



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
CENTRO MULTIDISCIPLINAR DE PAU DOS FERROS
CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

FRANCISCO EDUARDO DUARTE DA SILVA

**ESTUDO PARAMÉTRICO DO EFEITO DO PÉ ESQUERDO
E ESPESSURA DA LAJE NA FREQUÊNCIA NATURAL FUNDAMENTAL
DE ESCADAS PLISSADAS AUTOPORTANTES SIMÉTRICAS**

PAU DOS FERROS - RN

2021

FRANCISCO EDUARDO DUARTE DA SILVA

**ESTUDO PARAMÉTRICO DO EFEITO DO PÉ ESQUERDO
E ESPESSURA DA LAJE NA FREQUÊNCIA NATURAL FUNDAMENTAL
DE ESCADAS PLISSADAS AUTOPORTANTES SIMÉTRICAS**

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, campus Pau dos Ferros, para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Matheus Fernandes de Araújo Silva – UFERSA

PAU DOS FERROS - RN

2021

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

S586e Silva, Francisco Eduardo Duarte da.
ESTUDO PARAMÉTRICO DO EFEITO DO PÉ ESQUERDO E
ESPESSURA DA LAJE NA FREQUÊNCIA NATURAL
FUNDAMENTAL DE ESCADAS PLISSADAS AUTOPORTANTES
SIMÉTRICAS / Francisco Eduardo Duarte da Silva. -
2021.
34 f. : il.

Orientadora: Matheus Fernandes de Araújo
Silva.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de --Selecione um
Curso ou Programa--, 2021.

1. Frequência Natural. 2. Virações Excessivas.
3. Escadas Plissadas. 4. Auto portante. I.
Silva, Matheus Fernandes de Araújo , orient. II.
Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

FRANCISCO EDUARDO DUARTE DA SILVA

**ESTUDO PARAMÉTRICO DO EFEITO DO PÉ ESQUERDO
E ESPESSURA DA LAJE NA FREQUÊNCIA NATURAL FUNDAMENTAL
DE ESCADAS PLISSADAS AUTOPORTANTES SIMÉTRICAS**

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, Campus Pau dos Ferros como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

DEFENDIDO EM: 26 /05 / 2021

BANCA EXAMINADORA

MATHEUS FERNANDES DE ARAUJO SILVA:01435936418
Assinado de forma digital por
MATHEUS FERNANDES DE ARAUJO
SILVA:01435936418
Dados: 2021.06.04 08:55:55 -03'00'

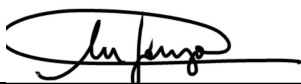
Prof. Dr. Matheus Fernandes de Araújo Silva - UFERSA (orientador)

Presidente

Marcilene Vieira da Nóbrega
Assinado de forma digital por
Marcilene Vieira da Nóbrega
Dados: 2021.06.01 12:58:26 -03'00'

Prof. Dr. Marcilene Vieira da Nóbrega - UFERSA

Primeiro Membro



Assinado de forma digital por WENDELL ROSSINE
MEDEIROS DE SOUZA:01875503447
Dados: 2021.06.02 08:36:07 -03'00'

Prof. Dr. Wendell Rossine Medeiros de Souza - UFERSA

Segundo Membro

Aos meus pais Assis Barbosa e Izabela Lacerda, por serem minha fonte de inspiração diária e por sempre acreditarem em meu potencial.

A engenharia não se trata apenas de números ou de cálculos. Mas sim, de sonhos, de vidas e portanto, busque atingir sempre a mesma frequência que seu projeto para só assim executá-lo com eficiência e excelência.

AGRADECIMENTOS

Agradecer grandemente a Deus por tudo que ele fez e tem feito em minha vida e por me conceder a honra dessa graduação, pois sem ele nada nunca teria chegado tão longe.

Agradeço aos meus pais Francisco de Assis e Izabela Lacerda por fazerem o possível e o impossível para que este sonho fosse realizado, sem eles nada disso seria possível e nem mesmo teria o menor sentido.

Agradeço aos meus irmãos Sarah Lacerda Duarte, Francisco de Assis da Silva Junior e Everanne Madja Lacerda, por todo apoio e incentivo. Agradeço também aos meus sobrinhos Ana Luiza e Miguel por terem sido mais uma fonte de inspiração nesta batalha

Agradeço a todos os amigos de longa data por toda a ajuda e apoio durante o decorrer de todo o curso.

Agradeço grandemente ao professor Matheus Fernandes por me conceder a honra e o privilégio de ser meu orientando e por ter sido um grande mestre durante todo o curso e por ser uma fonte de inspiração para todos aqueles que almejam se declinar na área estrutural.

Agradeço também aos professores Wendell Rossine Medeiros de Souza e Marcilene Vieira da Nóbrega por terem aceitado fazer parte da banca.

Agradeço a todos os professores que contribuíram para minha formação.

RESUMO

Apresenta-se neste trabalho, contribuições numéricas por meio de análise em elementos finitos, para verificação da frequência natural de escadas plissadas auto portantes. A frequência de uma dada estrutura, deve ser verificada para se evitar um estado de vibrações excessivas. Para verificação das frequências naturais das escadas plissadas auto portante, primeiramente, foi necessário a verificação das malhas a serem adotadas nos modelos. verificar o comportamento das escadas com a variação da espessura de seus degraus, bem como o pé direito da edificação. Conclui-se que a malha de 12x12 apresenta bons resultados e que para as escadas em estudo a frequência natural das mesmas pode ser um fator determinante quanto ao dimensionamento.

Palavras-chaves: Frequência Natura. Escadas Plissadas. Virações Excessivas. Auto portante.

ABSTRACT

Numerical contributions are presented in this work by means of finite element analysis, to verify the natural frequency of self-supporting pleated stairs. The frequency of a given structure must be checked to avoid a state of excessive vibrations. To check the natural frequencies of the self-supporting pleated stairs, first, it was necessary to check the meshes to be adopted in the models, check the behavior of the stairs with the variation of the thickness of their steps, as well as the right foot of the building. We concluded that the 12x12 mesh presents good results and that for the stairs under study, their natural frequency would not be a determining factor in their dimensioning.

