



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO

PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO

CENTRO DE ENGENHARIAS

CURSO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

KALYUDE DIÓGENES DE SOUSA

**ANÁLISE E CORREÇÃO DE VIBRAÇÕES CAUSADAS PELO
DESBALANCEAMENTO DE HÉLICE EM UMA AERONAVE RÁDIO
CONTROLADA**

MOSSORÓ-RN

2016

KALYUDE DIÓGENES DE SOUSA

**ANÁLISE E CORREÇÃO DE VIBRAÇÕES CAUSADAS PELO
DESBALANCEAMENTO DE HÉLICE EM UMA AERONAVE RÁDIO
CONTROLADA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentada à Universidade Federal Rural do
Semiárido – UFERSA, Centro de
Engenharias para a obtenção do título de
Bacharel em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Dr. Ramsés Otto Cunha Lima –
UFERSA

MOSSORÓ-RN

2016

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas, que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

d725 de Sousa, Kalyude Diógenes.
ANÁLISE E CORREÇÃO DE VIBRAÇÕES CAUSADAS PELO
DESBALANCEAMENTO DE HÉLICE EM UMA AERONAVE RÁDIO
CONTROLADA / Kalyude Diógenes de Sousa. - 2016.
74 f. : il.

Orientador: Ramsés Otto Cunha Lima.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e
Tecnologia, 2016.

1. Vibrações. 2. Balanceamento. 3. Grupo moto
propulsor. I. Lima, Ramsés Otto Cunha, orient.
II. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

**ANÁLISE E CORREÇÃO DE VIBRAÇÕES CAUSADAS PELO
DESBALANCEAMENTO DE HÉLICE EM UMA AERONAVE RÁDIO
CONTROLADA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentada à Universidade Federal Rural
do Semiárido – UFRSA, Departamento de
Ciências Exatas e Naturais para a obtenção
do título de Bacharel em Ciência e
Tecnologia.

Orientador: Dr. Ramsés Otto Cunha Lima –
UFRSA

APROVADA EM: 25/11/2016

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Ramsés Otto Cunha Lima

Prof. Dr. Zoroastro Torres Vilar

Prof. M.e Marcio Furukava

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a todos aqueles que me ajudaram a chegar aqui e contribuíram de alguma forma na minha formação, em especial minha avó Maria Irani Diógenes de Sousa (in memoriam).

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente, à Deus por ter me dado forças de chegar até aqui e concluir este trabalho de maneira satisfatória.

Agradeço à todos meus familiares, em especial minha mãe por todo o apoio que me foi dado durante toda a minha vida pessoal e acadêmica e como não podia ser diferente, durante a realização desse trabalho.

Ao meu orientador Prf Dr Ramsés Otto Cunha Lima pelos ensinamentos e todo apoio durante o trabalho e por ter me dado liberdade de fazer este trabalho da forma que desejei.

Aos amigos que me apoiaram de alguma forma, em especial Gabriella Coelho que me ajudou bastante tanto do lado pessoal quanto acadêmico, sempre me dando apoio e soluções diante todos os percalços encontrados, agradeço também ao amigo Andre Duarte por toda a ajuda com a parte dos equipamentos eletrônicos de medição utilizados no projeto.

A todo corpo docente da Universidade pelos ensinamentos transmitidos todo esse tempo, em especial aos professores que aceitaram compor a banca, meu muito obrigada pela disposição.

Por fim, a todos os colegas da Equipe Pegazuls AeroDesign por todos os ensinamentos trocados que me ajudaram a propor e levar a diante este trabalho.

“Inventar é imaginar o que ninguém pensou, é acreditar o que ninguém jurou, é arriscar o que ninguém ousou. É realizar o que ninguém tentou. Inventar é transcender.”

(Alberto Santos Dumont)

“Mesmo que a vida pareça difícil, há sempre algo que você pode fazer para ter sucesso nela. ”

(Stephen William Hawking)

RESUMO

O desbalanceamento nos componentes rotativos das estruturas mecânicas é uma das principais origens de vibração nesses elementos. Por sua vez, a vibração é uma das fontes causadoras de colapsos em máquinas, rompimento de estruturas e falhas mecânicas por fadiga. A mesma vem sendo amplamente estudada nos grupos motopropulsores de aeronaves, helicópteros e até mesmo navios, com o intuito de encontrar maneiras de diminuir ou até eliminar suas fontes causadoras. A análise de vibrações em aeronaves rádio controladas é pouco estudada atualmente, porém de grande interesse para aqueles que desenvolvem projetos na área. Sendo o grupo moto propulsor o grande causador deste problema, propõe-se a observação e correção do balanceamento da hélice e dos níveis de vibração gerados pela mesma. Comprovando-se posteriormente através de meios estatísticos aplicados ao conjunto de dados obtidos em ensaios onde toda atividade do grupo moto propulsor é monitorada.

Palavras-Chave: Vibração. Balanceamento. Grupo moto propulsor.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Legenda das dimensões de materiais e disposição da montagem da bancada de teste.....	45
Tabela 2 – Dados referentes ao estado inicial das hélices.....	56
Tabela 3 – Média das leituras feitas num intervalo de trinta segundos referentes a hélice 11x4 desbalanceada.....	57
Tabela 4– Média das leituras feitas num intervalo de trinta segundos referentes a hélice 11x4 balanceada.....	58
Tabela 5 – Média das leituras feitas num intervalo de trinta segundos referentes a hélice 12x4 balanceada.....	60
Tabela 6 – Média das leituras feitas num intervalo de trinta segundos referentes a hélice 12x4 balanceada.....	61
Tabela 7 – Média das leituras feitas num intervalo de trinta segundos referentes a hélice 13x4 desbalanceada.....	63
Tabela 8 – Média das leituras feitas num intervalo de trinta segundos referentes a hélice 13x4 balanceada.....	64
Tabela 9 –Aplicação do Teste-T de hipótese para a hélice 11x4.....	66
Tabela 10 –Aplicação do Teste-T de hipótese para a hélice 12x4.....	67
Tabela 11 –Aplicação do Teste-T de hipótese para a hélice 13x4.....	67
Tabela 12 –Análise de aceitação ou rejeição da hipótese inicial.....	68

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Um corpo rígido em equilíbrio estático.....	20
Figura 2 – Força aplicada a um centro de gravidade.....	21
Figura 3 – Energia potencial U e força F num movimento oscilatório.....	23
Figura 4 – Uma partícula oscila para a esquerda e para direita, em um movimento harmônico simples.....	24
Figura 5 – Uma partícula de referência P' descrevendo um movimento circular uniforme em uma circunferência de raio x_m	25
Figura 6 – Um oscilador simples amortecido ideal. Uma placa imersa em um líquido exerce uma força de amortecimento sobre o bloco enquanto o bloco oscila paralelamente ao eixo x.....	26
Figura 7 – Gráficos do deslocamento versus tempo para um oscilador criticamente amortecido e para um oscilador superamortecido, os dois largados do repouso.....	28
Figura 8 – Exemplo de força harmônica.....	31
Figura 9 – Exemplo de força periódica.....	32
Figura 10 – Exemplo de força transitória.....	32
Figura 11 – Exemplo de força aleatória.....	32
Figura 12 – Sistema amortecido de um grau de liberdade.....	35
Figura 13 – Exemplo de máquina rotativa desbalanceada.....	36
Figura 14 – Curva da função $\Lambda(r, \square)$	37
Figura 15 – Esquema básico de medição de vibrações.....	39
Figura 16 – Ilustração da mola presente na extremidade do sensor de vibração.....	40
Figura 17 – Projeto da bancada de teste realizado no Software de desenho AutoCad.....	45
Figura 18 – Projeto da bancada de teste realizado no SolidWorks.....	46
Figura 19 – Modelagem do motor utilizado nos experimentos realizado no SolidWorks.....	47
Figura 20 – Ilustração do sistema elétrico utilizado no trabalho e suas conexões.....	48
Figura 21 – Sensor de vibração SW18010p.....	49

Figura 22 – Componentes do Arduino UNO utilizado.....	50
Figura 23 – Escolha do tipo de análise a ser realizada no Excel: Teste-T: duas amostras presumindo variâncias equivalentes.....	54
Figura 24 – Escolha do nível de significância.....	54
Figura 25 – Bancada de teste pronta para ser utilizada.....	55
Figura 26 – Gráfico gerado a partir das Tabelas 3 e 4 para o comparativo de vibração entre a hélice 11x4 desbalanceada e balanceada.....	59
Figura 27 – Gráfico gerado a partir das Tabelas 5 e 6 para o comparativo de vibração entre a hélice 12x4 desbalanceada e balanceada.....	62
Figura 28 – Gráfico gerado a partir das Tabelas 7 e 8 para o comparativo de vibração entre a hélice 13x4 desbalanceada e balanceada.....	65
Figura 29 – Região crítica: teste unilateral à direita.....	69
Figura 30 – Fluxograma para o processo de análise de aceitação e/ou rejeição das hipóteses H_0 e H_1 para a hélice 11x4.....	70
Figura 31 – Fluxograma para o processo de análise de aceitação e/ou rejeição das hipóteses H_0 e H_1 para a hélice 12x4.....	70
Figura 32 – Fluxograma para o processo de análise de aceitação e/ou rejeição das hipóteses H_0 e H_1 para a hélice 13x4.....	70

LISTA DE SIGLAS

CG – Centro de Gravidade

CM – Centro de Massa

Rpm – Rotações por minuto

SAE – Society of Automotive Engineers (Sociedade de Engenheiros Automotivos)

SI – Sistema Internacional

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	16
2 OBJETIVOS.....	18
2.1 OBJETIVOS GERAIS.....	18
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	18
3 REVISÃO SOBRE LITERATURA.....	19
3.1 EQUILÍBRIO.....	19
3.1.1 Condições de equilíbrio.....	19
3.1.2 Centro de gravidade.....	20
3.2 MOVIMENTOS PERIÓDICOS OU OSCILATÓRIOS.....	22
3.2.1 Movimento harmônico simples.....	23
3.2.2 Movimento circular uniforme.....	25
3.2.3 Oscilações amortecidas.....	26
3.2.4 Oscilações forçadas e ressonância.....	28
3.3. VIBRAÇÕES.....	29
3.3.1 Introdução à vibração.....	29
3.3.1.1 Conceitos básicos sobre vibração.....	30
3.3.1.2 Forças de excitação.....	31
3.3.1.3 Componentes elementares de um sistema vibratório.....	33
3.3.2 Vibrações de sistemas mecânicos com um grau de liberdade.....	34
3.3.2.1 Vibrações livres amortecidas.....	34
3.3.2.2 Vibrações livres não amortecidas.....	34
3.3.2.2.1 Resposta de um sistema amortecido ao desbalanceamento rotativo.....	36
3.3.3 Medição de vibrações.....	37
3.3.3.1 Escolha do instrumento de medição.....	38
3.3.3.2 Como medir vibrações.....	39
3.3.3.3 Plataforma de obtenção de dados.....	40
3.3.3.4 Sensores de vibração.....	40

3.4 DESBALANCEAMENTO E BALANCEAMENTO.....	40
3.4.1 Balanceamento estático.....	41
3.4.2 Balanceamento dinâmico.....	41
4 METODOLOGIA.....	43
4.1 MATERIAIS.....	43
4.1.1 Balanceador de hélice.....	43
4.1.1.1 Projeto.....	43
4.1.1.2 Materiais.....	43
4.1.2 Bancada de teste.....	44
4.1.2.1 Estrutura metálica.....	44
<i>4.1.2.1.1 Descrição dos materiais utilizados no projeto da bancada de teste.....</i>	<i>44</i>
<i>4.1.2.1.2 Descrição da etapa de montagem da bancada de teste.....</i>	<i>44</i>
4.1.3 Componentes mecânicos.....	46
4.1.3.1 Motor.....	46
4.1.3.2 Hélices.....	47
4.1.4 Componentes elétricos.....	47
4.1.4.3 Rádio controlador.....	48
4.1.4.4 Receptor.....	48
4.1.4.5 Bateria.....	48
4.1.4.6 Servo-motor.....	48
4.1.5 Sensores de vibração SW1801p.....	49
4.1.6 Arduino UNO.....	49
4.1.7 Coletor de dados.....	50
4.2 METODOLOGIA.....	50
4.2.1 Escolha dos parâmetros.....	50
4.2.2 Balanceamento de hélices.....	51
4.2.3 Teste de bancada com grupo moto propulsor.....	52
4.2.4 Realização do teste de hipótese.....	52
4.2.4.1 Escolha e análise dos dados a serem estudados.....	52

4.2.4.2 Escolha do teste de hipótese a ser aplicado.....	53
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	55
5.1 CONCLUSÃO DA BANCADA DE TESTE.....	55
5.2 ESTADO INICIAL DAS HÉLICES.....	55
5.3 VIBRAÇÃO ENTRE AS HÉLICES DESBALANCEADAS E BALANCEADAS.....	57
5.4 ANÁLISE COMPARATIVA DA VARIAÇÃO DE VIBRAÇÃO ATRAVÉS DE T DE STUDENT.....	67
5.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	69
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	72
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	73
ANEXO A – Programa de Arduino utilizado para captação de dados através do sensor de vibração SW18010p.....	74

1 INTRODUÇÃO

Os fenômenos oscilatórios ou vibratórios de natureza mecânica estão presente em todo o universo que nos circunda e surgiram antes mesmo da existência do homem, como é observado por exemplo nos tremores da crosta terrestre. Podemos observar vibrações também nas atividades vitais humanas como os batimentos cardíacos, a fala que se fundamenta através de vibrações nas cordas vocais, a própria respiração que está associada à vibração do pulmões, entre outros.

O estudo das vibrações está ligado a movimentos oscilatórios dos corpos e as forças a eles associada, exigindo assim um estudo de máquinas e estruturas onde estas estão presentes.

Problemas no balanceamento de motores deram origem aos primeiros estudos de vibrações em engenharia. Sendo este o tema abordado no trabalho a seguir, estudaremos as vibrações causadas pelo grupo motopropulsor de uma aeronave radio controlada, analisando a influência do balanceamento de hélice na redução destas vibrações.

O desbalanceamento pode derivar desde problemas na fase de projeto, quanto na fase de fabricação e manutenção do componente mecânico, e este é uma das causas mais comum de vibração em equipamentos rotativos. O desbalanceamento normalmente se origina através de uma massa concentrada em um ou mais pontos que estão fora do eixo de rotação da secção reta, podendo este desbalanceamento ser estático ou dinâmico.

O processo de balanceamento pode ser obtido pela mudança na distribuição de massa, de um modo que as forças radiais não ultrapassem determinados valores, de acordo com cada tipo de aplicação. O balanceamento é constantemente aplicado a motores, rotores, rodas de veículos, compressores de turbo, eixo cardam, entre outros.

O objetivo geral deste trabalho é fazer o estudo, a medição, a análise quantitativa e correção da geração das vibrações que são causadas ao grupo motopropulsor e por consequência, à uma aeronave rádio controlada pelo emprego de hélices desbalanceadas.

A importância de tais análises tornam-se relevantes pois, uma vez que a aeronave sofre com esse tipo de perturbação ela está sujeita a colapsos de estruturas, perda de desempenho requerido, danificação de componentes mecânicos, entre outros. Portanto durante a fase de projeto, se faz necessário antecipar problemas que possam vir a causar falhas prematuras em máquinas e equipamentos, procurando reduzir e até mesmo eliminar possíveis causas de vibrações.

