



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
CURSO BACHARELADO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

JORZEL ALVES DE PAIVA OLIVEIRA

ANÁLISE NUMÉRICA DE DECOLAGEM DE UM AERODESIGN

MOSSORÓ

2018

JORZEL ALVES DE PAIVA OLIVEIRA

ANÁLISE NUMÉRICA DE DECOLAGEM DE UM AERODESIGN

Monografia apresentada a
Universidade Federal Rural do Semi-Árido
como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Gutemberg Ferreira Diniz, Prof.

MOSSORÓ

2018

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

0048a Oliveira, Jorzel Alves De Paiva.
Análise Numérica de Decolagem de um AeroDesign
/ Jorzel Alves De Paiva Oliveira. - 2018.
54 f. : il.

Orientador: Gutemberg Ferreira Diniz.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Bacharelado em
Ciência e Tecnologia, 2018.

1. Carga total. 2. Carga paga. 3. Competição
SAE AeroDesign. 4. Método numérico. I. Diniz,
Gutemberg Ferreira, orient. II. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

JORZEL ALVES DE PAIVA OLIVEIRA

ANÁLISE NUMÉRICA DE DECOLAGEM DE UM AERODESIGN

Monografia apresentada a
Universidade Federal Rural do Semi-Árido
como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Ciência e Tecnologia.

Defendida em: 14 / 04 / 2018.

BANCA EXAMINADORA

Gutemberg Ferreira Diniz, Prof. (UFERSA)
Presidente

Ingrid Heloisa da Silva Alves, Prof^a. (UFERSA)
Membro Examinador

Ramon Rudá Brito Medeiros, Prof. Me. (EXTERNO)
Membro Examinador

AGRADECIMENTOS

A minha família, pelo suporte sem o qual não seriam possíveis as conquistas obtidas.

A Gutemberg Ferreira, orientador deste trabalho, pela atenção e os ensinamentos transmitidos como orientador e professor.

A Prince Azsemergh, pela ajuda e disponibilidade para sanar dúvidas apresentadas durante a elaboração deste trabalho.

A meus amigos por sempre estarem presentes motivando e ajudando quando possível.

A Gustavo, pelos ensinamentos transmitidos e paciência durante a minha carreira acadêmica e profissional.

A todas as pessoas que direta ou indiretamente me ajudarem durante a minha trajetória, sem vocês não chegaria aonde cheguei.

Ninguém que é curioso é idiota. As
pessoas que não fazem perguntas permanecem
ignorantes para o resto de suas vidas.

Neil DeGrasse Tyson

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise numérica de decolagem de uma aeronave controlada via rádio usada na competição SAE *AeroDesign* usando o software MatLab, buscando a máxima massa que ela pode carregar em um comprimento de pista limitado, segundo o regulamento da competição de 2018. Para isso realizou-se o estudo das forças, carregamentos e movimentos que a aeronave é submetida durante o processo de decolagem. Como procedimento de análise foi utilizado o método da integração numérica, mais especificamente a regra dos trapézios, e os dados da Equipe PegAzuls *AeroDesign* de 2015 como base para os cálculos envolvidos neste trabalho. Os resultados apresentados neste trabalho mostram a grande eficiência e praticidade do uso da ferramenta desenvolvida no MatLab, que disponibiliza a maior massa, o tempo de decolagem, o comprimento de pista de decolagem e o gráfico “Carga paga x Altitude-Densidade”.

Palavras-chave: Carga total. Carga paga. Competição SAE *AeroDesign*. Método numérico.

ABSTRACT

This work presents a numerical analysis of takeoff of a radio controlled aircraft used in the SAE AeroDesign competition using the MatLab software, searching for the maximum mass it can carry in a limited runway length, according to the rules of the competition of 2018. The study of the forces, loads and movements that the aircraft undergoes during the take-off process. The numerical integration method, more specifically the trapezoid rule, and the data of the PegAzuls AeroDesign Team of 2015 were used as the basis for the calculations involved in this work. The results presented in this work show the great efficiency and practicality of the use of the tool developed in MatLab, which provides the largest mass, take-off time, runway length and "Payload x Altitude-Density" graph.

Keywords: Total load. Payload. SAE Competition AeroDesign. Numerical method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Vista do voo do <i>14-Bis</i> em Paris	16
Figura 2– Competição SAE <i>AeroDesign</i> 2014.....	17
Figura 3– Partes de uma aeronave	18
Figura 4 – Características de um perfil aerodinâmico	20
Figura 5 – Curvas características do coeficiente de sustentação e do coeficiente de arrasto ...	21
Figura 6 – Elementos estruturais e geométricos da asa	22
Figura 7 – Formas geométricas de asa.....	22
Figura 8 – Comparação entre as curvas do perfil e da asa.	23
Figura 9 – Forças de sustentação durante o voo	24
Figura 10 – Força de sustentação em uma asa.....	25
Figura 11 – Velocidade induzida.....	26
Figura 12 – Coordenadas na aeronáutica.....	31
Figura 13 – Superfícies de controle	32
Figura 14 – Deflexão de ailerons.....	33
Figura 15 – Deflexão leme	33
Figura 16 – Deflexão profundor	34
Figura 17 – Interpretação geométrica da regra dos trapézios	37
Figura 18 – Interpretação gráfica da regra dos trapézios composta	38
Figura 19 – Tração disponível pela velocidade	41
Figura 20 – Parte do código responsável por alterar o valor de i	42
Figura 21 – Forças atuantes durante a decolagem	43
Figura 22 – Verificação da altura no eixo Z com o deslocamento igual a 60 metros	44
Figura 23 – Gráfico carga paga da equipe PegAzuls aerodesing de 2015	51
Figura 24 – Gráfico carga paga gerada pela ferramenta.....	51

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Variação da densidade com a altitude	28
Tabela 2 – Dados utilizados para o teste da ferramenta	48
Tabela 3 – Resultados finais da análise de decolagem.....	49

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
1.1 Objetivo geral	14
1.2 Objetivos específicos	14
2 REFERÊNCIAL TEÓRICO	15
2.1 Avião.....	15
2.1.1 História	15
2.1.2 SAE Brasil <i>AeroDesing</i>	16
2.1.3 Partes do Avião	17
2.1.4 Forças que atuam na aeronave.....	23
2.2 Decolagem	29
2.2.1 Equações do movimento	29
2.2.2 Coordenadas aeronáuticas e superfícies de controle	31
2.2.3 Análise de decolagem.....	34
2.3 Métodos numéricos.....	35
2.3.1 Integração Numérica	35
2.3.2 Fórmulas de Newton-Cotes	36
3 METODOLOGIA	40
3.1 Processos de análise de decolagem.....	40
3.2 Movimento no eixo x	44
3.2.1 Sem arfagem.....	44
3.2.2 Com arfagem	46
3.3 Movimento no eixo Z	46
3.3.1 Sem arfagem.....	46
3.3.2 Com arfagem	47
3.4 Dados utilizados.....	48
4 RESULTADOS E DISCUSÕES	49
4.1 Determinação da massa máxima.....	49

4.2 Comparação entre os resultados apresentados pela ferramenta e os contido no relatório final da equipe PegAzuls <i>aerodesign</i>	50
5 CONCLUSÃO	52
REFERÊNCIAS	53
ANEXO A – TELA FINAL DA FERRAMENTA DE ANÁLISE DE DADOS	54
ANEXO B – TELA FINAL DA FERRAMENTA DE ANÁLISE DE DADOS COM OS DADOS UTILIZADOS NOS TESTES	55

1 INTRODUÇÃO

Segundo Barros (2001), desde que o homem conseguiu voar pela primeira vez com o brasileiro Alberto Santos Dumont, em 1906, a aeronáutica não parou de evoluir. Hoje é possível fazer longas viagens de forma rápida graças à aviação. Viagens estas que antes demoravam meses e hoje são realizadas em algumas horas. O avanço do desenvolvimento aeronáutico permitiu que o mundo se conectasse de maneira indubitavelmente dinâmica, tornando possível o intercâmbio, em tempo hábil e preciso de pessoas, objetos, mercadorias, culturas, entre outras variáveis, fruto das relações humanas. Porém, trouxe também grandes tragédias, principalmente quando voltado para o uso bélico. Com o avanço tecnológico e em virtude das diversas necessidades da indústria, do comércio e dos Estados, existem vários tipos de aviões, com finalidades diferentes como: transporte de pessoas, transporte de cargas, para uso bélico, e entre várias outras destinações.

Esse avanço permitiu também a construção de aeromodelos, que é um modelo ou miniatura de um avião, geralmente desenvolvidos e construídos por pessoas fascinadas por aviões. Esse fascínio fez com que surgissem competições envolvendo aeromodelos. Uma competição bastante conhecida é organizada pela SAE *AeroDesign*, que desafia os estudantes a buscarem soluções para problemas existentes no cotidiano da indústria aeronáutica. A cada ano a organização lança um novo regulamento desafiando os estudantes a aprenderem com mais afinco sobre a indústria aeronáutica e aplicar técnicas da engenharia aeronáutica.

Este regulamento traz as restrições geométricas, pontuações, os tipos de motor que pode ser utilizados, comprimento de pista máxima para a decolagem, comprimento de pista máximo para a aterrissagem, entre outras especificações. O sistema de pontuação é dividido por bateria, e ao final de cada bateria são somadas as pontuações e bonificações de cada equipe. Se a equipe não seguir o regulamento durante a bateria de voo, ela será penalizada naquela bateria ou terá o voo invalidado, ou seja, ela não pontuará naquela bateria.

Existem maneiras de evitar que a equipe seja punida e que ela consiga maiores pontuações durante as baterias, a criação de uma ferramenta é uma delas. Ela pode ser usada em diversas fases da competição, como no processo de decolagem. Com base nisso, o desenvolvimento de um algoritmo para análise de decolagem informando qual a massa máxima que o *aerodesign* pode carregar durante cada bateria de voo apresentaria grandes benefícios para a equipe detentora desta tecnologia.

1.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é implementar um método numérico na análise de decolagem no MatLab que informe a massa total ótima de uma aeronave controlada via rádio usada na competição da SAE AeroDesign 2018.

1.2 Objetivos específicos

1. Desenvolver uma ferramenta que aperfeiçoe o processo de análise de decolagem de um *aerodesign*;
2. Desenvolvimento de um algoritmo de análise de decolagem;
3. Obtenção do gráfico Carga paga vs Altitude-Densidade.

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

Ter uma noção dos conceitos envolvidos neste trabalho é essencial para o entendimento do mesmo. Com base nisso, a seguir serão demonstrados alguns conceitos usados no desenvolvimento deste trabalho.

2.1 Avião

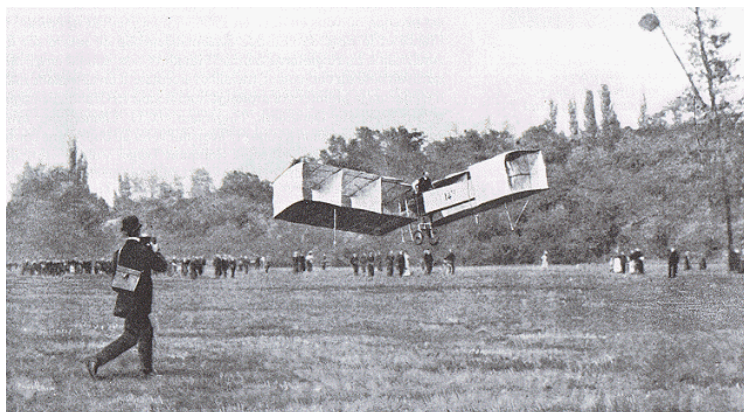
Este tópico apresenta uma breve história da aviação, seguida de uma explanação da competição SAE Brasil *AeroDesign*, partes do avião e forças atuantes durante o voo.

2.1.1 História

Desde os mais remotos tempos, o homem desejou a proeza de poder voar. Diversos estudiosos, como por exemplo, Leonardo Da Vinci, pensaram em formas de conseguir essa conquista. E esse fato foi realizado quando foi possível voar com uma aeronave mais leve que o ar, o balão. O novo desafio era criar uma aeronave mais pesada que o ar, e que voasse por meios próprios, ou seja, os ventos não deveriam moldar seu movimento.

Segundo Barros (2001) o *Flyer*, dos irmãos americanos Wilbur e Orville Wright teria supostamente voado em 1903. Porém essa data de 1903 só foi apresentada em 1908, dois anos após de o brasileiro Alberto Santos Dumont ter percorrido 60 metros a 3 metros de altura com o *14-Bis* na cidade de Paris, França. A diferença entre os dois aviões era que o dos irmãos Wright somente conseguiu a capacidade de voo com o auxílio de uma catapulta, o que é motivo de crítica para estudiosos, uma vez que o avião, por si só, deve poder alcançar e manter o voo, além disso, eles apresentaram como testemunha do voo um fazendeiro que morava nas intermediações de onde foram realizados os testes, diferentemente de Santos-Dumont, que voou para centenas de pessoas no *14-Bis*, como pode ser observado na Figura 1.

