



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMIÁRIDO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E
NATURAIS
CURSO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

JOSÉ MÁSPOLI FERREIRA PEREIRA

**REVISÃO BIBLIOGRÁFICA PARA PROJETO DE BANCADA EXPERIMENTAL
PARA ANÁLISE DE NÚMERO DE REYNOLDS**

MOSSORÓ – RN

2015

JOSÉ MÁSPOLI FERREIRA PEREIRA

**REVISÃO BIBLIOGRÁFICA PARA PROJETO DE BANCADA EXPERIMENTAL
PARA ANÁLISE DE NÚMERO DE REYNOLDS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a
Universidade Federal Rural do Semiárido –
UFERSA, Departamento de Ciências Exatas e
Naturais para obtenção do título de Bacharel em
Ciência e Tecnologia.

Orientador(a): Prof^a. MSc. Fernanda Alves
Ribeiro – UFERSA.

MOSSORÓ – RN

2015

© Todos os direitos estão reservados à Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996, e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tornar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Biblioteca Campus Pau dos Ferros (BCPDF)

Setor de Informação e Referência

P436r Pereira, José Máspoli Ferreira.

Revisão bibliográfica para projeto de bancada experimental para análise de número de reynolds/ José Máspoli Ferreira Pereira -- Pau dos Ferros, 2015.

52f.: il.

Orientador: Prof. Me. Fernanda Alves Ribeiro

Monografia (Graduação em Ciência e Tecnologia) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido.

1. Mecânica dos Fluidos. 2. Vazão do fluido. 3. Reynolds. I. Título.

RN/UFERSA/BCPDF

CDD: 532

Bibliotecário: Eugênio Pacelli Ferreira da Costa

CRB-15/658

**REVISÃO BIBLIOGRÁFICA PARA PROJETO DE BANCADA EXPERIMENTAL
PARA ANÁLISE DE NÚMERO DE REYNOLDS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a
Universidade Federal Rural do Semiárido –
UFERSA, Departamento de Ciências Exatas e
Naturais para obtenção do título de Bacharel em
Ciência e Tecnologia.

Orientador (a): Prof^a. MSc. Fernanda Alves
Ribeiro – UFERSA.

APROVADO EM: 29 / 01 / 2015

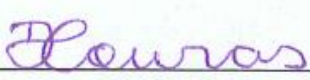
BANCA EXAMINADORA



Prof. MSc. ~~Fernanda Alves Ribeiro~~
Orientadora/Presidente da Banca Examinadora
Engenharia Mecânica
UFERSA



Prof. MSc. Victor Wagner Freire de Azevedo.
Membro da banca de TCC



Prof. MSc. Daut de Jesus Nogueira Peixoto Couras.
Membro da banca de TCC

À Deus, que desde a criação planejou meu
existir e não esqueceu de olhar pelo seu filho.
À meus pais, que sempre acreditaram em mim.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Valter Lemos e Irene Vieira, e minha irmã, Rebeca, por todo apoio, confiança, amor em todos os momentos e pela minha formação como homem. Agradeço também a minha companheira e minha futura esposa, Alice Dandara, por todo amor, carinho, apoio nas minhas escolhas, ajuda nos meus trabalhos acadêmicos e por ser um exemplo de mulher. Amo vocês.

A minha orientadora por ser um exemplo de pessoa e profissional, por se preocupar com todos seus alunos e sempre buscar a melhor maneira de repassar seu conhecimento, muito obrigado Professora Fernanda.

Agradeço aos meus amigos Arthur Siqueira, por me apresentar a UFERSA, Danúbio Romário, Lis Magalhães, Lázaro Bueno, Pedro Ernesto, Yasmin Gonçalves e Carlos Eduardo pela grande amizade, ainda agradeço aos amigos que tenho pouco contanto, mas tenho grande amizade, Isis Magalhães, Romário Sousa, Josué Bezerra, Joyce Dantas, Maria Julia e muitos que fizeram parte da minha vida

A cidade de Pau dos Ferros e os amigos que fiz nessa bela cidade, por me acolherem em um momento tão importante da minha vida.

Para as pessoas importantes que não tive palavras para agradecer e as pessoa que agradei espero que um dia possa agradecê-los a altura e retribuir toda ajuda e afeto.

.

“A vontade é muito mais determinante que o talento”

(Vitor Belfort)

RESUMO

No estudo do escoamento fluido se faz necessário prever como esse escoamento irá se comportar em determinadas situações. O número de Reynolds vem como uma ferramenta chave de previsão e é utilizado para projeção de dispositivos que adicionam energia, limpeza de tubulações entre outras funções. O presente trabalho inicialmente aborda os quesitos para a determinação do número de Reynolds focando em tubulações, quesitos como viscosidade, densidade, perfis de velocidade e tipos de escoamento, analisando depois os fatores determinados e influenciados pelo número de Reynolds, como classificação de escoamento, perda de carga, queda de pressão, fator de atrito, comprimento de entrada, diagrama de Moody e suas aplicações. Por último é apresentado um projeto para a construção de uma bancada experimental junto com o roteiro de atividades para a determinação do número de Reynolds com o intuito de quantificar, qualificar e demonstrar sua importância.

Palavras-chave: Escoamento. Fluido. Número de Reynolds.

LISTA DE SÍMBOLOS

Re	Número de Reynolds
ρ	Densidade do Fluido
$\bar{V}$	Velocidade Média
D	Diâmetro Interno do Tubo
μ	Viscosidade
D_h	Diâmetro Hidráulico
A	Área da Seção Transversal do Tubo
p	Perímetro Molhado
$\dot{m}$	Vazão Mássica
$u(r)$	Perfil de Velocidade
R	Raio Interno da Seção Transversal do Tubo
P	Pressão em um Determinado Ponto
L	Comprimento da Tubulação entre Pontos Analisados
f	Fator de Atrito
$\dot{W}_{bomba,l}$	Potência de Bombeamento
$\dot{V}$	Vazão em Volume
g	Aceleração da Gravidade
K_L	Coeficiente de Perda
$\dot{W}$	Trabalho
α	Fator de Correção
e	Rugosidade
H_{LT}	Perda de Carga Total por Unidade de Massa
h_{LT}	Perda de Carga
K_L	Coeficiente de Perda

LE	Linha de Energia
LP	Linha Piezométrica
$\dot{Q}$	Quantidade de Calor por Unidade de Tempo

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 - Valores de coeficiente de perda para válvulas, cotovelos e tês.....	41
Tabela 02 – Valores de rugosidade recomendados de dutos comerciais.....	43

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 - (a) Linhas de Corrente e (b) Tubo de corrente.....	16
Figura 02 - Relação entre tensão e taxa de deformação.	18
Figura 03 - Comportamento de um fluido entre duas placas paralelas quando a placa superior move-se a velocidade constante.	18
Figura 04 - (a) Escoamento laminar e (b) Escoamento turbulento.....	22
Figura 05 - Formação do perfil de velocidade de um escoamento laminar em uma superfície cilíndrica.....	25
3	
Figura 06 - Formação do perfil de velocidade de uma superfície plana.....	23
Figura 07 - Perfil de velocidade de um escoamento laminar	24
Figura 08 - Perfil de velocidade de um escoamento turbulento.....	24
Figura 09 - Comportamento da tensão de cisalhamento nas regiões de entrada e completamente desenvolvida	25
Figura 10 - Esquematização da medição das pressões estática e de estagnação feita experimentalmente.....	28
Figura 11 - Cotovelo redutor. Análise de volume de controle para que se conheça a equação de Bernoulli	30
Figura 12 - (a) Escoamento laminar, (b) escoamento transitório e (c) escoamento turbulento.	33
Figura 13 - Diagrama de corpo livre de um elemento de fluido diferencial em forma de anel de raio r , espessura dr e comprimento dx	36
Figura 14 - Diagrama de Moody	43
Figura 15 - Vista isométrica 1 da bancada	45
Figura 16 - Vista frontal da bancada	46
Figura 17 - Vista isométrica 2 da bancada	46

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	14
2.	OBJETIVOS DO TRABALHO	15
2.1.	OBJETIVO GERAL	15
2.2.	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	15
3.	REFERENCIAL TEÓRICO.....	16
3.1.	ESCOAMENTO	16
3.1.1.	Viscosidade.....	17
3.1.2.	Compressibilidade	20
3.1.3.	Tipos de escoamento	20
3.1.4.	Região de entrada	22
3.2.	CONSERVAÇÃO DA ENERGIA	25
3.2.1.	Equação de Bernoulli.....	25
3.2.2.	Considerações de energia no escoamento em tubos	29
3.3.	NÚMERO DE REYNOLDS	32
3.4.	PERDA DE CARGA	35
3.4.1.	Queda de pressão e perda de carga distribuída.....	36
3.4.2.	Perda de carga localizada	39
3.4.3.	Fator de atrito e diagrama de Moody	41
3.5	APLICAÇÕES DO NÚMERO DE REYNOLDS	45
4.	DESENVOLVIMENTO DA BANCADA EXPERIMENTAL	46
4.1	ROTEIRO DE ATIVIDADE	48
5.	CONCLUSÃO.....	51
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	52

1. INTRODUÇÃO

A utilização de métodos de ensino que envolvam práticas laboratoriais são de grande relevância no aprendizado do aluno, muitas vezes os conteúdos são dados de forma abstrata, dificultando a sua assimilação e não se aproximando da devida realidade em que um Engenheiro Mecânico enfrentará no mercado de trabalho.

O estudante de Engenharia Mecânica deve ser um profundo conhecedor da disciplina de Mecânica dos Fluidos, para isso as práticas laboratoriais são de suma importância para o bom domínio da disciplina, até mesmo porque muitas características dos fluidos são obtidas experimentalmente, pela grande dificuldade de obter equações que descrevam fielmente uma série de comportamento dos fluidos. Neste trabalho será abordado especificamente a Mecânica dos Fluidos voltada para a análise da classificação de escoamentos, com foco no parâmetro Número de Reynolds.

Ao término deste trabalho terá sido realizada uma revisão bibliográfica completa para a execução do projeto de uma bancada experimental para visualização e classificação de escoamento, proporcionando uma ótima ferramenta didática para a disciplina de Mecânica dos Fluidos ou qualquer área afim.

A aplicação do Número de Reynolds se faz necessária na análise desde um simples movimento de fluido em uma tubulação residencial ao comportamento de um aeromodelo em seu voo. Com base, também, neste parâmetro adimensional os engenheiros podem desenvolver projetos que envolvam movimentos de fluidos de uma forma mais eficaz; especificamente, é possível elaborar um projeto que reduza o grau de turbulência de veículos e aeromodelos, ou até mesmo a limpeza de tubulações que estejam com incrustações dificultando o escoamento fluido.

2. OBJETIVOS DO TRABALHO

2.1. OBJETIVO GERAL

Obter o embasamento teórico para o desenvolvimento prático de uma bancada experimental para análise de número de Reynolds.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Elaborar uma síntese do referencial teórico sobre o tema do projeto;
2. Desenvolver o layout do projeto da bancada experimental;
3. Elaborar o roteiro para a atividade experimental.