O entendimento dos fenômenos vibratórios, devidamente aliado a utilização de ferramentas de medidas e instrumentação, assim como a análise computacional é de grande valia na melhoria de projetos e na operação de máquinas de uso geral do ponto de vista da vibração e do ruído. Desta forma, analisa-se o conjunto de vibrações que podem ser encontradas num aeromodelo por meio de dispositivos de medição e através de estudos bibliográficos aliados ao empirismo adquirido escolhe-se o método considerado mais eficiente para o balanceamento de hélices, para que ao final testes práticos e recursos de análise possam confirmar que este balanceamento, ou a falta dele interferem diretamente na intensidade dessas vibrações.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVOS GERAIS

O presente trabalho tem como objetivo geral realizar estudos acerca de vibrações causadas ao grupo motopropulsor de uma aeronave rádio controlada, e com isso propor uma maneira de reduzir as vibrações obedecendo às restrições previstas por regulamento.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- i) Projetar e construir um balanceador de hélices eficaz e utilizá-lo na amostra a ser analisada;
- ii) Realizar teste de bancada com o conjunto moto propulsor utilizando ferramentas que ajudarão a medir a frequência das vibrações em cada estado de equilíbrio;
- iii) Identificar quais parâmetros podem variar quando se compara uma hélice balanceada à uma desbalanceada;
- iv) Comprovar por meios estatísticos o quantitativo na variação dos parâmetros analisados;
- v) Empregar tal estudo ao projeto de construção de uma aeronave rádio controlada da Equipe Pegazuls Aerodesign.

3 REVISÃO SOBRE LITERATURA

3.1 EQUILIBRIO

3.1.1 Condições de equilíbrio

Uma condição necessária para que uma partícula em repouso permaneça em repouso é que a força resultante atuando sobre ela permaneça nula. De forma similar, uma condição necessária para que o centro de massa de um corpo rígido permaneça em repouso é que a força resultante atuando sobre o corpo permaneça nula. Um corpo rígido pode ser posto a girar, mesmo com seu centro de massa permanecendo em repouso, mas neste caso o objeto não estará em equilíbrio estático. Portanto uma segunda condição para necessária para que um corpo rígido permaneça em equilíbrio estático é que o torque resultante atuando sobre ele, em relação a qualquer eixo, deve permanecer nulo (A TIPLER; MOSCA, 2009).

O movimento de translação de um corpo é descrito pela segunda lei de Newton para translações,

$$\vec{F}_{res} = d\vec{P}/dt \quad (1)$$

Se o corpo está em equilíbrio para translações, ou seja, se $\vec{P}$ é constante, $d\vec{P}/dt=0$ e temos

$$\vec{F}_{res} = 0 \quad (\text{equilíbrio de forças}) \quad (2)$$

O movimento de rotação de um corpo é descrito pela segunda lei de Newton para rotações

$$\vec{\tau}_{res} = d\vec{L}/dt \quad (3)$$

Se o corpo está em equilíbrio para rotações, ou seja, se $\vec{L}$ é constante, $d\vec{L}/dt=0$ e temos

$$\vec{\tau}_{res} = 0 \quad (\text{equilíbrio de torques}) \quad (4)$$

Esses requisitos, obviamente, valem para o equilíbrio estático. Entretanto, valem também para o caso de equilíbrio mais geral no qual $\vec{P}$ e $\vec{F}$ são constantes, mas diferentes de zero (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012).

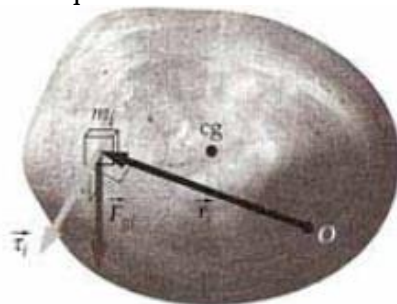
3.1.2 Centro de gravidade

Em um grande número de problemas de equilíbrio, uma das forças que atuam sobre um corpo é seu peso. Precisamos ser capazes de calcular o torque dessa força. O peso não atua sobre um único ponto, ele age de forma dispersa sobre todos os pontos do corpo. Entretanto, podemos sempre calcular o torque do peso de um corpo supondo que a força total de gravidade (o peso) esteja concentrada em um ponto chamado centro de gravidade (abreviado por ‘CG’). A aceleração devida à gravidade diminui com a altitude, porém, se pudermos desprezar essa variação ao longo da vertical do corpo, o centro de gravidade coincidirá com seu centro de massa (abreviado por ‘CM’) (YOUNG; FREEDMAN, 2008).

A figura 1 mostra um corpo rígido em equilíbrio estático e um ponto O. Consideramos o corpo como composto de muitos pequenos elementos de massa. A força da gravidade sobre o i-ésimo pequeno elemento de massa é $\vec{F}_{gi}$, e a força total da gravidade sobre o objeto é $\vec{F}_g = \Sigma \vec{F}_{gi}$. Se $\vec{r}_i$ é o vetor posição da i-ésima partícula em relação a O, então $\vec{\tau}_i = \vec{r}_i \times \vec{F}_{gi}$, onde $\vec{\tau}_i$ é o torque de $\vec{F}_{gi}$ em relação a O. Como mostra a Figura 1, o torque gravitacional resultante em relação a O é, então

$$\vec{\tau}_{res} = \Sigma(\vec{r}_i \times \vec{F}_{gi}) \quad (5)$$

Figura 1 – Um corpo rígido em equilíbrio estático.

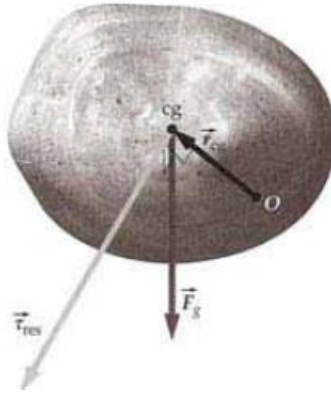


Fonte: (A TIPLER; MOSCA, 2009).

Convenientemente, o torque resultante da gravidade em relação a um ponto pode ser calculado como se toda a força da gravidade $\vec{F}_g$ estivesse aplicada em um único ponto, o CG, representado na figura 2. Isto é,

$$\vec{\tau}_{res} = \vec{r}_{cg} \times \vec{F}_g \quad (6)$$

Figura 2 – Força aplicada a um centro de gravidade.



Fonte: (A TIPLER; MOSCA, 2009).

Onde $\vec{r}_{cg}$ é o vetor do CG em relação a O.

Se o campo gravitacional $\vec{g}$ é uniforme na região do corpo (como é, quase sempre, o caso para corpos de tamanho não-astronômico), podemos escrever $\vec{F}_{gi} = m_i \vec{g}$. Somando os dois lados dessa equação nos leva a $\vec{F}_g = M \vec{g}$, onde $M = \sum m$ é a massa do corpo. O torque resultante é a soma dos torques individuais. Isto é,

$$\vec{\tau}_{res} = \sum_i (\vec{r}_i \times \vec{F}_{gi}) = \sum_i (\vec{r}_i \times m_i \vec{g}) = \sum_i (m_i \vec{r}_i \times \vec{g}) \quad (7)$$

Fatorando $\vec{g}$ no termo da direita, fica

$$\vec{\tau}_{res} = (\sum_i m_i \vec{r}_i) \times \vec{g} \quad (8)$$

E, substituindo $\sum m_i \vec{r}_i$ pela definição do centro de massa ($M \vec{r}_{cm} = \sum m_i \vec{r}_i$) obtemos

$$\vec{\tau}_{res} = M \vec{r}_{cm} \times \vec{g} = \vec{r}_{cm} \times M \vec{g} = \vec{r}_{cm} \times \vec{F}_g \quad (9)$$

As equações 3 e 4 são válidas para qualquer escolha do ponto O apenas se $\vec{r}_{cg} = \vec{r}_{cm}$. Isto é, o centro de gravidade e o centro de massa coincidem se o corpo está em um campo gravitacional uniforme.

Se O está diretamente acima do centro de gravidade, então $\vec{r}_{cg}$ e $\vec{F}_g$ têm a mesma orientação (para baixo), de forma que $\vec{\tau}_{res} = \vec{r}_{cg} \times \vec{F}_g = 0$. Por exemplo, quando um móvel está suspenso com o seu centro de gravidade diretamente abaixo de seu ponto de suspensão, o torque resultante sobre o móvel, em relação ao ponto de suspensão, é zero, e ele está em equilíbrio estático (A TIPLER; MOSCA, 2009).

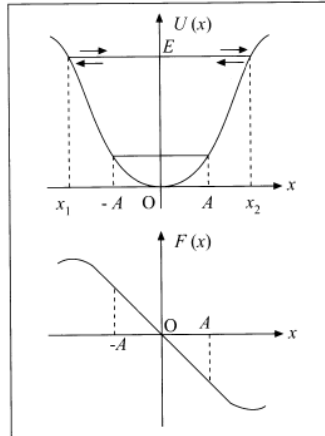
3.2 MOVIMENTOS PERIÓDICOS OU OCILATÓRIOS

A vibração de um cristal de quartzo em um relógio, a oscilação do pendulo do relógio de seu avô, as vibrações sonoras produzidas por um clarinete ou pelo tubo de um órgão, as oscilações produzidas pelos pistões no motor de um automóvel são exemplos de movimentos que se repetem indefinidamente. Trata-se do movimento periódico ou de oscilação.

Um corpo que executa um movimento periódico possui sempre uma posição de equilíbrio estável. Quando ele é deslocado dessa posição e liberado, surge uma força ou um torque que o faz retornar para sua posição de equilíbrio. Porém quando atinge este ponto, como acumulou alguma energia cinética, ele atravessa este ponto e para em algum ponto do outro lado, sendo novamente puxado para sua posição de equilíbrio. Chamamos essa força de força restauradora. Uma oscilação ocorre somente quando existe uma força restauradora que obriga o sistema a voltar para sua posição de equilíbrio (YOUNG; FREEDMAN, 2003).

Num entorno de uma posição de equilíbrio estável, $U(x)$ tem a forma de um “poço de potencial”, com um mínimo na posição de equilíbrio, que pode ser tomada como origem O, como mostra a Figura 3. Para uma dada energia E, a partícula oscila periodicamente entre os pontos de retorno x_1 e x_2 (NUSSENZVEIG, 2002).

Figura 3 – Energia potencial U e força F num movimento oscilatório.



Fonte: (NUSSENZVEIG, 2002).

A figura 3 também mostra o gráfico da força $F(x)$, dada por

$$F(x) = -\frac{dU}{dx} \quad (10)$$

Para pequenos desvios da posição de equilíbrio estável, o gráfico $F(x)$ é aproximadamente linear. Assim na figura 1, para $-A \leq x \leq A$, temos aproximadamente

$$F(x) = -kx \quad (11)$$

Ou seja, a força restauradora que tente a fazer a partícula voltar à posição de equilíbrio ($k > 0$), obedece aproximadamente a Lei de Hooke. Correspondentemente, $U(x)$ pode ser aproximado nessa região por

$$U(x) = \frac{1}{2} kx^2 \quad (12)$$

Ou seja, num entorno suficientemente pequeno de um mínimo, podemos aproximar $U(x)$ por uma parábola. (NUSSENZVEIG, 2002)

3.2.1 Movimento harmônico simples

Um tipo de movimento oscilatório comum, muito importante e básico, é o movimento harmônico simples, como o de um corpo sólido preso a uma mola. No equilíbrio, a mola não exerce força sobre o corpo. Quando o corpo é deslocado de uma distância x a partir de sua posição de equilíbrio, a mola exerce sobre ele uma força $-kx$, dada pela lei de Hooke. Onde k é a constante de força da mola, uma medida de sua rigidez. O sinal negativo indica que a força é uma força restauradora, isto é, ela tem o sentido

oposto ao do deslocamento a partir da posição de equilíbrio. Combinando a equação 2 com a segunda lei de Newton ($F=ma$), temos

$$-kx = ma \quad (13)$$

Ou

$$a = -\frac{k}{m}x \text{ ou } \left(-\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x\right) \quad (14)$$

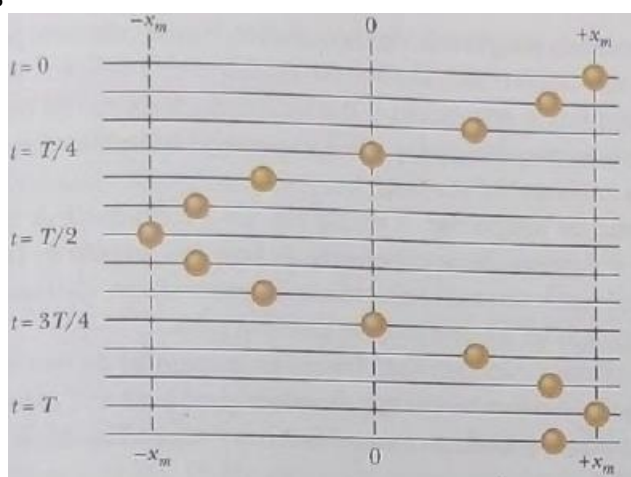
A aceleração é proporcional ao deslocamento e o sinal negativo indica que a aceleração e o deslocamento possuem sentidos opostos. Esta relação é uma característica definitiva e pode ser usada para identificar sistemas que exibem movimento harmônico simples. (A TIPLER; MOSCA, 2009)

Uma propriedade importante do movimento oscilatório é a frequência, o número de oscilações por segundo. O símbolo de frequência é f e a unidade de frequência no SI é o hertz (Hz), definido como $1 \text{ hertz} = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ oscilação por segundo} = 1 \text{ s}^{-1}$.

Uma grandeza relacionada à frequência é o período T , que é o tempo necessário para completar uma oscilação completa (ou ciclo): $T = \frac{1}{f}$

Todo movimento que se repete a intervalos regulares é chamado de movimento periódico ou movimento harmônico. No momento, estamos interessados em um movimento que se repete de um modo particular, mostrado na Figura 4.

Figura 4 – Uma partícula oscila para a esquerda e para direita, em um movimento harmônico simples



Fonte: (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012).

Nesse tipo de movimento, o deslocamento x da partícula em relação a origem é dado por uma função do tempo da forma

$$x(t) = x_n \cos(\omega t + \phi) \quad (15)$$

Onde,

x_m = amplitude do movimento

ω = frequência angular

ϕ = constante de fase ou ângulo de fase

t = tempo

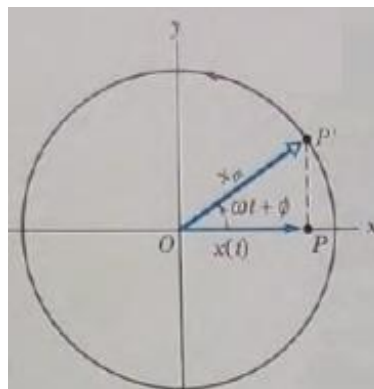
$(\omega t + \phi) = \theta = \text{fase}$

Onde x_m , ω e ϕ são constantes. Este tipo de movimento é chamado movimento harmônico simples (MHS), uma expressão que significa que o movimento periódico é uma função senoidal do tempo. (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012).

3.2.2 Movimento Circular Uniforme

O movimento harmônico simples é a projeção do movimento circular uniforme em um diâmetro da circunferência na qual ocorre o movimento circular uniforme. A Figura 5 mostra que as projeções de todos os parâmetros do movimento circular (posição, velocidade e aceleração) fornecem os valores correspondentes dos parâmetros do movimento harmônico simples. (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012)

Figura 5 – Uma partícula de referência P' descrevendo um movimento circular uniforme em uma circunferência de raio x_m .



Fonte: (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012).

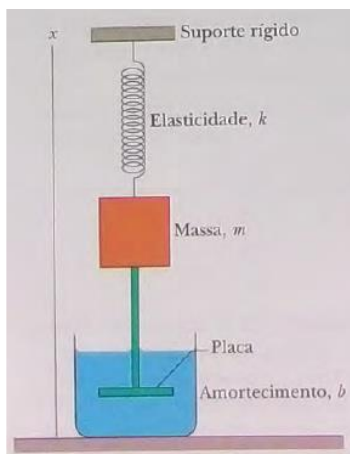
3.2.3 Oscilações amortecidas

Os sistemas oscilantes ideais que foram discutidos até o momento não possuíam atrito. Para estes sistemas as forças são conservativas, a energia mecânica total é constante e, quando o sistema começa a oscilar, ele continua oscilando eternamente sem nenhuma diminuição de amplitude.

