

ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM UMA PLACA UTILIZANDO O MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

Everton Leandro de Lima Júnior

Resumo: O presente trabalho trata da análise de transferência de calor através de uma placa quadrada de tamanho genérico, com regime permanente e fluxo prescrito. Para alcançar esse objetivo utilizou-se métodos computacionais, como o Método dos Volumes Finitos, e também métodos numéricos para resolução de sistemas lineares, como o Método de Gauss-Jacobi. Através dessas ferramentas fez-se uma simulação que apresenta a variação do fluxo de calor na placa de estudo. Em um primeiro momento foi feito um estudo do fluxo de calor em apenas uma dimensão da placa, desenvolvendo a malha computacional, discretizando a equação da conservação da energia. Em seguida ampliou-se a análise para uma situação em duas dimensões, onde também desenvolveu-se a malha, um algoritmo que simulasse a situação, a equação da conservação da energia foi discretizada e foi feita uma análise dos resultados obtidos.

Palavras-chave: Método dos Volumes Finitos. Transferência de Calor. Métodos Numéricos.

1. INTRODUÇÃO

Sabe-se que a transferência de calor é um processo natural de praticamente qualquer operação no âmbito da engenharia que tenha como objetivo a conservação e produção de energia em seu funcionamento, como exemplos pode-se citar as caldeiras que operam em altas temperaturas, motores. Sendo assim, é de vital importância a análise dessa transferência de calor em objetos, máquinas, eixos, e tantos outros componentes utilizados na indústria, visando assim a evitar futuros problemas nas operações mecânicas. Problemas estes que podem causar prejuízos para a empresa em questão como também para a população através de acidentes.

Existem diferentes métodos de analisar e estudar a transferência de calor em um objeto, alguns métodos caros e complicados de serem colocados em prática, já outros mais simples, sendo necessário apenas um computador ou uma folha e uma caneta.

Dentro do primeiro método, que dependendo da situação seria o mais complicado e caro, o método experimental. Supõe-se a seguinte situação: analisar a transferência de calor em uma placa de 15 metros que será usada, por exemplo, em um avião. Seria algo extremamente caro e complicado para se fazer em um laboratório. Seria necessário construir um laboratório que coubesse primeiramente o objeto de estudo e os equipamentos utilizados para esse estudo. Sendo assim, a saída é buscar outros métodos que resolvam esse problema de forma mais simples e com um custo menor.

Para isso existem os outros dois métodos, que no decorrer do presente trabalho se complementarão, o método analítico e o método computacional.

Para o analítico, seria necessário apenas a realização literal de cálculos matemáticos através de determinadas equações. Método esse que não apresenta um alto custo, porém, a depender da situação, seria algo que demandaria um tempo considerável e estaria suscetível a erros humanos.

Por outro lado, o método que será utilizado no presente trabalho é o método computacional. Ou seja, através da criação de um algoritmo de programação será criada uma análise da transferência de calor em uma placa. Vale observar que o algoritmo foi desenvolvido baseado em uma placa quadrada, porém ele é totalmente aplicável a qualquer tipo de domínio bidimensional cartesiano retangular, basta para isso realizar algumas sutis alterações nas condições de contorno que guiam o algoritmo.

Outro ponto a ser destacado é que os métodos analítico e computacional estão intimamente ligados, na medida em que é essencial as equações do método analítico para a modelagem do algoritmo, ou seja, o desenvolvimento analítico que seria feito a mão será feito de forma mais rápida e precisa no computador. Sendo assim, inicialmente, será feita uma análise das equações matemáticas visando desenvolver um modelo matemático que traga um embasamento para as próximas etapas, ou seja, esse modelo matemático será a base do presente trabalho.

Mais à frente será demonstrado como esses métodos foram interligados.

