



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO – UFERSA
CENTRO MULTIDISCIPLINAR DE PAU DOS FERROS – CMPF
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

LINCOLN NUNES DE QUEIROZ

ANÁLISE NUMÉRICA DE PERFIL FORMADO A FRIO COM PRESENÇA DE
FURO SUBMETIDO A COMPRESSÃO CENTRADA.

PAUDOS FERROS – RN
2020

LINCOLN NUNES DE QUEIROZ

**ANÁLISE NUMÉRICA DE PERFIL FORMADO A FRIO COM PRESENÇA DE
FURO SUBMETIDO A COMPRESSÃO CENTRADA.**

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Matheus Fernandes de Araújo Silva.

**PAU DOS FERROS
2020**

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

Qa Queiroz, Lincoln Nunes.
 ANÁLISE NUMÉRICA DE PERFIL FORMADO A FRIO COM
 PRESENÇA DE FURO SUBMETIDO A COMPRESSÃO CENTRADA.
 / Lincoln Nunes Queiroz. - 2020.
 53 f. : il.

 Orientador: Matheus Fernandes de Araújo Silva.
 Monografia (graduação) - Universidade Federal
 Rural do Semi-árido, Curso de --Selecione um
 Curso ou Programa--, 2020.

 1. Perfil formado a frio. 2. Análise linear.
 3. Flambagem . 4. Carga crítica . 5. Compressão
 centrada. I. Silva, Matheus Fernandes de Araújo ,
 orient. II. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

LINCOLN NUNES DE QUEIROZ

**ANÁLISE NUMÉRICA DE PERFIL FORMADO A FRIO COM PRESENÇA DE
FURO SUBMETIDO A COMPRESSÃO CENTRADA.**

Monografia apresentada à Universidade
Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA,
como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Civil.

Local, 11 de DEZEMBRO de 2020.

BANCA EXAMINADORA

**MATHEUS FERNANDES DE
ARAUJO SILVA:01435936418**

Assinado de forma digital por MATHEUS
FERNANDES DE ARAUJO
SILVA:01435936418
Dados: 2020.12.11 12:38:22 -03'00'

Prof. Dr. Matheus Fernandes de Araújo Silva
Presidente

**CHRISTIANE MYLENA TAVARES
DE MENEZES
GAMELEIRA:02746038455**

Assinado de forma digital por CHRISTIANE
MYLENA TAVARES DE MENEZES
GAMELEIRA:02746038455
Dados: 2020.12.11 11:52:43 -03'00'

Prof. Dra. Chistiane Milena Tavares de Menezes Gameleira
Primeiro Membro

**MARCILENE VIEIRA DA
NOBREGA:839328954
87**

Assinado de forma digital por
MARCILENE VIEIRA DA
NOBREGA:83932895487
Dados: 2020.12.11 10:23:53 -03'00'

Prof. Dra. Marcilene Vieira de Nóbrega
Segundo Membro

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	5
1.1 Problematização	6
1.2 Justificativa.....	6
2 OBJETIVOS.....	7
2.1 Objetivo geral	7
2.2 Objetivos específicos.....	7
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	8
3.1 O aço estrutural.....	8
3.2 Perfis formados a frio	9
3.3 Padronização dos perfis formados a frio	10
3.4 Efeito do dobramento a frio.....	12
3.5 Perfis de aço submetidos a compressão.....	15
3.6 Estabilidade de barras comprimidas	15
3.7 Carga crítica de Euler	18
3.8 Modos de instabilidade.....	22
3.8.1 Flambagem global	22
3.8.2 Flambagem local	24
3.8.3 Instabilidade de chapas.....	25
3.8.4 Flambagem distorcional	27
3.9 Método dos elementos finitos (MEF).....	29
3.10 Métodos para o dimensionamento de barras	30
4 METODOLOGIA.....	31
4.1 Escolha do perfil.....	32
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	33
5.1 Caracterização do perfil.....	33
5.2 Análise das cargas críticas de acordo com a ABNT NBR 14762:2010.....	34
5.3 Modelagem do perfil em elementos finitos	35
5.4 Análise numérica via método dos elementos finitos	36
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	40
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	41
APÊNDICE A – Malha 10x10.....	43
APÊNDICE B – Malha 20x20	44
APÊNDICE C – Malha 30x30	45
APÊNDICE D – Malha 40x40	46

APÊNDICE E – Malha 50x50.....	47
APÊNDICE F – Malha 60x60.....	48
APÊNDICE G – Gráfico de convergência	49
APÊNDICE H – Flambagem por flexão do modelo	50
APÊNDICE I – Flambagem por flexo – torção do modelo.....	51
APÊNDICE J – Cálculo carga crítica de flambagem	52

1 INTRODUÇÃO

O uso de perfis formado a frio como elemento estrutural de construção civil não é de hoje. A utilização dos perfis iniciou nos Estados Unidos e na Grã-Bretanha, porém, devido à falta de conhecimento técnico sobre o comportamento do material (que se justificava pelo pioneirismo), tinha uso limitado. No entanto, com estudos do comportamento, o sistema estrutural se popularizou chegando a ser normatizado e utilizado nas mais diferentes áreas (CHODRAUI, 2006 *apud* YU 1985).

Diversos fatores foram fundamentais para que o sistema estrutural se expandisse e ganhasse força no mercado: alta relação inércia/rigidez, facilidade de acesso, facilidade de mão de obra e a inviabilidade econômica de perfis laminados para pequenas cargas. Além disso, com a consolidação das normas ABNT NBR14762:210 – Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio e ABNT NBR 6355:2003 – Perfis estruturais de aço formado a frio tornou-se possível a propagação e disseminação do material em diversas áreas e em diversos sistemas estruturais.

Nos últimos anos, a utilização de perfis formados a frio vem transcendendo e dominando áreas que até então pertencia aos perfis laminados por exemplo: torre de comunicações, silos, mezaninos, reservatórios e edifícios de múltiplos pavimentos.

Entretanto, os perfis formados a frio por possuírem uma espessura pequena (≤ 8 mm) consequentemente um alto índice de esbeltez dos seus elementos constituintes, acabam sendo mais propício a sofrer flambagem local (caracterizado pela formação de inúmeras semiondas longitudinais, sem que a posição média do eixo longitudinal da barra se altere) e flambagem distorcional, fenômeno esse característico dos perfis formados a frio.

A popularização e mobilidade dos perfis formados a frio ocasionam situações de uso onde as normas brasileiras não abrangem com clareza. Um exemplo disso é em perfis de aço submetidos a compressão que sofreram redução de área ao longo do seu sentido longitudinal por motivos arquitetônicos ou passagem de tubulação. A ABNT NBR 14762:2010 recomenda para esses tipos de situações obter a resistência por meio de ensaios.

Desta forma, o presente trabalho tem como objetivo principal realizar uma análise estrutural linear de estabilidade (flambagem) de um pilar em perfil formado a frio que sofreu uma abertura (furo) ao longo do sentido longitudinal do perfil, especificamente na região da alma. A metodologia empregada será uma análise numérica utilizando o método dos elementos

finitos através do software SAP 2000 v20.0, na qual foram quantificadas as cargas críticas de flambagem para o modelo.

1.1 Problematização

Quando se entra no contexto da engenharia estrutural, a busca por materiais mais resistentes e que forneçam estruturas mais baratas é o principal objetivo do dimensionamento. Um exemplo disso é a utilização de chapas finas de aço para formação de perfis formados a frio, que devido as necessidades do mercado, cuja utilização vem se viabilizando ao longo dos anos. A ideia de utilizar perfis de espessuras reduzidas trouxe ao mercado a possibilidade de implementação em estruturas de pequeno porte que, por muito tempo, era impensável para estruturas de aço.

Logo, tornar conhecido o comportamento de perfis formado a frio que sofrem redução de área no sentido longitudinal mesmo que, no regime elástico, é de grande importância em termos de segurança e arranjos arquitetônicos.

1.2 Justificativa

Uma das vantagens da utilização do aço como elemento estrutural é a sua mobilidade. As estruturas são montadas e desmontadas com muita rapidez, viabilizando assim até projetos de pequena escala, como por exemplo: residências construídas na metodologia light steel frame (estrutura de aço leve) e mezaninos em lojas comerciais.

Utilizar o aço formado a frio em estruturas como essas leva frequentemente a aberturas de furos nos elementos estruturais para passagem de condutores e para fixações de elementos arquitetônico.

Assim sendo, torna-se de suma importância o entendimento do comportamento desses tipos de perfis quando submetidos a tais condições citadas a cima.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

- ✓ Realizar uma análise estrutural de estabilidade (flambagem) linear de um perfil formado a frio, através de simulação numérica.

2.2 Objetivos específicos

- ✓ Desenvolver o modelo numérico com a consideração dos furos no software SAP 2000®;
- ✓ Calcular as cargas críticas elásticas conforme modelos teóricos e comparar com o modelo numérico.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 O aço estrutural

O aço estrutural utilizado na construção civil e em áreas afins é fornecido de forma preponderante pelas siderúrgicas. As siderúrgicas têm como função fabricar e fazer o tratamento adequado do aço, conferindo a resistência e confiabilidade requerida pelas normas. Os produtos mais usuais são: barras de aço (vergalhões), cabos, perfis laminados, chapas grossas e as chapas finas.

A produção do aço é derivada de três matérias primas abundantes em nosso planeta: minério de ferro, carbono e adições. Do minério de ferro é extraído o óxido de ferro, já o carbono é encontrado de diversas formas, podendo ser usado o carvão mineral ou o vegetal.

O processo começa com a transformação do minério e do carvão em pelotas e coque respectivamente, com o objetivo de melhorar o rendimento e economia dos processos futuros. Posteriormente inicia-se a redução do minério de ferro para a formação do ferro-gusa que em seguida é refinado, retirando as impurezas e adicionando as características desejadas do aço produzido.

Para a ABNT NBR 14762:2010 referente aos perfis formados a frio, o aço deve apresentar relação entre resistências à ruptura e a resistência ao escoamento de um valor maior ou igual a 1,08. Na Tabela 1 tem-se representado as especificações de chapas finas de aço especificadas por normas brasileiras para uso estrutural, que foi adaptada da Tabela 1 da ABNT NBR 14762:2010.

Tabela 1 - Chapas finas de aço especificadas por normas brasileiras para uso estrutural^a

Especificação	Grau	f_y	f_u
ABNT NBR 6649 / ABNT NBR6650 Chapas finas (a frio / a quente) de aço-carbono	CF – 26	260/260	400/410
	CF – 28	280/280	440/440
	CF – 30	--/300	--/490
ABNT NBR 5004 Chapas finas de aço de baixa liga e alta resistência mecânica	F – 32 / Q – 32	310	410
	F – 35 / Q – 35	340	450
	Q – 40	380	480
	Q – 42	410	520
	Q – 45	450	550
ABNT NBR 7008 / ABNT NBR5921 Chapas finas e bobinas finas (a frio/a quente), de aço de baixa liga, resistentes a corrosão atmosférica	CFR 400	--/250	--/380
	CFR 500	310/370	450/490
ABNT NBR 7008/ABNT NBR 7013/ ABNT NBR 14964 chapas finas e bobinas finas com revestimento metálico ^b	ZAR 250	250	360
	ZAR 280	280	380
	ZAR 320	320	390
	ZAR 345	345	430

	ZAR 400	400	150
^a A faixa de espessura disponível varia de acordo com o produtor de aço.			
^b Graus conforme ABNT NBR 7008.			

Fonte: Adaptada da ABNT NBR 14762, 2010.

A ABNT NBR 14762:2010 permite a utilização de aços não relacionados na Figura 1, porém deve atender aos critérios mínimos de resistências citados anteriormente. Para o caso de perfis formados a frio, não devem ser adotados no projeto valores superiores a 180 MPa e 300 MPa para resistência ao escoamento e resistência à ruptura, respectivamente.

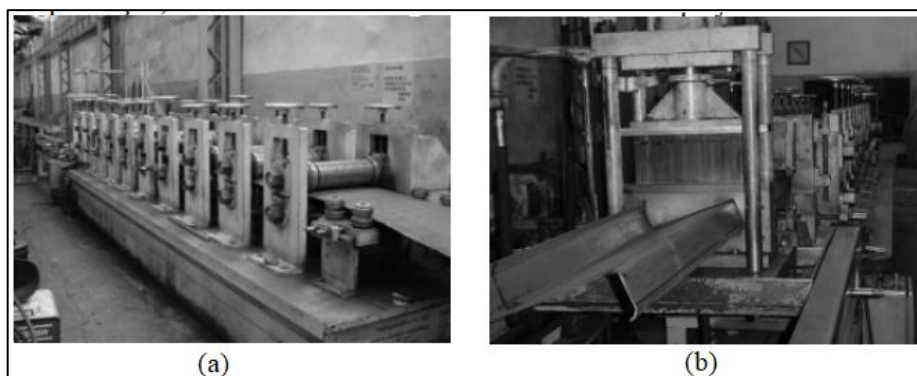
3.2 Perfis formados a frio

Estruturas constituintes de perfis formados a frio vêm ganhando força no mercado. Indústria automotiva, transporte, agroindústria e aeronáutica já utilizam de componentes formado a frio. Já no âmbito da construção civil, os perfis estão cada vez mais presentes nas coberturas de residências, reservatórios, galpões e estruturas complementares (ALMEIDA, 2007).

Há dois processos de fabricação de perfis formados a frio. São eles: Contínuo e descontínuo. Ambos consistem na formação do perfil através da conformação das chapas de aço de fina espessura (SILVA, 2007).

O processo contínuo (Figura 1), compreende o deslocamento longitudinal da chapa de aço sobre roletes perfilados que moldam a chapa de acordo com a seção desejada. Após o termino da linha de perfilação, é realizado o corte dos comprimentos desejados indicados no projeto. O processo contínuo é excelente quando se deseja fabricação em série.

Figura 1 - Perfiladeira de perfis de aço formado a frio.



Fonte: SILVA e FRUCHTENGARTEN, 2012.

O processo descontínuo (Figura 2), está associado a dobrar a chapa através de prensas. A chapa é posicionada sobre prensas que conformam o material de acordo com a seção desejada pelo projeto. Devido ao processo consistir em dobrar a chapa através de prensas, comumente no meio técnico esses perfis são chamados de perfis de chapa dobrada. O processo descontínuo é indicado para pequenas quantidades e o comprimento é limitado à largura da prensa.

Figura 2 - Dobradeiras de chapas de aço.



Fonte: SILVA e FRUCHTENGARTEN, 2012.

Ambos os processos são bastante utilizados. O contínuo utilizado em fabricação de perfis formado a frio e o descontínuo é geralmente utilizado por fabricantes de estruturas metálicas.

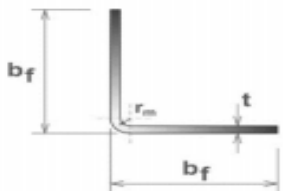
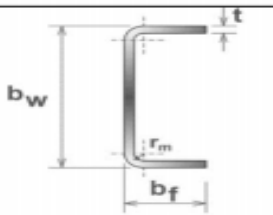
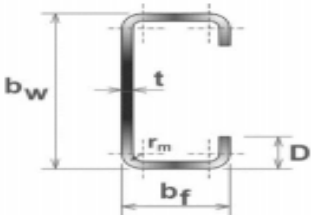
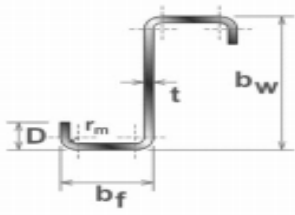
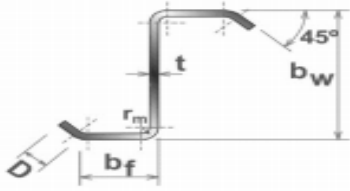
3.3 Padronização dos perfis formados a frio

A regulamentação dos perfis formados a frio é regida pela norma ABNT NBR 6355:2012 – Perfis Estruturais de Aço Formado a Frio – Padronização. Esta norma estabelece os requisitos exigíveis dos perfis estruturais de aço formados a frio, com seção transversal aberta, além das tolerâncias dimensionais, aspectos superficiais, acondicionamento, inserção, etc.

