



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
DEPARTAMENTO CAMPUS CARAÚBAS
CURSO CIÊNCIA E TECNOLOGIA

ALEX RONNY DANTAS DUARTE

ESTUDO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE TRELIÇAS EM AÇO.

Orientador: Kleber Cavalcanti Cabral - UFERSA

CARAÚBAS - RN
2015

ALEX RONNY DANTAS DUARTE

ESTUDO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE TRELIÇAS EM AÇO.

Monografia apresentada à Universidade Federal Rural do Semi Árido (UFERSA), como exigência final para obtenção do título de bacharel em ciências e tecnologia.

Orientador: Kleber Cavalcanti Cabral -
UFERSA

CARAÚBAS - RN
2015

© Todos os direitos estão reservados à Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996, e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tornar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Campus Caraúbas (BCC)
Setor de Informação e Referência

D812e Duarte, Alex Ronny Dantas.

Estudo do comportamento mecânico de treliças em aço/ Alex Ronny Dantas Duarte -- Caraúbas, 2015.
55f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Kleber Cavalcanti Cabral

Monografia (Graduação em Ciência e Tecnologia) –
Universidade Federal Rural do Semi-Árido.

1. Treliça - Metal. 2. Análise das estruturas. 3.
Comportamento mecânico. I. Título.

RN/UFERSA/BCC

CDD: 669

Bibliotecário: Eugênio Pacelli Ferreira da Costa

CRB-15/658

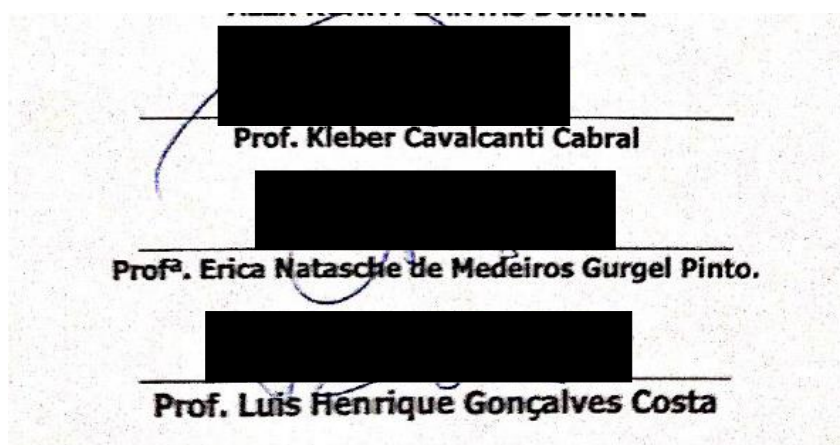
ALEX RONNY DANTAS DUARTE

ESTUDO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE TRELIÇAS EM AÇO.

Monografia apresentada à
Universidade Federal Rural do
Semiárido – UFERSA, Campus
Caraúbas para a obtenção do título
de Bacharel em Ciência e
Tecnologia.

APROVADA EM: 03/02/2015

BANCA EXAMINADORA



AGRADECIMENTOS

Primeiramente devo agradecer à Deus, o principal responsável por todas as conquistas durante o curso. Que durante todo o curso me deu força para continuar, estudar e nunca desistir. A ele que sempre encheu minha vida de bênçãos, que sempre me deu forças pra seguir mesmo com tantos obstáculos que a vida nos proporciona.

Agradecer à minha base, minha família, meu pai, minha mãe, meu irmão, meus avos, os tios, as tias e primos, pessoas importantíssimas na minha vida onde sem eles eu não seria nada. Agradecê-los por todos os conselhos, toda força e apoio. Eles que sem duvidas foram importantíssimos para o meu crescimento pessoal.

Agradecer principalmente a minha mãe, Ceição Duarte, a ela que por varias vezes foi além de mãe, um pai! Agradecê-la por todo o apoio, paciência e dedicação dada a mim. Que sempre fez o máximo para mim da tudo o que é de melhor.

A ótima estrutura que a Universidade Federa Rural do Semi-Árido disponibiliza para o melhor aprendizado dos seus discentes e ao ótimo corpo de docente da universidade.

Ao meu orientador, Kleber Cavalcanti Cabral, por toda a paciência que teve comigo durante esse projeto. Por todo tempo, dedicação e orientação empregadas para mim ajudar na elaboração deste trabalho de conclusão do curso.

Agradecer também à todos os meus amigos, tanto os da minha cidade, quanto os que eu encontrei na UFERSA, amigos que pude compartilhar momentos de estresse, felicidade, notas boas, aprovações e até mesmo notas ruins. Amigos que me ajudaram muito. Todos sem dúvidas foram fundamentais durante o curso e fazem parte dessa conquista. À todos um muito obrigado e sucesso para todos nos!

A Ceição Duarte, uma mãe exemplar!

DEDICO

*Suba o primeiro degrau com fé.
Não é necessário que você veja
toda a escada. Apenas dê o
primeiro passo.*

(Martin Luther king)

RESUMO

Este trabalho visa validar na prática conhecimentos adquiridos em sala de aula durante o curso Bacharelado em Ciências e Tecnologia. O projeto mostra o estudo do comportamento mecânico de uma treliça em aço, abordando os seguintes aspectos: histórico das estruturas treliçadas, tipos mais utilizados na construção civil, concepção, dimensionamento das seções, análise da estrutura e cálculos dos esforços internos. O projeto aborda a implementação numérica de uma treliça no ftool, com o intuito de simular casos voltados para a realidade. Por fim, a estrutura foi implementada no ftool, analisada pelo software, e como etapa final deste projeto ocorre uma comparação de todos os resultados dos esforços internos obtidos analiticamente com os resultados obtidos pelo software.

Palavras Chave: Treliça, Análise das Estruturas, Comportamento Mecânico.

ABSTRACT

This work aims to validate the practical knowledge acquired in the classroom during the Bachelor course in Science and Technology. The design shows the study of the mechanical behavior of a lattice of steel, addressing the following aspects: history of lattice structures, most commonly used types in construction, design, size of the sections, the structure analysis and calculations of the internal forces. The project addresses the numerical implementation of a trellis in FTOOL, in order to simulate cases facing reality. Finally, the structure is implemented in FTOOL analyzed by software, and as a final step of this design is a comparison of the results of internal forces with the obtained analytical results obtained by the software.

Keywords: Trellis, Analysis of Structures , Mechanical Behaviour.

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Propriedades mecânicas do Aço-carbono.....	29
Tabela 02 – Propriedades mecânicas do aço de baixa liga	30
Tabela 03 – Perfis laminados das cantoneiras dupla de abas iguais	37
Tabela 04 – Perfis laminados das seções do tipo C	38
Tabela 05 – Dimensionamento das barras da treliça (centimetro)	40
Tabela 06 – Magnitude e tipo da força que age em cada barra da estrutura ...	45
Tabela 07 – Resultados obtidos pelo FTOOL	52

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Utilização das treliças na construção de uma ponte em aço.	17
Figura 2 – Barras de uma treliça segurada por meio de soldagem.....	18
Figura 3 - Barras de uma treliça segurada por meio de pinos.....	19
Figura 4 - Elementos de uma treliça.....	19
Figura 5 - Forma mais simples de uma treliça espacial	20
Figura 6 - Treliça plana	20
Figura 7 - Seções de barras de treliças.....	21
Figura 8 - Cobertura metálica treliçada	22
Figura 9 - Treliça de Pratt.....	23
Figura 10 - Treliça de Howe	23
Figura 11 - Treliça de Warren sem montantes	23
Figura 12 - Treliça de Warren com montantes	24
Figura 13 - Treliça com a corda superior inclinada.....	24
Figura 14 - Treliça em K.....	25
Figura 15 - Forças normais de tração e compressão agindo numa barra	31
Figura 16 - Seção transversal do perfil do tipo cantoneira dupla de abas iguais	37
Figura 17 - Seção transversal do perfil do tipo C	38
Figura 18 - Treliça com a corda superior inclinada dimensionada	39
Figura 19 - Treliça com a corda superior inclinada submetida a uma carga	40
Figura 20 - Diagrama de corpo livre das forças F_1 e F_2 agindo nas barras	41
Figura 21 - Diagrama de corpo livre das forças F_2 , F_3 e F_4 agindo nas barras	42
Figura 22 - Diagrama de corpo livre das forças F_5 e F_6 agindo nas barras	42
Figura 23 - Diagrama de corpo livre das forças F_6 , F_7 e F_8 agindo nas barras	43
Figura 24 - Diagrama de corpo livre das forças F_7 , F_9 e F_{10} agindo nas barras.....	44
Figura 25 - Treliça totalmente analisada pelo ftool.....	51

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
1.1 Justificativa	15
1.2 Objetivo geral	15
1.3 Objetivos específicos	16
2. REFERENCIAL TEÓRICO	17
2.1. Treliças	17
2.1.1. Elementos de uma treliça	18
2.1.2. Treliça espacial e treliça plana	19
2.1.3. Tipos de barras metálicas	21
2.1.4. Tipos de vigas treliçadas	21
2.1.5. Dimensionamento dos membros	25
2.1.5.1. Dimensionamento de barras comprimidas de aço	26
2.1.5.2. Dimensionamento de barras tracionadas de aço	27
2.2. Utilização do aço para a construção de estruturas	28
2.3. Conceitos importantes para análise do comportamento mecânico de uma treliça	30
2.3.1. Tensão	30
2.3.2. Forças normais de tração e compressão	31
2.3.3. Fenômenos da flambagem	31
2.3.4. Digrama de corpo livre	32
2.3.5. Deformações	32
2.4. Análise de uma treliça	32
2.4.1. Método dos nós	33
2.4.2. Método das seções	34
2.5. Comportamento mecânico de treliças em aço	34
2.6. Análise computacional do comportamento mecânico de uma treliça	35
3. METODOLOGIA	36
3.1. Escolha dos tipos de treliça	36

3.2. Escolha do aço	36
3.3. Escolha dos tipos de perfis a se utilizar no projeto	37
3.4. Dimensionamento das estruturas	39
3.5. Calculo dos esforços e dimensionamento das seções	41
3.5.1. Calculo dos esforços nas barras	41
3.5.2. Calculo e escolha das seções das barras	45
3.6. Simulações da estrutura no FTOOL Versão 3.00.....	49
3.7. Obtenção dos resultados e comparativo das estruturas.....	50
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	51
4.1. Comparativo dos resultados bibliográficos com os obtidos pelo software	52
5. CONCLUSÃO.....	53
6. REFERÊNCIAS.....	54

1. INTRODUÇÃO

Pfeil (1977, p.130) definiu que “As treliças são constituídas de segmentos de hastes, unidas em pontos denominados nós, formando uma configuração geométrica estável a qual pode ser isostática ou hiperestática.”, ressalta ainda “As treliças são muito adequadas para estruturas metálicas, onde os perfis se produzem em seguimentos de comprimento limitado. [...]”.

Treliças são estruturas usadas principalmente para a sustentação de grandes construções. As primeiras treliças foram criadas ainda durante a antiguidade. Elas são compostas principalmente por unidades triangulares, muito conhecida na área da arquitetura e nos mais variados campos da engenharia.

Pfeil e Pfeil (2009, p.229) relatam que “As principais aplicações dos sistemas treliçados metálicos são coberturas de edificações industriais, contraventamentos de edifícios e pontes [...]”.

