



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
CAMPUS CARAÚBAS
BACHARELADO INTERDISCIPLINAR EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

ÁLISON BRENO DIÓGENES PINTO

**ANÁLISE MULTIFRACTAL EM SÉRIES FISIOLÓGICAS DE PACIENTE COM
APNEIA DO SONO**

CARAÚBAS

2019

ÁLISON BRENO DIÓGENES PINTO

**ANÁLISE MULTIFRACTAL EM SÉRIES FISIOLÓGICAS DE PACIENTE COM
APNEIA DO SONO**

Monografia apresentada a Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Bacharel Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Prof. Dr. Mackson Matheus Nepomuceno

CARAÚBAS

2019

©Todos os direitos estão reservados à Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996, e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tornar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata, exceto as pesquisas que estejam vinculadas ao processo de patenteamento. Esta investigação será base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) seja devidamente citado e mencionado os seus créditos bibliográficos.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Central Orlando Teixeira (BCOT)
Setor de Informação e Referência (SIR)

P659a PINTO, ÁLISON BRENO DIÓGENES.
ANÁLISE MULTIFRACTAL EM SÉRIES FISIOLÓGICAS DE
PACIENTE COM APNEIA DO SONO / ÁLISON BRENO
DIÓGENES PINTO. - 2019.
41 f. : il.
Orientador: Mackson Matheus França Nepomuceno.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de , 2019.
1. Análise Multifractal. 2. Apneia do Sono. 3.
MFDMA. 4. Séries Temporais. I. Nepomuceno,
Mackson Matheus França , orient. II. Título.

Bibliotecário-Documentalista
Nome do profissional, Bib. Me. (CRB-15/10.000)

ÁLISON BRENO DIÓGENES PINTO

**ANÁLISE MULTIFRACTAL EM SÉRIES FISIOLÓGICAS DE PACIENTE COM
APNEIA DO SONO**

Monografia apresentada a Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Bacharel Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia.

Defendida em: 14/ 03/ 2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Mackson Matheus França Nepomuceno
Presidente

Prof. Dr. Francisco de Assis Brito Filho
Membro Examinador

Prof. Dr. Rodrigo Prado de Medeiros
Membro Examinador

*Ao meu avohai e eterno babu, Antônio Gomes
Pinto (In Memoriam).*

Dedico

A Deus e a minha família, sem os quais não
teria conseguido.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Neuma Diógenes Pinto e Antônio Adalberto Pinto, por cada conselho, apoio e todos os infindáveis gestos de amor e carinho, sem os quais não teria conseguido;

Ao meu irmão, Adriano Diógenes Pinto, a quem me espelhei em caráter, sempre o admirarei por exercer o papel de irmão e incontáveis vezes, o de pai;

A minha eterna companheira, Éllen Beatriz Morais Pinto, por tornar dos melhores momentos inesquecíveis e por estar ao meu lado nas noites mais escuras;

A todos os meus amigos, em especial, a Anderson Mateus Matoso de Melo, Jorge Luiz Dantas Cruz Júnior, Dayane Cynthia Pinto Oliveira, Emanuel Andrade Souza, Lucas Clemente Vieira Santos e Matheus Augusto Amaral de Oliveira, que se mostraram verdadeiros irmãos;

Ao meu orientador o Prof. Dr. Mackson Matheus França Nepomuceno, por todos os conselhos acadêmicos e pessoais, por quem tenho grande admiração e respeito.

“Matar o sonho é matarmo-nos. É mutilar a nossa alma. O sonho é o que temos de realmente nosso, de impenetravelmente e inexpugnavelmente nosso.”

(Fernando Pessoa – Livro do Desassossego)

RESUMO

A história da humanidade está intimamente associada à sua capacidade de utilizar e dispor da tecnologia a seu favor. Um dos maiores problemas encontrados durante a narrativa de nossa espécie, foi o de se adaptar e instalar em ambientes totalmente hostis, com poucas e escassas condições de sobrevivência, onde desde os períodos mais remotos da sua trajetória, a raça humana tem buscado sanar os problemas e enfermidades que assolam nossa espécie. Neste sentido, este trabalho teve como objetivo investigar a dinâmica fractal e multifractal das séries temporais fisiológicas provenientes de um paciente com a síndrome da apneia obstrutiva do sono (SAOS), uma patologia cada vez mais frequente no mundo. Para a realização da mesma, foi utilizado o método de médias móveis destendenciadas para multifractais (detrending moving average for multifractals - MFDMA na sigla em inglês), a partir da aplicação do método MFDMA, nas séries temporais de taxa de oxigenação no sangue, frequência cardíaca e volume do tórax de um paciente com a presença da síndrome e de um paciente saudável em relação a presença da síndrome, e da investigação das possíveis correlações entre os parâmetros do espectro multifractal com características fisiológicas das séries. Os resultados sugeriram uma possível identificação da SAOS através da análise dos parâmetros multifractais da frequência cardíaca dos pacientes.

Palavras-chave: Análise Multifractal. Apneia do Sono. MFDMA. Séries Temporais.

ABSTRACT

The history of humanity is closely associated with its ability to use and having the technology in its favor. One of the greatest problems found during the narrative of our specie, was to adapt and to shelter in totally hostile environments, with few and rare survival conditional, where from the most remotes periods of its trajectory, the human race has been trying to correct the problems and diseases that devastate our species. Thus, this work aimed to investigate the fractal and multifractal dynamics of psychological time series from a patient of obstructive sleep apnea syndrome (OSAS), an increasingly frequent pathology in the world. For the implementation of this investigation, was used the method Detrending Moving Average for Multifractals (MFDMA), based on the application of MFDMA in the time series of oxygenation rate in blood, heart rate and chest volume of patient with the syndrome and a heath patient, without the syndrome, and the investigation of the probable between the parameters of the multifractal spectrum with psychological characteristics of the series time. The results were shown as a possible identification of OSAS through the analysis of the patients' heart rate multifractal parameters.

Keywords: Multifractal Analysis. Sleep apnea. MFDMA. Time series.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 – Esquematisação de um reservatório com depósitos de água $\xi(t)$ e descarga média no intervalo de tempo τ , $\langle \xi \rangle_\tau$. Também são ilustrados a diferença acumulada $X(t)$ e o alcance R entre os valores máximos e mínimos de $X(t)$. Fonte: Feder (1988).....19
- Figura 2 – Diagrama ilustrativo para o espectro multifractal demonstrando os parâmetros utilizados no trabalho. Fonte: de Freitas et al. (2016)25
- Figura 3 – Demonstração dos parâmetros calculados através da aplicação do método MFDMA na série temporal completa (intervalo de 1-17000) dos dados relativos a frequência cardíaca de b1.txt original em vermelho. O procedimento shuffled está representado em verde e o procedimento surrogate em azul. Fonte: Elaborada pelo autor.....29
- Figura 4 – Gráficos advindos da aplicação do método MFDMA na série temporal completa (intervalo de 1-17000) de b2.txt para a frequência cardíaca original em vermelho. O procedimento shuffled está representado em verde e o procedimento surrogate em azul. Fonte: Elaborada pelo autor.....30
- Figura 5 – Espectros de singularidade para as demais séries, as superiores correspondem ao volume do tórax (VT), a superior esquerda para o basal e a superior direita para apneia. As inferiores correspondem a taxa de oxigenação do sangue (OX), a inferior esquerda para o basal e a inferior direita para apneia.....31
- Figura 6 – Grau de multifractalidade oriundo da série original dos diversos conjuntos de dados de b1.txt e b2.txt. Os círculos vazados representam os dados obtidos dos pacientes basais e as estrelas, representam os dados para pacientes com apneia. A frequência cardíaca está indicada por FC, o volume do tórax por VT e a taxa de oxigenação do sangue por OX. Fonte: Elaborada pelo autor.....33
- Figura 7 – Destaca a razão de singularidade (C) por grau de assimetria (A) oriundo da série original dos diversos conjuntos de dados de b1.txt e b2.txt. Os círculos vazados representam os dados obtidos dos pacientes basais e as estrelas, representam os dados para pacientes com apneia. A frequência cardíaca está

indicada por FC, o volume do tórax por VT e a taxa de oxigenação do sangue por OX. A cor azul indica a frequência cardíaca (FC), a vermelha indica o volume do tórax (VT) e a verde a taxa de oxigenação do sangue (OX). Fonte: Elaborada pelo autor.....34

Figura 8 – Parâmetros que não apresentaram correlações, os quais não volveram resultados satisfatórios para a caracterização das séries temporais em estudo. Fonte: Elaborada pelo autor.....35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Tabela 1 – Obtida da análise dos dados das séries originais de b1.txt e b2.txt, onde estão agrupados os parâmetros de multifractalidade. Fonte: Elaborada pelo autor.....	32
Tabela 2	–	Tabela 2 - Obtida da aplicação do método shuffled sobre o conjunto de dados b1.txt e b2.txt, onde estão agrupados os parâmetros de multifractalidade. Fonte: Elaborada pelo autor.....	32
Tabela 3	–	Tabela 3 - Obtida da aplicação do método <i>surrogate</i> sobre o conjunto de dados b1.txt e b2.txt, onde estão agrupados os parâmetros de multifractalidade. Fonte: Elaborada pelo autor.....	32

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SAOS	Síndrome da Apneia Obstrutiva do Sono
MFDMA	Detrending Moving Average for Multifractals
MF-DFA	Multifractal detrended fluctuations analysis
BMA	Backward Moving Average
CMA	Centered Moving Average
FMA	Forward Moving Average
FC	Frequência Cardíaca
VT	Volume do Tórax
OX	Taxa de Oxigenação no Sangue

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	15
1.1.	Problema.....	16
1.2.	Objetivos.....	16
1.2.1.	Objetivo Geral.....	16
1.2.2.	Objetivos Específicos.....	17
2.	MÉTODOS DE ANÁLISE EM SÉRIES TEMPORAIS.....	17
2.1.	Expoente de Hurst.....	18
2.2.	O Método MFDMA.....	21
2.2.1.	Parâmetros Multifractais Obtidos da Análise.....	23
2.3.	Histórico e Descrição dos Dados Amostrais.....	26
3.	APLICAÇÃO DO MÉTODO MFDMA SOBRE OS DADOS.....	27
4.	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	28
5.	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS.....	35
6.	REFERÊNCIAS.....	37

1 INTRODUÇÃO

A história da humanidade está intimamente associada à sua capacidade de utilizar e dispor da tecnologia a seu favor. A periodização da história humana separa, por exemplo, a pré-história em idade da pedra e idade dos metais. Podemos dividir quase toda a história da humanidade pela perícia que o homem obteve em usar e manipular dos meios materiais para realizar seus desejos e sanar suas necessidades.