Vale destacar que o presente trabalho está dividido em resumo, onde foi apresentado de forma sucinta uma descrição do que será discutido mais a frente; em seguida, a introdução que buscou trazer uma abertura do assunto; mais à frente o desenvolvimento, que está dividido em referencial teórico, uma breve explicação dos termos usados

no trabalho, e metodologia, que mostrará de forma bem detalhada a construção do algoritmo; mais a frente a conclusão, que busca trazer uma discussão final a respeito dos resultados obtidos; e por fim, as referências bibliográficas, onde estão apresentadas as fontes de embasamento.

2. DESENVOLVIMENTO

Primeiramente, é essencial ter conhecimento de certos termos físicos e matemáticos para que se tenha uma melhor compreensão do que será exposto mais à frente. Logo, nesse primeiro momento será apresentada uma breve revisão de alguns termos.

2.1. Transferência de Calor Por Condução

O primeiro termo a ser definido e que é base do presente trabalho, é o da transferência de calor, que consiste em: “Transferência de calor (ou Calor) é energia térmica em trânsito devido a uma diferença de temperatura no espaço.” [1]

Sendo assim, para que haja uma transferência de calor basta que exista uma diferença de temperatura entre dois meios.

Ainda dentro do assunto anterior de transferência de calor existem os seus modos, que podem ser: condução, convecção e radiação térmica.

Na condução, há uma transferência de energia das moléculas mais energéticas para as menos energéticas de uma substância devido as interações entre partículas [2].

Ou seja, as colisões entre as partículas acarretam uma transferência de energia entre elas, sempre da mais energética para a menos energética. Dessa forma, é gerado um gradiente de temperatura no meio em que essa energia está se propagando. Esse gradiente é mostrado na figura abaixo:

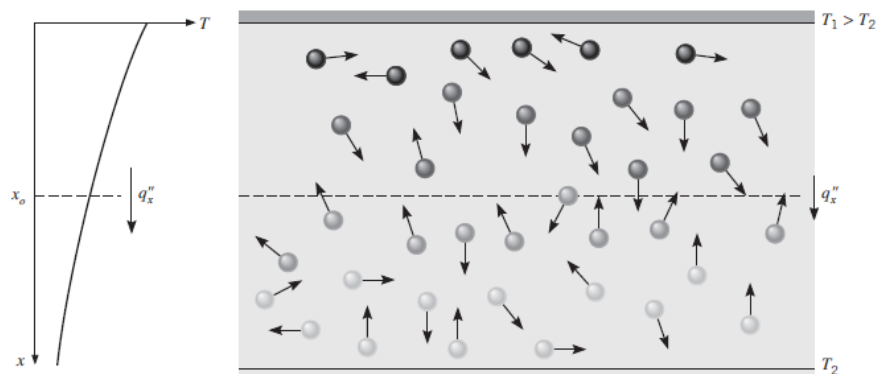


Figura 1. Associação da transferência de calor por condução à difusão de energia devido à atividade molecular (INCROPERA, 7ª Edição)

Dentre os exemplos desse tipo de transferência de calor, há o de um objeto que é imerso em um líquido quente. Existe então uma transferência de energia entre as moléculas mais energéticas do líquido para as moléculas menos energéticas do objeto [3].

Vale destacar que a transferência de calor pode ser quantificada através de equações que calculam a taxa de energia que é transferida por unidade de tempo. No caso da condução, a equação é conhecida como Lei de Fourier.

Então na situação de uma parede plana unidimensional que possui uma distribuição de temperatura $T(x)$, a equação do gradiente de temperatura é:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{L} \quad (1)$$

E logo abaixo, surge a equação do fluxo térmico:

$$q'' = -\frac{k \cdot dT}{dx} \quad (2)$$

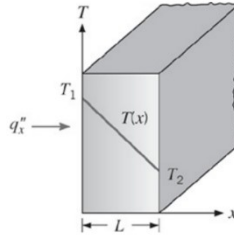


Figura 2. Transferência de calor unidimensional por condução em uma parede plana (INCROPERA, 7ª Edição)

Vale salientar que a equação (2) fornece o fluxo de calor por unidade de área, caso seja necessária a taxa de transferência de calor por condução multiplica-se a equação (2) pela área (A).

$$q = q'' \cdot A \quad (3)$$

2.2. Conservação da Energia

Um dos termos mais importantes para o presente trabalho, que inclusive a sua equação servirá de base para todo o desenvolvimento do trabalho, é o princípio da Conservação da Energia, que “exige que a transferência de energia líquida de ou para um sistema durante um processo seja igual à variação da energia contida no Sistema” [4].