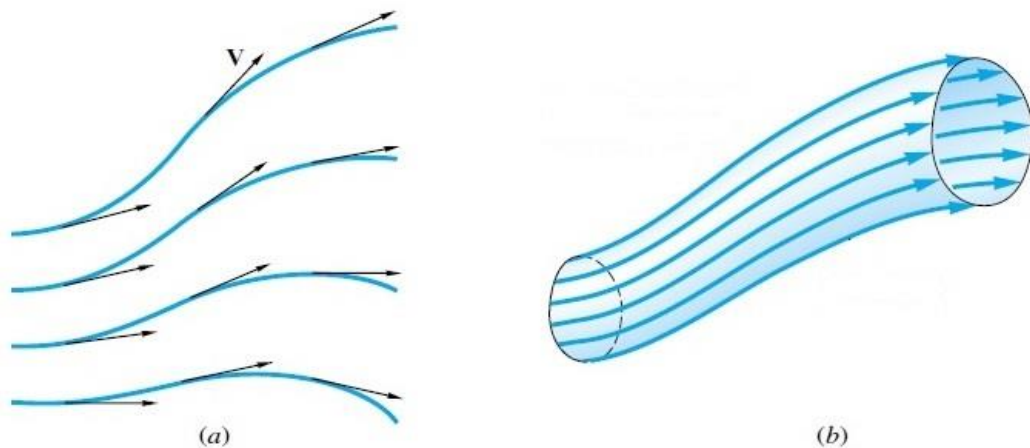
3. REFERENCIAL TEÓRICO

3.1. ESCOAMENTO

O escoamento de um fluido tem início a partir da aplicação de uma força externa, ocorrendo assim uma taxa de deformação, que ocorre independentemente da intensidade da força aplicada.

De acordo com White (2011), a maneira como ocorre o escoamento pode ser visualizada de modos bem diferentes, fotografias de vários instantes podem trazer informações preciosas de forma quantitativa e qualitativa. Ainda segundo White (2011) as moléculas em movimento, seja de forma unitária ou em conjuntos, vão possuir diversas características para análise do escoamento, determinadas pelas linhas de corrente, de trajetória, de emissão e de filete, demonstradas na Figura 01. As linhas de corrente são linhas traçadas tangente ao vetor velocidade em um dado instante e possuem uma maior conveniência para o cálculo matemático. As linhas de trajetórias representam a trajetória real exercida por uma partícula. As linhas de emissão são as linhas formadas pelas partículas que passaram em um ponto determinado. As linhas de filete são formadas por um conjunto de partículas em um dado instante.

Figura 01 - (a) Linhas de Corrente e (b) Tubo de corrente.



Fonte: WHITE (2011)

3.1.1. Viscosidade

A forma como ocorre o escoamento, de maneira mais suave ou resistente ao movimento, inicialmente pode ser comparada a um sólido, quanto maior a sua densidade maior será a dificuldade de movimenta-lo, para um fluido essa característica também é válida, mas a viscosidade tem papel preponderante no estudo do escoamento fluído. Munson (2004) faz uma comparação bem importante, apesar da água e do óleo possuírem densidades próximas eles possuem comportamentos bem distintos quando escoam, por possuírem viscosidades distintas.

Çengel e Cimbala (2007) afirma que a viscosidade é uma propriedade que representa a resistência interna do líquido ao movimento, e sua dimensão, é força vezes tempo por área e de acordo com os conceitos cinemáticos a viscosidade é representada por área sobre tempo. Os fluidos com viscosidade constante, logo independente da tensão aplicada, são denominados como fluidos newtonianos, possuem relação linear entre a taxa de deformação e a tensão. Já os fluidos com viscosidade que variam de acordo com tensão ou com o tempo, esses fluidos são chamados de não newtonianos, possuem relação não linear entre taxa de deformação e tensão.

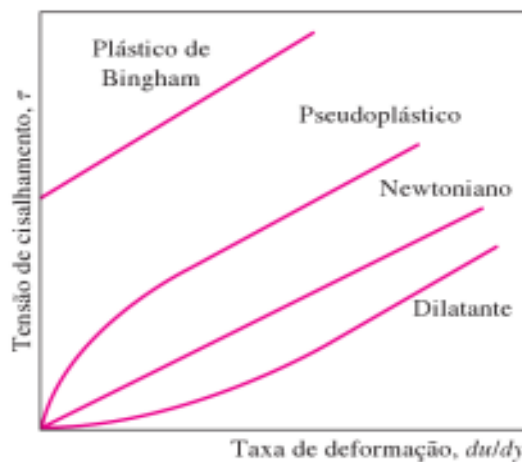
Os fluidos não newtonianos dividem-se em plásticos de Bingham, dilatantes, pseudoplásticos e dependentes do tempo. Os plásticos de Bingham possuem a peculiaridade de apenas apresentarem uma taxa de deformação após atingirem uma tensão mínima, fluídos como pasta dental e catchup tem essa característica. É fácil perceber esse comportamento, quando ao escovarmos os dentes, por mais que o recipiente do creme dental esteja virado para baixo ele só irá escoar se houver uma tensão no recipiente igual ou superior a essa tensão limite para que ocorra a taxa de deformação.

Ainda de acordo com Çengel e Cimbala (2007) os fluidos dilatantes apresentam uma taxa de deformação decrescente, não aumentando na mesma dimensão que a tensão, logo, sua viscosidade aumenta conforme a tensão aumenta. Essa definição nos ajuda a esclarecer situações envolvendo a areia movediça, que é um fluido dilatante, conforme o corpo penetra na areia movediça sua viscosidade aumenta, já que a tensão está aumentando e dessa forma o fluído em questão vai dificultando a total submersão do corpo.

Os fluidos pseudoplásticos são inversos aos dilatantes, conforme a tensão aumenta a taxa de deformação aumenta em maiores dimensões, portanto sua viscosidade diminui, um ótimo exemplo são as tintas à base de látex que ao aplicá-las na superfície a ser pintada não é difícil perceber que sua viscosidade é menor, muitas gotas escorrem facilmente na superfície, já no armazenamento a tinta é mais pastosa.

Os fluidos onde a viscosidade varia com o tempo são classificados como reopéticos e tixotrópicos, a viscosidade dos reopéticos aumenta conforme o tempo de aplicação da tensão, o que acontece em alguns lubrificantes. Já os fluidos tixotrópicos a viscosidade diminui conforme o tempo de aplicação, um bom exemplo é o mel de abelha. Uma definição importante encontrada nos livros é a nomenclatura de viscosidade aparente para a viscosidade de todos esses casos de fluidos não newtonianos. A Figura 02 demonstra a relação da tensão e taxa de deformação com a viscosidade.

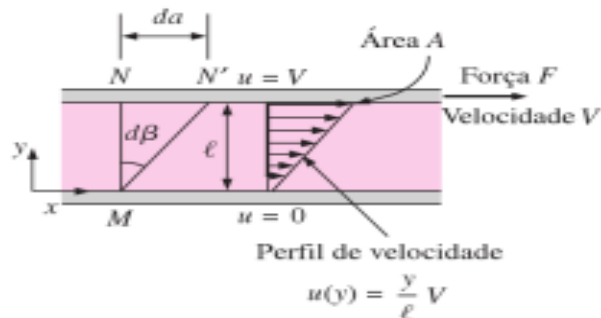
Figura 02 - Relação entre tensão e taxa de deformação.



Fonte: ÇENGEL e CIMBALA (2007)

Para a determinação matemática da viscosidade o Çengel e Cimbala (2007) utiliza o seguinte procedimento: considera um fluido newtoniano estacionário na condição de não escorregamento entre duas placas paralelas de grande comprimento, separadas por uma distância ℓ , em que apenas a placa superior move-se a uma velocidade constante em função de uma força aplicada, Figura 03. Desta forma a tensão exercida no fluido é essa força aplicada pela área de contato com a massa fluída escolhida.

Figura 03 - Comportamento de um fluido entre duas placas paralelas quando a placa superior move-se a velocidade constante.



Fonte: ÇENGEL e CIMBALA (2007)

As partículas fluidas em contato com as placas assumem sua velocidade, portanto na parte inferior a velocidade do fluido é zero e na parte superior o fluido adquire a velocidade da placa, considerando que velocidade varia linearmente de 0 a V (velocidade da placa superior) chegamos a seguinte relação:

$$u(y) = \frac{y}{\ell} \text{ e } \frac{dy}{dx} = \frac{V}{\ell}$$

Após um pequeno intervalo de tempo dt a linha vertical MN ganhará uma nova posição MN' e com isso um pequeno ângulo $d\beta$, a placa se movimentará a uma distância infinitesimal $da = V dt$, como estamos trabalhando com condições infinitesimais podemos considerar que o valor dos pequenos ângulos são iguais a sua tangente.

$$d\beta \approx \text{tg } \beta = \frac{da}{\ell} = \frac{V dt}{\ell} = \frac{du}{dy} dt$$

Organizando os termos, temos:

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{du}{dy}$$

Concluindo que a taxa de deformação de um elemento do fluido $d\beta/dt$ equivale ao gradiente de velocidade du/dy . Havendo uma proporcionalidade entre a tensão aplicada e o gradiente de velocidade, semelhante a proporcionalidade da segunda lei de newton, onde existem duas variáveis, força e aceleração, e a massa com valor constante, para este caso a tensão e a taxa de deformação ou gradiente de velocidade são variáveis, e a viscosidade é constante.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (01)$$

Essa dedução pode até parecer um pouco ideal, mas é o princípio que os aparelhos que medem a viscosidade, viscosímetros, utilizam. Além de que, fluidos importantes como água, ar, gasolina e óleos são newtonianos.

3.1.2. Compressibilidade

O fenômeno de compressibilidade de um fluido, é o fenômeno da sua variação de densidade, frequentemente visualizada em trabalhos realizados com gases, já que sua densidade é mais suscetível a variações de pressão e temperatura, a maioria dos líquidos são menos suscetíveis a variação de pressão e mais suscetíveis a variação de temperatura, desta maneira conhecer como a densidade se comporta é primordial na mecânica dos fluidos. Segundo Fox et al (2006) para escoamentos com transferência de calor desprezível o fluido pode ser considerado incompressível, desde de que a razão velocidade de escoamento e velocidade do som naquele meio não ultrapassem 0,3, equação essa conhecida como número de Mach.

$$Ma = \frac{Vo}{Vs} \quad (02)$$

Conforme temos uma grande velocidade no escoamento haverá principalmente choques mais ríspidos entre as partículas, uma maior produção de calor e uma dispersão maior das partículas, assim a razão entre massa e volume deixa de ser constante para o valor já citado superior a 0,3 comprovado experimentalmente.

A vantagem de se trabalhar com fluidos incompressíveis está muito além da simplificação matemática, um bom exemplo são os macacos hidráulicos, por serem constituídos de fluidos incompressíveis a condições comuns de uso, conseguem erguer um veículo, mover o braço de um retroescavadeira, entre outros serviços pesados, já que ao ser aplicada uma força o fluido transmite ela quase por inteiro e não à absorve.