Um dos maiores problemas encontrados durante a história da espécie humana, foi o de se adaptar e instalar em ambientes totalmente hostis, com poucas e escassas condições de sobrevivência, onde desde os períodos mais remotos da história, a raça humana tem buscado sanar os problemas e enfermidades que assolam nossa espécie.

Nos tempos primitivos, a medicina consistia em um ato mágico-sacerdotal e as doenças eram atribuídas a causas sobrenaturais. Somente no século V a.C com o surgimento da medicina Hipocrática, que a mesma foi separada da religião, do apelo sobrenatural e da irracionalidade (REZENDE, 2009). A partir deste ponto, através de caminhos tortuosos, começou a empregar-se a ciência em busca de uma compreensão racional para todas as enfermidades que acometiam o ser humano, e assim, aumentar sua longevidade tratando de suas patologias. Nesse sentido, o uso e aplicação da ciência e tecnologia no estudo de patologias é de suma importância para o desenvolvimento da raça humana.

Uma patologia cada vez mais frequente no mundo é a apneia do sono. Segundo Lima et al (2008), a Síndrome da Apneia Obstrutiva do Sono (SAOS) é uma doença de alta prevalência, acometendo 5% da população ocidental. O fenômeno do sono é essencial à homeostasia e é por meio dele que todo o organismo, incluindo o sistema nervoso central, pode ser renovado. É definido como um processo dinâmico e fisiológico de perda de consciência e inativação da musculatura voluntária, sendo reversível frente a estímulos como, por exemplo, táteis e auditivos (ITO et al., 2005).

Conforme definido pela Academia Americana de Medicina do Sono (American Academy of Sleep Medicine, 1999), a apneia do sono consiste basicamente de paradas respiratórias involuntárias que duram entre vinte a 60 segundos durante o sono dos que sofrem com tal distúrbio. A Síndrome da Apneia Obstrutiva do Sono (SAOS) é uma doença crônica, progressiva, incapacitante, com alta mortalidade e morbidade cardiovascular (MANCINI, 2000). Mesmo não sendo um distúrbio raro, seu diagnóstico ainda é relativamente complicado segundo Young et al. (1997).

O estudo dos distúrbios do sono tornou-se imperativo, visto que os casos são cada vez mais frequentes e que estes prejudicam a qualidade de vida dos indivíduos. Alguns autores investigam possível correlação da SAOS com outras doenças, tais como hipertensão. Como forma de contribuir com a identificação e entendimento deste distúrbio, o presente trabalho traz para o debate a análise estatística da SAOS, baseada na aplicação de um método multifractal denominado, Detrended moving Average for Multifractals (MFDMA) proposto por Gu e Zhou (2010).

Com base nos dados apresentados até então, pode-se destacar a importância da utilização de métodos de análise estatística sobre o assunto supracitado, a qual foi exitosamente utilizada em diversas outras áreas do conhecimento, tais como comportamento cardíaco IVANOV *et al.* (1999) e Ondas Gravitacionais NEPOMUCENO (2016). De modo a contribuir com a identificação e entendimento deste distúrbio, a presente pesquisa desponha a análise estatística baseada na aplicação de um método multifractal, denominado, Detrended moving Average for Multifractals (MFDMA), proposto por Gu e Zhou (2010). Tal método é eficaz na análise de séries temporais que apresentem ou não comportamento estacionário ou que contenham não linearidades em sua composição. Sendo assim, mediante o que foi exposto anteriormente, surge o seguinte problema.

1.1 PROBLEMA

A apneia do sono é um distúrbio de alta prevalência no mundo. Cerca de dois milhões de casos todo ano são descobertos no Brasil. Geralmente, para tal diagnóstico são usados exames em multicanais que envolvem eletroencefalograma, eletromiografia, eletrocardiograma, bem como medição dos índices de oxigenação do sangue e volume do tórax como reportado por Penzel *et al.* (2010). O diagnóstico é difícil e caro para se realizar, demandando uma equipe especializada com aparelhos adequados.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Investigar a dinâmica fractal e multifractal das séries temporais fisiológicas provenientes de um paciente com a síndrome da apneia obstrutiva do sono (SAOS).

1.2.2 Objetivos Específicos

- Implementação computacional dos métodos de análise fractal e multifractal nas séries temporais;
- Comparação do comportamento das séries do paciente que possui apneia do sono, com séries fisiológicas de paciente com ausência deste distúrbio;
- Cálculo dos parâmetros do espectro multifractal de acordo com a proposição de De Freitas *et al.* (2016);
- Investigar possíveis correlações entre os parâmetros do espectro multifractal com características fisiológicas das séries;

2 MÉTODOS DE ANALISE EM SÉRIES TEMPORAIS

A capacidade de mensurar grandezas e objetos, de medir e compreender o meio que o circunda é tanto uma capacidade como uma necessidade humana. Desde os pastores de ovelhas que utilizavam pedras para contar seus rebanhos, até a criação de calendários solares, a exemplo dos maias, que desenvolveram o seu calendário de forma precisa baseada no ciclo solar para, entre outras coisas, determinar datas favoráveis para a agricultura (AVENI, 2002).

Com a evolução e desenvolvimento da sociedade, necessitou-se de métodos cada vez mais eficientes para resolver os intrincados problemas. O estudo e compreensão do comportamento de uma variável ao longo do tempo sempre foi do interesse da humanidade, seja das posições dos astros no céu ou dos períodos de estiagens de um rio. Os estudos sobre séries temporais ganharam endosso com o desenvolvimento de métodos matemáticos através de décadas de pesquisas e contribuições de diversos cientistas. Pode-se destacar os trabalhos pioneiros realizados por Edwin Hurst e seus estudos sobre persistência de séries temporais.

As origens dos estudos fractais se dá com Mandelbrot, considerado o pai da geometria fractal. Este preocupou-se em estudar as propriedades de séries temporais baseando-se nos estudos realizados por Hurst da década anterior (HURST, 1951). Em 1967 utilizou-se da mesma para fazer a medição da costa da Inglaterra (MANDELBROT, 1967). Ao criar a geometria fractal, Mandelbrot estabeleceu as bases para o estudo de formas fragmentadas e irregulares, revolucionando assim a geometria, que permanecia a mesma desde 400 a.C. com as ideias de Euclides. Os estudos sobre fractalidade a partir da década de 80 permitiram inúmeros avanços no desenvolvimento de técnicas de análise fractal e multifractal. Desde então, vários métodos de análise fractal (ligado ao conceito de autossimilaridade – na qual apenas um expoente de

escala, geralmente o expoente de Hurst, é suficiente para caracterizar o comportamento da série) e multifractal (ligado ao conceito de autoafinidade – na qual vários expoentes de escalas são necessários para caracterizá-la ou quando o comportamento de escala é diferente para regiões diversas da série temporal) foram desenvolvidos e aplicados para elucidar inúmeros problemas importantes. A seguir, serão discutidos alguns dos diversos métodos para análise fractal, como análise Wavelet (SCARGLE, 1982), análise de flutuação PENG *et al.* (1992), método DFA, PENG *et al.* (1994) e DMA, ALESSIO *et al.* (2002), o expoente de Hurst e a análise R/S (HURST, 1951).

2.1 Expoente de Hurst

Em 1906, o governo Britânico nomeou o Engenheiro Harold Edwin Hurst, para trabalhar no Cairo, no projeto de uma represa de água no rio Nilo, no qual dispendeu quase que toda a sua vida estudando os problemas relacionados com a armazenagem de água, deparando-se com o problema de controle da vazão do reservatório (SUTCLIFFE, 1979).

Hurst foi o primeiro a perceber a presença de correlações entre eventos passados e futuros, analisando a dependência duradoura nos volumes de altas e baixas do rio Nilo (HURST, 1951, p.770-779). Posteriormente, Benoit Mandelbrot, em meados da década de 60, aprofundou-se no tema, acreditando ser possível replicar a metodologia utilizada por Hurst para outras áreas, como a das finanças.