As séries comerciais estabelecidas pela norma ABNT NBR 6355:2012 especifica chapas com espessuras entre 0,43 mm a 8,0 mm, além de características geométricas, pesos e tolerância de fabricação. Os perfis são normatizados e representados da seguinte forma: tipo do perfil, dimensões dos lados e espessura. As dimensões devem estar representadas em mm (milímetros).

A Figura 3, extraída da norma que regulamenta a representação dos perfis.

Figura 3 - Perfis padronizados pela ABNT NBR 6355:2012

Seção transversal	Designação
	L $b_f \times t$ Ex: L 50 × 3,00
	U $b_w \times b_f \times t$ Ex: U 150 × 50 × 2,65
	Ue $b_w \times b_f \times D \times t$ Ex: Ue 150 × 60 × 20 × 2,65
	Z₉₀ $b_w \times b_f \times D \times t$ Ex: Z₉₀ 200 × 75 × 20 × 2,25
	Z₄₅ $b_w \times b_f \times D \times t$ Ex: Z₄₅ 200 × 75 × 20 × 2,25

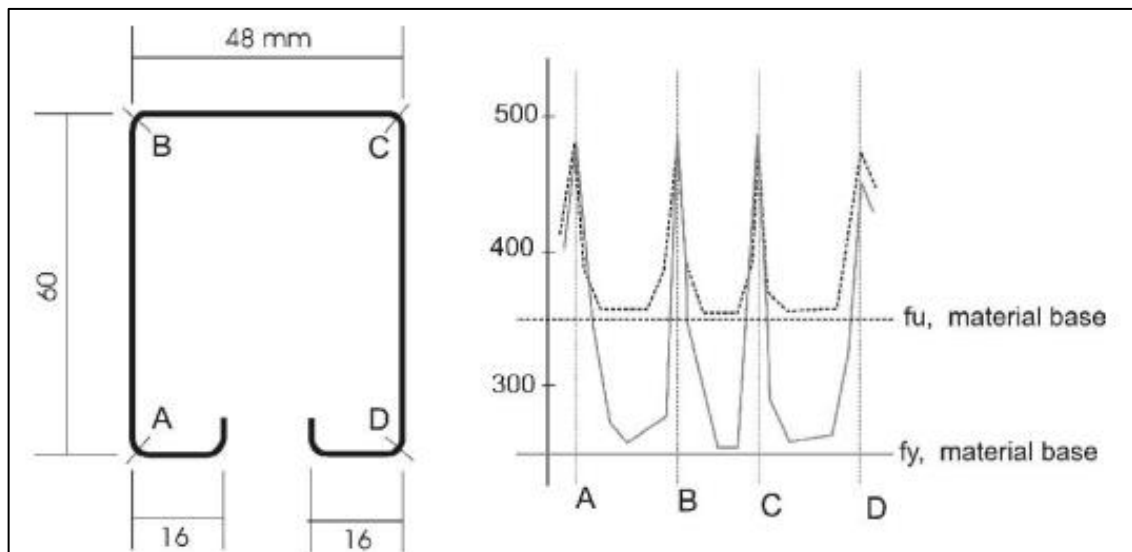
Fonte: Adaptada da ABNT NBR 6355, 2012.

3.4 Efeito do dobramento a frio

O efeito do dobramento da chapa ocasiona o envelhecimento na região da dobra. Este envelhecimento modifica algumas propriedades mecânicas do perfil. Chodraui (2006) relata que o efeito do dobramento eleva a resistência ao escoamento do aço f_y para a resistência ao escoamento do aço modificada considerando o trabalho a frio f_{ya} , elevando também a resistência à ruptura do aço na tração f_u , e diminuindo a ductibilidade. Porém os efeitos citados dependem de vários outros fatores como por exemplo: o tipo do aço, tipo de tensão, relação tensão de escoamento e tensão de ruptura, raio de dobramento e período em que foi realizado o trabalho a frio.

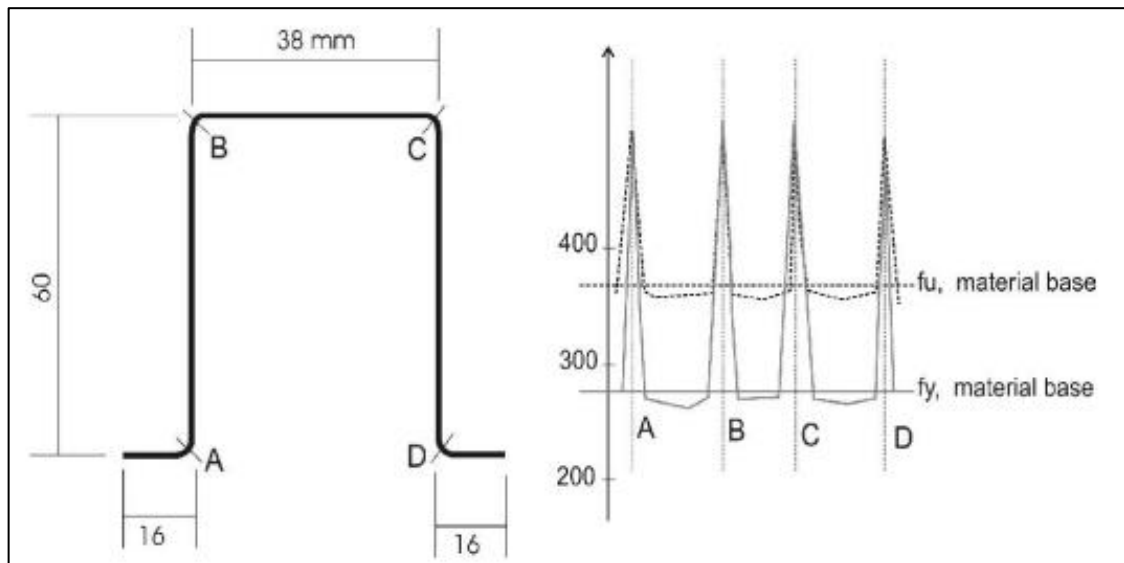
Para exemplificar melhor, as Figuras 4, 5 e 6 mostram resultados das tensões devido ao trabalho a frio, segundo os trabalhos de Silva (2008) e Javaroni (1993), respectivamente.

Figura 4 – Aumento da resistência ao escoamento e da resistência à ruptura, num perfil formado a frio por perfiladeira.



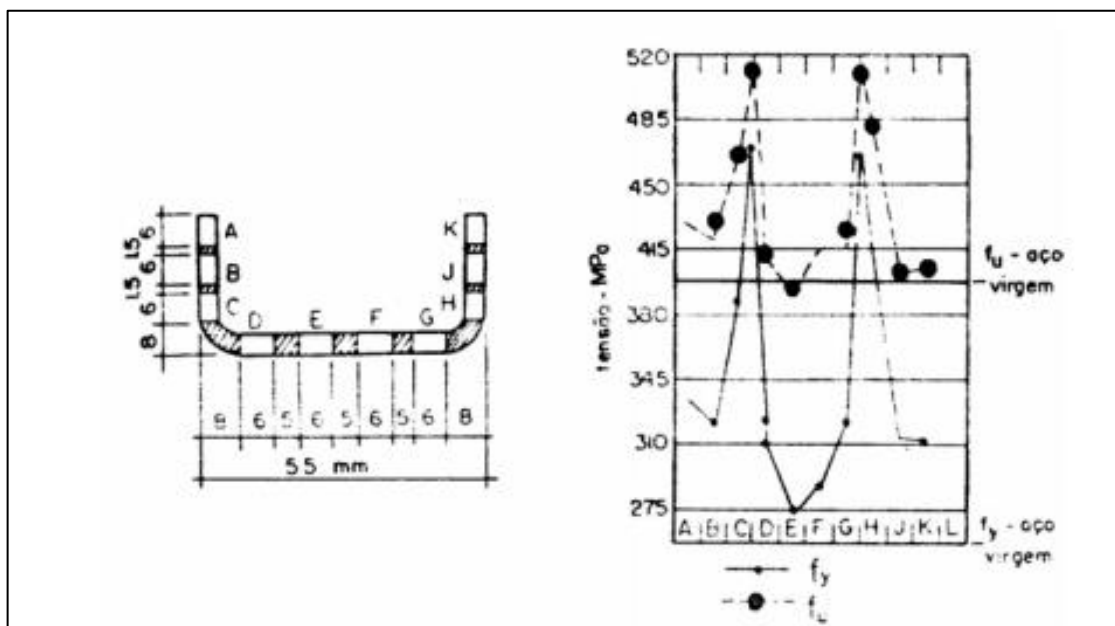
Fonte: SILVA, 2008.

Figura 5 - Aumento da resistência ao escoamento e da resistência à ruptura, num perfil formado a frio por prensa dobradeira.



Fonte: SILVA, 2008.

Figura 6 - Efeito do trabalho a frio em perfil do tipo U simples



Fonte: JAVARONI, 1993.

Pesquisas mostram que a consideração do ganho de resistência nas regiões dos cantos devido ao trabalho a frio, conduz a uma elevação do momento resistente entre 4 a 22%, considerando os casos onde os efeitos foram negligenciados, além disso, quando se considera o efeito nas regiões planas o aumento fica na ordem de 17 a 41% (CHODRAUI, 2006, *apud* YOUNG, 2000).

Segundo a ABNT NBR 14762:2010 item 8.3, a resistência ao escoamento utilizada no projeto deve ser adotada com um dos valores estabelecidos a seguir:

- a) A resistência ao escoamento do aço virgem f_y , aplicável a qualquer caso; ou
- b) A resistência ao escoamento do aço modificada f_{ya} levando-se em consideração o efeito do trabalho a frio, conforme o anexo B da ABNT NBR 14762:2010.

Dentre as generalidades para a consideração da resistência ao escoamento modificada f_{ya} , a norma estabelece que as barras submetidas a compressão e as barras submetidas à flexão devem ser constituídas por elementos com índice de esbeltez reduzido menor que 0,673 ou a área da seção transversal efetiva deve ser igual a área bruta.

Para barras submetidas à compressão e barras submetidas à flexão, a norma ABNT NBR 14762:2010 quantifica a resistência ao escoamento modificada como sendo:

- a) Ensaios de tração em corpos-de-prova constituídos por segmentos da barra (ensaio na seção completa), conforme o anexo B.3 da norma ABNT NBR 14762:2010;
- b) Ensaios de compressão em corpos-de-prova constituídos por segmentos da barra (ensaio na seção completa), conforme B.3 da norma ABNT NBR 14762:2010;
- c) Calculada como indicado seguir:

$$f_{ya} = C \times f_{yc} + (1 - C) \times f_{yt}, \quad (1)$$

onde:

f_{ya} = é a resistência ao escoamento do aço modificada;

C = é a relação entre a área total das dobras e a área total da seção para barras submetidas à compressão; ou a relação entre a área das dobras da mesa comprimida e a área total da mesa comprimida para barras submetidas a flexão;

f_{yc} = é a resistência ao escoamento média das partes planas estabelecidas por ensaios, conforme B.3e, ou a resistência ao escoamento do aço virgem f_y na ausência de ensaios.

f_{yc} = é a resistência ao escoamento para a região das dobras, avaliada por:

$$f_{yc} = \frac{B_c \times f_y}{(r_i/t)^m} \quad (2)$$

A expressão anterior é aplicável somente quando $f_u/f_y \geq 1,2$; $(r_i/t) \leq 7$ e o ângulo de dobramento for igual ao inferior a 120° .

$$B_c = 3,69 \times (f_u/f_y) - 0,819 \times \left(\frac{f_u}{f_y}\right)^2 - 1,79 \quad (3)$$

onde:

$$m = 0,192(f_u/f_y) - 0,068$$

f_y = é a resistência ao escoamento do aço virgem;

f_u = é a resistência à ruptura do aço virgem;

r_i = é o raio interno de dobramento;

t = é a espessura.

3.5 Perfis de aço submetidos a compressão

Quando barras de aço são submetidas à compressão, duas formas de colapso devem ser consideradas, primeira a instabilidade da barra, suposta com curvatura inicial. O outro modo é a flambagem local dos elementos constituintes da seção transversal (FAKURY, 2016). Em outras palavras, flambagem global e flambagem local. Para perfis de aço formados a frio surge também a flambagem distorcional.

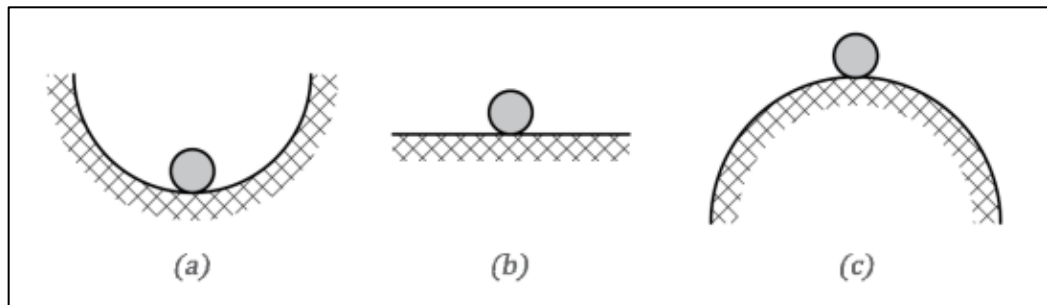
3.6 Estabilidade de barras comprimidas

Entende-se por estabilidade a propriedade de um sistema de manter o estado de equilíbrio nas condições de aplicação de ações. Se um determinado sistema estrutural não satisfaz as condições de equilíbrio, ele é qualificado como instável. A Figura 7 trata de três situações de equilíbrio.

Tem-se assim, tem-se:

1. Equilíbrio estável: O sistema sofre perturbações, mas após o alívio da carga tende a voltar ao seu estado inicial.
2. Equilíbrio instável: O sistema sofre uma pequena perturbação, porém depois do alívio da carga não volta a situação inicial.

Figura 7 - Estados de equilíbrio.



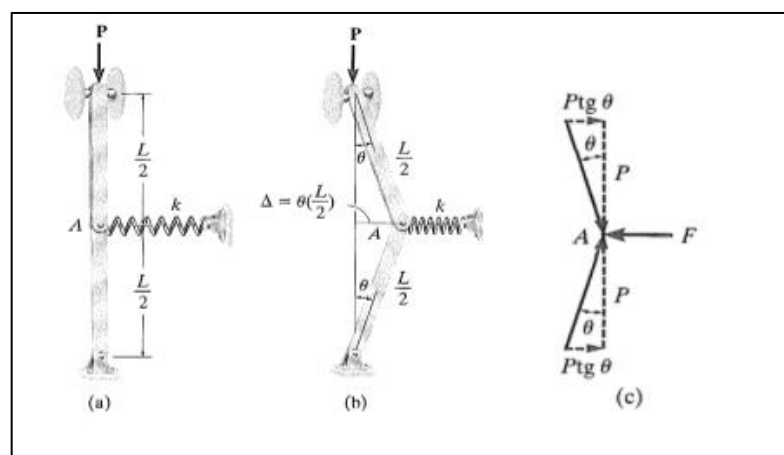
Fonte: Adaptada de BRAGA, 2015.

