa o primeiro sólido (relação entre quatro pontos); claras associações com a geometria plana que será elucidada mais à frente. Então, Timeu continua: “Desse modo, a mescla da qual ele estivera separando essas porções tornou-se finalmente consumida por completo” (PLATÃO, 2012, p. 53). Após tudo isso ser unido harmonicamente, o Demiurgo passou a movimentar os elementos a fim de que chegassem a sua forma final, ou seja, a forma da alma. “E uma vez que a construção da alma fora completada em conformidade com a satisfação de seu construtor, este prosseguiu confeccionando no interior dela tudo que é corpóreo, e os unindo pelos seus centros, ajustou-os” (PLATÃO, 2012, p. 54) de forma que esta fosse invisível aos olhos, “embora participe do raciocínio e da harmonia” (PLATÃO, 2012, p. 54).

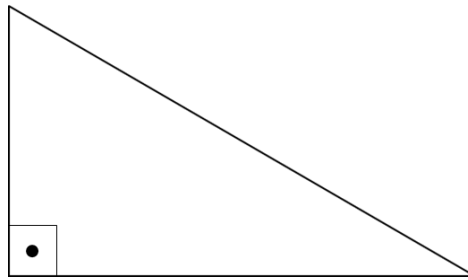
Está terminada a parte mais pitagórica do diálogo. As descrições de objetos, entidades, sentidos etc. passam a ser o foco principal do discurso de Timeu. Entretanto, antes de partimos para Aristóteles, caberá explorar mais um ponto deste diálogo: a descrição dos sólidos platônicos. Junto a isso será de grande valia uma apresentação do considerado pai da geometria, Euclides de Alexandria (325-265 a.C.).

Primeiramente, se referindo aos elementos já mencionados (fogo, água, terra e ar), Timeu os define como “corpos” (PLATÃO, 2012, p. 85), e que por isso possuem

“profundidade” (PLATÃO, 2012, p.85), essa sendo limitada por “uma superfície plana” (PLATÃO, 2012, p. 85) que é “composta por triângulos” (PLATÃO, 2012, p. 85). Então continua sobre os triângulos afirmando que todos eles “têm sua origem em dois triângulos” (PLATÃO, 2012, p. 85).

O primeiro é o triângulo retângulo escaleno, Figura 10:

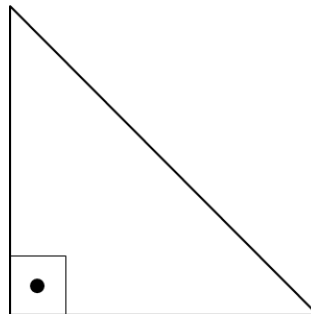
Figura 10 - Representação do triângulo retângulo escaleno.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

E o segundo é o triângulo retângulo isósceles, a Figura 11:

Figura 11 - Representação do triângulo retângulo isósceles.

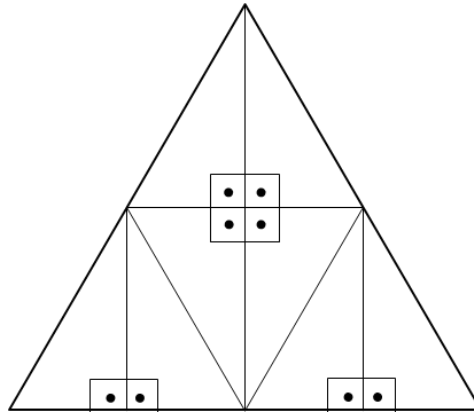


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Continuando, Timeu declara os dois como os escolhidos para constituir “o fogo e os outros corpos” (PLATÃO, 2012, p. 87). O primeiro triângulo a entrar em cena “é aquele cuja hipotenusa tem a extensão correspondente ao dobro do lado menor do triângulo” (PLATÃO, 2012, p. 88), a junção de 8 desses triângulos, como será mostrado abaixo, forma um triângulo equilátero.

Como é mostrado na Figura 12:

Figura 12 - Representação da formação do triângulo equilátero por meio dos 8 escalenos.



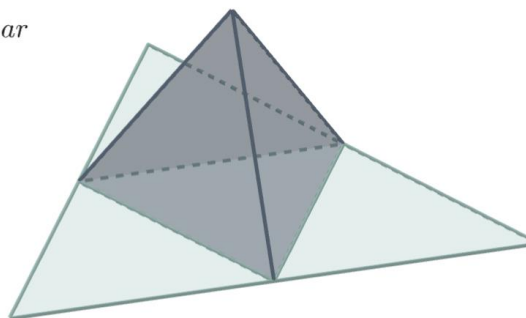
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Agora, com a obtenção do triângulo de lados iguais a partir do triângulo retângulo escaleno, surge a possibilidade de formar o primeiro sólido platônico. Timeu explica: “Quando quatro triângulos equiláteros são combinados, um só ângulo contínuo é formado na junção de três ângulos planos” (PLATÃO, 2012, p. 88), e, “quando são produzidos quatro ângulos como esse, é construída a primeira figura sólida” (PLATÃO, 2012, p. 88), o tetraedro (pirâmide); considerada a molécula do fogo por Platão.

Mostrado pela Figura 13:

Figura 13 - Tetraedro.

Tetraedro Regular



Fonte: Derivando a Matemática (2019).

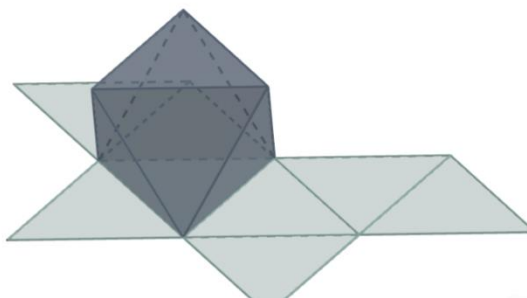
A próxima figura solidada, também composta pelos mesmos triângulos, é construído “a partir de oito triângulos equiláteros, o que produz um ângulo contínuo a partir de quatro ângulos

planos” (PLATÃO, 2012, p. 88), e “uma vez formados seis ângulos contínuos” (PLATÃO, 2012, p. 88), temos o segundo sólido, o octaedro; a molécula do ar.

Apresentado pela Figura 14:

Figura 14 - Octaedro.

Octaedro Regular



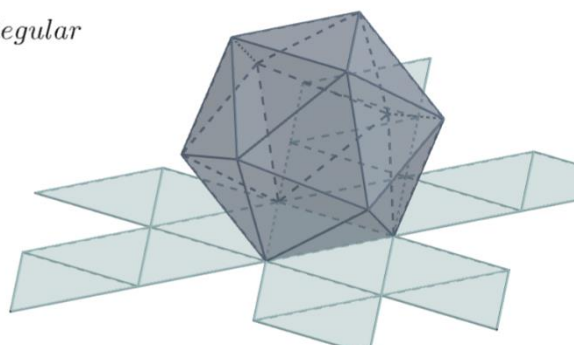
Fonte: Derivando a Matemática (2019).

A terceira figura sólida possui “doze ângulos contínuos, cada um destes contido por cinco triângulos equiláteros planos” (PLATÃO, 2012, p. 89), contando com “vinte faces triangulares equiláteras” (PLATÃO, 2012, p. 89). Este recebe o nome de icosaedro, e representa a molécula de água.

Destacado pela Figura 15:

Figura 15 - Icosaedro.