Keywords: Natural Frequency. Pleated Stairs. Excessive Vibrations. Self-supporting.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1- Exemplificação de escadas em concreto armado.....	14
Figura 2.2- exemplificação de uma escada.....	15
Figura 2.3- Representação esquemática de uma escada.....	16
Figura 2.4- Exemplo de uma escada plissada.....	16
Figura 2.5- escada plissada autoportante.....	17
Figura 2.6- Distribuição de carga em uma estrutura.....	18
Figura 2.7- Exemplo de uma viga engastada livre.....	20
Figura 2.8- <i>Análise de uma viga engastada no SAP2000®</i>	23
Figura 2.9- Elemento finito de casca	23
Figura 3.1- Escada plissada auto portante modelada no SAP2000®.....	25
Figura 4.1 - Situação deforma da escada.....	26
Figura 4.2 - Ábaco de frequência x espessura.....	28
Figura A.3 – Segundo modo de vibração	33
Figura A.3 – Terceiro modo de vibração	33
Figura A.3 – Quarto modo de vibração	34

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1 ESCADAS	14
2.2 ESCADA PLISSADAS AUTO PORTANTES	16
2.3 SISTEMAS ESTRUTURAIS	17
2.4 ESTADO-LIMITE DE SERVIÇO	18
2.5 ANÁLISE MODAL	19
3 METODOLOGIA	24
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	26
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	30
5.1 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	30
REFERÊNCIAS	31

1 INTRODUÇÃO

Atualmente as estruturas estão cada vez mais esbeltas, tal feito só se tornou possível devido a diversos fatores, dentre eles pode citar o aprimoramento dos materiais que compõem os elementos estruturais bem como o desenvolvimento de softwares capazes de solucionar os mais diversos tipos de problemas existentes. Como exemplo, tem-se a evolução das edificações, onde as mesmas cada vez mais apresentam designs inovadores. Um exemplo dessa evolução são as escadas que apesar de não serem uma parte vital das estruturas, estão presentes em praticamente todas as edificações com mais de um pavimento. Voltando-se para um tipo bem específico destas, pode-se citar as escadas plissadas autoportantes. Estas quando submetidas a carregamentos podem sentir os efeitos das vibrações. Todavia, a verificação destas vibrações só se tornou viável com o aprimoramento de softwares capazes de realizarem análises modais por meio de elementos finitos, por meio de equações analíticas ou através de modelos para uma análise experimental.

Segundo Souza (2003), o Método dos Elementos Finitos (MEF), constitui-se de um método numérico aproximado para análise dos mais diversos fenômenos físicos. Estes são descritos por meio de equações diferenciais parciais com problemas de valor inicial. De forma bem sucinta, esse método consiste em dividir uma região com formato labiríntico em pequenas regiões de formatos conhecidos tais como, triângulos, quadrados, retângulos dentre outros. Desta maneira, o MEF consiste basicamente em analisar um problema com um grau de dificuldade elevado e discretizá-lo em problemas mais simples. Um fato importante sobre o MEF é que o mesmo foi desenvolvido por volta da década de 1900, todavia, só se tornou mais utilizável com o surgimento dos computadores em meados de 1950.

O método dos elementos finitos, possuem uma gama de aplicações, saindo de verificações mais simples como o deslocamento de uma viga bi-apoiada quando submetida a um certo carregamento até a análise dinâmica dos mais diversos elementos estruturais. Também utilizado para verificar as interações entre viga e pilares, comportamento de lajes bidirecionais bem como a interação entre duas lajes interligas por meio de uma viga, considerando o caso em que a viga seja deformável ou com está sendo indeformável (simplificação de cálculo bastante utilizada nas bibliografias de concreto armado), a Figura 1.1 retrata bem estes caso.

Neste sentido o seguinte trabalho, tem como objetivo de tratar sobre conhecimentos teóricos de como é realizada uma verificação analítica de modo vibracionais de um dado elemento estrutural. E deste modo, realçando os principais fatores por trás de uma análise modal. Em uma segunda instancia, será tratado da análise modal por meio do programa SAP2000®, onde, será verificada o comportamento da frequência natural fundamental de uma escada plissada auto portante simétrica, quando se tem a variação do seu pé direito e da espessura de seus degraus. Por fim, será analisado se as escadas conseguem atender ao estado-limite de serviço de vibrações excessivas, critério este estabelecido pela NBR 6118:2014. Onde também, a partir dessa análise será verificado se a frequência natural das escadas a serem tratadas ao longo do trabalho, serão ou não fatores determinantes para o dimensionamento das mesmas.

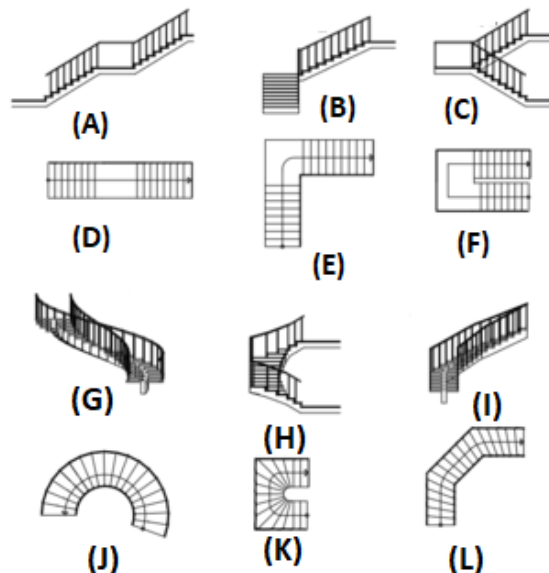
2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 ESCADAS

Existem relatos históricos que as escadas foram criadas por volta de 2000 A.C. Estas não tinham finalidade de subir um nível acima como em uma edificação de primeiro andar, mas, de se chegar a níveis ligeiramente diferentes com atingir a calçada de um mausoléu (Templos antigos), (FERREIRA, 2010).

As mesmas foram evoluindo aos poucos tomando forma diferentes bem como a evolução do material que compõe as mesmas. Atualmente temos escadas de madeira, aço, concreto armado dos mais diversos formatos possíveis. A Figura 2.1, se dispõem de alguns tipos de escadas em concreto armado. Podemos observar alguns formatos existentes para estas. As escadas destacadas como (E), é conhecida como escada em “L”. Já a (F), é conhecida como escada em “U”, pra cada modelo existe uma nomenclatura específica.

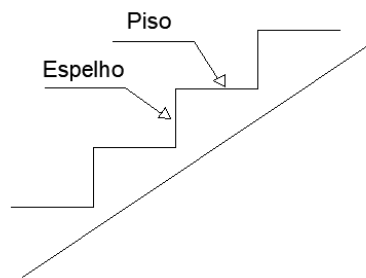
Figura 2.1: Exemplificação de escadas em concreto armado.



Fonte: CAD (2021 apud Autor, 2021).

Segundo Quevedo (2011), as escadas são elementos estruturais mistos sendo compostas por lajes e vigas. A NBR 6118:2018, define estas como o conjunto de elementos horizontais e verticais, sendo estes, o piso e o espelho como ilustrado na Figura 2.2.

Figura 2.2 - Exemplificação de uma escada.



Fonte: Autor (2021).

As escadas também possuem lances e patamares de descanso, muitas vezes ou patamares são apenas o piso dos andares, estes por vezes também se caracterizam por serem pontos de saída. A Figura 2.3 apresenta uma escada com 2 lances e um patamar de descanso. Além disto, podemos observar outro ponto bastante importante neste elemento que são os corrimãos (guarda corpo), de acordo coma NBR 9077:2001 que trata sobre saídas de emergência em edifícios, estes devem ser projetados ao lado da escada com uma certa distância da parede de modo que o usuário possa agarrar de forma fácil e confortável e de tal maneira que o mesmo consiga deslocar sua mão por toda a extensão do mesmo.