Na Figura 7, os itens (a) e (b) refere-se aos estados de equilíbrio estáveis, neutro e o item (c) estado de equilíbrio instável.

Quando se estuda o comportamento de barras comprimidas procura-se quantificar qual a carga máxima axial que provoca a perda de estabilidade. Na literatura a carga axial máxima que uma coluna pode suportar quando na sua iminência de sofrer flambagem é denominada carga crítica.

O fenômeno de instabilidade pode ser entendido melhor como em Hibbeler (2000). Considere uma situação composta por uma mola e duas barras sem peso, rígidas e conectadas nas extremidades por pinos, como exemplificado na Figura 8.

Figura 8 - Carga crítica de flambagem



Fonte: HIBBELER, 2000.

A primeiro momento na situação (a) da Figura 8, as barras encontram-se na posição vertical, a mola encontra-se em repouso e uma força de pequena intensidade P é aplicada no

topo. A situação de equilíbrio é perturbada quando se desloca o ponto A (referente a ligação da mola) até uma pequena distância Δ (delta), situação mostrada em (b). Na situação (c) é possível ver no diagrama de corpo livre que existe uma força restauradora (Equação 4) que tende a restabelecer o equilíbrio enquanto que a carga aplicada P (Equação 5) desenvolve duas componentes horizontais que tendem a empurrar o pino ainda mais para fora da posição de equilíbrio. Matematicamente temos:

$$F = k \times \Delta \quad (4)$$

$$P_x = P \times \text{tg } \theta \quad (5)$$

como θ é pequeno, a simplificação $\Delta \approx \theta \times (L/2)$ e $\text{tg } \theta \approx \theta$. Isso implica dizer que, a força de restauração da mola torna-se $F = k\theta L/2$ e a força perturbadora $2P_x = 2P\theta$. Conhecendo tais forças isso nos permite fazer três análises a respeito da estabilidade.

1. Situação onde força de restauração é maior que a força perturbadora.

$$k \times \theta \times L/2 > 2P \times \theta; \quad (6)$$

θ se anula e então P pode ser descrito como sendo:

$$P < k \times L/4 \quad (7)$$

Ou seja, para P menor que um quarto do comprimento da barra vezes a rigidez da mola tem-se uma situação de equilíbrio estável.

2. Situação onde a força de restauração é menor que a força perturbadora.

$$k \times \theta \times L/2 < 2P \times \theta; \quad (8)$$

θ se anula e então P pode ser descrito como sendo:

$$P > k \times L/4$$

Nessa situação, a mola não seria capaz de restaurar o equilíbrio tendo assim um estado de equilíbrio instável.

3. Situação na qual as forças são iguais.

$$P_{cr} = k \times L/4 \quad (9)$$

Esta situação representa um equilíbrio neutro (Figura 8.b), observa-se que a carga crítica é independente do pequeno deslocamento das barras, dessa forma caso haja alguma perturbação no sistema as barras tenderá a ficar na situação estável, porém em posição deformada.

3.7 Carga crítica de Euler

Um dos precursores no estudo de instabilidade (flambagem) de barras comprimidas foi o matemático suíço *Leonard Euler* (1707-1783) a qual postulou a expressão da força normal crítica de flambagem no regime elástico para uma barra submetida à compressão centrada. O modelo de Euler trata-se de uma coluna ideal com apoios de pinos em ambas as extremidades, perfeitamente reta, homogênea e carga aplicada no centroide da seção (Figura 9). Além disso, Euler considerou que o material se comporta de uma maneira linear elástica e que a coluna sofre flambagem ou flexão em um único plano (menor momento de inércia).

Para quantificar a carga crítica Euler partiu da equação da linha elástica que, relaciona o momento interno com sua forma fletida. Como foi admitido que o deslocamento era pequeno, pode-se expressar a equação da linha elástica da seguinte forma:

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M; \quad (10)$$

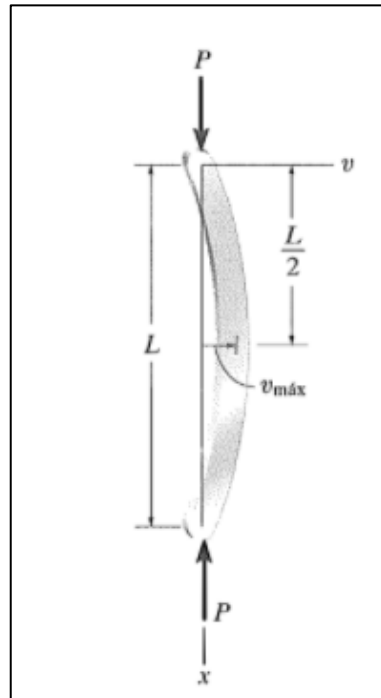
onde:

E = Módulo de Elasticidade do material;

I = Inércia;

M = Momento interno.

Figura 9 - Coluna ideal



Fonte: Fonte: HIBBELER, 2000.

Quanto a coluna está em posição fletida, o momento fletor interno pode ser determinado. Para o caso da Figura 10, tem-se uma carga axial de compressão P e um deslocamento no centro da barra, dessa forma considerando momento positivo como tracionando as fibras do lado direito da Figura 10 temos:

$$M = -P \times v \quad (11)$$

substituindo o momento interno na Equação 7 e reagrupando os termos tem-se:

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI}\right) \times v = 0 \quad (12)$$

A formulação a cima representa uma equação diferencial linear homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes. Utilizando métodos convenientes de equações diferenciais tem-se a solução geral da equação da seguinte forma:

$$v = C_1 \times \sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) + C_2 \times \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) \quad (13)$$

As constantes de integração são determinadas utilizando das condições de contorno do problema. Como ambas as extremidades estão rotuladas a translação está impedida de ocorre em dois pontos: $x = 0$ e em $x = L$.

- Para $x = 0$ tem-se $v = 0$, assim temos:

$$C_2 = 0 \quad (14)$$

- Para $x = L$ tem-se $v = 0$, logo:

$$C_1 \times \text{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L \right) = 0 \quad (15)$$

Analisando a Equação 15, verifica-se que a solução $C_1 = 0$ seria a mais trivial, porém dessa forma admite-se que a coluna não sofra deflexão mesmo que a carga atuante o torne instável. Assim, a solução que melhor satisfaz o comportamento real é dado por:

$$\text{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L \right) = 0 \quad (16)$$

que é satisfeita se:

$$\sqrt{\frac{P}{EI}} L = n \times \pi \quad (17)$$

isolando p tem-se:

$$P = \frac{\pi^2 \times n^2 \times E \times I}{L^2} \quad (18)$$

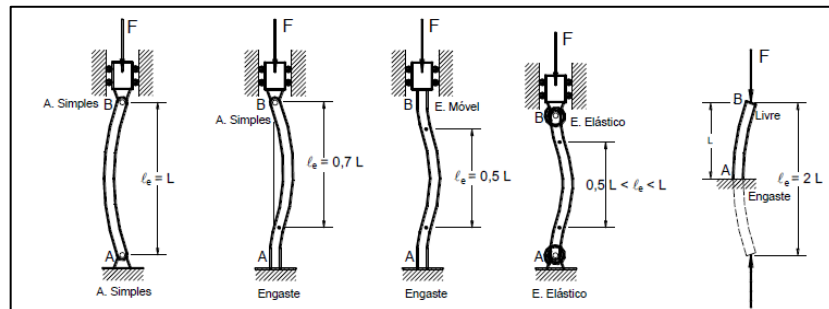
Observando a equação verifica-se que o menor valor de P é conferido quando n é igual a um. Dessa forma a equação pode ser expressa como:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \times E \times I}{L^2} \quad (19)$$

A Equação 19 é frequentemente denominada de carga crítica de Euler. Verifica-se que a carga crítica de flambagem (carga crítica de Euler) depende de propriedades físicas e geométricas do material. Além disso, a Equação 19 foi deduzida com base em uma coluna bi-

rotulada, ou seja, o comprimento efetivo deve ser modificado para demais situações de apoio (Figura 10).

Figura 10 - Comprimento de flambagem

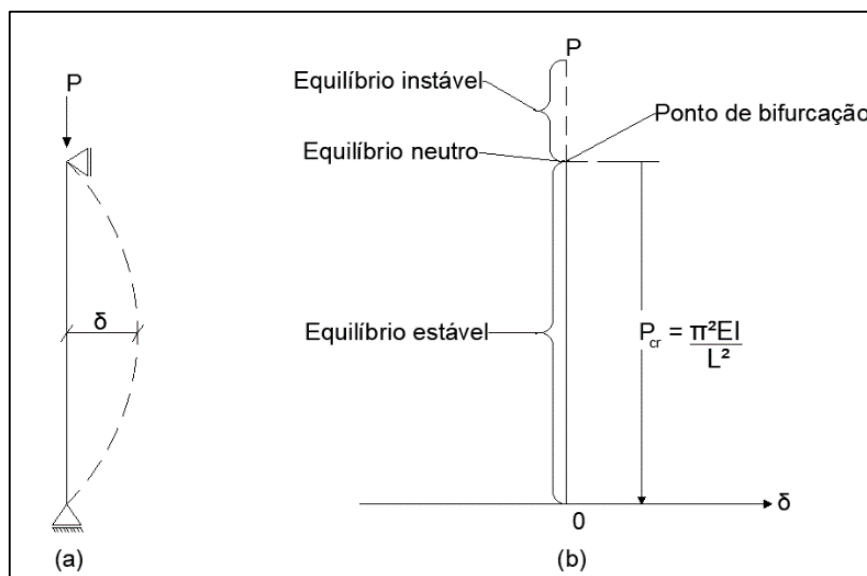


Fonte: BASTOS, 2017.

Outra observação a se fazer diz respeito sobre a resistência do material pois, para materiais de mesmo módulo de elasticidade a resistência do material não interfere na carga crítica. Dessa forma, materiais iguais com resistências diferentes possuem teoricamente mesma carga crítica de flambagem (supondo condições de vinculações e comprimentos de flambagem iguais).

A Figura 11 exemplifica o modelo de Euler de forma simplificado. Tem-se a primeiro momento o modelo de coluna (Figura 11.a) e posteriormente os estados de equilíbrio. O ponto de bifurcação representa o limite de estabilidade.

Figura 11 - Modelo de Euler



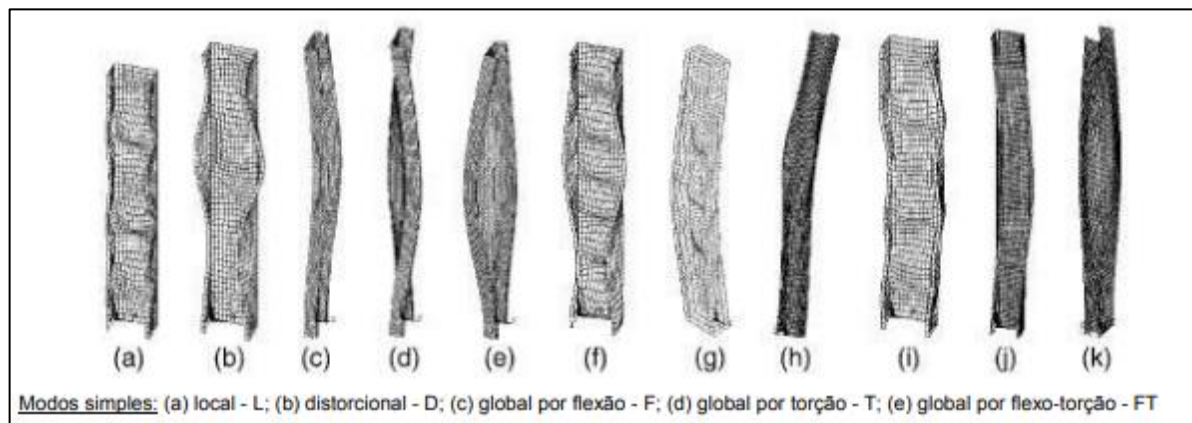
Fonte: HIBBELER, 2000.

3.8 Modos de instabilidade

3.8.1 Flambagem global

A flambagem global é caracterizada pela perda de estabilidade do elemento como um todo. Tal fenômeno é mais preponderante em barras com elevado índice de esbeltez. A ABNT NBR 14762:2010 estabelece quatro formas de instabilidades: flambagem por flexão, torção, flexo-torção e distorcional. A Figura 12 representa os modos de instabilidades anteriormente comentados.

Figura 12 - Modos de Instabilidade simples e acoplados: perfil do tipo U enrijecido submetido à compressão



Fonte: DUBINA, 2003.

A flambagem global é tratada no item 9.7 da ABNT NBR 14762:2010. O dimensionamento segue o princípio dos estados limites últimos. Sendo determinado pela expressão abaixo:

$$N_{c.Sd} \leq N_{c.Rd}, \quad (20)$$

onde:

$N_{c.Sd}$ = é a força axial de compressão solicitante de cálculo;

$N_{c.Rd}$ = é a força axial de compressão resistente de cálculo, tomada como o menor valor entre os modos de flambagens (flambagem global por flexão, torção, flexo-torção e distorcional).

A força axial de compressão resistente de cálculo é calculada segundo a Equação 21:

$$N_{c.Rd} = \frac{\chi \times A_{ef} \times f_y}{\gamma}, \quad (21)$$

onde:

χ = é o fator de redução da força axial de compressão resistente, associado à flambagem global;

- i. para $\lambda_0 \leq 1,5$: $\chi = 0,658^{\lambda_0^2}$
- ii. para $\lambda_0 > 1,5$: $\chi = 0,877 \times \lambda_0^{-2}$

λ_0 = é o índice de esbeltez reduzido associado à flambagem global, dado por:

$$\lambda_0 = \frac{A \times f_y}{N_e}$$

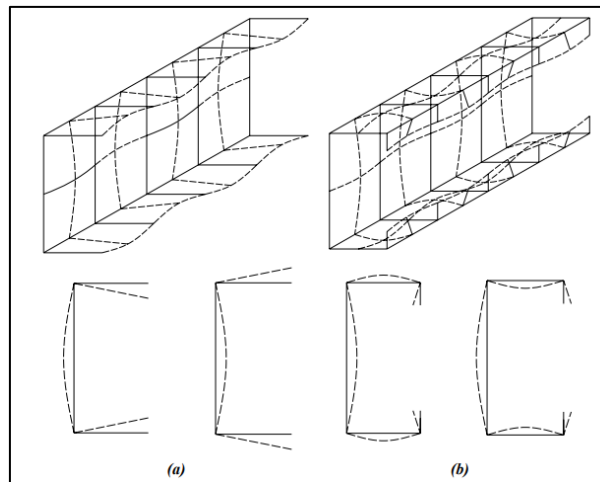
N_e = força axial de flambagem global elástica;

A_{ef} = é a área efetiva da seção transversal da barra.

3.8.2 Flambagem local

Quando um elemento é submetido a compressão, pode ocorrer a instabilidade de um ou mais elementos constituintes do seu perfil. Devido à baixa rigidez, nota-se a formação de ondas nos elementos constituintes da seção transversal caracterizando por um típico modo de instabilidade de chapa como mostra a Figura 13.

Figura 13 - Flambagem local em perfis dos tipos (a) U simples e (b) U enrijecido.



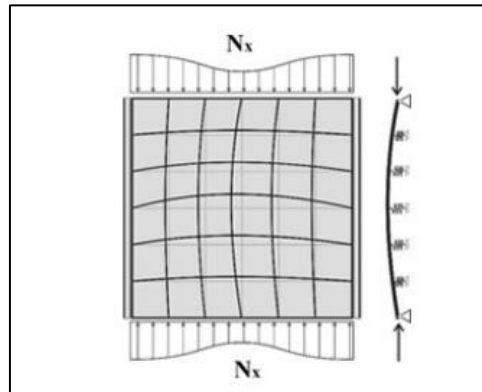
Fonte: ALMEIDA, 2007.