Figura 1 – Vista do voo do 14-Bis em Paris



Fonte: Rodrigues (2011)

O avião *14-Bis* de Santos-Dumont apresentava total capacidade de decolagem por meios próprios. Ele aperfeiçoou motores de carros da época conseguindo triplicar a eficiência. O piloto permanecia em pé, e controlava com as mãos simultaneamente três volantes que comandava o profundor, o leme e motor, enquanto os ailerons eram controlados pelo torso. Em 1909, Santos-Dumont apresentou ao mundo o *Demoiselle*, apresentando vários avanços em questões de aerodinâmica e ergonomia. Santos-Dumont liberou ao público os desenhos do *Demoiselle*, que veio a ser a primeira aeronave no mundo a ser reproduzida por amadores, dando início ao movimento mundial denominado “construção amadora de aeronaves” (BARROS, 2001).

2.1.2 SAE Brasil *AeroDesing*

A construção amadora de aeronaves evoluiu muito desde 1909. Atualmente existem competições envolvendo o desenvolvimento desse tipo de aeronaves. O programa da Sociedade de Engenheiros da Mobilidade (SAE Brasil) é um desafio voltado para os estudantes de engenharia que tem como principal objetivo difundir e intercambiar conhecimentos e técnicas da Engenharia Aeronáutica, por meio de uma competição que envolve equipes formadas por universitários de todo o Brasil. Criado nos Estados Unidos em 1986, pela *SAE International*, chegou ao Brasil em 1999, tornando-se um evento crescente. O programa *SAE AeroDesign* proporciona ao aluno uma experiência aproximada do desenvolvimento de projeto aeronáutico, desde a elaboração do projeto, até a fase de teste, fazendo com que ele se depare com os vários obstáculos encontrados na indústria aeronáutica.

Figura 2– Competição SAE AeroDesign 2014



Fonte: SAE Brasil AeroDesign

Equipes são formadas e representam as instituições de ensino superior, como podemos observar na Figura 2, nas quais os alunos são vinculados. Anualmente essas equipes são desafiadas a construir uma aeronave controlada via rádio, de forma mais eficiente possível com regulamentos anuais inéditos baseados em desafios reais encontrados atualmente na indústria aeronáutica como, por exemplo, a redução do peso da aeronave. A competição é dividida em três classes: a regular, a *advanced* e a micro. Cada classe possui suas especificações, por exemplo, tipo de motor utilizado e suas restrições, por exemplo, tamanho das partes do avião. A equipe constrói seu modelo baseado no regulamento da classe que ela compete.

O critério de avaliação é dividido em duas partes: competição de projeto e de voo. A competição de projeto é voltada para o relatório técnico da aeronave projetada, avaliada por engenheiros. Já a competição de voo, consiste primordialmente em realizar uma decolagem carregando o maior peso possível em um comprimento de pista máximo determinado, dar um volta de 360° e pousar sem danos. A UFERSA, campus Mossoró, compete na classe regular com a equipe PegAzuls.

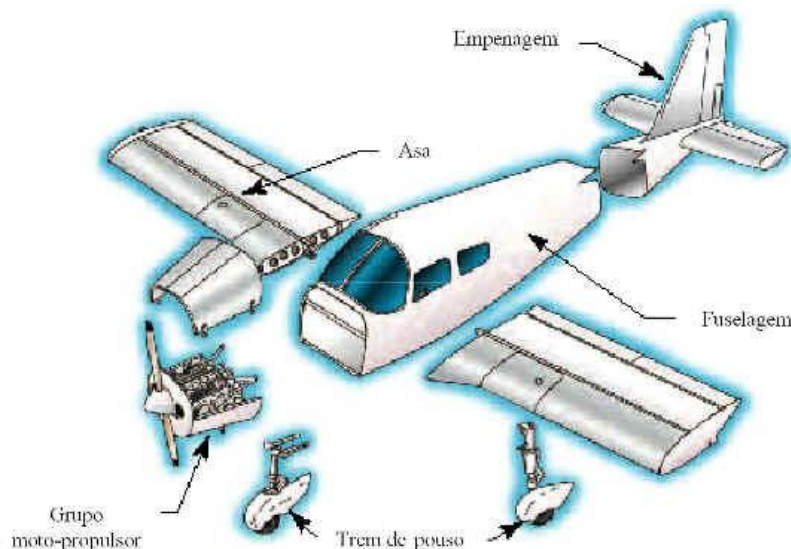
2.1.3 Partes do Avião

Um avião é definido como uma aeronave de asa fixa mais pesada que o ar, movida por propulsão mecânica, que é mantido em condição de voo devido à reação dinâmica do ar que escoar através de suas asas (RODRIGUES, 2011). Existem vários tipos de aviões, com diferentes objetivos cada um deles, porém eles apresentam as mesmas componentes

principais. Grande parte dos aviões possui fuselagem, empenagem, trem de pouso, asas e grupo motor-propulsor.

Segundo Rodrigues (2011), a fuselagem é a parte do avião que interliga todos os componentes do avião. Nela se encontra o compartimento de cargas e a cabine de comandos, que possui os controles de voo da aeronave e assentos para seus ocupantes. A empenagem tem como função fornecer controle e estabilidade para a aeronave. Ela é dividida em duas superfícies: horizontal e vertical. Ambas as superfícies são responsáveis pela a estabilidade da aeronave, porém a horizontal é responsável pelo controle longitudinal e a vertical é responsável pelo controle direcional. O seu dimensionamento correto é de suma importância, já que vai influenciar diretamente na estabilidade e controlabilidade da aeronave. Já o trem de pouso é responsável pelas manobras no processo de taxiamento (movimento do avião no solo), decolagem, e suportar o as cargas devido ao impacto da aeronave durante o pouso. As partes da aeronave podem ser observadas na Figura 3.

Figura 3– Partes de uma aeronave



Fonte: Rodrigues (2011)

2.1.3.1 Grupo motor-propulsor

O grupo motor-propulsor é constituído pelo conjunto motor e hélice. A função do motor é fornecer potência necessária para que a hélice tenha movimento de rotação, e obtido esse movimento, a hélice tem como objetivo oferecer tração para que a aeronave tenha movimento horizontal. As aeronaves também podem ser classificadas de acordo com o

número de motores existentes, como por exemplo, os monomotores e os bimotores, que possuem respectivamente um motor e dois motores.

A hélice é colocada em movimento de rotação pelo eixo do motor e suas pás se movem através do ar como asas rotativas criando força de sustentação em uma direção perpendicular ao seu movimento, ou seja, paralela ao eixo do motor, sendo esta força de sustentação denominada tração (RODRIGUES, 2011). A tração é uma força que varia com a velocidade, possuindo um alto empuxo no começo e vai diminuindo a sua eficiência quando adquire velocidades cada vez mais altas.

Selecionar o conjunto motor-propulsor da aeronave é um passo importante para a competição da SAE, pois ele será responsável pelo seu deslocamento. Cada classe da competição vem com os tipos de motor que se pode usar, o que vai diferenciar de cada equipe é a hélice, pois não adianta escolher só um bom motor, as hélices são também uma escolha importante, a escolha da hélice ideal fará com que seja possível obter o maior aproveitamento da potência fornecida pelo motor. É de suma importância, que a determinação da tração disponível fornecida pela hélice seja a mais precisa possível, pois ela vai influenciar em critérios importantes da competição, como por exemplo, na decolagem da aeronave. Primeiramente determina a tração estática (velocidade igual à zero) do grupo motor-propulsor, que pode ser realizada via modelos matemáticos ou realização de ensaio pela equipe, uma vez determinada a tração estática, parte-se para a determinação da variação da tração disponível com velocidade de voo.

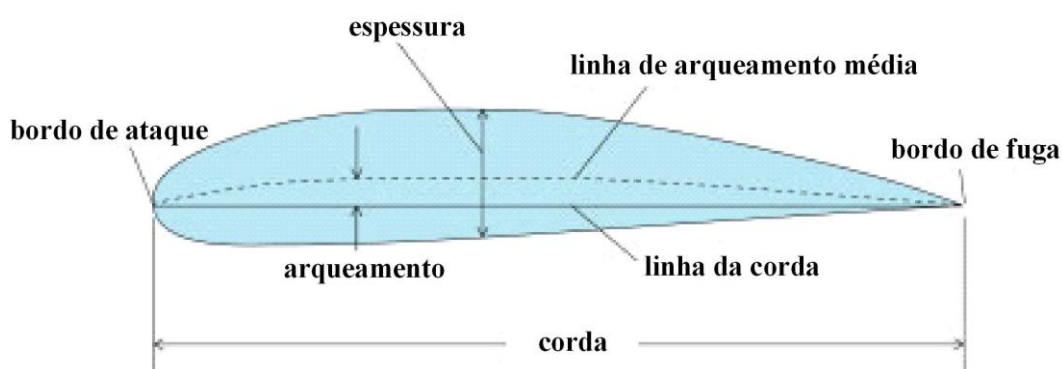
2.1.3.2 Asa

Segundo Fernandes (2008), as asas são os principais planos projetados para gerar sustentação da aeronave. Elas são fixadas em cada lado da fuselagem sendo classificadas quanto à altura a qual está fixada na fuselagem (alta, média ou baixa), e podem classificar os aviões quanto ao seu número, como por exemplo, aviões que possuem um único par de asas são chamados de monoplanos, já os que possuem dois pares são chamados de biplanos. Elas são constituídas por um conjunto de perfis aerodinâmicos. A configuração da asa exerce grande influência em seu desempenho.

Um perfil aerodinâmico é uma superfície projetada com a finalidade de se obter uma reação aerodinâmica a partir do escoamento do fluido ao seu redor. Os termos aerofólio ou perfil aerodinâmico são empregados como nomenclatura dessa superfície (RODRIGUES, 2011). A seleção do perfil aerodinâmico influencia diretamente no desempenho do avião, já

que todo perfil é único e apresenta características próprias. Suas principais características aerodinâmicas são principalmente o coeficiente de arrasto, coeficiente de sustentação e coeficiente de momento. Um perfil apresenta ainda algumas características geométricas (Figura 4), que são: a linha de arqueamento média (linha que define o ponto médio entre todos os pontos), a linha da corda (linha reta que une os pontos inicial e final da linha de arqueamento média), espessura (altura do perfil), razão de espessura do perfil (razão entre a espessura do perfil e comprimento da corda) e arqueamento (distância entre a linha de arqueamento média e da corda).

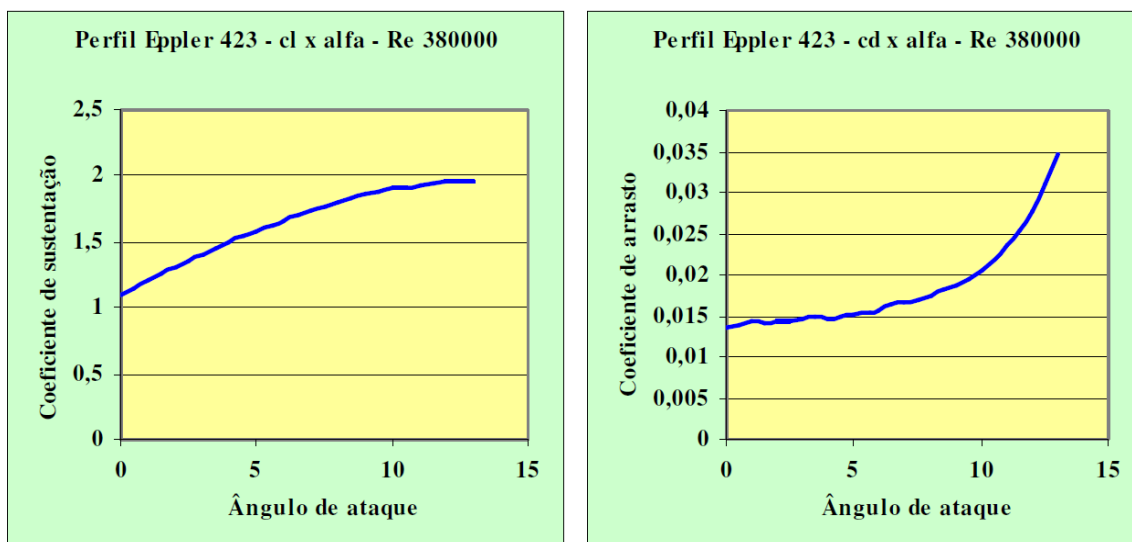
Figura 4 – Características de um perfil aerodinâmico



Fonte: Rodrigues (2011)

Segundo Rodrigues (2011), os coeficientes de sustentação e de arrasto em um perfil são coeficientes que mostram a dependência entre a sustentação e o arrasto com o ângulo de ataque, ângulo formado entre a direção do vento relativo e a linha de corda do perfil. Obtido por meio de ensaios em túneis de ventos ou softwares que simulam túneis de vento, o coeficiente de sustentação representa a capacidade do perfil aerodinâmico em gerar força de sustentação, quanto mais alto, maior a capacidade do perfil em gerar força de sustentação. Similar ao coeficiente de sustentação, o coeficiente de arrasto é a eficiência do perfil em gerar força de arrasto, quanto menor, menor será a capacidade do perfil em gerar força de arrasto. Um bom perfil aerodinâmico deve apresentar um alto coeficiente de sustentação e um baixo coeficiente de arrasto. Na Figura 5 tem um exemplo da variação do coeficiente de sustentação e de arrasto pela variação do ângulo de ataque, do perfil Eppler 423.

Figura 5 – Curvas características do coeficiente de sustentação e do coeficiente de arrasto em função do ângulo de ataque para um perfil aerodinâmico.