Figura 2.3 - Representação esquemática de uma escada.

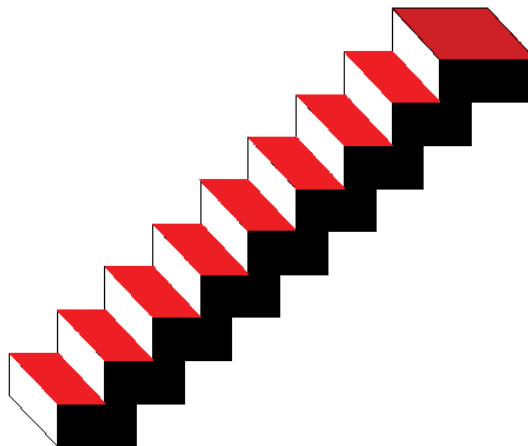


Fonte: DG (2018).

2.2 ESCADA PLISSADAS AUTO PORTANTES

As escadas plissadas ou como são conhecidas escadas em cascata, são modelos nos quais a parte superior possui o mesmo formato da inferior. A Figura 2.4, mostra um exemplo de escada plissada, comparando-a com a mostrada na Figura 2.2, é possível observar que as duas se distinguem apenas pelo formato da parte inferior. Já as escadas autoportantes, são aquelas cujo patamar intermediário não possui nenhum apoio como exemplificado na Figura 2.5.

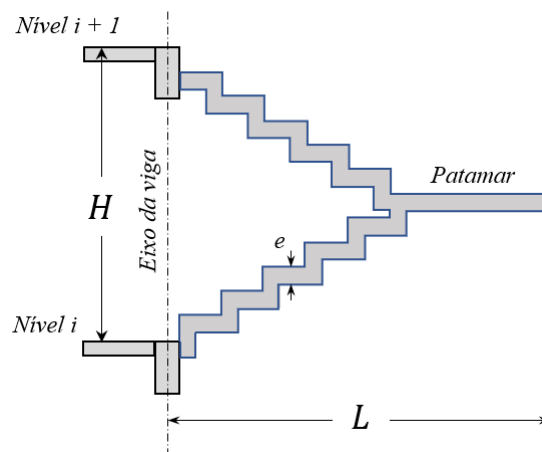
Figura 2.4 - Exemplo de uma escada plissada.



Fonte: Autor (2021).

Esta configuração de escada faz parte de um grupo mais refinado da área estrutural, como em toda estrutura esse modelo de escada deve atender todos os critérios de segurança estabelecidos pela NBR 6118:2014. Um dos critérios está relacionado as vibrações da estruturas e dentre as ferramentas que podem ser utilizadas para a verificação das vibrações de uma estrutura pode-se citar o SAP2000®.

Figura 2.5 - Escada plissada autoportante.



Fonte: Autor (2021).

A Figura 2.5, apresenta alguns conceitos da escada plissada. Entre eles, temos a espessura do degrau (e), o pé direito da edificação (distância entre pisos (H) e o comprimento total da escada (L).

2.3 SISTEMAS ESTRUTURAIS

Os sistemas estruturais, são a combinação de vários elementos estruturais tais como pilares, vigas, lajes dentre outros. Estes elementos são responsáveis por absorver e transmitir os esforços. De maneira bem simplificada, podemos citar uma laje que quando carregada transmite os esforços para viga que por sua vez transmite o carregamento para os pilares e assim sucessivamente até que todo o carregamento seja transmitido para o solo como exemplificado na Figura 2.6. Desta forma, os elementos estruturais trabalham de maneira solidária entre eles e segundo Sousa et al (2008), os mesmos devem ser formados por materiais que não sejam perfeitamente rígidos, denominados de materiais estruturais.

Figura 2.6 - Distribuição de carga em uma estrutura.



Fonte: Poffo (2021).

Toda construção, seja ela de pequeno ou grande porte, deve ser dotada de elementos estruturais capazes de resistir aos esforços por tanto tempo quanto o for necessário, sendo este, denominado de vida útil da edificação. Desta forma estes elementos são de extrema importância e devem ser analisados de forma criteriosa e cada um com suas peculiaridades.

Voltando-se para o caso de escadas, em especial a escada plissada bem representada pela Figura 2.4, segundo Machado (1983), se a mesma for armada longitudinalmente tal tipo de escada, deve ser calculada como uma viga de eixo não reto onde os elementos verticais (patamar), podem estar flexo-comprimidos ou flexo-tracionados. Ou seja, estes estarão submetidos a uma flexão em conjunto com uma compressão ou uma tração. Para o caso dos elementos horizontais (espelhos), Machado (1983), retrata que estes estarão submetidos a momento fletor e esforço cortante.

2.4 ESTADO-LIMITE DE SERVIÇO

O estados-limite de serviço é um dos critérios de segurança estabelecidos pela NBR 6118:2014. Como o próprio nome sugere, o mesmo estabelece limites para que a estrutura ao longo de sua vida útil não apresente algumas patologias tais como, deformações e fissurações excessivas. Estes efeitos, podem levar desconforto e insegurança ao usuário quanto a utilização da estrutura. O mesmo também é responsável por manter a aparência da edificação e garantir durabilidade a mesma.

A NBR:6118:2014, estabelece vários estados limites de serviço dentre eles podemos citar o de vibração excessiva. Segundo Reyolando et al (2015), a presença de vibrações com determinadas amplitudes e frequências, pode levar a estrutura inadequada para a sua finalidade ou acarretar uma menor vida útil da mesma.

2.5 ANÁLISE MODAL

A análise modal consiste em processos voltados para averiguação dos modos vibracionais de um dado elemento que podem ser abordados tanto por análises experimentais com a confecção de estruturas em laboratórios, por métodos numéricos com a implementação dos mais diversos modelos estruturais em programas computacionais ou por métodos analíticos onde, se tem a formulação matemática de acordo com as características do modelo em análise.

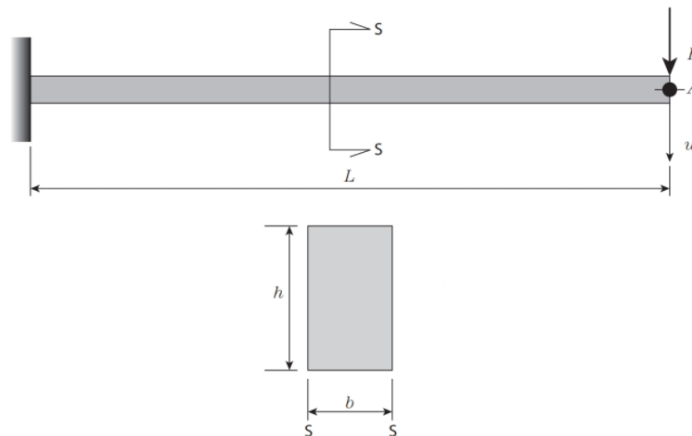
Segundo Salgado (2012), dois fenômenos importantes criaram uma base sólida para análise modal, sendo estes a descoberta de Newton sobre o espectro de luz, onde, cada cor possuía uma frequência, e devido a Fourier que por meio da matemática conseguiu provar que uma função arbitrária qualquer em um intervalo finito de tempo poderia ser representada pela soma de funções harmônicas simples. Uma ressalva importante é que os programas de elementos finitos utilizados atualmente, utilizam o mesmo princípio de Fourier, onde, os mesmos transformam figuras complexas em pequenas figuras de formato conhecido para solucionar os seus problemas. Desta forma pode-se notar de forma simplificada a correlação entre o método de elemento finitos e as Equações de Fourier.

