

SINCRONIZAÇÃO CAÓTICA DO CIRCUITO DE CHUA E SUA APLICAÇÃO PARA COMUNICAÇÃO SEGURA POR MEIO DO MASCARAMENTO CAÓTICO COM ATRATORES COEXISTENTES

Edson Fernandes Chaves Filho¹, Taciano Amaral Sorrentino (Orientador)², Idalmir de Souza Queiroz Junior(co-orientador)²

Resumo: O sistema caótico de Chua consiste em um circuito elétrico composto por uma malha de elementos lineares passivos, conectados a um componente não linear conhecido como diodo de Chua. Mesmo apresentando simplicidade na sua formação, esse sistema não linear pode apresentar uma série de análises diferentes para o seu comportamento dinâmico, tais com pontos de equilíbrio, bifurcações, oscilações periódicas e atratores estranhos que variam constantemente com a mudança dos parâmetros iniciais. Tais comportamentos caóticos tomaram grande importância para o estudo da teoria do caos e para o melhoramento na segurança para a comunicação. Este trabalho consiste, na análise da simulação utilizando o *software NI MultiSIM Student Edition* para a sincronização de dois sistemas caóticos de Chua, utilizados para o mascaramento caótico de um sinal, melhorando a segurança na comunicação. Bem como, da construção de um circuito caótico de Chua, de forma isolada, visando a aplicação dos valores teóricos utilizados nas simulações.

Palavras Chave: Sistemas caóticos; Sincronização; Mascaramento; Comunicação Segura.

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos a teoria do caos tem atraído muito interesse nas áreas acadêmicas e de engenharia de telecomunicação, em especial na aplicação em comunicações seguras. Uma vez que, sinais de sistemas caóticos são extremamente sensíveis às condições iniciais, podendo apresentar comportamentos diversos com pequenas variações em seus parâmetros iniciais.

Devido à sensibilidade às condições iniciais, a sincronização de dois sistemas caóticos pode parecer impossível. Porém, o estudo sobre o caos ganhou mais relevância logo após Pecora e Carrol [1], [2], [3] demonstrarem em suas pesquisas que sistemas caóticos podem ser sincronizados desde que sejam definidos um sistema transmissor e um receptor para a análise do sinal. Desde então, muitos estudos têm sido realizados buscando um melhoramento da segurança na comunicação pelo mascaramento caótico realizado por dois circuitos de Chua sincronizados.

Este trabalho realiza um estudo inicialmente sobre circuitos de Chua, de forma separada, analisando seu comportamento e variações. Logo após a análise é direcionada para a sincronização e desempenho de dois sistemas caóticos idênticos sob condições de controle já pré-determinadas. Adiante, é realizada uma simulação utilizando o *software NI MultiSIM Student Edition* onde um sinal é enviado para um circuito Chua sincronizado e sofre o efeito do mascaramento caótico tendo alterações na sua forma, logo após é recebido de volta na saída do sistema com seu formato original, dessa forma, comprovando sua utilização para uma comunicação mais segura. Por fim, para certificar a veracidade dos dados utilizados nas simulações, foi construído um circuito caótico de forma separada, com os mesmos parâmetros dos circuitos simulados no *software NI MultiSIM Student Edition*.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1 A dinâmica do sistema caótico de Chua

O sistema caótico de Chua, como pode ser visto na Figura 1, consiste em um circuito elétrico composto por elementos lineares passivos conectados a um componente não linear ativo, conhecido como diodo de Chua, onde as oscilações e comportamentos estranhos são regidos pelo parâmetro de resistência R . Apesar de sua aparente simplicidade, este sistema não linear apresenta um vasto conjunto de possibilidades para o seu comportamento dinâmico, abrangendo pontos de equilíbrio, bifurcações, oscilações periódicas e atratores estranhos [4].

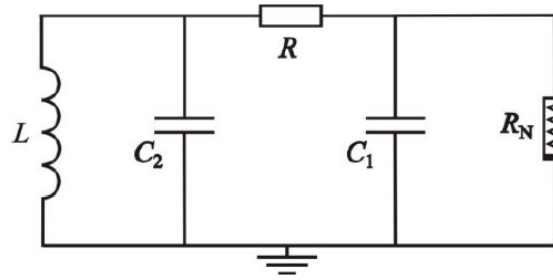


Figura 1 – Circuito de Chua, R_N representando o diodo de Chua (Luís Renato Valério, 2014).

O comportamento do diodo de Chua (R_N), pode ser visto na sua curva característica apresentada na Figura 2. Onde são notadas três regiões lineares: duas externas e com o mesmo coeficiente angular m_1 e um central que passa pela origem com uma inclinação mais acentuada m_0 . Os coeficientes $\pm B_P$ denotam os pontos de interrupção e R é um potenciômetro que é usado para sintonizar o sistema a faixas de valores de bifurcações que representam. É possível notar que as inclinações têm dimensão de admitância (Ω^{-1}). Logo $1/m_1$, tem dimensão de resistência (Ω), porém com sinal negativo. Devido à esta característica, o diodo, ao invés de dissipar, fornece energia [4].