Com o avanço dos novos métodos estruturais e o crescimento das engenharias a utilização das treliças como forma estrutural cresceu bastante desde o século XVIII até hoje, onde pode-se observar a utilização de treliças principalmente na construção civil. Servem como sustentação de telhados, coberturas de grandes estádios e até mesmo em construção de pontes.

Além de ser um dos melhores tipos de estruturas, a treliça é bastante utilizada também na ornamentação, por ter ótima aparência quanto à visualização arquitetônica.

Segundo Hibbeler (2011), para projetar qualquer tipo de estrutura, é necessário encontrar a magnitude e a carga que está atuando dentro dos membros estruturais com o proposito de garantir que o mesmo suportará carga e que possivelmente não venha a deformar.

Leet *et all.* (2009), afirma que para todo projeto de estrutura, o engenheiro envolvido deverá pôr em pratica toda uma análise estrutural, com a finalidade de encontrar os deslocamentos que foram produzidos pelas cargas que atuam na estrutura e as forças internas que estão agindo na mesma. A importância de encontrar as forças internas é para posteriormente dimensionar tanto as ligações quanto os membros da estrutura e ainda avaliar os deslocamentos, com a intenção de deixar a estrutura o mais segura possível.

É muito complexo entender o comportamento mecânico de treliças. Por isso o projeto estudará os tipos mais comuns de treliças e o seu comportamento mecânico, aprendendo como acontece a análise de uma treliça, os cálculos das forças de cada barra da treliça e ainda os seus esforços internos, tensões e deformações, por meio de cálculos manuais e simulações em softwares.

1.1 Justificativa

Visto que o entendimento da física é complexo, o estudo do comportamento mecânico das treliças aplicada à construção civil tornará a física mais dinâmica e voltada para a realidade. Aprendendo tanto a parte teórica, quanto a prática. O projeto dá a oportunidade de aprender a utilização de um software muito utilizado por engenheiros, o ftool, software que acelera o processo dos cálculos estruturais e ainda proporciona que os engenheiros realizem simulações e análises de estruturas complexas com muito mais facilidade.

As treliças são muito utilizadas na construção civil por ser um tipo de estrutura bem mais econômica que as demais entender melhor os esforços que ocorre nas treliças, deformação e tensões. Estudá-las será uma oportunidade de entender melhor os tipos mais comuns de treliças, as forças que agem nas estruturas, os esforços internos, tensões e deformações.

Na construção de treliças geralmente se utiliza o aço, material de fácil montagem, e que apresenta alta resistência e ductilidade. Ao se estudar o comportamento mecânico de treliça em aço, entenderemos os principais tipos aços estruturais e suas composições, os fenômenos que ocorrem nas estruturas e as propriedades mecânicas do aço.

1.2 Objetivo geral

O objetivo deste projeto é mostrar o comportamento mecânico de uma treliça, mostrando os cálculos das tensões, os esforços internos e a deformação ocorrida em uma estrutura do tipo treliça, tudo isso por meio de simulações computacionais.

Consequentemente o projeto possibilita uma melhor análise das treliças por meio do ftool.

1.3 Objetivos específicos

- Aplicar os modelos de treliças para entender o seu comportamento em casos voltado para a realidade;
- Implementação numérica de uma treliça utilizando o software ftool versão 3.00; e
- Comparação dos resultados computacionais com os resultados analíticos.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Treliças

Treliça é um dos tipos de estruturas mais utilizados no mundo, como esta representada na figura 01. Suas primeiras aplicações como estruturas espaciais foram em cúpulas ainda na antiguidade, sendo os primeiros tipos construídos de rochas naturais. Somente na Idade Média, as primeiras estruturas com outros materiais começaram a surgir (MAGALHÃES; MALITE, 1998).

Figura 1 – Utilização das treliças na construção de uma ponte em aço.



Fonte – <http://www.engenhariacivil.com/projeto-pontes-em-aco-rio-janeiro-2014>. Acesso em: 30 dez. 2014.

Sua utilização cresceu bastante somente no século XVIII, quando o famoso inventor Alexander Graham Bell criou um protótipo de uma estrutura tridimensional. Com esse protótipo ele concluiu que elas tinham uma extraordinária resistência e que ainda tem rápida fabricação, leve e baixo custo se comparado a outras estruturas (MAGALHÃES; MALITE, 1998).

O uso do aço para a construção de treliça iniciou apenas no século XVIII. Com o avanço dos estudos de novos materiais compósitos, verificou-se que o aço (composição básica de ferro e carbono) tinha uma grande vantagem

em relação aos outros materiais que até então era utilizado na construção de estruturas (PINHEIRO, 2005).

Usualmente utilizados em construções, as treliças constituem de escoras de madeira ou barra de metal. Elas são usadas para sustentação de telhados e pontes. As Treliças são estruturas de membros esbeltos conectados entre si em suas extremidades (HIBBELER, 2011).

Treliças são elementos estruturais, que proporcionam a construção de estruturas mais leves e mais sofisticadas que as vigas e lajes, por alcançar vãos maiores, por serem mais econômica, além de causar ótimas impressões em relação à arquitetura e aspectos visuais, as treliças estão sendo muito utilizados nos mais variados campos da engenharia e arquitetura (GALÁN, 2013).

Treliça é um dos tipos de estruturas mais antigos, mas só começaram a utiliza-las em larga escala após o século XVIII, depois de feitos alguns testes e comprovado suas ótimas características para a construção de estruturas. Existem dois tipos de treliça, a espacial e a plana.

2.1.1. Elementos de uma treliça

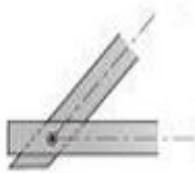
De acordo Leet *et al.* (2009), treliças são compostas por um arranjo estável de barras delgadas que estão unidas entre si. Para a sustentação da estrutura as barras da treliça são seguradas por meio de soldagem (como mostra a figura 2) ou estão conectadas por meio de pinos desconsiderando o atrito (como mostra a figura 3). As maneiras que as barras são divididas na estrutura formam subdivisões em áreas triangulares ou unidades triangulares.

Figura 2 – Barras de uma treliça seguradas por meio de soldagem.



Fonte – Leet et al. (2009)

Figura 3 – Barras de uma treliça seguradas por meio de pinos.

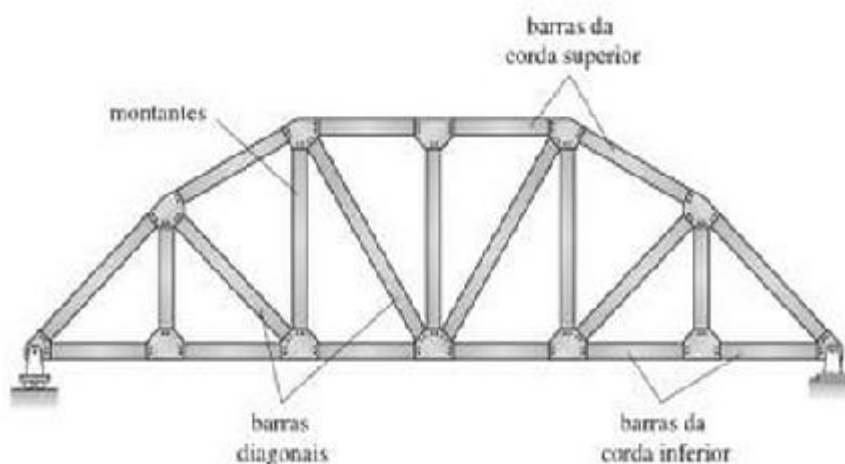


Fonte – Leet et all. (2009)

Atualmente o método mais utilizado para conectar membros de uma treliça é o mostrado na figura 02 (método de soldagem), pois assim o nó ficará rígido e por dar origem a momentos fletores na estrutura (PFEIL; PFEIL, 2009).

Segundo Leet *et all.* (2009), a estrutura é dividida em algumas partes, como: barras superiores e inferiores que ficam posicionadas na horizontal ou de forma um pouco inclinada, após as mesmas barras serem conectadas forma o arco superior e inferior. Que por sua vez os arcos ficam ligados por barras diagonais e verticais, como esta representada na figura 4.

Figura 4 – Elementos de uma treliça.



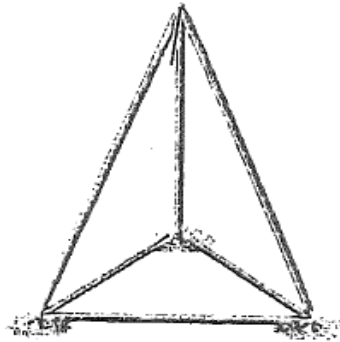
Fonte – Leet et all. (2009)

2.1.2. Treliça espacial e treliça plana

Segundo Hibbeler (2011), a treliça espacial consiste em unidades triangulares, formada por barras espaciais que são unidas em suas extremidades por meio de dispositivos, denominados de nós, formando assim uma estrutura tridimensional. Este tipo de treliça tem ótima resistência, com

utilização de pouco material se comparado a outros tipos de estruturas. A treliça espacial tem como sua forma mais simples um tetraedro, como mostra a figura 5.

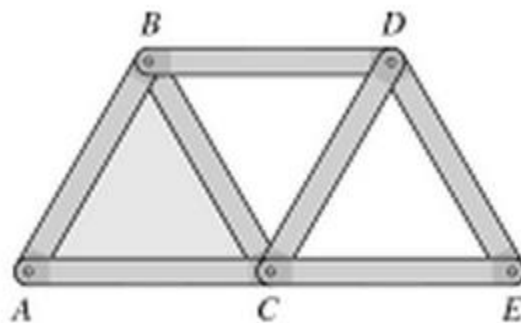
Figura 5 – Forma mais simples de uma treliça espacial.



Fonte – Hibbeler (2011)

De acordo Galán (2013), a treliça plana possui forma triangular, formada por barras delgadas cujas suas extremidades estão unidas através de articulações sem nenhum atrito. Essas articulações torna a estrutura mais rígida e resistente a esforços normais de tração e compressão e ainda ótima relação entre peso próprio e vão, possibilitando a sustentação de uma maior carga. A figura 6 representa um exemplo de uma treliça plana.

Figura 6 – Treliça plana.