Atualmente as análises modais são facilmente verificadas por programas de elementos finitos. Entretanto, nos seus princípios as análises modais se constituíam de experimento feitos em laboratórios, todavia, o embasamento teórico destes eram compostos por equações matemáticas muito extensas e trabalhosas e por esse motivo as análises tomaram mais impulso com o desenvolvimento do ramo da informática, e com esse desenvolvimento teve-se um marco na análise vibracional das estruturas. Uma variável importante na análise modal é o tempo, pois nas equações diferenciais utilizadas para descrever o movimento do corpo, o mesmo tem fundamental importância.

Para um melhor entendimento da análise modal, será solucionado um problema de caráter simplificado com a finalidade de se entender todos os parâmetros envolvidos

neste tipo de análise. Para tanto, considerando uma viga engastada com um vão livre de 10m e seção transversal medindo ($b=20\text{cm}$ x $h=50\text{cm}$), como ilustrado na Figura 2.7, e tendo que inicialmente a mesma sofreu um deslocamento de $100 \cdot 10^{-6}\text{m}$ e a velocidade inicial de $2 \cdot 10^{-9}\text{m/s}$. Sabendo que a viga possui uma densidade de 2500 kg/m^3 e um módulo de elasticidade de $E = 20\text{GPa}$ (Vinte giga pascal).

Figura 2.7 - Exemplo de uma viga engastada livre.



Fonte: .

Para solução deste problema será considerado que a viga está contida em um plano é considerado que a rotação da mesma está impedida. Deste modo, o único movimento possível será no sentido vertical. Ao realizar estas considerações, um problema que possui diversos modos de vibrações passa a ser um modelo mínimo, onde, só se tem a vibração em uma única direção, isto posto, este problema é apresentado nas bibliografias como o modelo de um grau de liberdade (o modelo só se movimenta em um único sentido).

Para formulação da solução deste caso, é necessário se entender as leis de Newton. Em sua segunda lei, Newton formula que a força sobre um corpo é igual ao produto de sua massa por sua aceleração, ou seja,

$$f = M \cdot a \quad (\text{Eq.01})$$

Outro ponto importante para a solução do problema em questão é o entendimento da lei de Hooke. Dada pela seguinte equação,

$$f = K \cdot u \quad (\text{Eq.02})$$

Nesta temos que a força exercida por uma mola é tida como o deslocamento sofrido pela mesma multiplicado por sua rigidez. Sendo u , uma equação genérica para o deslocamento da viga e que a derivada segunda desta equação é igual à velocidade da viga a equação (01), pode ser reescrita com $a = \ddot{u}$, ou seja,

$$f = M \cdot \ddot{u} \quad (\text{Eq.03})$$

Newton ainda, formula que a soma de todas as forças atuantes em um corpo, são iguais a zero. Desta forma, considerando apenas as duas forças anteriormente apresentadas, pode-se equacionar uma equação diferencial ordinária (EDO), capaz de representa as vibrações sofridas pela viga, a EDO está apresentada na equação (04), descreve as vibrações livres não amortecida de um dado elemento estrutural.

$$M \cdot \ddot{u} + K \cdot u = 0 \quad (\text{Eq.04})$$

Ou,

$$\ddot{u} + \omega^2 \cdot u = 0 \quad (\text{Eq.05})$$

Onde,

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (\text{Eq.06})$$

ω é a frequência angular em Rad/s. tal frequência ainda pode ser apresentada em Hertz (Hz), e expressa pela seguinte equação:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (\text{Eq.07})$$

A variável K , como já explicitada, trata-se da constante de elasticidade e para o caso de uma viga engastada é dada por:

$$k = \frac{3EI}{L^3} \quad (\text{Eq.08})$$

Sendo EI a rigidez da viga e L o seu comprimento. Onde,

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (\text{Eq.09})$$

Outro ponto de fundamental importância para esse problema é a massa do elemento, neste caso em específico considerasse que um terço de sua massa esteja concentrada na ponta do elemento. Sabendo que um terço da massa da viga em questão é igual a 625kg e substituindo os valores de E , I e L na equação de K , obtém-se a seguinte equação,

$$K = 125000N/m$$

$$\omega = \sqrt{\frac{125000}{625}} = 14,14 \text{ rad/s}$$

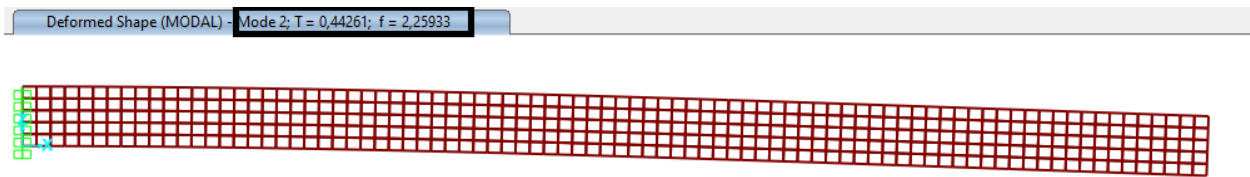
Ou,

$$f = \frac{14,14}{2\pi} = 2,3\text{Hz}$$

Desta maneira, pode-se concluir que uma das frequências de vibração da viga em questão é de 2,3Hz. Outro ponto a ser tratado, é que essa for a menor frequência natural do elemento em questão, a mesma é tida como uma frequência natural fundamental.

O método utilizado para se alcançar a frequência natural da viga apresentada pela Figura 2.7, é conhecida como modelo analítico para verificação de modos vibracionais. Para fins comparativos, a mesma viga será implementa no SAP2000®. Vale salientar, que neste exemplo não será tratado o modo como a mesma foi implementada no Software, apenas será feita uma análise comparativa dos resultados obtidos entre o método analítico e o computacional. Pra este fim, a Figura 2.8, apresenta os dados obtidos no SAP2000®, bem como a situação deformada viga. Na figura 2.8, com uma breve análise da mesma pode-se perceber que a frequência obtida no programa, foi de $f = 2,25\text{Hz}$, bem próxima da obtida analiticamente que foi de $f = 2,3\text{Hz}$.