Icosaedro Regular



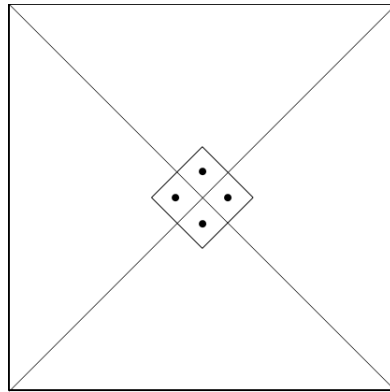
Fonte: Derivando a Matemática (2019).

O quarto sólido platônico não recebe mais os triângulos equiláteros: “o primeiro dos triângulos elementares deixou de atuar após haver gerado os três sólidos acima” (PLATÃO, 2012, p. 89); então, os triângulos que irão gerar o próximo sólido são os triângulos retângulo

isósceles. Estes, “associados em grupos de quatro com os ângulos retos traçados associativamente no centro, produziram um quadrilátero equilátero” (PLATÃO, 2012, p. 89).

Realçado pela Figura 16:

Figura 16 - Formação do quadrado por meio dos triângulos retângulos isósceles.



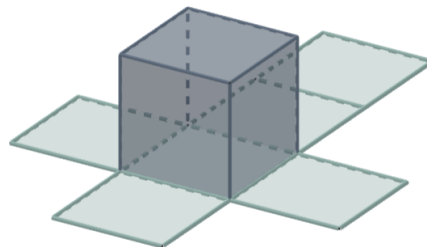
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Com isso, a partir de “seis desses quadriláteros” (PLATÃO, 2012, p. 89) formando “oito ângulos contínuos” (PLATÃO, 2012, p. 89) com “cada um desses compostos de três ângulos planos” (PLATÃO, 2012, p. 89), tem-se que o corpo resultante é o cubo; possuidor de “seis faces quadrangulares equiláteras planas” (PLATÃO, 2012, p. 89) e considerado a molécula de Terra.

Evidenciado pela Figura 17:

Figura 17 - Hexaedro (cubo).

Hexaedro Regular



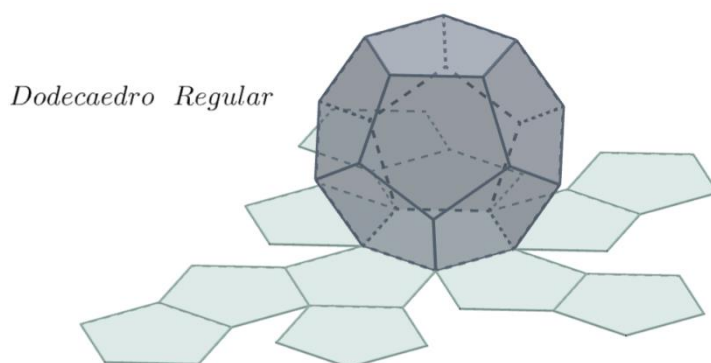
Fonte: Derivando a Matemática (2019).

O próximo sólido não recebe muita atenção de Timeu, pois este não é formado pelos considerados triângulos elementares. O quinto sólido também foge da quantidade definida dos

considerados elementos da natureza (fogo, ar, água e terra), fazendo com que uma atribuição com a mesma complexidade e base conceitual das quatro primeiras não fosse possível. Desta forma, poucas palavras foram usadas em sua referência: “Percebendo a presença remanescente de uma quinta figura composta, o deus a utilizou para a decoração do universo” (PLATÃO, 2012, p. 89); este é o dodecaedro.

Apresentado pela Figura 18:

Figura 18 - Dodecaedro.



Fonte: Derivando a Matemática (2019).

Platão, após a devida apresentação de suas formas, prossegue esclarecendo suas ideias acerca da composição das coisas do universo. Ao final deste diálogo, o mestre da academia resume o papel e objetivo de todo o trabalho: “Pondo-nos a corrigir as revoluções em nossas cabeças distorcidas por ocasião de nosso nascimento, por meio do aprendizado das harmonias e revoluções do universo, com isso instaurando a conformidade entre nossa parte pensante e o objeto pensado” (PLATÃO, 2012, p. 154). Essa busca por estabelecer parâmetros verdadeiros entre o que pensamos e sobre o que pensamos percorre, mesmo que em boa parte de forma inexplicada, toda a nossa vida. Uma criança que aprende a ligar a palavra “água” ao composto químico Água está justamente fazendo aquilo ao qual Platão se refere. Indubitavelmente, este esforço de interligação entre o que pensamos e a realidade ganha mais variáveis com o passar dos anos, e, por isso, o elo de ligação fica cada vez mais abstrato e universal¹⁸.

Por fim, foi visto que o mestre da academia trouxe maior profundidade aos já complexos trabalhos filosóficos e matemáticos iniciados por Tales e os pitagóricos. Platão conseguiu fazer um forte elo entre sua filosofia do Bem e da Beleza utilizando do trabalho pitagórico da harmonia e das bases da geometria plana, que serviram como as próprias estruturas de seu

¹⁸ Ver página 52.

cosmos. O deus responsável, segundo Platão, era sumamente bom, e por isso também era dotado da beleza presente nas proporções das consonâncias perfeitas. Ele, mesmo que claramente não tivesse o objetivo de criar um todo ordenado sumamente bom (pois não seria possível, visto que esse vinha de uma matéria disforme), usou da propriedade da semelhança para dar corpo a um cosmos harmônico, e que por isso é intrinsecamente belo.

3.4.1 Euclides, o maior geômetra da Academia

Na sua introdução para o livro Os elementos de Euclides, o matemático Irineu Bicudo elucida: “Acontece com Euclides o mesmo que com outros grandes matemáticos da Grécia Antiga: restam-nos apenas macérrimas informações sobre a vida e a personalidade do homem” (BICUDO, 2009, p. 41). Baseando-se “na parte acrescentada por Proclus ao *Sumário de Eudemo*. O próprio autor do acréscimo parece não ter conhecimento direto do lugar de nascimento do geômetra, ou das datas em que nasceu e em que morreu” (BICUDO, 2009, p. 42). Assim, muito do que se imagina sobre Euclides vem de uma inferência feita a partir desse trecho do sumário: “‘Não muito mais jovem do que esses (...) não há caminho real para a geometria’” (PROCLUS, s. a. *apud* BICUDO, 2009, p. 42).

Segue a inferência:

- (1) Arquimedes viveu imediatamente após o primeiro Ptolomeu;
- (2) Arquimedes menciona Euclides;
- (3) Há uma história sobre algum Ptolomeu e Euclides;
- logo
- (I) Euclides viveu no tempo do primeiro Ptolomeu.
- (4) Euclides medeia entre os primeiros discípulos de Platão e Arquimedes;
- (5) Platão morreu em 347/6 a.C.;
- (6) Arquimedes viveu de 287 a 217 a.C.;
- logo
- (II) Euclides deve ter atingido o seu acúmen por volta de 300 a.C. (o que acorda bem com o fato de que o primeiro Ptolomeu reinara de 306 a 283 a.C.).
- (7) Atenas era, à época, o mais importante centro de matemática existente;
- (8) Os que escreveram Elementos antes de Euclides viveram e ensinaram em Atenas;
- (9) O mesmo vale para os outros matemáticos de cujos trabalhos os Elementos de Euclides dependiam;
- Logo
- (III) Euclides recebeu o seu treinamento matemático dos discípulos de Platão em Atenas. (PROCLUS, s. a. *apud* BICUDO, 2009, p. 42).

