

POLINÔMIO DE LAGRANGE APLICADO AO ESTUDO DA EFICIÊNCIA DE UMA USINA SOLAR FOTOVOLTAÍCA

Hipólito Nunes Ferreira¹, Paulo Cesar Linhares da Silva²

Resumo: Este trabalho tem como objetivo utilizar o polinômio aproximativo de Lagrange para um estudo da previsão de geração da energia fotovoltaica em uma usina solar. Tal trabalho encaixa-se com fins didáticos de aprendizado e aplicação de uma ferramenta matemática em um exemplo prático na área de energias renováveis. Para isto, foi desenvolvido um algoritmo e implementado na linguagem de programação Python. O algoritmo recebe como dados de entrada os valores fornecidos pela usina em Kwh e retorna valores aproximados em um dado instante de tempo. Deste modo é possível analisar o desempenho dos módulos fotovoltaicos e valores gerados pela usina solar em uma faixa de tempo determinada.

Palavras-chave Python; Usina solar; Polinômio de Lagrange.

1. INTRODUÇÃO

A evolução da energia solar fotovoltaica teve início a partir da pesquisa de um físico francês, Alexandre Edmond Becquerel, em 1839, que iniciou seus estudos sobre o efeito fotovoltaico. O pesquisador, Charles Fritts, um inventor de Nova York, originou a primeira célula fotovoltaica produzida por selênio revestido de ouro [1]. Este marco da tecnologia fotovoltaica data o ano de 1883, quando foi possível gerar uma corrente contínua para a conversão elétrica máxima de 1% e atualmente, trabalha-se em torno 20% de eficiência. Mais adiante, os cientistas do Bell Laboratories foram os pioneiros na fabricação de células de silício que possuíam 6% de conversão, sendo mais eficientes que as anteriores [1].

A irradiação solar é o princípio da geração [2], em que os módulos absorvem essas ondas eletromagnéticas e excitam os átomos de silício, formando duas composições com o elemento, para só assim gerar dois polos, positivo e negativo, em corrente contínua. Outro fator crucial na eficiência dos painéis é a orientação espacial, sempre inclinada de acordo com a latitude e longitude do local, para que haja o máximo de captação solar. Esses dados podem ser encontrados em aplicativos de mapas, como por exemplo, Google Maps.

Com o avanço da construção de satélites para fins de estudos climatológicos e irradiação solar, é possível prever o quanto de energia que um módulo fotovoltaico gera em determinado horário, basta ter as informações geográficas da região. Contudo nestas previsões, pode haver imprecisões, uma vez que depende das mudanças climáticas e fatores repentinos, como uma nuvem, dificultando que a irradiação chegue nas placas, ou então fatores pluviométricos. A melhor precisão é obtida quando não há chuvas, pois dificulta a previsão e consequentemente a análise do desempenho da usina solar.

O funcionamento da usina solar depende de um conjunto de fatores [3], começando com as células solares, que captam luz e geram uma diferença de potencial, para obter corrente elétrica. Em seguida, é necessário que haja uma conversão de corrente contínua para alternada, para ser usado em equipamentos residenciais.

Diante deste contexto, este trabalho visa criar um algoritmo que possa a partir dos dados fornecidos pela usina solar retornar uma previsão dos valores gerados pela usina. Isto permite fazer uma análise da eficiência da usina em um intervalo de tempo estimado.

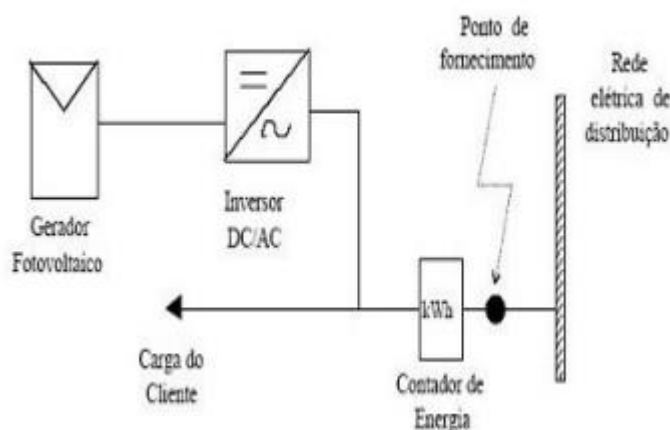
2. DESENVOLVIMENTO

Esta seção trata-se sobre uma rápida descrição do funcionamento de uma usina solar e dos passos necessários para o desenvolvimento de um projeto fotovoltaico. Também é apresentado o polinômio de Lagrange como metodologia utilizando para o desenvolvimento deste trabalho.