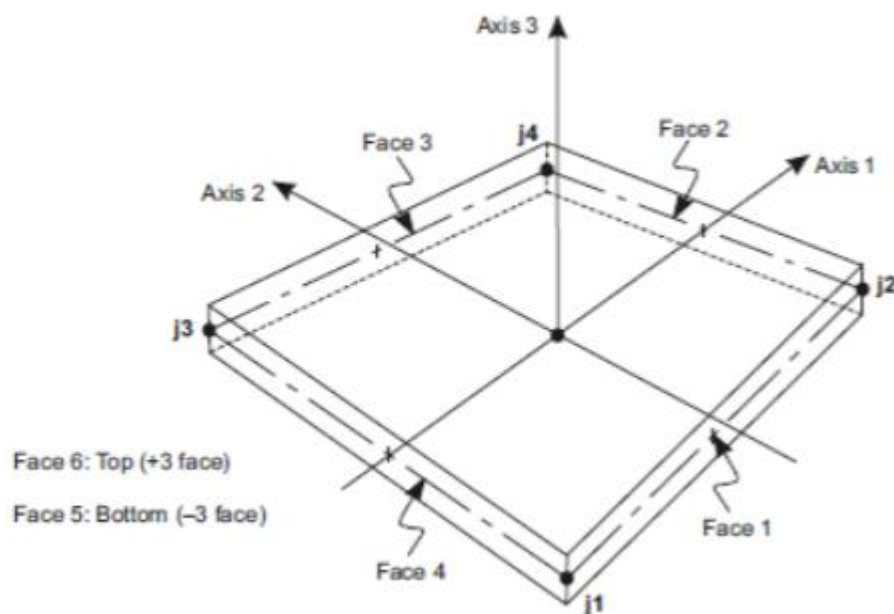
Figura 2.8- Análise de uma viga engastada no SAP2000®.



Fonte: Autor (2021).

No modelo analítico, o foi solucionado apenas um grau de liberdade da viga em estudo. Já no modelo computacional o Software realiza suas análises por meio de um elemento finito de casca onde o mesmo considera 6 graus de liberdade para cada nó da placa conforme ilustrado na Figura 2.9. Para cada um dos nós, o programa considera 3 rotações e 3 translações em relação aos eixos locais 1, 2, 3 e 4.

Figura 2.9 – Elemento finito de casca.



Fonte: CSI America.

3 METODOLOGIA

Para o lançamento da escada ao qual foi objeto de estudo, seguiu-se uma sequência cronológica passando por várias etapas. A primeira destas, consistiu em analisar o pé direito usual em escadas plissadas auto portantes, com uma breve análise no meio técnico, conseguiu-se observar que nos projetos existentes o pé direito das edificações encontrava-se entre 2,80 m e 3,20m. Baseando-se nesse fato, foi feita a modelagem das escadas com o pé direito próximo a esses valores.

Em seguida, foi calculado o tamanho dos pisos e dos patamares. Para tanto, será utilizada a fórmula de Blondel apresentada na equação 10.

$$2E + P = 64cm \quad (Eq.10)$$

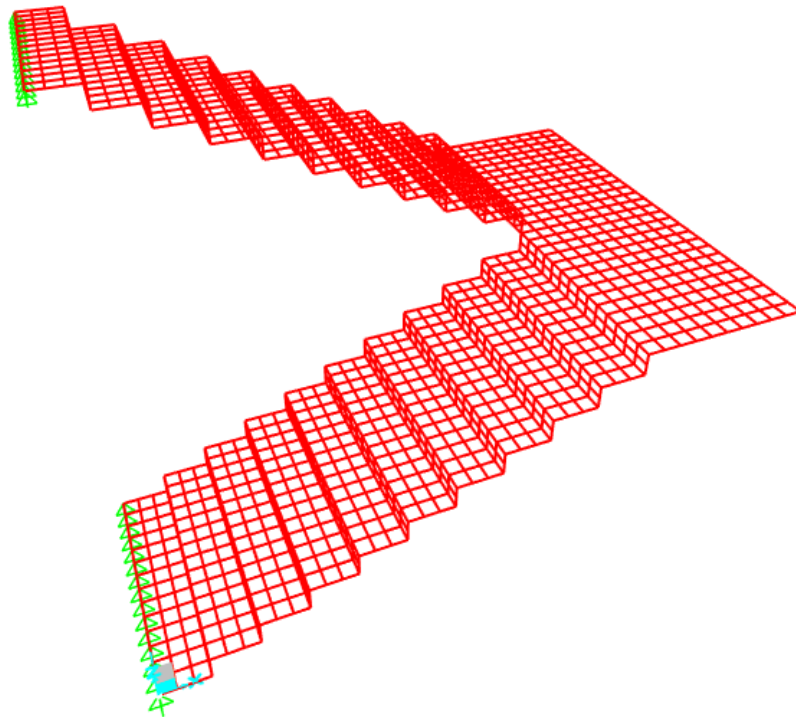
Nesta Blondel propõe que duas vezes o espelho mais uma vez o piso seja igual a 64 centímetros. Desta forma adotando um espelho de 16 centímetros, tem-se:

$$\begin{aligned} 2 \times 16 + P &= 64 \\ P &= 32cm \end{aligned}$$

Logo, o tamanho do piso a ser incorporado no modelo deve ser igual a 32 centímetros. Seguindo na análise do modelo, o programa escolhido para realizar a análise em elementos finitos foi o SAP2000®. Neste, foi necessário incorporar alguns dados do elemento em estudo. Dentre eles, tem-se o peso específico do elemento em estudo, que neste caso será o concreto armado e segundo a NBR 6118:2014, o mesmo possui 25kN/m³. Além do exposto, as extremidades da escada foram consideradas com apoios de segundo gênero, ou seja, o mesmo impede a translação no eixo horizontal e vertical. Entretanto, a rotação é livre em relação ao eixo horizontal.

Após todos os dados levantados a escada foi lançada no SAP2000®. Vale ressaltar que a análise será feita com as espessuras da camada de concreto variando de 08 até 16 centímetros. A Figura 3.1 Ilustra como ficou o modelo após ser lançado no programa.

Figura 3.1 - Escada plissada auto portante modelada no SAP2000®.



Fonte: Autor (2021).

Na Figura 3.1, tem-se um exemplo de um dos modelos implementados no SAP2000®, este em específico, tratasse uma escada com pé direito de 3, 2 metros. Possuindo 20 degraus e dois vão ambos com profundidade de 1,2 m e um patamar medindo 1,2 metros de comprimento com 2,4 m de profundidade. As características dos demais modelos implementados no programa são apresentados na Tabela 4.1. Vale salientar que a profundidade, pisos, espelhos e o patamar foram mantidos padrão para todos os elementos analisados.

Tabela 1 - Dados das escadas modeladas no SAP2000®.

H Pé direito (m)	N Nº de degraus	L Comprimento (m)
2,56	16	3,76
2,88	18	4,08
3,20	20	4,4
3,52	22	4,72

Fonte: Autor (2021).