3.1.3. Tipos de escoamento

Quando um líquido escoar de forma lenta, normalmente seu movimento é acompanhado de uma suavidade e organização molecular em seu trajeto. Observando mais atentamente uma torneira semiaberta e o seu fio de água escoando em uma superfície ou situações semelhantes, uma molécula durante seu trajeto mantém as mesmas ou grande parte das moléculas que estavam ao seu redor, e assim ocorre a suavidade e a tamanha organização, inclusive as linhas de corrente, emissão e trajetória se assemelham para esse tipo de movimento. Ao se analisar

essas linhas elas irão coincidir e formarão espécie de lâminas, desta forma esse escoamento é determinado como laminar.

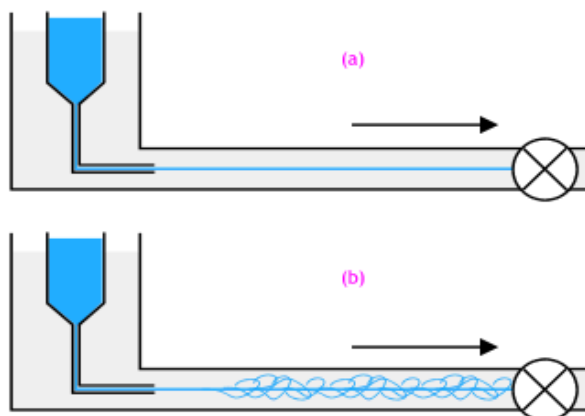
Para uma torneira que foi totalmente aberta e o líquido escoa com velocidade relativamente alta, o comportamento das moléculas são contrários de um escoamento laminar, as moléculas se movimentam desordenadamente e todo aquele padrão de lâminas e de semelhança das linhas de corrente, emissão e trajetória são substituídos por movimentos totalmente aleatórios de difícil previsão e estudo analítico, tudo isso provocado pelo maior choque entre as moléculas, esse escoamento é determinado como turbulento. Podendo ser observado na Figura 04.

Para características que estejam entre o escoamento laminar e turbulento é determinado como escoamento transitório. Apesar de que fora utilizado a velocidade como forma de exemplificar e classificar tipos de escoamento existem inúmeros fatores que influenciam o escoamento, como densidade, atrito da superfície e a viscosidade que tem influência maior que a própria velocidade.

A classificação a respeito do caráter laminar e turbulento feita anteriormente é a base para a o estudo do número de Reynolds. Çengel e Cimbala (2007) aborda conceitos importantes que devem ser sabidos, em que essa bibliografia faz o dualismo entre escoamento viscoso e não viscoso, compressível e incompressível, interno e externo, uniforme e não uniforme, laminar e turbulento que já foi falado e regime permanente e não permanente.

Após todo o trabalho feito sobre viscosidade e ressaltarmos sua importância, é inevitável a dificuldade em visualizar como seria um escoamento não viscoso. Ainda segundo o Çengel e Cimbala (2007), em regiões afastadas da superfície de contato e para grandes forças inerciais e de pressão, é possível desconsiderar a viscosidade, sendo vantajoso pela simplificação da análise, sem muita perda de precisão, se ainda não ficou claro, o estudo mais a frente sobre do número de Reynolds facilitará a assimilação.

Figura 04 - (a) Escoamento laminar e (b) Escoamento turbulento.



Fonte: WHITE (2011)

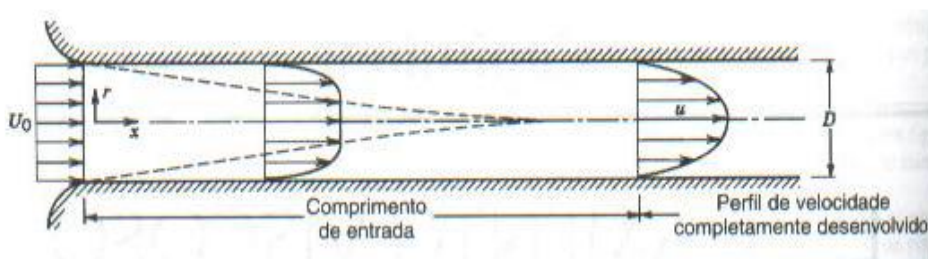
Os termos regime permanente e não permanente são importantes para facilitar a leitura sobre a mecânica dos fluidos e a resolução de problemas, Çengel e Cimbala (2007) é claro e direto afirmando que o regime permanente é aquele sem mudanças no decorrer do tempo e o não permanente o inverso, com mudanças ao longo do tempo. Já o termo uniforme implica em não haver mudanças em um dado ponto no escoamento e não uniforme há mudanças em um dado ponto.

3.1.4. Região de entrada

Escoamentos que acontecem em confinamento são determinados como escoamentos internos. Segundo Potter e Wiggert (2004) tais escoamento são extremamente importantes para os engenheiros. O escoamento em tubo circular é o mais comum. Ele é encontrado nas veias e artérias de um corpo, no sistema de tubulações e abastecimento de água, irrigação na agricultura, sistemas de tubulações que transportam fluidos e jatos de tinta de uma impressão. Em todas essas situações a região de entrada do tubo exerce influência no escoamento.

Diante de todos esses tipos de escoamento citados, se faz necessário a análise da região de entrada do fluido para escoar em dada superfície, esclarecendo assim, com a ajuda da Figura 05, como é formado o perfil de velocidade.

Figura 05 - Formação do perfil de velocidade de um escoamento laminar em uma superfície cilíndrica.

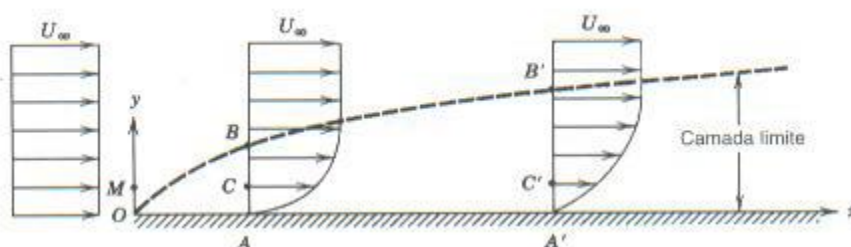


Fonte: FOX et al (2006)

Imaginemos um determinado tanque com água com uma pequena abertura na parte inferior que tem saída para uma placa plana e tenha um escoamento com grande organização das moléculas, portanto escoamento laminar. Conforme a pequena espessura de água vai deixando essa abertura e entra em contato com a superfície da placa, o atrito proporciona grande influência no escoamento, ao menos que a superfície seja extremamente lisa, então a velocidade vai diminuindo até se estabilizar após certa distância da abertura, e então o escoamento se torna completamente desenvolvido.

Çengel e Cimbala (2007) aborda o conceito de camada limite, que determina a região em que há variação da velocidade em função da distância em relação a superfície, como está na Figura 06, desta forma após a camada limite a velocidade não varia significativamente, apesar da situação exemplificada ser uma superfície plana, os conceitos servem para qualquer geometria.

Figura 06 - Formação do perfil de velocidade de uma superfície plana.



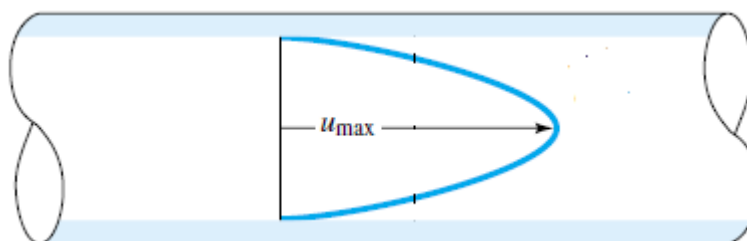
Fonte: FOX et al (2006)

Fox et al (2006) afirma que a camada limite traz consigo o poder de determinar quando é viável considerar o escoamento viscoso ou não viscoso, acima da camada limite não há influências viscosas, e quanto mais próximo da superfície maior são as forças viscosas. Diante desses conceitos é essencial ter a ideia que a região de entrada se comporta como uma região de transição e as definições de camada limite e escoamento completamente desenvolvido contribuem para encontrarmos a faixa de transição, ou simplesmente a distância para uma maior

estabilidade no escoamento, com essa distância é bem mais simples encontrar soluções quantitativas e qualitativas bem mais próximas da realidade, já que existirá um escoamento com um padrão de velocidade com constância relevante ou a localização da camada limite.

Quando o escoamento linear se torna completamente desenvolvido, seu perfil de velocidade se torna parabólico, Figura 07, como o escoamento é lento a massa fluída tem uma maior aderência as paredes do tubo, a aderência da superfície e as baixas velocidades do escoamento fazem com que a distância para a formação do perfil seja bem maior do que os escoamentos transitório e turbulento. Pelo fato do escoamento transitório está entre o laminar e turbulento, a distância do perfil de velocidade e sua formação não são bem definidas, possuindo as características tanto laminar como turbulenta.

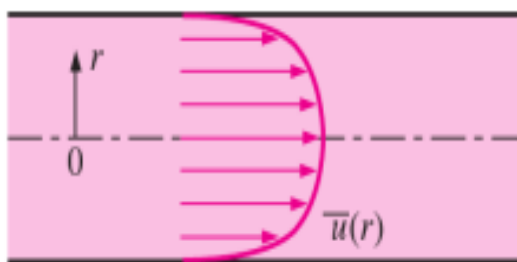
Figura 07- Perfil de velocidade de um escoamento laminar



Fonte: WHITE (2011)

Para um escoamento com grandes níveis de desorganização, turbulento, a formação do perfil de velocidade é bem mais rápida, assim como a distância percorrida para que o escoamento seja completamente desenvolvido, o perfil de velocidade não é parabólico como do exemplo anterior, seu perfil é bem mais achatado, como está na Figura 08, conforme a velocidade aumenta, já que o atrito na superfície de escoamento é bem menor. Os conceitos de camada limite são os mesmos para escoamentos laminares e turbulentos.

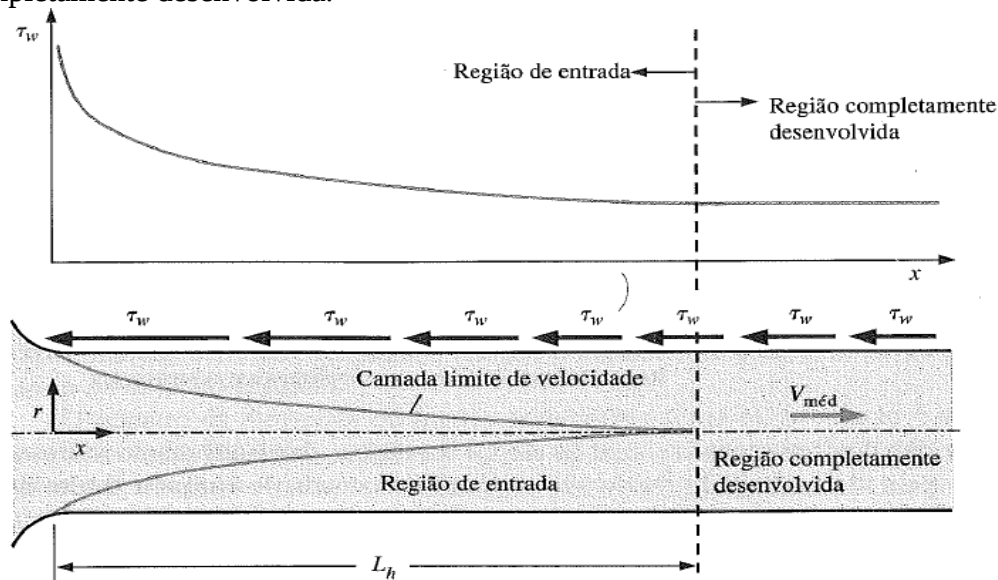
Figura 08 – Perfil de velocidade de um escoamento turbulento.