Contudo, os sistemas reais sempre possuem alguma força não conservativa e a amplitude das oscilações vai diminuindo com o tempo, a menos que seja fornecida alguma energia para suprir a dissipação da energia mecânica. A diminuição da amplitude provocada por uma força dissipativa denomina-se amortecimento e o movimento correspondente denomina-se oscilação amortecida (YOUNG; FREEDMAN, 2003).

Um exemplo idealizado de um oscilador amortecido é mostrado na Figura 6, na qual o bloco de massa m oscila verticalmente preso a uma mola de constante elástica k . Uma barra liga o bloco a uma placa horizontal imersa em um líquido. Vamos supor que a barra e a placa têm massa desprezível. Quando a placa se move para cima e para baixo, o líquido exerce uma força de arrasto sobre ela e, portanto, sobre todo o sistema. A energia mecânica do sistema massa-mola diminui com o tempo, à medida que a energia é transferida para energia térmica do líquido e da placa (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012).

Figura 6 – Um oscilador simples amortecido ideal. Uma placa imersa em um líquido exerce uma força de amortecimento sobre o bloco enquanto o bloco oscila paralelamente ao eixo x .



Fonte: (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012).

Vamos supor que o líquido exerce uma força de amortecimento $\vec{F}_a$ proporcional à velocidade $\vec{v}$ da placa e do bloco (uma hipótese que constitui uma boa aproximação se a placa se move lentamente). Nesse caso, para componentes ao longo do eixo x na figura 6, temos:

$$F_a = -bv \quad (16)$$

Onde b é uma constante de amortecimento que depende das características tanto da placa como do líquido e tem unidades de quilograma por segundo no SI. O sinal negativo indica que $\vec{F}_a$ se opõe ao movimento.

A força exercida pela mola sobre o bloco é $F_m = -kx$. Vamos supor que a força gravitacional a que o bloco está submetido é desprezível em comparação com a F_a e F_m . Nesse caso, podemos escrever a segunda lei de Newton para componentes ao longo do eixo x ($F_{res} = ma_x$) como $-bv - kx = ma$. Substituindo v por dx/dt , a por d^2x/dt^2 e reagrupando os termos, obtemos a equação diferencial (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012).

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (17)$$

A solução exata desta equação pode ser encontrada usando-se métodos-padrão de solução de equações diferenciais. A solução do caso sub amortecido é

$$x = A_0 e^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t} \cos(\omega t + \delta) \quad (18)$$

Onde A_0 é a amplitude inicial. A frequência ω' está relacionada com a frequência natural ω_0 (a frequência sem amortecimento) por

$$\omega' = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{b}{2m\omega_0}\right)^2} \quad (19)$$

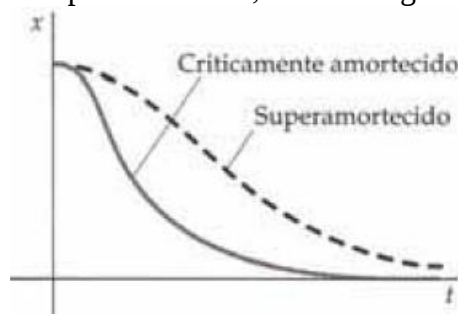
À medida que a constante de amortecimento b aumenta, a frequência angular ω' diminui até se tornar zero no valor crítico

$$b_c = 2m\omega_0 \quad (20)$$

Quando b for maior ou igual a b_c , o sistema não oscila. Se $b > b_c$, o sistema é superamortecido. Quanto menor for b , mais rápido o corpo retornará à posição de equilíbrio. Se $b = b_c$, o sistema é dito criticamente amortecido e o corpo retorna ao

equilíbrio (sem oscilação) muito rapidamente. A Figura 7 mostra gráficos de deslocamento *versus* tempo para um oscilador criticamente amortecido e para um oscilador superamortecido. É frequente usarmos o amortecimento crítico quando desejamos que um sistema não oscile mas retorne rapidamente ao equilíbrio (A TIPLER; MOSCA, 2009).

Figura 7 – Gráficos do deslocamento *versus* tempo para um oscilador criticamente amortecido e para um oscilador superamortecido, os dois largados do repouso.



Fonte: (A TIPLER; MOSCA, 2009).

3.2.4 Oscilações forçadas e ressonância

Vamos estudar agora o efeito produzido sobre o oscilador por uma força externa periódica. O período desta força não coincidirá em geral com o período próprio do oscilador, de modo que as oscilações por ela produzidas chamam-se oscilações forçadas. A força externa supre continuamente energia ao oscilador, compensando a dissipação (NUSSENZVEIG, 2002).

Em regime estacionário, a energia injetada no sistema pela força de excitação, a cada ciclo, é igual à energia dissipada pelo amortecimento em cada ciclo.

A amplitude, e portanto a energia, de um sistema em regime estacionário não depende apenas da amplitude da força de excitação, mas também depende de sua frequência. A frequência natural de um oscilador, ω_0 é a sua frequência quando não há nem forças de excitação e nem forças de amortecimento presentes. (No caso de uma mola, por exemplo, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$). Se a frequência de excitação é suficientemente próxima da frequência natural do sistema, o sistema oscilará com uma amplitude relativamente grande (A TIPLER; MOSCA, 2009).

A ressonância é o fenômeno que ocorre quando existe um pico de amplitude provocado por uma força cuja frequência está próxima a frequência da oscilação natural do sistema (YOUNG; FREEDMAN, 2003).

Todas as estruturas mecânicas possuem uma ou mais frequências angulares naturais; se a estrutura é submetida a uma força externa cuja frequência coincide com uma dessas frequências angulares naturais, as oscilações resultantes podem fazer com que a estrutura se rompa. Assim, por exemplo, os projetistas de aeronaves devem se certificar de que nenhuma das frequências angulares naturais com as quais uma asa pode oscilar coincide com a frequência angular dos motores durante o voo. Uma asa que vibrasse violentamente para certas velocidades dos motores obviamente tornaria qualquer voo muito perigoso (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012).

Muitas máquinas vibram porque elas possuem partes giratórias que não estão perfeitamente balanceadas. Se a máquina está presa a uma estrutura que possa vibrar, a estrutura se torna um sistema oscilante forçado que é colocado em movimento com a máquina. Os engenheiros dão grande atenção a balanceamento das partes giratórias dessas máquinas, amortecendo suas vibrações (A TIPLER; MOSCA, 2009).

Quando uma força propulsora que varia senoidalmente atua sobre um oscilador harmônico amortecido, o movimento resultante denomina-se oscilação forçada. A amplitude é dada em função da frequência angular ω_0 da força propulsora por

$$A = \frac{F_{m\acute{a}x}}{\sqrt{(k - m\omega_0^2)^2 + b^2\omega_0^2}} \quad (21)$$

A amplitude atinge um pico quando a frequência da força propulsora possui um valor próximo da frequência da oscilação natural do sistema (YOUNG; FREEDMAN, 2003).

3.3 VIBRAÇÕES

3.3.1 Introdução à vibração

Uma vibração mecânica é o movimento de uma partícula ou corpo que oscila em torno de uma posição de equilíbrio. A maioria das vibrações em máquinas e estruturas

são indesejáveis devido ao aumento das tensões e as perdas de energia (BEER; JOHNSTON JUNIOR, 2010).

A vibração mecânica se manifesta na presença de esforços de natureza dinâmica, isto é, em que a intensidade ou direção das forças aplicadas nos componentes mecânicos muda continuamente com o tempo. Exemplo disso são as forças centrífugas que atuam sobre um eixo (rotor) quando existe algum desbalanceamento de massas, devido a assimetrias geométricas (STOLETO JUNIOR; FRANÇA, 2006).

3.3.1.1 Conceitos básicos sobre vibração

Em geral, há dois tipos de vibração, livre e forçada. A vibração livre ocorre quando o movimento é mantido por forças restauradoras gravitacionais ou elásticas. A vibração forçada é causada por uma força intermitente ou periódica externa aplicada ao sistema. Ambos os tipos de vibração podem ser amortecidos ou não amortecidos. Vibrações não amortecidas podem continuar indefinidamente porque efeitos de atrito são desprezados na análise. Já que, na realidade as forças de atrito internas e externas estão presentes, o movimento de todos os corpos em vibração é, na realidade, amortecido (HIBBELER, 2010).

Os sistemas vibratórios podem ser agrupados em discretos e contínuos. Os sistemas discretos são aqueles que podem ser subdivididos em partes de forma que cada uma delas possua um determinado número de graus de liberdade, levando a um número finito de graus de liberdade do sistema global, sendo também chamados de sistemas de parâmetros concentrados. Os sistemas contínuos não podem ser divididos, possuindo um número infinito de graus de liberdade sendo também conhecidos como parâmetros distribuídos.

Para que o movimento vibratório de um sistema seja perfeitamente descrito (posição, velocidade, aceleração) torna-se necessário que se escolha um sistema de coordenadas. Então, em relação a esse sistema de referência, escolhido de forma arbitrária, o número de coordenadas independentes necessárias para descrever completamente o movimento de todas as partes que compõem o sistema vibratório é denominado de Grau de Liberdade (SOEIRO, 2008).

3.3.1.2 Forças de excitação

De acordo com a força de excitação que age em um sistema mecânico as respostas de vibração podem ter características diferentes. A seguir, os tipos de excitação mais comuns:

Força harmônica: forma mais simples de excitação em sistemas mecânicos, descrita pela equação

$$F(t) = F \sin(\omega t) \quad (22)$$

Sendo F a amplitude da excitação e ω a frequência de excitação em rad/s. Também é usual descrever as frequências em Hertz (Hz). A frequência em Hz é nomeada de f

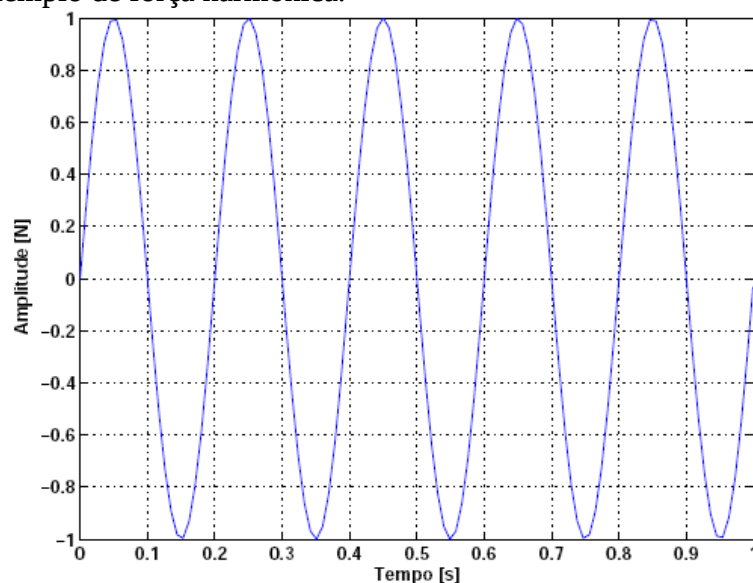
$$f = \frac{1}{T} \quad (23)$$

Sendo T o período de oscilações (tempo que o movimento harmônico leva para repetir seu padrão), medidos em s. A relação entre as frequências em Hz e rad/s é dada por

$$f = \frac{1}{2\pi} \omega \quad (24)$$

Um movimento harmônico é definido completamente a partir das variáveis acima. Um exemplo prático de excitação harmônica, mostrado na Figura 8, aparece em rotores com massa desbalanceada (SILVA, 2009).

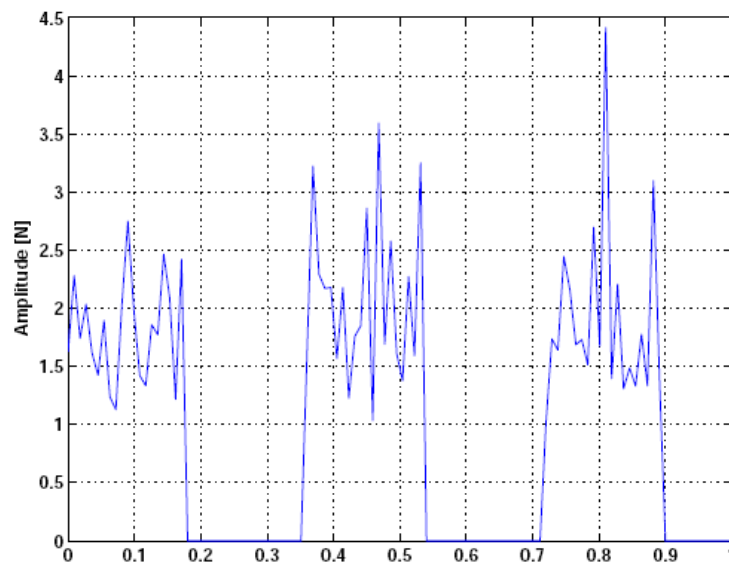
Figura 8 – Exemplo de força harmônica.



Fonte: (SILVA, 2009).

Força periódica: Tipo de excitação que se repete após um período, mas não de forma exatamente igual, como é mostrado na Figura 9. Motores a combustão interna são exemplos deste tipo de excitação (SILVA, 2009).

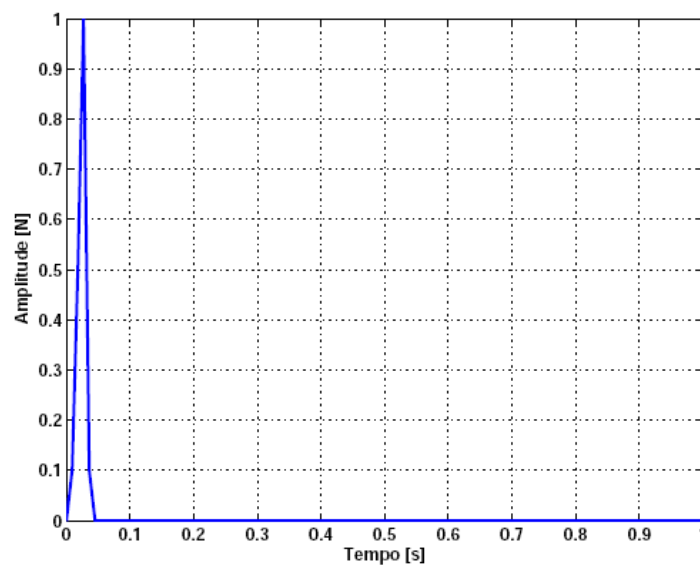
Figura 9 – Exemplo de força periódica.



Fonte: (SILVA, 2009).

Força transitória: Excitação caracterizada por uma liberação de energia grande em um intervalo curto de tempo. Inúmeros exemplos descrevem este tipo de força: explosão, impacto, etc. A Figura 10 representa esse tipo de força (SILVA, 2009).

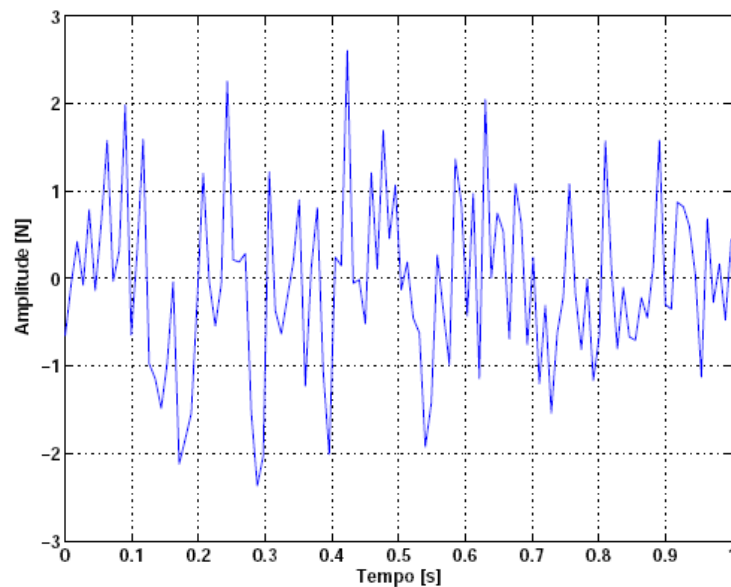
Figura 10 – Exemplo de força transitória.