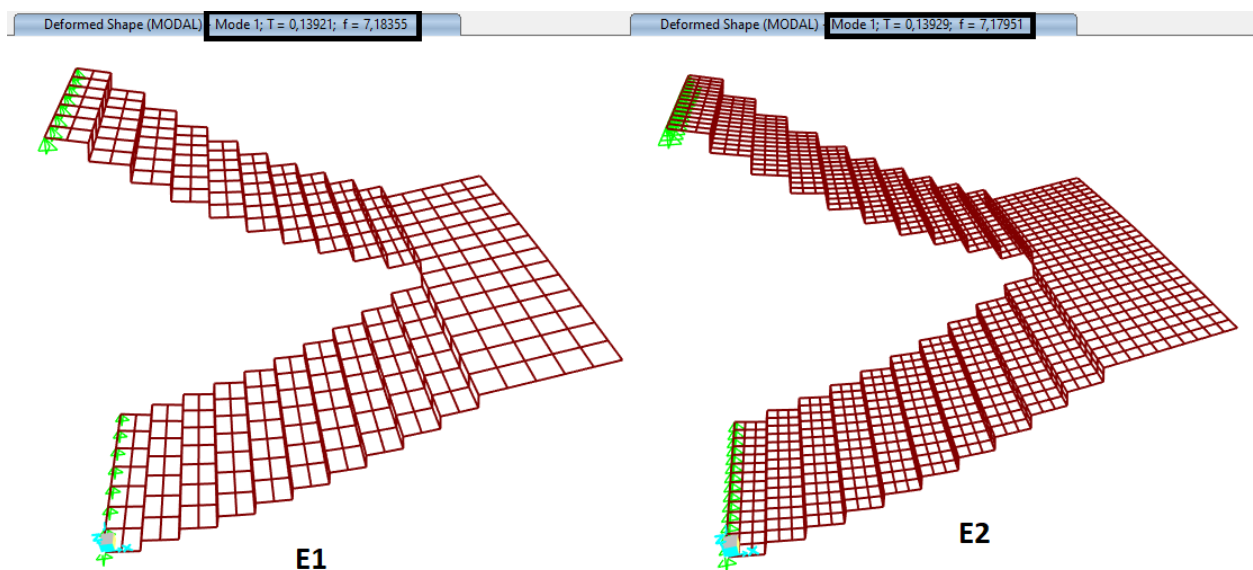
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após realizado todo o lançamento da escada no SAP2000®, a primeira análise feita foi o teste de convergência. Tendo em vista que a essência do programa é dividir o elemento em pequenas partes (áreas) com geometrias conhecidas e quanto menores essas áreas mais exato os resultados, foi adotado inicialmente uma malha de 0,25m por 0,25m no elemento estrutural com pé direito de 3,2m. Partindo desta malha, foi realizado um processamento de dados no SAP2000® e a frequência natural de vibração obtida na escada adotando uma espessura de 11 cm foi de 7,17Hz como mostra a Figura 4.1. Em seguida gerando um modelo com uma malha de 12cmx12cm a frequência natural obtida foi de 7,18Hz, também a apresentada pela Figura 4.1, correlacionar estas,

$$\varepsilon = 1 - \frac{7,18}{7,17} = 0,00139$$

ou seja, a diferença entre as duas malhas foi inferior a 1%. Desta forma, foi adotado a malha de 12cmx12cm visto que a diminuição desta não teria um efeito significativo nos dados a serem obtidos no modelo.

Figura 4.1 – Situação deformada da escada.



Fonte: Autor (2021).

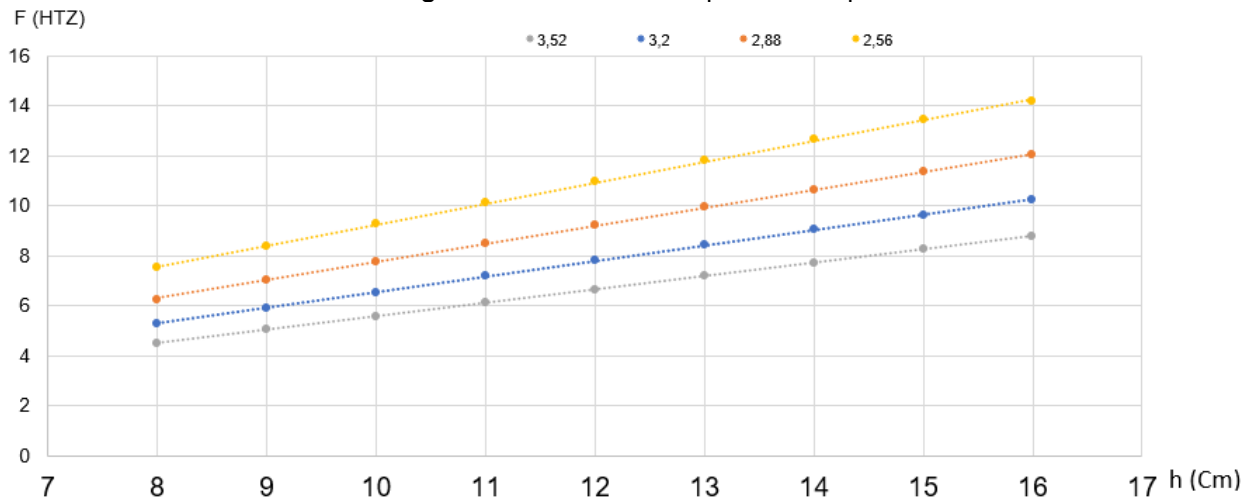
Na figura 4.1, pode-SE observar os dados apresentados pelo programa, nele temos o modo de vibração 1 (model 1), este foi o escolhido por ser o modo que apresenta a menor frequência Natural, Vale ressaltar, que o programa já apresenta todas as frequências em Htz. Ainda na Figura 4.1, tem-SE a representação dos dois modos vibracionais, sendo a escada E1 o modelo com a malha de 0,25mx0,25m e a E2 com a malha de 0,12mx0,12m. Outros modos de vibração, são apresentados no Anexo A.

Determinada a malha e seguindo as especificações apresentadas pela Tabela 1, foram modeladas escadas com a espessuras dos degraus variando de 8 até 16 centímetros. Desta forma foram coletadas 9 frequências naturais para cada modelo de escada. Por conseguinte, foram obtidas 32 frequências naturais. Todas essas frequências são apresentadas na Tabela 2. Ainda seguindo a análise dos dados, na Figura 4.2 tem-se um gráfico de frequência x espessura da escada é cada reta apresentada na figura, apresenta os dados de um determinado pé direito, esta também pode servi como ábaco para consulta da frequência natural, para tanto o usuário necessitaria apenas da espessura de sua escada juntamente com o pé direito da mesma.

Tabela 2: Dados obtidos após o processamento no SAP2000®.