A tensão crítica de flambagem é determinada a partir da equação diferencial proposta por Bryan em 1891. A solução representa a expressão geral da tensão crítica de flambagem elástica para uma chapa retangular simplesmente apoiada submetida à compressão uniforme em uma direção. Dada por:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \times E}{12 \times (1 - \nu^2) \times (b/t)^2} \times K \quad (22)$$

O valor de K (coeficiente de flambagem local) depende da relação entre o comprimento e a largura da chapa l/b , e do número de meias ondas m , das condições de contorno e da distribuição de tensões na chapa (Figura 14).

Figura 14 - Comportamento de uma chapa submetida ao esforço de compressão.



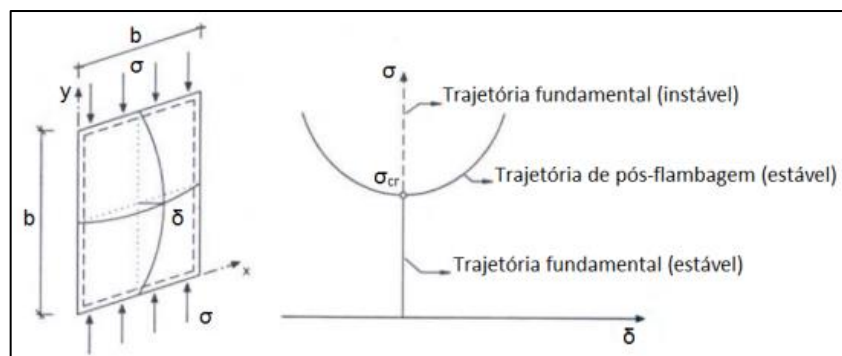
Fonte: SILVA, 2014.

3.8.3 Instabilidade de chapas

O comportamento de placas (chapas) é diferente do comportamento de um elemento unidimensional. Devido a chapa ser um elemento bidimensional sua capacidade de resistir tensões no seu plano aumenta. Isso se deve ao fato das redistribuições das tensões para partes enrijecidas. Na literatura o fenômeno é conhecido como “comportamento pós-flambagem” (MELO, 2017).

Em termos de estabilidade, o comportamento de chapas comprimidas é melhor entendida como na Figura 15.

Figura 15 - Chapa submetida a compressão simplesmente apoiada



Fonte: REIS E CAMONTIM, 2000.

Segundo Silva e Fruchtengarten (2012) e Timoshenko (1979) a deflexão transversal pós-crítica de uma chapa sob ações no seu plano é representada pela equação de Germain-Lagrange e representada graficamente na Figura 16:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{12 \cdot (1-\nu^2)}{E \cdot t^3} \cdot \left(-n_x \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2n_{xy} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} - n_y \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (23)$$

sendo:

w = deslocamento perpendicular ao plano da chapa no ponto de coordenadas x e y ;

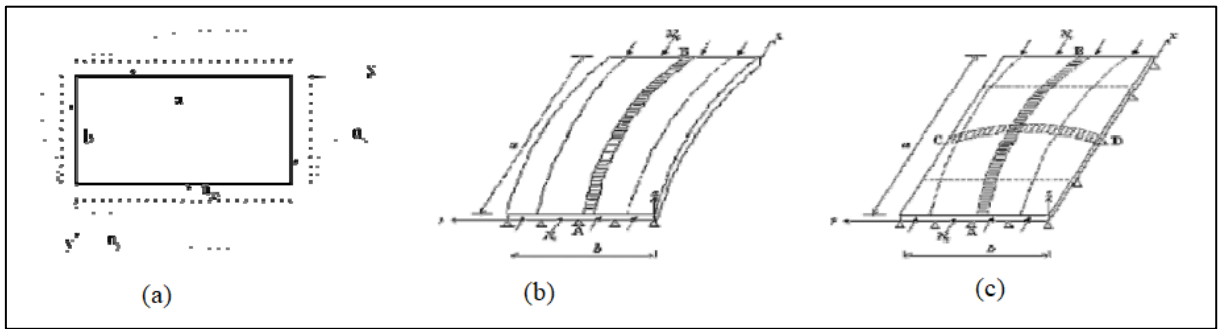
ν = coeficiente de Poisson;

E = módulo de elasticidade do aço;

t = espessura da chapa;

n = força por unidade de comprimento no plano da chapa.

Figura 16 - Comportamento de chapa submetida a esforços de compressão no seu plano.



Fonte: SILVA E FRUCHTENGARTEN, 2012.

A Figura 16.b representa uma chapa sujeita apenas a forças longitudinais com condições de apoio simples em ambos os lados. Nessa situação o comportamento perante a instabilidade da chapa é semelhante ao comportamento de um elemento linear de uma barra comprimida. Porém, olhando a Figura 16.c as condições de vinculações são modificadas. Dessa forma verifica-se que as fibras paralelas CD impedem a deformação das fibras perpendiculares (fibras AB), aumentando a força crítica.

Considerando a situação onde tem-se uma chapa retangular igualmente apoiada nas quatros extremidades a Equação 23 se reduz a seguinte expressão:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{12 \cdot (1-\nu^2)}{E \cdot t^3} \cdot \left(-n_x \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2n_{xy} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} - n_y \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (24)$$

Como modificou-se as condições de apoio, o parâmetro w que representa as condições de descolamento muda e pode ser representado pela série abaixo:

$$w = \sum_{m=1,2,3..}^{\infty} \sum_{n=1,2,3..}^{\infty} w_{m,n} \cdot \sin(m \cdot \pi \cdot \frac{x}{a}) \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}) \quad (25)$$

Na expressão, m e n são números de semiondas da configuração pós-crítica da chapa e a e b são os lados da chapa. Substituindo a Equação 23 na Equação 24 tem-se:

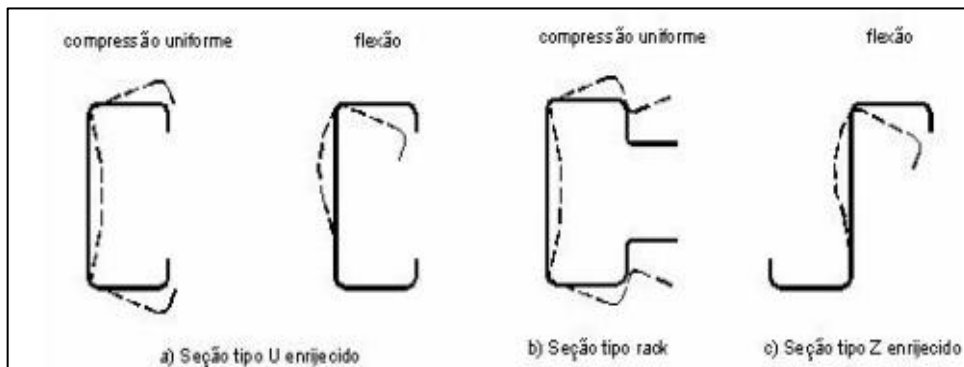
$$n_x = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{m}{a} + \frac{n^2 \cdot a}{m \cdot b^2} \right)^2 \quad (26)$$

O menor valor de n_x tem-se quando n é igual a 1 (um), ou seja, apenas uma semi-onda na direção paralela ao menor lado da chapa. A tensão crítica de flambagem da chapa é determinada dividindo-se n_x por t . Dessa forma, chega-se à dedução da Equação 10 utilizada pela ABNT NBR 14762:2010.

3.8.4 Flambagem distorcional

A flambagem distorcional é caracterizada pela distorção da seção transversal (Figura 17). Porém, segundo Chodraui (2003) os perfis sem enrijecedores de borda não apresentam a flambagem distorcional como modo crítico. Isso se deve ao fato de que, sem o enrijecedor a flambagem local é mais preponderante em relação a distorcional.

Figura 17 - Flambagem distorcional da seção transversal



Fonte: ABNT NBR 14762, 2010.

A NBR 14762:2010 quantifica a força axial de compressão resistente de cálculo para a flambagem distorcional como:

$$N_{c.Rd} = \frac{\chi_{dist} \times A \times f_y}{\gamma}, \quad (27)$$

onde:

$$\chi_{dist} = 1 \quad \text{para } \lambda_{dist} \leq 0,561;$$

$$\chi_{dist} = \left(1 - \frac{0,25}{\lambda_{dist}^{1,2}}\right) \times \frac{1}{\lambda_{dist}^{1,2}} \quad \text{para } \lambda_{dist} > 0,561;$$

$$\lambda_{dist} = (A \times f_y / N_{dist})^{0,5};$$

A = é área bruta da seção transversal da barra;

N_{dist} = é a força axial de flambagem distorcional elástica, a qual deve ser calculada com base na análise de estabilidade elástica.

A verificação da flambagem distorcional pode ser dispensada se, a relação D/b_w for igual ou superior aos valores indicados na Tabela 2.

Tabela 2 - Valores mínimos da relação D/b_w de barras com seção U enrijecido e seção Z enrijecido submetidos à compressão centrada, para dispensar a verificação da flambagem distorcional.

b_t/b_w	b_w/t				
	250	200	125	100	50
0,4	0,02	0,03	0,04	0,04	0,08
0,6	0,03	0,04	0,06	0,06	0,15
0,8	0,05	0,06	0,08	0,10	0,22
1,0	0,06	0,07	0,10	0,12	0,27
1,2	0,06	0,07	0,12	0,15	0,27
1,4	0,06	0,08	0,12	0,15	0,27
1,6	0,07	0,08	0,12	0,15	0,27
1,8	0,07	0,08	0,12	0,15	0,27
2,0	0,07	0,08	0,12	0,15	0,27

NOTA 1 b_t , b_w e D são as dimensões nominais dos elementos, conforme indicado na Figura da Tabela 9.

NOTA 2 Para valores intermediários, interpolar linearmente.

Fonte: Adaptada de ABNT NBR 14762, 2010.

3.9 Método dos elementos finitos (MEF)

O método dos elementos finitos consiste em discretizar um modelo estrutural em elementos finitos unidos por nós. A utilização do método tem sido frequente nas engenharias, principalmente quando resultados analíticos são muito complexos ou envolvem muitas interações (VIDAL, 2019).

Um dos problemas frequentes de estruturas é identificar a carga crítica de flambagem de um elemento utilizando do método dos elementos finitos. Através de software é determinado autovalores e autovetores que são correlacionados com o real comportamento do material. Para a flambagem de elementos de parede fina os elementos de casca é o que melhor representa o comportamento real (HUANG; LI; WANG, 2016).

Um dos atributos indispensáveis na utilização do método dos elementos finitos é a matriz de rigidez K . É na matriz de rigidez onde todas as características do comportamento geométrico e físico do material é inserida. Dessa forma é possível relacionar autovalores que correspondem a cargas críticas e autovetores que determinam os modos de instabilidades (BISAGNI E VESCOVINI, 2007).

O método dos elementos finitos soluciona o problema de maneira aproximada, dessa forma, em termos de autovalor e autovetor o método busca valores que satisfaça as condições de contorno. Assim, por exemplo, a carga crítica de flambagem pode ser determinada como segundo Rodríguez (2015) que correlacionou a carga aplicada $\overline{Pa}$ com a deformação $\bar{u}$. Matematicamente expressa como:

$$Pa = Ku \quad (28)$$

Dessa forma, a solução da Equação 28 é expressa em forma de autovalor (um escalar) e autovetor (um vetor). Autovalor representa um escalar múltiplo da carga crítica real. Dessa forma aplicando-se uma carga unitária o autovalor seria um fator multiplicativo dessa carga.

3.10 Métodos para o dimensionamento de barras

A NBR 14762:2010 estabelece três métodos para o dimensionamento de barras:

- a) método da largura efetiva (MLE), em que a flambagem local é considerada por meio de propriedades geométricas efetivas (reduzidas) da seção transversal das barras, oriundas do cálculo das larguras efetivas dos elementos totalmente ou parcialmente comprimidos.
- b) método da seção efetiva (MSE), em que a flambagem local é considerada por meio de propriedades geométricas efetivas (reduzidas) da seção transversal das barras, calculadas diretamente.
- c) método da resistência direta (MRD), conforme anexo C da norma, com base nas propriedades geométricas da seção bruta e em análise geral de estabilidade elástica que permita identificar, para o caso em análise, todos os modos de flambagem e seus respectivos esforços críticos.

A norma deixa bem claro que, para os casos não normatizados por ela, deve-se ser realizado ensaios para o correto dimensionamento. Conforme a seção 11 da respectiva norma.

4 METODOLOGIA

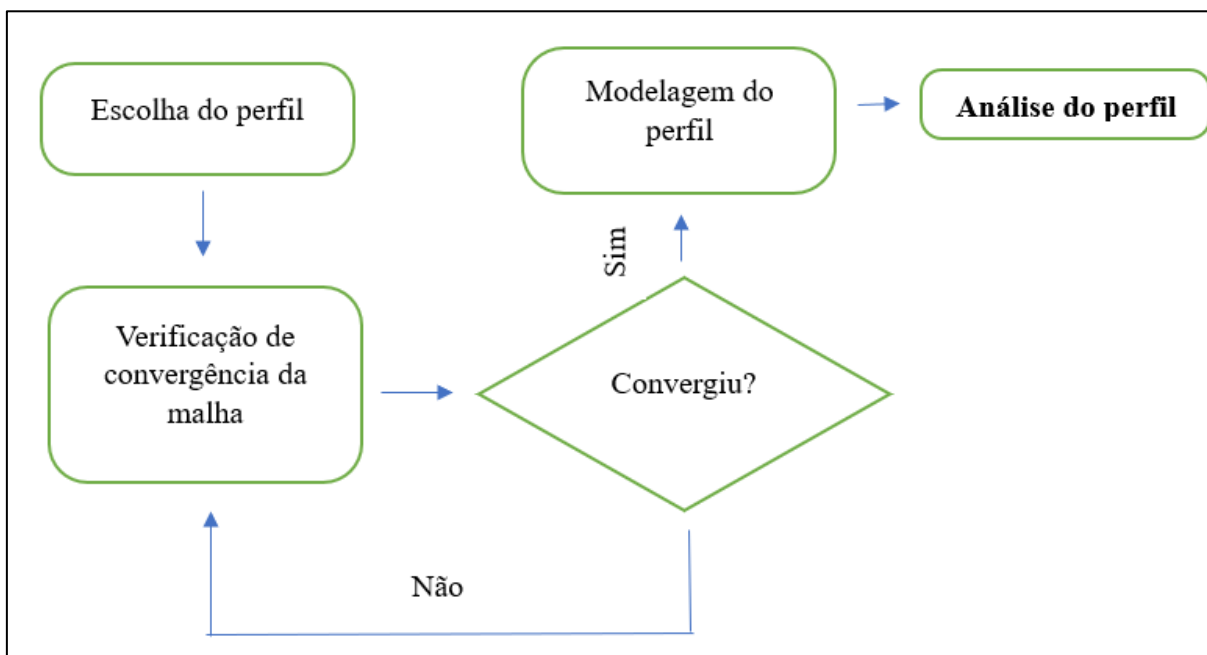
O presente estudo tem como objetivo geral uma análise numérica. Segundo Ribeiro (2004) devido à complexidade de alguns problemas de engenharia, soluções analíticas não são sempre possíveis e viáveis. Dessa forma, os métodos numéricos são bastante satisfatórios quanto ao resultado apresentado.