Como se vê, Proclus prosseguiu acrescentando novas partes ao texto original de Eudemo, e, de acordo com o próprio, Euclides era “‘platônico pela escolha e familiarizado com

essa filosofia” (PROCLUS, s. a. *apud* BICUDO, 2009, p. 42). Justamente por essa razão ele teria definido como objetivo de seu livro dos Elementos “a construção das chamadas figuras platônicas” (BICUDO, 2009, p. 42-43). Sobre essa afirmação, Bicudo complementa: “como os Elementos terminam, de fato, com a construção dos poliedros regulares, isto é, dos cinco sólidos ou figuras platônicas, sendo Proclus um neoplatônico, viu nisso a oportunidade para associar Euclides àquela escola” (BICUDO, 2009, p. 43).

Sobre a provável escola que Euclides teria fundado na cidade de Alexandria, é também apresentada por Bicudo a sua semente: “aprendemos de uma observação de Pappus no livro VII da sua *A coleção matemática*” (BICUDO, 2009, p. 43). Nessa observação, referindo-se a Apolônio de Tiana (15-100 d.C.), Pappus de Alexandria (290-350 d.C.) comenta: “e, tendo frequentado por muito tempo os discípulos de Euclides em Alexandria, por essa razão adquiriu esse hábito não ignorante da mente” (PAPPUS, s. a. *apud* BICUDO, 2009, p. 43). Pappus nasceu cerca de 300 anos após Apolônio, que, por sua vez, nascera também 300 anos depois de Euclides.

Bicudo ainda apresenta mais um texto antigo sobre o geômetra, texto esse escrito por Stobaeus (d.C.):

(...) alguém que começara a estudar geometria com Euclides, tendo aprendido o primeiro teorema, perguntou a Euclides: ‘Mas o que me será acrescido por aprender essas coisas?’ E Euclides, tendo chamado o escravo: ‘Dê-lhe três óbolos, porque para ele é preciso lucrar com o que aprende’. (STOBAEUS, s. a. *apud* BICUDO, 2009, p. 43).

Sobre a vida de Euclides, o material que resistiu aos dois milênios acaba de ser em sua totalidade apresentado. Porém, outros restam acerca de seus trabalhos; e não só sobre os geométricos. Ainda no *Sumário de Eudemo*, Proclus escreve: “Também existem, de fato, muitas outras obras matemáticas desse homem, cheias de exatidão admirável e de visão científica. Pois tais são tanto a Ótica quanto a Catóptrica, e tais também as a respeito dos Elementos de música, e ainda o livro sobre Divisões” (PROCLUS, s. a. *apud* BICUDO, 2009, p. 45).

Todos os trabalhos citados acima possuem grande complexidade, fator que impede uma abordagem rápida sem que essa pareça superficial. Porém, resta ainda a oportunidade de resumir seu principal trabalho; acrescentando a descrição feita previamente dos cinco sólidos platônicos. Os Elementos de Euclides são divididos em treze livros (ou capítulos), esses se subdividem entre quatro principais temas: as formas, as magnitudes, os números e os sólidos. Praticamente todos eles possuem Definições geométricas que servem de base para as

demonstrações, porém o primeiro também conta com Postulados e Noções comuns, norteadores de tudo o mais.

Por fim, destaca-se a notável importância da Academia para o desenvolvimento das mais profundas sabedorias. Graças a ela os ensinamentos dos pitagóricos foram espalhados não mais como aspectos de uma seita, mas como objetos de um pensamento científico livre. Dela também surgiu o maior geômetra, fundador da mais conhecida e importante escola da geometria até o momento, a plana; homem que se dedicou a provar definitivamente as figuras criadas pelo seu mestre, Platão. E este, a partir de uma filosofia que não se resume a ganhos aparentes; filosofia essa que não se limita a pensar no que pode ser feito para conseguir mais afagos ou benesses, mas que, ao contrário, busca os meios que viabilizem o enriquecimento do conhecimento. Enfim, esta, que no lugar de limitar-se, busca o limite das coisas pensadas, mesmo que este seja tão aparente quanto o do céu aos nossos olhos.

3.5 ARISTÓTELES E CIÊNCIA, UMA CONCEPÇÃO METAFÍSICA

Consideramos que a ciência desejável em si mesma e em função do conhecimento está mais próxima da sabedoria do que aquela que é desejável por seus resultados. (ARISTÓTELES, 2012, p. 44).

O presente trabalho entra, neste momento, em seu último conglomerado de ideias. Não apenas serão apresentados novos conceitos e explicações sobre a matemática como ciência dedutiva e sobre a filosofia primeira, como também os conteúdos dos primeiros capítulos serão reavaliados sobre a ótica aristotélica.

A direção que será tomada a partir de agora é apontada pela Metafísica, principal obra do filósofo grego aluno de Platão e fundador do Liceu, Aristóteles. Ao final deste capítulo, duas obras modernas trarão o debate para mais próximo da atualidade, visto que é interessante reconhecer o elo entre aquilo criado há mais de dois mil anos e os seus frutos. Estas são A Filosofia da natureza, do filósofo tomista Jacques Maritain e Entes Matemáticos e Metafísica da historiadora da matemática Elisabetta Cattanei.

Aristóteles começa a Metafísica com a que talvez seja sua mais conhecida frase: “todos os seres humanos naturalmente desejam o conhecimento” (ARISTÓTELES, 2012, p. 41). Segundo o próprio, isso é provado “pelo apreço que experimentamos pelos sentidos” (ARISTÓTELES, 2012, p. 41), pois estes contribuem diretamente para que tomemos conhecimento das coisas, sendo o sentido da visão o principal entre os demais. Após essa introdução, ele apresenta a “faculdade da memória” (ARISTÓTELES, 2012, p. 41), que é

desenvolvida por alguns animais a partir do “poder da sensação” (ARISTÓTELES, 2012, p. 41). Conclui, então, que “os primeiros são mais inteligentes e mais capazes de aprender do que os incapazes de lembrar” (ARISTÓTELES, 2012, p. 41).

Assim, os outros animais vivem com base em impressões e lembranças, contando apenas com uma modesta parcela de experiência; a raça humana, entretanto, vive também com base na arte e no raciocínio. É a partir da memória que os seres humanos adquirem experiência, porque as numerosas lembranças de uma mesma coisa acabam por produzir o efeito de uma única experiência. (ARISTÓTELES, 2012, p. 41).

Continuando, o mestre do Liceu afirma que a experiência é o meio pelo qual obtemos ciência e arte, e define: “A arte é produzida quando a partir de muitas noções da experiência forma-se um só juízo universal relativamente a objetos semelhantes” (ARISTÓTELES, 2012, p. 42).

Para um maior embasamento das últimas afirmações, Aristóteles faz uma importante distinção. Nesta, também são apresentados dois conceitos de sua filosofia, os particulares e os universais: “a experiência é conhecimento dos particulares, enquanto a arte o é dos universais” (ARISTÓTELES, 2012, p. 42). O primeiro conceito é explicado com uma breve analogia, onde Aristóteles coloca que “não é o ser humano que o médico cura” (ARISTÓTELES, 2012, p. 42); o médico, dessa forma, cura João ou Maria, “ou alguma outra pessoa nomeada semelhantemente, que acontece ser também um ser humano” (ARISTÓTELES, 2012, p. 42). Como veremos, estes dois conceitos serão tratados por diversas vezes.

Se alguém dispõe da teoria sem experiência, e conhece o universal, mas não conhece o particular nele contido, com frequência falhará em seu tratamento, uma vez que é o particular que tem que ser tratado. Entretanto, consideramos que o conhecimento e a competência pertencem antes à arte que à experiência, e supomos que artistas sejam mais sábios do que homens de mera experiência. (ARISTÓTELES, 2012, p. 42).