Pé direito e (m)	Frequência (Htz)			
	3,52	3,20	2,88	2,56
8	4,48	5,27	6,26	7,51
9	5,03	5,91	7,01	8,40
10	5,58	6,54	7,77	9,28
11	6,12	7,17	8,5	10,15
12	6,65	7,80	9,23	10,99
13	7,19	8,42	9,95	11,82
14	7,71	9,03	10,66	12,64
15	8,24	9,63	11,35	13,44
16	8,75	10,23	12,04	14,21

Fonte: Autor (2021).

Figura 4.2 - Ábaco de frequência x espessura.

Fonte: Autor (2021).

Para cada pé direito foi traçada uma linha de tendência para os pontos obtidos, nestas linhas de tendência foi verificado os coeficientes de determinação. Este coeficiente pode expressar o quão próximo os dados estão da linha de tendência criada. Os mesmos são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Coeficientes de determinação das regressões lineares.

Pé direito (m)	Coeficiente de determinação (R^2)
3,52	0,9995
3,20	0,9997
2,88	0,9999
2,56	0,9999

Fonte: Autor (2021).

Na Tabela 2, é perceptível que todos os coeficientes estão bem próximos de 1, desta forma, o crescimento da frequência natural das escadas cresce linearmente em relação a espessura da mesma, haja visto que as linhas de tendência foram criadas por meio de regressões lineares.

Vale ressaltar, que foi realizada uma interação entre as regressões lineares criadas, obtendo a seguinte equação:

$$f = (-0,3174H + 1,644)h + 29,774e^{-1,392H} \quad (\text{Eq.11})$$

Onde,

f – Frequência em Htz;

h – Espessura do degrau da escada;

H – Pé direito.

A NBR 6118:2014, expressa em seu texto no item 23.3, que para assegurar um comportamento satisfatório de uma dada estrutura que possa ser submetida a um estado-limite de vibração excessiva, deve-se afastar o máximo possível a frequência crítica da mesma de sua frequência natural. A mesma, ainda impõe, que a frequência natural seja no mínimo 20% maior que a crítica, ou seja,

$$f > 1,2f_{crít} \quad (\text{Eq.12})$$

A frequência critica deve ser analisada de forma criteriosa, pois, essa depende do meio ao qual estrutura está inserida e a quais fatores ela pode ser exposta durante toda sua vida útil. A NBR 6118:2014, discorre sobre algumas frequências críticas a serem consideradas em determinados ambientes. A Tabela 3, apresenta dois casos, sendo estes, os mais críticos apresentados pela norma.

Tabela 3 – Frequência críticas apresentada pela NBR 6118:2014.

caso	F(Htz)
Ginásio de esportes e academias de ginástica	8.0
Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7.0

Fonte: NBR6181:2014.

Realizando uma análise de uma escada que esteja inserida em uma academia, de acordo com a Equação 12, a frequência natural da estrutura teria que ser no mínimo igual $1,2 \times 8,0 = 9,6$ Htz. Assim sendo, analisando a Tabela 1, a frequência natural seria um fator determinante para o dimensionamento das escadas com pé direito de 3,52m e 3,20m. No Caso da escada se dispor de um pé direito de 3,52m, nenhuma das espessuras apresentadas nesse trabalho seriam capazes de atender os critérios apresentados pela NBR 6118:2014, sendo necessário a verificação da mesma com degraus mais espessos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A equação (11) consegue expressar de forma significativa a frequência natural fundamental das escadas plissadas auto portantes apresentadas neste trabalho. E com o decorrer das equações apresentadas, pode-se entender o comportamento vibracional destas assim como, os principais fatores por trás desse comportamento.

Para um dimensionamento em um estado-limite de vibração excessiva das escadas tratadas neste trabalho, deve ser feita uma análise criteriosa de qual a frequência que estas podem estar expostas durante toda sua vida útil. A depender da frequência crítica adotada no projeto, o estado de vibrações excessivas pode ou não se tornar um fator determinante para o dimensionamento da escada. Para as escadas elencadas ao decorrer do trabalho, pode-se concluir que a frequência natural de vibração das mesmas foi um fator determinante para o dimensionamento dessas, dado que as escadas com pé direito de 3,52m e 3,20m, podem apresentar problemas quanto a ao estado limite de vibrações excessivas.

Entretanto, vale salientar, que foi tratado apenas um caso com características simplificadas para obtenção das frequências naturais. Haja visto que as escadas apresentadas no decorrer do trabalho, foram consideradas sem nenhuma imperfeição tanto no caráter construtivo como em relação a imperfeições que a mesma pode adquirir ao longo de sua vida útil.

5.1 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Como aqui já expressado, o trabalho tratou apenas de um modelo de uma escada, desta forma, deixa-se como proposta para trabalhos futuros, analisar o comportamento de escadas plissadas auto portantes diante de uma mudança dos apoios da escada, realizando combinações de apoios engatados, de primeiro e segundo gênero. Considerar uma escada assimétrica em relação ao seu eixo horizontal.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. NBR 6118**. Rio de Janeiro: 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **Saídas de emergência em edifícios. NBR 9077**. Rio de Janeiro: 2001.

BRASIL, Reyolando MLRF; DA SILVA, Marcelo Araújo. **Introdução à dinâmica das estruturas: para a engenharia civil**. Editora Blucher, 2013.

BANKI, André Luiz. **Modelos de análise de lajes de concreto armado**. [S. l.], 25 abr. 2013. Disponível em: <http://faq.altoqi.com.br/content/245/588/pt-br/modelos-de-an%C3%A1lise-de-lajes-de-concreto-armado.html>. Acesso em: 5 abr. 2021.

CAD, Blocos. **BLOCOS COM ESCADAS EM PLANTA E CORTES**. [S. l.], 15 abr. 2021. Disponível em: <https://www.cadblocos.arq.br/pt-br/blocos/bloco-detalhes/2549/acessorios/>. Acesso em: 17 abr. 2021.

Computers and Structures. Disponível em: <https://wiki.csiamerica.com/>. Acesso em: 25 de Abr. 2021.

DE SOUZA, Remo Magalhães. O método dos elementos finitos aplicado ao problema de condução de calor. **Apostila, Universidade Federal do Pará, Belém**, 2003.

DG, Fernanda. **OS DIFERENTES MODELOS DE ESCADAS**. [S. l.], 15 fev. 2018. Disponível em: <https://dicasdearquitetura.com.br/os-diferentes-modelos-de-escadas>. Acesso em: 17 abr. 2021.

Engenharia, [S. l.], 2012. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/55622996.pdf>. Acesso em: 17 abr. 2021.

FERREIRA, Adriana. **A Origem da Escada**. [S. l.], 22 jun. 2010. Disponível em: <https://www.sitedecuriosidades.com/curiosidade/a-origem-da-escada.html>. Acesso em: 14 abr. 2021.

POFFO, Larissa. **Distribuição da carga da fundação**. [S. l.], 17 abr. 2021. Disponível em: <https://br.pinterest.com/pin/371406300523518835/>. Acesso em: 17 abr. 2021.