Fonte: (SILVA, 2009).

Força aleatória: São forças de excitação que não descrevem um padrão determinístico que possa ser definido por uma equação, como se pode observar através da Figura 11. Para tratar sistemas excitados por forças aleatórias é necessário utilizar métodos estatísticos. Fenômenos aero elásticos são exemplos de sistemas excitados por força aleatórias, como forças em asas de aviões, ventos em colunas de pontes, etc (SILVA, 2009).

Figura 11 – Exemplo de força aleatória.



Fonte: (SILVA, 2009).

3.3.1.3 Componentes elementares de um sistema vibratório

Em geral, um sistema vibratório inclui um meio para armazenar energia potencial (mola ou elasticidade), um meio para armazenar energia cinética (massa ou inércia) e um meio de perda gradual de energia (amortecedor).

A vibração de um sistema envolve a transferência alternada de sua energia potencial para energia cinética e de energia cinética para energia potencial. Se o sistema for amortecido, certa quantidade de energia é dissipada em cada ciclo de vibração e deve ser substituída por uma fonte externa, se for preciso manter um regime permanente de vibração (RAO, 2008).

3.3.2 Vibrações de sistemas mecânicos com um grau de liberdade

Sistemas de um grau de liberdade são sistemas ideais, capazes de representar uma reduzida parte dos sistemas reais presentes no mundo físico, assim mesmo com grande simplificação. Por outro lado, entretanto, estes mesmo sistemas apresentam características que fundamentam o entendimento da maioria dos aspectos básicos que estão presentes em sistemas mais complicados. Problemas como ressonância, transmissibilidade, balanceamento e isolamento podem ser devidamente equacionados em sistemas de um grau de liberdade com posterior extensão dos conceitos para problemas de ordem maior (SOEIRO, 2008).

3.3.2.1 Vibrações livres não amortecidas

Diz-se que um sistema sofre vibração livre quando oscila somente sob uma perturbação inicial, sem a ação de nenhuma força após essa perturbação inicial. Não há nenhuma força externa aplicada à massa; por consequência, o movimento resultante de uma perturbação inicial será vibração livre. Uma vez que não existe nenhum elemento que cause dissipação de energia durante o movimento de massa, a amplitude do movimento permanece constante ao longo do tempo; é um sistema não amortecido. Na prática exceto no vácuo, a amplitude de vibração livre diminui gradativamente com o tempo devido à resistência oferecida pelo meio circundante (como o ar). Tais vibrações são denominadas amortecidas (RAO, 2008).

3.3.2.2 Vibrações livres amortecidas

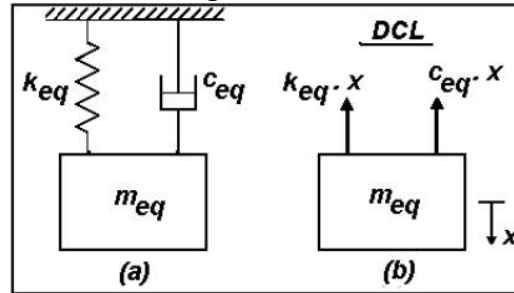
Segundo Hibbeler (2010) devem ser incluídas na análise toda e qualquer força de amortecimento presentes no sistema. Essas forças de amortecimento na maioria dos casos, são representadas por meios fluidos (como água, óleo ou ar) em que o sistema vibratório está inserido. A resistência ao movimento é diretamente proporcional a velocidade do corpo, quando o mesmo se desloca através do fluido. Essa resistência que o corpo apresenta na presença de um fluido, é chamado força de amortecimento viscoso e sua intensidade pode ser expressa pela seguinte equação

$$F = c\dot{x} \quad (25)$$

Onde c é uma constante, chamada de coeficiente de amortecimento viscoso com unidades descritas em N. s/m.

O esquema mostrado na Figura 12 mostra o diagrama de corpo livre pra um sistema de um grau de liberdade com amortecimento.

Figura 12 – Sistema amortecido de um grau de liberdade.



Fonte: (SOEIRO, 2008).

Ao se aplicar a Segunda Lei de Newton ao DCL do sistema, pode se escrever a equação como $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$ com possível solução da forma $x(t) = C_e^{st}$ onde se resulta

$$(m^{s^2} + c^s + k)C_e^{st} = 0 \quad (26)$$

Onde possuirá solução não trivial ao passo que a equação característica $m^{s^2} + c^s + k = 0$ for satisfeita, o que só é possível quando:

$$s_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\Delta} \quad (27)$$

Onde $\Delta = \left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \left(\frac{k}{m}\right)$ e as duas raízes satisfazem a equação (20), resultando em uma combinação linear da forma (SOEIRO, 2008)

$$x(t) = C_{1e}^{s_1 t} + C_{2e}^{s_2 t} \quad (28)$$

3.3.2.2 Vibrações forçadas amortecidas

O caso mais geral de movimento vibratório com um único grau de liberdade ocorre quando o sistema inclui os efeitos de movimento forçado e amortecimento induzido. A análise deste tipo particular de vibração é de valor prático quando aplicada a sistemas

tendo características de amortecimento significativas (HIBBELER, 2010). A excitação harmônica é frequentemente encontrada em sistemas mecânicos, como, por exemplo, em máquinas rotativas desbalanceadas.

Segundo Rao (2010) se uma força $F(t) = F_0 \sin \omega t$ agir sobre a massa m de um sistema não amortecido a equação do movimento, se reduz a

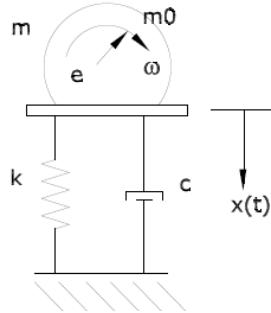
$$m\ddot{x} + k\dot{x} = F_0 \sin(\omega t) \quad (29)$$

3.3.2.2.1 Resposta de um sistema amortecido ao desbalanceamento rotativo

Um caso especial de vibrações excitadas por forças harmônicas ocorre em máquinas rotativas com massa desbalanceada. Como mostra a Figura 13, para estes casos o sistema é excitado por uma massa desbalanceada com uma velocidade angular e com uma excentricidade e . Esta força de desbalanceamento é dada por:

$$F_c(t) = m_0 e \omega^2 \sin(\omega t) \quad (30)$$

Figura 13 – Exemplo de máquina rotativa desbalanceada.



Fonte: (SILVA, 2008).

$$m\ddot{x} + c\dot{x} = m_0 e \omega^2 \sin(\omega t) \quad (31)$$

Assim para este caso, amplitude de vibrações em regime permanente de uma máquina rotativa com desbalanceamento pode ser obtida a partir de $X_p = \frac{F/k}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$. Como a amplitude da força de deslocamento é $F = m_0 e \omega^2$ pode ser reescrita

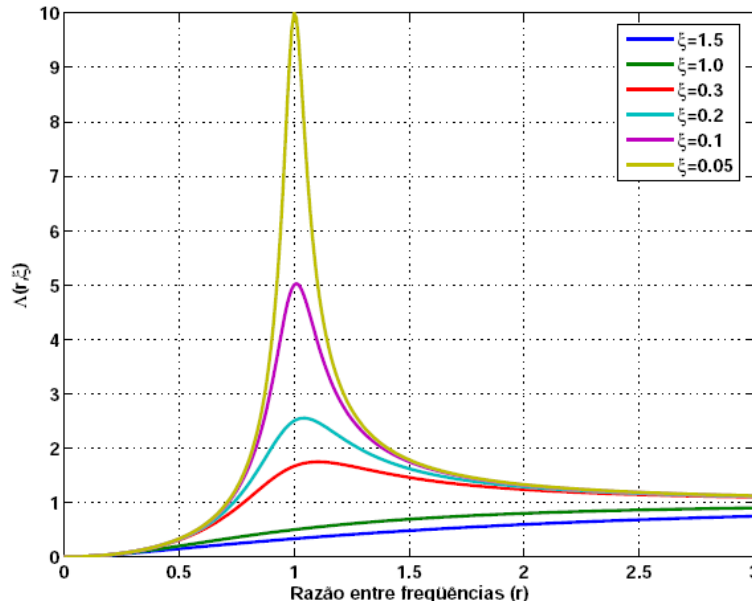
$$\frac{X_p}{k} = \frac{m_0 e \omega^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (32)$$

Segundo Silva (2008) $m_0 e$ representa a quantidade de deslocamento do sistema. Normalmente efetua-se testes experimentais para se obter $m_0 e$ e procura-se adicionar massas para corrigir este desbalanceamento, uma vez que ao se atingir níveis de excitação muito grande existe o grande risco de comprometimento do sistema ou de sua vida útil.

A partir de m pode-se obter a expressão final conhecida como fator de ampliação adimensional $\Lambda(r, \zeta)$, como mostra a Figura 14.

$$\frac{mX_p}{m_0 e} = \Lambda(r, \zeta) = \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (33)$$

Figura 14 –Curva da função $\Lambda(r, \zeta)$.



Fonte: (SILVA, 2008).

Nota-se que para um $\zeta < 1/\sqrt{2}$, o máximo valor Λ é:

$$\Lambda_{max} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (34)$$

E ocorre quando a razão de frequências r é dada por:

$$r_{max} = \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (35)$$

3.3.3 Medição de vibrações

A análise de vibrações em aeronaves, bem como em qualquer outra estrutura que se deseje estudar, requer que as mesmas sejam devidamente identificadas. Este processo

acontece por meio de sua medição. É de suma importância que a medição correta de vibração seja assegurada em seu processo, para que o processo de análise e por consequência, sua correção não sejam comprometidos.

3.3.3.1 Escolha do instrumento de medição

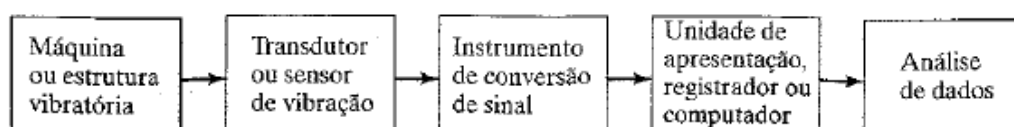
A escolha do instrumento de medição se inicia a partir da identificação das características ou peculiaridades do fenômeno vibratório a ser analisado, onde se parte normalmente de variáveis mecânicas como deslocamento, velocidade, aceleração ou força.

Segundo Rao (2008) as seguintes considerações costumam determinar o tipo de instrumento de medição de vibração a ser usado em um teste de vibração:

- I. **Faixas esperadas das frequências e amplitudes:** sabendo-se que baixas frequências produzem alta amplitude de deslocamento, o aparelho mais indicado para esta medição será o vibrômetro. Já em altas frequências, com amplitudes de deslocamento mais baixas e amplitude de aceleração elevadas, fazem com que os acelerômetros apresentem maior sensibilidade
- II. **Tamanho das máquinas/estruturas envolvidas:** devem ser escolhidos instrumentos de medição com tamanho proporcional à estrutura a ser analisada, pois instrumentos que possuam grande massa em relação ao objeto de medição podem influenciar na medição, de modo a distorcer-las.
- III. **Condições de operação da máquina/equipamento/estrutura:** deve ser observado as condições de operação do objeto em análise quanto a corrosão e principalmente temperatura, de modo a prevenir a danificação dos instrumentos. Instrumentos danificados podem mascarar ou distorcer os valores medidos.
- IV. **Tipo de processamento de dados usados (como apresentação gráfica ou registro em gráfico ou armazenagem do registro em forma digital para processamento por computador):** a forma de análise dos resultados obtidos é um fator determinante para a escolha do instrumento de medição, pelo fato de que através do instrumento e dos dados obtidos por ele, podemos determinar o modo como será feito a análise.

Assim, como sintetiza Soeiro (2008) o instrumento que entra em contato com a estrutura para efetuar a medição é o transdutor, que realiza a função de converter o sinal mecânico em um sinal elétrico, este é amplificado e convertido em um sinal digital ou mostrado em um display ou computador, onde o mesmo pode ser também armazenado. Ainda antes de sofrer a conversão para sinal digital, o sinal pode ser gravado em um gravador especial, como um módulo adaptador para cartão de memória. Uma vez armazenados, os dados estão disponíveis para a análise. A Figura 15 mostra um fluxograma do processo de medição de vibrações.

Figura 15 – Esquema básico de medição de vibrações.



Fonte: (RAO, 2008).

3.3.3.2 Como medir vibrações

O procedimento experimental para se obter as medidas de vibração desejadas é feito inicialmente pela escolha do local onde o sensor ou transdutor será acoplado.

Normalmente, os mancais constituem pontos obrigatórios de medição e análise de vibrações. Isso porque é exatamente em tais regiões que se localizam as cargas dinâmicas e os maiores esforços. Além do mais, os mancais constituem componentes considerados mais críticos em todas as máquinas e dispositivos. As medições devem ser executadas com o transdutor fixado nas tampas dos mancais sejam eles de desgaste, esfera, roletes ou agulhas e, quando tal fixação não for viável, o transdutor deve ser fixado o mais próximo possível dessa região, visando diminuir a impedância mecânica (capacidade que tem os sistemas mecânicos em transmitir com facilidade ou dificuldade os deslocamentos devidos a vibração, podendo ser calculada pela razão entre a força motriz e a velocidade associada ao deslocamento $z = ma/v$ entre o mancal e o ponto de aplicação do transdutor (CHONG, 1993 apud SILVA, 2008).

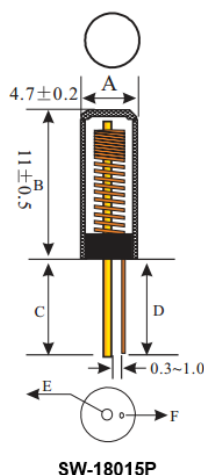
3.3.3.3 Plataforma de obtenção de dados

É necessária a escolha de uma plataforma de obtenção de dados que seja compatível com o sensor a ser utilizado, para que a mesma desempenhe a função de converter os sinais obtidos no ensaio em leituras que sejam passíveis de análise.

3.3.3.4 Sensores de vibração

Como o próprio nome já diz, o dispositivo serve para medir vibrações. A Figura 16 mostra que o módulo tem em uma das extremidades um sensor, que possui uma mola que detecta qualquer movimento do sensor. Esse sensor transfere para os pinos para a plataforma de dados as informações referentes à vibração. Estes tipos de sensores são capazes de detectar movimentos em qualquer direção, à qualquer ângulo.

Figura 16 – Ilustração da mola presente na extremidade do sensor de vibração.



Fonte: (ARDUÍNO, 2016).

3.4 DESBALANCEAMENTO E BALANCEAMENTO

Como dito anteriormente, uma das principais fontes geradoras de vibração em máquinas rotativas é o desbalanceamento causado pelo desequilíbrio de massa em componentes giratórios, geralmente causado por: configuração assimétrica, tolerâncias dimensionais, imperfeições da matéria prima, desvios de formas e até mesmo em sua montagem. Segundo Soeiro (2008) a presença de qualquer uma dessas imperfeições ou a

soma delas, certamente irá destruir a condição de equilíbrio perfeito de massas em torno do eixo de rotação, causando assim o desbalanceamento.

A técnica utilizada para corrigir ou eliminar totalmente as excitações de inércias causadas pelos desequilíbrios de massa, é chamado balanceamento.

3.4.1 Balanceamento estático

A exigência do balanceamento estático é simplesmente que a soma das forças em um sistema em movimento deve ser zero.

$$\sum F - ma = 0 \quad (36)$$

Isso, claro, é simplesmente uma reformulação da Segunda Lei de Newton.