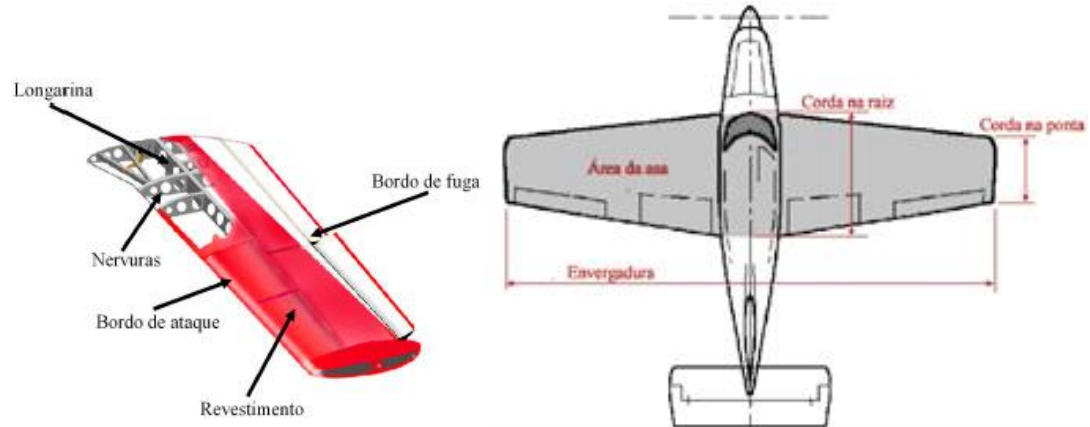
Fonte: Rodrigues (2011)

Segundo Rosa (2006), uma estrutura de asa coberta com tela possui quatro elementos estruturais principais: longarina, nervuras, bordo de ataque e bordo de fuga. A longarina é o principal componente da asa. Seu dimensionamento é feito para suportar os esforços de flexão, cisalhamento e torção provenientes das cargas atuantes durante o voo. As nervuras concede forma aerodinâmica para a asa e transmite os esforços do revestimento para a longarina. O bordo de ataque é a parte dianteira da asa e o bordo de fuga a parte traseira. O bordo de fuga ainda serve como berço para o alojamento dos flapes e dos ailerons. Além dos elementos estruturais da asa, existem os elementos geométricos que formam uma asa de envergadura finita e um perfil aerodinâmico. Os principais elementos geométricos são: extradorso, intradorso, corda, envergadura e área da asa. A corda é a linha que liga os dois bordos do perfil aerodinâmico. Envergadura é a distancia entre as pontas da asa. Extradorso e intradorso representa a parte superior e inferior, respectivamente de um perfil. Esses elementos tem grande influência no rendimento dos tipos de asa e podem ser observados na Figura 6.

Como já mencionado anteriormente, a asa é o principal elemento que gera sustentação em um avião. Assim como o perfil aerodinâmico, há uma dependência do seu coeficiente de sustentação com o ângulo de ataque, que por sua vez é menor quando comparado ao coeficiente de sustentação do perfil, como observado na Figura 8. Junto com o coeficiente de sustentação da asa, a área é um importante parâmetro para a força de sustentação. O cálculo da área da asa varia de acordo com a geometria da asa, que podem ser: retangular, elíptica,

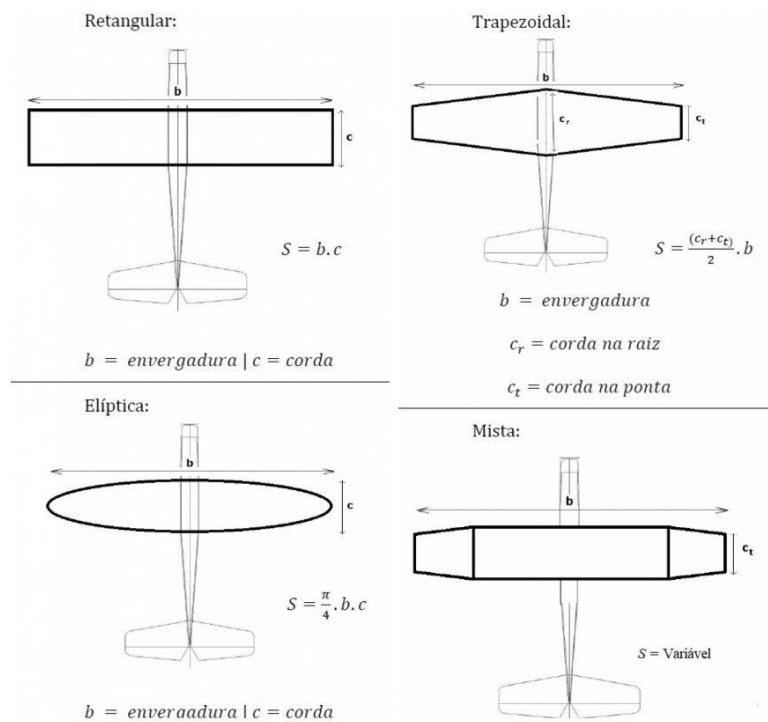
trapezoidal e mista. A Figura 7 mostram as geometrias e como calcular as áreas de cada uma delas.

Figura 6 – Elementos estruturais e geométricos da asa



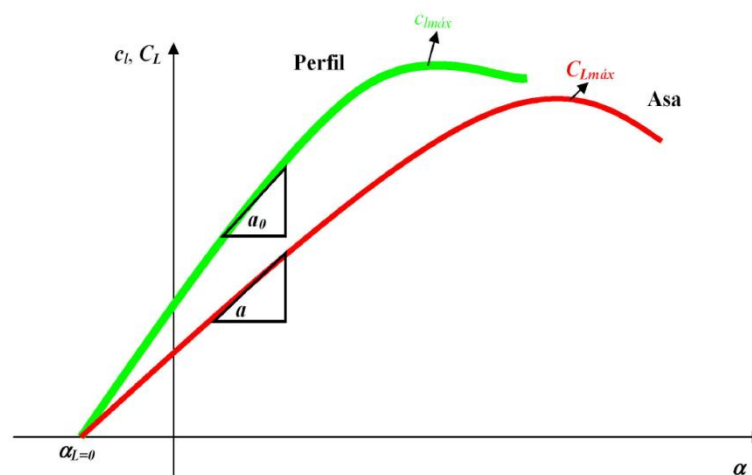
Fonte: Rodrigues (2011)

Figura 7 – Formas geométricas de asa



Fonte: Viera (2012)

Figura 8 – Comparação entre as curvas do perfil e da asa.



Fonte: Rodrigues (2011)

2.1.4 Forças que atuam na aeronave

Segundo Anderson (2001), as forças aerodinâmicas e momentos no corpo da aeronave, não importando o quão complexo é seu corpo, são devido a duas fontes: distribuição de pressão e distribuição de tensão de cisalhamento sobre a superfície do corpo. Esses são os únicos mecanismos naturais que existem para ligar um corpo que se move em um fluido. Segundo Rodrigues (2011), a aerodinâmica é o estudo do movimento desse fluido, relacionando com suas características e propriedades, e as forças que exercem em corpos neles imersos, como uma aeronave. Estudar os fenômenos envolvidos na aerodinâmica ajuda a definir qual a melhor configuração, além de influenciar diretamente no desempenho e estabilidade da aeronave.

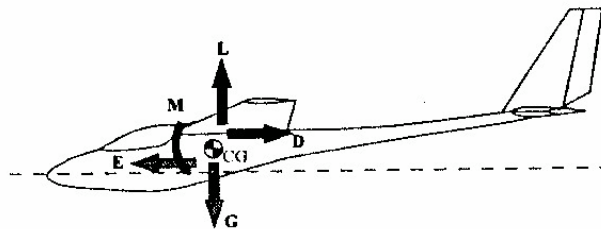
Segundo Rosa (2006), existem quatro forças envolvidas durante o voo, sendo duas delas aerodinâmicas (sustentação e arrasto), e duas não aerodinâmicas (peso e tração), como pode ser observado na Figura 9. Quando o avião está no chão, existe outra força que é o atrito. O contato entre as rodas do avião e a pista gera uma força contrária ao movimento de corrida, que é chamada de força de atrito. Ela pode ser cinética, ou estática, o que muda de uma para outra é o coeficiente de atrito, que é um coeficiente adimensional o qual expressa a oposição mostrada pelas superfícies de dois corpos em contato ao deslizar um em relação ao outro. Em geral, a força de atrito (f_a) é calculada como o produto da força normal (N) pelo coeficiente de atrito (μ), a força normal é de mesmo módulo e direção que a força peso, mas age em sentido diferente, como indicado na Equação 1.

$$f_a = N \cdot \mu \quad (1)$$

Durante a decolagem a força normal (N) é a resultante de duas forças, a força peso (G) e a força de sustentação (L). Quando não há sustentação, a força de atrito é máxima, e quando a força de sustentação é maior que a força peso, o avião não está mais em contato com o solo, ou seja, ele decolou. Então, temos que a força de atrito na decolagem de um avião é igual a:

$$f_a = (G - L) \cdot \mu \quad (2)$$

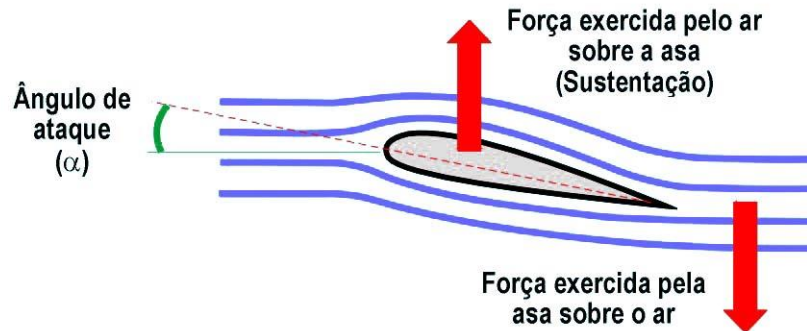
Figura 9 – Forças de sustentação durante o voo



Fonte: Rosa (2006)

Segundo Houghton e Carpenter (2003), sustentação é o componente da força que atua “para cima”, perpendicular a direção de voo. Ela que é a responsável por manter o avião em voo, ou seja, é forma de vencer o peso da aeronave e, como já foi dito, a asa é o principal responsável pela sustentação em uma aeronave. O escoamento sobre a asa se divide em dois durante o voo, uma vai para a parte superior da asa e a outra para inferior. Quando há um ângulo positivo entre a direção do escoamento e a asa o ar é obrigado a mudar de direção, ou seja, a asa aplica uma força para baixo no ar e o ar aplica uma força de mesma magnitude, empurrando-a para cima como diz a terceira lei de Newton, como pode ser observada na Figura 10.

Figura 10 – Força de sustentação em uma asa



Fonte: Vooleve (2014)

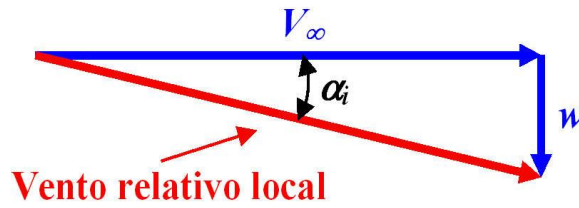
De acordo Houghton e Carpenter (2003), arrasto é a componente da força que age na direção oposta da linha de voo, é a força que faz resistência ao movimento do avião no ar. É a quantidade aerodinâmica mais importante e difícil de estimar. As tensões de cisalhamento que atuam sobre a superfície do corpo e a distribuição de tensão são as fontes de geração de forças aerodinâmicas. Tais forças geram dois tipos característicos de arrasto: o arrasto de pressão e o de atrito. Todos os tipos de arrasto na aeronáutica são provenientes deles.

Anderson (2001), por meio da equação de Bernoulli, utilizou uma relação entre a força de sustentação e a de arrasto, a pressão dinâmica. A pressão dinâmica está relacionada com a velocidade de escoamento, e representa o aumento de pressão quando o fluido em movimento é levado a parar, de acordo com a Equação 3.

$$q = \frac{1}{2} \cdot v_{\infty}^2 \cdot \rho_{\infty} \quad (3)$$

Onde q é a pressão dinâmica, v_{∞} é a velocidade relativa do vento e ρ_{∞} é a densidade relativa do ar. A velocidade relativa do vento é somada com uma componente da velocidade para baixo, a *downwash*, criada por vórtices na ponta da asa que induzem mudanças na velocidade e no campo de pressão ao redor da asa, produzindo então um componente resultante da velocidade (vento relativo local).

Figura 11 – Velocidade induzida



Fonte: Rodrigues (2011)

O vento relativo local é inclinado para baixo em relação a sua direção original, e o ângulo formado é denominado de ângulo de ataque induzido α_i . A presença da velocidade induzida provoca na asa uma redução do ângulo de ataque e consequentemente uma redução do coeficiente de sustentação local da asa quando comparada ao perfil aerodinâmico. Em outras palavras, uma asa possui uma menor capacidade de gerar sustentação quando comparada a um perfil (RODRIGUES, 2011).

A partir desse coeficiente de sustentação da asa (C_L), podemos calcular a força de sustentação criada, temos que:

$$L = q \cdot S \cdot C_L \quad (4)$$

Onde L = força de sustentação; q = pressão dinâmica; S = área da asa; C_L = coeficiente de sustentação da asa.