Fonte – Leet et all. (2009)

Para apoiar treliças planas tem os apoios ou vínculos. Os apoios são elementos de construção das treliças, eles servem de apoios e impedem o

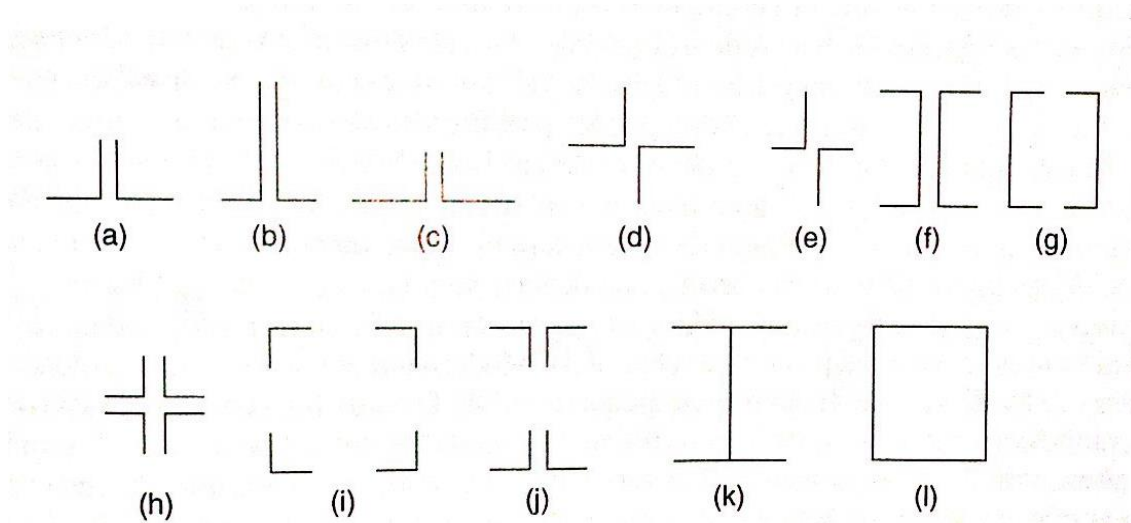
movimento da estrutura. Existem apenas dois tipos de apoios para as treliças, os fixos e os móveis que ficam localizados nos nós (HIBBELER, 2011).

2.1.3. Tipos de barras metálicas

Segundo Pfeil e Pfeil (2009), as barras da treliça são constituídas por perfis laminados únicas ou agrupadas. Para cada treliça faz o uso de um tipo de barra diferente (figura 06), a escolha do tipo de barra depende apenas do tamanho da estrutura.

A figura 7 mostra os mais variados tipos de barras existentes. Para Pfeil e Pfeil (2009), treliças de médio porte, são constituídas de barras que são formadas por pares de cantoneiras ou perfis (figuras 7.a até a 7.g), já as treliças grande ou de maior porte, como as que sustentam grandes obras ou de pontes, são geralmente formadas por barras de perfis soldados ou perfis fechados (figuras 7.h ate a 7.l).

Figura 7 – Seções de barras de treliças.



Fonte – Pfeil e Pfeil (2009)

2.1.4. Tipos de vigas treliçadas metálicas

Leet et all. (2009), explica que a ação estrutural de uma viga é semelhante à de várias treliças e ainda afirma que treliça podem ser

consideradas vigas, só que nas treliças o material que está sobrando é retirado com o intuito de reduzir o peso.

Pfeil e Pfeil (2009) afirmam que as treliças são ótimas e muito adequadas para a construção de estruturas metálicas, pois elas são mais econômicas que as demais e os perfis são produzidos em segmentos de comprimento limitado. Os sistemas treliçados são bastante utilizados em grandes construções, servem principalmente para a sustentação de coberturas e na construção de pontes (figura 8).

Um dos tipos de estrutura mais utilizado, a treliça, tem como principal aplicação à construção de grandes coberturas, mas também muito utilizado na construção de pontes. Por ter beleza intrínseca esta estrutura também é usado sem nenhuma finalidade estrutural, como para a ornamentação de fachadas e em até alguns casos com objetivo de esconder instalações em coberturas (MAGALHÃES; MALITE, 1998).

Figura 8 – Cobertura metálica treliçada.



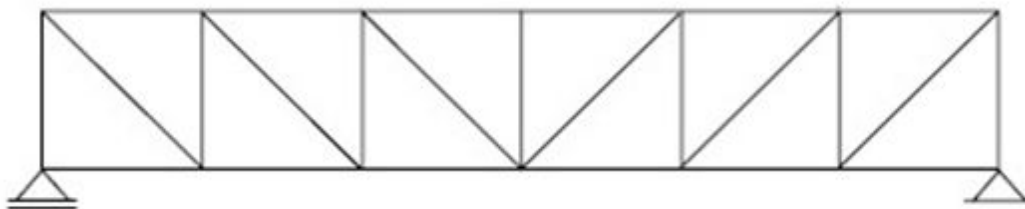
Fonte – <http://www.danicacorporation.com/sfDanica2/web/index.php/clippings/ver/n/108>.

Acesso em: 06 dez. 2014.

Pfeil e Pfeil (2009) afirmam que as treliças mais utilizadas em edifícios, apoios de pisos e pontes são conhecidos por nomes próprios, a Pratt, Howe e Warren são as mais conhecidas. Na treliça Pratt, as barras das diagonais são tracionadas e os montantes comprimidos (figura 9), já na treliça Wove acontece

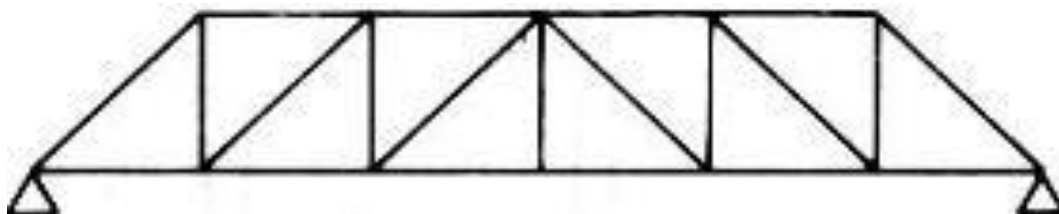
o inverso, ou seja, as barras das diagonais são comprimidas e os montantes tracionados (figura 10).

Figura 9 – Trelça de Pratt.



Fonte - <http://www.tecnolegis.com/provas/comentarios/36147> (Modificado pelo autor)
Acessado em: 28 nov. 2014.

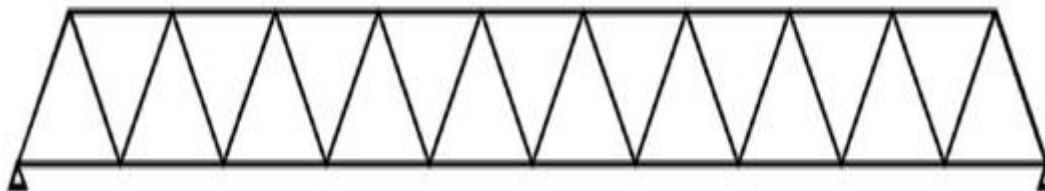
Figura 10– Trelça de Howe.



Fonte - http://www.precisionoxicorte.com.br/livros/Site_dos_livros/public_html/SitVB/trelicas.htm.
Acessado em: 28 nov. 2014

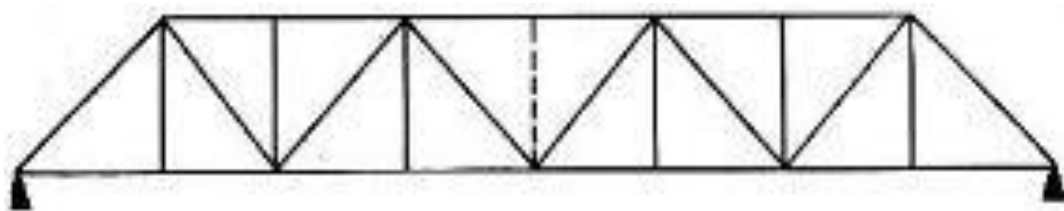
Na treliça Warren é formada sem nenhum montante nas verticais e por triângulos isósceles (como esta representada na figura 11), já quando as distancias entre os nós ficam distantes, coloca-se montantes na treliça (figura 12) (PFEIL; PFEIL, 2009).

Figura 11– Trelça de Warren sem montantes.



Fonte - <https://vanoengineering.wordpress.com/tag/vierendeel>. Acessado em: 28 nov. 2014

Figura 12– Treliça de Warren com montantes.

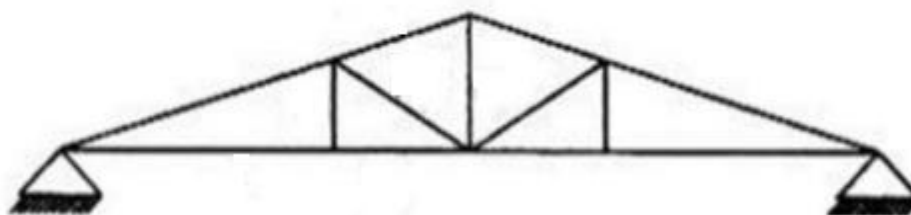


Fonte - http://www.precisionoxicorte.com.br/livros/Site_dos_livros/public_html/SitVB/trelicas.htm.

Acessado em: 28 nov. 2014

As treliças mais utilizadas em coberturas, geralmente tem sua corda superior inclinada, já as utilizadas em pontes ou apoios de pisos possuem arco superior paralelo. Tem ainda a treliça com corda superior inclinada é mais econômica que as demais, pois as diagonais são comprimidas e os montantes tracionados (figura 13) (PFEIL; PFEIL, 2009).

Figura 13 – Treliça com a corda superior inclinada.

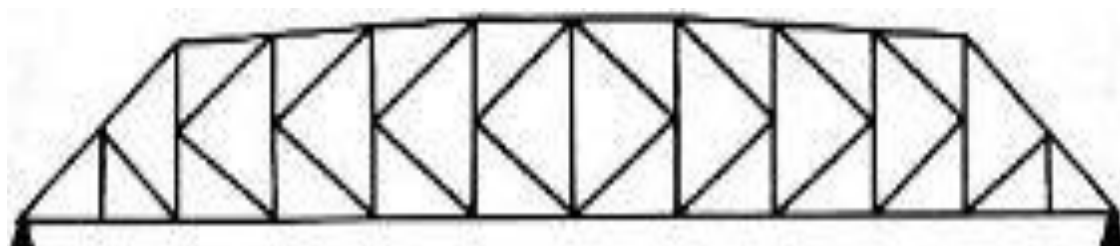


Fonte – <http://pt.slideshare.net/mackenzista2/trelias-de-madeira-desenhos-e-encaixes>

(Modificada pelo autor) Acessado em: 28 nov. 2014

Atualmente esses são os tipos convencionais mais utilizados, mas ainda existem outros. O modelo de treliça em K é menos utilizado que os outros, mas bastante utilizado quando a estrutura tem uma altura maior que modelos convencionais, ou quando a dimensão da altura da estrutura supera a dimensão da parte vertical em até duas ou três vezes (figura 14)(PFEIL, 1977).

Figura 14 – Treliça em K.



Fonte - http://www.precisioxicorte.com.br/livros/Site_dos_livros/public_html/SitVB/trelicas.htm.

Acessado em: 28 nov. 2014

2.1.5. Dimensionamento dos membros

Segundo Pfeil e Pfeil (2009, p.35), “Nas fases do dimensionamento e detalhamento, utiliza-se, além dos conhecimentos de análise estrutural a resistência dos materiais, grandes números de regas e recomendações [...]”.

O dimensionamento de qualquer tipo de treliça depende de normas, onde tem por base as normas da ABNT, a NBR 8800 (2008), criada recentemente com intuito de padronizar estruturas. Segundo Fakury et al. (2012), a criação dessa nova norma, a ABNT NBR 8800 (2008) foi muito importante para a evolução das estruturas de aço no Brasil. Seu escopo engloba elementos estruturais com perfis abertos e tubulares. Ela apresenta métodos atualizados, iguais aos da norma internacional mais aceita.