A figura 1 demonstra os parâmetros utilizados por Hurst em sua análise. Considerando um reservatório com depósitos de água $\xi(t)$, com volume médio $\langle \xi(t) \rangle_\tau$:

$$\langle \xi(t) \rangle_\tau = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} \xi(t) \quad (1)$$

em que deve ser liberado durante o período de tempo τ analisado.

Considerando $X(t, \tau)$ como sendo a diferença acumulada entre o fluxo de entrada $\xi(t)$ e a descarga média anual $\langle \xi(t) \rangle_\tau$ no reservatório, para $\tau \geq t \geq 1$, tem-se:

$$X(t, \tau) = \sum_{u=1}^t [\xi(t) - \langle \xi(t) \rangle_{\tau}] \quad (2)$$

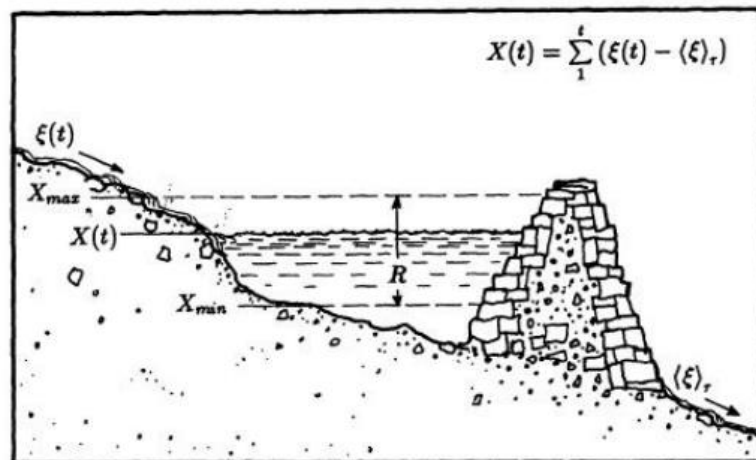
Em que o alcance (R) pode ser determinado por:

$$R(\tau) = \max_{1 \leq t \leq \tau} [X(t, \tau)] - \min_{1 \leq t \leq \tau} [X(t, \tau)] \quad (3)$$

E o desvio padrão (S), por:

$$S(\tau) = \left(\frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} [\xi(t) - \langle \xi(t) \rangle_{\tau}]^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

Figura 1 - Esquemática de um reservatório com depósitos de água $\xi(t)$ e descarga média no intervalo de tempo τ , $\langle \xi \rangle_{\tau}$. Também são ilustrados a diferença acumulada $X(t)$ e o alcance R entre os valores máximos e mínimos de $X(t)$.



Fonte: Feder (1988).

Os estudos e resultados obtidos por Hurst deram origem a um método amplamente utilizado em análises de séries temporais, divulgado em 1951, a Análise do Alcance Reescalado, ou simplesmente Análise R/S. As observações de Hurst sobre os dados coletados, a partir da teoria do movimento Browniano de Feller (FELLER, 1951), levaram-no a conclusão

de que a razão adimensional do alcance da série (R) pelo desvio padrão (S), caso os dados oriundos da série temporal fossem aleatórios (randômicos), deveria seguir uma lei de escala do tempo de análise dos dados com expoente igual a 1/2, HURST *et al.* (1965).

$$R/S = ks^H \quad (5)$$

Onde s é a janela temporal, onde a análise de dados é realizada, e k é a constante de proporcionalidade que permite a igualdade da equação. A análise R/S leva ao expoente de Hurst, o qual pode assumir valores de $0 < H < 1$. Para $H = 1/2$, temos um processo aleatório. Para $0 < H < 1/2$, temos um processo antipersistente com correlação de curto prazo entre os dados, e para $1/2 < H < 1$, temos um processo persistente, com correlação de longo prazo entre os dados. A análise de Hurst foi bastante exitosa, tendo seus estudos e análises gerados diversos trabalhos importantes, que vão desde a economia (MALAVOGLIA, 2009), até anomalias na temperatura global (MALI, 2016).

Neste mesmo sentido, com o desenvolvimento da geometria fractal por Mandelbrot, grandes trabalhos foram realizados através dos diversos métodos de análise fractal e multifractal desenvolvidas desde então. Contudo, devido à ineficiência da aplicação do método supracitado sobre séries não estacionárias, as quais apresentam tendências, presentes no objeto de estudo, será dada ênfase ao método aplicado e suas características. De forma geral, pode-se distinguir os diversos métodos de análise através da forma com que a tendência da série é extraída e se a série apresenta autossimilaridade, podendo ter seu comportamento explicado através de um único expoente de escala, comportamento fractal, ou autoafinidade, tendo o comportamento de sua série explicado através de uma pluralidade de expoentes de escala, comportamento multifractal.

Vários métodos foram desenvolvidos para a análise estatística de sinais estocásticos fractais e multifractais. Cada um destes métodos, baseia-se em distintas formas de destendenciar a série original e caracterizá-la através de um (sinal fractal), ou vários expoentes de escala (sinal multifractal). Devido à autoafinidade dos dados selecionados para a devida pesquisa, necessitou-se recorrer a métodos de análise multifractal. A seguir será discutido o método adotado para a análise proposta por este trabalho.

2.2 O Método MFDMA

Em 2010, Gu e Zhou (2010) desenvolveram o método de médias móveis destendenciadas para multifractais (detrending moving average for multifractals - MFDMA na sigla em inglês) aperfeiçoando o método MF-DFA, que consiste na análise de flutuação destendenciada para multifractais (Multifractal detrended fluctuations analysis, MF-DFA, na sigla em inglês). Neste mesmo trabalho Gu e Zhou (2006), introduziram um parâmetro θ que defini como a média móvel seria calculada. Sua aplicação, apesar de relativamente recente, tem sido realizada em inúmeras áreas, como medidas de temperatura global (MALI, 2016), processamento de imagens com textura WANG *et al.* (2014) e ondas gravitacionais (NEPOMUCENO, 2016).

Para o processamento dos dados ser efetuados, deve-se seguir o algoritmo apresentado por Gu e Zhou (2010). Primeiramente, calcula-se o perfil $Y(j)$ para uma medida $x_i = 1, 2, \dots, N$ e para $j = 1, 2, \dots, N$:

$$Y(j) = \sum_{i=1}^j (x_i - \langle x \rangle) \quad (6)$$

O Próximo passo trata de em calcular a média móvel em uma janela móvel $\tilde{Y}(j)$:

$$\tilde{Y}(j) = \frac{1}{s} \sum_{k=-\lfloor (s-1)\theta \rfloor}^{\lfloor (s-1)(1-\theta) \rfloor} Y(j-k) \quad (7)$$

Onde s é o fator de escala, $\lfloor s \rfloor < s$ é o maior número inteiro, $\lfloor s \rfloor > s$ é o menor número inteiro e θ é o parâmetro de posição, que pode assumir valores entre 0 e 1. Contudo, os autores utilizaram três valores no trabalho de proposição deste método.

1) $\theta = 0$: denominada de backward moving average (ou BMA). Esta maneira de se calcular a média móvel significa que a janela móvel $\tilde{Y}(j)$ está sendo calculada sobre o passado da série temporal;

2) $\theta = 0,5$: denominada centered moving average (ou CMA). Implica em considerar pontos do passado e do futuro de cada janela móvel de tamanho s ;

3) $\theta = 1$: significa calcular a média móvel para dados no futuro de cada janela móvel. Esta forma é denominada de forward moving average (ou FMA). O trabalho de Gu e Zhou (2010) mostrou que a análise apresenta um melhor desempenho quando se considera $\theta = 0$. Para tal conclusão, os autores construíram séries sintéticas com parâmetros conhecidos e aplicaram o método MFDMA com diversos valores para o parâmetro de posição θ . A análise que retornou valores mais próximos aos iniciais foi para $\theta = 0$.

Após determinado o valor do parâmetro de posição, deve-se prosseguir retirando a tendência da série, obtendo-se a sequência residual da série $\varepsilon(i)$:

$$\varepsilon(i) = Y_i(j) - \tilde{Y}_i(j) \quad (8)$$

com a condição de $s - \lfloor (s-1)\theta \rfloor \leq i \leq N - \lfloor (s-1)\theta \rfloor$.