Outro nome para balanceamento estático é o balanceamento em plano único, o qual significa que as massas que estão gerando as forças inerciais estão em ou muito próximas de um mesmo plano. É essencialmente um problema bidimensional.

Note que as únicas forças agindo no sistema são as forças inerciais. Para balanceamento não importa que as forças externas possam estar agindo no sistema. Forças externas não podem ser balanceadas pela execução de qualquer mudança na geometria interna do sistema. Para balanceamento, também não importa quão rápido o sistema está rotacionando, somente que é rotativo (NORTON, 2010).

3.4.2 Balanceamento dinâmico

Balanceamento dinâmico é algumas vezes chamado de balanceamento em dois planos. Este requer que dois critérios sejam satisfeitos. A soma das forças deve ser zero, e a soma dos momentos também deve ser zero.

$$\sum F = 0 \quad (37)$$

$$\sum M = 0$$

Esses momentos agem em planos que incluem os eixos de rotação da montagem, como os planos XZ e YZ. Qualquer objeto ou montagem rotativa que seja relativamente longo na direção axial em comparação com a direção radial requer balanceamento dinâmico para um completo balanceamento.

Para corrigir um desbalanceamento dinâmico, é necessário adicionar ou remover uma quantidade de massa na localização angular apropriada em dois planos de correção separados pela mesma distância ao longo do eixo. Isso criará as forças contrárias necessárias para balancear estaticamente o sistema e também fornecerá um conjugado contrário para cancelar o momento não balanceado.

É sempre uma boa prática primeiro balancear estaticamente todas as componentes individuais que estão na montagem, se possível, Isso reduzirá a quantidade de desbalanceamento dinâmico que deve ser corrigido na montagem final e também o momento flexor no eixo (NORTON, 2010).

4 MATERIAIS E METODOLOGIA

4.1 MATERIAIS

4.1.1 Balanceador de hélice

O balanceador de hélice é um dispositivo simples que como seu nome já diz, serve para balancear hélices. Defeitos no balanceamento de hélices podem acontecer desde o desgaste natural de uso, pequenos acidentes com a aeronave ou até mesmo defeitos provenientes de fábrica, uma vez que em processo de fabricação há pouca ou nenhuma preocupação para que este problema seja devidamente corrigido.

Existem no mercado vários tipos de balanceadores que podem ser adquiridos facilmente, porém o objetivo do trabalho inclui o projeto e construção de um balanceador. O projeto do balanceador a ser construído reúne pontos positivos de três balanceadores disponíveis no mercado, tendo em vista sua máxima eficiência na função a ser desempenhada.

4.1.1.1 Projeto

O projeto do balanceador de hélices foi desenvolvido no software computacional de análise e desenho AutoCad 2013 com a intenção de organizar os materiais e servir de elemento complementar de checagem da integridade do projeto.

4.1.1.2 Materiais

Os materiais utilizados para a construção do balanceador foram uma placa de mdf de 12mm espessura com dimensões de 100mm x 120mm que servirá como base do balanceador; duas chapas de um material sanduiche laminado composto por uma chapa de madeira balsa entre duas mantas de fibra de carbono, tudo isso laminado a vácuo com resina araudite, serviram de estrutura de suporte do eixo rotativo; três tubos de carbono de 4mm de diâmetro e medindo 100mm cada, que servirão de ligação para as duas chapas estruturais; e por último, um tubo de carbono com 6,5mm de diâmetro medindo 150mm que servirá de eixo para acoplar a hélice a ser balanceada.

4.1.2 Bancada de Teste

A bancada de teste é um dispositivo usado para fins de análises relativas ao grupo motopropulsor, onde o mesmo é instalado na bancada de maneira apropriada simulando a montagem feita em um aeromodelo. A bancada de teste fornece a vantagem de poder fixar todo o conjunto a ser analisado à uma mesa ou bancada, evitando que o conjunto se movimente absorvendo vibrações externas no momento em que o motor é ligado.

4.1.2.1 Estrutura Metálica

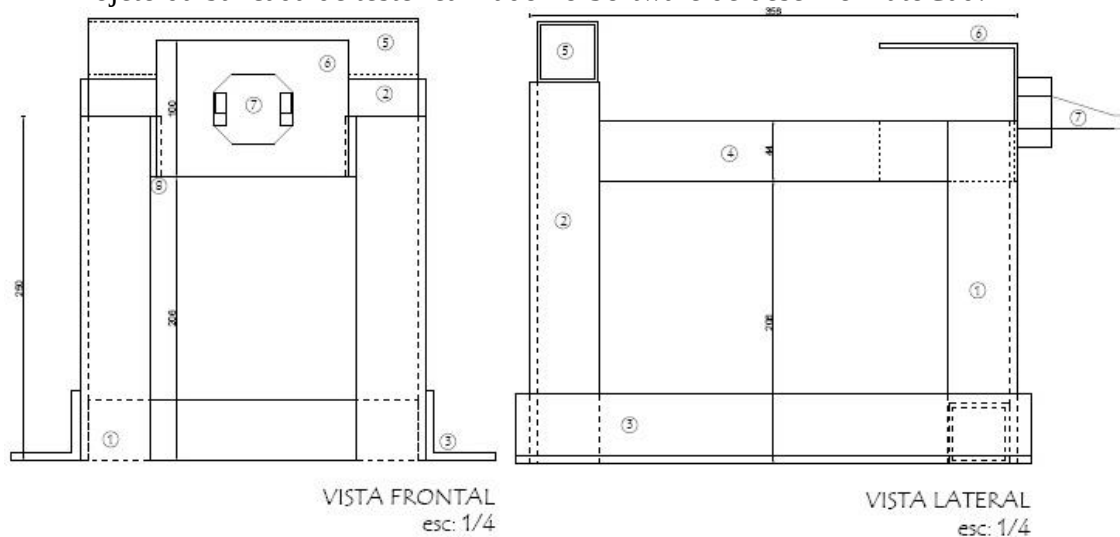
O projeto estrutural da Bancada de Teste foi desenvolvido nos softwares computacionais de desenho, simulação e modelagem AutoCad 2013 e Solidworks 2015 afim de complementar e validar a concepção inicial do projeto.

4.1.2.1.1 Descrição dos materiais utilizados no projeto da bancada de teste

Os materiais utilizados na construção da bancada de teste foram: duas cantoneiras em Aço SAE 1020 enumeradas com o número 3 de acordo com a Tabela 1 e que medem 376mm de comprimento, que servirão de base para a bancada, duas cantoneiras em Aço SAE 1020 de número 1 com tamanho 250mm que servirão como suporte anterior para os tubos de suporte dos rolamentos, duas cantoneiras em Aço SAE 1020 de número 2 com 278mm que servirão de suporte posterior para os tubos de suporte dos rolamentos, 2 tubos em Aço SAE 1020 de número 4 com tamanho de 300mm que servirão de suporte para os rolamentos fixos aos mesmos, um tubo em Aço SAE 1020 de número 5 com tamanho de 240mm que servirá para limitar o movimento da parede de fogo, dois rolamentos do tipo trilho em Aço inox de número 8 de 6mm de espessura e dimensões 300mm x 44mm, e por fim uma chapa em alumínio de número 7 com dimensões frontais e superiores de 140mm x 100mm, dimensões inferiores de 140mm x 160mm que servirá como parede de fogo para o motor, bem como para fixação do servo-motor e tanque de combustível.

A Figura 17 juntamente da Tabela 1 a seguir mostram as dimensões dos materiais e suas disposições na montagem da bancada de teste.

Figura 17 – Projeto da bancada de teste realizado no Software de desenho AutoCad.



Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Tabela 1 – Legenda das dimensões de materiais e disposição da montagem da bancada de teste.

Nº	DENOMINAÇÕES	QTDE	MATERIAL / DIMENSÃO
1	CANTONEIRA (SUPORTE)	2	AÇO / 51x51mm - e = 6mm
2	CANTONEIRA (SUPORTE)	2	AÇO / 51x51mm - e = 6mm
3	CANTONEIRA (BASE)	2	AÇO / 51x51mm - e = 6mm
4	TUBO (SUPORTE ROLAMENTO)	2	AÇO/ 44x44mm - e = 2,5mm
5	TUBO (SUPORTE BALANÇA)	1	AÇO/ 44x44mm - e = 2,5mm
6	CHAPA (PAREDE DE FOGO)	1	AL/ 140x100mm - e=2,5mm
7	SUPORTE DO MOTOR	1	NYLON/ 58x51mm p=82mm
8	ROLAMENTOS	2	INOX/ 44x300x6mm

Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

4.1.2.1.1 Descrição da etapa de montagem da bancada de teste

A fase de montagem foi composta de quatro etapas basicamente, a primeira etapa que foi a serragem dos componentes por meio do uso de uma serra-fita do fabricante STARRET TOOLS (SUZHOU) COMPANY LTD, do modelo S1101, a segunda etapa consistiu no uso da furadeira de bancada do fabricante CLARK MACHINE FORM E CNC, modelo FB30, capacidade máxima 30mm e de uma Micro Retífica DREMEL 4000 para realizar as furações de fixação da bancada, já a terceira etapa foi a etapa de soldagem,

onde realizou-se a junção dos componentes de aço por meio do equipamento de soldagem MIG/MAG do fabricante ESAB S.A – IND E COM de modelo ORIGO FEED 302 utilizado no modo MAG, na quarta e última etapa de construção foi feita a fixação dos último componentes através de parafusos e porcas.

Por fim, como mostrado na Figura 18, se obteve uma bancada de teste construída com materiais rígidos, projetada de forma para que possa ser fixada a uma mesa ou bancada pesada, evitando assim que todo o conjunto entre em vibração no momento de realização dos testes.

Figura 18 – Projeto da bancada de teste realizado no SolidWorks.



Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

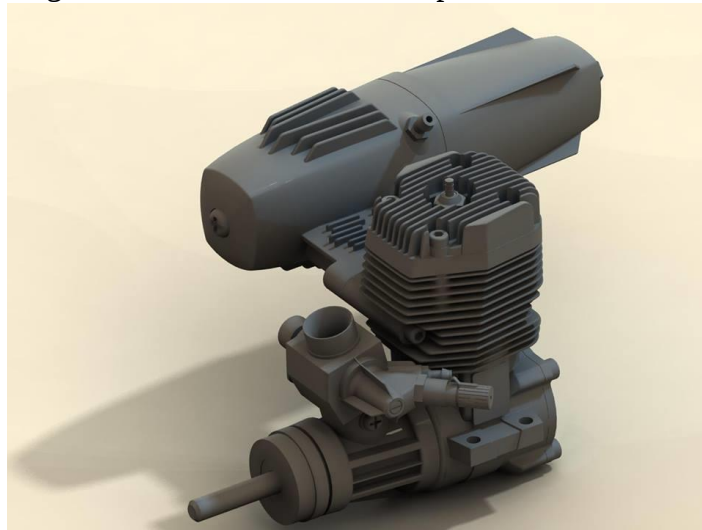
4.1.3 Componentes Mecânicos

Os componentes mecânicos do experimento, correspondem àqueles que desempenham papel de realização dos movimentos de rotação relativo ao sistema, neste caso correspondem ao grupo motopropulsor (conjunto motor-hélice).

4.1.3.1 Motor

O motor utilizado nos ensaios foi o Motor a combustão ASP 61, mostrado na Figura 19, que possui 9,95cc e trabalha numa faixa de rotação de 2.000 até 18.000 Rpm com peso de 609g, com uma vela OS nº 8 acoplada a ele, e movido a um combustível do tipo Glow (à base de metanol) onde sua partida é dada por um acendedor de velas e um starter elétrico.

Figura 19 – Modelagem do motor utilizado nos experimentos realizado no SolidWorks.



Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

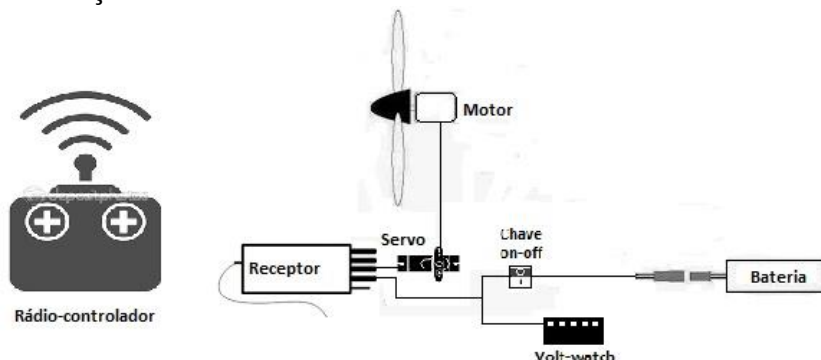
4.1.3.2 Hélices

As hélices utilizadas no experimento são do tipo pusher apc, feitas em nylon com especificações 11x4, 12x4 e 13x4. A especificação das hélices é dada da seguinte forma, o primeiro número que compõe a especificação significa o diâmetro da hélice dado em polegadas, já o segundo número é a especificação do passo da hélice, ou seja, o quanto a hélice deve avançar em uma revolução.

4.1.4 Componentes Elétricos

Os componentes elétricos do experimento são responsáveis por fornecer energia necessária para que os componentes mecânicos entrem em movimento e estão compreendidos nesse trabalho pela comunicação do rádio controlador com seu respectivo receptor acoplado ao servo-motor que fornece o torque necessário ao sistema, sendo tudo isso abastecido por uma bateria, como simplificado na Figura 20 a seguir.

Figura 20 – Ilustração do sistema elétrico utilizado no trabalho e suas conexões.



Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

4.1.4.3 Rádio controlador

O rádio controlador é o dispositivo utilizado para enviar o sinal do movimento a ser feito pelo servo motor, e para fins desse experimento o rádio utilizado foi o FUTABA 7C-2.4GHz com sete canais.

4.1.4.4 Receptor

O receptor é o dispositivo responsável por receber o sinal emitido pelo rádio e fazer a conexão com o servo-motor, sendo estes dois alimentados pela bateria. Para fins desse projeto o receptor utilizado foi o compatível com o rádio controlador e denominado FUTABA R617FS de sete canais.

4.1.4.5 Bateria

A bateria utilizada no experimento é do fabricante ZIPPY do tipo LiFe 6,6 V e 1100mA e é o dispositivo responsável por fornecer a energia utilizada para ligar todo o sistema.

4.1.4.6 Servo-motor

O servo-motor utilizado neste experimento foi o Corona DS 939 HV, que foi utilizado para fim de movimentar a abertura do carburador.

4.1.5 Sensores de Vibração SW18010p

O sensor SW18010p mostrado na Figura 21, tem como entrada de dados as forças mecânicas de vibração. Este realiza o trabalho de converte-las para que seja obtido como saída dados analógicos as leituras feitas em variação de nível de voltagem. A voltagem máxima analógica lida pelo mesmo é de 1023 volts, o que representa um sistema com ausência de vibração, podendo esta leitura variar até valores iguais a zero volts, que representam valores correspondentes a presença máxima de vibração no sistema. O sensor de vibração SW18010p possui também um potenciômetro, que permite o ajuste de velocidade de dados obtidos, podendo trabalhar com uma velocidade de obtenção de dados numa escala de até mil leituras por segundo (ou uma leitura a cada milissegundo).

Figura 21– Sensor de vibração SW18010p.



Fonte: (ARDUÍNO, 2016).

A programação do sensor foi feita de maneira que ele captasse os níveis de vibração presentes no ensaio e transformasse essas leituras em valores nominais de tensão na sua velocidade máxima de trabalho, que corresponde a mil leituras por segundo, o que é o mesmo que uma leitura a cada milissegundo.