A nova norma adota critérios para o dimensionamento das barras, critérios que varia de acordo o caráter da barra, ou seja, o dimensionamento varia da barra de tração para a de compressão (PFEIL; PFEIL, 2009).

Além dessa nova norma criada, existem outros métodos que facilita o dimensionamento de treliças e de suas barras de tração e compressão, um desses métodos é o de REBELLO (2005), que assim como o método anterior, o dimensionamento das barras varia de acordo o caráter e a magnitude da força que está agindo na barra.

2.1.5.1. Dimensionamento de barras comprimidas de aço

Segundo Rebello (2005), para dimensionar barras de uma treliça submetida à força de compressão, tem que seguir uma sequencia de passos, sequencia essa que ficou dividida em quatro etapas que estão descritas a seguir:

- 1) Primeiramente deve-se determinar o tipo do perfil a se utilizar. Após isso encontrar os valores da área (A), do raio de giração da seção ($r_x=r_y$) e o comprimento da peça ($L_{fly}=L_{flx}$) com o auxilio da tabela do perfil escolhido.
- 2) Logo em seguida, encontra o índice de esbeltez (λ) da peça comprimida, que é o comprimento de flambagem (comprimento da peça) sobre o raio de giração da seção, como esta descrita na equação a seguir :

$$\lambda = \frac{l_{flx}}{r_x}$$

- 3) Se cumprido a condição: $\lambda > 105$, o próximo passo será o calculo da tensão admissível. Rebello (2005), conclui que para o dimensionamento de barras comprimidas, deve-se primeiramente determinar a tensão admissível a flambagem (σ_{fl}). Para determinação dessa tensão, as normas brasileiras recomenda que se utilize o coeficiente de segurança igual 2 sobre a tensão critica. Como é dada a na formulação a seguir:

$$\sigma_{fl} = \frac{\pi^2 x E}{\lambda^2 x 2}, \text{ para } \pi=3,1416 \text{ e } E_{aço}=2.100.000 \text{Kg/cm}^2, \text{ tem se:}$$

$$\sigma_{fl} = \frac{1036300 \text{Kg/cm}^2}{\lambda^2} \quad (\text{Equação 1})$$

- 4) E por ultimo, deve obter a tensão atuante, onde a expressão para encontrar a tensão atuante é dada a seguir, na equação seguinte:

$$\sigma_{at} = \frac{F_{compressão}}{A} \quad (\text{Equação 2})$$

Observação: Se $\sigma_{at} < \sigma_{fl}$, então o perfil pode ser aceito, se não, deve-se procurar outro perfil que cumpra tal condição.

2.1.5.2. Dimensionamento de barras tracionados de aço

Semelhante acontece o dimensionamento de barras de uma treliça submetida à força de tração. Segundo Rebello (2005), para dimensionar, deve-se seguir uma sequencia de passos que estão descritos a seguir.

- 1) O primeiro passo consiste na determinação da tensão admissível ($\sigma_{t,aço}$). Rebello (2005, p.241) afirma que a tensão admissível é “[...] determinada a partir da tensão de escoamento do aço, cuja sigla é f_y , aplicando-se um coeficiente de segurança igual a 1,7. Para o aço A-36 e similares:”. Equação que esta descrita posteriormente:

$$\begin{aligned}\sigma_{t,aço} &= \frac{f_y}{1,7} \quad (\text{Equação 3}) \\ \sigma_{t,aço} &= \frac{2500 \text{ kgf/cm}^2}{1,7} \\ \sigma_{t,aço} &= 1470 \text{ kgf/cm}^2\end{aligned}$$

- 2) Após encontrar a tensão admissível do material, encontrar a área necessária é o próximo passo. Rebello (2005, p.241) afirma que “O dimensionamento de peças a tração se faz pela determinação da área necessária da peça, de maneira que não ultrapasse a tensão admissível do material.”. A equação para determinar a área necessária esta descrita a seguir:

$$A_{necessária} = \frac{F}{\sigma_{t,aço}} \quad (\text{Equação 4})$$

- 3) Após encontrado o valor da área necessária, determina-se o perfil a se utilizar, logo em seguida vai na tabela do perfil escolhido(em anexo), e encontra por meio da tabela os valores mais próximo da área

encontrada com o intuito de encontrar o índice de esbeltez (λ) da peça tracionada. A equação que define o índice de esbeltez da peça é dada na equação posterior, as normas exige que siga a relação dada a seguir:

$$\lambda = \frac{l}{r} \quad (\text{Equação 5})$$

λ =índice de esbeltez da peça;

l =comprimento de flambagem da peça;

r =raio de giração (tabelado).

Se o índice de esbelteza da peça seguir a condição $\lambda \leq 400$, a seção escolhida satisfaz.

2.2. Utilização do aço para a construção de estruturas

Desde a mais remota antiguidade, tem-se notícia do uso de materiais metálicos. O primeiro material metálico a ser usado foi o cobre. Até que o homem com sua capacidade de pensar e de realizar, criou a metalurgia, e com isso ocorreu o surgimento de novos materiais metálicos. O aço surgiu com todo esse processo, ele resulta da fusão do minério ferro com um grande excesso de carvão vegetal ou juntando ferro maleável com carvão vegetal e cozinhando o conjunto durante vários dias, até que o ferro absorve o carvão suficiente para se transformar em aço (NETO, 2008).

Segundo Pinheiro (2005), após o surgimento do aço em larga escala, o mesmo se torna muito utilizado na construção de estrutura, isso por conta de suas ótimas características. Por ser de fácil manuseio o aço estrutural proporciona exatidão em projetos e tem boa resistência.

O aço tem inúmeras características que o torna ótimo para a construção de estruturas. Conforme Pfeil (2009), algumas propriedades torna o aço um dos melhores materiais para a formação de estruturas. Pode citar algumas dessas propriedades como: alta ductilidade, resistente a corrosão, alta dureza e boa resistência.

Como já foi mencionado anteriormente o aço é um dos materiais mais utilizados para a construção de treliças e outros tipos de estruturas. Para a construção de estruturas os aços mais comuns são: o aço-carbono, aço de baixa liga e o aço com tratamento térmico.

Segundo Pfeil e Pfeil (2009), o aço-carbono é o tipo de aço mais utilizado em construções de estruturas, por ter carbono em sua estrutura se torna bem mais resistente que os demais, a tabela 01 mostra as propriedades mecânicas do aço-carbono e os seus tipos. O aço de baixa liga é outro tipo utilizado na fabricação de estruturas, mas bem menos que o aço-carbono, é um tipo de aço-carbono com acréscimo de outros elementos como: fosforo, níquel, manganês, cromo colúmbio, cobre entre outros, na tabela 02 mostra algumas propriedades mecânicas do aço de baixa liga e seus tipos. Já o aço com tratamento térmico é pouco utilizado na fabricação de estruturas, pois a soldagem desse tipo de aço é algo um pouco complicado dificultando assim a construção de treliças de grande porte, após passado por tratamento térmico esse tipo de aço aumenta sua resistência, mas não são muito utilizados em estruturas, mas sim na fabricação de parafusos ou outros materiais .

Tabela 01 – Propriedades mecânicas do Aço-carbono.

Especificação	Teor de carbono %	Limite de escoamento f_y (Mpa)	Resistência à ruptura f_u (Mpa)
ABNT MR 250	Baixo	250	400
ASTM A7		240	370-500
ASTM A36	0,25-0,29	250(36ksi)	400-500
ASTM A307	Baixo	-	415
ASTM A325	Médio	635(min)	825(min)
EM S235	Baixo	235	360

Fonte – Adaptado Pfeil (2009).

Tabela 02 – Propriedades mecânicas do Aço de baixa liga.

Especificação	Principais elementos de liga	Limite de escoamento f_y (Mpa)	Resistência à ruptura f_u (Mpa)
ASTM 572 Gr.50	C<0,23% Mn<1,35%	345	450
ASTM A588	C<0,17%Mn<1,2% Cu<0,50%	345	485
ASTM A992	C<0,23% Mn<1,5%	345	450

Fonte – Adaptado Pfeil (2009).

2.3. Conceitos importantes para análise do comportamento mecânico de uma treliça

Para analisar estruturas, tem que se entender cada tipo de estrutura e alguns conceitos importantíssimos como: forças normais de tração e compressão, o fenômeno da flambagem, diagrama de corpo livre, os esforços internos, deformações, tensões e a direção dos movimentos de rotações.

2.3.1. Tensão

A tensão é intensidade das forças internas que age entre as partículas de uma seção transversal imaginária de um corpo de material deformável, tem a tensão normal e a tensão de cisalhamento.

Conforme Hibbeler (2010), a tensão normal é tensão que age perpendicularmente a área, representada pela letra grega σ_z (sigma). A tensão normal é a força por unidade de área, como expressa a equação seguinte.

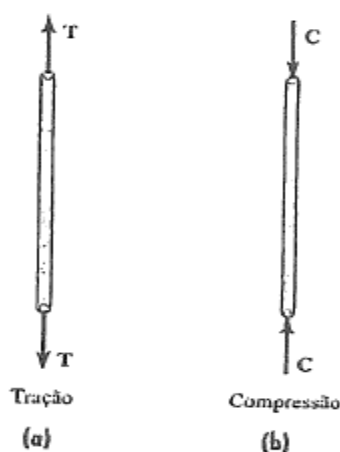
$$\sigma_z = \frac{F}{A} \quad (\text{Equação 6})$$

Essa tensão normal ainda pode ser dois tipos, dependendo de seu sentido, a tensão pode ser de tração ou de compressão. Para Hibbeler (2010) a a tensão é de compressão quando a força normal tende a comprimir o elemento com área A, e a tensão é de tração quando a força normal tende a esticar o elemento com área A.

2.3.2. Forças normais de tração e compressão

Cada barra de uma treliça agirá como membro de duas forças, onde a força age em cada extremidade do membro com direção ao longo do seu eixo. Para todo projeto de uma treliça real é necessário identificar a magnitude e o caráter de cada um dos seus membros, para somente assim poder fabricar as barras, sabendo que a barra de compressão tem de ser mais grossa que as de tração, devido ao efeito flambagem. Se a força aplicada esticar o membro, ela será uma força de tração T , e adota-se como positivas (como mostra a figura 15.a), mas, se a força comprimir ou encurtar o membro, assim podemos dizer que essa força será uma força de compressão C , e adota-se como negativa (como mostra a figura 15.b)(HIBBELER, 2011).

Figura 15 – Forças normais de tração e compressão agindo numa barra.



Fonte – Hibbeler (2011)

2.3.3. Fenômeno da flambagem

O efeito flambagem é uma instabilidade elástica, que ocorre em peças onde a área de secção transversal é pequena em relação ao seu comprimento. Esse fenômeno acontece quando o membro é submetido a um esforço de compressão axial. Esse fenômeno ocorre quando a peça sofre flexão transversalmente devido à compressão axial, fazendo assim, que a peça perca sua estabilidade sem que o material já tenha atingido a sua tensão de escoamento (SANTOS, 2010).

2.3.4. Diagrama de corpo livre

O diagrama de corpo livre é o primeiro passo para análise de uma estrutura. Esse diagrama, é um esboço simplificado de uma estrutura, no diagrama tem que conter o dimensionamento da estrutura, as forças internas e externas que atuam na estrutura e suas localizações (LEET *et al.*, 2009).