Para expressar matematicamente esse termo utiliza-se a equação abaixo: [5]

$$\frac{\partial(\rho \cdot c_p \cdot T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot c_p \cdot V_i \cdot T) = \nabla \cdot (k \cdot \nabla T) + S_i \quad (4)$$

Vale uma breve explicação de cada termo da equação acima. Nota-se que ela é dividida em 4 termos da esquerda para a direita. O primeiro representa a propriedade que varia no tempo; o segundo, transferência de calor por advecção; o terceiro, transferência de calor por difusão; e o último, a geração de calor interna do objeto.

2.3. Modelos Matemáticos

Como foi descrito na introdução, existem três formas de se analisar uma situação: através de um experimento; de forma analítica e de forma computacional.

No presente caso a análise será feita de forma computacional, porém é necessário ter o auxílio de alguns métodos analíticos.

2.3.1. Método dos Volumes Finitos

Sabe-se que existem diversos métodos para se analisar o comportamento de um objeto submetido a uma determinada situação, porém, como foi dito no início do presente trabalho, será utilizado o Método dos Volumes Finitos (MVF). [6]

Esse método é largamente aplicado na área de mecânica dos fluidos desde os anos 50 e mais atualmente passou por melhorias.

Ele consiste em primeiramente decompor o domínio em volumes de controle. Ou seja, há um objeto que será analisado e então divide-se a sua geometria em vários volumes de controle como será mostrado na figura 2, onde existe uma placa e divide-se ela em 9 volumes de controle. Esses volumes também podem ser chamados de células, o seu conjunto de malha e a interseção entre as quinas de cada volume de nó.

Em seguida, é realizada a discretização da equação da conservação, no caso do presente trabalho, da equação da conservação da energia, de forma integral para cada volume de controle.

E por fim tem-se a resolução numérica das equações da conservação para cada volume.

2.3.2. Método de Gauss-Jacobi

Um dos passos do Método dos Volumes Finitos, no caso o passo final, é a resolução numérica das equações da conservação para cada volume de controle, para isso será usado o Método de Gauss-Jacobi. Este método consiste em com base nas equações do sistema linear criar equações de iteração que serão usadas para encontrar o conjunto solução do sistema. [7]

Para uma melhor compreensão tem-se o sistema linear mostrado abaixo:

$$\begin{aligned}a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 &= b_1 \\a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 &= b_2 \\a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 &= b_3\end{aligned}$$

Pode-se definir uma equação de iteração para o x_1 da seguinte forma:

$$x_1 = \frac{b_1 - a_{12} \cdot x_2 - a_{13} \cdot x_3}{a_{11}} \quad (5)$$

O mesmo pode ser feito para todas as outras variáveis, formando assim uma equação iterativa para cada uma.

O próximo passo do método é definir uma solução inicial. Nesse caso, a solução inicial não possui uma regra para a sua definição, pode-se definir qualquer solução, mas para o presente trabalho, como será mostrado mais a frente, definiu-se a solução inicial como sendo o vetor nulo.

Depois disso realiza-se as iterações, ou seja, coloca-se a solução inicial nas equações de iteração que foram definidas, acha-se uma nova solução e depois itera-se essa solução novamente nas equações de iteração até que a solução atenda aos critérios de parada. Mais à frente será mostrado os critérios de parada utilizados.

Vale ainda fazer uma breve análise da velocidade de convergência desse método.