Fonte: FOX et al (2006)

A tensão de cisalhamento que ocorre na parede do tubo relaciona-se ao perfil de velocidade na superfície quanto à inclinação. Na região de escoamento completamente desenvolvido o perfil de velocidade permanece inalterado, portanto a tensão de cisalhamento nesta região permanece constante, isso ocorre porque os efeitos causados na região anterior se estabilizam, de acordo com a Figura 09. Por exemplo, na entrada do tubo ocorre queda de pressão e variação na trajetória do fluido, o que implica na mudança de direção do escoamento, já o perfil de velocidade devido à tensão de cisalhamento tem maior contribuição de retardamento do escoamento, pois é neste local onde a espessura da camada limite é menor (ÇENGEL e CIMBALA, 2007).

Figura 09 - Comportamento da tensão de cisalhamento nas regiões de entrada e completamente desenvolvida.



Fonte: ÇENGEL (2007)

3.2. CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

3.2.1. Equação de Bernoulli

A equação de Bernoulli provavelmente é a mais usada na aplicação de escoamentos de fluidos do que qualquer outra equação. Ela é muitas vezes utilizada de maneira equivocada e se faz necessário compreender suas limitações. Uma das limitações é que os efeitos viscosos são desprezíveis. Em outras palavras, as forças de cisalhamento introduzidas pelos gradientes de velocidade são desconsideradas. Essas tensões são, muitas vezes, muito pequenas quando

comparadas às diferenças de pressão no campo de escoamento. Em regiões localizadas essas tensões tem pouco efeito no campo do escoamento e a hipótese é justificada, entretanto para grandes distâncias ou regiões com gradientes de alta velocidade a hipótese não é válida. (POTTER e WIGGERT, 2004).

Em um escoamento incompressível, não viscoso e permanente é possível não considerar as forças de atrito, portanto nesse escoamento não haverá dissipação de energia, logo essa energia se conservará, Fox et al (2006) aborda a equação de Bernoulli como uma ótima maneira de analisarmos um escoamento considerando que os requisitos citados sejam aplicados em pontos quaisquer sobre a mesma linha de corrente, ainda segundo o mesmo autor, a equação de Bernoulli é útil e poderosa por relacionar as variações de pressão, velocidade e elevação.

Para um volume de controle que está entre as linhas de corrente, com escoamento permanente e ausente de forças de cisalhamento, da equação da conservação da energia como segue abaixo, Equação 03 (FOX et al, 2006):

$$\begin{aligned} \dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_{\text{cisalhamento}} - \dot{W}_{\text{outro}} \\ = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} E \rho dV + \int_{SC} (E + Pv) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \end{aligned} \quad (03)$$

Sendo $E = u + \frac{v^2}{2} + gz$

Fazendo as seguintes considerações, $\dot{W}_s$ (trabalho de eixo através da superfície do volume de controle para dentro do volume de controle) nulo, $\dot{W}_{\text{outros}}$ igual a zero, $\dot{W}_{\text{cisalhamento}}$ igual a zero, escoamento permanente e propriedades uniformes nas seções. Reorganizando a equação da energia, ela então se reduz a Equação 04:

$$\begin{aligned} \left(u_1 + P_1 v_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) (-\rho_1 V_1 A_1) \\ + \left(u_2 + P_2 v_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) (\rho_2 V_2 A_2) - \dot{Q} = 0 \end{aligned} \quad (04)$$

Para a condição de escoamento permanente, a consideração da conservação da massa no volume de controle é válida, a quantidade de massa é invariável antes da entrada e depois da saída de uma superfície de controle. Temos:

$$(-\rho_1 V_1 A_1) + (\rho_2 V_2 A_2) = 0, \text{ logo:}$$

$$(\rho_1 V_1 A_1) = (\rho_2 V_2 A_2), \text{ então:}$$

$$\dot{m} = (\rho_1 V_1 A_1) = (\rho_2 V_2 A_2)$$

Também se tem que:

$$\dot{Q} = \frac{\delta Q}{dm} \dot{m}$$

E como se trata de um escoamento incompressível, $v_1 = v_2 = 1/\rho$. A equação da energia reduz-se a Equação 05,

$$\left(\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g z_1 \right) = \left(\frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g z_2 \right) \quad (05)$$

Ou melhor, como está na Equação 06 multiplicada pela densidade,

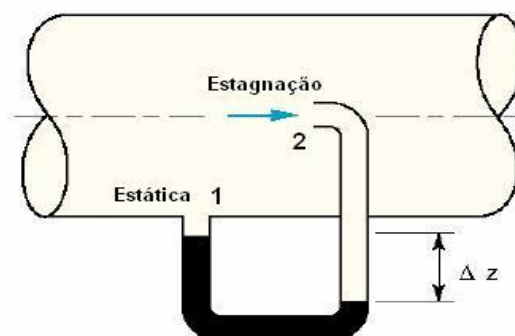
$$\left(P + \frac{\rho V^2}{2} + \rho g z \right) = cte \quad (06)$$

Fazendo a análise dimensional de cada termo da equação de Bernoulli observamos que todos representam pressões. Nas bibliografias utilizadas nesse trabalho as pressões são divididas em estática, de estagnação e dinâmica. A pressão estática, o primeiro termo da equação de Bernoulli, é medida junto ao movimento do fluido, não importando a sua velocidade, sua medição pode ser feita através da implantação de um orifício perpendicular à linha de corrente e consequentemente perpendicular ao sentido do escoamento que através de um manômetro calcule a pressão naquele local.

A pressão dinâmica, o segundo termo da equação de Bernoulli, é basicamente o contrário da pressão estática, e tem a velocidade como fator de influência, a pressão é calculada com o tubo manométrico paralelo a linha de corrente, coletando as informações de caráter dinâmico. A pressão de estagnação é a soma da pressão estática e dinâmica e o último termo da equação representa a pressão em função do peso da massa fluida.

Experimentalmente a pressão de estagnação é calculada acrescentando uma sonda, conhecida como tubo de Pitot, paralela e de sentido contrário ao escoamento ligada a um manômetro, ilustrado na Figura 10, a pressão estática como já foi abordado é calculada acrescentando um manômetro perpendicular à linha de corrente.

Figura 10 - Esquematização da medição das pressões estática e de estagnação feita experimentalmente.



Fonte: UFLA – Departamento de engenharia.

Outra forma de estudo bem interessante, é se dividirmos os termos da equação de Bernoulli por densidade vezes gravidade (peso específico), com isso é obtido os termos em função do comprimento. A análise é bem semelhante feita com as pressões, mantendo o mesmo raciocínio, mas com unidade diferente.

- $P/\rho g$ é a altura de carga que representa a pressão estática local.
- $V^2/2g$ é altura de carga que representa a pressão dinâmica.
- Z é a altura de carga que representa a energia potencial.
- A soma dos termos representa a carga total do escoamento.

Ao invés de manômetros, são necessários apenas tubos de pequenos orifícios instalados na região de escoamento da mesma forma como foram instalados os manômetros, a linha de energia (LE), representa a altura de carga total do fluido, semelhante a pressão total, e permanecerá constante desde que não haja variação de energia, a linha piezométrica (LP), assim como a LE estão presentes em todas as bibliografias base desse trabalho, é calculada pela soma

da carga potencial Z com a carga estática $P/\rho g$ e a diferença entre LE e LP é a carga dinâmica $V^2/2g$.

Fox et al (2006) apresenta exemplos práticos na aplicação da equação de Bernoulli, com grande utilidade em escoamentos que possuam bocais, difusores, sifão, ou qualquer outra variação de geometria sem que haja algum acréscimo ou retirada de energia por uma fonte externa, esses dispositivos que podem variar a pressão e velocidade de escoamentos devem apresentar regiões de entrada e saída suaves, com regiões bem arredondadas e os cantos vivos devem ser evitados, já que entradas e saídas bruscas na regiões de escoamento provocam turbilhonamento dificultando a identificação das linhas de corrente, um requisito para a aplicação de equação de Bernoulli, além de que o atrito nas regiões de variações bruscas de geometria não podem ser desprezados.

Para escoamentos abertos é comum o fenômeno do ressalto hidráulico, fenômeno de transição de um escoamento subcrítico para supercrítico em que ocorre o aumento da turbulência do escoamento, desta maneira é complicado a identificação das linhas de corrente, restringindo o uso da equação de Bernoulli. A distância percorrida pelo escoamento influi em sua análise, já que para grandes distâncias se torna inviável desconsiderar as forças de atrito.

Os efeitos da compressibilidade impossibilitam a utilização da equação de Bernoulli, os gases, por apresentarem alta compressibilidade, não podem fazer parte dessa análise, além de líquidos que apresentem número de Mach superior a 0,3, abaixo desse valor as compressões dinâmicas decorrentes do movimento podem ser desprezadas para fins de engenharia.

Çengel e Cimbala (2007) traz um bom exemplo da praticidade da equação de Bernoulli, a retirada de gasolina de um tanque de combustível através de um sifão, mesmo com perda por atrito no sifão ou mangueira a equação de Bernoulli pode ser empregada, fazendo as considerações corretas, como o ponto 1 o tanque de combustível e o ponto 2 o recipiente, os pontos sujeitos a mesma pressão atmosférica, velocidade inicial zero e as elevações distintas de cada ponto, podemos obter a melhor perspectiva de tempo para encher o recipiente de maneira rápida e eficiente.

3.2.2. Considerações de energia no escoamento em tubos

O tópico anterior apresentou uma ótima maneira de analisar um escoamento, mas com inúmeras situações que podem impedir a análise, a consideração do atrito no escoamento interno, ou simplesmente a viscosidade do fluido, possui um maior efeito prático. Neste caso a

velocidade do escoamento formará um perfil parabólico ou achatado, pela influência das paredes do tubo, e se torna mais conveniente se trabalhar com a velocidade média.

Para a análise de escoamentos viscosos e internos, a equação da energia proporciona uma melhor compreensão a respeito das perdas por pressão (FOX et al, 2006).