Já o cálculo da força de arrasto é influenciado diretamente pelo coeficiente total de arrasto da asa (Equação 06). Este é a soma do coeficiente de arrasto do perfil com o coeficiente de arrasto induzido. Segundo Rodrigues (2011), o arrasto induzido é caracterizado como um arrasto de pressão e é gerado pelos vórtices de ponta de asa que produzem um campo de escoamento perturbado sobre a asa e interferem na distribuição de pressão.

$$C_D = C_d + \phi \cdot \frac{C_L^2}{\pi \cdot AR \cdot e_0} \quad (5)$$

Onde, c_d coeficiente de arrasto do perfil, ϕ efeito solo (irá ser definido mais a frente), AR é alongamento da asa (razão entre a envergadura da asa com a corda média ou com a área da asa), e_0 fator de eficiência de Oswald, e C_L é o coeficiente de sustentação da asa. Em algumas

literaturas substituem o denominador por um parâmetro chamado de coeficiente de proporcionalidade (K), ele pode ser calculado pela equação 6.

$$K = \frac{1}{\pi \cdot AR \cdot e_0} \quad (6)$$

A partir deste coeficiente total de arrasto (C_D), podemos calcular a força de arrasto criada, temos que:

$$D = q \cdot S \cdot C_D \quad (7)$$

O arrasto induzido também gera o efeito solo. Segundo Rodrigues (2011), o efeito solo representa um fenômeno que resulta em uma alteração do arrasto quando a aeronave realiza um voo próximo ao solo. Este efeito é provocado por uma redução do escoamento induzido nas proximidades do solo.

Como comentado, o escoamento induzido é provocado pela geração dos vórtices de ponta de asa que possuem uma magnitude elevada em altos ângulos de ataque. Também é importante lembrar que altos ângulos de ataque estão associados com baixas velocidades de voo a frente.

Nas operações de pousos e decolagens a aeronave geralmente opera com baixa velocidade e elevado ângulo de ataque, e, dessa forma, a vorticidade aumenta na ponta da asa e conseqüentemente o escoamento induzido também aumenta, mas com o avião voando nas proximidades do solo, cria-se uma barreira que destrói a ação dos vórtices, e dessa forma, na presença do solo uma parcela do vórtice é eliminada fazendo com que ocorra uma redução do escoamento induzido e conseqüentemente uma redução do arrasto induzido, permitindo que nas proximidades do solo a aeronave possa voar com a necessidade de uma menor tração (RODRIGUES, 2011).

Conseguir decolar com o menor comprimento de pista possível é algo muito proveitoso. O efeito solo pode ser aproveitado para conseguir isso, pois a sua presença faz com que a aeronave venha a decolar antecipadamente, a asa possuirá um maior ângulo de ataque devido à redução do escoamento induzido, fazendo com que exista uma maior força de sustentação e uma menor força de arrasto durante a decolagem. McCormick propôs a Equação 8 para o efeito solo (ϕ):

$$\phi = \frac{(16 \cdot h/b)^2}{1 + (16 \cdot h/b)^2} \quad (8)$$

Onde: h = altura da asa em relação ao solo; b = envergadura da asa.

2.1.4.1 Altitude - Densidade

A densidade do ar (ρ) varia de acordo com o local, e como já foi mostrado, é um valor importante no cálculo de alguns parâmetros, como a força de sustentação. A força de sustentação está diretamente ligada a quanto de peso um avião pode carregar, sendo então, crucial o cálculo da densidade do ar durante a competição SAE *Aerodesign*. Para tanto, de forma a facilitar sua determinação, durante a competição os juízes avisam de hora em hora as equipes, altitudes correspondentes a qual o ambiente local tem a densidade segundo a atmosfera padrão. A partir daí, as equipes calculam o valor da densidade do ar, e verifica o quanto de carga o seu *aerodesing* pode carregar. Este é um parâmetro fundamental na construção do gráfico “Carga Paga x Altitude-Densidade”, obrigatório no projeto do *aerodesign*. A tabela 1 retirada do Rodrigues (2011) mostra como a densidade varia para diferentes altitudes.

Tabela 1 – Variação da densidade com a altitude

h (m)	ρ (kg/m ³)	h (m)	ρ (kg/m ³)
0	1,2250	1200	1,0900
100	1,2133	1300	1,0793
200	1,2017	1400	1,0687
300	1,1901	1500	1,0581
400	1,1787	1600	1,0476
500	1,1673	1700	1,0373
600	1,1560	1800	1,0269
700	1,1448	1900	1,0167
800	1,1337	2000	1,0066
900	1,1226	2100	0,9964
1000	1,1117	2200	0,9864
1100	1,1008	2300	0,9765

Fonte: Rodrigues (2011)

Com os dados da tabela 1, foi encontrada a equação 10:

$$\rho = (-1,178261 \cdot 10^{-4}) \cdot h + 1,225 \quad (9)$$

Onde h é altura correspondente a aquela densidade, que os juízes informam durante a competição.

2.2 Decolagem

Segundo Rosa (2006), a análise de decolagem é a análise mais importante dentro do projeto do *aerodesign*, devido principalmente às limitações do projeto. Já Rodrigues (2011) diz que é um dos pontos mais importantes para o sucesso do projeto, no quesito carga transportada. Para a realização e o entendimento da análise de decolagem, será explanado sobre as equações básicas do movimento e sobre as nomenclaturas de movimentos característicos de uma aeronave.

2.2.1 Equações do movimento

Cinética é o ramo da dinâmica que trata da relação entre a variação do movimento de um corpo e as forças que causam esta variação. A base para a cinética é a segunda lei de Newton, que afirma que quando uma força desequilibrada atua sobre uma partícula, a partícula acelerará na direção da força com uma intensidade que é proporcional a força (HIBELLER, 2012). Para tal, temos que a segunda lei de Newton pode ser escrita como:

$$F = m \cdot a \quad (10)$$

Onde, m é massa da partícula (o avião), e a é a aceleração dela. Se tivermos mais de uma força atuando sobre a partícula, a força resultante será a soma vetorial de todas as forças, ou seja, $F_R = \sum F$. Para este caso mais geral, podemos escrever a equação do movimento como:

$$\sum F = m \cdot a \quad (11)$$

Segundo Hibeller (2012), quando uma partícula se move em sistemas de coordenadas x , y e z , as forças que atuam sobre esta partícula, assim como sua aceleração podem ser definidas em termos de suas componentes, então temos que:

$$\sum F_x = m \cdot a_x; \sum F_y = m \cdot a_y; \sum F_z = m \cdot a_z \quad (12)$$

Onde, $\sum F_x$ é a somatória de forças no eixo x , a_x é a aceleração no eixo x , $\sum F_y$ é a somatória de forças no eixo y , a_y é a aceleração no eixo y , $\sum F_z$ é a somatória de forças no eixo z , a_z é a aceleração no eixo z , e m é massa da partícula.

De acordo com Sears e Zemansky (2008), a aceleração instantânea é derivada da velocidade pelo tempo ($a = \frac{dv}{dt}$), logo a podemos calcular a velocidade integrando a aceleração, têm-se que:

$$\int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a \cdot dt \quad (13)$$

Resolvendo a Equação 13, temos que:

$$v = v_0 + a \cdot (t - t_0) \quad (14)$$

Onde, v é a velocidade, v_0 é a velocidade no instante t_0 , a é a aceleração, e $(t - t_0)$ é o intervalo de tempo. Em um sistema de coordenadas x , y e z , a Equação 14 fica da seguinte forma expressa na Equação 15.

$$v_x = v_{x_0} + a_x \cdot (t - t_0); v_y = v_{y_0} + a_y \cdot (t - t_0); v_z = v_{z_0} + a_z \cdot (t - t_0) \quad (15)$$

Onde, v_x é velocidade no eixo x , v_{x_0} é a velocidade em x no instante t_0 , a_x é a aceleração no eixo x , v_y é velocidade no eixo y , v_{y_0} é a velocidade em y no instante t_0 , a_y é a aceleração no eixo y , v_z é velocidade no eixo z , v_{z_0} é a velocidade em z no instante t_0 , a_z é a aceleração no eixo z , e $(t - t_0)$ é o intervalo de tempo. Do mesmo modo que a aceleração é a derivada da velocidade pelo tempo, a velocidade é a derivada do deslocamento pelo tempo ($v = \frac{dS}{dt}$), logo podemos calcular o deslocamento integrando a velocidade, tem-se que:

$$\int_{S_0}^S dS = \int_{t_0}^t v \cdot dt \quad (16)$$

Resolvendo a Equação 16, temos que:

$$S = S_0 + v \cdot (t - t_0) \quad (17)$$

Onde, S é o deslocamento no instante t , S_0 é o deslocamento no instante t_0 , v é a velocidade, e $(t - t_0)$ é o intervalo de tempo. Em um sistema de coordenadas x , y e z , a Equação 17 fica do seguinte jeito:

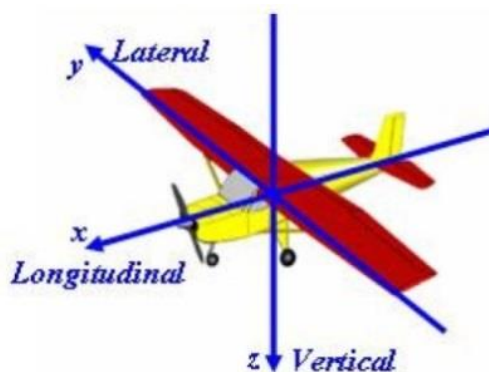
$$x = x_0 + v_x \cdot (t - t_0); y = y_0 + v_y \cdot (t - t_0); z = z_0 + v_z \cdot (t - t_0) \quad (18)$$

Onde, x é o deslocamento no eixo x , x_0 é o deslocamento em x no instante t_0 , v_x é a velocidade no eixo x , y é o deslocamento no eixo y , y_0 é o deslocamento em y no instante t_0 , v_y é a velocidade no eixo y , z é o deslocamento no eixo z , z_0 é o deslocamento em z no instante t_0 , v_z é a velocidade no eixo z , e $(t - t_0)$ é o intervalo de tempo.

2.2.2 Coordenadas aeronáuticas e superfícies de controle

De forma a se entender todos os referenciais de movimento e direção de uma aeronave é necessário se estabelecer um sistema de coordenadas cartesianas tridimensional (Figura 12). Este sistema de coordenadas serve de base para se avaliar os movimentos da aeronave no espaço tridimensional (RODRIGUES, 2011).

Figura 12 – Coordenadas na aeronáutica



Fonte: Rodrigues (2011)

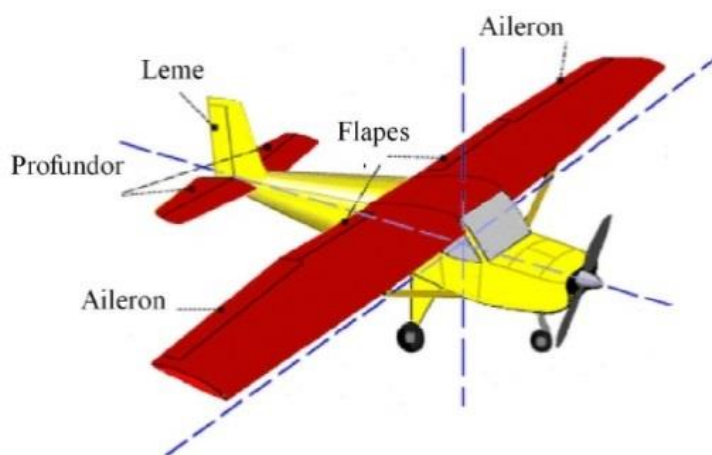
O sistema mostrado na Figura 12 possui origem no centroide da aeronave e é o padrão utilizado na indústria aeronáutica. Posicionado ao longo da fuselagem da cauda para o nariz do avião temos o eixo longitudinal, ou eixo x . O eixo vertical é orientado de cima para baixo.

E o eixo lateral, é orientado ao longo da asa da direita para esquerda a partir de uma vista frontal do avião. Esses três eixos formam entre si um ângulo de 90°.

Durante o voo, o avião pode realizar seis tipos de movimentos diferentes, sendo três lineares e três de rotação. Os lineares são: para frente e para trás no eixo longitudinal, para a esquerda ou para direita no eixo lateral, e para baixo ou para cima no eixo vertical. Já os movimentos de rotação são: movimento de rolamento no eixo longitudinal, movimento de arfagem no eixo lateral, e movimento de guinada no eixo vertical.

Um avião possui três superfícies de controle fundamentais que são os ailerons responsáveis pelo movimento de rolamento, o profundor responsável pelo movimento de arfagem e o leme de direção responsável pelo movimento de guinada (RODRIGUES, 2011).