Para que se possa calcular a função de flutuação no segmento v dada por F_v^2 , deve-se dividir a série residual em $N_s = \lfloor \frac{N}{s-1} \rfloor$ segmentos não sobreposto de tamanho igual s , onde,

$$F_v^2 = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s [\varepsilon_v(i)]^2 \quad (9)$$

Dessa forma, a função de flutuação de q -ésima ordem pode ser generalizada para

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^s [F_v^2(s)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}} \quad (10)$$

onde q pode assumir qualquer valor real, exceto 0. Para $q = 0$, deve-se utilizar a regra de L'Hospital, onde encontra-se

$$F_q(s) = \exp \left\{ \frac{1}{2N} \sum_{i=s}^s \ln[F_v^2(s)] \right\} \quad (11)$$

Deve-se investigar o comportamento de escala da função de flutuação global $F_q(s)$. Caso a série apresente comportamento de escala, pode-se determinar a relação entre $F_q(s)$ e s através da lei de potência

$$F_q(s) \propto s^{h(q)} \quad (12)$$

em que $h(q)$ é o expoente generalizado de Hurst e está associado com o expoente de Renyi $\tau(q)$,

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \quad (13)$$

caso o expoente de Renyi $\tau(q)$ seja uma função não linear de q , a série tem natureza multifractal. Por fim, obtém-se, via transformada de Legendre (FEDER, 1988), o grau de singularidade da função $\alpha(q)$ e o espectro multifractal $f(\alpha)$, definidos como:

$$\alpha(q) = \frac{d\tau(q)}{dq} \quad (14)$$

e

$$f(\alpha) = q\alpha - \tau(q). \quad (15)$$

2.2.1 Parâmetros Multifractais Obtidos da Análise

Destarte, serão apresentados um conjunto de quatro parâmetros multifractais, propostos por De Freitas *et al.* (2016), os quais serviram para descrever e caracterizar as séries temporais objeto de estudo. São eles:

1) Grau de assimetria (A), quantificado através da relação

$$A = \frac{\alpha_{max} - \alpha_0}{\alpha_0 - \alpha_{min}} \quad (16)$$

onde, em α_0 , tem-se $f(\alpha)$ máximo. O índice A apresenta três valores possíveis, $A > 1$, $0 < A < 1$ e $A = 1$. Para o primeiro intervalo ($A > 1$), tem-se um lado direito mais oblíquo, com a dilatação da diversidade lateral direita em relação ao eixo de simetria; para o segundo ($0 < A <$

1), tem-se um lado esquerdo mais oblíquo, com o alargamento do lado esquerdo, em relação ao eixo de simetria, e por fim, para a terceira ($A=1$), simétrica.

2) Grau de Multifractalidade ($\Delta\alpha$), representado através da relação

$$\Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min}, \quad (17)$$

onde α_{max} e α_{min} , são, respectivamente, os expoentes de Holder, máximo e mínimo, onde $q \rightarrow \pm\infty$. Um alto valor de $\alpha(q)$ indica uma baixa multifractalidade (de Freitas & De Medeiros 2009).

3) Razão de Singularidade C, é caracterizado através da razão entre $\Delta f_l(\alpha)$ e $\Delta f_r(\alpha)$

$$C = \frac{\Delta f_l}{\Delta f_r} \quad (18)$$

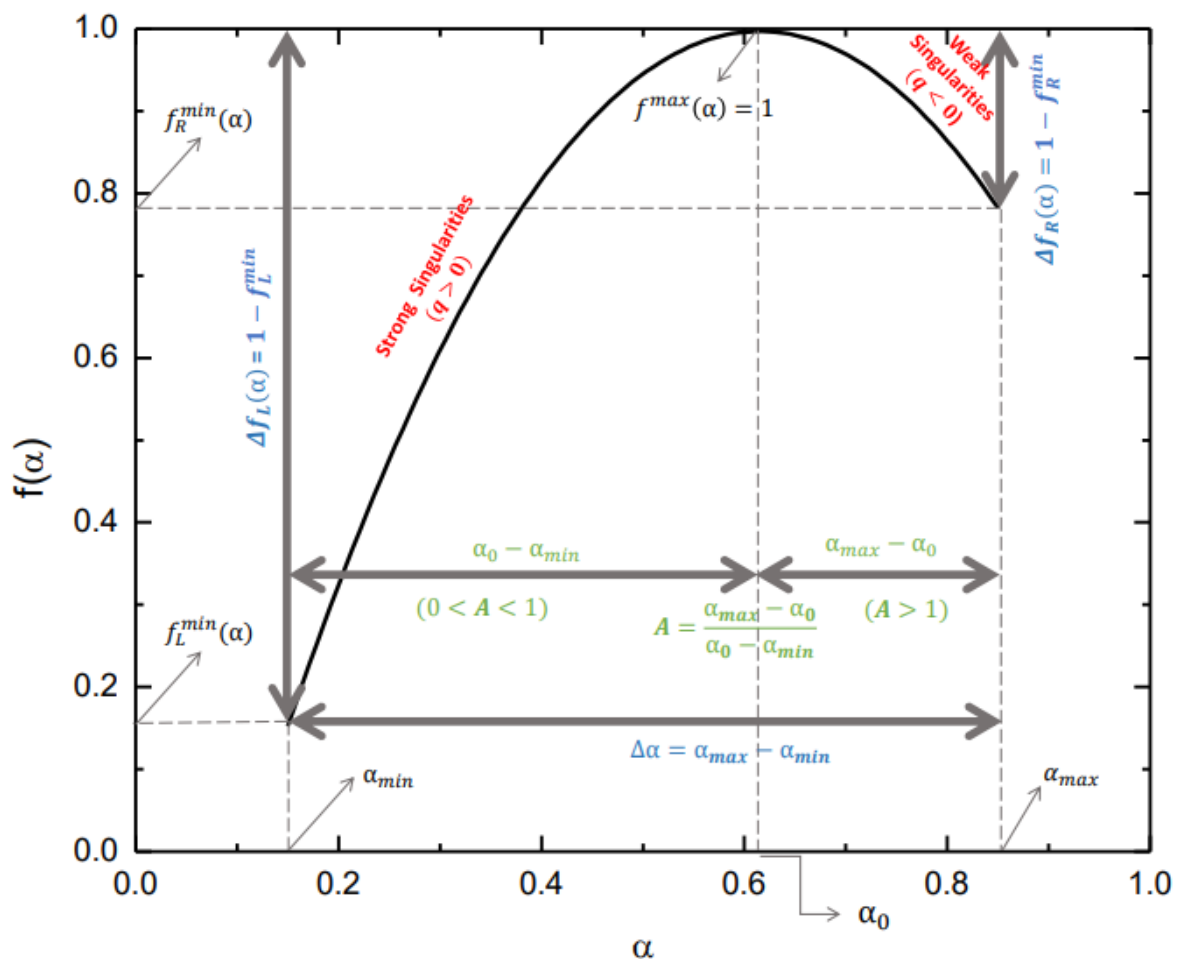
onde Δf_l representa a diferença entre o $f^{max}[\alpha(q=0)]$ e o mínimo valor de $f[\alpha]$ a esquerda, e Δf_r representa a diferença entre o $f^{max}[\alpha(q=0)]$ e o mínimo valor de $f[\alpha]$ a direita. O índice C pode corresponder a dois valores, $C < 1$, que indica que ocorreu truncamento no lado esquerdo, ou seja, uma calda direita mais alongada, e $C > 1$, o qual indica haver o truncamento no lado direito, com uma calda esquerda mais alongada. Em relação ao tamanho da calda, direita ou esquerda, podemos inferir duas conclusões em relação a multifractalidade da série temporal como mencionado por Ihlen (2012). Uma diversidade lateral direita alta, indica haver uma baixa sensibilidade da multifractalidade da série temporal a flutuações locais de alta magnitude. Já para uma cauda esquerda alongada (diversidade lateral esquerda alta), indica haver baixa sensibilidade há flutuações locais de baixa magnitude.

4) Expoente de Hurst (H), pode ser obtido através do expoente de Hurst generalizado de segunda ordem $h(q=2)$, obtido do espectro multifractal. Pode-se assumir dois valores para distinguir sinais estacionários e não estacionários. Para sinais estacionários, $H = h(2)$, e para sinais não-estacionários apresentam $H = h(2) + 1$. Contudo, há uma forma de distinguir entre os dois tipos de sinais, nesse caso, pode se fazer uso do expoente de escala do espectro de

potência de Fourier, o expoente β^1 . Por fim, podemos inferir, como relatado em De Freitas *et al.* (2013a), quando H assume valores entre 0,5 e 1, há uma dependência de longo alcance, com aumento de persistência para valores mais próximos de 1; já para $H = 0,5$, tem-se uma série aleatória. Para H próximo a zero, redução da persistência da série.

Por conseguinte, pode-se verificar na figura abaixo a descrição dos parâmetros multifractais utilizados para perfazer a análise dos dados sobre as séries temporais objeto de estudo. O diagrama didático permite uma melhor compreensão dos parâmetros multifractais estudados nesta secção

Figura 2 - Diagrama ilustrativo para o espectro multifractal demonstrando os parâmetros utilizados no trabalho.



Fonte: de Freitas *et al.* (2016).

¹ Para uma análise mais detalhada, ver Seuront 2010.

2.3 Histórico e Descrição dos Dados Amostrais

Os primeiros relatos da apneia do sono aludem ao século 19, com sua primeira descrição atribuída ao escritor inglês Charles Dickens, publicada em 1836, em sua obra “The Posthumous Papers of the Pickwick Club” (DICKENS, 1836), a qual relatava a história de Joe, um garoto obeso que ressonava alto na maior parte do tempo. A partir de 1918, Sir William Osler utilizou o termo “Pickwickian”, o qual descrevia pacientes obesos com hipersonolência. O termo “Pickwickiano” foi introduzido, em meados de 1956, por Burwell et al. para aclarar de forma científica pacientes obesos e sonolentos. Apenas por volta de 1973, Christian Guilleminault cunhou o termo Síndrome da Apnéia Obstrutiva do Sono (SAOS), reunindo conhecimentos sobre sinais, sintomas e causas, descrevendo-a também em pacientes não obesos e crianças, deslindando dos achados anteriores da síndrome da hipoventilação do obeso. Estudos e pesquisas sobre este distúrbio do sono, bem como sua correlação com diversas outras doenças, seguiram por décadas, como a hipertensão arterial sistêmica (DRAGER, 2002), alterações cardiovasculares WIGGERT GT *et al.* (2010) e diabetes KATSUMATA *et al.* (1988), por exemplo. A seguir, será explanado sobre o banco de dados empregados na referente pesquisa.