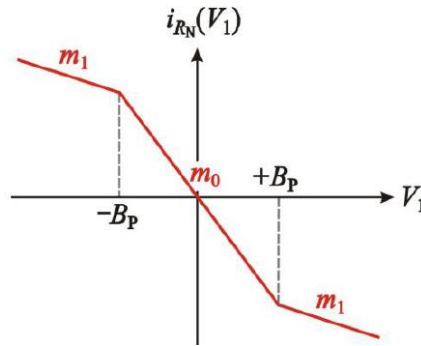


Figura 2 – Circuito de Chua, curva característica $V \times I$ [4].

Com o uso das leis de Kirchoff, o circuito estudado pode ser descrito por três equações diferenciais que são obtidas através da análise da Figura 3. As equações (1), (2) e (3) descrevem o comportamento do circuito proposto por Chua, são obtidas através da análise das tensões e correntes presentes no sistema, onde para se obter um melhor entendimento do seu equacionamento, a análise é feita em duas partes, sendo numa parte calculada os componentes lineares ($L + C_2$) e a segunda é feita sobre o diodo de Chua ($C_1 + R_N$).

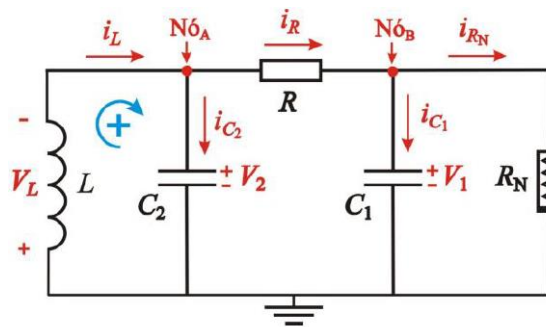


Figura 3 – Circuito Chua, representação de voltagens e correntes para uso das Leis de Kirchoff [4].

Como pode ser visto na equação (2) o termo i_{R_N} é a função que caracteriza as propriedades elétricas do diodo de Chua que também podem ser vistas na Figura 2. Mesmo este componente podendo ser representado por uma única função escalar de uma variável, para um melhor entendimento é mais fácil dividir essa função em três partes representadas por três segmentos lineares [4]. Desse modo i_{R_N} fica representado pela Equação (4).

$$\frac{dV_{C2}}{dt} = \frac{(V_1 - V_2)}{C_2 * R} + \frac{i_L}{C_2} \quad (1)$$

$$\frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{-(V_1 - V_2)}{C_1 * R} - \frac{i_{RN}}{C_1} \quad (2)$$

$$\frac{di_L}{dx} = -\frac{V_2}{L} \quad (3)$$

$$i_{RN} = m_0 * V_1 + \frac{1}{2} * (m_1 - m_0) * (|V_1 + B_P| - |V_1 - B_P|) \quad (4)$$

Este conjunto de equações diferenciais pode ainda ser simplificado a partir da escolha conveniente de variáveis paramétricas, que permitem a redução do número de parâmetros envolvidos no problema sem mudar a dinâmica do sistema [5] definindo as variáveis como mostrado na Equação 5.

$$x = \frac{V_1}{B_P}, y = \frac{V_2}{B_P}, z = \frac{Ri_L}{B_P}, \tau = \frac{t}{RC_2} \quad (5)$$

Usando as variáveis definidas nas equações (5), as equações (1), (2), (3) e (4) podem ser escritas de forma mais conveniente na forma das equações (6), (7), (8) e (9):

$$\frac{dx}{d\tau} = \alpha * [-x + y - i_{RN}(x)] \quad (6)$$

$$\frac{dy}{d\tau} = x - y + z \quad (7)$$

$$\frac{dz}{d\tau} = -\beta y \quad (8)$$

$$i_{RN}(x) = a_0 * x + \frac{1}{2} * (a_1 - a_0) * (|x + 1| - |x - 1|) \quad (9)$$

onde,

$$\alpha = \frac{C_2}{C_1}, \beta = \frac{R^2 * C_2}{L}, a_0 = R * m_0, a_1 = R * m_1. \quad (10)$$

As equações (6), (7), (8) e (9) representam o sistema final para o estudo caótico do circuito de Chua, como pode ser encontrado no trabalho realizado por Valério 2014 [4], no qual a análise do comportamento do circuito caótico é realizado de forma numérica por meio do *software* MAXIMA com a implementação das equações citadas, já o trabalho aqui apresentado não utiliza as equações (6), (7), (8) e (9) para a análise caótica do circuito de Chua, utiliza o *software* NI MultiSIM Student Edition para simular e analisar o comportamento dos circuitos caóticos de forma isolada, depois sincronizada e adiante observando o comportamento de um circuito real.