2.1 Funcionamento de uma usina solar

A viabilidade desses módulos fotovoltaicos se deu pelo desenvolvimento tecnológico [4], uma vez que diversos países passaram a investir nesse tipo de energia solar. Em destaque tem-se a China, a qual desempenha um papel importantíssimo na produção e confecção desses módulos, aplicando uma mão-de-obra imensa para desenvolver os painéis solares e não é por acaso que possui as maiores usinas fotovoltaicas em funcionamento no mundo.

Figura 1- Esquema com elementos básico do sistema fotovoltaico conectado à rede. Fonte: [3].



Os controladores de carga, como o próprio nome já diz, quantifica a quantidade de potencial que vem dos módulos solares, evitando sobrecarga no sistema e obtendo o melhor aproveitamento dos painéis. Existem dois tipos de controladores, o MPPT e o PWM, em que o primeiro produz maior eficiência ao sistema, dependendo do uso. Os inversores recebem a corrente em um nível contínuo, porém não serve para uso comercial. Então, essa corrente é retificada para uma onda mais próxima da senoide, para só assim ser compatível com os equipamentos.

Além da fabricação dos módulos e controladores, os inversores passaram a baratear após um crescimento exponencial da energia solar, uma vez que muitas empresas começaram a fabricar, visando esse aumento abrupto de energias renováveis [3].

Os três componentes mencionados acima constituem cerca de 90% da geração fotovoltaica conectada à rede, fornecendo para a concessionária em troca por crédito, mesmo sabendo que não há possibilidade de isenção total da fatura, visto que a maioria das concessionárias exigem taxas fixas, como exemplo da tarifa monofásica ou trifásica.

2.2 Projeto do sistema fotovoltaico

Os oito passos a seguir descrevem simplificadaamente quais etapas são necessárias para

a construção de uma usina fotovoltaica. Sendo essenciais para o pleno funcionamento da usina.

Tabela 1-Etapas no processo de criação de uma usina solar.

1ª Etapa: Estudo da viabilidade do local físico.

2ª Etapa: Levantamento de carga.

3ª Etapa: Projetar a quantidade de painéis solares.

4ª Etapa: Projetar a capacidade do inversor, tendo em vista a disponibilidade no mercado.

5ª Etapa: Preencher dados e enviar projeto junto a concessionária (COSERN).

6ª Etapa: Após a homologação, começar a instalação dos módulos e demais dispositivos.

7ª Etapa: Solicitar à concessionária a ligação.

8ª Etapa: Eficiência da geração.
Esta etapa é explorada neste trabalho.

Neste estudo vamos dar ênfase a Etapa 8, pois é nesta que a maioria dos contratantes de usinas solares focam, sendo a Eficiência Energética. Entendendo a perspectiva do quanto de energia está sendo aproveitada em um determinado período.

Neste sentido foi criado um código interpolador de Lagrange, onde este prevê qual estimativa de energia gerada em um determinado período. Para isso, é necessário que o proprietário da usina conheça alguns pontos específicos de geração, geralmente encontrados em sua String box (aparelho instalado, o qual reconhece variáveis elétricas do sistema, como potência, tensão e corrente).

Utilizaremos o método de Lagrange, o qual fornece uma alternativa de como calcular um polinômio que passa por determinados pontos utilizando funções distintas (que também são polinômios).

Os resultados alcançados visam facilitar o trabalho de engenheiros e técnicos da área, pois com apenas alguns pontos já é possível prever resultados nas placas fotovoltaicas. Quando aprimorado para um software, esse recurso poderá agilizar o trabalho de milhares de pessoas e empresas.