O banco de dados utilizado é de domínio público, fazendo parte de um conjunto de dados multivariados registrados de um paciente no laboratório do sono do Hospital Beth Israel (agora o Centro Médico Beth Israel Deaconess) em Boston, Massachusetts. Este conjunto de dados foi extraído do registro slp60 do Banco de Dados Polissonográficos do MIT-BIH, RIGNEY *et al.* (1993). Os dados são apresentados em forma de texto e foram divididos em duas partes sequenciais, b1.txt, referente aos dados com presença da apneia, e b2.txt, referente aos basais (o termo basal foi utilizado para representar o grupamento dos dados dos pacientes saudáveis sem a presença da apneia). Cada linha contém amostras simultâneas de três parâmetros; o intervalo entre amostras em linhas sucessivas é de 0,5 segundos. A primeira coluna é a frequência cardíaca (FC), a segunda é o volume do tórax (VT) e a terceira é a concentração de oxigênio no sangue (medida pela oximetria da orelha, OX). A frequência de amostragem para cada medição é de 2 Hz (ou seja, o intervalo de tempo entre medições em linhas sucessivas é de 0,5 segundos). O conjunto de dados utilizados contém 34.000 pontos de medição dos seguintes parâmetros: frequência cardíaca, volume torácico e concentração de oxigênio no sangue do paciente dormindo.

A frequência cardíaca foi determinada pela localização dos complexos QRS usando um detector automatizado de batimentos, medindo os intervalos RR (os intervalos de tempo entre

complexos QRS sucessivos no eletrocardiograma), tomando os recíprocos e convertendo a série de recíprocos para uma série com amostras em intervalos de tempo iguais por interpolação usando o tacômetro.

A respiração e os dados de oxigênio no sangue são dados em unidades conversoras analógico-digitais não calibradas. Esses sinais foram originalmente amostrados em 250 Hz; as amostras de 2 Hz dadas aqui foram derivadas pela soma de 20 amostras (80 milissegundos) de cada sinal original em janelas centradas nos tempos correspondentes às amostras de frequência cardíaca.

Entre aproximadamente 4 horas e 30 minutos e 4 horas e 34 minutos desde o início do arquivo, os sensores foram desconectados. O paciente é um homem adulto de 49 anos que possui o distúrbio. A duração da coleta dos dados foi de 4 horas aproximadamente. Os dados selecionados foram aleatoriamente retirados de um conjunto de 60 sujeitos masculinos, portadores e não portadores da síndrome da apneia do sono, a partir deste conjunto de dados foram selecionados os dois indivíduos que compõem a base de dados, um portador da síndrome e outro que não possui o distúrbio. As idades médias dos sujeitos foram de 40 anos (intervalo: 32-56 anos), (ICHIMARU, 1999).

3 APLICAÇÃO DO MÉTODO MFDMA SOBRE OS DADOS

O algoritmo descrito na secção 2.2 para o método MFDMA foi escrito na linguagem de programação MATLAB 2015b, bem como os métodos e parâmetros descritos abaixo, onde os códigos foram adaptados para investigar a dinâmica fractal das séries analisadas.

Como forma de se investigar a fonte de multifractalidade presente nas séries temporais foram utilizados dois procedimentos descritos em De Freitas *et al.* (2017). O primeiro, denominado *shuffled*, consiste no embaralhamento na ordem dos dados na série temporal. Este processo destrói a memória que pode estar presente na série temporal, sendo essa característica, uma das duas fontes possíveis de multifractalidade. Se for exitoso, o método *shuffled* levará ao valor nulo do grau de multifractalidade no espectro de singularidade, caso contrário esta não é a fonte de multifractalidade presente na série temporal. O segundo, denominado *surrogate*, embaralha a fase da transformada de Fourier aplicada sobre a série original. Quando este método ocasiona a eliminação da multifractalidade na série, conclui-se que a presença de termos não lineares é a única fonte de multifractalidade daquela série. Caso as duas fontes

estejam presentes, observa-se apenas uma diminuição no grau de multifractalidade na série com aplicação do método *shuffled*. De forma geral, o método *shuffled* destrói a memória do sistema sem afetar a distribuição de probabilidade da função, já o *surrogate*, preserva as propriedades lineares da série real, eliminando as não-linearidades.

Posteriormente os parâmetros propostos por De Freitas (2016) foram calculados. São eles: expoente de Hurst H , grau de multifractalidade $\Delta\alpha$, grau de assimetria A e a razão de singularidade C , todos retirados do espectro de singularidade multifractal. Cada um destes parâmetros traz informações sobre o comportamento multifractal da série.

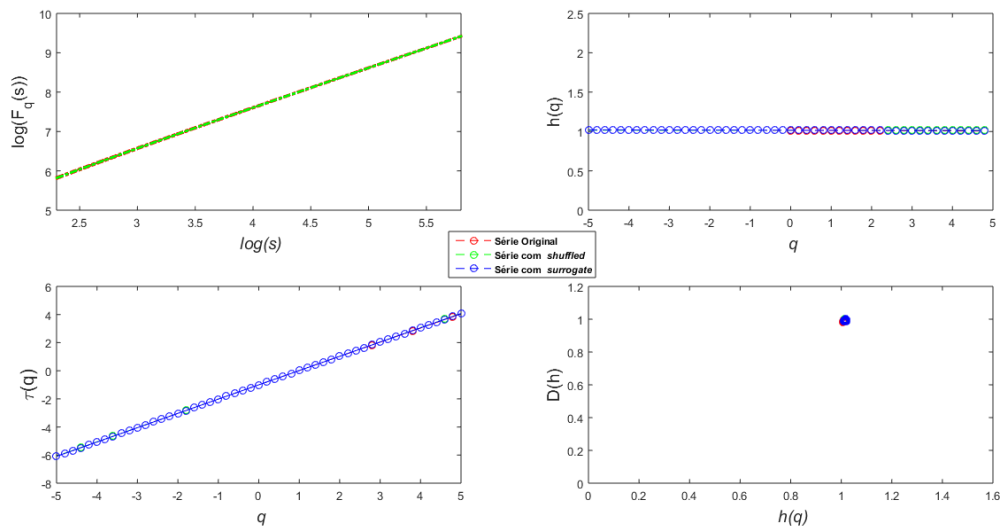
Possíveis correlações entre os parâmetros advindos da análise multifractal, bem como destes parâmetros com características fisiológicas dos pacientes com e sem apneia do sono, foram investigados. Isto poderá ser eficaz não só na identificação do distúrbio, mas também na investigação causa-efeito do processo que apresenta seu ápice nas paradas respiratórias sofridas pelo paciente.

Foram realizados ajustes na série original, foi realizado um corte para preservar os dados de 1-17000 (cortes realizados nos intervalos 01-7000, 6001-14000 e 9001-17000) para retirar irregularidades na série original causadas pelo desligamento dos aparelhos. Não foram feitas interpolações nos dados analisados. No próximo capítulo são apresentados os principais resultados e discussões advindos da análise multifractal sobre estes dados.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir da análise das séries *b1.txt* e *b2.txt*, após a aplicação dos dois métodos sobre o conjunto de dados, obteve-se as figuras 3 e 4, referentes à análise das séries *b1.txt* e *b2.txt*, respectivamente. Os gráficos representados na figura nos trazem informações sobre a investigação do comportamento da série. O gráfico superior esquerdo permite analisar o comportamento de escala da função de flutuação, e os gráficos superior direito e inferior esquerdo, respectivamente, permitem investigar a dependência em q do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ e do expoente de Renyi $\tau(q)$. O painel inferior direito expõe o espectro de multifractalidade.

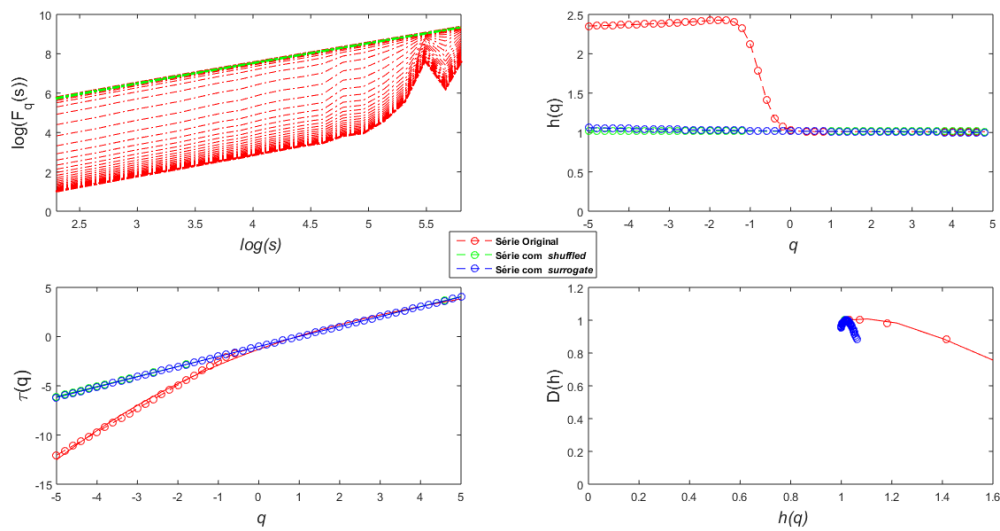
Figura 3 - Demonstração dos parâmetros calculados através da aplicação do método MFDMA na série temporal completa (intervalo de 1-17000) dos dados relativos a frequência cardíaca de b1.txt original em vermelho. O procedimento shuffled está representado em verde e o procedimento surrogate em azul.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir da análise dos gráficos da figura 3, em relação ao comportamento das séries temporais da frequência cardíaca dos pacientes com apneia do sono, pode-se notar uma forte fractalidade presente nos dados, destacando o comportamento de escala da função de flutuação, apresentando linearidade, e não diversos valores de H para valores de escala distintas, uma clara independência dos valores de H e do expoente $\tau(q)$ em relação a q , apresentando uma relação de proporcionalidade, presente em séries fractais. E por fim, o espectro de multifractalidade demonstra um só valor para o expoente de Hurst.