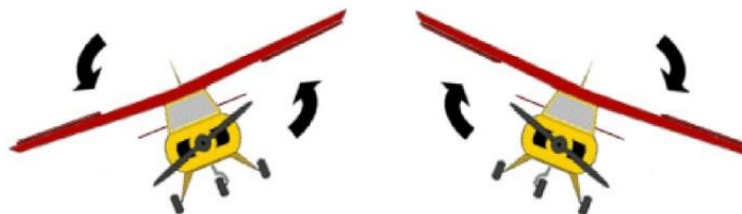
Figura 13 – Superfícies de controle



Fonte: Rodrigues (2011)

Os ailerons são estruturas móveis localizadas nas asas e no bordo de fuga. Quando é aplicado um comando para a esquerda, o aileron localizado na asa esquerda é defletido para cima e o aileron da asa direita é defletido para baixo fazendo com que a aeronave faça o movimento de rolagem para a esquerda, como pode ser observado na Figura 14. Isto ocorre devido a maior geração de sustentação do aileron que foi defletido para baixo, ou seja, o da direita, assim há um desequilíbrio das forças em cada asa que faz com que a aeronave execute o movimento de rolamento para a esquerda. O mesmo acontece se for dado um comando para a direita, só que ao invés de o aileron da esquerda ser defletido para cima e o da direita para baixo, o da esquerda é defletido para baixo e o da direita para cima, fazendo com que aja o movimento de rolamento para a direita.

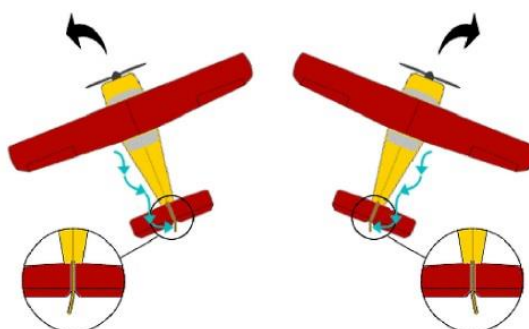
Figura 14 – Deflexão de ailerons



Fonte: Rodrigues (2011)

O leme está localizado na superfície vertical da empenagem, mais especificamente acoplado ao estabilizador vertical, sua função principal é permitir através de sua deflexão que a aeronave execute o movimento de guinada ao redor do eixo vertical (RODRIGUES, 2011). Quando se deseja ir para a direita, o leme se deflete para a direita e devido ao acréscimo da força de sustentação na superfície vertical da empenagem, o nariz da mesma se desloca no mesmo sentido do comando aplicado, como pode ser observado na Figura 15.

Figura 15 – Deflexão leme



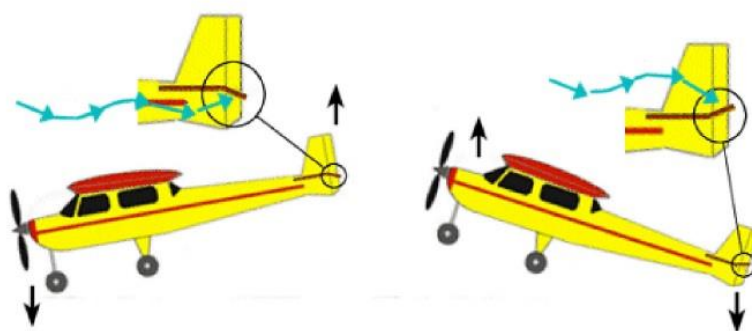
Fonte: Rodrigues (2011)

O profundor executa os movimentos de subir e baixar o nariz da aeronave, ou seja, é responsável pelo movimento de arfagem em relação ao eixo lateral. Segundo Rodrigues (2011), quando se deseja levantar o nariz, o bordo de fuga do profundor é defletido para cima, a força de sustentação para baixo aumenta e cria-se um momento ao redor do centro de gravidade do avião no sentido de levantar o nariz. O movimento de arfagem faz com que o coeficiente de sustentação mude, e consequentemente o coeficiente de arrasto. Quando se inicia esse movimento, o ângulo de ataque se altera, fazendo com que ocorra essa alteração. Esse ângulo é multiplicado pelo coeficiente angular da curva $C_L \times \alpha$, temos que o coeficiente de sustentação da asa com arfagem pode ser calculado pela Equação 19.

$$C_L = C_{L_0} + a \cdot \theta \quad (19)$$

Onde, C_L é o coeficiente de sustentação da asa com ângulo de arfagem igual a θ , C_{L_0} é o coeficiente de sustentação quando θ é igual à zero, a é o coeficiente angular da curva da curva $C_L \times \alpha$, e θ é o ângulo de arfagem em relação a horizontal.

Figura 16 – Deflexão profundo



Fonte: Rodrigues (2011)

2.2.3 Análise de decolagem

Uma análise detalhada da decolagem é bastante complexa, pelos vários fatores que afetam, bem como pela dificuldade em quantificar estes valores corretamente para o caso em estudo (ROSA, 2006). Rosa ainda afirma que em problemas práticos de decolagem, existem duas formas para sua solução, a analítica e a numérica. A solução analítica é baseada em hipóteses sobre o comportamento das forças, sendo o empuxo líquido (somatório das forças horizontais envolvidas no processo de decolagem) a principal simplificação. A solução mais simples é a qual considera o somatório de forças constante, fazendo o avião acelerar constantemente. Para este modelo de solução, Rosa (2006) diz que uma boa aproximação das forças envolvidas, é considerar que elas estão na velocidade de 75% da velocidade de estol, ou seja, as forças de sustentação e de arrasto são calculadas com esta velocidade. Já o Rodrigues (2011), faz uma análise similar ao Rosa, mudando algumas condições como, a velocidade que é usada no cálculo das forças (70% da velocidade de estol). A norma FAR-Part 23 (*Federal Aviation Regulation*) sugere que a velocidade de decolagem não deva ser

inferior a 20% da velocidade de estol. A partir dessas simplificações e da norma da FAR, Rodrigues chegou a uma fórmula para o comprimento da pista de decolagem.

$$S_{L_0} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot C_{Lm\acute{a}x} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}_{0,7v_{to}}} \quad (20)$$

Onde, S_{L_0} é o comprimento da pista para decolagem, W é o peso do avião, g é gravidade local, ρ é densidade relativa do ar local, $C_{Lm\acute{a}x}$ é o coeficiente de sustentação máximo, T é a tração, D é a força de arrasto, μ é o coeficiente de atrito e L é a força de sustentação.

O problema dessas considerações é que elas fogem do caso real. Para começar, o empuxo líquido não é constante, já que a tração e o arrasto variam com a velocidade. Já que o empuxo líquido não é constante, significa que a aceleração também não é constante. O coeficiente de sustentação também não é constante, quando o piloto inicia o processo de arfagem, onde o ângulo de ataque muda, fazendo com que o coeficiente de sustentação também se altere. Esses são alguns erros que essas considerações apresentam. Uma solução mais exata para o processo de decolagem é através de métodos numéricos, que parte do principio da integração dupla da aceleração instantânea, obtendo assim as forças naquele instante.

2.3 Métodos numéricos

Segundo Freitas (2000), a matemática surgiu para solucionar problemas reais do dia a dia. Porém, com certa frequência, estes problemas não podem ser solucionados através de fórmulas exatas, assim se for possível aceitar uma solução aproximada os métodos numéricos serão adequadas para a solução. Isso está diretamente ligado a análise de decolagem do *aerodesign*, já que as fórmulas utilizadas partem de várias considerações, não existindo uma fórmula exata. Então, podemos utilizar os métodos numéricos como forma de aproximação obter uma aproximação do resultado desejado.

2.3.1 Integração Numérica

Sabe-se do Cálculo Diferencial e Integral que se $f(x)$ é uma função contínua em $[a, b]$, então esta função tem uma primitiva nesse intervalo, ou seja, existe $F(x)$ tal que $F'(x) = f(x)$. Assim $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, no entanto, pode não ser fácil de expressar esta função

primitiva por meio de combinações finitas de funções elementares, como, por exemplo, a função $f(x) = e^{-x^2}$, cuja a primitiva $F(x)$ que se anula para $x = 0$ é chamada função de Gauss (RODRIGUES; LOPES, 1988).

Há casos em que o valor de $f(x)$ é conhecido em alguns pontos, dentro do intervalo $[a, b]$. Mas, como não sabemos quem é $f(x)$, não podemos calcular $\int_a^b f(x)dx$. Uma forma de se obter uma aproximação para essa integral é utilizando os métodos numéricos, que no caso seria uma integração numérica.

A ideia básica da integração numérica é a substituição da função $f(x)$ por um polinômio que a aproxime razoavelmente no intervalo $[a, b]$. Assim o problema fica resolvido pela integração de polinômios, o que é trivial de se fazer. Com este raciocínio podemos deduzir fórmulas para aproximas $\int_a^b f(x)dx$ (RODRIGUES; LOPES, 1988).

2.3.2 Fórmulas de Newton-Cotes

A ideia nas formulas de Newton-Cotes para a aproximação de $f(x)$ é que este polinômio interpole $f(x)$ em pontos $[a, b]$ com o mesmo espaçamento. Considere um intervalo $[a, b]$ qualquer, e que divida esse intervalo em subintervalos de comprimento h , $[x_i, x_{i+1}]$, $i = 0, 1, \dots, n-1$. Assim $x_{i+1} - x_i = h = (b - a)/n$. Temos que as fórmulas fechadas de Newton-Cotes são formulas de integração do tipo $x_0 = a, x_n = b$ e sendo os coeficientes A_i determinados de acordo com o grau do polinômio.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{x_0}^{x_n} f(x)dx \cong A_0f(x_0) + A_1f(x_1) + \dots + A_nf(x_n) = \sum_{i=0}^n A_i f(x_i) \quad (21)$$

2.3.2.1 Regra dos Trapézios

Para a determinação da regra dos trapézios, é utilizado o polinômio de Gregory-Newton do 1º grau. Temos que o polinômio de Gregory-Newton é

$$P_n(x) = y_0 + z\Delta y_0 + \frac{z(z-1)}{2!} \cdot \Delta^2 y_0 + \frac{z(z-1)(z-2)}{3!} \cdot \Delta^3 y_0 + \dots \\ + \frac{z(z-1)(z-2) \dots (z-n+1)}{n!} \cdot \Delta^n y_0 + R_n \quad (22)$$

Onde $z = \frac{x-x_0}{h}$ e R_n é o resíduo da interpolação. O polinômio de Gregory-Newton do 1º grau é uma reta, e é igual a $P_1(x) = y_0 + z\Delta y_0$. Então tem-se:

$$I = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b P_1(x)dx = \int_a^b [y_0 + z\Delta y_0]dx \quad (23)$$

Como $z = \frac{x-x_0}{h} \rightarrow dx = h dz$. Considerando $a = x_0$ e $b = x_1$, têm-se a fórmula dos trapézios ou regra dos trapézios:

$$x = a \rightarrow z = \frac{x_0 - x_0}{h} = 0 \quad (24)$$

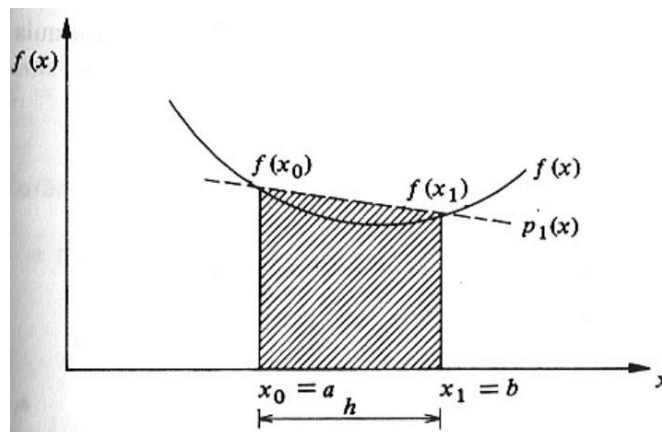
$$x = b \rightarrow z = \frac{x_1 - x_0}{h} = 1 \quad (25)$$

Logo,

$$\begin{aligned} I &= \int_a^b [y_0 + z\Delta y_0]h dz = h \left[zy_0 + \frac{z^2}{2}\Delta y_0 \right]_0^1 = h[y_0 + 0,5\Delta y_0] \\ &= h[y_0 + 0,5(y_1 - y_0)] \end{aligned} \quad (26)$$

$$I = \frac{h}{2}(y_0 + y_1) \quad (27)$$

Figura 17 – Interpretação geométrica da regra dos trapézios



Fonte: Barroso; Barroso; Campo; Carvalho; Maia (1987)

Pelos dois pontos do extremo do intervalo, fez-se passar uma reta e a integral de $f(x)$ foi aproximada pela área sob esta reta. Da geometria, sabe-se que a área deste trapézio formado é $A = \frac{h}{2}[f(x_0) + f(x_1)]$, que é a própria fórmula dos trapézios (BARROSO; BARROSO; CAMPO; CARVALHO; MAIA, 1987).