2.2 Análise do sistema caótico utilizado

Para realizarmos um estudo da dinâmica e comportamento da sincronização de sistemas caóticos é de suma importância estudar o circuito caótico de Chua de forma separada como pode ser visto na Figura 4. Os parâmetros aqui mostrados do sistema Chua, foram analisados de acordo com o artigo de Mustafa Mamat [6], e comprovadas matematicamente por Matsumoto [7]. Os componentes e suas características estão listados como pode ser visto na Tabela 01.

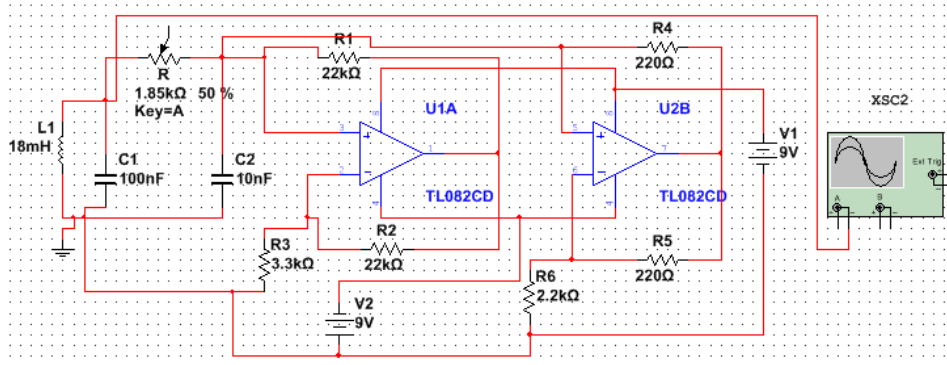


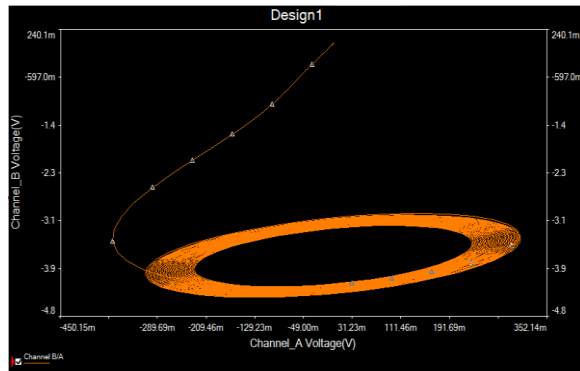
Figura 4 – Circuito de Chua, Simulação caótica (Autoria Própria)

Tabela 01. Componentes do circuito caótico de Chua

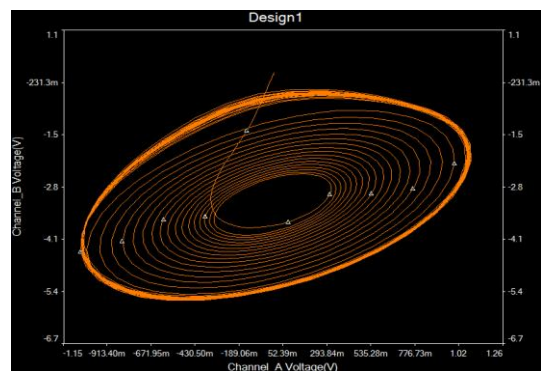
Elemento	Descrição	Valor	Tolerância
R_1	Resistor	22kΩ	± 5%
R_2	Resistor	22kΩ	± 5%
R_3	Resistor	3.3kΩ	± 5%
R_4	Resistor	220Ω	± 5%
R_5	Resistor	220Ω	± 5%
R_6	Resistor	2.2kΩ	± 5%
C_1	Capacitor	100nF	± 5%
C_2	Capacitor	10n F	± 5%
L	Indutor	18mH	± 10%
R	Potenciômetro	Resistência Variável	± 5%
FONTE	Fonte de Alimentação	9V	
UA	TL082CD		

Como foi mostrado anteriormente circuitos caóticos são sistemas que apresentam uma grande sensibilidade às condições iniciais que são impostas, podendo apresentar comportamentos estranhos e não esperados. A dinâmica caótica do circuito mostrado na Figura 4 é exibido posteriormente na Figura 5, onde o parâmetro de resistência R que molda os padrões de bifurcação é variado de 2kΩ até 1,45kΩ com o intuito de analisar as variações que tal circuito pode apresentar. Como pode ser visto, ao aplicarmos o valor de 2kΩ ao circuito, o mesmo apresenta um comportamento circular único levando ao desaparecimento do circuito pois o mesmo apresenta um comportamento que tente a zero, analogamente a análise realizada para uma resistência de 1,95 kΩ, onde mesmo já apresenta uma estabilidade e oscila de forma circular e continua porém sem a presença de atratores estranhos.