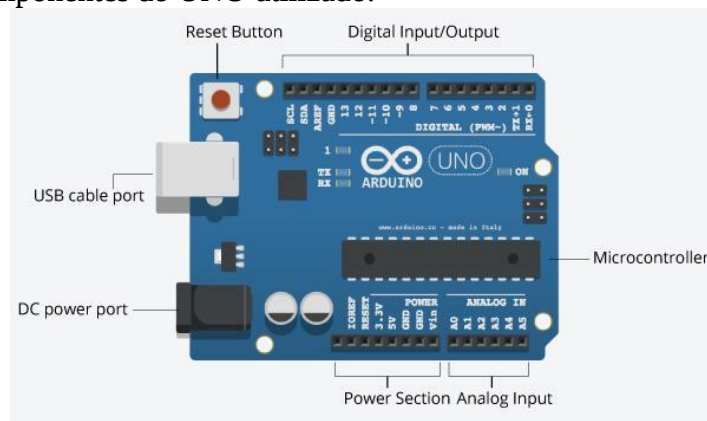
4.1.6 Arduino UNO

Foi usado neste experimento o Arduíno UNO, mostrado na Figura 22, como plataforma de obtenção de dados pela sua rapidez de montagem e facilidade de trabalhar, com o objetivo de fazer a leitura dos dados coletados pelos sensores.

O Arduino é uma plataforma eletrônica de dados de código aberto baseada em hardware e software fácil de usar. As placas de Arduino são capazes de ler entradas no

sensor e transforma-las em saída em forma de ação. Pode-se dizer a sua placa o que fazer, enviando um conjunto de instruções para o microcontrolador na placa. Para isso usa-se a linguagem de programação Arduino (baseada em C++) e o Arduino Software, baseado em processamento (ARDUINO, 2016).

Figura 22 – Componentes do UNO utilizado.



Fonte: (ARDUÍNO, 2016).

4.1.7 Coletor de dados

O cartão de memória acoplado ao módulo SD foi o dispositivo utilizado junto ao arduíno e ao sensor, para meios de coletar os dados obtidos de modo a quantifica-los de uma maneira que possa ser entendida.

4.2 METODOLOGIA

4.2.1 Escolha dos parâmetros

A escolha dos parâmetros a serem variados foi feita da seguinte forma: foram escolhidas três hélices de mesmo passo porém de diâmetros diferentes para que seja analisado a influência do diâmetro e por consequência do momento angular, na intensidade das vibrações. As três hélices foram analisadas no estado de balanceamento total e em seguida, foi adicionada uma massa de 0,25g, relativamente pequena em comparação a massa da hélice, para que fosse analisado o quanto essa massa influenciaria no desbalanceamento, consequentemente, na geração de vibração.

4.2.2 Balanceamento de hélices

Antes de ser feito o balanceamento propriamente dito, foi verificado o estado geral das hélices. Foi analisado a posição do furo (se este estava exatamente centralizado), as distancias dos furos até as pontas das pás, seu alinhamento (ao girar a hélice, suas pontas deverão passar exatamente sobre o mesmo ponto), ângulo das pás e a massa de cada hélice.

Inicialmente pregou-se em cada hélice um pedaço de fita refletora utilizada para fazer medições de rotação em tacômetros por foto contato. A escolha de iniciar o balanceamento após o acoplamento da fita se deu pelo fato da fita, mesmo que possuindo pequena massa, pode influenciar no processo de balanceamento do corpo.

Para conseguir o balanceamento correto da hélice, fez-se em cada uma de suas pás uma numeração, em seguida a hélice foi colocada verticalmente no balanceador e sobre uma mesa padrão, com a pá de número um voltada para cima, e foi analisado se a hélice girava no sentido horário ou anti-horário para que assim fosse escolhido o bordo de ataque (anti-horário) ou o bordo de fuga (horário) para que este fosse lixado no intuito de retirar material até que a hélice se mantivesse estável. Em seguida a hélice foi girada em 180°, ou seja, com a pá de número dois voltada para cima, e o processo foi repetido, denominando-se balanceamento estático.

Em seguida, o objetivo foi encontrar e estabilizar o lado mais pesado do cubo da hélice. Uma vez que as pás encontravam-se balanceadas, a hélice foi colocada numa posição de 45° para que se verificasse a existência da tendência dela estabilizar próximo à horizontal. Uma vez verificada, é constatada a diferença de massa na região do cubo da hélice. Assim, ao colocar a hélice à 45° de ambos os lados, foi observado que o lado do cubo mais pesado tende a ficar para baixo. Mais uma vez com ajuda de uma lixa, material do lado mais pesado do cubo foi retirado, após este processo a hélice deve permanecer parada em qualquer posição, correspondendo ao balanceamento dinâmico.

4.2.3 Teste de bancada com o grupo motopropulsor

Após toda a estrutura da bancada montada e firmemente fixas por grampos sargentos, e seus componentes mecânicos e elétricos funcionando devidamente, o ensaio foi feito da seguinte forma:

- i. Foi dada a partida no motor e em seguida, com ajuda de um tacômetro por foto contato digital, foi monitorada a estabilização de sua rotação na faixa de 2100 à 2200 Rpm, durante um tempo aproximado de 40s à 60s para que só então os sensores pudessem iniciar a leitura da vibração.
- ii. O motor se manteve ligado nessa faixa de rotação por aproximadamente entre 1min 20s e 2min, para que leituras em larga escala fossem feitas.
- iii. Foi repetido o procedimento para cada uma das hélices desbalanceadas.
- iv. Em seguida, as mesmas baterias de testes foram refeitas para as hélices balanceadas.

4.2.4 Realização de teste de hipótese

4.2.4.1 Escolha e análise dos dados a serem estudados

Com os dados obtidos através do Arduino, selecionou-se uma faixa de leitura confiável referente a trinta mil milissegundos ou (trinta segundos), ou seja, uma faixa em que os valores obtidos apresentavam variação constante. Para que fosse obtido variação da leitura de vibração todos os trinta mil dados referentes a amostra foram subtraídos de 1023, para facilitar o entendimento e o diagnóstico.

Para se obter a variação de níveis de vibração a cada segundo, os dados foram agrupados em grupos de mil milissegundos, o que corresponde a um segundo, e em seguida foi calculada a média de cada um desses grupos, no decorrer do intervalo dos trinta segundos escolhidos.

4.2.4.2 Escolha do teste de hipótese a ser aplicado

Como citado no referencial teórico alguns parâmetros iniciais devem ser previamente estabelecidos para a confirmação de qual teste de hipótese usar. Por nesse trabalho a presunção da hipótese inicial ser a diminuição de vibração após o balanceamento, e a quantidade de amostras utilizadas serão duas. Ainda por se tratar de amostras pareadas, pois será analisado um dado antes e após um evento, que no caso seria o balanceamento, utilizaremos o teste T de Student dependente.

Aplicando o teste de t de Student, a hipótese a ser analisada será a vibração antes e após do balanceamento. Partindo desse parâmetro, a hipótese será: Houve mudanças significativamente menores na vibração após o balanceamento?

Utilizando os valores obtidos através da variação de voltagem antes e depois do balanceamento para as respectivas hélice será feito o teste de hipótese. Assim para hélice 11x4 foi utilizado os valores agrupados da voltagem antes e depois do balanceamento, o mesmo se repetiu para as outras hélices. Segue os passos para definição dos parâmetros iniciais:

1. Identificar os parâmetros de interesse e definir H_0 e H_1 mediante uma das três alternativas.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \text{ vs } H_1 : \mu_1 < \mu_2 \text{ (Unilateral a esquerda)}$$

ou

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \text{ vs } H_1 : \mu_1 > \mu_2 \text{ (Unilateral a direita)}$$

ou ainda

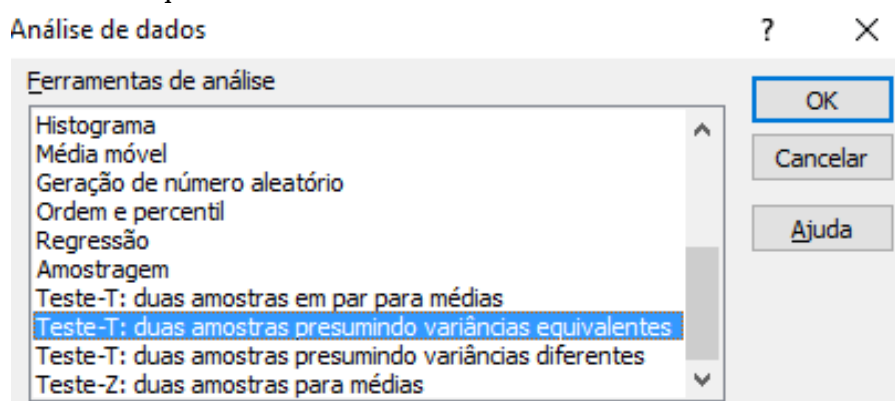
$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \text{ vs } H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \text{ (Bicaudal)}$$

A nível deste trabalho o teste a ser utilizado será o unilateral ou uni caudal à direita com o a hipótese de interesse sendo a hipótese alternativa, que fala que as vibrações após o balanceamento são significativamente menores. Assim partiremos do pressuposto que a amostragem final não teve variância significativa em relação a amostragem inicial.

2. Fixar o valor do nível de significância, α que está associado com o tamanho da região crítica. Segundo Velarde, é costume usar os valores 0,01 ou 0,05. Usaremos então 0,05 com grau de confiança de 95% consequentemente, pois o nível de confiabilidade é igual a um menos o nível de significância.

3. Os cálculos foram realizados no software computacional Microsoft Excel, selecionado a aba dados e análise de dados. Como dados de entrada, deve-se primeiramente escolher qual o tipo de análise a ser realizado, como na Figura 23.

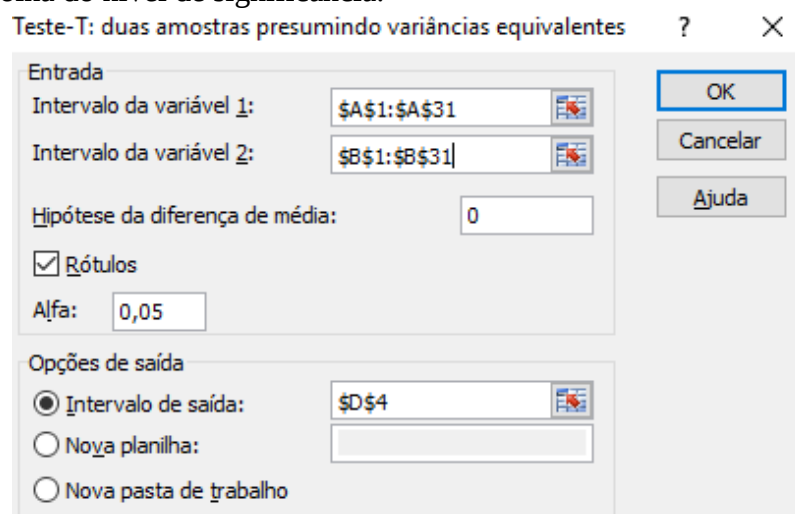
Figura 23 – Escolha do tipo de análise a ser realizada no Excel: Teste-T: duas amostras presumindo variâncias equivalentes.



Fonte: (EXCEL, 2016).

Para esse caso foi escolhido Teste-t de hipótese como mencionado anteriormente para variâncias equivalentes que seria o mesmo que dados dependentes citados no referencial teórico. Outro dado de entrada é o nível de significância mencionado anteriormente e mostrado na Figura 24.

Figura 24 – Escolha do nível de significância.



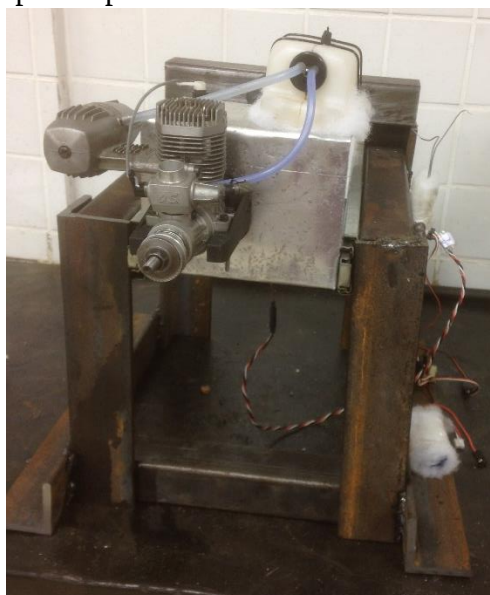
Fonte: (EXCEL, 2016).

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 CONCLUSÃO DA BANCADA DE TESTE

Após a conclusão da fase de projeto e construção da bancada de teste, mostrada na Figura 25 a mesma foi posta em uma avaliação pratica de seu desempenho. A mesma atendeu as funções a ela designada, principalmente no âmbito de manter toda a estrutura fixa a bancada. Seu funcionamento foi mais que satisfatório também no que diz respeito a disposição de cada um dos elementos a ela instalados, fazendo assim com que os testes pudessem ser realizados da maneira planejada.

Figura 25 – Bancada de teste pronta para ser utilizada.



Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

5.2 ESTADO INICIAL DAS HÉLICES

Após concluir processo de avaliação inicial das hélices, foi possível adquirir os seguintes dados iniciais no estado de balanceamento mostrado na Tabela 2. Com a ajuda de um pequeno pedaço de fita dupla face de massa igual a 0,25g, foi feito o desbalanceamento de cada uma das hélices.

Tabela 2 – Dados referentes ao estado inicial das hélices.

Estado original das hélices balanceadas						
Hélice	Eixo	Ø eixo (mm)	Ø pás (in)	Ângulo	Massa (g)	Massa adicionada (g)
11x4	Centralizado	7	11	180°	42,86	0,25
12x4	Centralizado	7	12	180°	41,02	0,25
13x4	Centralizado	7	13	180°	48,6	0,25

Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

5.3 VIBRAÇÃO ENTRE AS HÉLICES DESBALANCEADAS E BALANCEADAS

A partir dos dados obtidos no procedimento descrito no tópico 4.2.4.1 foi montado no Excel um gráfico para cada uma das hélices desbalanceadas mostrados nas Figuras 26, 27 e 28 referente aos valores apresentados nas respectivas Tabelas 3 e 4 para a hélice 11x4, Tabelas 5 e 6 para a hélice 12x4 e Tabelas 7 e 8 para a hélice 13x4 a seguir.

Tabela 3 – Média das leituras feitas num intervalo de trinta segundos referentes a hélice 11x4 desbalanceada.

Rótulos de Linha	Média de Hélice 11 x 4
1-1000	73,826
1001-2000	77,77
2001-3000	68,947
3001-4000	66,051
4001-5000	66,587
5001-6000	64,783
6001-7000	68,817
7001-8000	57,691
8001-9000	70,789
9001-10000	65,352
10001-11000	67,15
11001-12000	74,506
12001-13000	76,945
13001-14000	64,299
14001-15000	77,932
15001-16000	71,894
16001-17000	73,051
17001-18000	67,998
18001-19000	80,022
19001-20000	69,693
20001-21000	83,781
21001-22000	73,204
22001-23000	65,81
23001-24000	77,548
24001-25000	84,787
25001-26000	87,912
26001-27000	85,404
27001-28000	83,683
28001-29000	74,568
29001-30000	93,338
Total Geral	73,8046

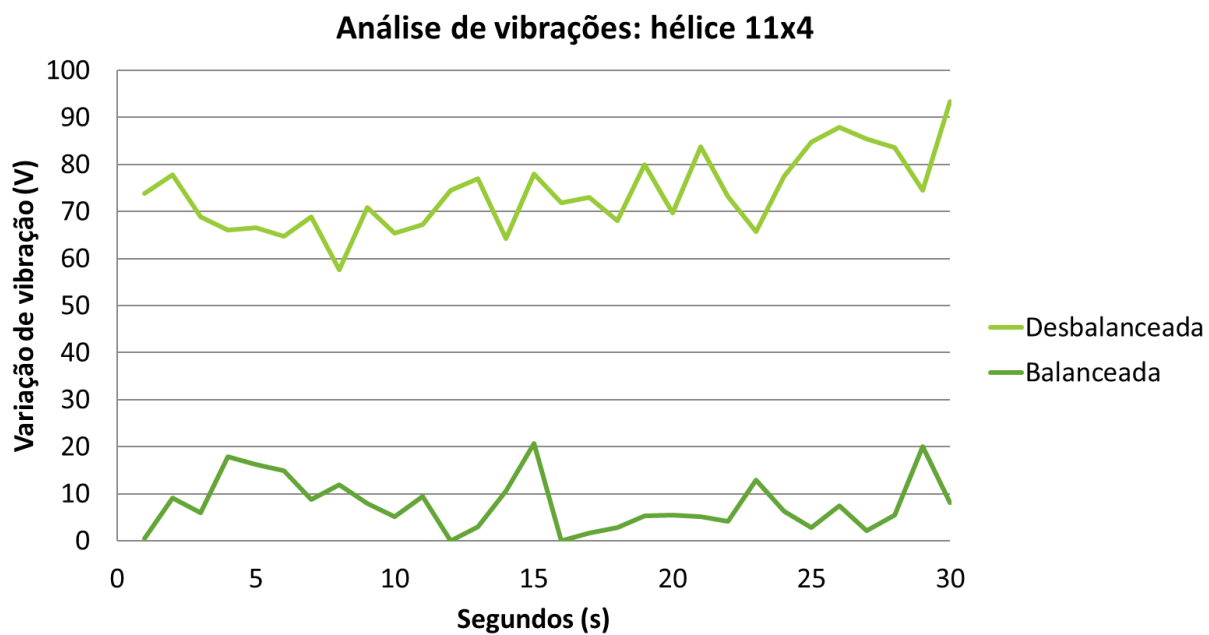
Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Tabela 4 – Média das leituras feitas num intervalo de trinta segundos referentes a hélice 11x4 balanceada.