Existe uma diferença entre a integral exata de $f(x)$ e a integral aproximada pela regra dos trapézios, que é o erro de integração. Este erro é devido ao erro de truncamento na aproximação da função integrada pelo polinômio de Gregory-Newton. Têm-se que esse erro é dado por:

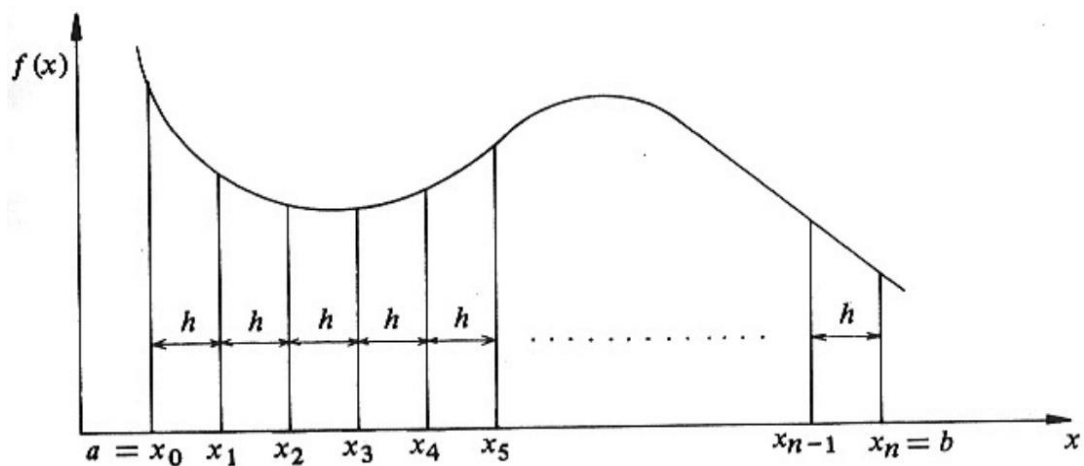
$$E = \int_a^b R_1 dx = \int_0^1 \frac{z(z-1)h^2}{2!} f''(\varepsilon) h dz = h^3 f''(\varepsilon) \cdot \frac{1}{2!} \cdot \left[\frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} \right]_0^1 \quad (28)$$

$$E = \frac{-h^3}{12} f''(\varepsilon) \quad (29)$$

2.3.2.2 Regra dos Trapézios Composta

Uma forma que se tem de melhorar o resultado obtido utilizando-se a regra dos trapézios é subdividindo p intervalo $[a, b]$ em n subintervalos de amplitude h e a cada subintervalo aplicar-se a regra dos trapézios (BARROSO; BARROSO; CAMPO; CARVALHO; MAIA, 1987).

Figura 18 – Interpretação gráfica da regra dos trapézios composta



Fonte: Barroso; Barroso; Campo; Carvalho; Maia (1987)

$$I = \frac{h}{2}(y_0 + y_1) + \frac{h}{2}(y_1 + y_2) + \cdots + \frac{h}{2}(y_{n-1} + y_n) \quad (30)$$

$$I = \frac{h}{2}(y_0 + 2y_1 + 2y_2 + \cdots + 2y_{n-1} + y_n) \quad (31)$$

O erro de truncamento na regra dos trapézios composta vai ser a soma dos erros cometidos em cada subintervalo.

$$E = E_0 + E_1 + E_2 + \cdots + E_{n-1} \quad (32)$$

3 METODOLOGIA

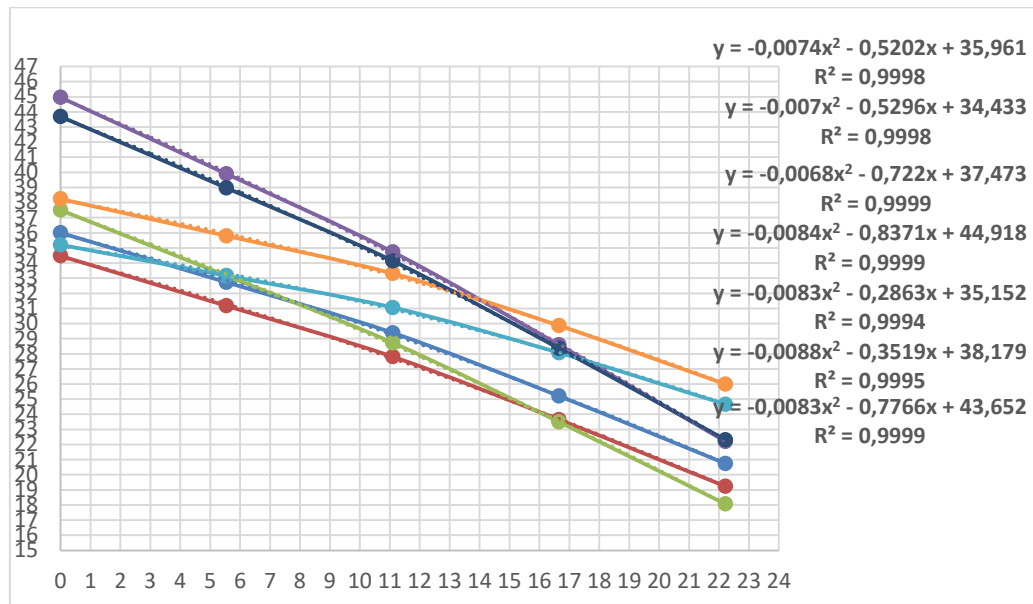
O trabalho foi realizado utilizando dados dos relatórios da equipe PegAzuls *AeroDesign* de 2015, computador Dell Inspiron 7000 com 8 GB de memória RAM, HD SSD de 240 GB, e o software MatLab 2017. A partir desses materiais e dados, iniciou-se o processo de desenvolvimento do algoritmo, seguindo o regulamento da SAE *AeroDesign* 2018 e tomando como base o que já foi mostrado neste trabalho. No desenvolvimento do algoritmo algumas considerações foram feitas para a obtenção dos melhores resultados possíveis.

3.1 Processos de análise de decolagem

Algumas considerações foram feitas, como já foi dito, até chegar ao objetivo final. Elas envolvem princípios já vistos neste trabalho como as equações de movimento e outros ajustes feitos durante o desenvolvimento do algoritmo. O intervalo de tempo, é uma dessas considerações, por estarmos utilizando o método dos trapézios, foi adotado um intervalo de tempo muito pequeno, e com base em estudos feitos, 0,05 segundos é um intervalo de tempo adequado para o objetivo deste trabalho. Essa consideração resulta em duas ótimas consequências, a primeira é que movimento considerado neste intervalo é um movimento uniformemente variado, ou seja, a aceleração e a velocidade são consideradas constantes, e o erro do método dos trapézios vai ser muito próximo à zero (principal motivo da escolha deste método numérico).

A tração entregue à aeronave depende diretamente do tipo de motor e do tipo de hélice utilizado e não é uma força constante, como já foi mostrado anteriormente. Diferentes grupos motores-propulsores apresentam diferentes equações de tração. Pela base de dados da equipe, verificou-se que uma equação do segundo grau da tração disponível pela velocidade apresentava uma boa aproximação da tração, como mostrado na Figura 19. Então, foi fixado um formato de equação do segundo grau, onde durante a execução do algoritmo, a equipe digita os coeficientes da equação.

Figura 19 – Tração disponível pela velocidade



Fonte: Equipe PegAzuls AeroDesign

A velocidade também está relacionada com as forças de sustentação (L) e de arrasto (D). Quanto maior for a velocidade, maiores serão essas forças, já que ambas estão relacionadas com o quadrado da velocidade, como já foi mostrado anteriormente.

$$L(i) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v(i)^2 \cdot S \cdot C_L \quad (33)$$

$$D(i) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v(i)^2 \cdot S \cdot C_D \quad (34)$$

Onde $L(i)$ e $D(i)$ são as forças de sustentação e de arrasto na posição i , $v(i)$ é a velocidade do aerodesign na posição i , S a área da asa, ρ é a densidade do ar, e C_L e C_D são os coeficientes de sustentação e de arrasto da asa.

Foi utilizado no algoritmo vetores. Como para o cálculo de algumas equações do movimento e das forças envolvidas precisa-se de dados de posições anteriores, ou dados equivalentes na mesma posição, para isso foi utilizado o sistema de vetores, já que um vetor pode apresentar vários dados em locais diferentes. Como por exemplo, pode-se citar o vetor da força de sustentação, ele vai apresentar diferentes valores para posições diferentes, já que a velocidade, que também vai ser um vetor, apresenta diferentes valores para posições diferentes. Então a cada intervalo de tempo, a posição i muda de valor (i é o nome atribuído a

variável neste algoritmo), por exemplo, no início do programa do algoritmo i é igual à zero, mas no próximo intervalo i vai ser igual a um, no próximo i vai ser igual a dois, e assim sucessivamente. Ou seja, i é um contador. Podemos observar na Figura 20, a parte do algoritmo que faz alterar o valor de i .

Figura 20 – Parte do código responsável por alterar o valor de i

```

else
    R = [R(1:end,:) ;P];
end

j = i;
i = i + 1;

end

disp(R((i-3):end,:));
if z(i-1) <= 0.05
    %mass = (m - 0.01 - mo);
    break;
else

```

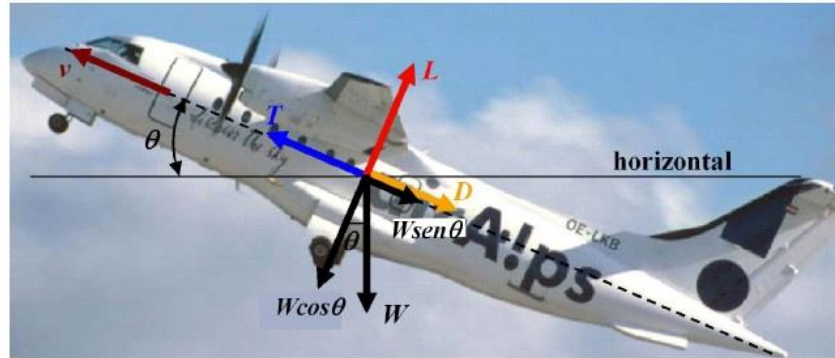
Fonte: Autoria própria (2018)

Segundo o regulamento da competição SAE Brasil *AeroDesign*, o *aerodesign* deve decolar em no máximo 60 metros. É considerado que o *aerodesign* decolou, quando os juízes da competição visualizam que ele “descolou” do chão. Para efeito de segurança, foi considerado que a aeronave decola quando estiver a uma altura vertical de 5 cm em relação ao solo e que o comprimento percorrido de até 60 metros. Em competições anteriores a altura vertical era menor que 5 cm, quem verifica essa altura são juízes posicionados na linha que marca o comprimento máximo da pista, e em algumas ocasiões eles queimavam a decolagem (quando o avião não voa dentro do comprimento de pista máximo é queimada sua decolagem) erroneamente, argumentando que o *aerodesign* não passou da altura vertical mínima para se considerar que o ele decolou, então para uma maior segurança os organizadores da competição estipularam a altura vertical de no mínimo 5 cm.

Dependendo do peso do avião, este consegue decolar sem precisar fazer a arfagem. Mas esse fato ocorre quando a aeronave é muito leve, o que não é o caso, já que estamos procurando carregar o máximo de peso possível. A ação da arfagem faz com que o coeficiente de sustentação aumente e as forças sobre a aeronave necessitem ser decompostas. Se a aeronave tiver percorrido 55 metros de pista, e ainda não tiver conseguido decolar, então o

piloto começa o movimento de arfagem para ajudar no processo de decolagem. Esse valor de 55 metros veio da base de dados da equipe.

Figura 21 – Forças atuantes durante a decolagem



Fonte: Rodrigues (2011)

A velocidade de arfagem imposta pelo comando do piloto não é constante e é um dado difícil de estimar. Para não se deter a maiores detalhes, foi considerado que o crescimento do ângulo de arfagem, durante o comando do piloto, é de $1^\circ/s$, ou seja, a cada segundo o ângulo θ aumenta em 1 grau, mas como estamos analisando intervalos de tempo de 0,05 segundos, então θ irá mudar em $0,05^\circ$ de uma posição para outra e pode ser modelada como mostra a equação 36. Esse ângulo é relacionado com a horizontal, então durante o processo de corrida ele é igual à zero, e só muda devido à arfagem, se não for feita a arfagem, ele continuará zero.

$$\theta(i) = \theta(i - 1) + 1^\circ/s * \Delta t \quad (35)$$

Onde $\theta(i)$ é o ângulo em relação a horizontal na posição i , $\theta(i - 1)$ é o ângulo em relação a horizontal da posição anterior e Δt é a o intervalo de tempo.

$$C_L(i) = C_{L_0} + 0,115.\theta(i - 1) \quad (36)$$

Onde $C_L(i)$ é o coeficiente de sustentação da asa na posição, C_{L_0} é o coeficiente de sustentação quando o ângulo de arfagem é igual a zero, $\theta(i - 1)$ é o ângulo de arfagem na posição anterior, e o 0,115 é o coeficiente angular da curva $C_L \times \alpha$ retirado do relatório da equipe.

Há casos em que o intervalo de tempo de 0,05 segundos é significativo, devido principalmente à alta velocidade que o *aerodesign* se encontra. Esses casos acontecem quando

o comprimento de pista ultrapassa os 60 metros, e não se sabe se ocorreu o processo de decolagem ou não nos 60 metros, por isso é feito um tratamento que verifica se o deslocamento em x na posição i é maior que 60 metros, se for, ele analisa a altura da aeronave para o descolamento em x com 60 metros, como pode ser observado na Figura 22.