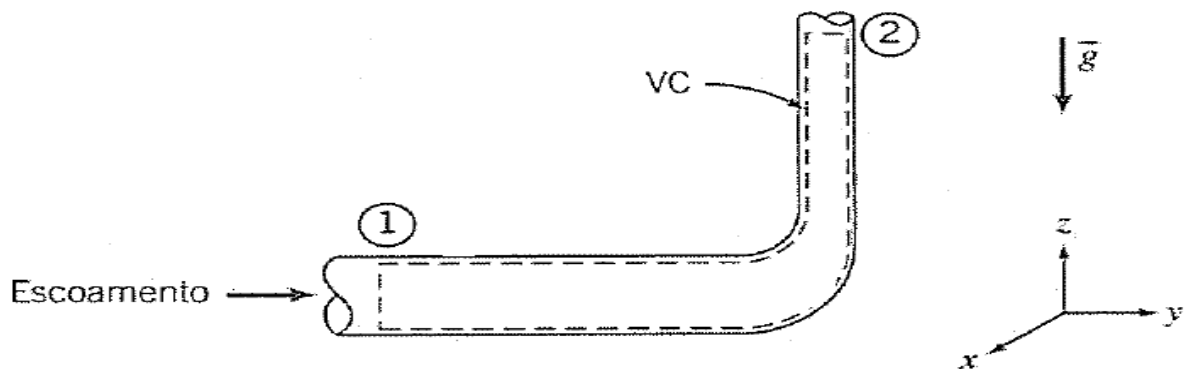
Da equação básica da energia também descrita no Fox et al (2006), temos:

$$\begin{aligned} \dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_{\text{cisalhamento}} - \dot{W}_{\text{outro}} \\ = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} E \rho dV + \int_{SC} (E + Pv) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \end{aligned} \quad (07)$$

sendo $E = u + \frac{v^2}{2} + gz$

Ao considerar um exemplo de escoamento permanente através de um tubo, na qual em sua estrutura possui um cotovelo redutor, fazemos as seguintes considerações para encontrar a equação, quando é utilizado o volume de controle, mostrado na Figura 11, $\dot{W}_s = 0$, $\dot{W}_{\text{outros}} = 0$, $\dot{W}_{\text{cisalhamento}} = 0$ (As velocidades nas paredes do cotovelo é nula), escoamento permanente, escoamento incompressível, energia interna e pressão uniforme nas seções:

Figura 11 - Cotovelo redutor. Análise de volume de controle para que se conheça a equação de Bernoulli.



Fonte: FOX et al (2006)

Conforme a aplicação das considerações, a Equação 07 é reduzida a:

$$\begin{aligned} \dot{Q} = & \dot{m}(u_2 - u_1) + \dot{m}\left(\frac{P_2}{\rho} - \frac{P_1}{\rho}\right) + \dot{m}g(z_2 - z_1) + \int_{A_2} \frac{V_2^2}{2} \rho V_2 dA_2 \\ & - \int_{A_1} \frac{V_1^2}{2} \rho V_1 dA_1 \end{aligned} \quad (08)$$

A velocidade uniforme nas seções foi desconsiderada, já que ao referirmos de escoamentos viscosos, a velocidade em uma seção transversal não é uniforme. Para isso, é importante que se introduza a velocidade média na equação acima para que as integrais sejam eliminadas. E então, um coeficiente de energia cinética é definido (FOX et al, 2006).

Em Fox et al (2006), o coeficiente de energia cinética, α , é entendido como um fator de correção que tornará útil usar a velocidade média $\bar{V}$ para o cálculo da energia cinética em uma seção transversal, devido à consideração da integral da superfície de controle. É definido como segue da Equação 09 abaixo:

$$\alpha = \frac{\int_A \rho V^3 dA}{\dot{m} \bar{V}^2} \quad (09)$$

Fox et al (2006) aborda que para o escoamento turbulento em tubos o perfil de velocidade é bastante achatado, e conforme a velocidade do escoamento aumenta a não uniformidade da velocidade em diversos pontos diminui, assim como a variação da energia cinética é em geral pequena se comparada com os outros termos. Geralmente, os cálculos de escoamento em tubo aproximam o valor de $\alpha=1$, para escoamento turbulento, e para escoamento laminar tem-se um coeficiente maior, $\alpha=2$, já que o perfil parabólico de velocidade permite uma grande variação.

Com o rearranjo da equação da energia, e fazendo uso da definição de α , pode-se chegar à equação de perda de carga total por unidade de massa, H_{LT} , Equação 10 abaixo.

$$\left(\frac{P_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} + gz_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} + gz_2 \right) = H_{LT} \quad (10)$$

Quando se divide a equação acima pela aceleração da gravidade g (m/s²), encontra-se os termos em dimensões de comprimento, como mostrado na Equação 11:

$$\left(\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + z_2 \right) = h_{LT} \quad (11)$$

Desta maneira $h_{LT} = H_{LT}/g$ (m).

A equação demonstrada possibilita a importante informação a respeito da perda de carga em decorrência do atrito, para fins de projeto, ter o conhecimento desse valor ajuda por exemplo na implantação de bombas que supram essas perdas, quantidade de carga recebida por uma turbina, respeitando a densidade constante e o coeficiente de velocidade de acordo com o perfil do escoamento.

3.3. NÚMERO DE REYNOLDS

O Número de Reynolds, desenvolvido após experimentos exaustivos na década de 1880 pelo físico e engenheiro Osborne Reynolds, é uma medida adimensional que classifica o escoamento relacionando a movimentação das moléculas. Quando as moléculas possuem movimento ordenado de perfil semelhante ao linear, o escoamento é classificado como laminar. Para movimentações um pouco mais agitadas o escoamento é considerado transitório; e para movimentação desordenada das moléculas o escoamento é turbulento.

Desta maneira, o número de Reynolds quantifica e qualifica o escoamento e sua fórmula relaciona as forças inerciais e viscosas do fluido. Para situações que envolvam escoamento em tubulações o número de Reynolds é dado pela seguinte equação:

$$Re = \frac{\rho \bar{V} D}{\mu} \quad (12)$$

O numerador da equação relaciona as forças inerciais, portanto o movimento do fluido, considerando a massa específica do fluido, a velocidade média e diâmetro da tubulação, respectivamente, no denominador se encontra a viscosidade dinâmica, grandeza abordada anteriormente. Desta maneira, para uma viscosidade alta teremos uma elevada resistência do fluido ao movimento, logo uma maior tendência do escoamento ser laminar, ocorrendo o inverso, se as forças inerciais forem elevadas o escoamento terá uma maior tendência a ser turbulento.

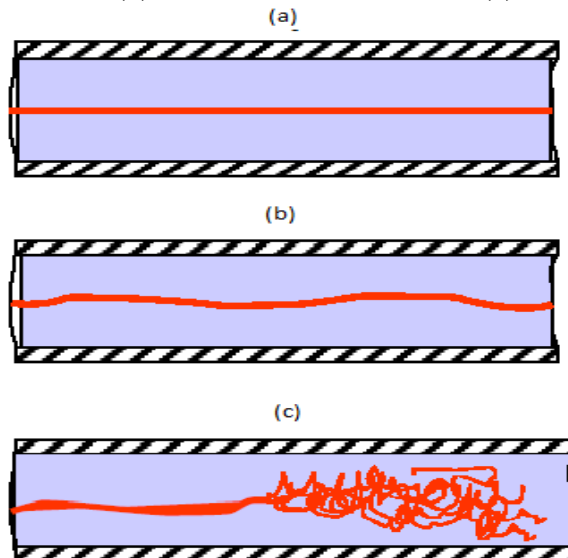
O Çengel (2007) apresenta a seguinte relação entre as forças inerciais e viscosas para um escoamento com velocidade média $\bar{V}$ e espessura L , que para tubulações consideramos como o diâmetro D .

$$Re = \frac{\rho \bar{V}^2 L^2}{\mu \bar{V} L}$$

$$Re = \frac{\rho \bar{V} L}{\mu}$$

Experimentalmente Reynolds obteve os seguintes valores de Re para classificar os escoamentos, laminar para $Re \leq 2300$, transitório para $2300 < Re \leq 4000$ e turbulento para $Re > 4000$. O experimento ocorreu da seguinte forma, a água era armazenada em um tanque que tinha saída para uma tubulação, enquanto isso existia um corante líquido armazenado em outro recipiente que tinha sua saída para mesma tubulação, conforme a vazão volumétrica era variada através de uma torneira localizada na tubulação e o corante era adicionado, a velocidade do escoamento variava e Reynolds observou as características de um perfil laminar e turbulento a partir do comportamento do corante, a Figura 12 ilustra o experimento.

Figura 12 - (a) Escoamento laminar, (b) escoamento transitório e (c) escoamento turbulento.



Fonte: UFLA – Departamento de engenharia.

As definições, as características e o campo de estudo dos escoamentos laminar e turbulento foram bem trabalhadas de maneira qualitativa, agora foi apresentada a forma quantitativa, na mecânica dos fluidos grande parte das equações que regem um escoamento são

feitas de forma específica para os perfis laminares e turbulentos, como demonstrados no perfil de velocidade e posteriormente na perda de carga e no coeficiente de energia cinética abordado nesse trabalho, podemos afirmar que o número de Reynolds tem como uma de suas funções selecionar o tipo equação para o estudo do escoamento.

A classificação de um escoamento em viscoso ou não viscoso também pode ser feita observando a fórmula adimensional de Reynolds, para Re bem elevados as forças inerciais são bem maiores que as viscosas e assim o movimento fluído terá um perfil de velocidade extremamente achatado, deste modo considerado como não viscoso, já se o Re possuir valores até 2300 o escoamento além de viscoso e laminar como já foi classificado, seu perfil de velocidade será parabólico.

As principais precauções para utilização do número de Reynolds é que o fluido em questão seja newtoniano e incompressível, desta forma sua velocidade não deve desrespeitar o número de Mach para a compressibilidade não ultrapassando o valor de 0,3.

O uso do Re não fica restrito apenas a tubos cilíndricos, mas a inúmeras outras geometrias, como quadrada, triangular e retangular, Çengel e Cimbala (2007) traz o conceito de diâmetro hidráulico D_h definido como:

$$D_h = \frac{4A_c}{p}$$

Onde A_c é a área de seção transversal do tubo e p é seu perímetro molhado, desta forma basta substituir o diâmetro hidráulico pelo diâmetro na fórmula do número de Reynolds.

A região de entrada tem a íntima relação com o escoamento completamente desenvolvido, já é sabido que após certa distância da entrada de um tubo o perfil de velocidade é constante, esse conceito é altamente valioso, mas falta exatidão, precisão e quantidade para sabermos em que parte esse escoamento se torna completamente desenvolvido, ainda por Çengel e Cimbala (2007), essa distância, medida experimentalmente, para um escoamento laminar é:

$$L_{h,laminar} \cong 0,05ReD$$

Para um $Re=20$, o comprimento de entrada, entendendo comprimento de entrada como distância necessária para o escoamento tornar-se completamente desenvolvido, é aproximadamente o tamanho do diâmetro, aumentando linearmente com a velocidade e para o

valor limite $Re=2300$ o comprimento de entrada é $115D$. No escoamento turbulento o comprimento de entrada é bem mais curto.

$$L_{h,turbulento} = 1,359D Re_D^{1/4}$$

Para fins de engenharia o comprimento de entrada em escoamentos turbulentos são bem pequenos e Çengel e Cimbala (2007) traz esse valor aproximadamente de dez vezes o diâmetro do tubo.