Com isso, Aristóteles quer dizer que “a sabedoria depende mais propriamente do conhecimento” (ARISTÓTELES, 2012, p. 42). Para o mestre, os artistas “conhecem a causa” (ARISTÓTELES, 2012, p. 42), enquanto os que apenas detêm a experiência “não conhecem” (ARISTÓTELES, 2012, p. 42). Explica então que “uma vez que os homens de experiência conhecem o fato, mas não o porquê; os artistas, contudo, conhecem o porquê e a causa” (ARISTÓTELES, 2012, p. 42).

Nestas primeiras palavras, pode-se ver claramente a posição do Estagira. Esta depende de uma ordem e de uma hierarquia. A ordem é relativa a como chegamos ao conhecimento, através do caminho que começa com o uso dos sentidos e que passa pela memorização e unificação de uma experiência. Sobre a hierarquia, temos que esta compreende a questão de que alguns dos passos até a sabedoria estão acima de outros (além do vir depois referente a ordem, são mais importantes).

A seguir, Aristóteles usa da palavra “artesãos” para referir-se àqueles que apenas “executam as suas¹⁹ através do hábito” (ARISTÓTELES, 2012, p. 43); com “artistas” ele quer dizer aqueles que não apenas possuem experiência, mas sabem o porquê e a causa do que fazem. Estes últimos, então, são mestres e dispõem de maior sabedoria, “não devido sua capacidade de fazer as coisas, mas porque possuem uma teoria e conhecem as causas” (ARISTÓTELES, 2012, p. 43), pois apenas quando se refere unicamente a “propósitos práticos” (ARISTÓTELES, 2012, p. 42) a experiência não é inferior a arte.

Na mesma tomada, Aristóteles ressalta: “Geralmente o sinal de conhecimento ou ignorância é a habilidade para ensinar, e por isso sustentamos que a arte – preferivelmente à experiência – é conhecimento científico, visto que os artistas são capazes de ensinar, ao passo que os outros não são” (ARISTÓTELES, 2012, p. 43).

É, portanto, provável que, de início, o criador de qualquer arte que foi além das sensações comuns fosse admirado por outros seres humanos, não meramente porque algumas de suas invenções foram úteis, mas por ser ele uma pessoa sábia e superior. E à medida que mais e mais artes foram descobertas, algumas relacionadas às necessidades e algumas ligadas aos entretenimentos da vida, os criadores das segundas foram sempre considerados mais sábios do que aqueles das primeiras, porque os seus ramos do conhecimento não visavam à utilidade. (ARISTÓTELES, 2012, p. 43).

Dois novos termos são então apresentados por Aristóteles, e esses dividem o conceito de ciência em dois: ciência especulativa e ciência produtiva. A primeira está “mais ligada ao saber” (ARISTÓTELES, 2012, p. 44) do que a segunda. É importante que a existência desses dois tipos de ciência não seja esquecida no decorrer das próximas páginas; porém, cabe informar que Aristóteles irá conceber a existência de mais um tipo de ciência, a prática, tais como a ética e a política.

Mais à frente, define a sabedoria como o “conhecimento de certos princípios e causas” (ARISTÓTELES, 2012, p. 44). Dessa forma, “o sábio é aquele capaz de compreender coisas

¹⁹ Obras.

difíceis, as que não se mostram fáceis a compreensão humana” (ARISTÓTELES, 2012, p. 44). Ou seja, além de utilizar seus sentidos para compreender o que está a sua volta²⁰, o sábio vai além; pois “sua melhor capacidade” (ARISTÓTELES, 2012, p. 44) é “expor as causas” (ARISTÓTELES, 2012, p. 44).

Aristóteles agora volta ao conceito dos universais. Estes, segundo ele, equivalem a um “conhecimento do universal” (ARISTÓTELES, 2012, p. 45), que, por sua vez, é obtido quando se tem “todos os particulares compreendidos no universal” (ARISTÓTELES, 2012, p. 45). Continuado, coloca as coisas “mais universais” (ARISTÓTELES, 2012, p. 45) como as de “mais difícil apreensão para o ser humano, porque são mais distanciadas dos sentidos” (ARISTÓTELES, 2012, p. 45).

As ciências mais exatas são as que mais concernem aos primeiros princípios, pois as que estão baseadas em poucos princípios são mais exatas do que aquelas que incluem princípios adicionais; por exemplo, a aritmética é mais exata do que a geometria. Além disso, a ciência que investiga causas é mais instrutiva do que a ciência que não o faz, pois são os que nos informam acerca das causas de qualquer coisa particular que nos instruem. (ARISTÓTELES, 2012, p. 45).

O mestre do Liceu ainda especula sobre qual deverá ser “a ciência máxima” (ARISTÓTELES, 2012, p. 45), “superior às subordinadas” (ARISTÓTELES, 2012, p. 45), concluindo que esta deve deter o “conhecimento da finalidade de cada ação a ser concretizada” (ARISTÓTELES, 2012, p. 45); e define que o bem, do âmbito mais particular ao mais universal, é uma das causas finais a serem buscadas por ela. Essa ciência²¹ é então classificada “como a única ciência independente, uma vez que somente ela existe por si mesma” (ARISTÓTELES, 2012, p. 46). Ainda sobre ela, Aristóteles afirma que “sua aquisição está além da capacidade humana” (ARISTÓTELES, 2012, p. 46), ou seja, ou ela é de posse divina ou é sobre assuntos divinos, dado que “todos creem que a divindade seja uma das causas e um tipo de princípio (1) e que a divindade é quem possui exclusiva ou principalmente esse tipo de conhecimento (2)” (ARISTÓTELES, 2012, p. 46).

Logo após, a ciência máxima é colocada como a mais inútil dentre as demais, tornando todas as outras mais necessárias; contudo, isso não quer dizer que ela não é boa, na verdade, “nenhuma é melhor do que ela” (ARISTÓTELES, 2012, p. 46). Isso deverá causar algum nível de estranheza, como pode a melhor ciência não ser a mais necessária? A explicação mais

²⁰ Presente peremptoriamente na natureza.

²¹ A Filosofia Primeira, ou Ciência Máxima, ou Sabedoria ou Metafísica.

resoluta é que esta, por bastar-se em si mesma, necessariamente não deve depender de uma condição mutualística com nada mais, pois isso invalidaria a natureza que a torna única.

Mais quatro conceitos são então apresentados e explicados, todos eles correspondentes aos tipos de causa aristotélicos:

Ora, há quatro tipos reconhecidos de causa. Destes, afirmamos que um deles é a essência ou natureza essencial da coisa (uma vez que o ‘porquê’ de uma coisa é, em última instância, reduzível à sua fórmula, e o ‘porquê’ em última instância é uma causa e princípio); um outro é a matéria ou substrato; o terceiro [tipo de causa] é o princípio do movimento; e o quarto é a causa que se opõe a isso, nomeadamente a finalidade ou ‘bem’ (visto ser isso o fim de todo processo gerador e motriz) (ARISTÓTELES, 2012, p. 47).

Aristóteles, estando satisfeito com os primeiros pontos apresentados, passa a fazer um levantamento histórico sobre aqueles que já haviam filosofado sobre os primeiros princípios e causas. Comenta sobre a ideia de Tales de Mileto, que, após identificar uma natureza interior úmida presente em muitas coisas, declara a água como o primeiro princípio destas. Fala também sobre Anáxímenes de Mileto (585-524 a.C.), que, no lugar da água, considerava o ar o “mais primordial” (ARISTÓTELES, 2012, p. 49). Já Heráclito de Éfeso (494-430 a.C.), segundo Aristóteles, sustentava isso “relativamente ao fogo” (ARISTÓTELES, 2012, p. 49).