Perceba que as variáveis são atualizadas apenas ao terminar a iteração atual por completo, diferente, por exemplo, do método de Gauss-Seidel, que atualiza as variáveis durante a iteração. Ou seja, nesse último método ao obter a primeira solução para x_1 já utiliza-se esse novo valor de x_1 na iteração de x_2 , e no momento de fazer a iteração em x_3 utiliza-se os valores atualizados de x_1 e x_2 . Isso gera uma convergência mais rápida no método de Gauss-Seidel. Porém, vale destacar que este método é mais complexo de ser implementado computacionalmente que o de Gauss-Jacobi e que foi escolhido este último apenas por conveniência.

2.4. Metodologia

Como já foi mencionado anteriormente o objetivo do presente trabalho é criar um algoritmo que apresente como está sendo a transferência de calor em uma placa. Então primeiramente faz-se uma análise matemática da situação, isto é, define-se a equação que guiará as próximas etapas. A equação em questão é a equação da conservação da energia, que está apresentada logo abaixo:

$$\frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial t} + \nabla(\rho C_p V_i T) = \nabla(k \nabla T) + S_i \quad (6)$$

Precisa-se definir algumas considerações iniciais sobre essa equação. Primeiro que está sendo tratado de um caso em que o regime é permanente, ou seja, as propriedades não variam com o tempo. Sendo assim, deve-se desconsiderar os termos que representam propriedades variando no tempo, isto é, o primeiro termo. Também não está sendo considerado os termos advectivos, pois a situação é puramente difusiva, logo o segundo termo também pode ser desprezado.

E por último, não há calor sendo gerado de dentro da placa, logo o último termo (S_i) pode ser desconsiderado também.

Sendo assim, surge a seguinte equação final:

$$0 = \nabla(k \nabla T) \quad (7)$$

O k pode sair da equação, restando apenas:

$$0 = \nabla(\nabla T) \quad (8)$$

Sendo assim, para uma situação bidimensional, tem-se:

$$0 = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (9)$$

A próxima etapa é a criação da malha na placa, ou seja, definir os volumes de controle. Para isso criou-se uma placa quadrada e dividiu-a em 9 volumes de controle, que são as regiões de interesse do presente caso, como mostrado na figura abaixo:

7	8	9
4	5	6
1	2	3

Figura 3. Malha 2D para uma placa quadrada (Autoria Própria)

Como o objetivo é analisar o fluxo de calor em duas dimensões definiu-se uma malha de 9 células.

Vale observar ainda que essa malha possui duas regiões distintas, que são: as regiões centrais e as regiões de fronteiras. Como região central tem-se a célula 5, as outras são de fronteira.

Outro ponto a ser observado é que com essa análise surgirá um problema, que será resolver a seguinte situação abaixo:

$$[A][T] = [B] \quad (10)$$

Onde A representa a matriz dos coeficientes, T é a variável de interesse e B representa o vetor dos termos independentes, onde estão aplicadas as condições de contorno.

Perceba que essa situação gerará um sistema de equações lineares e que para resolver ele utilizou-se um método numérico, no caso Gauss-Jacobi.

Então o objetivo seguinte é definir a matriz A e o vetor B, pois o vetor T será a solução da equação (10). Para isso faz-se primeiramente uma matriz que defina A matematicamente, ou seja, no papel, em seguida um algoritmo que a reproduza.

Matematicamente tem-se a seguinte matriz para A:

$$A = \begin{bmatrix} A_p & A_e & 0 & A_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_w & A_p & A_e & 0 & A_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_w & A_p & 0 & 0 & A_n & 0 & 0 & 0 \\ A_s & 0 & 0 & A_p & A_e & 0 & A_n & 0 & 0 \\ 0 & A_s & 0 & A_w & A_p & A_e & 0 & A_n & 0 \\ 0 & 0 & A_s & 0 & A_w & A_p & 0 & 0 & A_n \\ 0 & 0 & 0 & A_s & 0 & 0 & A_p & A_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_s & 0 & A_w & A_p & A_e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_s & 0 & A_w & A_p \end{bmatrix}$$

Figura 4. Matriz A (Autoria Própria)