Dentro da diversidade de perfis formados a frio nessa pesquisa optou-se em utilizar Perfis com Seção U enrijecido simples. O perfil teve como parâmetro de escolha o seu uso intensivo como elemento em execução de pilares, que devido resistir forças preponderantemente de compressão, se adequou ao objetivo de estudo.

A fim de validar o uso da malhada adotada foi realizada uma análise de um elemento de chapa com dimensões de 150mm x 150 mm e espessura de 2,65mm. Outro requisito utilizado na qualificação do modelo foi utilizar um teste de convergência, ou seja, tornando-se possível fazer uma verificação da qualidade da malha utilizada. A análise de convergência e resultados da malha estão dispostos nos Apêndices.

A análise numérica foi feita através do software SAP 2000, utilizando do método dos elementos finitos e elementos do tipo shell. A Figura 18 trata do fluxograma do processo metodológico desenvolvido na pesquisa.

Figura 18 - Fluxograma das etapas desenvolvidas no trabalho

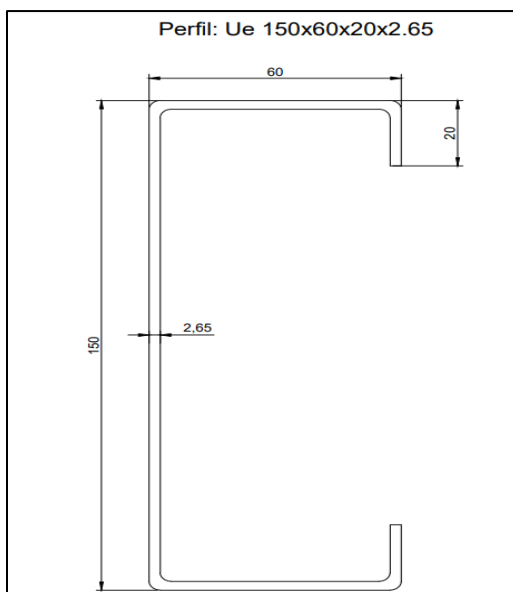


Fonte: Autoria própria, 2020.

4.1 Escolha do perfil

Foram selecionados perfis normatizados segundo a ABNT NBT 6355:2012. O perfil escolhido está representado na Figura 19.

Figura 19 - Perfil U enrijecido



Fonte: Autoria própria, 2020.

Um dos motivos por ter-se escolhido um perfil U enrijecido deve-se ao fato de perfis sem enrijecedores possuírem flambagem distorcional como carga crítica. Dessa forma, o perfil U enrijecido torna a análise mais completa em termos de modos de instabilidade. Evidente que, como foi visto na Figura 19, as dimensões geométricas no perfil escolhido permitem, segundo a norma ABNT NBR 14762:2010, a dispensa da análise de flambagem distorcional. Entretanto como a análise foi feita via elementos finitos e com a presença de furo, tornou-se atrativo conhecer o comportamento do mesmo e comparar com as recomendações da norma ABNT NBR 14762:2010.

Outro ponto levado em consideração na escolha do perfil faz referência ao diâmetro do furo a ser realizado. Como optou-se por realizar um furo de 50 mm na região da alma necessitava-se de um perfil que possuísse uma largura da alma considerável para que os modos de instabilidades pudessem ser melhor avaliados em termos de escala.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 Caracterização do perfil

As propriedades do aço, propriedades mecânicas e características geométricas do perfil utilizado estão descritas nas Tabelas 3, 4 e 5, respectivamente. Na Figura 20 tem-se a caracterização do modelo de estudo.

Tabela 3 - Propriedades do aço estrutural

Especificação	Grau	f_y (MPa)	f_u (MPa)
ABNT NBR 6649 / ABNT NBR 6650	CF-25	260/260	400/410

Fonte: Autoria própria, 2020.

Tabela 4 - Propriedades mecânicas do material

Módulo de elasticidade (MPa)	Coefficiente de Poisson	Módulo de elasticidade transversal (MPa)	Coefficiente de dilatação térmica ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	Massa específica (Kg/m³)
200 000	0,3	77 000	$1,2 \times 10^{-5}$	7 850

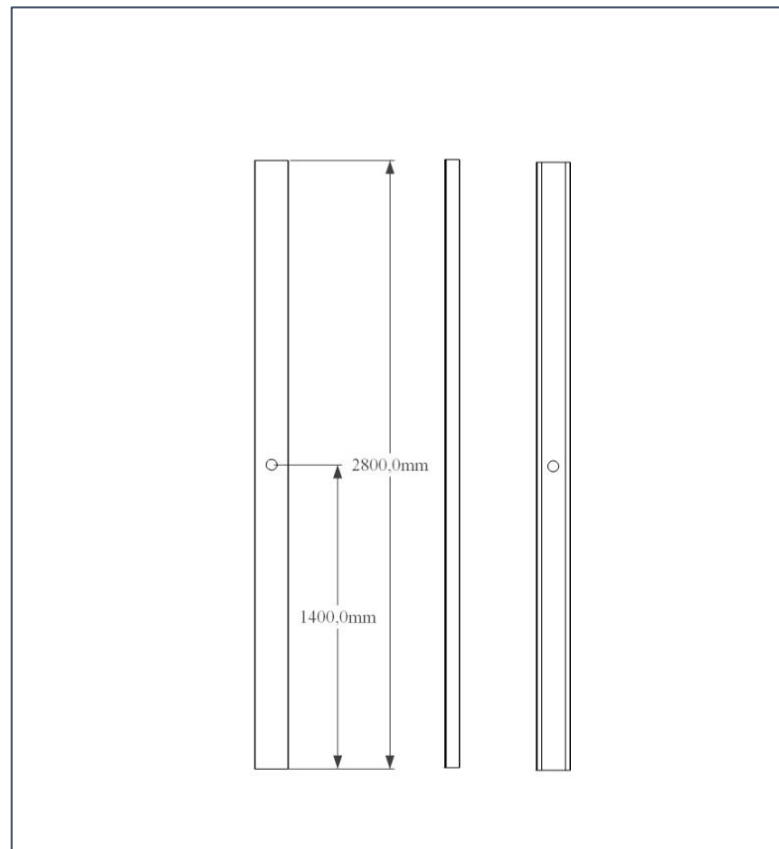
Fonte: Autoria própria, 2020.

Tabela 5 - Características geométricas

Comprimento da barra (mm)	Diâmetro do furo (mm)	b_w (mm)	b_f (mm)	D (mm)	t (mm)
2800	50	150	60	20	2,65

Fonte: Autoria própria, 2020.

Figura 20 - Caracterização do modelo



Fonte: Autoria própria, 2020.

5.2 Análise das cargas críticas de acordo com a ABNT NBR 14762:2010

Para termos parâmetros de comparação optou-se por determinar as cargas críticas do perfil sem a presença do furo de acordo com a ABNT NBR 14762:2010. Assim será possível analisar de qual forma o furo influencia na carga crítica de flambagem elástica. O detalhamento do cálculo estar disponível no Apêndice J.

Tabela 6 - Cargas críticas calculadas analiticamente

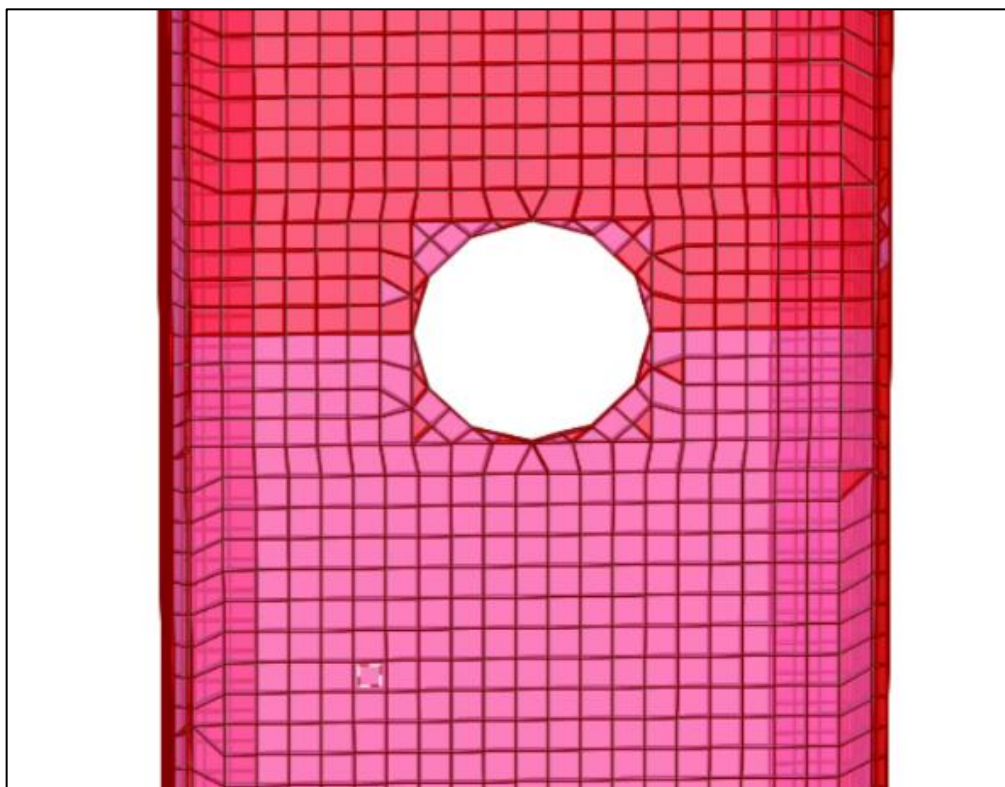
Modo de instabilidade	Carga crítica (kN)
Flambagem por flexão em x	672,49 kN
Flambagem por flexão em y	97,44 kN
Flambagem por flexo-torção	308,59 kN
Flambagem local	224,26 kN

Fonte: Autoria própria, 2020.

5.3 Modelagem do perfil em elementos finitos

A modelagem do perfil em elementos finitos partiu inicialmente dos resultados obtidos na análise da chapa. Dessa forma, verificou-se que elementos retangulares de 7x7 mm conferia um bom resultado numérico bem como um custo computacional aceitável com 18842 elementos finitos de casca (tipo shell), 21479 nós e com um tempo de processamento de 4 minutos. Entretanto, para as regiões do furo e das chapas de base utilizou-se de elementos com dimensões trapezoidal e triangular geradas manualmente (Figura 21).

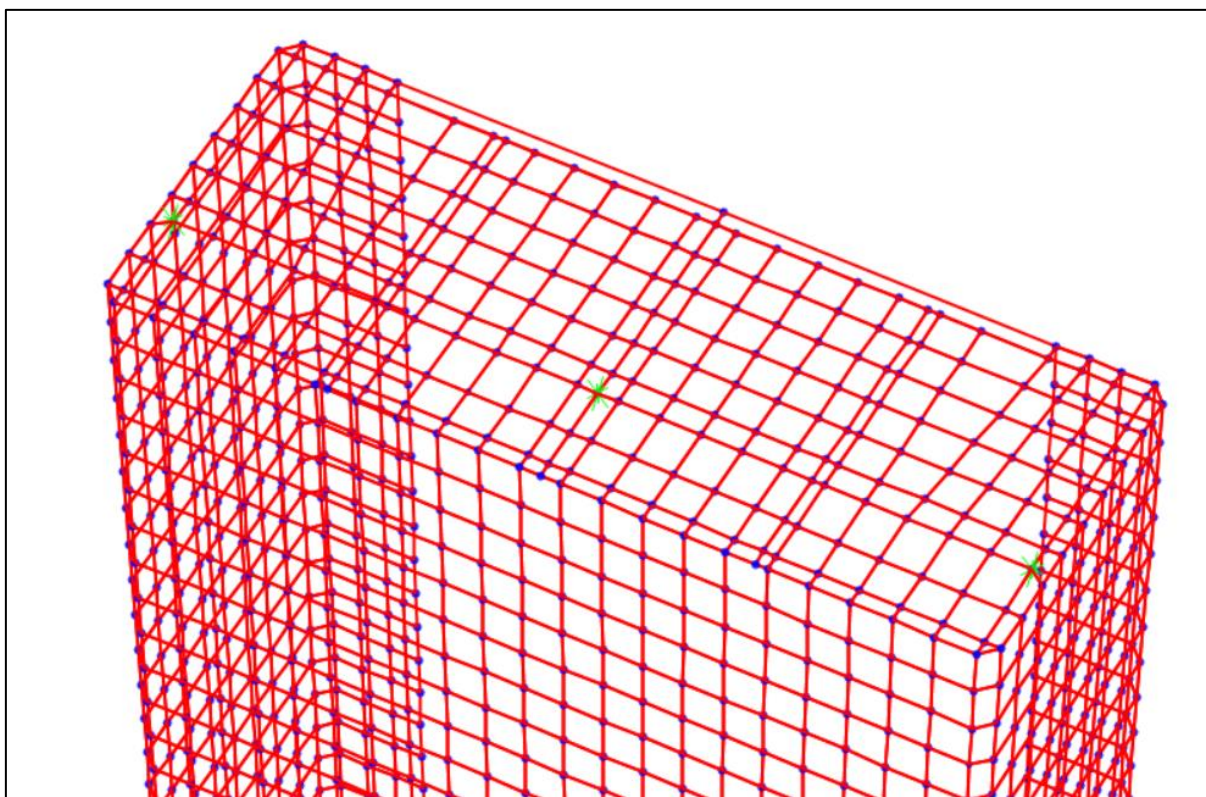
Figura 21 - Malha utilizada no perfil



Fonte: Autoria própria, 2020.

Para realizar a simulação de um ensaio de compressão centrada foi inserida ao modelo duas chapas, uma em cada extremidade da barra. As chapas possuem 25,4 mm de espessura e dimensões de 150x60 mm. A carga unitária foi aplicada em um nó da chapa que coincide com o CG do perfil. Dessa forma, a rigidez da chapa será suficiente para garantir a compressão uniforme do perfil sem que a chapa sofra algum tipo de instabilidade ou deformação (Figura 22).

Figura 22 – Condições de contorno



Fonte: Autoria própria, 2020.

As condições de contorno também foram aplicadas no ponto de centro geométrico do perfil sendo: na base impedimento a translação em todas as direções (x , y e z) e no topo o impedimento da translação no plano xy (caracterizando um apoio de segundo gênero na base e primeiro gênero no topo). Porém, para que o perfil não girasse em torno do seu eixo inseriu-se um vínculo de garfo no topo e na base do pilar. O vínculo foi realizado conferindo um momento de binário travando dois nós equidistantes do centro geométrico do perfil no topo e na base da coluna.

5.4 Análise numérica via método dos elementos finitos

O presente trabalho teve como objetivo realizar uma análise de estabilidade linear e verificar as cargas críticas de flambagem no regime elástico. Para isso, foi realizado uma modelagem do perfil onde posteriormente foram analisados os modos de instabilidade críticos.

Dessa forma, foram determinadas três cargas críticas para o modelo. Os modos de instabilidade e as cargas críticas estão dispostos na Tabela 7.