Fatores externos podem distorcer os valores de Re , a temperatura pode variar as propriedades do fluido em questão como densidade, viscosidade e a velocidade, além das vibrações na tubulação que facilitam a transição para um escoamento turbulento. A equação adimensional desenvolvida por Reynolds também é largamente usada para escoamentos abertos, mas sua formulação e alguns conceitos como de camada limite diferem para escoamentos fechados, desta forma não se faz necessário seu embasamento para o objetivo desse trabalho.

A fácil manipulação prática do número de Reynolds é outro ponto que justifica a sua ampla utilização, geralmente em projetos de engenharia quando há necessidade de variação do Re , se utiliza da mesma tubulação e do mesmo fluido, logo da mesma densidade, desta maneira é suficiente à aplicação de um fator que faça a variação de velocidade para mudar o número de Reynolds, podendo ser feita facilmente com a utilização de uma bomba. Conceitos como vazão mássica e vazão volumétrica contribuem para a identificação da velocidade média do escoamento.

3.4. PERDA DE CARGA

A equação de Bernoulli para o escoamento com atrito trouxe consigo a perda de carga, neste tópico o conceito de perda de carga será mais bem abordado assim como os fatores que a influenciam quantitativamente e qualitativamente.

Durante o escoamento, a massa fluida está sujeita às forças oriundas do contato com as paredes da tubulação a qual se encontra, assim como de uma região que é exercida pelo próprio fluido: a camada limite. As forças cisalhantes que surgem dessa interação reduzem a capacidade que o fluido tem de fluir e gera a liberação de uma parte de sua energia por transferência de calor e energia interna, que não são mais recuperadas em forma de energia

potencial ou cinética. A perda de carga representa a soma de todos os termos energéticos irreversíveis. Pode-se definir perda de carga como sendo a energia que é perdida por unidade de peso de um fluido quando este escoar (POTTER e WIGGERT, 2004).

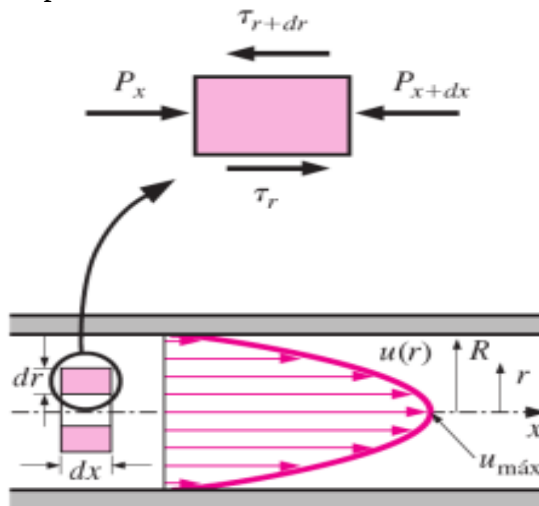
Diante disso, Potter e Wiggert (2004) ainda afirmam que existem duas causas principais que estão relacionadas as perdas de carga, a viscosidade que gera atritos internos aumentando a energia interna ou a transferência de calor, e as mudanças geométricas nos dutos que tornam os escoamentos separados, demandando por energia útil para que os movimentos resultantes dessa mudança sejam mantidos.

3.4.1. Queda de pressão e perda de carga distribuída

Para a análise da queda de pressão é necessário o conhecimento de como é o perfil de velocidade do escoamento e a relação da conservação da massa. Ao considerarmos um fluido escoando em um tubo em regime permanente, completamente desenvolvido e perfil laminar, lembrando que escoamento laminar apresenta características de alto grau de organização das moléculas. Com isso podemos encontrar uma equação para o perfil de velocidade.

Çengel e Cimbala (2007) considera em um tubo um volume infinitesimal em forma de anel de raio r e espessura dr orientado coaxialmente com o tubo, o volume diferencial selecionando possui efeitos de pressão e de viscosidade, por conseguinte as forças de pressão e cisalhamento devem se contrabalançar, como está na Figura 13. A força de pressão em uma superfície submersa é o produto da Pressão no centroide pela área da superfície, portanto:

Figura 13 - Diagrama de corpo livre de um elemento de fluido diferencial em forma de anel de raio r , espessura dr e comprimento dx .



$$(2\pi r dr P) - (2\pi r dr P) + (2\pi r dx \tau) - (2\pi r dx \tau) = 0$$

Dividindo por $2\pi r dr dx$ e reorganizando:

$$r \frac{P_{x+dx} - P_x}{dx} + \frac{(r\tau)_{r+dr} - (r\tau)_r}{dr} = 0$$

Tomando o limite quando $dr, dx \rightarrow 0$ temos:

$$r \frac{dP}{dx} + \frac{d(r\tau)}{dr} = 0 \quad (13)$$

Substituindo pelo cisalhamento de um fluido newtoniano $\tau = -\mu (du/dr)$, o sinal negativo indica que conforme o fluido se aproxima da parede do tubo sua velocidade diminui:

$$\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = \frac{dP}{dx} \quad (14)$$

Chegando à conclusão que para as considerações iniciais a variação de pressão é constante, desenvolvendo a Equação 14:

$$u(r) = \frac{1}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) + C_1 \ln r + C_2 \quad (15)$$

Aplicando as seguintes condições de contorno, $\partial u / \partial r = 0$ em $r = 0$ e $u = 0$ em $r = R$, obtemos:

$$u(r) = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (16)$$

Chegando então ao perfil de velocidade da situação idealizada, para obtermos a velocidade média usando o conceito de conservação da massa, temos:

$$\dot{m} = \rho \bar{V} A = \int_A \rho u(r) dA \quad (17)$$

Onde $\dot{m}$ é a vazão mássica (kg/s), ρ é a densidade do fluido, A é área da seção transversal e $u(r)$ é o perfil de velocidade. Isolando o termo de velocidade média na Equação 17 obtém-se a Equação 18:

$$\bar{V} = \frac{\int_A \rho u(r) dA}{\rho A} = \frac{\int_0^R \rho u(r) 2\pi r dr}{\rho \pi R^2} = \frac{2}{R^2} \int_0^R u(r) r dr \quad (18)$$

Substituindo na Equação 16, temos que a velocidade média é:

$$\bar{V} = -\frac{R^2}{8\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \quad (19)$$

A queda de pressão ΔP , está diretamente relacionada aos requisitos de potência para manter o escoamento (Çengel e CIMBALA, 2007), como anteriormente foi exemplificado. Considerando uma tubulação na horizontal, e fazendo uma análise de um ponto 1 até um ponto 2, que possui uma variação $dP/dx = \text{constante}$, ao integrar de uma distância $x=x_1$ quando a pressão $P = P_1$ até $x=x_1 + L$, com $P = P_2$, temos a Equação 20:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{P_2 - P_1}{L} \quad (20)$$

Substituindo a Equação 18 na Equação 17, obtemos que:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{8\mu L \bar{V}}{R^2} = \frac{32\mu L \bar{V}}{D^2} \quad (21)$$

Onde L representa o comprimento do tubo e D o diâmetro. Agora é bem mais claro perceber que a queda de pressão e a perda de carga se assemelham e a utilização de uma outra dependerá do seu objetivo, na Equação 21 se considerarmos que não existe viscosidade, não haverá queda de pressão, da mesma forma para uma tubulação de grande diâmetro e pequeno comprimento também podemos considerar que não há queda de pressão.

No contexto geral, segundo Çengel e Cimbala (2007) há perda de pressão é expressa para todos os tipos de escoamentos internos completamente desenvolvidos, não importando se

são laminar, turbulento, ou se o tubo é circular ou não circular, bem como se as superfícies são suaves ou rugosas, e também para tubos horizontais ou inclinados, não necessitando assim da demonstração do perfil de velocidade para um escoamento.

$$\Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho \bar{V}^2}{2} \quad (22)$$

Sendo f o **fator de atrito de Darcy-Weisbach** e $\rho \bar{V}^2/2$ a pressão dinâmica. O fator é uma relação obtida experimentalmente determinada pelo número de Reynolds, e de acordo com Fox et al (2006) é expresso para um escoamento laminar por:

$$f_{laminar} = \frac{64}{Re} \quad (23)$$

Para escoamentos turbulentos o fator de atrito é uma relação entre o número de Reynolds e a rugosidade da tubulação. Para a perda de carga em termos de comprimento temos a seguinte expressão:

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g} \quad (24)$$

Segundo Çengel e Cimbala (2007) após o conhecimento da queda de pressão ou perda de carga podemos projetar uma bomba com a capacidade de suprir a influência do atrito, tomando o devido cuidado com a potência útil da bomba, a Equação 25 atende para valores de pressão e comprimento.

$$\dot{W}_{bomba,l} = \dot{V} \Delta P_L = \dot{V} \rho g h_L = \dot{m} g h_L \quad (25)$$

em que $\dot{V}$ é a vazão volumétrica (m³/s) e $\dot{m}$ a vazão mássica (kg/s) e g a gravidade em (m/s²).

3.4.2. Perda de carga localizada

As perdas localizadas não são oriundas do atrito em si como abordado anteriormente, mas são oriundas de variações da geometria do sistema de tubulação, como conexões, válvulas,

curvas, cotovelos, tês, entradas, saídas, extensões e reduções, todos esses dispositivos atrapalham de maneira localizada a suavidade do escoamento, geralmente ocorrendo o turbilhonamento com diferentes intensidades.

Fox et al (2006) e Çengel e Cimbala (2007) definem esse tipo de perda como perdas menores, em referência as perdas por atrito serem normalmente menos intensas, mas as duas bibliografias também afirmam que em muitas situações as perdas localizadas podem representar grande parte da perda total, principalmente para escoamentos de pequeno comprimento.

Fox et al (2006) afirma que as perdas localizadas são calculadas de duas formas:

$$h_{Lm} = K_L \frac{\bar{V}^2}{2g} \quad (26)$$

Onde o coeficiente de perda K , deve ser determinado para cada situação, ou

$$h_{Lm} = f \frac{Le}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g} \quad (27)$$

Sendo Le o comprimento equivalente do tubo, ainda segundo Fox et al (2006) pela grande necessidade experimental para a determinação da perda de carga a Equação 26 ainda é mais utilizada que a Equação 27, existindo coeficientes de perda tabelados para diferentes geometrias e situações, tabela 01. Desta forma a perda de carga total é a soma da perda de carga distribuída com a localizada.

Tabela 01 - Valores de coeficiente de perda para válvulas, cotovelos e tês.