Sobre essas primeiras ideias, ele defende que seus princípios são de tipo material. De forma lógica, sabe-se que a matéria não produz a mudança em si mesma, ou seja, esta depende de algo a mais que o faça. Por essa razão, “investigar isso significa investigar outro tipo de causa: o princípio do movimento” (ARISTÓTELES, 2012, p. 49). Esse tipo de causa foi abordada por aqueles que supuseram “o amor ou o desejo como um princípio primeiro das coisas” (ARISTÓTELES, 2012, p. 51), como o fizera Parmênides (515-460 a.C.). Dado isso, “esses pensadores, portanto, conforme dizemos, até o tempo de Empédocles, parecem ter apreendido duas das causas que definimos no tratado sobre a natureza²²: a causa material e o princípio do movimento, mas isso apenas de maneira vaga e obscura” (ARISTÓTELES, 2012, p. 52).

Após referir-se a diversos pensadores, Aristóteles começa a falar sobre os pitagóricos; e define: “os chamados pitagóricos dedicaram-se às matemáticas e foram os primeiros a desenvolver essas ciências; e estudando-as passaram a crer que os princípios delas são os princípios de tudo” (ARISTÓTELES, 2012, p. 53). Declara ainda que “uma vez que perceberam posteriormente que as propriedades e proporções das escalas musicais são baseadas em

²² Ou a Física de Aristóteles.

números, e visto que parecia claro que todas as outras coisas tinham toda sua natureza moldada nos números” (ARISTÓTELES, 2012, p. 53), “supuseram ser os elementos dos números os elementos de todas as coisas e todo o céu uma escala musical e um número” (ARISTÓTELES, 2012, p. 53-54); e é exatamente dessas crenças que parte a famosa frase creditada aos pitagóricos de que tudo é número.

Além do que já fora explorado neste trabalho referente aos pitagóricos, Aristóteles ainda acrescenta uma outra cadeia de princípios defendidos pela escola pitagórica. Esses somariam, ao total, dez princípios; são eles: “limitado e ilimitado, ímpar e par, unidade e pluralidade, direito e esquerdo, macho e fêmea, repouso e movimento, reto e curvo, luz e escuridão, bem e mal, quadrado e oblongo” (ARISTÓTELES, 2012, p. 54). A partir disso, Aristóteles os coloca no tipo de causa material; “uma vez que declaram ser estes os constituintes originais dos quais a substância está moldada e composta, tendo-os como suas partes inerentes” (ARISTÓTELES, 2012, p. 55).

Os pitagóricos, embora igualmente se referissem a dois princípios, fizeram o seguinte acréscimo, que lhes é peculiar: acreditavam não que o limitado e o ilimitado fossem entidades separadas – como o fogo, a água ou algo similar – mas que o próprio ilimitado e o próprio uno fossem a essência das coisas das quais são predicados e, conseqüentemente, que o número fosse a essência de todas as coisas. (ARISTÓTELES, 2012, p. 56-57).

Reavendo todos esses conceitos e comparando-os com as definições de causas aristotélicas, vê-se que os pitagóricos, ao final, não atingiram o último nível em suas doutrinas, pois certamente eles não chegaram à ciência máxima buscada por Aristóteles. Na verdade, nem mesmo exploraram todos os 4 tipos de princípios aristotélicos em seus trabalhos.

Justamente após ter feito suas considerações sobre os filósofos e matemáticos pitagóricos, Aristóteles retoma seu trabalho com as seguintes palavras: “as filosofias descritas anteriormente foram sucedidas pelo sistema de Platão, o qual em muitos aspectos harmoniza-se com elas, mas que também encerrava características distintas daquelas da filosofia itálica²³” (ARISTÓTELES, 2012, p. 57).

E quando Sócrates, deixando de lado a natureza e confinando seu estudo às questões éticas, buscou nessa esfera o universal e foi o primeiro a concentrar-se nas definições, Platão a ele aderiu e concebeu que o problema da definição não diz respeito a qualquer coisa sensível, mas a entidades de outro tipo, isto porque é impossível haver definição geral de coisas sensíveis, que estão em contínua mutação. (ARISTÓTELES, 2012, p. 58).

²³ Filosofia advinda de filósofos que viveram na península itálica, tais como Pitágoras e Tales.

As entidades referenciadas acima foram chamadas por Platão de *Ideias*, e “todas as coisas sensíveis são nomeadas segundo elas e em função de sua relação com elas, uma vez que a pluralidade das coisas que tem o mesmo nome que as Formas existem por participação delas” (ARISTÓTELES, 2012, p. 58). Tanto Ideias como Formas se referem as mesmas entidades, estas que significam muitas coisas, tais como perfeição, universalidade, imutabilidade etc. Uma importante diferenciação é feita por Aristóteles ao chegar ao platonismo, mais importante ainda para este trabalho que tanto abordou Pitágoras como Platão; segundo o próprio, “enquanto os pitagóricos afirmam que as coisas existem por imitação dos números, Platão afirma que existem por participação: meramente uma mudança de termo” (ARISTÓTELES, 2012, p. 58). Essa mudança tanto pode transparecer uma grande diferença, como pode significar nada além da mudança de palavras com o objetivo de diferenciar as ideias. Essa questão, contudo, segundo Aristóteles, permanecia em aberto (ARISTÓTELES, 2012).

Ainda sobre Platão, temos a seguinte passagem:

Ele acrescenta que além das coisas sensíveis e das formas, existe uma classe intermediária, os objetos das matemáticas, que diferem das coisas sensíveis por serem eternos e imutáveis, e das formas, por haver múltiplos objetos semelhantes das matemáticas, ao passo que cada forma é, ela própria, única. (ARISTÓTELES, 2012, p. 58).

O mestre do Liceu resume aquilo que tratamos do platonismo, fortalecendo o entendimento de tal filosofia. Na sequência, ele faz mais uma importante distinção; para Platão, os números não eram tais como coisas sensíveis, “ao passo que eles [os pitagóricos] sustentam que as próprias coisas são os números” (ARISTÓTELES, 2012, p. 59). Portanto, “com base neste exame, fica claro que ele empregava somente duas causas: a da essência e a causa material” (ARISTÓTELES, 2012, p. 59). Está é a conclusão de Aristóteles sobre a contribuição de Platão em busca da ciência máxima.

Em geral, a despeito de a sabedoria ocupar-se da causa das coisas visíveis, ignoramos esta questão (visto não dispormos de uma explicação para a causa do início da mudança); ademais, na convicção de que estamos explicando as substâncias das coisas visíveis, estabelecemos a existência de outras. (ARISTÓTELES, 2012, p. 69).

Como é de se esperar, o caminho até a Sabedoria²⁴ implica diversas questões causadoras de problemas a serem resolvidos, ou até esquecidos. Aristóteles, após ter comentado acerca das ideias de alguns dos maiores pensadores de sua época, passou a apontar seus problemas, enquanto os comparava com as qualidades necessárias à Metafísica. Sobre estes, vale destacar aquele que aparece graças a tentativa de alguns de tudo comprovar: “A conclusão é que buscar, ou supor realizada, a descoberta dos elementos de todas as coisas existentes é um erro” (ARISTÓTELES, 2012, p. 70). Isso se dá pela impossibilidade da obtenção de conhecimentos prévios acerca de tudo, já que “todo aprendizado procede, total ou parcialmente, do que já é conhecido” (ARISTÓTELES, 2012, p. 71), condição primordial, segundo Aristóteles, para a existência de uma “ciência que abarca tudo” (ARISTÓTELES, 2012, p. 71).