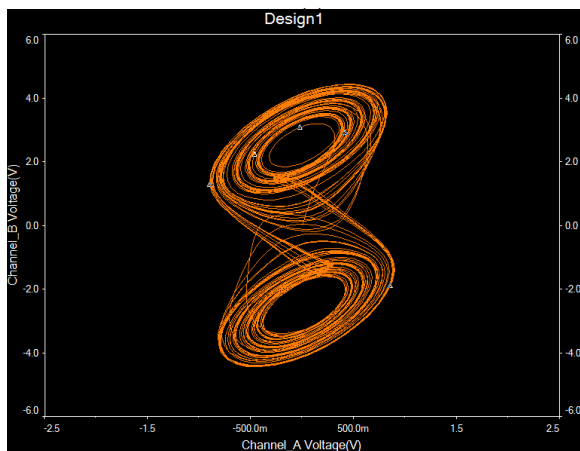
Uma mudança significativa ocorre quando, mudamos a resistência R para 1,85 kΩ, pois notamos o aparecimento do atrator de Lorentz, com a presença de dupla rolagem, com os círculos de oscilações bem definidos e contínuos, isso se dá principalmente porque o valor da resistência R da Figura 04, possibilita o surgimento contínuo de bifurcações onde os atratores representam essa ação e posteriormente o processo de auto-organização do sistema [8]. Ao aplicar 1,7 kΩ e 1,5 kΩ notamos uma defasagem das linhas que formam o circuito e uma deformação parcial do atrator de Lorentz, com uma perda na formação de seu círculo de oscilação. Ao aplicarmos 1,45 kΩ notamos uma perda total dos círculos de oscilações e do atrator de Lorentz, isso se deve principalmente à resistência aplicada ao sistema, pois a mesma interfere na formação das bifurcações e formação de comportamentos estranhos no sistema.



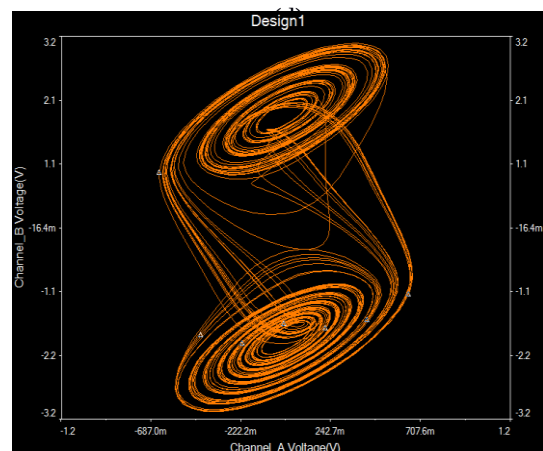
(a)



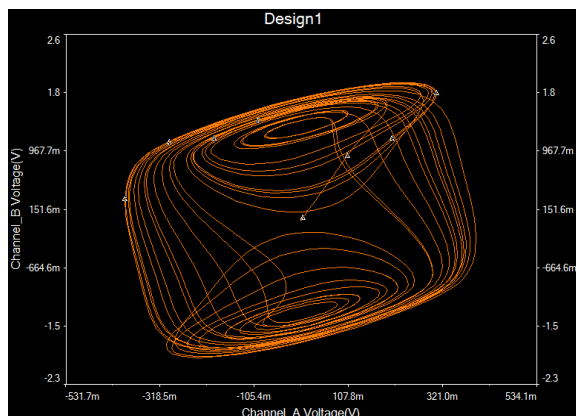
(b)



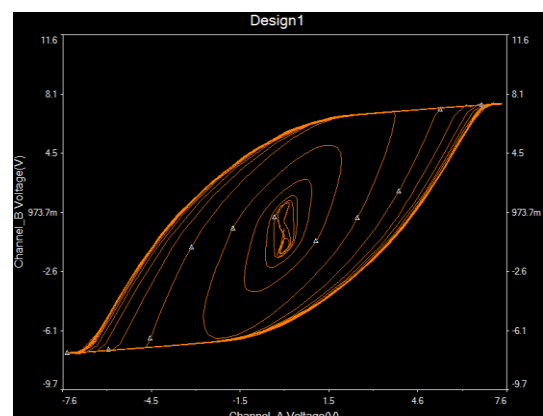
(c)



(d)



(e)



(f)