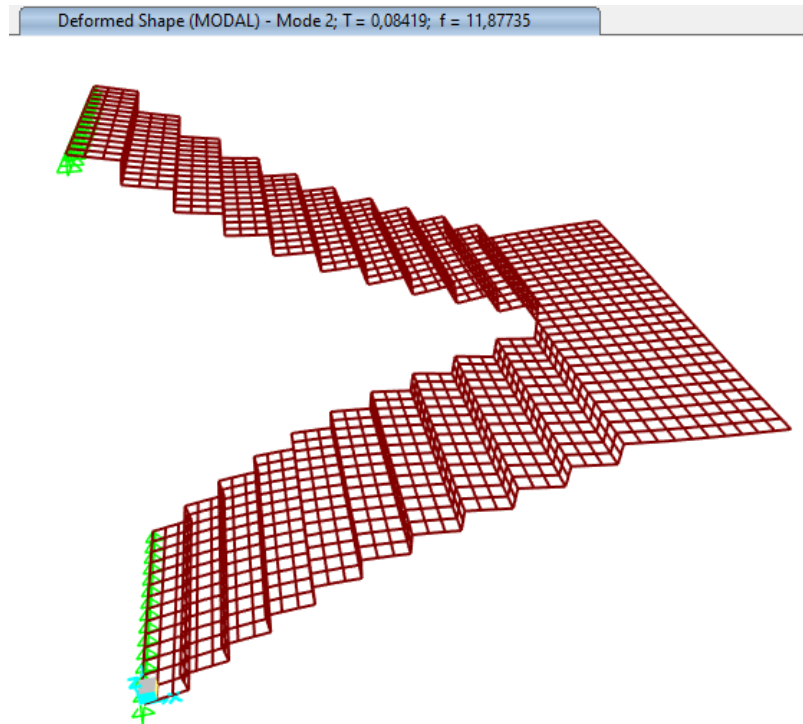
QUEVEDO, Felipe Pinto da Motta. **"Programa computacional para automatizar o dimensionamento e detalhamento de escadas de concreto armado em edifícios."** (2011).

SOUZA, MFSM de, Rafael Bezerra RODRIGUES, and Nilson Tadeu MASCIA. **"Sistemas estruturais de edificações e exemplos."** *Orientador Dr. Nilson Tadeu Mascia. São Paulo, (2008).*

SALGADO, Jorge Manuel da Silva Oliveira. **Análise Modal Experimental Aplicada a Um Componente Estrutural Automóvel**. 2012. Tese (Mestrado) - Universidade do Minho Escola de

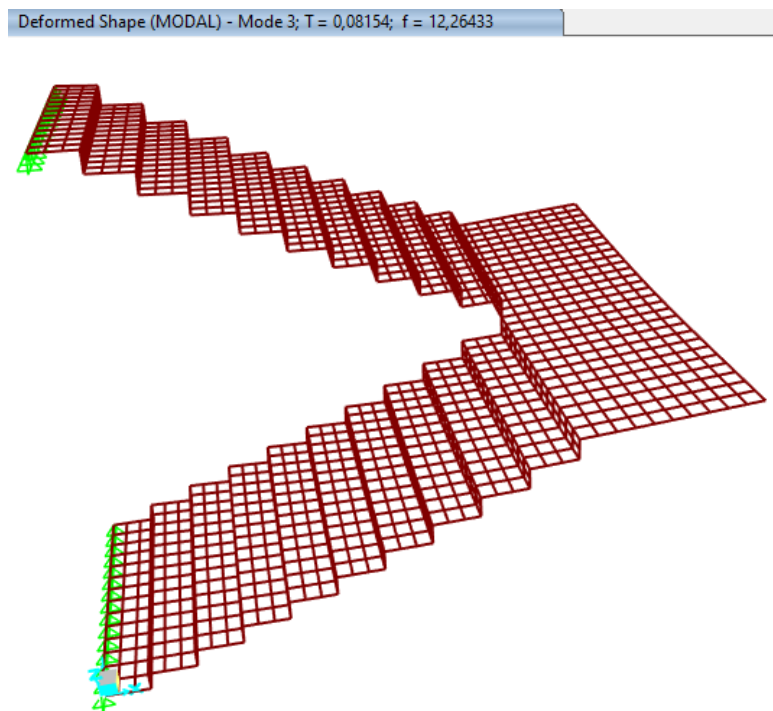
**ANEXO A – MODOS VIBRACIONAIS DA ESCADA PLISSADA AUTOR PORTANTE
COM PÉ DIREITO DE 3,2M E DEGRAUS COM ESPESSURA DE 11CM.**

Figura A.1 – Segundo modo de vibração.



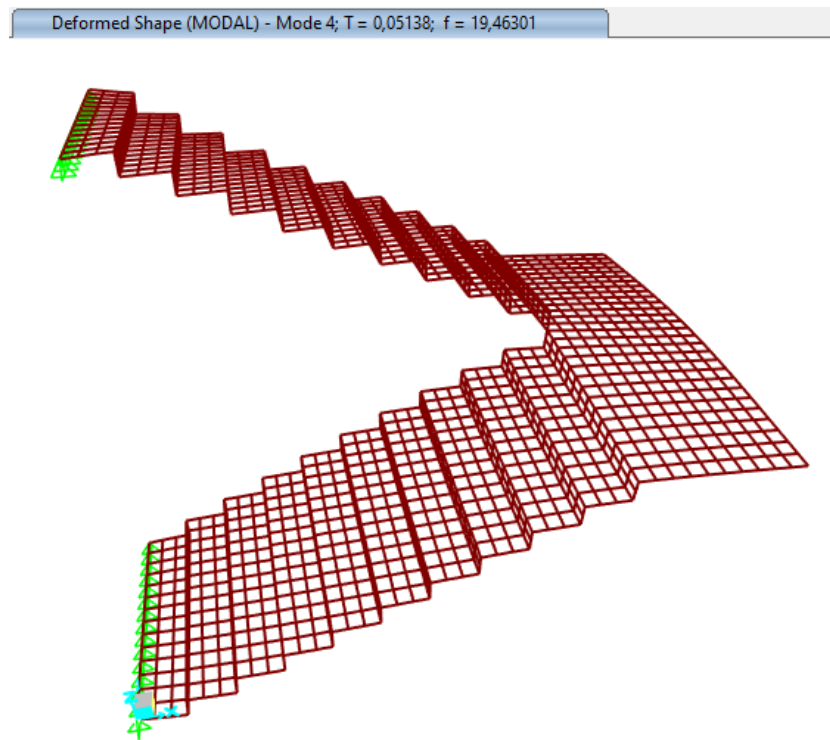
Fonte: Autor (2021).

Figura A.2 – Terceiro modo de vibração.



Fonte: Autor (2021).

Figura A.3 – Quarto modo de vibração.



Fonte: Autor (2021).