2.3.5. Deformações

Para Hibbeler (2010), a deformação acontece quando uma estrutura é submetida a uma força e como consequência da ação dessa força a estrutura muda sua forma ou seu tamanho. Deformações ocorrem com frequências em estruturas, onde podem ser visíveis ou até mesmo imperceptíveis dependendo da força que foi aplicado.

Com o fim de explicar melhor as pequenas deformações que ocorrem em projetos de engenharia, Hibbeler (2010, p.49) afirma que:

A maioria dos projetos estruturais de engenharia envolve aplicações para as quais são permitidas somente pequenas deformações. Por exemplo, quase todas as estruturas e máquinas parecem ser rígidas, e as deformações que ocorrem durante a utilização dificilmente são percebidas. Além disso, ainda que a deflexão de um elemento como uma chapa fina ou haste delgada seja aparentemente grande, o material de que ele é feito poderá estar submetido somente a deformações muito pequenas. [...]

2.4. Análise de uma treliça

Ao se elaborar um projeto de uma ponte ou até mesmo uma estrutura, de acordo Leet *et al.* (2009), o engenheiro ou arquiteto deverá tomar várias medidas técnicas sobre o sistema estrutural. Algumas dessas medidas pode-se citar: (1) encontrar uma forma estrutural eficiente, atraente e economia; (2) avaliar sua segurança, sua resistência e rigidez; (3) e por ultimo planejar edificação com carga de construção temporária.

Segundo Leet *et al.* (2009), para análise completa de uma treliça deve-se primeiramente encontrar a magnitude e o seu caráter, ou seja, identificar as forças que agem nas barras e ainda se elas são de tração ou de compressão. Para encontrar a magnitude de uma treliça, tem que considerar a estrutura como sendo um corpo rígido, somente assim aplicar as equações de equilíbrio estático. Para analisar as forças de cada barra, tem de se basear em três suposições: (1) as barras serem retas e somente transmitirem cargas axiais; (2) os membros serem conectados nos nós por pinos e sem atrito; (3) e por ultimo, as cargas serem aplicadas somente nos nós.

Há algumas maneiras que nos permitem encontrar a magnitude e o caráter de uma treliça, uma delas é o métodos dos nós, além desse, existe o método das seções.

2.4.1. Método dos nós

O Método dos nós é essencial para análise de uma treliça, para Hibbeler (2011), o método é necessário para determinar as forças que estão atuando em cada barra da estrutura e posteriormente encontrar o seu caráter, ou seja, determinar se é de tração ou compressão. O método de resolução leva em consideração um estado de equilíbrio para cada nó. Levando em conta esse estado de equilíbrio, é feito o diagrama de corpo livre de cada um dos nós da estrutura e em seguida as equações de força deverão ser aplicadas para encontrar as forças dos membros que age sobre cada um dos nós.

Para análise de uma treliça pelo método dos nós tem que seguir alguns procedimentos. De acordo Hibbeler (2011), o método consiste em uma divisão de quatro etapas: (1) Desenhar o diagrama de corpo livre para um dos nós, sendo que ele só pode ter uma força conhecida e no máximo duas forças incógnitas; (2) Deve-se considerar que as forças do membro incógnito que atuam no diagrama de corpo livre do nó é sempre de tração, assim na solução das equações numéricas os membros produzirá forças escalares positivas para os membros de tração e negativa para os de compressão; (3) logo em seguida, tem que orientar os eixos X e Y de modo que possamos tirar as componentes

X e Y de cada uma das forças por meio do diagrama de corpo livre. Após aplica-se as equações de equilíbrio $\sum F_x = 0$ e $\sum F_y = 0$ com o fim de encontrar as intensidades das forças incógnitas; (4) depois de encontrado esses resultados, continua normalmente a analisar os outros nós, ate que todas forças sejam encontradas.

2.4.2. Método das seções

De acordo Leet *et all.* (2009), o método das seções consiste em uma resolução mais rápida que o método dos nós, pois nesse método permite o calculo de força para apenas alguns membros escolhidos da estrutura. Similar ao método anterior esse também considera como a estrutura esteja em equilíbrio.

Para analise de alguns membros de uma treliça de acordo o método das seções, é necessário segundo Hibbeler (2011), seguir alguns passos para poder encontrar a força e o caráter da barra. O passo (1) decidir em qual parte da treliça deve seccionar os membros sendo que a parte seccionada deve esta passando, evidentemente, sobre a barra cuja força deve ser determinada; (2) depois tem que separar a parte cortada, para primeiro determinar as reações de apoio da treliça, em seguida, aplica-se as três equações de equilíbrio $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ e $\sum M_0 = 0$ para determinar as forças de membro na seção; (3) nesse passo tem que se desenhar o diagrama de corpo livre do segmento da parte cortada que possui o menor número de forças agindo; (4) e por ultimo, tem que estabelecer as forças do membro incógnito.

2.5. Comportamento mecânico de treliças em aço

Para Pfeil e Pfeil (2009, p.38), “As ações a serem consideradas no projeto das estruturas são as cargas que nelas atuam ou deformações impostas (por variação de temperatura, recalques etc.).”.

Hibbeler (2010) completa, que todo projeto estrutural é necessário utilizar de conceitos de estática para determinar a magnitude e caráter das forças que agem sobre os membros da estrutura. Entender as propriedades do

material que esta sendo utilizado é muito importante, pois somente assim surgem equações utilizadas para encontrar resistência, deformação, deflexão e estabilidade das estruturas.

Quando estuda o comportamento mecânico uma estrutura, os principais pontos de análise são as tensões que está agindo sobre a estrutura e as possíveis deformações.

2.6. Análise computacional do comportamento mecânico de uma treliça

Leet *et al.* (2009), afirma que até a década de 50, os cálculos estruturais de uma treliça ainda eram feitos a manualmente, sem a ajuda de nenhum software, ou seja, análise estrutural era um procedimento muito longo. Uma equipe de engenheiros experiente necessitava de vários meses para se analisar uma treliça espacial por completa. No momento da análise, eram feitas várias suposições referente ao comportamento estrutural da treliça, e essas suposições deixavam a análise algo incerto, portanto a análise era demorada e incerta. Com a criação dos softwares que analisam estruturas, processos de análise de uma treliça, ficaram rápidos e possíveis de serem feitos em apenas poucas horas.

Com o fim de definir a utilidade dos softwares de análise estrutural Leet *et al.* (2009, p.23) conclui que:

A maioria dos programas de computador para análise de estruturas é escrita para produzir uma análise de primeira ordem; isto é, eles presumem (1) que o comportamento é linear e elástico; (2) que as forças dos membros não são afetadas pelas deformações (mudanças na geometria) da estrutura e (3) que nenhuma redução na rigidez à flexão é produzida nas colunas por forças de compressão.

Um programa bastante utilizado por engenheiros é o ftool, o software funciona como um método de dimensionamento e análise estrutural e é baseado no método de elementos finitos. O programa computacional proporciona vários recursos estruturais. Ele possibilita o engenheiro executar mais rapidamente projetos de grande e pequeno porte com resultados mais sucintos possíveis.

3. METODOLOGIA

A elaboração e execução deste projeto ficaram divididas em etapas, etapas que estão descritas posteriormente:

3.1. Escolha do tipo de treliça

Com o avanço dos estudos, constatou-se que existem as treliças planas e espaciais. As mais utilizadas são as planas, onde constatou que os tipos frequentemente utilizados são: a treliça Pratt, Howe e Warren (sem montantes ou com montantes), treliça com a corda superior inclinada e ainda com sistema em K.

Para o estudo mais detalhado do comportamento mecânico de uma treliça, ficou definido por utilizar apenas um tipo de treliça, e ainda fazer uma comparação dos resultados obtidos pelos cálculos manuais e os resultados obtidos pelo software. Ficou definido pela utilização da treliça com a corda superior inclinada.

3.2. Escolha do aço

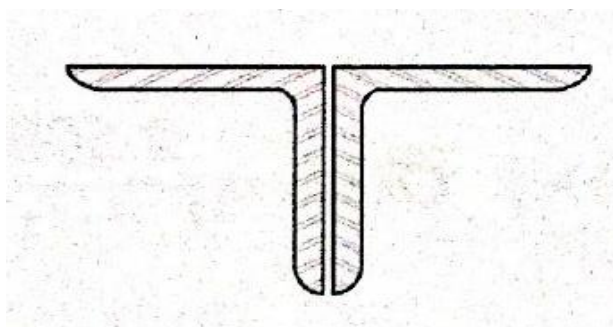
Após definido o tipo de treliça, o próximo passo foi à escolha do aço. Levando em consideração todos os tipos de aços estruturais que foram explicados no item 2.2. Estabeleceu que neste projeto será utilizado apenas um, o aço ASTM A36, que é um tipo de aço-carbono muito utilizado na construção de estruturas e tem suas propriedades mecânicas dadas a seguir:

- ➔ Teor de carbono (%) = 0,25 – 0,29
- ➔ Limite de escoamento: $f_y = 250MPa$
- ➔ Resistência à ruptura: $f_u = 400 – 500 (MPa)$
- ➔ $E = 2100000kgf/cm^2 = 205939,65MPa$

3.3. Escolha dos tipos de perfis a se utilizar no projeto

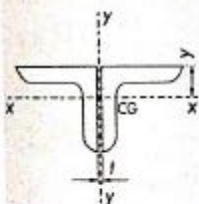
Para o tipo de treliça selecionado para análise do comportamento mecânico, definiu-se utilizar apenas um tipo de perfil para as barras das diagonais e verticais, a cantoneira dupla de abas iguais, perfil que esta ilustrada na figura 16. A tabela 03 mostrada logo em seguida, contem todos os dados necessários para dimensionar as seções das barras das diagonais e verticais.

Figura 16 – Seção transversal do perfil do tipo cantoneira dupla de abas iguais.



Fonte – Pfeil e Pfeil (2009)

Tabela 03 – Perfis laminados das cantoneira dupla de abas iguais.

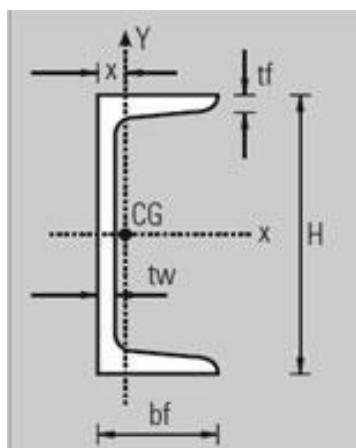
perfis laminados cantoneira dupla de abas iguais	tamanho nominal	espe. pol.	peso kg/m	área cm ²	eixo x-x				raio de giração em relação ao eixo y-y (cm)						
					J	W	r	y	f						
									0	1/8"	3/16"	1/4"	5/16"	3/8"	1/2"
	7/8" x 7/8"	1/8"	2,08	2,64	1,16	0,76	0,66	0,66	0,94	1,05	1,12	1,18	1,25	1,32	1,45
		3/16"	2,98	3,80	1,58	1,08	0,66	0,74	0,98	1,11	1,17	1,24	1,31	1,38	1,52
	1" x 1"	1/8"	2,38	2,96	1,79	1,02	0,77	0,75	1,09	1,20	1,26	1,32	1,39	1,45	1,59
		3/16"	3,46	4,38	2,50	1,44	0,75	0,81	1,11	1,23	1,29	1,36	1,42	1,49	1,63
	1 1/4" x 1 1/4"	1/8"	3,00	3,86	3,36	1,62	0,98	0,91	1,33	1,45	1,51	1,57	1,63	1,69	1,83
		3/16"	4,40	5,54	5,12	2,33	0,96	0,97	1,37	1,48	1,54	1,61	1,67	1,74	1,87
	1 1/2" x 1 1/2"	1/4"	5,72	7,24	6,37	2,97	0,94	1,02	1,39	1,51	1,57	1,63	1,70	1,77	1,90
	1 1/2" x 1 1/2"	1/8"	3,66	4,64	6,49	2,36	1,18	1,07	1,59	1,71	1,76	1,82	1,88	1,95	2,08
		3/16"	5,36	6,48	9,16	3,41	1,16	1,13	1,62	1,73	1,79	1,85	1,92	1,98	2,11

Fonte – Pfeil e Pfeil (2009).