Rótulos de Linha	Média de Voltagem (V)
1-1000	0,563
1001-2000	9,191
2001-3000	5,902
3001-4000	17,924
4001-5000	16,283
5001-6000	14,925
6001-7000	8,782
7001-8000	11,889
8001-9000	8,016
9001-10000	5,063
10001-11000	9,502
11001-12000	0,002
12001-13000	2,996
13001-14000	10,578
14001-15000	20,731
15001-16000	0,002
16001-17000	1,631
17001-18000	2,783
18001-19000	5,305
19001-20000	5,549
20001-21000	5,115
21001-22000	4,092
22001-23000	12,97
23001-24000	6,36
24001-25000	2,751
25001-26000	7,448
26001-27000	2,228
27001-28000	5,42
28001-29000	20,076
29001-30000	8,05
Total Geral	7,737566667

Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Figura 26 – Gráfico gerado a partir das Tabela 3 e 4 para o comparativo de vibração entre a hélice 11x4 desbalanceada e balanceada.



Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Tabela 5 – Média das leituras feitas num intervalo de trinta segundos referentes a hélice 12x4 desbalanceada.

Rótulos de Linha	Média de Hélice 12x4
1-1000	79,278
1001-2000	69,34
2001-3000	65,293
3001-4000	77,486
4001-5000	58,408
5001-6000	61,622
6001-7000	72,047
7001-8000	65,971
8001-9000	73,649
9001-10000	48,934
10001-11000	71,353
11001-12000	71,24
12001-13000	68,128
13001-14000	58,66
14001-15000	57,435
15001-16000	45,626
16001-17000	53,366
17001-18000	66,041
18001-19000	51,222
19001-20000	57,901
20001-21000	62,514
21001-22000	57,131
22001-23000	60,277
23001-24000	61,854
24001-25000	64,831
25001-26000	64,702
26001-27000	67,678
27001-28000	54,677
28001-29000	58,819
29001-30000	55,559
Total Geral	62,7014

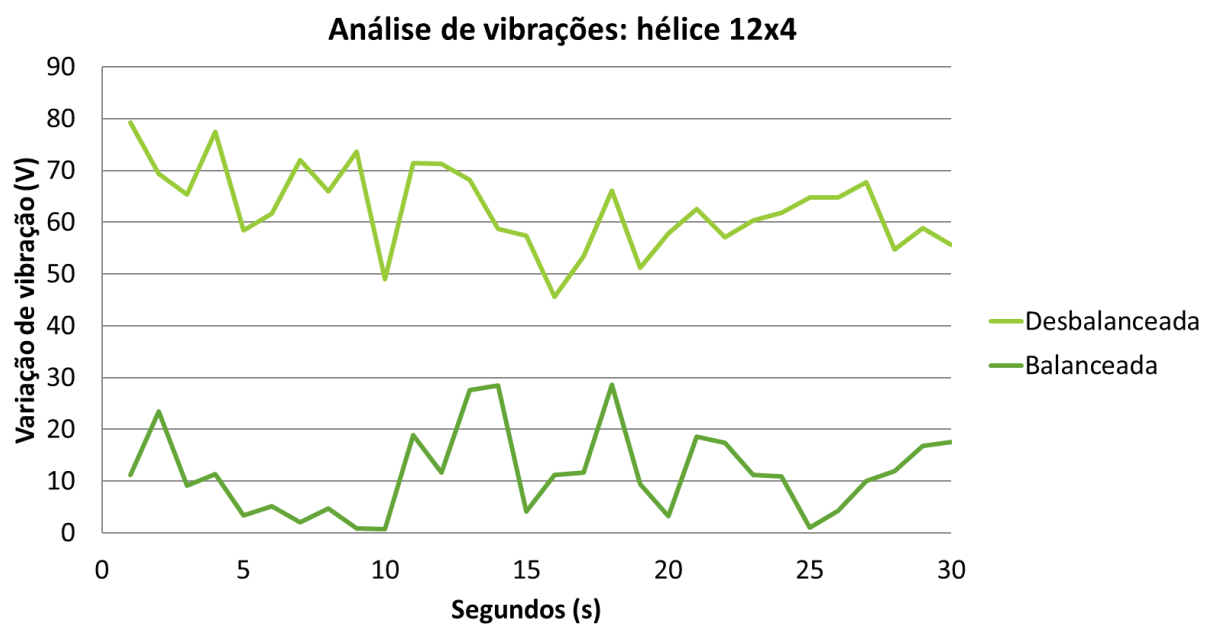
Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Tabela 6 – Média das leituras feitas num intervalo de trinta segundos referentes a hélice 12x4 balanceada.

Rótulos de Linha	Média de Voltagem (V)
1-1000	11,181
1001-2000	23,471
2001-3000	9,187
3001-4000	11,377
4001-5000	3,356
5001-6000	5,178
6001-7000	2,012
7001-8000	4,683
8001-9000	0,931
9001-10000	0,65
10001-11000	18,817
11001-12000	11,7
12001-13000	27,536
13001-14000	28,439
14001-15000	4,13
15001-16000	11,188
16001-17000	11,665
17001-18000	28,566
18001-19000	9,47
19001-20000	3,248
20001-21000	18,597
21001-22000	17,441
22001-23000	11,204
23001-24000	10,926
24001-25000	1,007
25001-26000	4,195
26001-27000	10,02
27001-28000	11,997
28001-29000	16,796
29001-30000	17,518
Total Geral	11,54953333

Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Figura 27 – Gráfico gerado a partir das Tabela 5 e 6 para o comparativo de vibração entre a hélice 12x4 desbalanceada e balanceada.



Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Tabela 7 – Média das leituras feitas num intervalo de trinta segundos referentes a hélice 13x4 desbalanceada.

Rótulos de Linha	Média de Hélice 13x4
1-1000	53,291
1001-2000	28,344
2001-3000	40,494
3001-4000	22,289
4001-5000	27,238
5001-6000	63,801
6001-7000	63,401
7001-8000	43,666
8001-9000	54,73
9001-10000	43,015
10001-11000	58,755
11001-12000	67,572
12001-13000	67,112
13001-14000	65,215
14001-15000	55,784
15001-16000	25,334
16001-17000	66,033
17001-18000	71,927
18001-19000	99,948
19001-20000	138,992
20001-21000	131,635
21001-22000	98,337
22001-23000	99,487
23001-24000	121,432
24001-25000	59,403
25001-26000	81,436
26001-27000	51,556
27001-28000	81,165
28001-29000	50,324
29001-30000	33,292
Total Geral	65,50026667

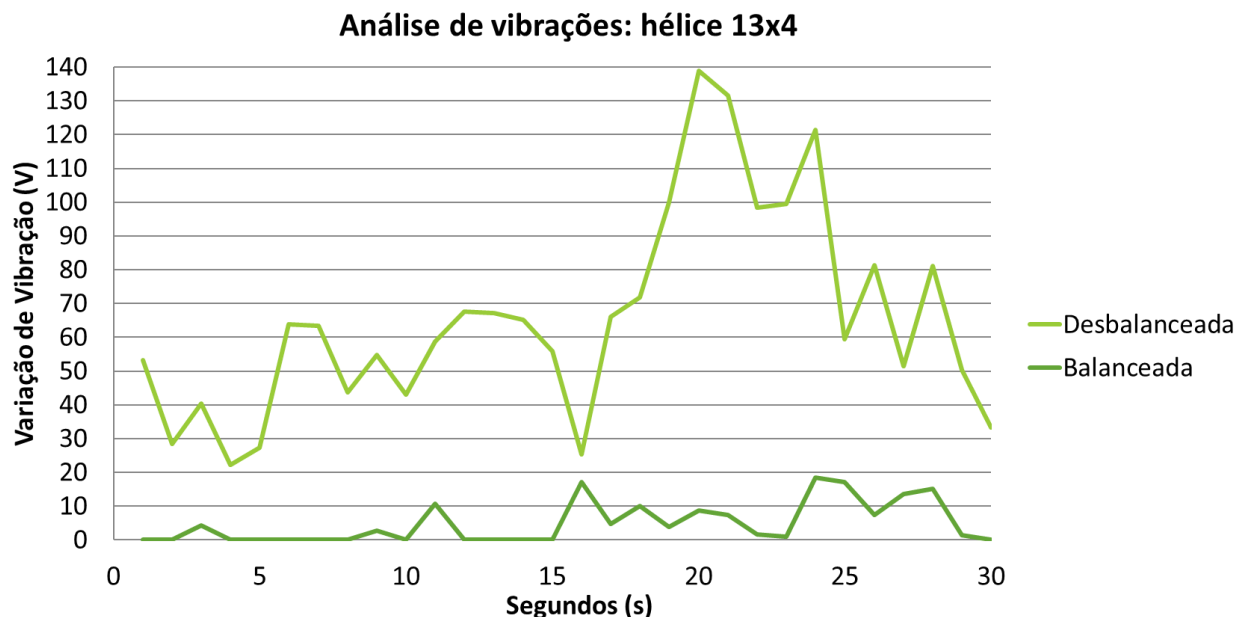
Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Tabela 8 – Média das leituras feitas num intervalo de trinta segundos referentes a hélice 13x4 balanceada.

Rótulos de Linha	Média de Voltagem(V)
1-1000	0
1001-2000	0
2001-3000	4,27
3001-4000	0
4001-5000	0
5001-6000	0
6001-7000	0
7001-8000	0
8001-9000	2,746
9001-10000	0
10001-11000	10,834
11001-12000	0
12001-13000	0
13001-14000	0
14001-15000	0
15001-16000	17,238
16001-17000	4,656
17001-18000	10,108
18001-19000	3,926
19001-20000	8,707
20001-21000	7,364
21001-22000	1,663
22001-23000	1,069
23001-24000	18,511
24001-25000	17,079
25001-26000	7,376
26001-27000	13,704
27001-28000	15,074
28001-29000	1,424
29001-30000	0
Total Geral	4,8583

Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Figura 28 – Gráfico gerado a partir das Tabela 7 e 8 para o comparativo de vibração entre a hélice 13x4 desbalanceada e balanceada



Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Em geral foi observado no experimento referente aos testes com as hélices 11x4 desbalanceadas um nível de vibrações variando entre 57 e 93, onde o gráfico apresenta variação constante sempre dentro dessa faixa. Já nas análises feitas para a hélice 12x4 desbalanceadas foi observado que os valores referentes a variação de vibração correspondem no maior valor à aproximadamente 79 e no menor valor à aproximadamente 45. E por último, nos ensaios realizados para a hélice 13x4, de maneira similar aos anteriores foram obtidos dados de leitura referentes a vibração máxima observada igual a 138 e vibração mínima de aproximadamente 23, sendo este o ensaio que apresentou maior variação no nível de vibração.

Após o processo de balanceamento o mesmo procedimento para obtenção dos gráficos foi realizado nos dados obtidos. A leitura de dados para os três gráficos obtidos no caso de hélices balanceadas foram de fato satisfatórios. Foi observado uma significativa diminuição na variação de tensão apresentada em forma de vibração.

Pode-se observar em primeiro lugar que a hélice 11x4 atingiu ponto de vibração máxima de valor nominal de aproximadamente 21. Já a hélice 12x4 apresentou seu pico

de vibração ao nível de 28, apresentando também drástica diminuição na intensidade das vibrações. E por último, como já esperado os ensaios referentes a hélice 13x4 apresentaram vibração máxima no valor de aproximadamente 18. Deve ser observado o fato de que o valor nominal de presença de vibração chegou a zero diversas vezes em todos os ensaios, mostrando coerência com a fundamentação teórica abordada.

Vale a pena ressaltar que os gráficos obtidos nos ensaios tanto pra hélices balanceadas, quanto desbalanceadas não apresentam forma exatamente igual, dado o fato discutido no Tópico 3.3.1.2 que mostra esse tipo de gráfico para o caso de Forças periódicas, normalmente presentes em motores a combustão interna.

5.4 ANÁLISE COMPARATIVA DA VARIAÇÃO DE VIBRAÇÃO ATRAVÉS DE T DE STUDENT

Os resultados finais são todos calculados automaticamente pelo programa Excel, seguindo a ordem das hélices de 11x4, 12x4 e 13x4, temos os seguintes dados de saída apresentados nas tabelas 9, 10 e 11 a seguir:

Tabela 9 –Aplicação do Teste-T de hipótese para a hélice 11x4.

	Desbalanceada H0	Balanceada
Média	73,8046	7,737566667
Variância	67,76641487	33,38379929
Observações	30	30
Variância agrupada	50,57510708	
Hipótese da diferença de média	0	
gl	58	
Stat t	35,98007214	
P(T<=t) uni-caudal	1,15435E-41	
t crítico uni-caudal	1,671552762	

Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Tabela 10 –Aplicação do Teste-T de hipótese para a hélice 12x4.

	Desbalanceada 12x4	Balanceada
Média	62,7014	11,54953333
Variância	66,84772632	67,33536371
Observações	30	30
Variância agrupada	67,09154501	
Hipótese da diferença de média	0	
gl	58	
Stat t	24,18651076	
P(T<=t) uni-caudal	2,74587E-32	
t crítico uni-caudal	1,671552762	

Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Tabela 11 –Aplicação do Teste-T de hipótese para a hélice 13x4.

	Desbalanceada 13x4	Balanceada
Média	65,50026667	4,8583
Variância	921,2214954	38,31810367
Observações	30	30
Variância agrupada	479,7697996	
Hipótese da diferença de média	0	
gl	58	
Stat t	10,72265798	
P(T<=t) uni-caudal	1,09724E-15	
t crítico uni-caudal	1,671552762	

Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Pela Tabela 12 abaixo podemos analisar os resultados de aceitação ou rejeição da hipótese inicial H_0 . Avaliando a tabela percebemos que a formulação de hipóteses nos três casos trata-se de uma formulação que obedece a hipótese que objetivava-se $t > 0$, tendo assim como hipótese inicial $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ou em caso de rejeição a hipótese alternativa $H_1: \mu_1 > \mu_2$. Ainda é possível perceber que o nível descritivo há rejeição da hipótese inicial nas três análises da hélice, pois o α de 0,05 escolhido inicialmente é bem maior que o valor de $P(T \leq t)$ que corresponde a α_d .

Tabela 12 –Análise de aceitação ou rejeição da hipótese inicial.