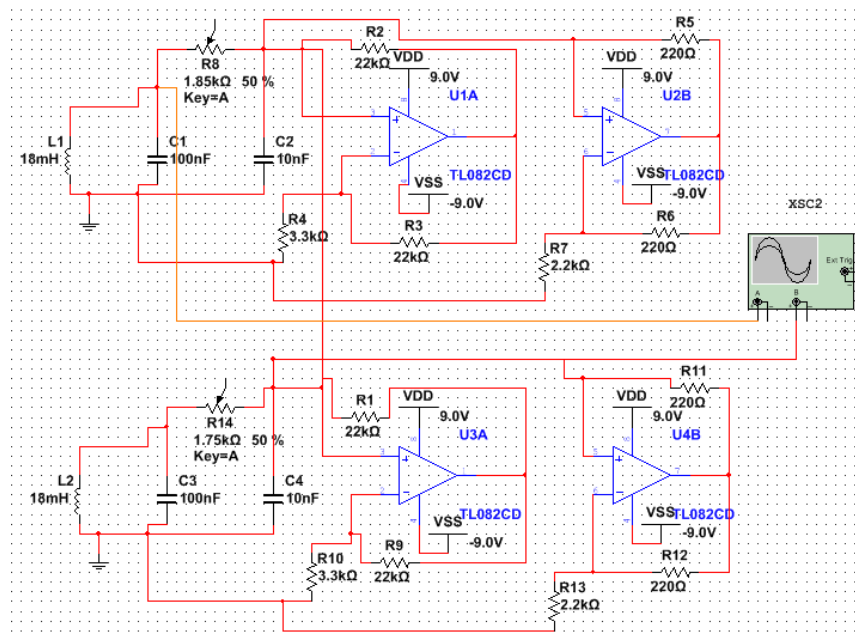
Figura 5 – Simulação do circuito de Chua, (valores de componentes como na tabela 1). (a) $R=2,00 \text{ K}\Omega$; ciclo limite inicial. (b) $R = 1.95 \text{ k}\Omega$; ciclo limite com círculo constante. (c) $R=1.85 \text{ k}\Omega$; duplo atrator de rolagem. (d) $R= 1.7 \text{ k}\Omega$; duplo atrator de rolagem com defasagem das linhas de fluxo. (e) $R= 1.5 \text{ k}\Omega$; duplo atrator de rolagem com alta defasagem das linhas de fluxo. (f) $R= 1.45\text{k}\Omega$; ciclo limite sem formação de atratores. (Autoria Própria).

2.3 Sincronização de sistemas caóticos

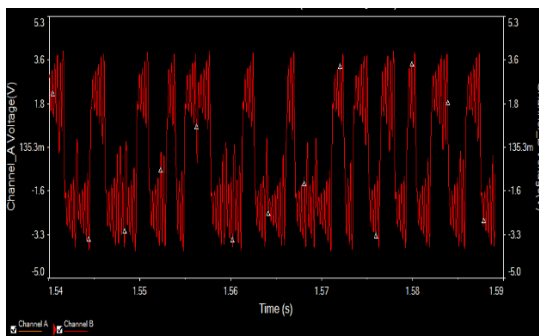
Sinais caóticos apresentam três características principais: determinismo, aperiodicidade e dependência sensível às condições iniciais. Esta última propriedade significa que para dois sistemas caóticos semelhantes, iniciados com condições cuja diferença seja arbitrariamente pequena, depois de um tempo finito, os dois circuitos apresentariam comportamentos bem diferentes no espaço de fase estudado. Essa característica torna-se interessante para algumas áreas da engenharia de telecomunicação por apresentarem dificuldades de predição e por serem confundidas com ruídos [8].

Foram simulados dois circuitos semelhantes com parâmetros idênticos só com o elemento R, resistência ligada a formação de bifurcações no sinal, de forma a diferenciar os circuitos. É determinado o sistema de acionamento e o sistema de resposta, de forma que sua simulação foi elaborada visando a sincronização dos movimentos caóticos entre os dois sistemas dinâmicos acoplados, o propósito do método que é reproduzir todos os sinais no receptor sobre a influência de um único sinal caótico, mostrando que a sincronização caótica apresenta um grande potencial para aplicações na comunicação e no processamento de sinais.

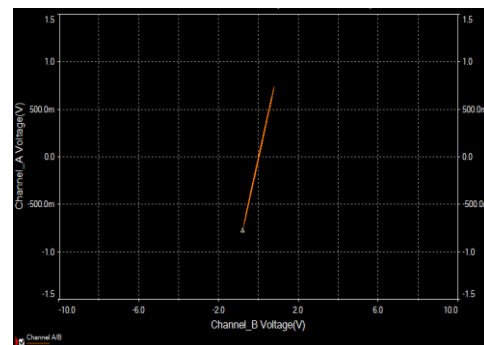
Porém, para garantir uma comunicação segura é necessário a simulação de um circuito com parâmetros apropriados. Dessa forma, como pode ser visto na Figura 6, o sistema de acionamento é determinado a assumir $1,85k\Omega$, bem como, o sistema de resposta assume $1,75k\Omega$, é utilizado um amplificador operacional TL082CD, resistências com valores adequados, indutores e capacitores já dimensionados matematicamente no trabalho realizado por Matsumoto [7] para sistemas caóticos. É possível ver através da simulação no *Software NI MultiSIM Student Edition* como o circuito sincroniza bem na Figura (6b) e seu comportamento é visto no espaço de fases na Figura (6c).