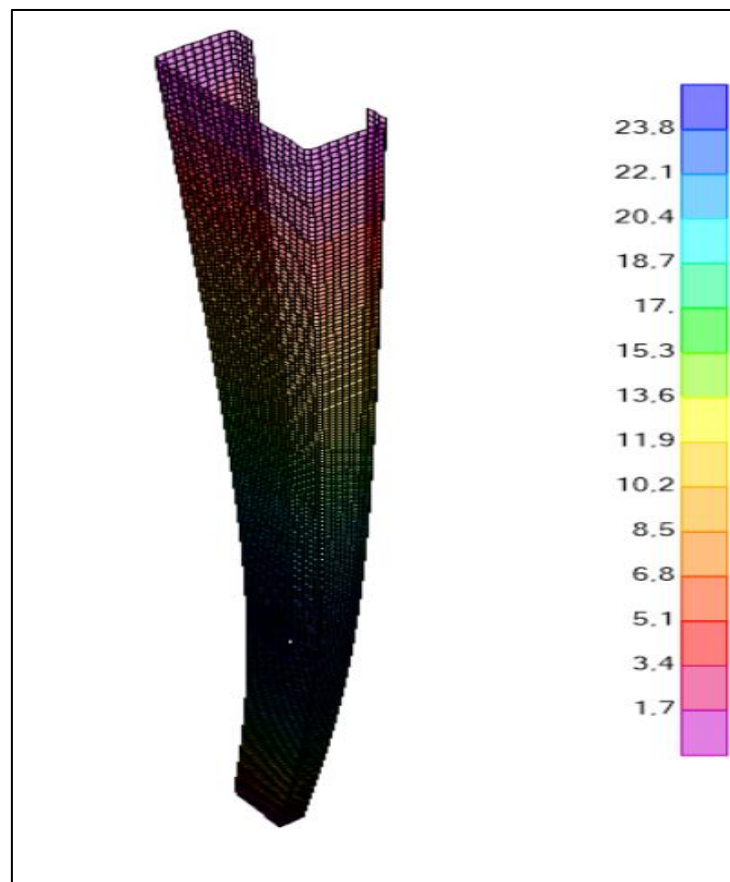
Tabela 7 - Cargas críticas via modelo numérico

Modo de instabilidade	Carga crítica (kN)
Flambagem por flexão em y	94,22 kN
Flambagem por flexo-torção	252,90 kN
Flambagem local	253,67 kN
Carga crítica da chapa	5,367 kN

Fonte: Autoria própria, 2020.

Os modos de flambagem apresentados no modelo numérico já eram esperados (como mostrado no cálculo de forma analítica). A primeira carga crítica (flambagem por flexão em y) corresponde a carga crítica no qual ocorreria a perda de instabilidade do perfil. Em outras palavras, flambagem global por flexão Figura 23

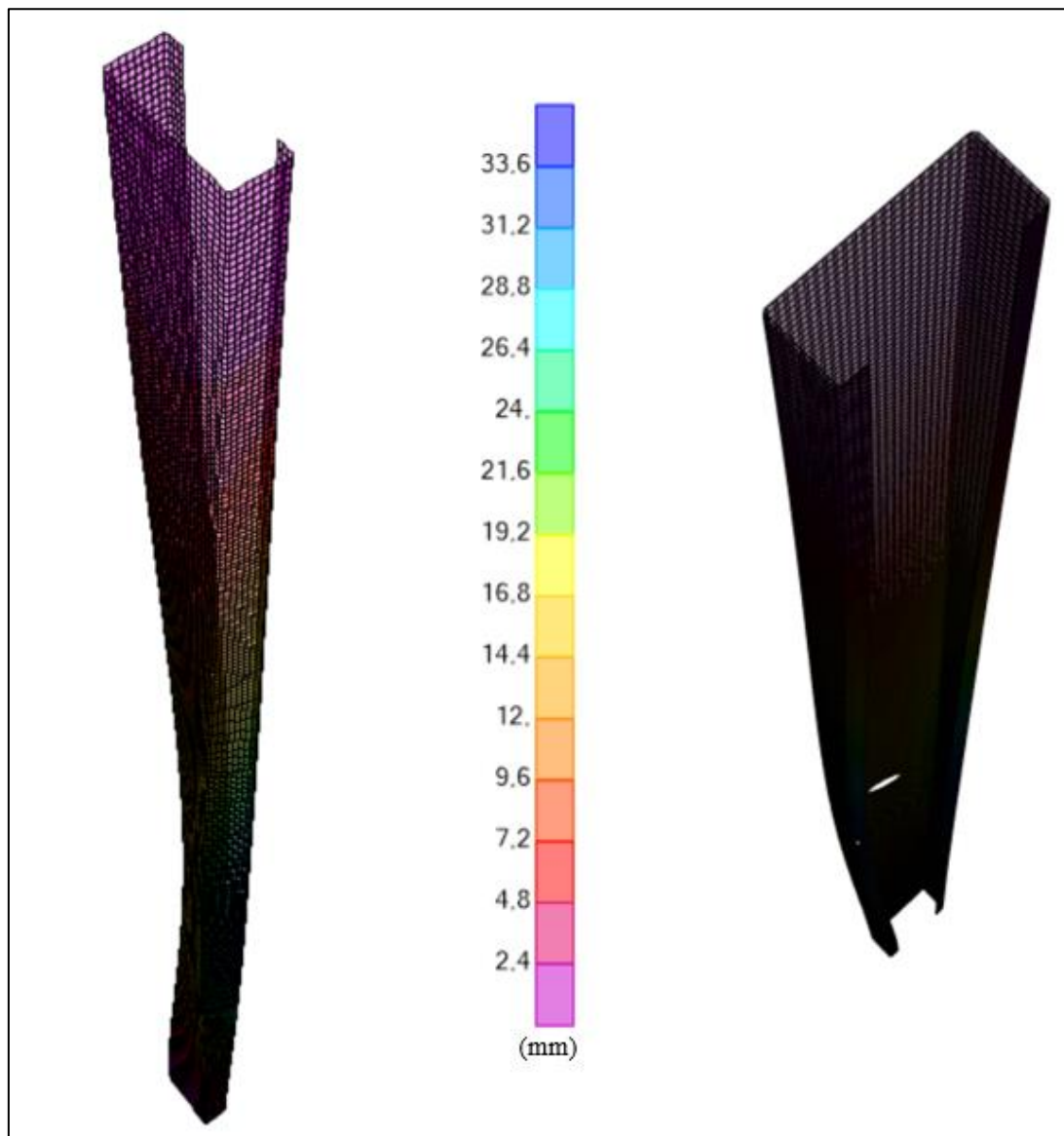
Figura 23 - Flambagem por flexão em torno no menor momento de inércia



Fonte: Autoria própria, 2020.

A segunda carga crítica é típica de perfis monométricos, a excentricidade (distância do centro geométrico ao centro de cisalhamento) gera a torção e acompanha a flexão da barra (Figura 24).

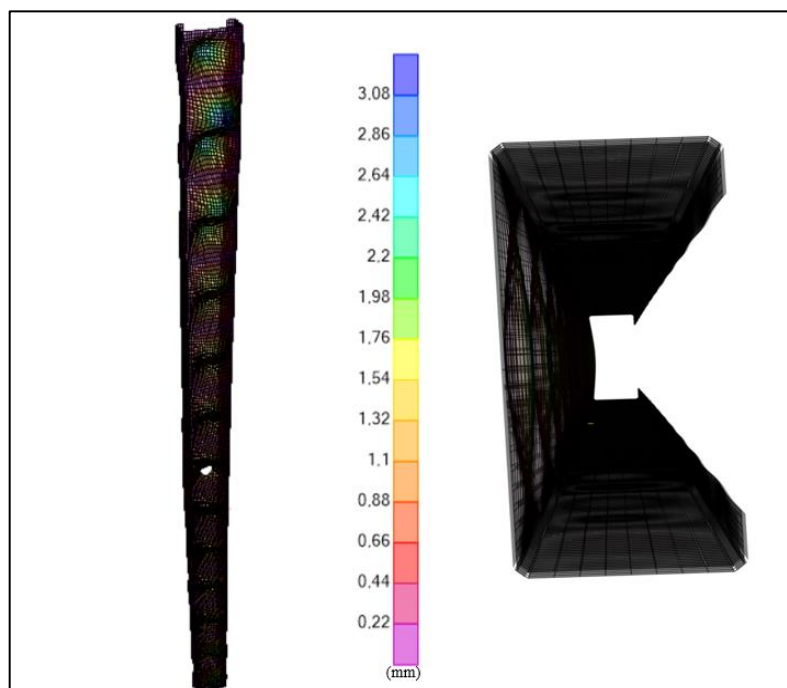
Figura 24 - Flambagem por flexo-torção



Fonte: Autoria própria, 2020.

A terceira carga crítica determinada foi referente a flambagem local dos elementos constituintes do perfil, caracterizada pela formação de semiondas ao longo do sentido longitudinal no perfil. A Figura 25 representa a situação deformada devido a flambagem local.

Figura 25 - Flambagem local



Fonte: Autoria própria, 2020.

Os resultados mostram que a região do furo não foi um fator crítico para a carga crítica de flambagem. Pois mesmo diante da redução da área da seção transversal, a flambagem local da alma não foi fator crítico em relação aos outros modos. Entretanto quando se analisa de forma quantitativa verifica-se que a flambagem por flexo-torção apresentou diferença considerável. Na Tabela 6 tem-se um comparativo entre as cargas calculadas analiticamente as cargas obtidas no modelo numérico.

Tabela 8 – Comparativo entre as cargas críticas analíticas e numéricas

Modo de instabilidade	Carga crítica análise numérica (kN)	Carga crítica análise analítica (kN)	Variação (%)
Flambagem por flexão em y	94,22 kN	97,44 kN	3,3%
Flambagem por flexo-torção	252,90 kN	308,59 kN	18,04%
Flambagem local	253,67 kN	224,26 kN	13,11%

Fonte: Autoria própria, 2020.

Por fim, verificou-se que a flambagem distorcional não representa um modo crítico para o perfil, ou seja, está de acordo com o que a ABNT NBR 14762:2010 estabelece.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a realização do trabalho, para o modelo analisado e as condições de realização da pesquisa, chega-se às seguintes conclusões:

- A modelagem do perfil em elementos finitos com a presença do furo foi satisfatória, pois foi possível observar com clareza os modos de instabilidade. Dessa forma, ficou evidente que a malha e condições de contorno utilizada foram corretas, fator esse que foi comprovado quanto comparado os resultados calculados de forma teórica com o da modelagem numérica;
- A variação nas cargas críticas determinadas não foi suficiente para afirmar a influência do furo. Tendo em vista que existiu uma proximidade entre os valores teóricos e numéricos. Com exceção no modo de instabilidade por flexo – torção, onde houve uma variação de 18%.

Sugestão para futuros trabalhos.

- Estudar flambagem em perfis considerando diferentes regiões com presença de furos e furos com diâmetros maiores;
- Estudar flambagem em perfis com presença de furos com diferentes condições de apoios.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Saulo José de Castro. **Análise Numérica de Perfis de Aço Formados a Frio Comprimidos Considerando Imperfeições Geométricas Iniciais**: 216 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituintes por perfis formados a frio. 2 ed. Rio de Janeiro, 2010. 87 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6355**: Perfis estruturais de aço formados a frio - Padronização. 2 ed. Rio de Janeiro, 2012. 36 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. 2 ed. Rio de Janeiro, 2008. 237 p.

BALZ, Andréia. **AVALIAÇÃO DE CARGAS CRÍTICAS PARA ESTRUTURAS RETICULADAS POR MEIO DO PROBLEMA DE AUTOVALOR E AUTOVETOR**: .. 2019. 119 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Santa Rosa, 2019.

BASTOS, S. S. PAULO. **PILARES DE CONCRETO ARMADO**. São Paulo, 2017. (Apostila).

CHODRAUI, G. M. B. **Flambagem por distorção da seção transversal em perfis de aço formados a frio submetidos à compressão centrada e à flexão**. 2003. 173p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2003.

CHODRAUI, Gustavo Monteiro de Barros. **ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL DE PERFIS DE AÇO FORMADOS A FRIO SUBMETIDO À COMPRESSÃO**. 2006. 308p. Tese (Doutorado) - Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, Universidade de São Paulo, 2006.

DUBINA, D., UNGUREANU. V. **Effect of imperfections on numerical simulation of instability behaviour of cold-formed steel members**. Thin-Walled Structures, vol. 40, p.239-262, 2002.

FAKURY, Ricardo H; SILVA, Ana Lydia R. Castro e; CALDAS, Rodrigo B.. **Dimensionamento de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto**. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2016.

HUANG, L.; LI, B.; WANG, Y. **Computation analysis of buckling loads of thin-walled members with open sections**. *Mathematical Problems in Engineering*, Fazal M. Mahomed, 2016.

JAVARONI, C. E. (1993). **Perfis de aço formados a frio por dobramento de chapa fina - Fundamentos teóricos para dimensionamento**. São Carlos. 213p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

HIBBELER, R.C. **Resistência dos Materiais**, Terceira Edição, Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro, 2000.

REIS, A., CAMOTIM, D., **Estabilidade Estrutural**. Portugal, McGraw-Hill, 2000.

RODRÍGUEZ, G. J. H. **Comparison of finite element buckling solution for flat plates under complex combined loading to analytical methods**. [S.l.]: Aerospace engineering Bachelor thesis, Universidad Carlos III de Madrid, 2015.

SILVA, Edson Lubas; SILVA, Edson Lubas; SILVA, Valdir Pignatta **Dimensionamento de perfis formados a frio conforme NBR 14762 e NBR**. Rio de Janeiro: IBS/CBCA, 119p, 2008.

Silva, Edson Lubas; SILVA, Edson Lubas; SILVA, Valdir Pignatta **Estruturas compostas por perfis formados a frio –Dimensionamento pelo método das larguras efetivas e aplicação conforme ABNT NBR 14762:2010 e ABNT NBR 6355:2012**. Rio de Janeiro: Instituto Aço Brasil / CBCA, 192p, 2008.

SILVA, V. P, FRUCHTENGARTEN, J. **DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE AÇO**. São Paulo, 2012. (Apostila).

TIMOSHENKO, Stephen. **Resistência dos Materiais**; traduzido por Domício Falcão Moreira. Rio de Janeiro, Livros Técnico e Científico, 1979.