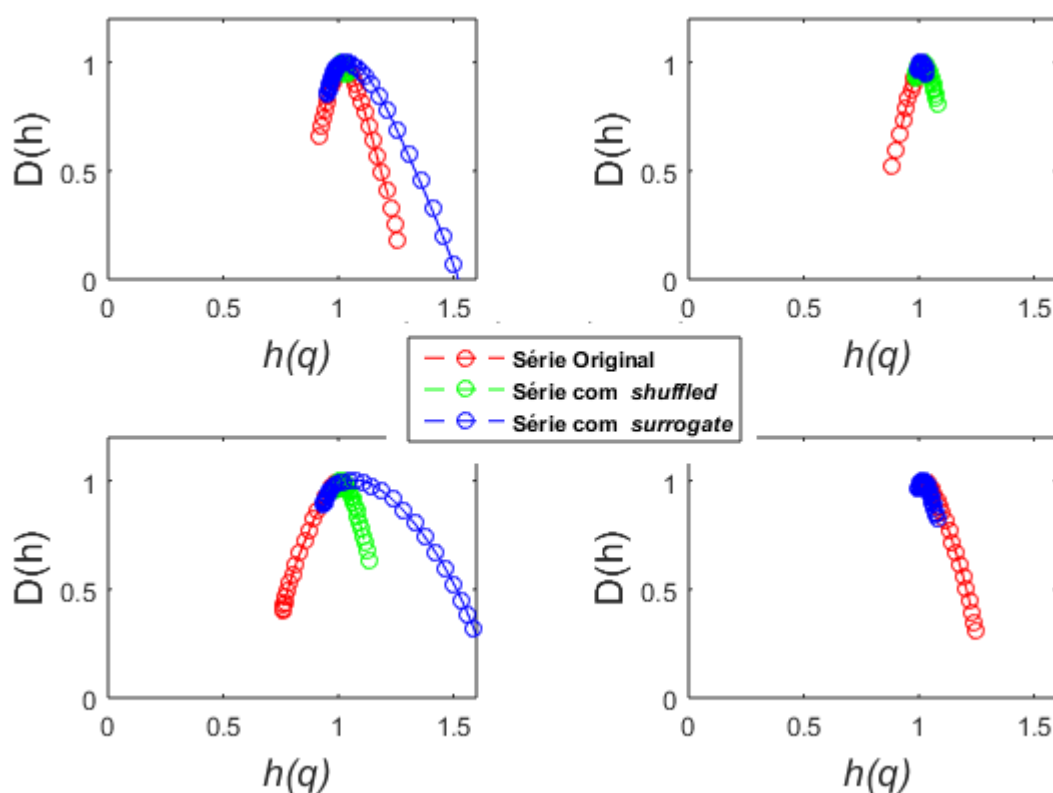
Figura 4 – Gráficos advindos da aplicação do método MFDMA na série temporal completa (intervalo de 1-17000) de b2.txt para a frequência cardíaca original em vermelho. O procedimento shuffled está representado em verde e o procedimento surrogate em azul.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Já a figura 4, exibe diversos valores para o comportamento de escala da função de flutuação, apresentando diversos valores de H em escalas distintas, uma visível dependência dos valores de H e do expoente $\tau(q)$ em relação a q . Já em relação ao espectro de multifractalidade, pode-se notar valores distintos para o expoente H . Neste caso podemos constatar a presença de multifractalidade para séries temporais da frequência cardíaca de pacientes basais, retornando resultados distintos aos que foram apresentados na figura 3.

Figura 5 – Espectros de singularidade para as demais séries, as superiores correspondem ao volume do tórax (VT), a superior esquerda para o basal e a superior direita para apneia. As inferiores correspondem a taxa de oxigenação do sangue (OX), a inferior esquerda para o basal e a inferior direita para apneia.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Destarte, a figura 5 desponta as demais séries, onde estão discriminados os graus de multifractalidade para o volume do tórax (VT) e a taxa de oxigenação do sangue (OX), com apneia e basal. Os resultados foram menos significativos do que os encontrados para a frequência cardíaca (FC). Pode-se constatar a presença de multifractalidade para séries temporais dos painéis esquerdos, relativos aos dados basais. Contudo, de forma menos relevante dos encontrados para a frequência cardíaca.

Da mesma forma, com a aplicação do método sobre o conjunto de dados (b1.txt e b2.txt), montou-se as seguintes tabelas.

Tabela 1 – Obtida da análise dos dados das séries originais de b1.txt e b2.txt, onde estão agrupados os parâmetros de multifractalidade.

Original	FC	VT	OX
----------	----	----	----

	Apneia	Basal	Apneia	Basal	Apneia	Basal
H	1,0109	1,0111	1,0038	0,9974	1,0082	0,9127
$\Delta\alpha$	0,0126	1,4179	0,1384	0,3469	0,2466	0,2686
A	0,6614	62,4866	0,1135	2,5291	14,9119	0,0664
C	0,9894	15,5244	0,5391	3,7509	3,2084	0,4192
fL	0,0214	0,0142	0,4777	0,3402	0,0227	0,596
fR	0,0110	0,9365	0,0312	0,8241	0,6954	0,0363

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 2 - Obtida da aplicação do método *shuffled* sobre o conjunto de dados b1.txt e b2.txt, onde estão agrupados os parâmetros de multifractalidade.

Shuffle	FC		VT		OX	
	Apneia	Basal	Apneia	Basal	Apneia	Basal
H	1,0150	1,0145	1,0012	1,0101	1,0143	0,9981
$\Delta\alpha$	0,0010	0,0043	0,0956	0,0306	0,0040	0,1436
A	1,0322	1,3033	2,0887	1,8664	1,1670	4,5863
C	1,0000	1,0017	1,1463	1,0346	1,0008	1,5000
fL	0,0012	0,0044	0,0692	0,0242	0,0045	0,0457
fR	0,0012	0,0061	0,188	0,0569	0,0053	0,3638

Fonte: Elaborada pelo autor.

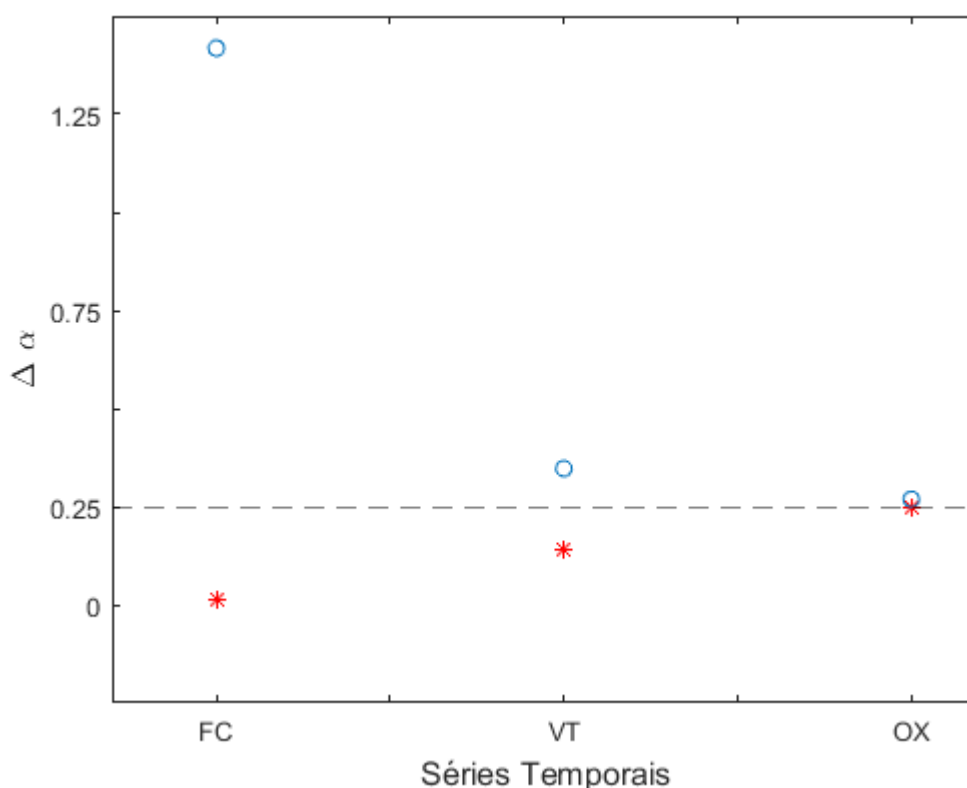
Tabela 3 - Obtida da aplicação do método *surrogate* sobre o conjunto de dados b1.txt e b2.txt, onde estão agrupados os parâmetros de multifractalidade.