(a)



(b)



(c)

Figura 6 – (a): Circuitos usados na simulação da sincronização de sistemas caóticos semelhantes, (b): Circuitos caóticos sincronizados, (c): circuitos sincronizados no espaço de fases. (Autoria Própria).

2.4 Aplicação da sincronização para comunicação segura

Ao analisar a construção do sistema caótico sincronizado sobre a influência de um mascaramento caótico é visto que o sinal de saída pode recuperar o sinal de entrada, mostrando que é possível implementar comunicação segura em um sistema caótico. A presença de sinais caóticos entre o transmissor e o receptor também possibilita o uso de caos em sistemas de comunicação com mais segurança [6]. A construção desses sistemas caóticos é diretamente ligada às as propriedades já determinadas por Pecora e Carrol [1-3], onde em seus estudos é provado a possibilidade da sincronização de sistemas caóticos de Chua, quando se tem a presença de um sistema mestre e um servo e dadas as propriedades de auto sincronização do atrator de Chua.

Os sistemas de transmissor e receptor são idênticos, exceto pelo seu componente de controle R, onde o seu valor no sistema do transmissor assume 1.85 kΩ e no sistema de recepção vale 1.75 kΩ como já foi mostrado na Figura 6 e pode ser visto na Figura 7. É necessário ter certeza de que os parâmetros de transmissor e receptor são idênticos para a implementação da comunicação de mascaramento caótico [9]. Nisso, o esquema de mascaramento em um sinal de mensagem de baixo nível é adicionado ao sinal caótico visando regenerar um sinal de condução limpo no receptor [6].

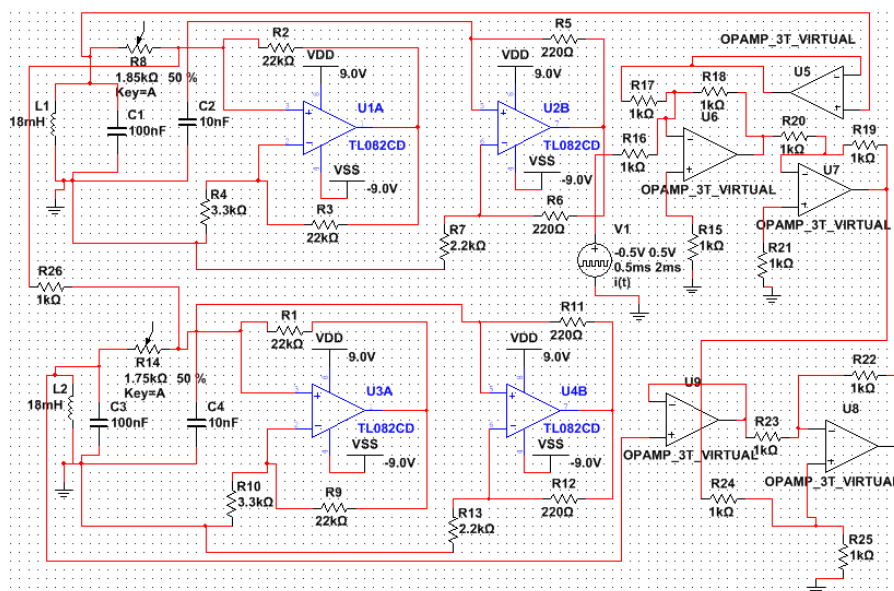


Figura 7 – Circuitos usados na simulação para demonstrar sincronização com mascaramento caótico.

Após a simulação utilizando o software *NI MultiSIM Student Edition*, foi visto que, o atrator de Chua apresenta um desempenho considerável para o mascaramento caótico e recuperação de mensagens como pode ser visto na Figura 8. O sinal de onda quadrada é adicionado ao sinal X caótico gerado, e o $S(t) = X + i(t)$ é alimentado no receptor, onde o sinal X caótico é regenerado, permitindo uma única subtração para recuperar o sinal transmitido, $[X + i(t)] - X_r = i'(t)$, se $X = X_r$ [6], como pode ser visto no esquema da Figura 7, onde é mostrado o circuito esquemático para a implementação do mascaramento caótico de Chua na comunicação segura. Foram utilizados 5 OPAMP 3T VIRTUAL do software *NI MultiSIM Student Edition* com a função de amplificar e filtrar o sinal que será transmitido pelo modulador de onda que é usado, onde o mesmo transmite uma onda de -0,5V e 0,5V com um período de 0,5ms e 2ms para o sistema sincronizado. Como pode ser visto na Figura (8a) o sinal foi enviado para o sistema em forma de uma onda quadrada periódica. Na Figura (8b) a onda sofre o efeito do mascaramento caótico tendo alterações no seu formato e no seu período, não permitindo uma análise precisa das suas configurações. Na Figura (8c) o sinal é recebido de volta tendo suas configurações iniciais. Então, a mensagem foi perfeitamente recuperada usando a abordagem de mascaramento de um sinal por meio da sincronização de atratores coexistentes de Chua.