No terceiro livro de sua Metafísica, temos a investigação da verdade como objetivo claro. Sobre esta, Aristóteles afirma que sua situação perante o homem é de forte evidência, tão forte que acaba nos ofuscando e dificultando que a enxerguemos, assim como a luz do dia que ofusca os morcegos (ARISTÓTELES, 2012). Ou seja, isso “ocorre com nossa razão em nossa alma relativamente àquelas coisas que são, naturalmente, as mais evidentes” (ARISTÓTELES, 2012, p. 75). Dessa forma, tendo em vista a importância já apresentada da filosofia por Aristóteles, este afirma: “É com acerto que a filosofia é chamada de conhecimento da verdade.” (ARISTÓTELES, 2012, p. 76).

Voltando a dois dos três tipos de ciência que foram pronunciados, as especulativas e as práticas, Aristóteles define que “o objetivo da ciência especulativa é a verdade, ao passo que o da ciência prática é a ação” (ARISTÓTELES, 2012, p. 76). Ele ainda explica que cientistas práticos podem sim investigar como algo realmente é, porém visando apenas “a aplicação relativa e imediata” (ARISTÓTELES, 2012, p. 76); e, dado que “não podemos conhecer a verdade independentemente da causa” (ARISTÓTELES, 2012, p. 76), tal diferenciação torna-se deveras necessária.

Feita esta explicação dos termos, seguir-se-á sobre a ciência dos números e das quantidades, com uma contundente afirmação do mestre do Liceu: “A precisão matemática não deve ser exigida em tudo, mas somente nas coisas que não contêm matéria” (ARISTÓTELES, 2012, p. 79). E nisto está uma grande diferença entre ela e as ciências da natureza, pois “se presume que toda a natureza esteja ligada à matéria” (ARISTÓTELES, 2012, p. 79), e esta, como vimos, perece e é mutável, ao passo que os objetos da matemática são eternos e por isso não mudam.

²⁴ O nome Metafísica foi cunhado muito após Aristóteles, que a chamou originalmente de Sabedoria.

O autor continua seu caminho em busca de conhecer completamente a metafísica, e, neste percurso, a principal dúvida parece ser se há várias ou apenas uma ciência sobre determinado assunto, como naquele em que toca as definições que não necessitam de demonstrações, os axiomas: “Axiomas dos quais procedem todas as demonstrações, por exemplo: *todas as coisas têm que ser ou afirmadas ou negadas, e é impossível simultaneamente ser e não ser*, e todas as demais proposições deste caráter” (ARISTÓTELES, 2012, p. 87). Justamente dessa discussão é tirado mais um argumento sobre a impossibilidade de “uma ciência de todas as substâncias, pois neste caso haveria uma ciência demonstrativa de todos os atributos, na suposição de que toda ciência demonstrativa proceda de crenças aceitas e investigue os atributos essenciais referentes a um objeto definido de estudo” (ARISTÓTELES, 2012, p. 87-88).

Na mesma frequência, pode-se tirar ainda mais uma conclusão sobre o método das ciências, que dependem de uma assertividade acerca do que estão tratando; quer dizer, não se pode cobrar da matemática que esclareça o que é melhor ou pior, pois esta não avalia “bens e males” (ARISTÓTELES, 2012, p. 86). Ou seja, é em suma evidente que todo tipo de ciência tenha seu objeto de estudo definido, e que esta não seja usada para validar outro que sequer consegue alcançar.

A seguinte frase identifica o prosseguimento correto, segundo Aristóteles, de como buscar um conhecimento: “Afiml, obtemos conhecimento de todas as coisas somente na medida em que contém algo universal, alguma característica singular e idêntica.” (ARISTÓTELES, 2012, p. 93). Pois: “Se nada existe à parte das coisas individuais, nada será inteligível. Tudo será sensível e não haverá conhecimento de coisa alguma, a menos que se sustente que a percepção sensorial seja conhecimento.” (ARISTÓTELES, 2012, p. 93).

Estas últimas passagens sustentam grande parte da filosofia aristotélica, pois a partir delas tem-se que existem outras substâncias além das sensíveis. Como contraponto, tomando-se como verdade que só existem coisas sensíveis, torna-se necessário que se tome como verdade que tudo o que sabemos está presente nestas, fazendo com que nosso conhecimento se encerre nisso; mas como vimos no próprio exemplo da matemática e de seu objeto, outras coisas existem devem existir além das sensíveis.

Há uma ciência que investiga o ser como ser e as propriedades que lhe são inerentes devido à sua própria natureza. Essa ciência não é nenhuma das chamadas ciências particulares, pois nenhuma delas se ocupa do *ser* geralmente como *ser*. (ARISTÓTELES, 2012, p. 105).

A referida ciência se ocupa inteiramente do ser, enquanto as outras “seccionam alguma porção do ser e investigam os atributos desta porção, como fazem, por exemplo, as ciências matemáticas” (ARISTÓTELES, 2012, p. 105). Este ser sempre se refere a um princípio único, e dado que “a substância é essa coisa primária, é das substâncias que o filósofo deve apreender os primeiros princípios e causas” (ARISTÓTELES, 2012, p. 106). Ainda sobre essa ciência, Aristóteles finaliza seu papel em relação a conceitos já explorados²⁵: “está claro que cabe a essa ciência descobrir tanto a essência quanto os atributos desses” (ARISTÓTELES, 2012, p. 108).

Precisamos decidir se cabe a uma mesma ciência ou a ciências diferentes a investigação dos chamados axiomas das matemáticas e da substância. É óbvio que a investigação desses axiomas também cabe a uma única ciência, nomeadamente a ciência do filósofo, já que se aplicam a todas as coisas existentes. (ARISTÓTELES, 2012, p. 110).

Neste momento, Aristóteles passa a definir claramente os objetos de investigação tanto da ciência primordial quanto das subjacentes: “a especulação desses axiomas também caberá ao pensador do universal que investiga a substância primária” (ARISTÓTELES, 2012, p. 110). Ou seja, a este caberá investigar o *ser* enquanto *ele* mesmo. Já as demais, como vimos, caberá o papel de investigar de forma mais específica; partindo o *ser* em partes lógicas e as estudando objetivamente.

Fique entendido que: “Nossa investigação é a dos princípios e causas das *coisas que são* e evidentemente das coisas que são *enquanto são*.” (ARISTÓTELES, 2012, p. 171).

Com isso, temos como introduzida a filosofia aristotélica da Metafísica. Estas primeiras páginas trouxeram os conceitos mais básicos e deram luz às ideias do filósofo grego sobre o que é ciência, quantas ciências existem, quais são seus diferentes tipos, e, principalmente, sobre qual seria a maior delas. Sendo essa última a que sempre investigará o *ser* por completo, saindo da esfera do sensível, e analisando todos os seus atributos mediante os universais.

A partir deste ponto o foco será apresentar alguns pensamentos mais recentes sobre esta filosofia bimilenar, acrescentando a compreensão, e, de certa forma, mostrando como algumas dessas ideias evoluíram durante todo esse tempo. Como a matemática e a filosofia, principais temas trabalhados e conhecidos agora como ciências (segundo Aristóteles), tiveram suas naturezas reavivadas e seus principais laços expostos. Com isso, restará expor o pensamento que se refere a impossibilidade desses laços serem desatados; ressaltando que, segundo Aristóteles, ambos estão contidos, em último caso, na eternidade.

²⁵ Unidade, números, *ser*, etc.