Sur	FC		VT		OX	
	Apneia	Basal	Apneia	Basal	Apneia	Basal
H	1,0137	1,0090	1,0057	0,9840	1,0073	0,9501
$\Delta\alpha$	0,0100	0,0613	0,0364	0,6789	0,0792	0,7525
A	1,0898	1,9635	1,4700	8,5075	3,1908	5,9156
C	1,0007	1,0703	1,0235	-1,9990	1,1706	-34,3706
fL	0,0118	0,0460	0,0344	0,1422	0,0374	0,1098
fR	0,0125	0,1087	0,0566	1,4291	0,1777	1,0259

Fonte: Elaborada pelo autor.

O conjunto de dados apresentados nas tabelas foi utilizado para buscar correlações entre os dados. Tendo em vista a análise dos dados obtidos nas séries originais, apresentados na Tabela 1, foi possível construir as diversas figuras que serão descritas a seguir.

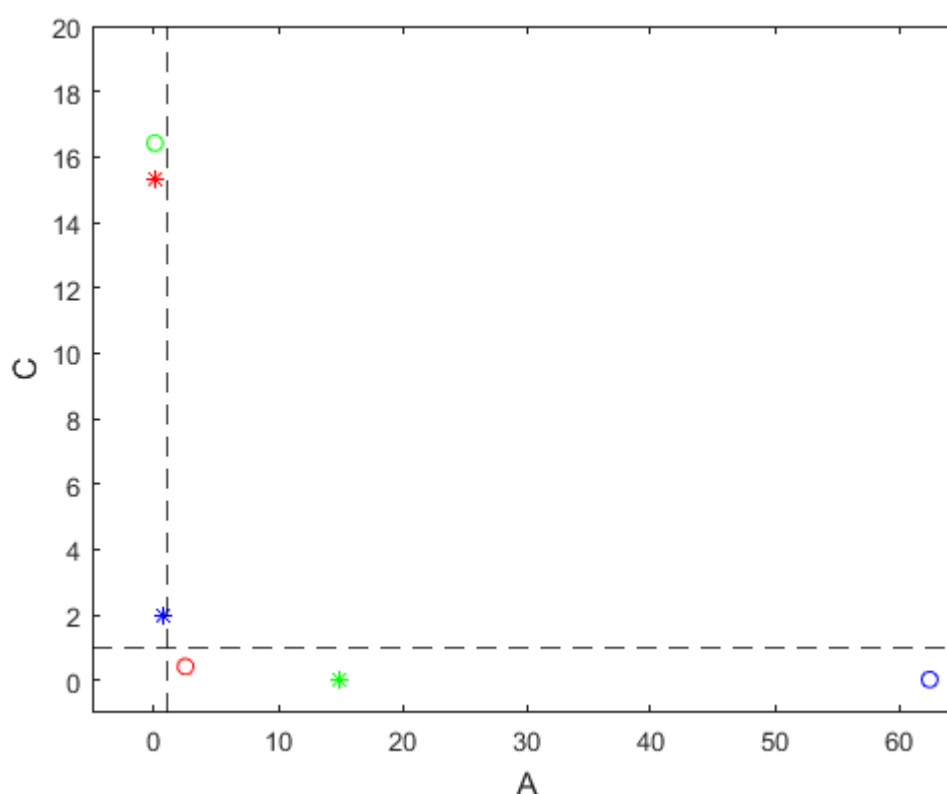
Figura 6 – Grau de multifractalidade oriundo da série original dos diversos conjuntos de dados de `b1.txt` e `b2.txt`. Os círculos vazados representam os dados obtidos dos pacientes basais e as estrelas, representam os dados para pacientes com apnea. A frequência cardíaca está indicada por FC, o volume do tórax por VT e a taxa de oxigenação do sangue por OX.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Podemos perceber, através da figura 6, que o grau de multifractalidade $\Delta\alpha$ separa de forma visível os dois grupos de estudo, os dados oriundos de pacientes com apnea dos basais. Vale destacar que a frequência cardíaca (FC) e, em menor grau, o volume do tórax (VT), mostram-se significativamente relevantes para a caracterização da apnea do sono. Já a taxa de oxigenação do sangue (OX) não volveu resultados apreciativos.

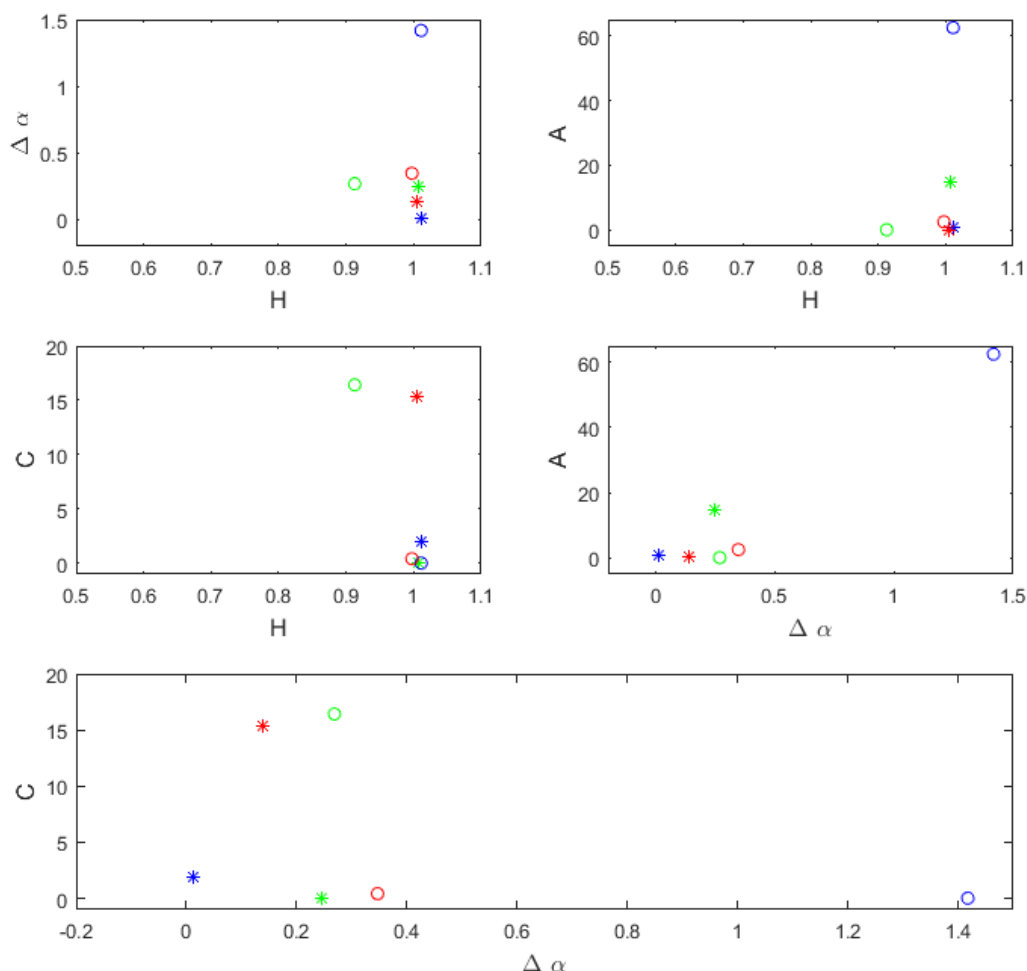
Figura 7 – Destaca a razão de singularidade (C) por grau de assimetria (A) oriundo da série original dos diversos conjuntos de dados de b1.txt e b2.txt. Os círculos vazados representam os dados obtidos dos pacientes basais e as estrelas, representam os dados para pacientes com apnea. A frequência cardíaca está indicada por FC, o volume do tórax por VT e a taxa de oxigenação do sangue por OX. A cor azul indica a frequência cardíaca (FC), a vermelha indica o volume do tórax (VT) e a verde a taxa de oxigenação do sangue (OX).



Fonte: Elaborada pelo autor.

Destarte, analisando a figura 7, podemos notar o agrupamento para $C > 1$ e $0 < A < 1$ da frequência cardíaca (FC) e do volume do tórax (VT) dos dados referente aos pacientes com apneia. Já para $C < 1$ e $A > 1$, temos o agrupamento dos dados oriundos dos pacientes basais, para o volume do tórax (VT) e frequência cardíaca (FC). Novamente destacamos através da análise dos dados, que a taxa de oxigenação no sangue (OX), comportou-se de forma inversa aos demais dados.

Figura 8 – Parâmetros que não apresentaram correlações, os quais não volveram resultados satisfatórios para a caracterização das séries temporais em estudo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Por conseguinte, a figura 8 mostra o agrupamento dos painéis com parâmetros que não apresentaram correlações com resultados significantes. A seguir, tomaremos as conclusões gerais sobre o trabalho, bem como as suas perspectivas.

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

A análise foi realizada sobre as séries temporais provenientes da frequência cardíaca (FC), volume do tórax (VT) e taxa de oxigenação do sangue (OX), para dois conjuntos de dados, o primeiro com a presença do distúrbio da apnea do sono e o segundo com ausência do

distúrbio, denominado basal, ambos escolhidos aleatoriamente de um conjunto de 60 sujeitos, portadores e não portadores da síndrome da apneia do sono, a fim de se investigar a dinâmica fractal e multifractal destas séries.