Semelhante aconteceu para as cordas, onde ficou definida a utilização do perfil em C, como esta representada na figura 17. Logo após vem a tabela

04 que contem todos os dados necessários para dimensionar as seções das barras das cordas.

Figura 17 – Seção transversal do perfil do tipo C.



Fonte – <http://www.metalica.com.br/tabelas/perfil-c-laminado>. Acessado em: 28 dez. 2014

Tabela 04 – Perfis laminados das seções do tipo C.

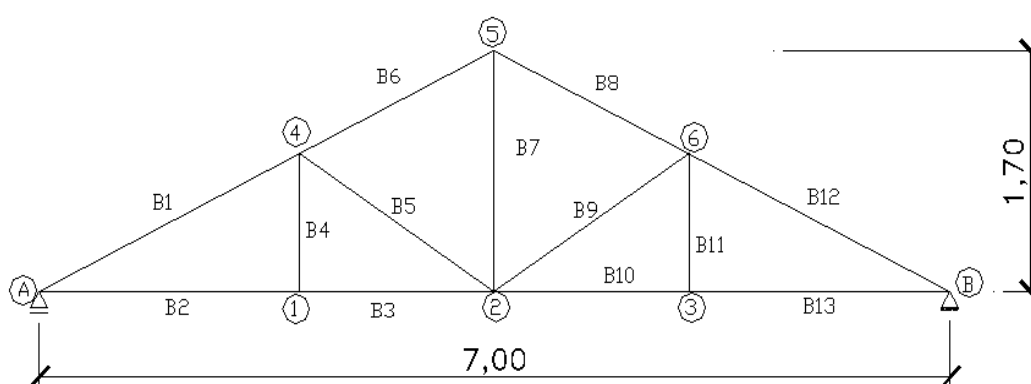
Tabela E.3 — Perfil C Propriedades para dimensionamento														
<i>H</i>		<i>P</i>	<i>A</i>	<i>b_f</i>	<i>t_f</i>	<i>t_w</i>	EIXO X-X			EIXO Y-Y			<i>x</i>	<i>α</i>
pol	cm	kg/m	cm ²	cm	cm	cm	<i>I</i>	<i>W</i>	<i>r</i>	<i>I</i>	<i>W</i>	<i>r</i>	cm	-
3"	7,62	6,11	7,78	3,58	0,69	0,432	68,9	18,1	2,98	8,2	3,32	1,03	1,11	276
		7,44	9,48	3,80	0,69	0,655	77,2	20,3	2,85	10,3	3,82	1,04	1,11	293
		8,93	11,40	4,05	0,69	0,904	86,3	22,7	2,75	12,7	4,39	1,06	1,16	313
4"	10,16	7,95	10,10	4,01	0,75	0,457	159,5	31,4	3,97	13,1	4,61	1,14	1,16	252
		9,30	11,90	4,18	0,75	0,627	174,4	34,3	3,84	15,5	5,10	1,14	1,15	260
		10,80	13,70	4,37	0,75	0,813	190,6	37,5	3,73	18,0	5,61	1,15	1,17	273
6"	15,24	12,20	15,50	4,88	0,87	0,508	546,0	71,7	5,94	28,8	8,16	1,36	1,30	236
		15,60	19,90	5,17	0,87	0,798	632,0	82,9	5,63	36,0	9,24	1,34	1,27	250
		19,40	24,70	5,48	0,87	1,110	724,0	95,0	5,42	43,9	10,50	1,33	1,31	265
		23,10	29,40	5,79	0,87	1,420	815,0	107,0	5,27	52,4	11,90	1,33	1,38	279
8"	20,32	17,10	21,80	5,74	0,99	0,559	1.356,0	133,4	7,89	54,9	12,80	1,59	1,45	236
		20,50	26,10	5,95	0,99	0,770	1.503,0	147,9	7,60	63,6	14,00	1,56	1,41	245
		24,20	20,80	6,18	0,99	1,003	1.667,0	164,0	7,35	72,9	15,30	1,54	1,40	254
		27,90	35,60	6,42	0,99	1,237	1.830,0	180,1	7,17	82,5	16,60	1,52	1,44	264
		31,60	40,30	6,65	0,99	1,471	1.990,0	196,2	7,03	92,6	17,90	1,52	1,49	273

Fonte – <http://www.metalica.com.br/tabelas/perfil-c-laminado>. Acessado em: 28 dez. 2014

3.4. Dimensionamento das estruturas

Levando em consideração o que já foi definido nos itens anteriores, a treliça que está na imagem a seguir (figura 18) foi o tipo de treliça definido para análise. A estrutura a ser analisada, tem vão de 7 metros e altura de 1,7 metros e contém 13 barras que estão agindo 13 forças diferentes nas mesmas. A imagem a seguir retrata o dimensionamento detalhado da estrutura.

Figura 18 – Treliça com a corda superior inclinada dimensionada.



Fonte – Elaborada pelo autor

A estrutura está posta sobre apoios do primeiro e segundo gênero respectivamente. Vale lembrar que o apoio do primeiro gênero (apoio em rolete) possui apenas uma incógnita, ou seja, apenas uma reação de apoio, a reação vertical. Já o apoio do segundo gênero (articulação), possui duas incógnitas e consequentemente duas reações, a vertical e horizontal. Para a estrutura escolhida, pode-se afirmar que no primeiro apoio terá apenas uma reação, a vertical. Já para o segundo apoio, terá duas reações, a vertical e horizontal.

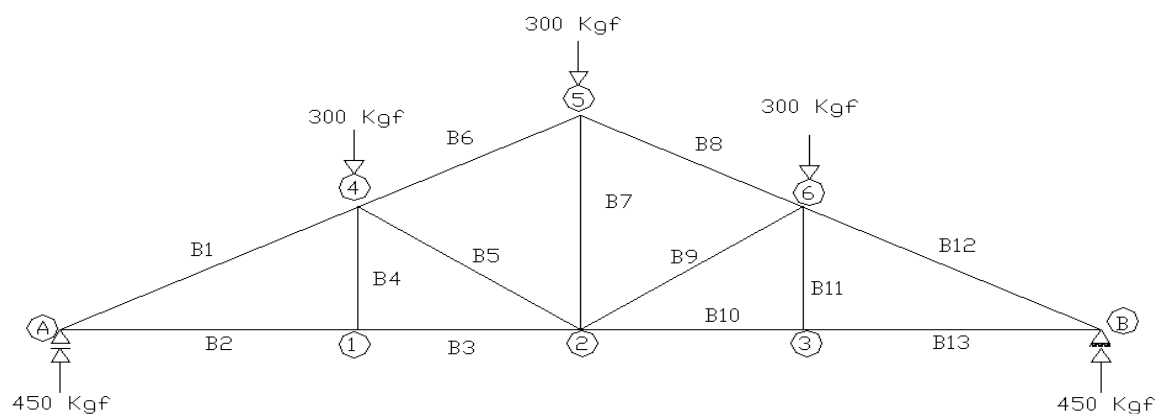
A tabela 03 mostra o dimensionamento detalhado de todos os membros (barras) da estrutura selecionada para análise. Estão organizados em ordem numérica como está representado na figura anterior.

Tabela 05 – Dimensionamento das barras das treliças (centímetros).

Barras	Medidas
B1	222 cm
B2	200 cm
B3	150 cm
B4	97 cm
B5	179 cm
B6	167 cm
B7	170 cm
B8	167 cm
B9	179 cm
B10	150 cm
B11	97 cm
B12	222 cm
B13	200 cm

Fonte – Elaborado pelo autor

Depois de dimensionada, a treliça é submetida a uma carga de 300kgf (~2,94kN) sobre os nós, como esta representada na figura 19. Em contrapartida a essa carga, surgem reações de apoios que são encontradas por meios de cálculos imediatos, visto que a carga aplicada na estrutura é distribuída, assim as reações de apoios são determinadas por meio da soma total da carga distribuída dividido por dois, pois são dois apoios (REBELLO, 2005).

Figura 19 – Treliça com a corda superior inclinada submetida a uma carga.

Fonte – Elaborado pelo autor

3.5. Cálculo dos esforços e dimensionamento das seções

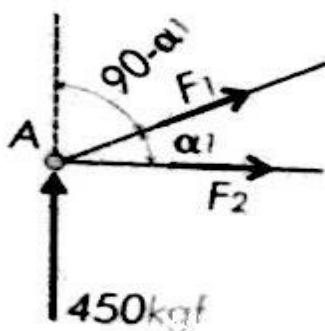
3.5.1. Cálculo dos esforços nas barras

Próximo passo do projeto é a determinação dos esforços que estão agindo nas barras. O processo de análise de uma treliça é um processo simples, que já foi explicado anteriormente.

Segundo Rebello (2005), o primeiro passo para a determinação das forças que estão agindo nas barras é a utilização do processo analítico. Este processo parte do princípio já mencionado no item 2.4.1., ou seja, parte do princípio que cada nó da treliça está em equilíbrio estático. Após considerado esse equilíbrio, seleciona uma nó que tenha apenas duas incógnitas (duas forças) para assim montar duas equações e resolver um sistema linear com a finalidade de encontrar as forças. Esse procedimento é feito em todos os nós. Pegando o nó A, com a finalidade de encontrar as forças da barra 1 (B1) e da barra 2 (B2), tem se:

Vale lembrar que as forças F_1 e F_2 são adotadas como se estivesse saindo do nó como esta representado na figura 20.

Figura 20 – Diagrama de corpo livre das forças F_1 e F_2 agindo nas barras da treliça.



Fonte – Rebello (2005)

Lembrar que: $\cos(90-\alpha) = \sin\alpha$

$$(+)\uparrow \sum FV = 0 \Leftrightarrow +450\text{kgf} + F_1 \times \sin\alpha_1 = 0$$

$$F_1 = -1030\text{kgf}$$

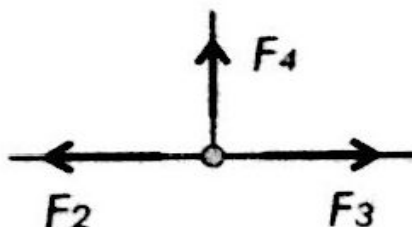
Como a força deu negativa, ela está entrando no nó, não saindo como foi adotado no início.

$$(+)\rightarrow \sum F_H = 0 \Leftrightarrow F_1 \times \cos \alpha_1 + F_2 = 0$$

$$F_2 = +927\text{kgf}$$

Esse mesmo procedimento é repetido em todos os nós das estrutura com a finalidade de analisa-la por completa. O próximo nó escolhido é o nó 1, como esta representado na figura 21.