Figura 22 – Verificação da altura no eixo Z com o deslocamento igual a 60 metros

```
elseif x(j)>=55
    dt(i) = dt(i-1) + 0.05;
    x(i) = x(i-1) + v(i-1)*(dt(i)-dt(i-1));
    if (x(i) >= 60)
        x(i) = 60;
        dt(i) = dt(i-1) + (60-x(i-1))/v(i-1);
        teta(i) = teta(i-1) + (dt(i-1)-dt(i));
        clz(i) = clo + 0.115*teta(i-1);
        v(i) = v(i-1) + a(i-1)*(dt(i)-dt(i-1));
        cdz(i) = cdo + (phi*k*(clz(i)^2));
        t(i) = (coeficienteA*(v(i)^2)) + (coeficienteB*v(i)) + coeficienteC;
        l(i) = 0.5*ro*(v(i)^2)*s*clz(i);
        d(i) = 0.5*ro*(v(i)^2)*cdz(i);
        if az(j) < 0
            q(i) = (m*9.81 - l(i))*mi;
        else
            q(i) = 0;
        end
        a(i) = ((t(i)*cos((teta(i-1)*pi)/180))-(l(i)*sin((teta(i-1)*pi)/180))-(d(i)*cos((teta(i-1)*pi)/180))-q(i))/m;
    else
```

Fonte: Autoria própria (2018)

A massa do avião vazia, assim como o a área da asa, coeficiente de sustentação, e outros dados, é um parâmetro de entrada, ou seja, o usuário o digita. A partir dessa massa, começa-se a análise de decolagem, sendo acrescentados 10 gramas a cada análise, até chegar a uma massa que o *aerodesign* não consiga mais decolar dentro dos 60 metros de pista. Esse acréscimo de 10 gramas por análise foi estipulado como sendo adequada, já que não é um acréscimo de massa muito grande e nem muito pequeno.

3.2 Movimento no eixo x

Para o movimento no eixo x foi considerado que g é a aceleração da gravidade e vale $9,81m/s^2$ e que Δt é o intervalo de tempo e vale 0,05 segundos.

3.2.1 Sem arfagem

Para uma aeronave conseguir decolar, ela precisa primeiro ganhar velocidade no eixo de corrida, que vamos chamar de x , para que a sustentação vença o peso e decole. Sabe-se que ela parte do repouso, e a aceleração nesse movimento é dada por:

$$a_x(i) = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{T(i) - D(i) - f_a(i)}{m} \quad (37)$$

Onde, $T(i)$ é a tração na posição i , $D(i)$ é a força de arrasto na posição i , $f_a(i)$ é força de atrito na posição i e m é a massa total da aeronave. A tração e a força de arrasto variam durante a corrida de decolagem, fazendo assim com que a aceleração varie. A força de atrito também irá variar, pois durante a decolagem a força de sustentação irá contrapor o peso, fazendo assim com que a força de atrito diminua.

$$f_a(i) = [(m * g) - L(i)] \cdot \mu \quad (38)$$

Onde, $f_a(i)$ é a força de atrito na posição i , m é a massa do avião, $L(i)$ é o força de sustentação na posição i , e μ é o coeficiente de atrito. Quando a força de sustentação for maior que o peso, a força de atrito sai da equação da aceleração, ficando só a tração, a força de arrasto, e a massa.

A aceleração faz com que a aeronave ganhe velocidade. Quanto mais tempo se passar maior será a velocidade, se a aceleração for positiva, que é o caso. Entretanto, vai chegar um momento em que a aceleração irá diminuir, devido ao decaimento da tração, e consequentemente a taxa que a velocidade aumenta, também irá diminuir. Então como já foi visto antes, a velocidade está diretamente relacionada com a aceleração e com o intervalo de tempo. Segundo o método dos trapézios, temos que:

$$v_x(i) = v_x(i - 1) + a_x(i - 1) \cdot \Delta t \quad (39)$$

Onde $v_x(i)$ é a velocidade na posição i , $v_x(i - 1)$ é a velocidade na posição anterior, e $a_x(i - 1)$ é a aceleração na posição anterior.

A velocidade faz com que aeronave comece a se deslocar. Quanto mais tempo se passar, maior será a distância percorrida. Como a aceleração diminui, a velocidade também irá diminuir em algum momento, consequentemente a taxa em que o deslocamento aumenta, também irá diminuir. Então, como já foi mostrado anteriormente, o deslocamento está diretamente relacionado com a velocidade, temos que:

$$x(i) = x(i - 1) + v_x(i - 1) \cdot \Delta t \quad (40)$$

Onde $x(i)$ é o deslocamento na posição i , $x(i - 1)$ é o deslocamento na posição anterior, e $v_x(i - 1)$ é a velocidade na posição anterior.

3.2.2 Com arfagem

Se o comprimento de pista já estiver em 55 metros, e a decolagem ainda não foi realizada, o piloto inicia a arfagem do *aerodesign*. Isso faz com que a equação da aceleração mude, já que vamos utilizar as componentes das forças para o eixo que desejamos. As equações de posição e velocidade não se alteram. Temos que a aceleração no eixo X com arfagem é igual a:

$$a_x(i) = \frac{T(i) \cdot \cos(\theta(i - 1)) - L(i) \cdot \sin(\theta(i - 1)) - D(i) \cdot \cos(\theta(i - 1)) - f_a(i)}{m} \quad (41)$$

Onde, $a_x(i)$ é a aceleração no eixo X, $T(i)$ é a tração na posição i , $D(i)$ é a força de arrasto na posição i , $L(i)$ é força de sustentação na posição i , $f_a(i)$ é força de atrito na posição i , m é a massa da aeronave, e $\theta(i - 1)$ é o ângulo de arfagem na posição anterior. Percebe-se que a agora existe uma componente da força de sustentação.

3.3 Movimento no eixo Z

Para o movimento no eixo z também foi considerado que g é a aceleração da gravidade e vale $9,81m/s^2$ e que Δt é o intervalo de tempo e vale 0,05 segundos

3.3.1 Sem arfagem

Quando a força de sustentação é maior que a força peso, a aeronave começa a decolar. Do mesmo modo que no eixo X, a aeronave está em repouso no eixo Z, antes de começar sua progressão neste eixo. Temos que a aceleração no eixo Z é igual a:

$$a_z = \frac{L(i) - (m * g)}{m} \quad (42)$$

Onde, $L(i)$ é a força de sustentação e m é a massa da aeronave. Existem mais forças envolvidas nesse processo de aceleração no eixo Z, mas elas são iguais a zero, devido ao ângulo que elas fazem com a horizontal. No processo de arfagem irá se mostrar quais são essas forças, e o porquê que elas são zero na aceleração no eixo Z sem arfagem.

A aceleração no eixo Z faz com que o avião ganhe velocidade neste eixo. E a velocidade no eixo Z faz com que o avião se desloque neste eixo. Então de modo similar ao encontrado no eixo Z, temos que:

$$v_z(i) = v_z(i - 1) + a_z(i - 1) \cdot \Delta t \quad (43)$$

$$z(i) = z(i - 1) + v_z(i - 1) \cdot \Delta t \quad (44)$$

Onde, $v_z(i)$ é a velocidade no eixo Z na posição i , $v_z(i - 1)$ é a velocidade no eixo Z na posição anterior, $a_z(i - 1)$ é a aceleração no eixo Z na posição anterior, $z(i)$ é o deslocamento no eixo Z na posição i , $z(i - 1)$ é o deslocamento no eixo Z na posição anterior, e Δt é o intervalo de tempo.

3.3.2 Com arfagem

A arfagem acontece no mesmo momento que no eixo x , ou seja, se o avião não tiver decolado com 55 metros de pista, o piloto começa o processo de arfagem, lembrando que isso foi uma consideração feita. O que vai mudar com a arfagem, é a equação da aceleração, já que vamos lidar com as componentes das forças, e algumas não vão ser mais iguais à zero, como é que acontece sem fazer a arfagem. As equações de deslocamento e de velocidade no eixo Z não vão mudar. Então temos que a aceleração vai ser igual a:

$$a_z(i) = \frac{T(i) \cdot \sin(\theta(i - 1)) + L(i) \cdot \cos(\theta(i - 1)) - D(i) \cdot \cos(\theta(i - 1)) - g \cdot m}{m} \quad (45)$$

Onde, $a_z(i)$ é a aceleração no eixo Z, $T(i)$ é a tração na posição i , $D(i)$ é a força de arrasto na posição i , $L(i)$ é força de atrito na posição i , g é a aceleração da gravidade, m é a massa da aeronave, e $\theta(i - 1)$ é o ângulo de arfagem na posição anterior. Percebe-se que a agora existe uma componente da força de sustentação.

3.4 Dados utilizados

A partir das equações, considerações e do método numérico apresentadas neste trabalho foi possível à determinação da massa máxima (considera tanto a massa do avião, quanto a massa que ele carrega) carregada por uma aeronave. Para a realização dos testes da ferramenta foram utilizados dados contidos no relatório final do projeto da equipe PegAzuls *aerodesing* de 2015, que podem ser visualizados na Tabela 2.

Tabela 2 – Dados utilizados para o teste da ferramenta

Parâmetros	Valor
Tração (N)	$T(v) = -0,0084v^2 - 0,8371v + 44,918$
Coeficiente de sustentação (C_L)	0,9
Coeficiente de arrasto parasita (C_{D0})	0,0197
Área de sustentação (S)	0,7841 m ²
Coeficiente de proporcionalidade (K)	0,0454
Efeito solo (ϕ)	0,7461
Coeficiente de atrito (μ)	0,15
Massa do avião vazio	4 kg
Altitude	Varia

Fonte: PegAzuls (2015)

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após a validação da funcionalidade da ferramenta, parte-se para a análise do problema deste trabalho. O objetivo é saber se, com os parâmetros previamente calculados pela a equipe PegAzuls *AeroDesing*, o quanto de massa o *aerodesing* com aqueles parâmetros consegue carregar e decolar no comprimento de pista máximo estipulado pela SAE *AeroDesign*. Então, como resultado da análise numérica foi criado um interface no software MatLab (Anexo A), na qual os usuários poderão entrar com os parâmetros, e partir daí o algoritmo calculará com base no exposto, a máxima massa carregada pelo avião para decolar com o critério de 5 centímetros de altura vertical, e comprimento máximo de pista de 60 metros.

Como outro resultado, a ferramenta também traça o gráfico de “Carga Paga (kg) x Altitude-Densidade”, trivial para equipe tanto no momento da variação da densidade durante a competição, como para ser usado no relatório do projeto aeronáutico. Tal ferramenta pode ser utilizada durante a competição, para se obter valores mais precisos da carga que o *aerodesing* pode carregar. Ela só pode ser usada durante a competição devido a sua velocidade de processamento de dados que giram em torno de 30 segundos, ou seja, em 30 segundo a ferramenta informa a massa máxima que o *aerodesign* consegue carregar e gera o gráfico “Carga Paga (kg) x Altitude-Densidade (m)”.

4.1 Determinação da massa máxima

A partir dos dados da Tabela 2 mostrados na metodologia se obteve os resultados que podem ser visualizados na tabela abaixo. No anexo B, pode ser visualizada a análise de decolagem com os dados da tabela 2 e altitude igual a 0 metro.

Tabela 3 – Resultados finais da análise de decolagem

Altitude (m)	Massa máxima (kg)	Tempo para decolagem (s)
0	10,50	6,96623
100	10,45	6,94333
200	10,40	6,92046
300	10,36	6,90267
400	10,30	6,87486
500	10,26	6,85711
600	10,21	6,83438
700	10,16	6,81173

800	10,11	6,78909
900	10,06	6,76649
1000	10,01	6,74395
1100	9,96	6,72141
1200	9,90	6,69400
1300	9,85	6,67154
1400	9,80	6,64915
1500	9,75	6,62676
1600	9,70	6,60443
1700	9,64	6,57721
1800	9,59	6,55495
1900	9,54	6,53269
2000	9,49	6,51051

Fonte: Autoria própria (2018)

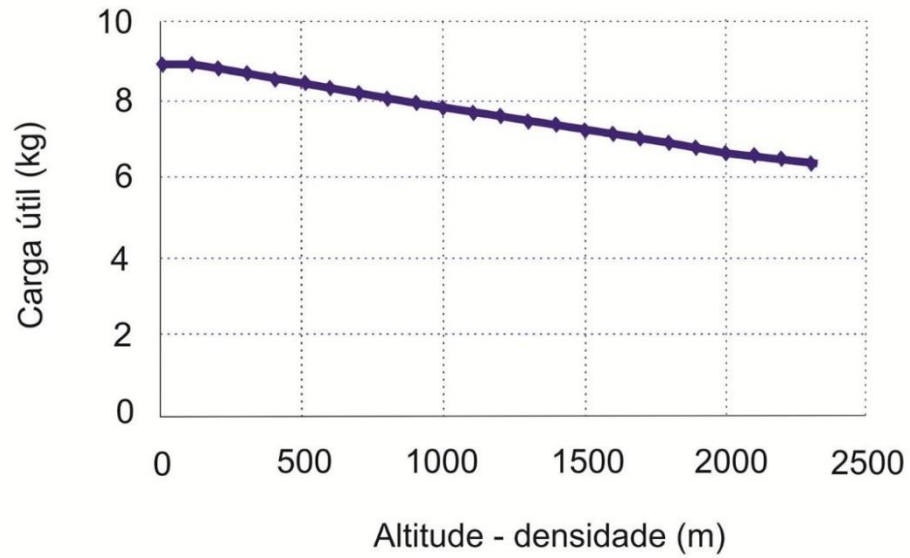
Observando a Tabela 3 percebe-se que quanto maior a altitude, menor é massa máxima do *aerodesign*, como era esperado. Pode-se perceber também, que a cada 100 metros de altitude, há um decaimento de mais ou menos 50 gramas da massa máxima. O tempo de decolagem também diminui de acordo com que a altitude aumente.