O interessado em prever o quanto o conjunto de módulos irá gerar, terá que adicionar o máximo de pontos, sendo o horário no eixo x e a potência de geração no eixo y , em KW. A partir desse estudo é que se inicia a previsão, onde o programa perguntará qual o horário deseja saber a geração, conseqüentemente, o algoritmo retorna com o resultado estipulado.

A maior quantidade de pontos adicionados garantem uma melhor aproximação com a curva disponibilizada pelo orientador, isso porque o método aplica os pontos nas funções para obter $f(x)$, como será mencionado a seguir [5].

2.3 Polinômio de Lagrange aplicado ao estudo da eficiência da usina solar

Esta seção tem como objetivo apresentar a expressão do polinômio de Lagrange de forma teórica. Esta breve apresentação servirá de base para a construção do algoritmo para calcular os valores do polinômio avaliado em um ponto dado. O polinômio de interpolador de Lagrange é um método [5] numérico aproximativo utilizado para encontrar os valores de uma função f a partir de um conjunto de n pontos, $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), \dots, (x_n, f(x_n))$.

2.1 Definição: A forma algébrica do polinômio de Lagrange de grau n é dada por

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^n L_i(x)f(x_i), \quad (1)$$

Em que

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x-x_j}{x_i-x_j} . \quad (2)$$

2.2 Definição: Majorante no Erro da interpolação de Lagrange, considere $n + 1$ pontos $x_0 < x_1 < \dots < x_n$ e f uma função com derivadas até ordem $n + 1$ contínuas no intervalo $[x_0, x_n]$. Se p_n

é o polinômio que interpola f nos pontos $x_0, \dots, x_n$, então o erro da interpolação polinomial satisfaz

$$erro \leq \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} |\prod_{k=0}^n (x - x_k)|, \quad (3)$$

em que

$$M_{n+1} = \max_{x \in [x_0, x_n]} |f^{n+1}(x)|. \quad (4)$$

A fórmula (3) é dependente da derivada de ordem n e do número de pontos a serem interpolados. Então quanto maior a quantidade de pontos a serem interpolados menor é o erro cometido na aproximação da função f pelo polinômio p .

A seguir, são feitos dois exemplos de polinômios de Lagrange, com graus 1 e 2, baseados no desenvolvimento da equação (1).

Exemplo 1: Para uma quantidade de pontos $N = 2$, é gerado um polinômio de grau um. Estes pontos são mostrados na Tabela a seguir,

Tabela 2- Valores para construção do polinômio de grau 1. (Autoria própria).

x	$f(x)$
x_0	$f(x_0)$
x_1	$f(x_1)$

Gerando o polinômio obtido a partir da Tabela 2, obtém-se:

$$f(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1). \quad (5)$$

Exemplo 2: Para $n = 3$, é gerado um polinômio de grau dois:

Tabela 3- Valores para construção do polinômio de grau 2, (Autoria própria).

x	$f(x)$
x_0	$f(x_0)$
x_1	$f(x_1)$
x_2	$f(x_2)$

O polinômio de Lagrange associado a Tabela 3 é dado por:

$$f(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} f(x_0) + \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} f(x_1) + \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} f(x_2). \quad (6)$$

Percebe-se que a relação entre o grau do polinômio n e a quantidade de pontos N é dada por:

$$n = N - 1. \quad (7)$$

O polinômio de Lagrange é utilizado neste trabalho, para estimar a previsão dos resultados de energia medidos em Kwh (Kilowatt Hora) produzidos pela usina solar. Os dados numéricos obtidos da usina pertencem a um dos autores do trabalho. O fornecimento destes dados é fornecido e supervisionado pela empresa de energia solar Taldi, situada na cidade de Mossoró-RN. Para a realização desta previsão foi desenvolvido o algoritmo a seguir.