	Diâmetro nominal, pol (mm)									
	Rosqueada					Flangeada				
	½ (13)	1 (25)	2 (50)	4 (100)	1 (25)	2 (50)	4 (100)	8 (200)	20 (500)	
Válvulas (totalmente abertas):										
Globo	14	8,2	6,9	5,7	13	8,5	6,0	5,8	5,5	
Gaveta	0,3	0,24	0,16	0,11	0,80	0,35	0,16	0,07	0,03	
Retenção basculante	5,1	2,9	2,1	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	
Em ângulo	9,0	4,7	2,0	1,0	4,5	2,4	2,0	2,0	2,0	
Cotovelos:										
45° normal	0,39	0,32	0,30	0,29						
45° raio longo	0,21	0,20	0,19	0,16	0,14					
90° normal	2,0	1,5	0,95	0,64	0,50	0,39	0,30	0,26	0,21	
90° raio longo	1,0	0,72	0,41	0,23	0,40	0,30	0,19	0,15	0,10	
180° normal	2,0	1,5	0,95	0,64	0,41	0,35	0,30	0,25	0,20	
180° raio longo	0,40	0,30	0,21	0,15	0,10					
Tês:										
Escoamento direto	0,90	0,90	0,90	0,90	0,24	0,19	0,14	0,10	0,07	
Escoamento no ramal	2,4	1,8	1,4	1,1	1,0	0,80	0,64	0,58	0,41	

Fonte: WHITE (2011)

3.4.3. Fator de atrito e diagrama de Moody

De acordo com Çengel e Cimbala (2007) o fator de atrito para um escoamento turbulento e completamente desenvolvido depende do número de Reynolds e da rugosidade relativa e/D , determinada como a razão entre a altura média da rugosidade do tubo e o diâmetro do tubo, essa relação foi obtida de forma altamente experimental, usando superfícies artificialmente enrugadas, chegando também a conclusão que a rugosidade não contribui para escoamentos laminares. Em 1939 o cientista Cyril F. Colebrook (1910-1997) desenvolveu a seguinte equação conhecida como equação de Colebrook.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}} \right) \quad (28)$$

Essa equação foi a primeira de muitas que surgiram, algumas com até mais precisão, Colebrook também desenvolveu um gráfico com f em função do Re e do produto $Re\sqrt{f}$, mas quem conseguiu desenvolver um gráfico de fácil visualização que se popularizou no estudo da mecânica dos fluidos foi Lewis F. Moody (1880-1953), criando diagrama de Moody. Esse diagrama relaciona o fator de atrito em função do número de Reynolds e a rugosidade relativa.

Comercialmente podemos encontrar a rugosidade de vários materiais comumente utilizados em nossas vidas e para aplicarmos no diagrama basta dividirmos pelo diâmetro do tubo ou pelo diâmetro hidráulico de geometrias variadas. Outro fator importante é que a rugosidade das tubulações muda conforme o tempo e a forma com que são utilizadas, necessitando de um maior cuidado na verificação da rugosidade.

De acordo com Fox et al (2006) conforme o número de Reynolds é elevado acima do valor de transição, o perfil de velocidade como visto anteriormente torna-se cada vez mais achatado, e quando se tem valores para $e/D \leq 0,001$, logo após a transição o fator de atrito é propenso a se comportar como os tubos lisos, já que são nesses tubos que o fator de atrito depende apenas do número de Reynolds, e se este número continuar a aumentar, o perfil torna-se ainda mais cheio, consequentemente a espessura da fina subcamada viscosa próximo a parede da tubulação diminui, quando os elementos de rugosidade aumentam em relação a subcamada viscosa, a influência da rugosidade se torna cada vez mais importante e o fato de atrito passa a ser função do número de Reynolds e da rugosidade relativa, como mostra a Figura 14

Ainda segundo Fox et al (2006) quando o número de Reynolds é muito elevado os elementos rugosos se tornam maiores que a subcamada viscosa, desta maneira o fator de atrito se torna dependente apenas da rugosidade relativa, determinado como regime de escoamento “completamente rugoso”.

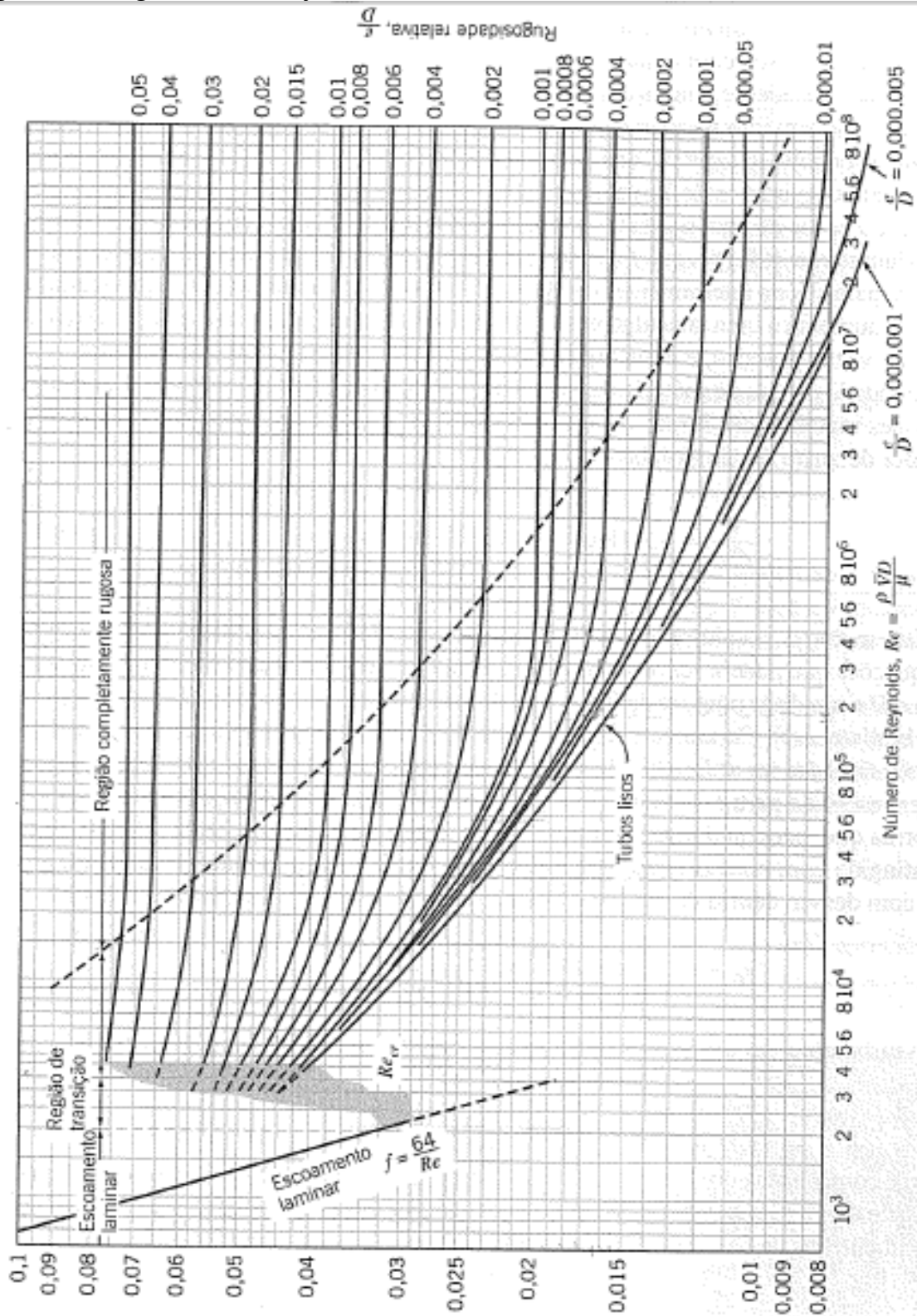
A verificação do fator de atrito no diagrama de Moody é altamente simples, primeiro devemos ter os valores do número de Reynolds e da rugosidade relativa, depois traçamos uma reta vertical a partir do Re até o ponto de interseção com curva originada no eixo da rugosidade relativa, com esse ponto de interseção traçamos uma reta horizontal até tocar o eixo do fator de atrito e assim obtermos o seu valor.

Tabela 02 – Valores de rugosidade recomendados de dutos comerciais.

Material	Condição	mm	Incerteza, %
Aço	Chapa metálica, nova	0,05	± 60
	Inoxidável, novo	0,002	± 50
	Comercial, novo	0,046	± 30
	Rebitado	3,0	± 70
	Oxidado	2,0	± 50
Ferro	Fundido, novo	0,26	± 50
	Forjado, novo	0,046	± 20
	Galvanizado, novo	0,15	± 40
	Fundido asfaltado	0,12	± 50
Latão	Estirado, novo	0,002	± 50
Plástico	Tubo estirado	0,0015	± 60
Vidro	—	Liso	Liso
Concreto	Alisado	0,04	± 60
	Rugoso	2,0	± 50
Borracha	Alisada	0,01	± 60
Madeira	Aduela	0,5	± 40

Fonte: WHITE (2011)

Figura 14 - Diagrama de Moody.



Fonte: FOX et al (2006)

3.5 APLICAÇÕES DO NÚMERO DE REYNOLDS

Para a compreensão de um escoamento se faz necessário conhecer como é formado seu perfil de velocidade, em que ponto o perfil de velocidade se torna constante, qual a perda de energia, equações válidas para uma determinada situação e qual o aspecto visual do escoamento, o parâmetro adimensional desenvolvido por Osborne Reynolds dá o suporte necessário para encontrar todas essas informações.

Um bom exemplo em que as informações retiradas do número de Reynolds são de grande relevância é no abastecimento de água de uma cidade, as tubulações quilométricas geram perdas distribuídas e localizadas enormes, todas essas perdas devem ser supridas por bombas para um abastecimento eficaz, através do número de Reynolds é encontrado qual a potência da bomba ideal.

A limpeza de tubulações e a retirada de incrustações são feita, muitas vezes intuitivamente, aumentando a velocidade do fluído, fazendo isso, o número de Reynolds é aumentado, consequentemente tornando o escoamento turbulento e a aleatoriedade na posição das moléculas somadas ao ganho de energia cinética contribui para a limpeza. O número de Reynolds além de um determinante para a utilização de equações é um parâmetro que prevê o comportamento do escoamento para mudanças de velocidade, geometria da tubulação e alterações de densidade e viscosidade.

4. DESENVOLVIMENTO DA BANCADA EXPERIMENTAL

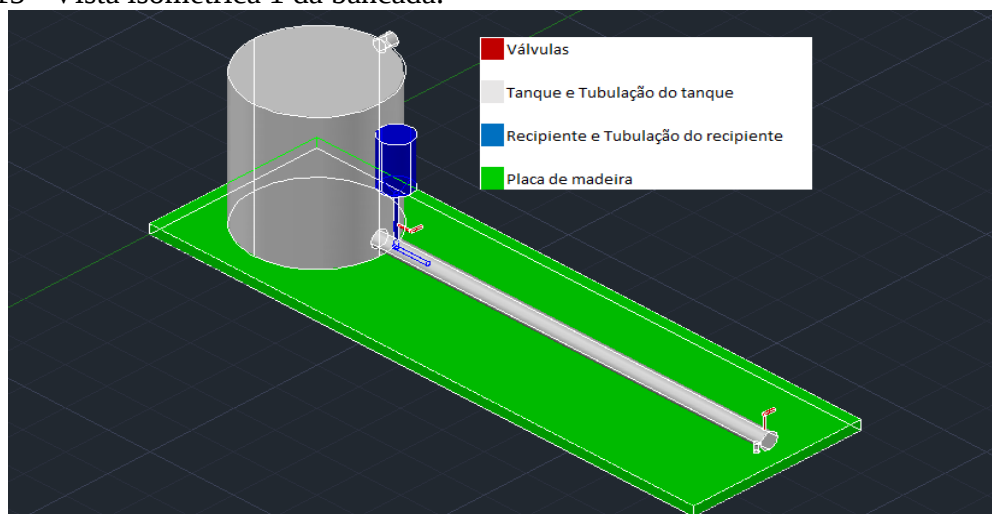
Os conceitos até então trabalhados serão utilizados para o desenvolvimento da bancada e a realização das práticas com sucesso. O projeto vem como um auxílio para o entendimento de um conteúdo com grande riqueza experimental, mas com pouca exploração prática em sala de aula.