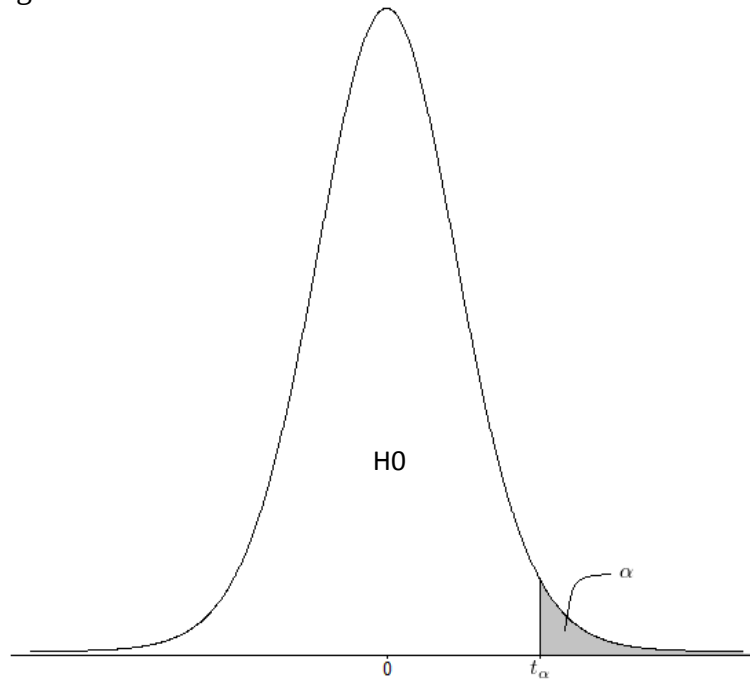
Estatística		
Stat $t < 0$	Formulação das hipóteses	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 < \mu_2$
Stat $t > 0$	Formulação das hipóteses	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$
-	Formulação das hipóteses	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$
$P(T \leq t) = \alpha_d$	Nível descritivo	$\alpha_d < \alpha \rightarrow$ rejeito H_0 $\alpha_d > \alpha \rightarrow$ não rejeito H_0
Stat t e t crítico	Resultado do teste: unicaudal à esquerda	$-t < -t$ crítico $\rightarrow$ rejeito H_0 $-t > -t$ crítico $\rightarrow$ não rejeito H_0 obs: os valores de t e t crítico são negativos
Stat t e t crítico	Resultado do teste: unicaudal à direita	$t > t$ crítico $\rightarrow$ rejeito H_0 $t < t$ crítico $\rightarrow$ não rejeito H_0
Stat t e t crítico	Resultado do teste: bicaudal	$-t$ crítico $< t < t$ crítico $\rightarrow$ não rejeito H_0 $-t < -t$ crítico ou $t > t$ crítico $\rightarrow$ rejeito H_0

Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Também através da Tabela 12 retiramos o resultado final do teste como sendo Unicaudal à direita como representado na figura abaixo. O t_α do gráfico corresponde ao valor de $t_{\text{Crítico}}$, assim o t calculado das três hélices estão fora da região da hipótese H_0 , ou

seja, t calculado ($\text{stat } t$) $> t_{\text{Crítico}}$, caindo assim na área hachurada do gráfico mostrado na Figura 29, que corresponde a área da hipótese H_1 .

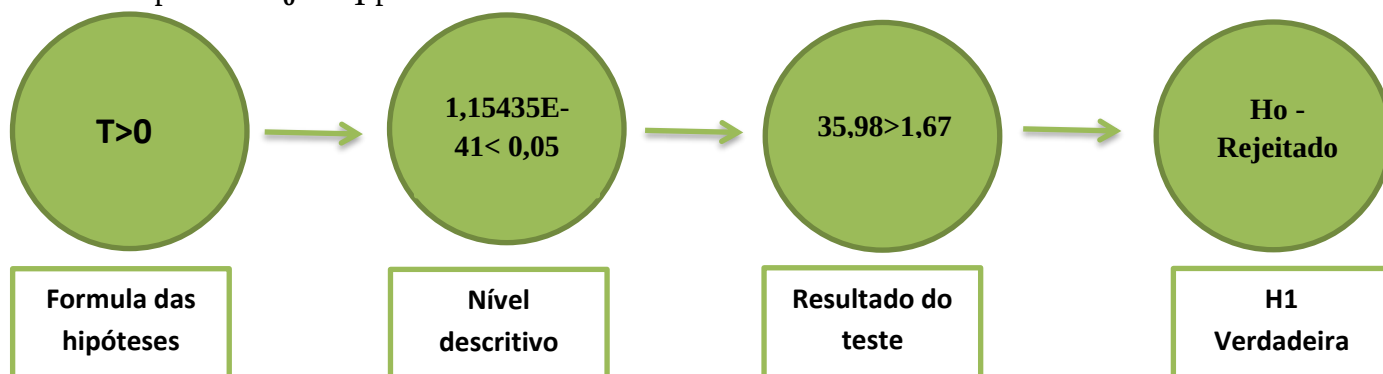
Figura 29 – Região crítica: teste unilateral à direita.



Fonte: (PORTAL_ACTION, 206).

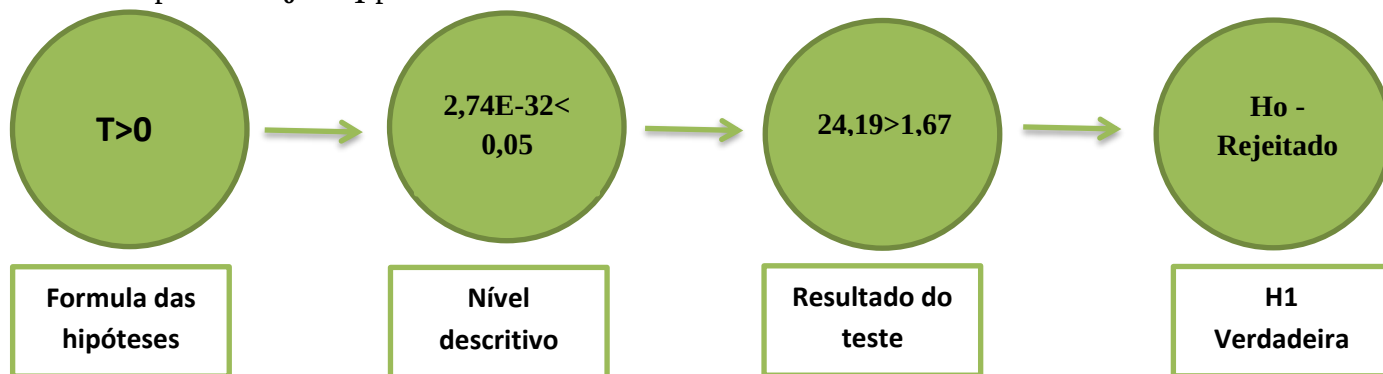
A seguir as Figuras 33, 34 e 35 apresentarão fluxogramas para cada uma das três hélices que descrevem de forma mais clara e sucinta o processo de análise dos dados para aceitação ou rejeição das hipóteses propostas no início desta análise.

Figura 30 – Fluxograma para o processo de análise de aceitação e/ou rejeição das hipóteses H_0 e H_1 para a hélice 11x4.



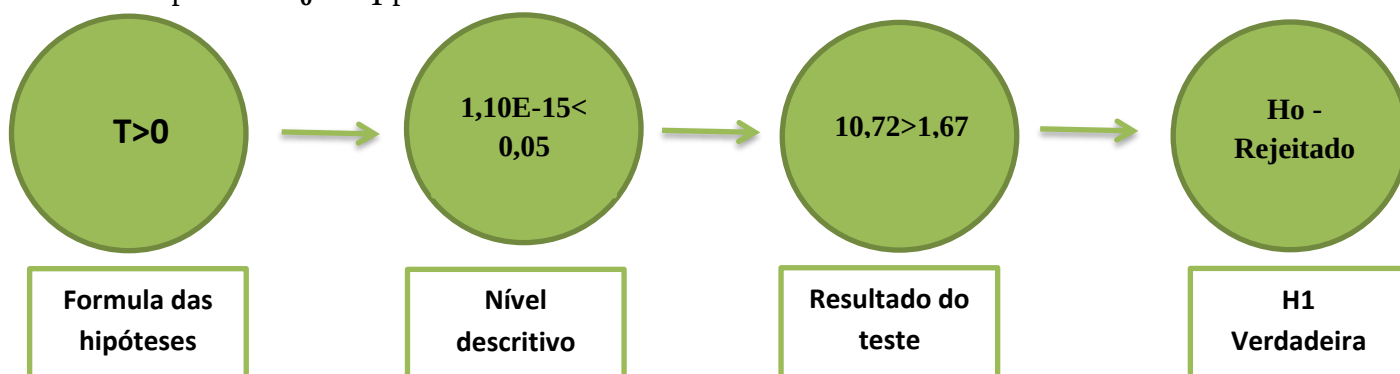
Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Figura 31 – Fluxograma para o processo de análise de aceitação e/ou rejeição das hipóteses H_0 e H_1 para a hélice 12x4.



Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

Figura 32 – Fluxograma para o processo de análise de aceitação e/ou rejeição das hipóteses H_0 e H_1 para a hélice 13x4.



Fonte: (PRÓPRIA, 2016).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com embasamento teórico de que o teste do tipo t de student é realizado para aceitar ou rejeitar uma hipótese inicial, que nesse estudo foi definido como a premissa de que os valores da amostra 1 (referente ao valores obtidos pelo sensor quando a hélice estava desbalanceada) e os valores da amostra 2 (referente aos valores da hélice balanceada) são valores que não tiveram significância variação após a ação do balanceamento, é concluído a negação dessa hipótese. Pois os valores de t calculado são muito superiores aos valores de t crítico, caindo assim na região do gráfico de aceitação da hipótese alternativa que determina que os valores após o balanceamento sejam significativamente menores que os valores obtidos antes do processo de balanceamento.

Com essa análise estatística é possível entrar em acordo com o embasamento teórico que fundamentou a ideia de que o processo de balanceamento é um método que pode reduzir a vibrações.

Assim concluímos que através da análise estatística a hipótese aceita para as três hélices foi à hipótese alternativa, comprovando assim que após o balanceamento os níveis de vibrações diminuíram significativamente, com análise e observação de todos os indicativos fornecidos pelo programa Excel.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. **Física para Cientistas e Engenheiros: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica**. 6. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2009.

Apostila O Uso do EXCEL para Análises Estatísticas. Ano de 2012 – Curso de Bioestatística. http://www.fsp.usp.br/nilza/Apostila_curso_excel_V4.pdf. Acesso: 21 de novembro de 2016.

ARDUINO. Disponível em < <https://www.arduino.cc/> > Acesso em: 20, Novembro 2016.

BEER, Ferdinand P.; JOHNSTON JUNIOR, E. Russell. **Mecânica Vetorial para Engenheiros: Dinâmica**. 9. ed. São Paulo: Mcgraw-hill, 2010.

FARIAS, Ana Maria Lima. **Apostila de Estatística Aplicada para Engenharia Inferência para Duas Populações**. Departamento de Estatística. 2009.

GUIMARÃES, Paulo Ricardo Bittencourt. **Métodos Quantitativos Estatísticos**./Guimarães, Paulo Ricardo Bittencourt. — Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2008. 245 p.

GUJARATI, Damodar N.; PORTER, Down C. **Econometria Básica**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011. 924 p.

HIBBELER, Russell C. **Dinâmica: Mecânica para Engenharia**. 12. ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2010.

SILVA, Décio Alves da. **Diagnóstico de Equipamento de Propulsão Naval através de análise de vibração**. 2006. 135 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ciências em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

NORMANDO, David; TJÄDERHANE, Leo; QUINTÃO, Cátia Cardoso Abdo. **A Escolha do Teste Estatístico** – um tutorial em forma de apresentação em PowerPoint. Belém/PA - 2008

NORTON, Robert L.. **Cinemática e Dinâmica dos Mecanismos**. Porto Alegre: McGraw-hill, 2010.

NUSSENZVEIG, H. Moysés. **Curso de Física Básica: Fluidos - Oscilações e Ondas - Calor**. 4. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2002.

Portal Action. <http://www.portalaction.com.br/inferencia/52-teste-para-media-teste-t>. Acesso: 21 de novembro de 2016.

RAO, Singiresu S.. **Vibrações Mecânicas**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

SILVA, Samuel. **Vibrações Mecânicas**: Notas de Aula – 2ª versão. Disponível em < <http://www.joinville.ifsc.edu.br/~pauloboni/MECANISMOS/DIN%C3%82MICA%20D E%20M%C3%81QUINAS/Apostila%20-%20Samuel%20da%20Silva%20-%20MUITO%20BOA%20-%20Did%C3%A1tica.pdf>>. Acesso em: 10, Novembro 2016.

SOEIRO, Newton Sure. **Curso de Fundamentos de Vibrações e Balanceamento de Rotores**. Disponível em < <https://pt.scribd.com/doc/298703525/Curso-de-Fundamentos-de-Vibracoes-e-Balanceamento-de-Rotores>> Acesso em: 09, Novembro de 2016.

STOLETO JUNIOR, José; FRANÇA, Luis Novaes Ferreira. **Introdução às Vibrações Mecânicas**. São Paulo: Edgard Blücher, 2006.

VELARDE, Luis Guillermo. **Noções de Bioestatística**. Apostila departamento de estatística.

YOUNG, Hug D.; FREEDMAN, Roger A.. **Sears e Zemansky: Mecânica**. 12. ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2003. 310 p.

YOUNG, Hug D.; FREEDMAN, Roger A.. **Sears e Zemansky: Termodinâmica e Ondas**. 10. ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2003. 310 p.

ANEXO A – Programa do Arduino utilizado para captação de dados através do sensor SW18010p

```

1 // Programa : Sensor de vibracao com LCD 16x2
2 // Autor : Arduino e Cia
3
4 #include <LiquidCrystal.h>
5
6 // Porta ligada ao pino A0 do sensor de vibracao
7 int porta_A0 = A5;
8 // Porta ligada ao pino D0 do sensor de vibracao
9 int porta_D0 = 7;
10
11 int leitura_analogica = 0;
12 int leitura_analogica_ant = 0;
13 int leitura_digital = 0;
14
15 // Define os pinos de Ligacao ao LCD
16 LiquidCrystal lcd(12, 11, 5, 4, 3, 2);
17
18 void setup()
19 {
20   lcd.begin(16,2); //inicializa LCD
21   lcd.clear(); //limpa o LCD
22   pinMode(porta_A0, INPUT);
23   pinMode(porta_D0, INPUT);
24   //Informacoes iniciais no LCD
25   lcd.setCursor(0,0);
26   lcd.print("Sensor: Deslig.");
27   lcd.setCursor(0,1);
28   lcd.print("Nivel : ");
29   Serial.begin(9600);
30 }
31
32 void loop()
33 {
34   // Leitura dos dados das portas do sensor
35   leitura_analogica = analogRead(porta_A0);
36   leitura_digital = digitalRead(porta_D0);
37   // Exibe os dados da porta digital (se houver alteracao), e
38   // nivel de vibracao
39   if (leitura_digital != 1)
40   {
41     lcd.setCursor(8,0);
42     lcd.print("Vibracao");
43     lcd.setCursor(8,1);
44     lcd.print(' ');
45     lcd.setCursor(8,1);
46     lcd.print(leitura_analogica);
47     leitura_analogica_ant = leitura_analogica;
48     delay(1000);
49     lcd.setCursor(8,0);
50     lcd.print(' ');
51     lcd.setCursor(8,0);
52     lcd.print("Deslig.");
53   }
54   // Exibe os dados do nivel de vibracao
55   if (leitura_analogica != leitura_analogica_ant)
56   {
57     lcd.setCursor(8,1);
58     lcd.print(' ');
59     lcd.setCursor(8,1);
60     lcd.print(leitura_analogica);
61     leitura_analogica_ant = leitura_analogica;
62   }
63   delay(100);
64 }

```