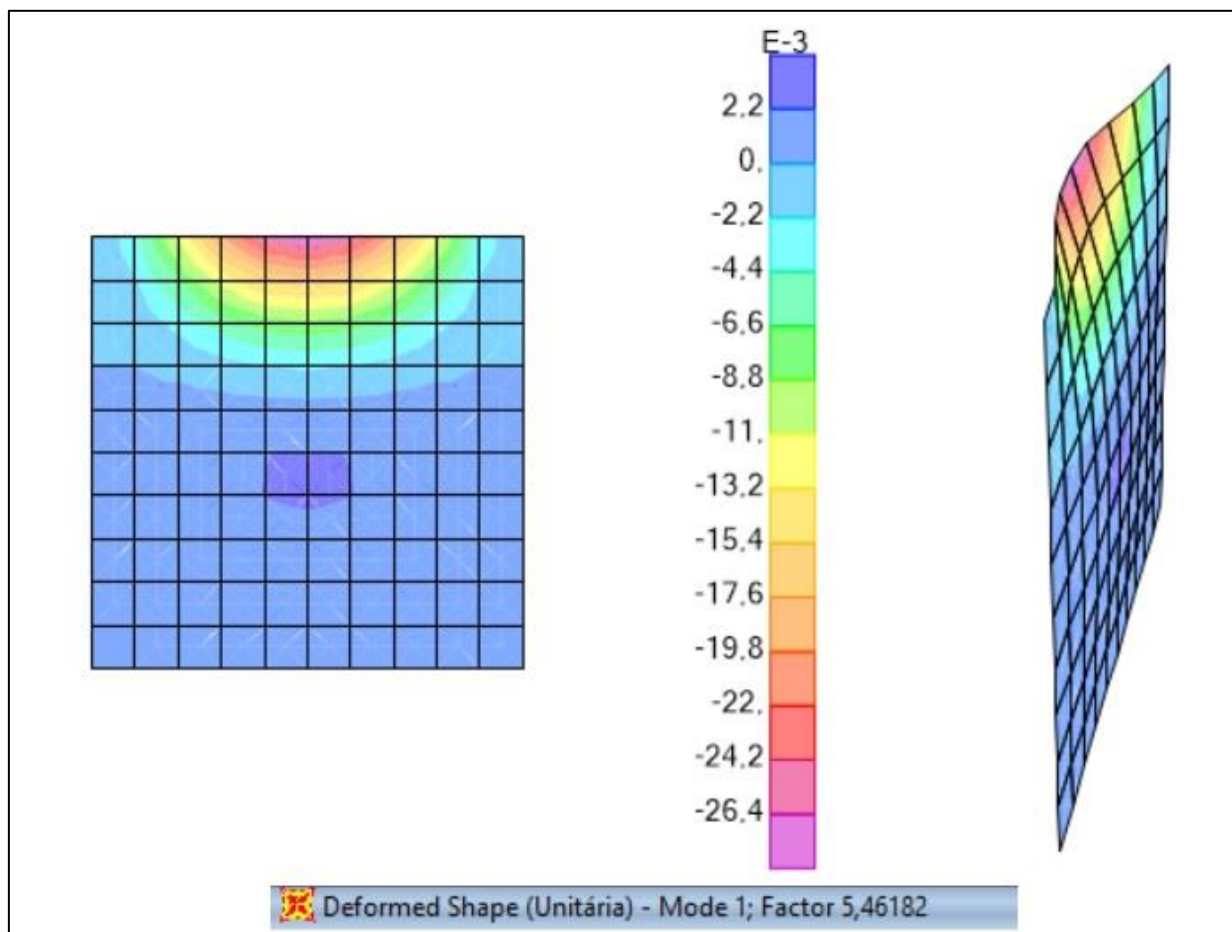
YOUNG, B.; RASMUSSEN, KIM J. R. **Inelastic Bifurcation of cold-formed singly symmetric columns. Thin walled structures**, v.36, p.213-230, 2000.

VIDAL, Larissa Lourrane Torres. **Análise de flambagem em placas reforçadas**. 72 f. Monografia (Especialização) - Curso de Engenharia Aeroespacial, Faculdade Unb Gama - FGA, Brasília, 2019.

BRAGA, Débora Coting. **AVALIAÇÃO DE MÉTODOS NUMÉRICOS DE ANÁLISE LINEAR DE ESTABILIDADE PARA PERFIS DE AÇO FORMADOS À FRIO**. 121 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

APÊNDICE A – Malha 10x10

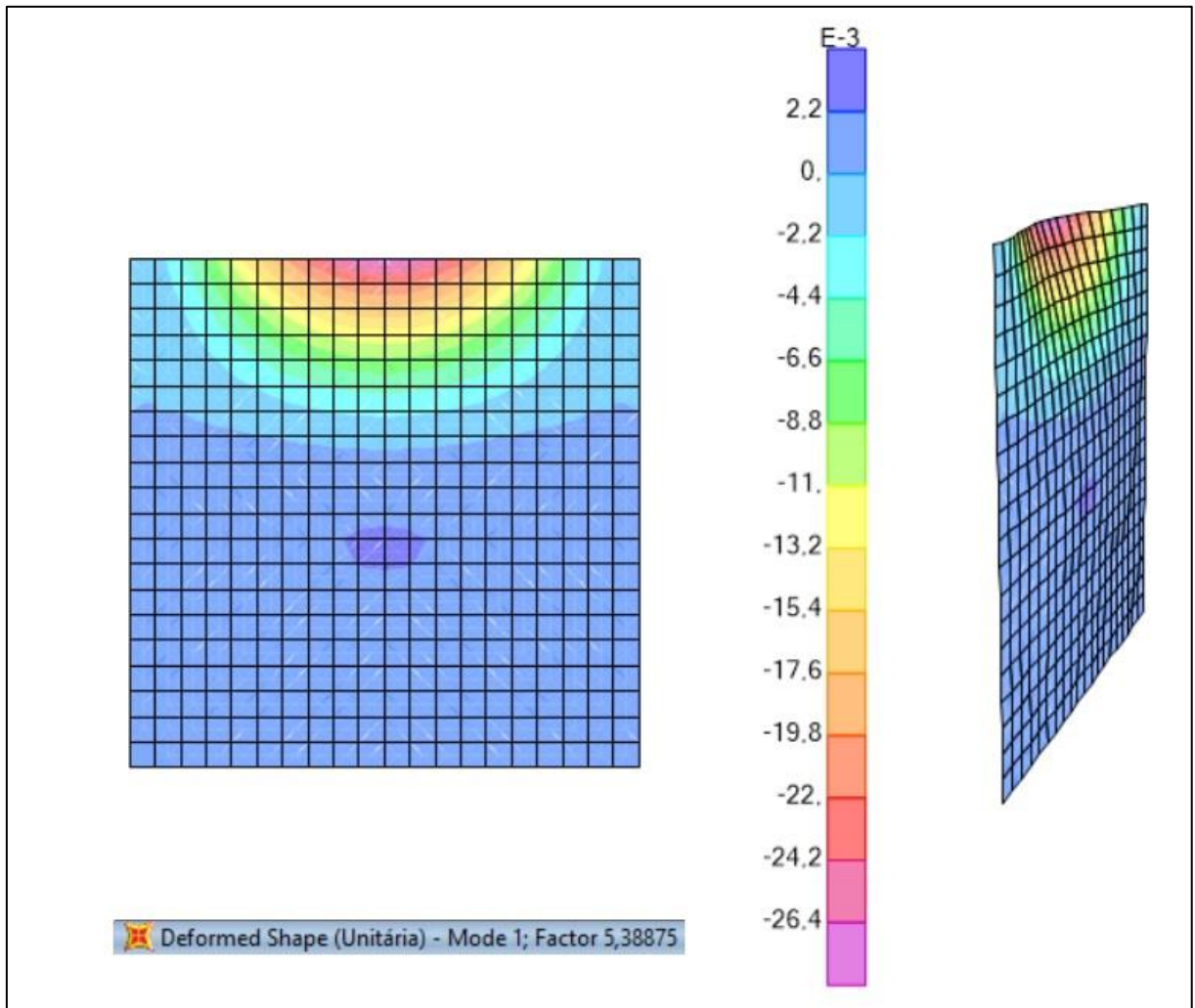
Figura 26 - Malha 10x10



Fonte: Autoria própria, 2020.

APÊNDICE B – Malha 20x20

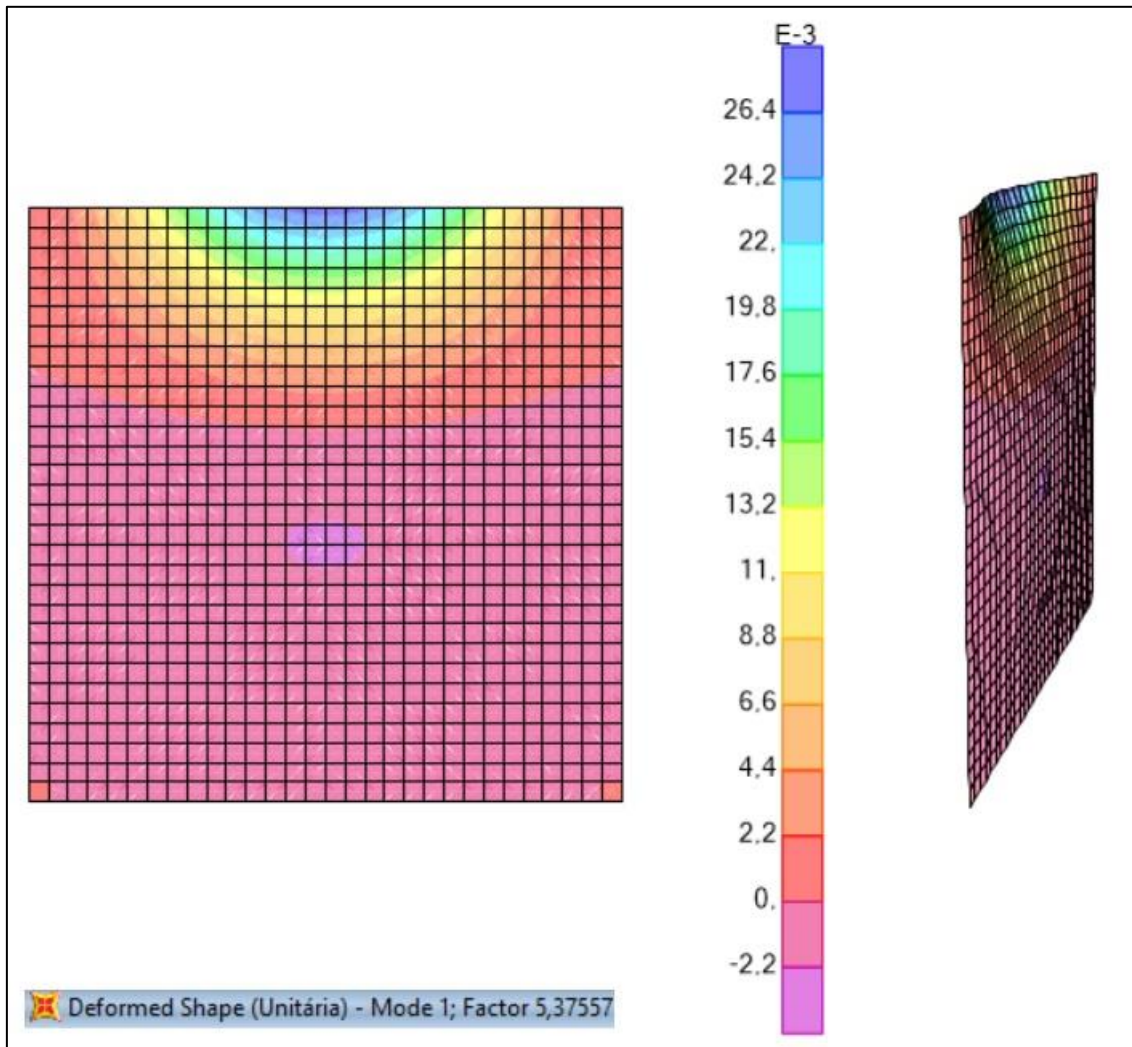
Figura 27 - Malha 20x20



Fonte: Autoria própria, 2020.

APÊNDICE C – Malha 30x30

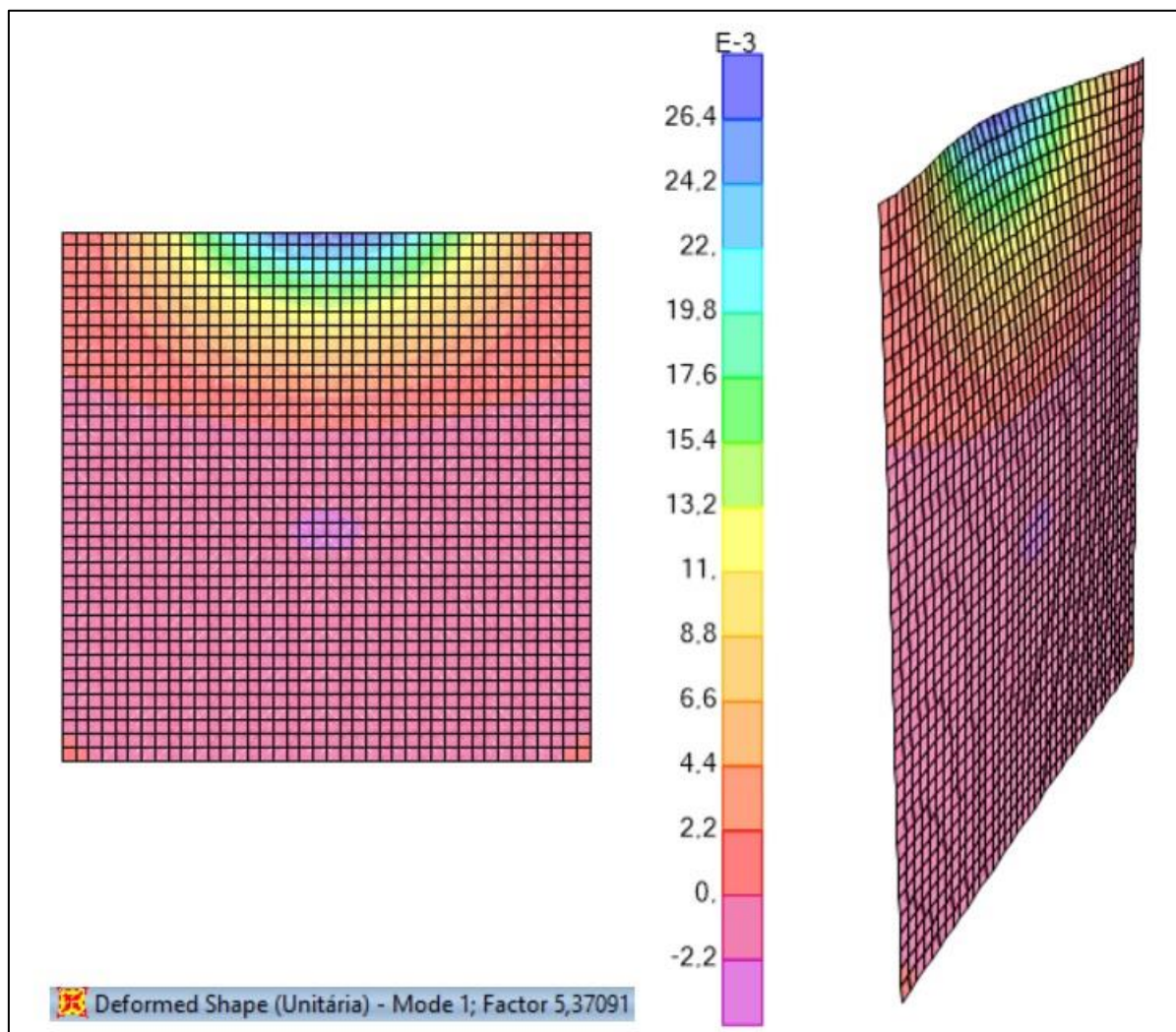
Figura 28 - Malha 30x30



Fonte: Autoria própria, 2020.