Figura 21– Diagrama de corpo livre das forças F_2 , F_3 e F_4 agindo nas barras da treliça.



Fonte – Rebello (2005)

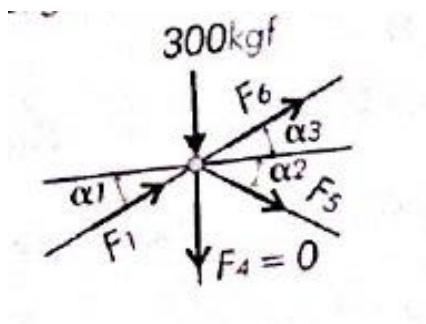
$$(+)\uparrow \sum F_V = 0 \Leftrightarrow F_4 = 0$$

$$(+)\rightarrow \sum F_H = 0 \Leftrightarrow -F_2 + F_3 = 0$$

$$F_3 = +927\text{kgf}$$

Agora o nó selecionado para análise foi o nó 4. Onde tem como incógnitas as forças F_5 e F_6 . O diagrama de corpo livre para a determinação destas forças está na figura 22.

Figura 22– Diagrama de corpo livre das forças F_5 e F_6 agindo nas barras da treliça.



Fonte – Rebello (2005)

$$(+)\uparrow \sum FV = 0$$

$$-F_5 \times 0,542 + F_6 \times 0,437 + 150\text{kgf} = 0 \quad (\text{I})$$

$$(+)\rightarrow \sum FH = 0$$

$$+F_5 \times 0,838 + F_6 \times 0,90 + 927\text{kgf} = 0 \quad (\text{II})$$

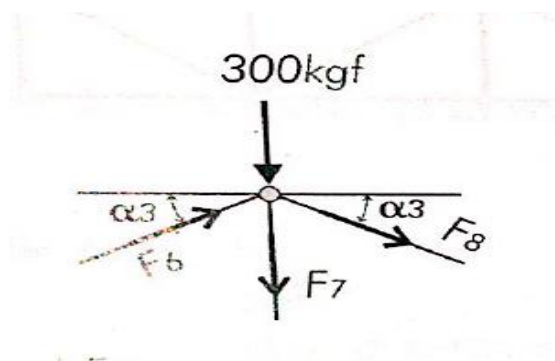
Resolvendo o sistema dado nas equações (I) e (II), tem o resultados das forças F_5 e F_6 :

$$+F_6 = -736\text{kgf}$$

$$F_5 = -317\text{kgf}$$

O próximo nó a ser analisado é o nó 5 da figura 19. Faz o diagrama de corpo livre do nó em seguida aplica as mesmas equações de equilíbrio. O diagrama de corpo livre do nó 5 esta representado na figura 23.

Figura 23– Diagrama de corpo livre das forças F_6 , F_7 e F_8 agindo nas barras da treliça.



Fonte – Rebello (2005)

$$(+)\uparrow \sum FV = 0$$

$$-F_7 - F_8 \times 0,437 + 22\text{kgf} = 0 \quad (\text{I})$$

$$(+)\rightarrow \sum FH = 0$$

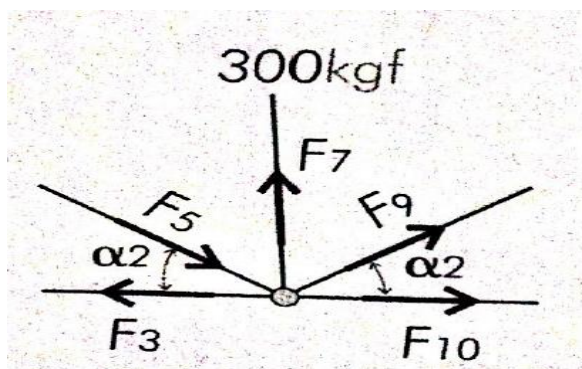
$$+736\text{kgf} \times 0,90 + F_8 \times 0,90 = 0$$

$$F_8 = -735\text{kgf}$$

$$F_7 = 344\text{kgf}$$

O ultimo nó a se analisar é o nó 2. Que tem seu diagrama de corpo livre descrito na imagem 24.

Figura 24– Diagrama de corpo livre das forças F_3 , F_5 , F_7 , F_9 e F_{10} agindo nas barras da treliça.



Fonte – Rebello (2005)

$$(+)\uparrow \sum FV = 0$$

$$-F_5 \times \text{sen} \alpha_2 + F_7 + F_9 \times \text{sen} \alpha_2 = 0$$

$$F_9 = -317 \text{kgf}$$

Portanto: $F_9 = F_5$, por ter uma certa simetria, já era de esperar os valores iguais para essas forças.

$$(+)\rightarrow \sum FH = 0$$

$$-F_3 + F_5 \times \text{cos} \alpha_2 + F_9 \times \text{cos} \alpha_2 + F_{10} = 0$$

$$F_{10} = +927 \text{kgf}$$

$$F_{10} = F_3$$

Foi finalizado os cálculos dos esforços de todas as barras, algumas não foram encontradas por meio dos cálculos, pois a treliça é simétrica e o carregamento é igualmente distribuído, fazendo com que algumas forças que agem nas barras tenham a mesma intensidade. A tabela 06 mostra os valores das forças para cada uma das barras, na terceira coluna as forças em quilonewton e na quarta em quilograma-força.

Tabela 06– Magnitude e tipo da força que age em cada barra da estrutura.

Barras	Tipo	Forças (KN)	Forças (kgf)
B1	Compressão	-10,10	-1030
B2	Tração	+9,09	+927
B3	Tração	+9,09	+927
B4	-	0	0
B5	Tração	-3,11	-317
B6	Compressão	-7,22	-736
B7	Tração	+3,34	+344
B8	Compressão	-7,22	-736
B9	Compressão	-3,11	-317
B10	Tração	+9,09	+927
B11	-	0	0
B12	Compressão	-10,10	-1030
B13	Tração	+9,09	+927

Fonte – Elaborado pelo autor

3.5.2. Cálculos e escolha das seções das barras

Seguindo a sequência determinada, o próximo passo é o dimensionamento e escolha das seções de cada uma das barras. Utilizando o método citado nas partes 2.1.5.1. e 2.1.5.2. criado por Rebello (2005).

Primeiro optou por dimensionar as seções do banzo superior, que são as barras: B₁, B₆, B₈ e B₁₂. Escolheu a barra que esta sujeita a um maior esforço e a partir dessa fazer o dimensionamento para o restante do banzo. A barra que esta submetida a um maior esforço é a barra um, membro submetido a força de compressão. Para dimensionar membros submetidos a esse tipo de força, usa o critério criado por Rebello (2005) que foi explicado no item 2.1.5.1. A barra 1 esta submetida a uma força de $F=1030\text{kgf/cm}^2$ e tem comprimento de $l_{fx} = l_{fy} = 222\text{cm}$.

Por meio da tabela 06 mostrada anteriormente decidiu o uso do perfil de 3". Após a escolha do tipo de perfil, encontrou os seguintes valores:

$$A = 7,78cm^2$$

$$r_x = 2,98cm$$

$$r_y = 1,03cm$$

$$l_{flx} = l_{fly} = 222cm$$

Logo em seguida, definiu o índice de esbeltez da peça por meio da equação seguinte:

$$\lambda = \frac{l_{flx}}{r_x}$$

$$\lambda = \frac{222}{1,03}$$

$$\lambda = 216$$

Como $\lambda > 105$, deve-se seguir a sequência e determinar o valor para a tensão de flexão e tensão atuante:

$$\sigma_{fl} = \frac{1036300Kgf/Cm^2}{\lambda^2}$$

$$\sigma_{fl} = \frac{1036300Kgf/Cm^2}{216^2}$$

$$\sigma_{fl} = 223kgf/cm^2$$

$$\sigma_{at} = \frac{F_{compressão}}{A}$$

$$\sigma_{at} = \frac{1030}{7,78}$$

$$\sigma_{at} = 133kgf/cm^2$$

Como $\sigma_{fl} > \sigma_{at}$ assim concluímos que o perfil de 3" satisfaz e pode ser usado nas barras B₁, B₆, B₈ e B₁₂.

Semelhante ao que foi feito para as barras anteriores faz para as barras verticais (B₄, B₇ e B₁₁) já que elas estão submetidas a uma força de

compressão. Como ficou definido, o perfil utilizado é a cantoneira dupla de abas iguais, seguindo a escolha do perfil e do tipo de seção 1"x1"x1/8", obtemos os seguintes valores:

$$A = 2,96\text{cm}^2$$

$$r_x = 0,77\text{cm}$$

$$r_y = 1,20\text{cm}$$

$$l_{flx} = l_{fly} = 170\text{cm}$$

Em seguida determinamos o índice de esbeltez da peça. Se aceita a condição $\lambda > 105$, os próximos passos é o cálculo da tensão de flexão e tensão atuante:

$$\lambda = \frac{l_{flx}}{r_x}$$

$$\lambda = \frac{170}{0,77}$$

$$\lambda = 221$$

$$\sigma_{fl} = \frac{1036300\text{Kgf/Cm}^2}{\lambda^2}$$

$$\sigma_{fl} = \frac{1036300\text{Kgf/Cm}^2}{221^2} = 212\text{kgf/cm}^2$$

$$\sigma_{at} = \frac{F_{compressão}}{A}$$

$$\sigma_{at} = \frac{344}{2,96}$$

$$\sigma_{at} = 116\text{kgf/cm}^2$$

Como $\sigma_{fl} > \sigma_{at}$ assim concluímos que o perfil de 1"x1"x1/8" satisfaz e pode ser usado nas barras B₄, B₇ e B₁₁.

A próxima parte de treliça a ter suas seções dimensionadas é a barras das diagonais (B₅ e B₉). Como foi apresentado, esses membros estão sujeitos a uma força de tração e o dimensionamento das seções para esse tipo de força

é diferente da anterior . O dimensionamento faz da seguinte maneira: primeiro deve-se encontrar a área necessária:

$$A_{necessária} = \frac{F}{\sigma_{t,aço}}$$

Sendo que a tensão do aço para o aço do tipo A-36 e similares tem valor fixo: $\sigma_{t,aço} = 1470 kgf/cm^2$. E para a escolha do valor da força, selecionou o membro que tinha a maior força agindo sobre ele e fez o dimensionamento das seções para todas as barras das diagonais.

$$A_{necessária} = \frac{317}{1470}$$

$$A_{necessária} = 0,22cm^2$$

Após determinado a área necessária, segue para a tabela 03 encontra uma área mais próxima. A área mais próxima foi a do perfil 7/8"x7/8"x1/8" que tem os dados mostrados a seguir:

$$A = 2,64cm^2$$

$$r_x = 0,66cm$$

$$l_x = 179cm$$

Deve-se determinar o índice de esbeltez da peça pela formula dada a seguir:

$$\lambda = \frac{l}{r}$$

$$\lambda = \frac{179}{0,66}$$

$$\lambda = 272$$

Como o índice de esbeltez da peça cumpriu o estabelecido no tópico 2.1.5.2 $\lambda \leq 400$ então a seção escolhida é aceita.