Tabela 4- Algoritmo para o cálculo do polinômio de Lagrange

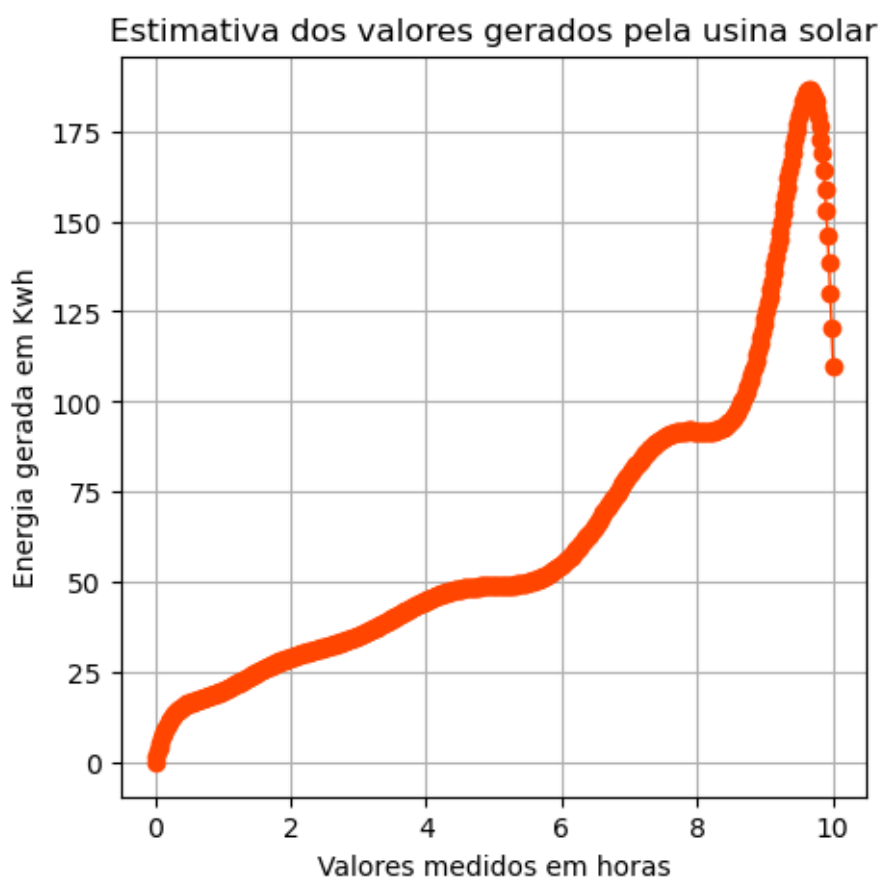
Algoritmo: Método do polinômio de Lagrange
Entrada: Pares de pontos $P = (x, y)$ para serem utilizados no cálculo do polinômio de Lagrange.
Saída: Valor S do polinômio avaliado nos pontos P
1.Início
2. $n \rightarrow$ quantidade de pontos P
3. $S \rightarrow 0$
4. para $i = 1$ até n faça
5. $L=1$
6.Para $j = 1$ até n faça
7. $P=1$
8. $L = L * \frac{P-x(j)}{x(i)-x(j)}$
9.fim
10. S=0
11. $S = S + y(i) * L$
12.fim
13.fim
14. Retorna S

O algoritmo da Tabela 4, foi implementado usando a linguagem de programação Python cujo código está presente no Apêndice.

Tabela 5 -Valores produzidos pela usina e os valores previstos pelo algoritmo.

Valor gerado pela usina solar (Kwh)	Previsão do valor obtido no código (Kwh)
0Kwh-0h	18.48Kw-0.8h
20Kwh-1h	20.91Kw -1.1 h
25Kwh-1,5h	27.74Kw-1.8h
32Kwh-2,5h	33.14Kw-2.7h
40Kwh-3,5h	42.91Kw-3.78h
45Kwh-4,0h	48.16Kw-4.5h
50Kwh-5,5h	52.30Kw-5.8h
55Kwh-6h	65.99Kw-6.5h
80Kwh-7h	86.93 Kw-7.3h
90Kwh-7,5h	91.61Kw -7.7 h
95Kwh-8,5h	92.25Kw-8.3h

Figura 2- Gráfico da estimativa da geração da energia gerada por uma usina solar.