A equação geral é:

$$\begin{bmatrix} A_p & A_e & 0 & A_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_w & A_p & A_e & 0 & A_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_w & A_p & 0 & 0 & A_n & 0 & 0 & 0 \\ A_s & 0 & 0 & A_p & A_e & 0 & A_n & 0 & 0 \\ 0 & A_s & 0 & A_w & A_p & A_e & 0 & A_n & 0 \\ 0 & 0 & A_s & 0 & A_w & A_p & 0 & 0 & A_n \\ 0 & 0 & 0 & A_s & 0 & 0 & A_p & A_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_s & 0 & A_w & A_p & A_e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_s & 0 & A_w & A_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ T_7 \\ T_8 \\ T_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \\ B_7 \\ B_8 \\ B_9 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Perceba que cada linha de cima para baixo da matriz e dos vetores representam uma célula da malha, ou seja, linha 1 é a célula 1, linha 2 a célula 2, e assim por diante. Torna-se nítido que tem-se novos termos para analisar, que são o A_p , A_n , A_e , A_w , A_s e os termos presentes em B. Matematicamente falando os primeiros termos são os coeficientes da matriz A, já os últimos são os termos independentes. Esses termos surgiram com a discretização da conservação da energia em cada célula, ou seja, ao fazer o balanço de energia e discretização da equação da conservação da energia em cada volume adquiriu-se esses termos. Vale destacar ainda que os volumes dependem uns dos outros, ou seja, o volume 4, por exemplo, influencia no balanço de energia do volume 5. Pode-se visualizar isso na figura abaixo:

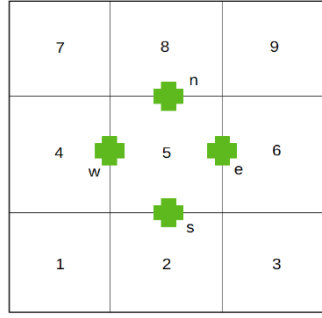


Figura 5. Balanço de energia para o volume 5 (Autoria Própria)

Então, em seguida faz-se o balanço de energia para o volume 5 e a mesma ideia se aplica aos demais, com exceção dos 7, 8 e 9, que possuirão o termo de fluxo de calor. Primeiramente, apresenta-se abaixo a discretização para o 5 e posteriormente para o 7, que será a mesma ideia para o 8 e o 9.

Sendo assim, é necessário ter a equação da conservação da energia bidimensional. Logo, tem-se a equação (5):

$$0 = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (12)$$

O próximo passo é integrar essa equação em x e em y: [8]

$$0 = \int \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \int \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (13)$$

Logo:

$$0 = \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \cdot \Delta y + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_s \cdot \Delta x \quad (14)$$

Para o volume 5 surge a seguinte equação:

$$0 = \frac{(T_e - T_p)}{\Delta x} \cdot \Delta y - \frac{(T_p - T_w)}{\Delta x} \cdot \Delta y + \frac{(T_n - T_p)}{\Delta y} \cdot \Delta x - \frac{(T_p - T_s)}{\Delta y} \cdot \Delta x \quad (15)$$

Rearranjando e isolando os termos com T_p , tem-se:

$$\left(\frac{2 \cdot \Delta y}{\Delta x} + \frac{2 \cdot \Delta x}{\Delta y} \right) \cdot T_p = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot T_e + \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot T_w + \frac{\Delta x}{\Delta y} \cdot T_n + \frac{\Delta x}{\Delta y} \cdot T_s \quad (16)$$

Logo, o termo que acompanha o T_p será o coeficiente A_p , o que acompanha o T_e será o A_e , e assim sucessivamente.

Para os volumes superiores (7, 8 e 9) surge uma certa variação, pois agora tem-se um fluxo de calor entrando na placa. Logo, novos termos aparecerão nos coeficientes.