Viu-se neste trabalho que a matemática evoluiu de uma mera ferramenta pragmática para uma ciência dedutiva, e que a filosofia deixou de tratar apenas daquilo considerado fácil de se observar e passou a ser integrada por estudos universais de difícil compreensão. Estes processos começaram com o desenvolvimento de funções e algoritmos pelos povos babilônios e egípcios, passaram pela introdução do pensamento científico com Tales de Mileto até o desenvolvimento filosófico e matemático pelos pitagóricos. Após isso, o aluno de Sócrates, Platão, continuou o trabalho filosófico do mestre, voltado principalmente ao ser, e o inseriu numa filosofia bem arquitetada com início, meio e fim. Ao final, viu-se que Aristóteles deu luz a maior das ciências, ao fazer justamente o que pra ele é o papel do cientista, investigar os opostos (ARISTÓTELES, 2012).

Esta tarefa do cientista sem dúvidas parece árdua, visto que este, mesmo com toda sua capacidade profissional empregada, não deixa de ser um homem, que, por sua vez, conhecidamente costuma ignorar ou atacar aquilo que vai contra algo pré-estabelecido em sua mente; independente da forma deste pensamento. Sobre este problema, Louis Chamming's, autor do prefácio do livro sobre a filosofia da natureza do filósofo Jacques Maritain, afirma que “todos têm consciência hoje de que o desenvolvimento irrefletido das ciências e das técnicas comporta graves ameaças, tanto para a natureza como para o homem que dela depende” (CHAMMING'S, 2003, p. 7-8). Nesta passagem, claramente o termo “ciência” é usado pra se referir a ciências que parecem estar buscando apenas a ação, e se distanciando das causas primordiais, e que por isso se afastam da sabedoria; sendo as técnicas justamente consequências, ou, como queira, produtos dessas ciências.

As ameaças referenciadas por ele são aquelas obtidas no momento em que os objetos de estudo de uma determinada ciência são modificados, ganhando novos pontos ou perdendo esse ou aquele outro. Sobre isso, ele declara: “caso queira refletir sobre as relações entre o homem e a natureza será preciso considerar os termos em que se estabelecem essas relações e perguntar-se, ao mesmo tempo: o que é o homem? E: o que é a natureza?” (CHAMMING'S, 2003, p. 8). Ou seja, isso “se trata de questões filosóficas, às quais a ciência como tal não pode trazer resposta direta” (CHAMMING'S, 2003, p. 8). Segundo Chamming's, este clima intelectual “dos tempos modernos” (CHAMMING'S, 2003, p. 8) existe graças a pensadores que ignoraram parte dos ensinamentos aristotélicos e, dentre outras coisas, instituíram, por exemplo, a provação empírica como necessidade primordial para a aceitação de uma ideia. Porém, como vimos, é impossível haver demonstrações para todas as coisas; e principalmente as de tipo empírico.

Maritain defende em seu livro que “o debate entre a filosofia e as ciências resume-se em um problema central: o da filosofia da natureza” (MARITAIN, 2003, p. 13). Segundo este filósofo, “a filosofia da natureza encontra-se presa entre dois perigos opostos: ser absorvida pelas ciências experimentais, que reivindicam para si com exclusividade o conhecimento do mundo sensível, do universo da natureza, ou então ser eclipsada pela metafísica” (MARITAIN, 2003, p. 13). Com isso, ele indaga qual deveria ser ela, lembrando, dessa forma, que a Física²⁶ de Aristóteles mais se parece com uma filosofia natural do que com a física matematizada que estamos habituados. Ou seja, ao definir corretamente o papel desta filosofia subjacente, o debate poderia chegar ao fim.

Ainda segundo ele, “Aristóteles fundou a filosofia da natureza no sentido de um saber propriamente dito, de uma ciência propriamente dita da natureza sensível” (MARITAIN, 2003, p. 20); e ainda a define como “conhecimento da natureza sensível cujo objeto é o ser sensível ou móvel, não precisamente como singular ou como sensível, mas como portador de valores inteligíveis e universais que prestam contas de sua própria mutabilidade” (MARITAIN, 2003, p. 21). Sendo, por fim, o objeto desta o “*ens concretum quidditati sensibili*, o ser engajado na natureza sensível” (MARITAIN, 2003, p. 21).

Seu discurso complexo irá apresentar novos termos derivados da filosofia aristotélica, cunhados em sua maior parte pelos filósofos escolásticos, e, entre eles, principalmente pelo Santo da Igreja Católica Tomás de Aquino. A filosofia deste recebe nome de tomismo e é de base aristotélica. Como é de se esperar, possui também uma infinda gama de complexidades, que, no olhar deste escritor, vão além do trabalho aqui proposto.

Porém, algo deixado por São Tomás de Aquino e elucidado por Maritain que pode ser apreendido com as bases dadas por este trabalho, é sua defesa das funções das mais elevadas ciências (Metafísica e matemática) em relação as demais:

A metafísica possui uma função reguladora no que concerne às ciências da natureza, assim como a matemática também possui uma função reguladora no que concerne a essas ciências, pois o objeto delas não é simplesmente mais universal, mais vasto, mais amplo, é uma forma, um tipo puro derivado de uma matéria. (MARITAIN, 2003, p. 29).

Aquilo discutido por diversas vezes neste trabalho sobre o fato de os objetos da matemática não existirem da mesma forma que as coisas sensíveis – pelo fato de estarem

²⁶ Tratado da natureza.

contidos na eternidade, ao passo que os últimos não – finalmente recebe uma definição terminológica apropriada: são estes objetos “de tipo puro” (MARITAIN, 2003, p. 29).

Por fim: “O saber físico deve terminar no sensível, o saber matemático deve terminar no imaginável, o saber metafísico, no puro inteligível.” (MARITAIN, 2003, p. 31).

Já o livro da italiana Elisabetta Cattanei, voltado principalmente a catalogar os entes das matemáticas com base numa visão filosófica aristotélica, começa explicando o que já se sabe sobre estes perante o que fora anteriormente apresentado: os objetos matemáticos não fazem parte da metafísica, estes são de outro tipo, que não aqueles estudados pela máxima ciência. Ou seja, há de certa forma um rompimento entre a matemática e a filosofia primeira a partir dessa negação, causada naturalmente pelo fato de uma superar a outra.

A escritora primeiramente introduz os entes matemáticos, pertencentes às diversas matemáticas²⁷. Após apresentá-los faz uma distinção, colocando alguns como particulares e outros como universais. Conceitos como os de grandeza e proporcionalidade são considerados particulares. Já os universais são os conhecidos axiomas, definições não demonstrativas: “um conjunto de proposições ‘universais’ ou ‘comuns’ que servem de ponto de partida a cada ciência matemática” (CATTANEI, 2005, p. 173).

Todos esses são comunicados por ela, ao fim, como “Entes matemáticos”, “inteligíveis como razão de ser imanente às propriedades matemáticas que pertencem ao mundo sensível” (CATTANEI, 2005, p. 444). Estes Entes, segundo ela, “podem ter elementos somente ao preço de que deixem de ser eternos” (CATTANEI, 2005, p. 458), então como isso de fato termina? Ela explica:

Aristóteles observa o que fazem os matemáticos de seu tempo, e conclui que os objetos aos quais suas ciências se referem devem ter uma certa fisionomia, como se viu, ambígua e paradoxal, mas sempre ligada à necessidade de manter para as matemáticas o estatuto epistemológico de ciência. (CATTANEI, 2005, p. 466).

Ora, pode-se ainda observar que as duas últimas discussões apresentadas: a de alguns que colocam ciência contra filosofia (mais especificamente contra a filosofia primeira, a metafísica), e a discussão sobre a matemática que parte de coisas²⁸ que nem mesmo ela pode demonstrar (lembrando que sem tais pontos de partida ela mesma não existiria como tal, além de, evidentemente, todas as outras ciências exatas também passarem a não existir), representam,

²⁷ Áreas da matemática.