O projeto para o desenvolvimento da bancada experimental representará a recriação do experimento feito por Osborne Reynolds para determinação da equação que leva seu nome, a construção do seu esboço leva em consideração principalmente a facilidade para a realização da prática, mobilidade da bancada e possibilidade da sua real construção.

A bancada consiste em um tanque de acrílico com uma pequena abertura na parte superior com a finalidade de manter o volume constante, na parte inferior do tanque está acoplado um duto de seção circular também de acrílico, no final desse duto existe uma válvula para o controle da vazão. Fixo ao tanque está um suporte de acrílico para o armazenamento do corante, a tubulação do suporte possui uma válvula para regulação de vazão e possui saída para o interior do tubo acoplado no tanque. Para o desenvolvimento do *layout* da bancada foi utilizado o AutoCAD 2013, ilustrado nas Figura 15, 16 e 17.

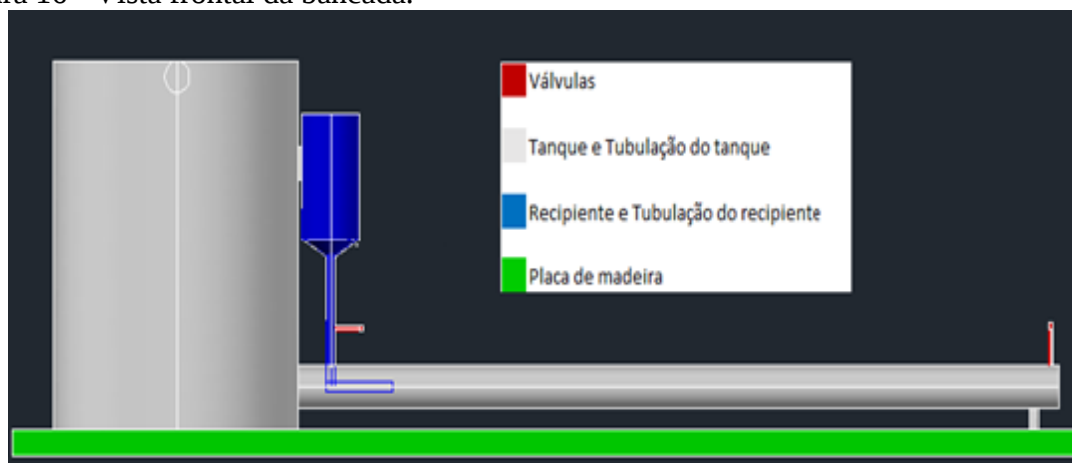
Todos esses dispositivos citados estão disposto sobre uma placa de madeira. Para a realização das atividades práticas são necessários três mangueiras, a primeira para entrada e duas para a saída do fluido, a segunda para evitar o derramamento e a terceira para auxiliar na medição da vazão volumétrica, além de um tanque externo com graduação de volume para o cálculo da vazão volumétrica e um cronômetro.

Figura 15 - Vista isométrica 1 da bancada.



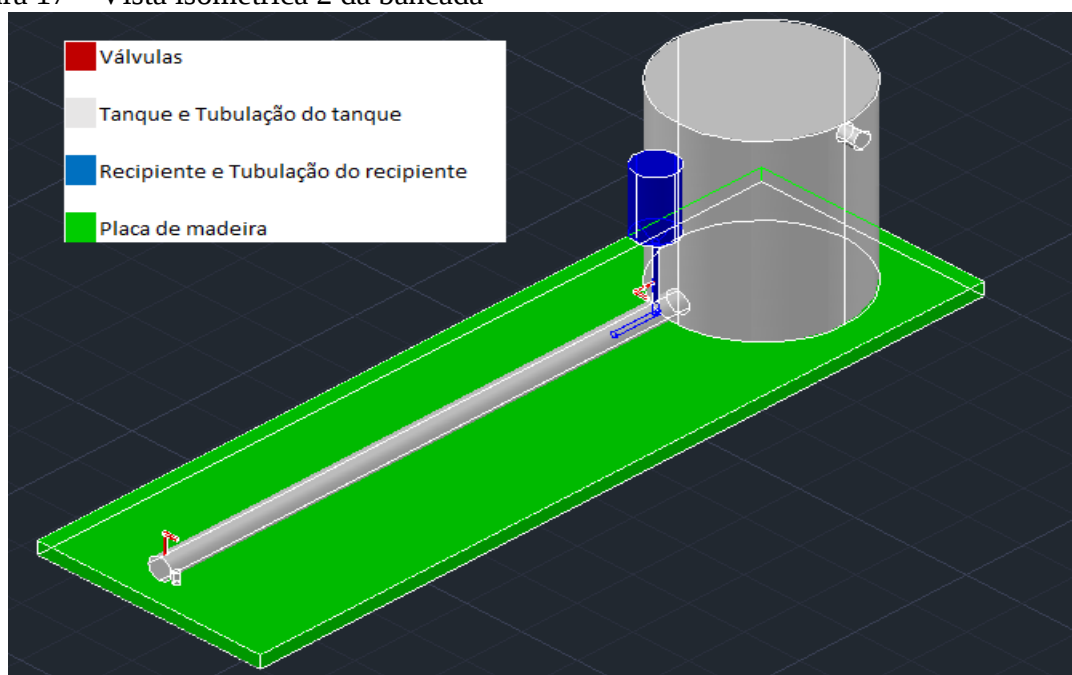
Fonte: Própria autoria (2015)

Figura 16 - Vista frontal da bancada.



Fonte: Própria autoria (2015)

Figura 17 – Vista isométrica 2 da bancada



Fonte: Própria autoria (2015)

Apesar da água ser o fluido mais viável para a realização da prática, diversos outros tipos de fluidos poderão ser utilizados, como óleos, lubrificantes, combustíveis, etc, desde que exista um corante que contraste com o fluido. Os fatores que mais inviabilizam a utilização de outros fluidos são o seu valor financeiro, já que requer uma grande quantidade utilizada, limpeza da bancada e a possível perda de funcionalidade do fluido por se misturar com o corante. Os experimentos realizados com água geralmente utilizam o corante azul de metileno por ser de fácil obtenção e possuir cor característica.

A bancada tem seu princípio de funcionamento na variação da vazão volumétrica e com isso a variação de velocidade para a determinação e visualização do número de Reynolds, com diversos valores para Re e velocidade.

Pelo fato dos tubos de acrílico serem acopladas por encaixe a bancada apresenta mais uma funcionalidade, também permite a sua manipulação para análise de perda de carga, acrescentando tubos e conexões.

4.1 ROTEIRO DE ATIVIDADE

O roteiro de atividade irá auxiliar na realização das aulas práticas feitas com a bancada experimental, o principal objetivo é relacionar vazão volumétrica, velocidade, queda de pressão ou perda de carga, número de Reynolds e aspectos visuais do escoamento.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS AMBIENTAIS E TECNOLÓGICAS
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Disciplina: Mecânica dos Fluidos.

Data: ____/____/____

Professor:

Equipe:

- **Objetivos:**

Quantificar a vazão volumétrica, velocidade, queda de pressão ou perda de carga, número de Reynolds e qualificar o escoamento em laminar, transitório ou turbulento.

- **Introdução:**

O número de Reynolds e os fatores associados a ele são de extrema importância para determinar o tipo de escoamento e suas perdas, trazendo informações relevantes para projetos de engenharia.

- **Materiais utilizados:**

- Bancada;

- Três mangueiras;
- Recipiente com graduação de volume;
- Cronômetro.

- Procedimento experimental:

Com as mangueiras devidamente instaladas, para alimentar o tanque, estabilizar o volume do tanque e retirar o fluido da tubulação, o corante será lançado no tubo e os valores a serem encontrados serão obtidos a partir de uma determinada vazão controlada pela válvula com saída para o recipiente com graduação de volume e a partir disso calcular todas as outras variáveis, a queda de pressão será calculada pela relação com o fator de atrito, finalizando o experimento com uma análise qualitativa do escoamento e comentários sobre os resultados obtidos.

Dados:

- Gravidade: 9,81 m/s²;
- Diâmetro da tubulação:
- Comprimento da tubulação:
- Fluido utilizado:
- Densidade:
- Viscosidade:
- Corante utilizado:
- Rugosidade:

Equações utilizadas:

$$\bar{V} = \frac{\dot{V}}{A}$$

$$Re = \frac{\rho \bar{V} D}{\mu}$$

$$\Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho \bar{V}^2}{2}$$

Escoamento Laminar:

$$f = \frac{64}{Re}$$

Escoamento turbulento:

$$f = \left(\frac{e}{D}, Re \right)$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

	1	2	3
Vazão volumétrica			
Velocidade média			
Número de Reynolds			
Queda de pressão			
Tipo de escoamento			

Resultados e Discursões:

5. CONCLUSÃO

A revisão bibliográfica abordou as definições, características, campo de estudo e as variáveis relacionadas ao escoamento laminar e turbulento, de maneira quantitativa e qualitativa, com isso podemos concluir que o número de Reynolds é um parâmetro importantíssimo no estudo de escoamento, indicando além da equação mais viável a ser utilizada qual o perfil de velocidade, perda de carga e fator de atrito característicos de uma determinada situação.

O grande caráter experimental da mecânica dos fluidos e em especial do número de Reynolds, além da dificuldade de modelos matemáticos para elevados Re , demonstram a grande necessidade de experimentos para a compreensão do assunto, o desenvolvimento do projeto para construção da bancada é uma alternativa para auxiliar na necessidade de atividades práticas da disciplina de mecânica dos fluidos. O roteiro de atividade é uma das formas de como a bancada pode ser utilizada, requerendo os dados que foram trabalhados na revisão bibliográfica.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÇENGEL, Y.A.; CIMBALA, John M. **Mecânica dos Fluidos – Fundamentos e Aplicações**. 1ed. McGraw-Hill, 2007.

FOX, Robert W.; PRITCHARD, Philip J.; MCDONALD, Alan T. **Introdução à mecânica dos fluidos**. 6ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

MSPC. **Fluidos V-20: Dinâmica dos fluidos**. Disponível em <http://www.mspc.eng.br/fldetc/fluid_0520.shtml>. Acesso em 03 de dez. de 2014.

MUNSON, Bruce R.; YOUNG, Donald F.; OKIISHI, Theodore H. **Fundamentos da mecânica dos Fluidos**. 4ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2004.

POTTER, M. C.; WIGGERT, D. C. **Mecânica dos Fluidos I**. 3 ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.

Universidade Federal de Lavras – Departamento de Engenharia. Disponível em: <http://www.deg.ufla.br/site/_adm/upload/file/Hfcontinua2007.pdf>. Acesso em 27 de dez. de 2014.

WHITE, Frank M. **Mecânica dos fluidos**. 6ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.