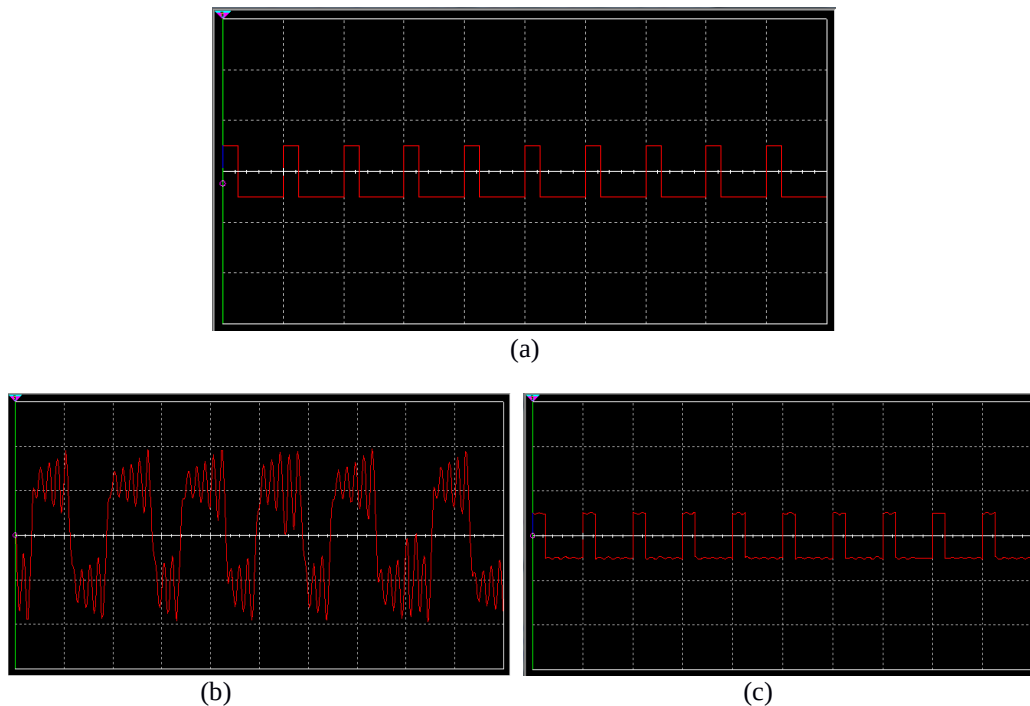
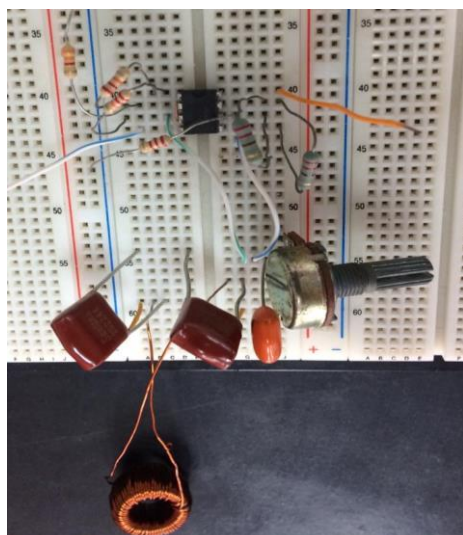


Figura 8 – (a):Sinal enviado para o circuito caótico sincronizado (escala 1:1V), (b):Sinal sobre a ação do mascaramento caótico (escala 1:2V), (c): sinal na saída decodificado após o mascaramento (escala 1:1V).

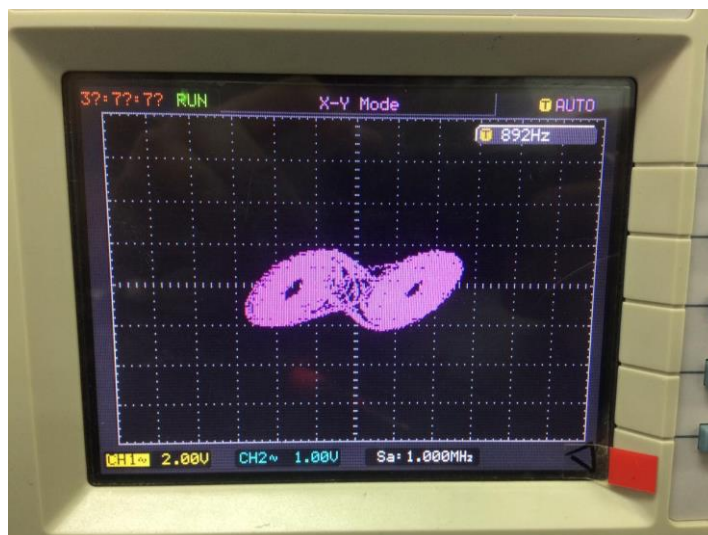
3. Análise experimental circuito de Chua