²⁸ Axiomas e noções comuns.

sem sombra de dúvidas, uma contraposição²⁹, e, por conta disso, algum dos dois lados está terminantemente equivocado. Isso quer dizer que ou tudo existe em tudo, fazendo com que tudo seja sensível, e, dessa forma, material; ou existem outras coisas além das que podem ser notadas por nossos sentidos, incluindo estes princípios matemáticos e metafísicos.

²⁹Texto de Aristóteles de seu livro sobre Categorias que fundamenta a afirmação da existência de uma contraposição: ‘à afirmação e a negação, podemos dizer destas em todos os casos que uma tem que ser falsa, e a outra verdadeira, exista ou não o sujeito, pois se Sócrates realmente existe, ‘ele está doente’ ou ‘ele não está doente’ tem que ser verdadeira; ‘ele está doente’ ou ‘ele não está doente’ tem que ser falsa. E o mesmo ocorre se ele não existe: se não existe, é falso declarar ‘ele está doente’, porém verdadeiro declarar ‘ele não está doente’. Assim, que um dos dois tem que ser verdadeiro e o outro tem que ser falso em todos os casos valerá somente para aqueles opostos que, no mesmo sentido, se opõem como proposições afirmativa e negativa. (ARISTÓTELES, 2020, p. 60).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um homem meditou sobre metafísica tal como outro homem sobre matemática; por amor à verdade, por curiosidade ou por diversão. (CHESTERTON, 2020, p. 158).

Viu-se no início que a matemática surgiu como uma ferramenta necessária, e que mudou após o trabalho de Tales de Mileto, filósofo e matemático que aprofundou suas experiências práticas em pensamentos densos e propriamente científicos. Posteriormente, explorou-se Pitágoras e o pitagorismo, momento em que mais uma vez tanto a filosofia quanto a matemática pareceram evoluir juntas. Tal evolução só foi possível, mais uma vez, porque a prioridade era alcançar o máximo conhecimento, e para isso instituíram os ensinamentos liberais. Fator crucial para uma formação tida por eles como completa, visto acreditarem na existência de ligações entre os saberes.

Ao tratar de Platão, pensador grego conhecido principalmente como um filósofo, viu-se que esse concordava com os pitagóricos no tocante a confluência de conhecimentos variados. Mesmo que sua maior contribuição tenha sido na parte da filosofia, foi mostrado que esse não gostava daqueles que ignoravam, por exemplo, a geometria. Tal comportamento foi possivelmente o responsável pelo aparecimento e desenvolvimento do geômetra Euclides, frequentador da Academia e criador da geometria plana.

Na sequência, todo o empenho passou a ser dedicado no objetivo de apresentar aquele que possivelmente é o maior dentre os quais foram tratados, dado que seu trabalho assume uma complexidade até então inédita. Viu-se como o Estagira se debruçou nos trabalhos dos pensadores de sua época e apontou seus erros e faltas que impediram de observar a verdade como um todo, eliminando-os assim de participarem da metafísica. Todos os demais conteúdos apresentados dão então a base para que a contraposição apresentada no final do capítulo de Aristóteles possa ser analisada pelos leitores, e que esses então tomem suas próprias conclusões, levando a campo os aprendizados sobre as verdades imutáveis do ser.

Encerra-se assim este trabalho, que buscou inserir, explicar e demonstrar aquilo que de principal julgou que deveria ser apreendido pelos leitores. E, em posse do objetivo advindo do reconhecimento de uma problemática relativa a como são encarados os conhecimentos gerais da matemática e da filosofia, é um acerto pensar que ao menos o início da discussão necessária foi concluída.

Obviamente, sabia-se desde o início que não seria possível fazer uma pesquisa cem por cento completa, dado os parâmetros que devem ser seguidos no trabalho e a complexidade do

tema. Porém, outras pessoas podem, a partir da apresentação feita aqui, desenvolver mais trabalhos e mais pesquisas. Estes poderiam seguir diversas linhas, levando em conta a quantidade de conceitos explorados aqui e como estes podem apresentar outros novos a partir de abordagens mais profundas. Não apenas sobre os conceitos, novos trabalhos poderiam trazer mais perspectivas dos laços que ligam a filosofia à matemática e também às demais ciências exatas. Por fim, outros que tenham maior liberdade no que diz respeito ao tamanho final do trabalho estariam aptos a construir de forma mais abrangente os elos de ligação de dois dos maiores conhecimentos do homem.

REFERÊNCIAS

- AGOSTINHO, Santo. **Confissões**. 1. ed. Rio de Janeiro: Petra, 2020.
- ARISTÓTELES. **Categorias**. 2. ed. São Paulo: Edipro, 2020.
- ARISTÓTELES. **Metafísica**. 2. ed. São Paulo: Edipro, 2012.
- BOYER, C. B. **História da matemática**. 1. ed. São Paulo: Edgar Blücher, 1974.
- BICUDO, I. Os elementos. EUCLIDES. **Os elementos. Introdução**. 1. ed. São Paulo: Editora Unesp, 2009.
- CHAMMING'S, L. A filosofia da natureza. MARITAIN, J. **A filosofia da natureza. Prefácio à nova edição**. 1. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2003.
- CATTANEI, E. **Entes matemáticos e metafísica** - Platão, a Academia e Aristóteles em confronto. 1. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2005.
- CHESTERTON, G. K. **O homem eterno**. 1. ed. Campinas: Ecclesiae, 2020.
- EUCLIDES. **Os elementos**. 1. ed. São Paulo: Editora Unesp, 2009.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo (SP): Atlas, 1996.
- GUSMÃO, C. S. **A harmônica na Antiguidade grega**. Dissertação (Pós-Graduação em Filosofia) - Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo. São Paulo. 2010.
- KAHN, C. H. **Pitágoras e os pitagóricos** - Uma breve história. 1. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2007.
- MARITAIN, J. **A filosofia da natureza**. 1. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2003.
- PLATÃO. **Apologia de Sócrates**. Bolso. Ed. São Paulo: Edipro, 2019.
- PLATÃO. **Timeu e Critias ou a Atlântida**. 1. ed. São Paulo: Edipro, 2012.
- PLATÃO. **A república**. 9. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1972.
- PARMEGIANI, R. Algumas histórias da matemática que encantam. **Ensinando matemática**, 2017. Disponível em: <<https://www.ensinandomatematica.com/algumas-historias-matematica-encantam/>>. Acesso em: 29 jul. 2021.
- SERTILLANGES, A.-D. **A vida intelectual**. 1. ed. Campinas: Kírion, 2019.
- SÓLIDOS DE PLATÃO. **Derivando a matemática**, s. a. Disponível em: <<http://www.ime.unicamp.br/~apmat/solidos-de-platao/>>. Acesso em: 11 nov. 2021.

UN TRABAJO ESCOLAR DE MATEMÁTICAS REGRESA A CLASE 38 SIGLOS DESPUÉS. **ABC Ciencia**, 2016. Disponível em: <https://www.abc.es/ciencia/abci-trabajo-escolarmatematicasregresaclase38siglosdespues201604131128_noticia.html?ref=https%3A%2F%2Fwww.google.com.br%2F/>. Acesso em: 18 nov. 2021.

TOTH, I. Entes matemáticos e metafísica - Platão, a Academia e Aristóteles em confronto. CATTANEI, E. **Entes matemáticos e metafísica** - Platão, a Academia e Aristóteles em confronto. **Prefácio**. 1. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2005.