Com a aplicação do método MFDMA sobre os dados, pôde-se constatar a presença de fractalidade sobre os dados oriundos das séries temporais com a presença da apneia do sono, especialmente para os dados relativos a frequência cardíaca, a qual demonstrou forte fractalidade. Já com os resultados originados da aplicação do método sobre as séries temporais sem a presença do distúrbio, basais, constatou-se forte multifractalidade, novamente, para a frequência cardíaca dos dados basais.

O resultado mostrado acima reforça o comportamento descrito por IVANOV *et al.* (1999), que apontam séries fisiológicas cardíacas saudáveis com comportamento multifractal. Em oposição, séries fisiológicas cardíacas com algum distúrbio apresentam comportamento fractal.

De modo global, parece haver uma resposta fractal cardíaca (a qual, sob condições naturais e salutares, se comporta de forma multifractal) para doenças como apneia do sono, epilepsia (CONTRERAS-TROYA *et al.* 2009), arritmia IVANOV *et al.* (1999) e outras. Levando-nos a hipótese de uma possível correlação, entre este grupo específico de doenças, ou de uma resposta fractal global do coração para diversos grupos de doença, podendo assim, a resposta fractal cardíaca, caracterizar a condição de enfermidade.

Através da análise gráfica mostrada, podemos verificar que os parâmetros investigados, grau de multifractalidade ($\Delta\alpha$) e razão de singularidade por grau de assimetria ($C \times A$), ambos para a série original, tornaram resultados consistentemente favoráveis para sua classificação como bons indicadores para a presença do distúrbio da apneia do sono, analisando as séries da frequência cardíaca (FC) e volume do tórax (VT). A taxa de oxigenação do sangue (OX) não volveu resultados satisfatórios.

Contudo, como perspectivas gerais, precisamos aumentar o espaço amostral, realizando novas análises sobre conjuntos de dados mais robustos, e ainda, verificar novos conjuntos de doenças, a fim de constatar a amplitude da verificação de distúrbios e enfermidades através da análise dos parâmetros multifractais, podendo assim, encontrar novos padrões, ou até mesmo validando ou não as ideias propostas aqui.

REFERÊNCIAS

- AVENI, A. Empires of time: calendars, clocks and cultures. Colorado: University Press Colorado, 2002.
- HURST, H. E. {Long-term storage capacity of reservoirs}. Trans. Amer. Soc. Civil Eng., v. 116, p. 770–808, 1951.
- FELLER, W. The asymptotic distribution of the range of sums of independent random variables. The Annals of Mathematical Statistics, JSTOR, p. 427–432, 1951.
- HURST, H. E.; BLACK, R. P.; SIMAIKA, Y. Long-term storage: an experimental study. [S.l.]: Constable, 1965.
- MALAVOGLIA, Rodrigo Campos. Verificação da presença de memória longa nos principais índices de bolsas de valores. Um estudo por meio da utilização da estatística R/S e o expoente de Hurst. Diss. Universidade de São Paulo, 2009.
- MALI, Provash. Multifractal detrended moving average analysis of global temperature records. **Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment**, v. 2016, n. 1, p. 013201, 2016.
- PENG, C.-K. et al. Mosaic organization of dna nucleotides. Physical review e, APS, v. 49, n. 2, p. 1685, 1994.
- REZENDE, JM. À sombra do plátano: crônicas de história da medicina [online]. São Paulo: Editora Unifesp, 2009. O ato médico através da história. pp. 111-119.
- LIMA, Anna Myrna Jaguaribe de et al. Contribuição da Apnéia Obstrutiva do Sono para o Estresse Oxidativo da Obesidade. Arq Bras Endocrinol Metab, São Paulo, v. 52, n. 4, p.668-676, abr. 2008.

ITO, Fausto Alves et al. Condutas terapêuticas para tratamento da Síndrome da Apnéia e Hipopnéia Obstrutiva do Sono (SAHOS) e da Síndrome da Resistência das Vias Aéreas Superiores (SRVAS) com enfoque no Aparelho Anti-Ronco (AAR-ITO). Rev. Dent. Press Ortodon. Ortop. Facial, Maringá, v. 10, n. 4, p. 143-156, Aug. 2005.

American Academy of Sleep Medicine. Sleep-related breathing disorders in adults: recommendations for syndrome definitions and measurements techniques in clinical research. Sleep. 1999; 22:667-89.

MANCINI, Marcio C.; ALOE, Flavio; TAVARES, Stella. Apnéia do sono em obesos. Arq Bras Endocrinol Metab, São Paulo, v. 44, n. 1, p. 81-90, fevereiro de 2000.

YOUNG, Terry et al. Estimation of the clinically diagnosed proportion of sleep apnea syndrome in middle-aged men and women. Sleep, v. 20, n. 9, p. 705-706, 1997.

GU, Gao-Feng et al. Detrending moving average algorithm for multifractals. Physical Review E, v. 82, n. 1, p. 011136, 2010.

IVANOV, Plamen Ch et al. Multifractality in human heartbeat dynamics. Nature, v. 399, n. 6735, p. 461, 1999.

NEPOMUCENO, Mackson Matheus França. Natureza fractal e multifractal da onda gravitacional GW150914 detectada pelo LIGO. 2016.

RIGNEY DR, Goldberger AL, Ocasio WC, Ichimaru Y, Moody GB, and Mark RG. "Multi-channel physiological data: description and analysis", in Time Series Prediction: Forecasting the Future and Understanding the Past, A.S. Weigend and N.A. Gershenfeld (eds.), Reading, MA: Addison-Wesley, 1993, 105-129.

ICHIMARU Y, Moody GB. Development of the polysomnographic database on CD-ROM. *Psychiatry and Clinical Neurosciences* 53:175-177 (April 1999).

HURST, H.E. Long term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, v. 116, n. 1, p. 770-779, 1951.

MANDELBROT, B. B. How long is the coast of Britain. *Science*, v. 156, n. 3775, p. 636–638, 1967.

GU, G.-F.; ZHOU, W.-X. Detrended fluctuation analysis for fractals and multifractals in higher dimensions. *Physical Review E, APS*, v. 74, n. 6, p. 061104, 2006.

DE FREITAS, D. B. et al. New suns in the cosmos. iii. multifractal signature analysis. *The Astrophysical Journal*, v. 831, n. 1, p. 87, 2016.

DE FREITAS, D. B. et al. New Suns in the Cosmos. IV. The Multifractal Nature of Stellar Magnetic Activity in Kepler Cool Stars. *The Astrophysical Journal*, v. 843, n. 2, p. 103, 2017.

DRAGER, Luciano Ferreira et al. Síndrome da Apnéia Obstrutiva do Sono e sua Relação com a Hipertensão Arterial Sistêmica: Evidências Atuais. **Arq. Bras. Cardiol.**, São Paulo, v. 78, n. 5, p. 531-536, May 2002.

WIGGERT GT, FARIA DG, CASTANHO LADR, DIAS PAC, GRECO OT. Apnéia Obstrutiva do Sono e Arritmias Cardíacas. *Relampa*. 2010;23(1):5-11.

KATSUMATA, K., Okada, T., Ohta, T., Katsumata, Y. **Diabetes mellitus and sleep apnea.** *J. Jpn. Diab.* 1988;31:377–383.

PENG, C. et al. Long-range correlations in nucleotide sequences. *Nature*, v. 356, n. 6365, p. 168–170, 1992.

FEDER, J. *Fractals*, 1988. [S.l.]: Plenum Press, New York, 1988.

SCARGLE, J. D. Studies in astronomical time series analysis. ii-statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. *The Astrophysical Journal*, v. 263, p. 835–853, 1982.

PENG, C.-K. et al. Mosaic organization of dna nucleotides. *Physical review e, APS*, v. 49, n. 2, p. 1685, 1994.

GU, G.-F.; ZHOU, W.-X. et al. Detrending moving average algorithm for multifractals. *Physical Review E, APS*, v. 82, n. 1, p. 011136, 2010.

ALESSIO, E. et al. Second-order moving average and scaling of stochastic time series. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems, Springer*, v. 27, n. 2, p. 197–200, 2002.

MALI, P. Multifractal detrended moving average analysis of global temperature records. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, IOP Publishing*, v. 2016, n. 1, p. 013201, 2016.

WANG, F.; WANG, L.; ZOU, R.-B. Multifractal detrended moving average analysis for texture representation. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, AIP Publishing*, v. 24, n. 3, p. 033127, 2014.

DE FREITAS, D. B., Leão, I. C., Lopes, C. E. F., De Medeiros, J.R., et al. 2013a, ApJL, 773, L18.

DICKENS C. The posthumous papers of the Pickwick club. London: Chapman and Hall; 1836.

GUILLEMINAULT C et al. Insomnia with sleep apnea: a new syndrome. Science 1973; 181: 856-8.

BICKELMANN AG et al. Extreme obesity associated with alveolar hypoventilation: a pickwickian syndrome. Am J Med 1956; 21:811-8.

CONTRERAS-TROYA, Teresa, y Oswaldo Morales-Matamoras, y Beatriz Trueba-Ríos, y Ricardo Tejeida-Padilla, y Alexander Balankin. "Análisis fractal de la epilepsia". Científica, vol. 13, no. 2, 2009, pp. 85-94. Editorial Instituto Politécnico Nacional.

SUTCLIFFE, J. Obituary. Taylor & Francis, 1979.