Por ultimo foi feito o dimensionamento das seções das barras do banzo inferior: B₂, B₃, B₁₀ e B₁₃. Sabe-se que esses membros estão sujeitos a uma

força de tração e assim como foi feito o dimensionamento das seções das barras B₅ e B₉ faz para essas, mudando apenas o perfil a se utilizar, como ficou bem definido no tópico 3.5.

O primeiro passo é determinar a área necessária. Como foi feito anteriormente, escolheu o membro que foi submetido a uma maior força e a partir desse foi feito o dimensionamento das seções de todos os membros do banzo inferior.

$$A_{necessária} = \frac{F}{\sigma_{t,aço}}$$

$$A_{necessária} = \frac{927}{1470}$$

$$A_{necessária} = 0,63cm^2$$

Depois de definido a área necessária, segue para a tabela 03 encontra uma área mais próxima. A área mais próxima foi a do perfil 3" que tem os dados mostrados a seguir. Por ultimo deve-se calcular o índice de esbeltez.

$$A = 7,78cm^2$$

$$r_x = 2,98cm$$

$$l_x = 200cm$$

$$\lambda = \frac{l}{r}$$

$$\lambda = \frac{200}{2,98}$$

$$\lambda = 68$$

Já que a condição estabelecida no item 2.1.5.2. foi cumprida, então o perfil é aceito.

3.6. Simulação da estrutura no FTOOL Versão 3.00

Utilizando do dimensionamento feito no item anterior, reproduz a estrutura no programa de análise estrutural, o ftool versão 3.00. Na sequencia, como já foi mencionado anteriormente, a estrutura é submetida a uma força.

Após ser submetida a essa força simula seus esforços e deformações, com o intuito de nosso próximo item fazer uma comparação pratica dos resultados.

3.7. Obtenção dos resultados no software e comparação dos resultados bibliográficos com os obtidos pelo software

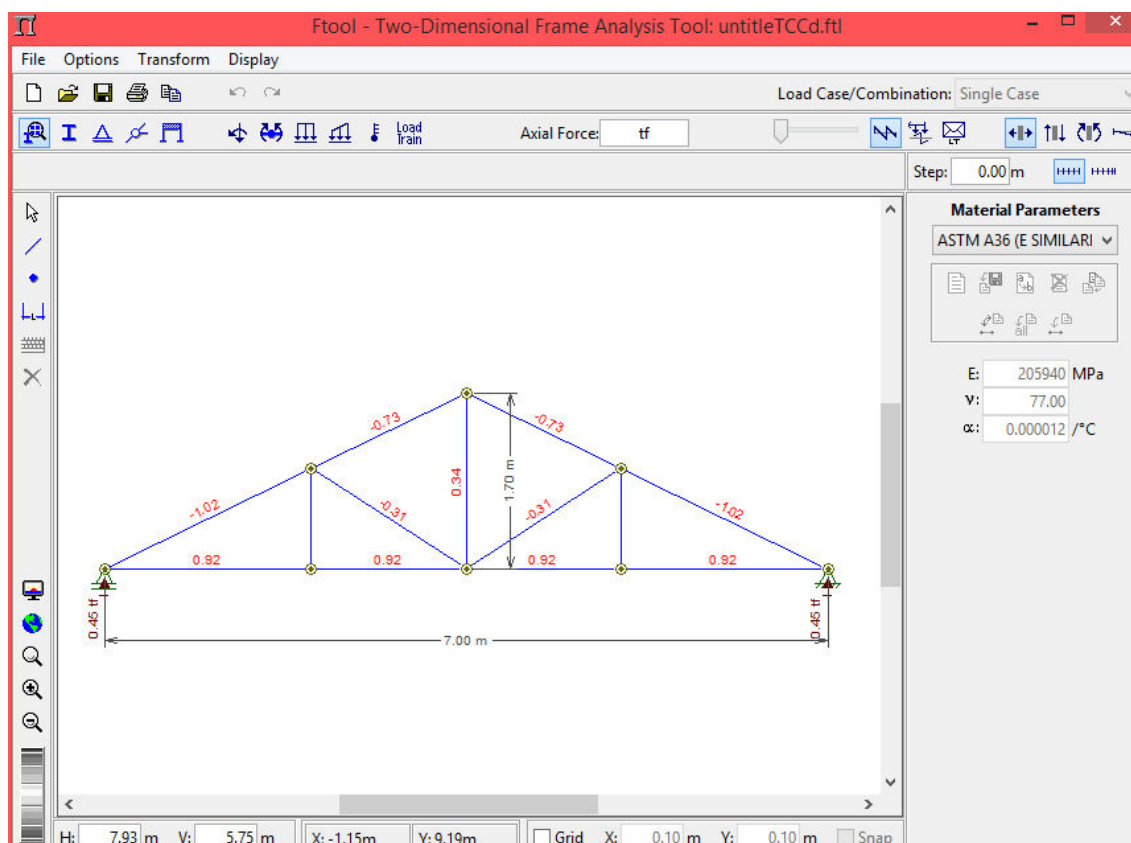
Está é a ultima etapa do projeto, e será descrita detalhadamente no próximo item (Item 4 ou Resultados e discussão) . Esta etapa consiste na elaboração final de todos os dados, nesta fase do projeto será discutido o comportamento mecânico da estrutura treliçada selecionada.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Utilizando do dimensionamento da treliça, escolha e dimensionamento das seções feito anteriormente, aplicou todos os resultados obtidos no software ftool com o intuito de determinar os esforços internos da estrutura escolhida e comparar os resultados analíticos com os resultados obtidos pelo programa.

A figura 25 mostra a treliça reproduzida no software ftool, está totalmente reproduzida, desde a escolha do material (aço), dimensionamento, cargas aplicadas, apoios e dimensionamento das seções. Já a tabela 07 mostra com detalhe os resultados obtidos pelo ftool dos esforços internos de cada uma das 13 barras da treliça. A primeira coluna da tabela retrata a numeração das barras, a segunda os esforços detalhado de cada membro em quilo-newton, e a terceira coluna da os esforços todos os membros já transformados em quilograma-força.

Figura 25– Treliça totalmente analisada pelo ftool.



Fonte – Retirada do ftool

Tabela 07– Resultados obtidos pelo FTOOL.

Barras	Força(KN)	Forças (kgf)
B1	-10,03	-1020
B2	+9,02	+920
B3	+9,02	+920
B4	0	0
B5	-3,04	-310
B6	-7,16	-730
B7	+3,33	+340
B8	-7,16	-730
B9	-3,04	-310
B10	+9,02	+920
B11	0	0
B12	-10,03	-1020
B13	+9,02	+920

Fonte – Elaborado pelo autor

4.1. Comparativo dos resultados bibliográficos com os resultados obtidos pelo software

Como pode perceber os valores dos esforços obtidos pela bibliografia Rebello (2005) e os obtidos pelo software ftool são muito próximos com diferenças quase imperceptíveis, essas diferenças ocorre por conta de aproximações no momento dos cálculos manuais ou ate mesmo por aproximações do programa.

Para finalizar pode-se dizer que análise da treliça foi feita corretamente, pois os resultados analíticos dos esforços internos (forças agindo nas barras) foram iguais os resultados gerados pelo ftool, com apenas algumas variações ocasionadas talvez por o uso de aproximações por parte do ftool.

5. CONCLUSÃO

Este projeto detalhou os tipos mais comuns de treliças existentes, os perfis mais utilizados em uma barra, como dimensionar uma seção e ainda aplicar os modelos de treliças em casos voltados para realidade.

O estudo do comportamento mecânico de uma treliça propiciou a implementação numérica de uma treliça no ftool, software que tem como função acelerar a análise de uma estrutura.

O projeto comparou os resultados analíticos dos esforços internos com os resultados obtidos pelo programa ftool. Por fim o trabalho constatou que os resultados obtidos nos dois processos, foram muito próximos, como apenas algumas variações ocasionadas por aproximações feitas nos cálculos analíticos ou por aproximações feitas pelo programa.

6. REFERÊNCIAS

FREITAS, W.; **Estruturas de Aço.** Disponível em: <www.infoescola.com/engenharia-civil/estruturas-de-aco/> Acesso em: 02 nov. 2014.

FAKURY, R. H. et all. **Sobre a recente norma brasileira de projeto de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto com perfis tubulares.** Disponível em: <<http://www.abcem.org.br/construmetal/2012/arquivos/Cont-tecnicas/21-Construmetal2012-Sobre-a-norma-brasileira-de-projeto-de-estruturas-de-aco.pdf>> Acesso em: 10 set. 2014.

GALÁN, M. Del C. L. **Treliças Planas e Espaciais.** Disponível em: <<http://www.trabalhosfeitos.com/ensaios/Treli%C3%A7as-Planas-e-Espaciais/53022458.html>> Acesso em: 05 nov. 2014.

HIBBELER, R. C.; **Estática: Mecânica para engenharia** / Tradução Daniel Vieira – 12ª Ed. – São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011.

HIBBELER, R. C.; **Resistência dos Materiais** / Tradução Arlete Simille Marques; Revisão técnica Sebastião Simões da Cunha Jr. – 7ª Ed. – São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

LAMAZ, W. Q.; **Medidores de Deformação.** Disponível em: <<http://www.mecatronicaatual.com.br/artigos/1094-medidores-de-deformao>> Acesso em: 15 de Agosto de 2013.

LEET, K. M. et al.; **Fundamentos da análise estrutural** / Tradução João Eduardo Nóbrega Tortello; Revisão técnica Pedro V. P. Mendonça – 3ª Ed. – Porto Alegre: AMGH, 2010.

MAGALHÃES, J. R. M. de; MALITE, M.; **Treliças metálicas espaciais: alguns aspectos relativos ao projeto e à construção.** Disponível em: <<http://www.set.eesc.usp.br/cadernos/pdf/cee4.pdf>> Acesso em: 05 de nov. 2014.

NETO, A. C.; **Estruturas metálicas I.** Disponível em: <http://www.acn.eng.br/imagens/downloads_acad/EM%20I.pdf> Acesso em: 15 nov. 2014.

PFEIL, W.; **Estruturas de aço: dimensionamento prático, segundo as normas brasileira.** 1ª Ed. – Rio de Janeiro: Livros Técnicos Científicos, 1977.

PFEIL, W.; PFEIL, M.; **Estruturas de aço: Dimensionamento Prático de Acordo com a NBR 8800:2008.** 8ª Ed. – Rio De Janeiro: LTC, 2009 (reimpressão 2010).

PINHEIRO, A. C. da F. B.; **Estruturas metálicas. Cálculos, detalhes, exercícios e projetos.** 2ª Ed. – São Paulo: Edgard Blücher, 2005.

SÜSSEKIND, J. C.; **Curso de análise estrutural 3.** 7ª Ed. – Rio de Janeiro: Globo, 1987.

SANTOS, E. D. A.; **Treliças.** Disponível em:<
<http://www.ebah.com.br/content/ABAAABHD0AC/resistencia-dos-materiais-trelicas-cisalhamento-torcao-flambagem>> Acesso em: 15 nov. 2014