APÊNDICE D – Malha 40x40

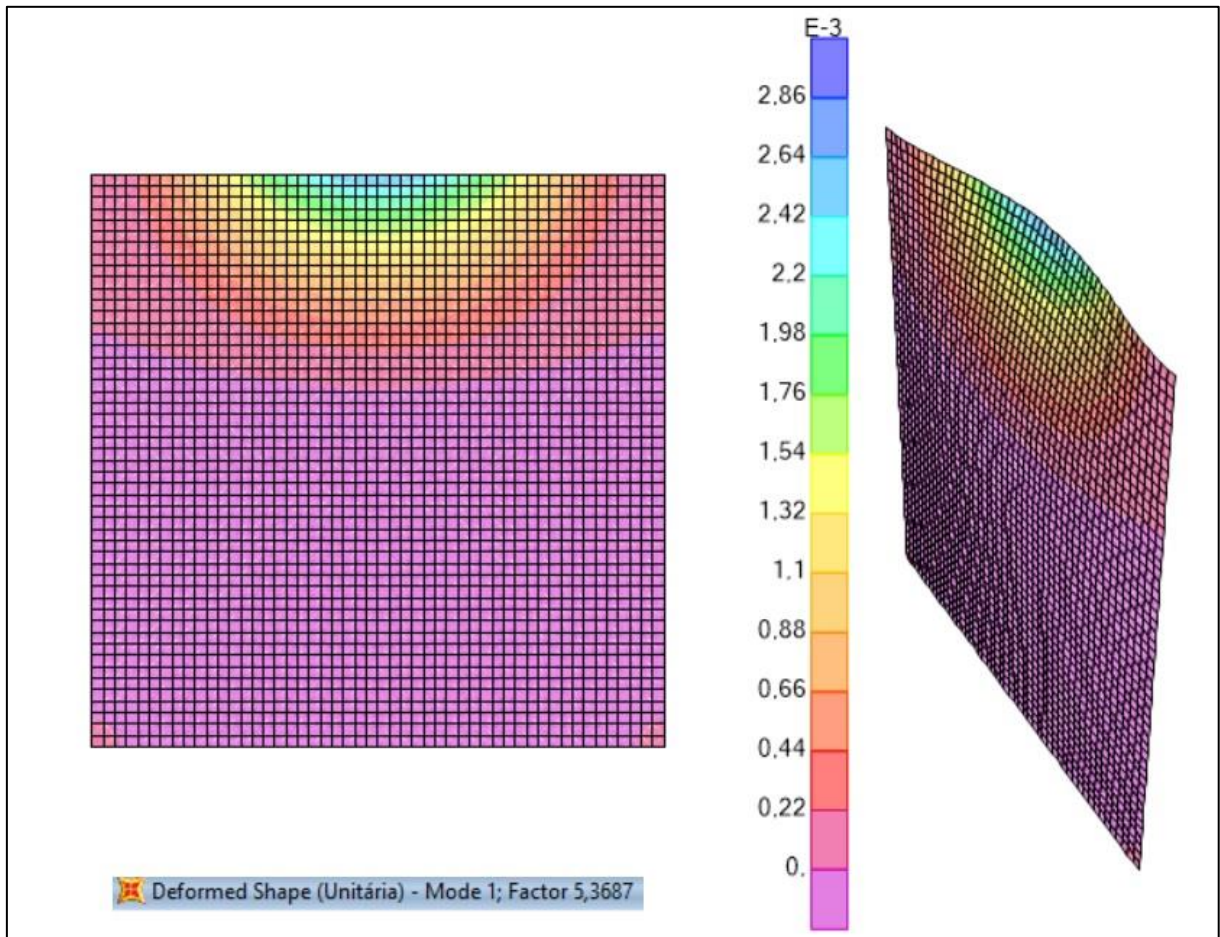
Figura 29 - Malha 40x40



Fonte: Autoria própria, 2020.

APÊNDICE E – Malha 50x50

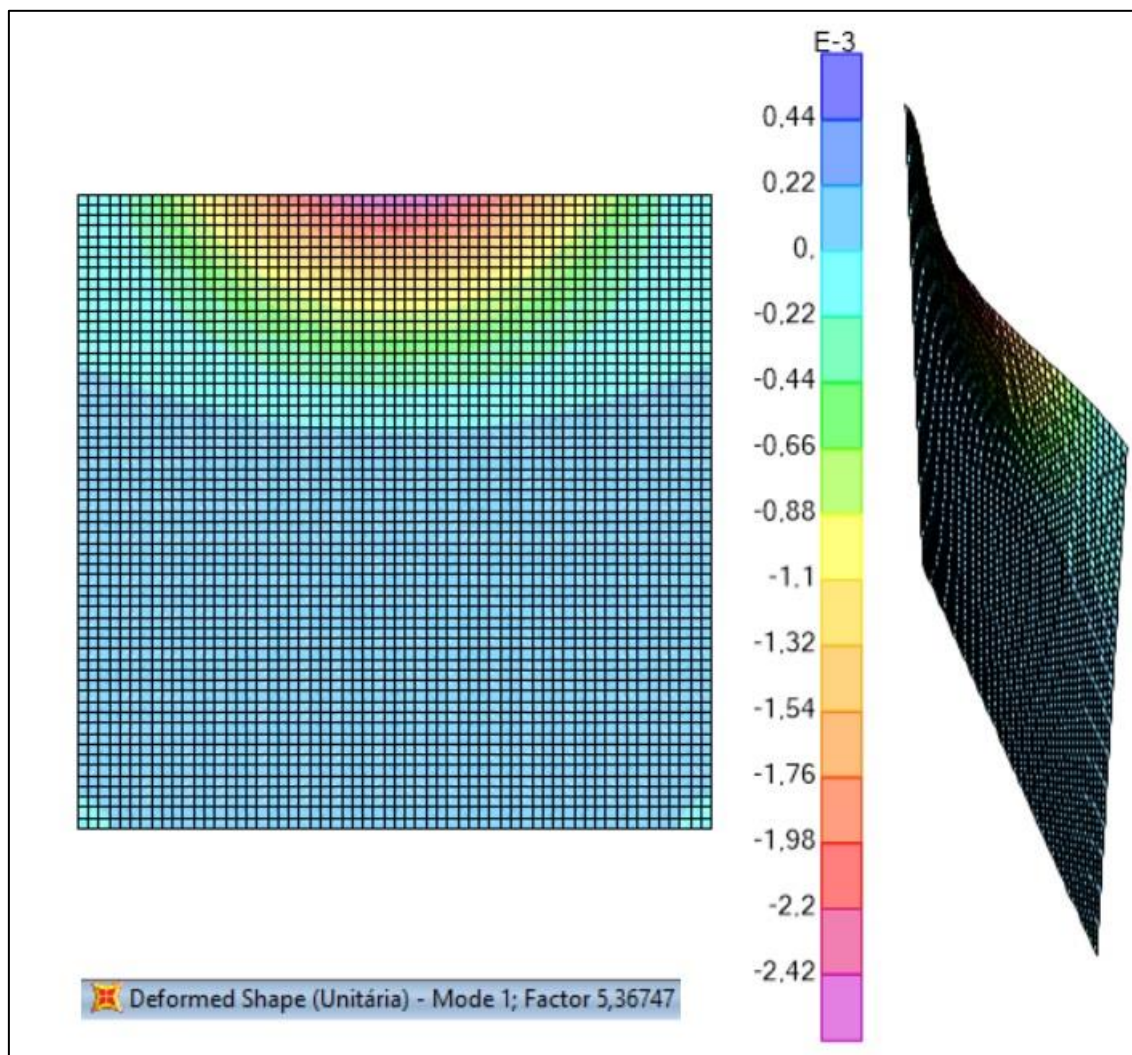
Figura 30 - Malha 50x50



Fonte: Autoria própria, 2020.

APÊNDICE F – Malha 60x60

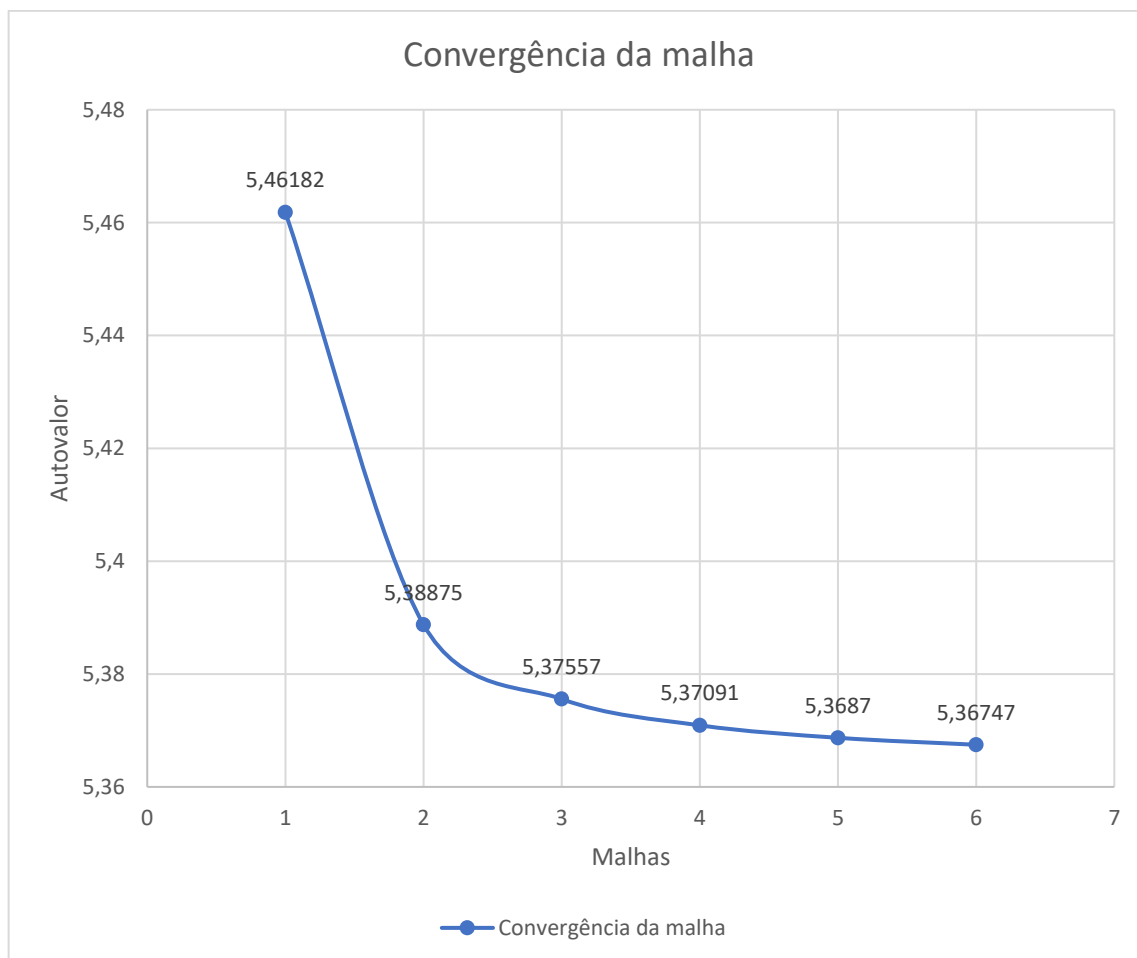
Figura 31 - Malha 60x60



Fonte: Autoria própria, 2020.

APÊNDICE G – Gráfico de convergência

Figura 32 - Gráfico de convergência das malhas



Fonte: Autoria própria, 2020.

APÊNDICE H – Flambagem por flexão do modelo

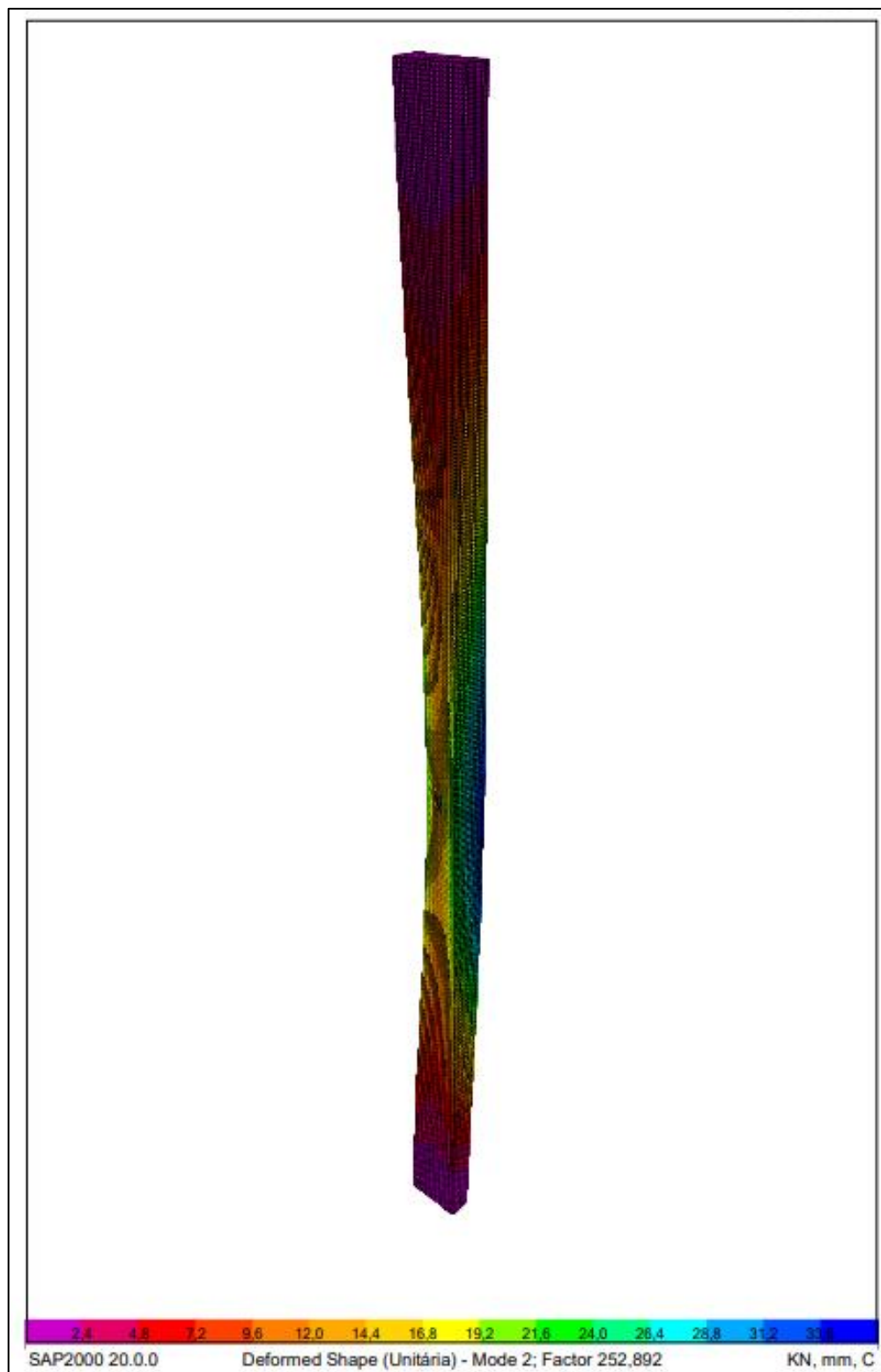
Figura 33 - Flambagem por flexão



Fonte: Autoria própria, 2020.

APÊNDICE I – Flambagem por flexo – torção do modelo.

Figura 34 - Flambagem por flexo-torção



Fonte: Autoria própria, 2020.

APÊNDICE J – Cálculo carga crítica de flambagem

O cálculo da carga crítica de flambagem segue de acordo com a NBR 14762:2010, os dados do perfil foram descritos na metodologia.

A carga crítica de flambagem elástica é dada pela expressão:

$$N_e = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(K \cdot L)^2}$$

Substituindo os valores e calculando para as duas direções tem-se:

$$N_{ex} = 672,49 \text{ KN}$$

$$N_{ey} = 97,44 \text{ KN}$$

Os valores correspondem a carga crítica de flambagem axial elástica, a mesma deduzida por *Euler*. As condições de contorno seguem o modelo de *Euler* apoio de segundo gênero na base e rotulada no topo. A flambagem global elástica por flexo – torção é quantificada como:

$$N_e = \frac{N_{ex} + N_{ez}}{2 \cdot \left(1 - \left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2\right)} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot N_{ex} \cdot N_{ez} \cdot \left(1 - \left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2\right)}{(N_{ex} + N_{ez})^2}}\right)$$

A flambagem por flexo-torção está relacionada com a combinação entre flexão e torção como discutido ao longo do trabalho e verificado no equacionamento acima. Dessa forma, substituindo os valores tem-se:

$$N_{exz} = 308,59 \text{ KN}$$