4.2 Comparação entre os resultados apresentados pela ferramenta e os contido no relatório final da equipe PegAzuls *aerodesign*

Os resultados apresentaram valores diferentes dos encontrados no relatório final da equipe PegAzuls *aerodesign* de 2015. A diferença pode ser atribuída principalmente aos métodos utilizados por ambos. O método numérico se mostra mais preciso, quando comparado com o método utilizado pela equipe, que foi o método explanado por Rodrigues (2011) onde considera vários parâmetros que fogem da realidade, como a velocidade e as forças envolvidas no processo de decolagem sendo constantes. Desse modo nota-se a eficiência do método numérico para com a previsão da carga útil que o *aerodesign* pode carregar em relação à variação da altitude-densidade. Como já foi dito, utiliza-se essa variação da altitude-densidade para gerar um gráfico correlacionando-a com a carga útil, nas Figuras 23 e 24 podemos observar a diferença dos gráficos de “Carga Paga x Altitude-Densidade” gerado pela equipe PegAzuls *aerodesign* (Figura 23) e pela ferramenta (Figura 24). No

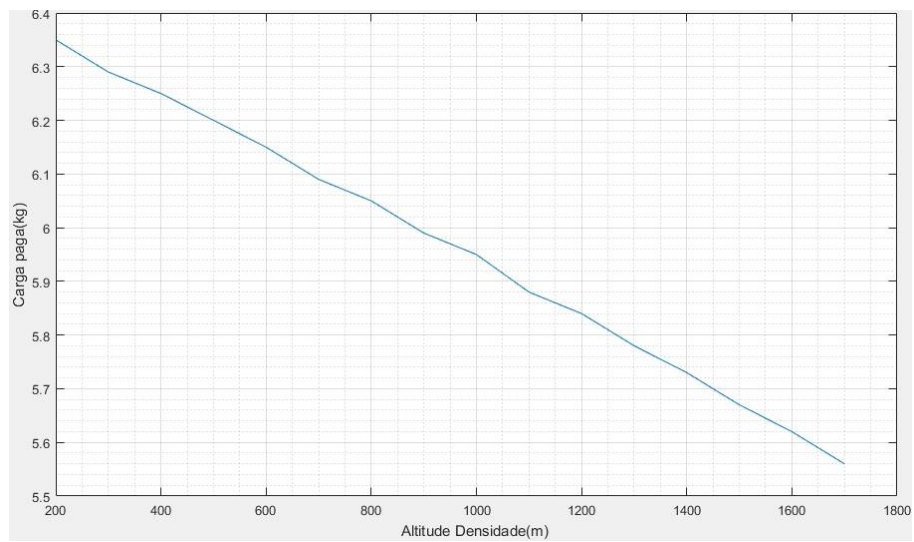
gráfico gerado pela PegAzuls verifica-se que com a altitude-densidade de 1000 metros o carga útil seria de 8 kg, já no gerado pela ferramenta mostra que ela teria uma carga útil de 5,95 kg.

Figura 23 – Gráfico carga paga da equipe PegAzuls aerodesing de 2015



Fonte: Equipe PegAzuls Aerodesing

Figura 24 – Gráfico carga paga gerada pela ferramenta



Fonte: Autor

5 CONCLUSÃO

O trabalho apresentou uma análise das forças e carregamentos envolvidos em uma aeronave durante o processo de decolagem, determinando a partir de parâmetros pré-estabelecidos, o carregamento máximo para que ocorra a decolagem com um comprimento de pista máximo de 60 metros, ou seja, a massa ótima para a decolagem, com base no regulamento da competição SAE AeroDesign 2018.

O resultado final resultou em uma ferramenta que aperfeiçoa o processo de análise de decolagem. Ela disponibiliza a análise de maneira rápida e precisa, podendo ser feita diversas análises individuais em um curto intervalo de tempo, e possui uma interface de fácil entendimento. Por trás da interface está rodando um algoritmo que faz todo o processo da análise de decolagem.

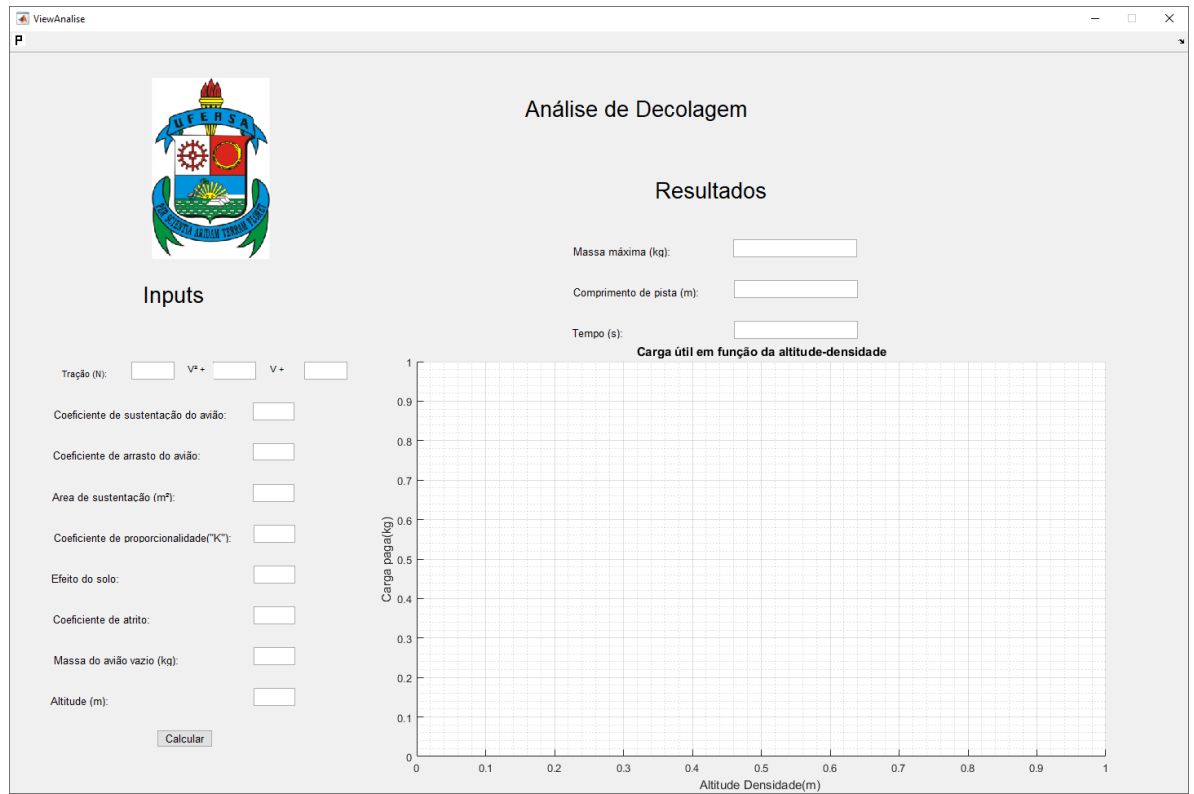
Além de informar qual a massa máxima para decolagem, a determinação do gráfico “Carga Paga (kg) x Altitude-Densidade” também é feita pela ferramenta. Tanto a análise quanto o gráfico são determinados a partir da utilização de um método numérico nas equações que envolvem todo o processo de decolagem. Portanto, este trabalho cumpre com os seus objetivos, apresentando resultados confiáveis de maneira prática e rápida.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, JOHN. D. **Fundamentals of Aerodynamics**. 3ª Ed, McGraw-Hill, Inc. New York, 2001.
- BARROS, C. P. **Introdução ao projeto de aeronaves leves**. Belo Horizonte, 2001. 565p.
- BARROSO, L. C.; BARROSO, M. M. A.; CAMPOS, F. F. F.; CARVALHO, M. L. B.; MAIA, M. L.; **Cálculo numérico: com aplicações**, 2ª Ed. São Paulo, 1987. 365 p.
- FERNANDES, A. **Estruturas e sistemas de aeronaves**. Lisboa, 2008. 217 p.
- HIBELLER, R. C. **Dinâmica para engenharia**. São Paulo, 2010. 306 p.
- HOUGHTON, E. L.; CARPENTER, P. W. **Aerodynamics for engineering students**. Oxford, 2003. 614 p.
- O ÂNGULO DE ATAQUE E A FORÇA DE SUSTENTAÇÃO. **Definição**. Disponível em: <http://www.vooleve.com/Pages/Artigos_files/Angulo_ataque/angulo_ataque_2.htm> Acesso em: 14 mar. 2018.
- RODRIGUES, L. E. M. J. **Fundamentos da engenharia aeronáutica: aplicações ao projeto SAE-AeroDesign**. São Paulo: Edição do autor, 2011. 544 p.
- ROSA, Edison da. **Introdução ao projeto aeronáutico**; Florianópolis: UFSC/GRANTE, 2006
- RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. 2ª Ed, São Paulo, 1988. 408 p.
- SAE BRASIL. **O que é?**. São Paulo. Disponível em: <<http://portal.saebrasil.org.br/programas-estudantis/sae-brasil-aerodesign>>. Acesso em: 10 mar. 2018.
- SAE BRASIL. **Regras e Relatórios**. São Paulo. Disponível em: <<http://portal.saebrasil.org.br/programas-estudantis/sae-brasil-aerodesign/regras>>. Acesso em: 10 mar. 2018.
- WALKER, J.; HALLIDAY; RESNICK. **Fundamentos da física: Volume 1**, 8ª Ed. Rio de Janeiro, 2008. 376 p.
- YOUNG, H. D., FREEDMAN, R. A. **Física I: mecânica**, São Paulo, 12ª Ed, Pearson, 2008.

ANEXO A – TELA FINAL DA FERRAMENTA DE ANÁLISE DE DADOS

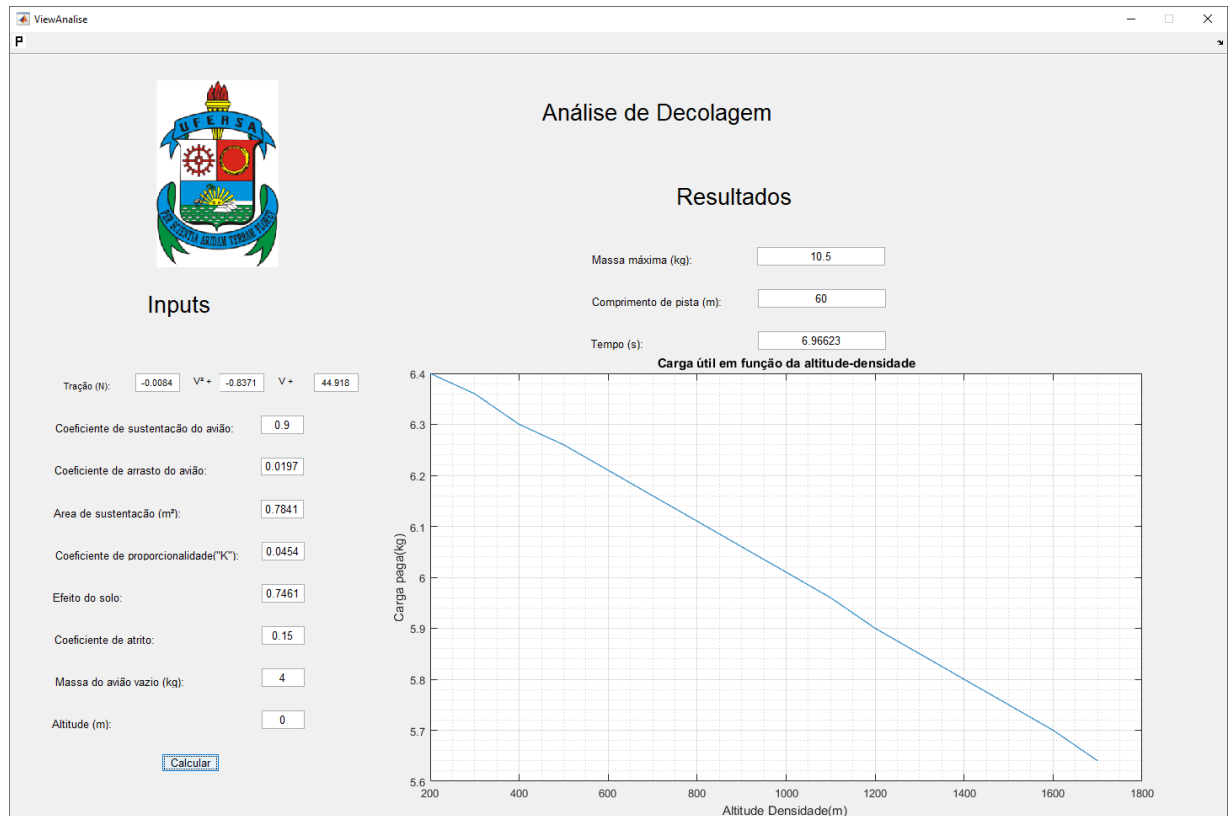
Figura 22– Tela final da ferramenta



Fonte: Autor

ANEXO B – TELA FINAL DA FERRAMENTA DE ANÁLISE DE DADOS COM OS DADOS UTILIZADOS NOS TESTES

Figura 23– Tela final da ferramenta com dados



Fonte: Autor