Com o intuito de verificar a veracidade dos dados utilizados nas referências sobre sistemas caóticos, e de comprovar a qualidade das simulações dos circuitos de Chua, com *software NI MultiSIM Student Edition*, o trabalho desenvolvido visou a construção de um circuito caótico de Chua como pode ser visto na Figura 9. Os componentes usados para a construção do circuito mostrados na figura (9a) foram obtidos no Laboratório de Circuitos Eletrônicos da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA). Mesmo os componentes eletrônicos utilizados no experimento apresentando variações em seus valores reais, tais alterações estavam dentro da porcentagem permitida de variação, não prejudicando o resultado do experimento a ponto de não condicionar as oscilações esperadas para o circuito construído.

Como pode ser visto na Figura 9(b) as condições iniciais dos componentes eletrônicos corresponderam ao esperado, permitindo o surgimento do atrator de Lorenz de dupla rolagem. Tal comportamento é observado quando a resistência R do potenciômetro apresenta um valor de aproximadamente $1.85k\Omega$ condicionando as oscilações e formação de atratores estranhos.



(a)



(b)

Figura 9 – (a): Circuito caótico de Chua experimental na protoboard, (b): Sinal caótico medido pelo osciloscópio (autoria própria).

4. CONCLUSÃO

Conforme exposto neste trabalho, a propriedade de auto sincronização presente no comportamento de sistemas caóticos idênticos sincronizados é benéfica para utilização na comunicação segura. Tal afirmação, é confirmada por meio de simulações realizadas no *software NI MultiSIM Student Edition*, onde foram executadas simulações com o circuito caótico de forma isolada, sendo possível analisar o comportamento das oscilações e a presença de atratores estranhos no circuito simulado. Logo após foram efetuadas novas simulações com dois circuitos caóticos idênticos sincronizados, onde apenas o parâmetro de resistência R foi alterado para condicionar quem assumiria a função de “mestre” e “escravo” do sistema, possibilitando a visualização da sincronização dos dois sinais caóticos e o espaço de fases referente ao comportamento dos dois sinais. Para finalizar o estudo, foi realizado um experimento que consistia na construção de um sistema caótico de Chua, visando aplicar os parâmetros teóricos recolhidos com o estudo. No fim do experimento, foi possível analisar as oscilações presentes no sistema bem como a aparição de atratores estranhos produzidos pelas variações do parâmetro R , comprovando a veracidade dos comportamentos observados nas simulações.

REFERÊNCIAS

- [1] L. Pecora and T. Carroll, Synchronization in Chaotic Systems, *Physical Review Letters*, Vol. 64, pp. 821-823, 1990.
- [2] T. L. Carroll e L. M. Pecora, “Synchronizing Chaotic Circuits”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 38, pág.453, 1991.
- [3] L. M. Pecora e T. L. Carroll, “Driving Systems with Chaotic Signals”, *Physical Review*, vol. A44, pág. 2374, 1991.
- [4] VALERIO, Luis Renato; CARVALHO, Dr. Hugo Bonette de. **Dinâmica Não-Linear e Caos: o circuito de Chua**. 2014. 31 f. Monografia (Especialização) - Curso de Física, Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal de Alfenas., Alfenas/mg, 2014. Cap. 1. Disponível em: <<https://www.unifal-mg.edu.br/fisica/files/file/TCCs/ValerioLR.pdf>>. Acesso em: 16 fev. 2019.
- [5] R. Rocha; L. S. Martins-Filho; R. F. Machado; *International Journal of Electrical Engineering Education* **43**, 334 (2006).

-
- [6] MAMAT, Mustafa; W.S, Mada Sanjaya; MAULANA, Dian Syah. **Numerical Simulation Chaotic Synchronization of Chua Circuit and Its Application for Secure Communication**. 2013. 7 v. Tese (Doutorado) - Curso de Applied Mathematical Sciences,, Universiti Malaysia Terengganu, Kuala Terengganu, Malaysia, 2013. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/0c7e/78bdd91f48936a354b474aadd7ff24887c8d.pdf>>. Acesso em: 18 out. 201
- [7] T. Matsumoto, A chaotic attractor from Chua's circuit. *IEEE Trans. Circuits Syst.*, CAS 31(12):1055|1058, 1984.
- [8] EISENCRAFT, Marcio; GERKEN, Max. **Comunicação Utilizando Sinais Caóticos: Influência de Ruído e de Limitação em Banda**. 2000. 6 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia de Telecomunicação, Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Xviii Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, 2000. Disponível em: <<https://www.lcs.poli.usp.br/marcio,mgk}@lcs.poli.usp.br>>. Acesso em: 10 fev. 2019.
- [9] J. C. Feng, & C. K. Tse, "Reconstruction of Chaotic Signals with Applications to Chaos-Based Communications". Tsinghua University Press and World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2007.