O gráfico da Figura 2 retrata o comportamento da geração de energia em uma usina solar fotovoltaica. No eixo x , temos o tempo medido em horas e no eixo y , os valores gerados previsto pela usina. Após a hora inicial nota-se um crescimento da energia produzida logo após a curva sofre suaves declínios que podem ser oriundos de intempéries físicos, como por exemplo, chuva ou sombreamento, ou pela queda de irradiação solar no local, devido ao

horário.

O horário mostrado no gráfico inicia na eminência da primeira geração da usina, não sabendo exatamente em qual horário isso ocorre, pois varia de acordo com sua referência geográfica, em que é estudado o local mais alto para instalação, para obter maior eficiência da usina.

A implementação do algoritmo utilizando a linguagem de programação Python está disponível no Apêndice.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho obteve total sucesso no que foi proposto, as estimativas obtidas pelo algoritmo proposto atenderam às expectativas esperadas. O algoritmo foi executado segundo os 11 valores apresentados na Tabela 1, podendo ser utilizado para qualquer quantidade de pontos. Mas é notado que quanto maior o número de pontos, maior êxito no polinômio. A geração prevista atendeu o intervalo proposto na Tabela 1, sempre dentro do estipulado pelos dados da usina. O polinômio de Lagrange foi essencial para o sucesso deste trabalho, sendo escolhido por ser mais fácil de implementar na linguagem de programação Python.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] SANTOS, Walter. Conheça a história da Energia Solar desde o começo: A origem da energia solar. *In*: SANTOS, Walter. Conheça a história da Energia Solar desde o começo: A origem da energia solar. São Paulo-SP: Organics News Brasil, 3 set. 2022. Disponível em: <https://organicsnewsbrasil.com.br/solar-17/>. Acesso em: 15 dez. 2022.

[2] ENERGIA solar fotovoltaica: Fundamentos, conversão e viabilidade técnico-econômica. Produção de energia, São Paulo-SP, v. 1, n. 1, 2 fev. 2012. PRODUÇÃO DE ENERGIA, p. 1-71.

[3] VARELLA, Fabiana Karla de O. M. Estimativa do Índice de Nacionalização dos Sistemas Fotovoltaicos no Brasil. Tese de doutorado – Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Campinas – SP, 2009.

[4] LOPES, Aldabó, Energia solar para produção de eletricidade. São Paulo: Artliber Editora, 2012. 231p.

[5] FILHO, Adalberto A. D. Fundamentos do cálculo numérico: Técnicas computacionais para resolução de problemas nas ciências exatas e engenharias. *In*: FILHO, Adalberto A. D. Fundamentos do cálculo numérico: Técnicas computacionais para resolução de problemas nas ciências exatas e engenharias. [S. l.: s. n.], 2016. cap. 5, p. 77-98.

[6] Silva, Anderson P. Geração de energia elétrica através da luz solar para residências. Geração de energia elétrica através da luz solar para residências, Campinas, p. 1-64, 2010.

[7] RIBEIRO, João A. Introdução à programação e aos algoritmos. 1º. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2019. 225 p. v. 1.

3.APÊNDICE

O código abaixo implementado em Python foi utilizado na simulação numérica.

```
from pylab import *

# avalia o polinomio interpolador usando polinomios de Lagrange

def Lagrange(x,Tupla):

    Soma=0

    for i in range(len(Tupla)):

        produto=1.0

        for j in range(len(Tupla)):

            if j==i: continue

            produto=produto*(x-Tupla[j][0])/(Tupla[i][0]-Tupla[j][0])

        Energia=Energia+Tupla[i][1]*produto

    return Energia

Tupla=[(0,0),(1,20),(1.5,25),(2.5,32),(3.5,40),(4.0,45),(5.5,50),(
6.0,55),(7.0,80),(7.5,90),(8.5,95),(10.0,110)] # A tabela eh uma
lista de pares ordenados.

p= lambda x: interpolL(x,T) # define o polinomio interpolador p(x)

x=linspace(0,10,500)

plt.figure(figsize=(5, 5))

plot(x,p(x))

grid()

show()
```