A ideia para encontrar esses coeficientes é a mesma em todos os volumes, ou seja, faz-se o balanço de energia utilizando a equação da conservação da energia. Logo, não é necessário demonstrar para todos os volumes, mas em relação ao 7, 8 e 9, precisa-se ter em mente a equação da taxa de transferência de calor por condução, equação (3), logo:

$$q = q'' \cdot A = \frac{k \cdot A \cdot (\Delta T)}{L} \quad (17)$$

Tendo essas ferramentas, os coeficientes para o volume 7 são:

$$A_p = \frac{3 \cdot \Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (18)$$

$$A_e = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (19)$$

$$A_s = \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (20)$$

E como condição de contorno:

$$B_7 = \frac{2 \cdot \Delta y \cdot T_{fw}}{\Delta x} + \frac{q \cdot \Delta x}{(k \cdot A)} \quad (21)$$

Outro ponto a ser analisado nos volumes 7, 8 e 9, é o fluxo de calor (q). Como está sendo analisada uma placa onde o fluxo de calor é na fronteira superior, então esse termo “q” só aparecerá nos volumes superiores, ou seja, 7, 8 e 9.

Lembre-se que inicialmente falou-se que o método computacional trabalha lado a lado do método analítico, ou seja, utiliza-se a matriz A e o vetor B apresentados acima para criar um algoritmo que os represente virtualmente.

O algoritmo criado está apresentado abaixo:

Declare

Lx	(Comprimento da placa em x)
Ly	(Comprimento da placa em y)
Lz	(Comprimento da placa em z)
nx	(Número de células em x)
ny	(Número de células em y)
nz	(Número de células em z)
nTotal	(Número total de células)
delx	(Dimensão das células em x)
dely	(Dimensão das células em y)
alfa	(Coeficiente de difusividade térmica)
delt	(Variação do tempo)
CoefA matrix2D	(Matriz A)
CoefB	(Matriz B)
T	(Matriz T)
Tfe	(Temperatura na fronteira direita da placa)
Tfw	(Temperatura na fronteira esquerda da placa)
Tfs	(Temperatura na fronteira sul da placa)
q	(Fluxo de calor)
k	(Condutividade térmica do material)
A	(Área de entrada do fluxo)

Leia lx, ly, nx, ny, nTotal, delx, dely, alfa, delt

Para j de 1 até ny faça

Para i de 1 até nx faça

A

Para j de 1 até ny faça

Para i de 1 até nx faça

B

Leia A e B

T ← Resolve (A, B)

(Resolução do sistema através do método de Gauss-Jacobi)

Vale fazer algumas explicações sobre esse algoritmo.

Primeiro definiu-se alguns termos, como as dimensões da placa, número de volumes de controle em x e em y, o tamanho desses volumes de controle, coeficiente de difusividade térmica, variação no tempo, a inicialização da matriz A, do vetor T e do vetor B, as temperaturas das fronteiras esquerda, direita e sul, o fluxo de calor, condutividade térmica do material e a área de entrada do fluxo de calor.

Em seguida, com base na equação (11) montou-se o algoritmo que gera a matriz A e o vetor B. Feito o algoritmo preencheu-se as lacunas que faltavam, ou seja, os coeficientes de A e as condições de contorno de B.

Nota-se que resta apenas um método numérico que resolva o problema da equação (11) para encontrar os valores das temperaturas. Para isso criou-se uma outra parte do algoritmo que resolve o sistema linear pelo método de Gauss-Jacobi.

E por último, colocou-se, no final do algoritmo, uma parte dedicada a plotagem da imagem trazendo os resultados de forma mais visual.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Finalizado o algoritmo agora precisa-se executá-lo para assim obter os resultados. Primeiramente, o algoritmo foi executado para as seguintes condições de contorno:

Condições de Contorno	
Termos	Valores
Largura da placa	1 m
Altura da placa	1 m
Espessura	1 m
N° de volumes de controle em x	3
N° de volumes de controle em y	3
N° de volumes de controle em z	1
Temperatura fronteira esquerda	0° C
Temperatura fronteira direita	0° C
Temperatura fronteira sul	0° C
Fluxo térmico	100 W
Coefficiente de condutividade térmica	51.9 W/mK

Figura 6. Condições de contorno para a primeira simulação para um aço SAE 1020 (Autoria Própria)

Após a execução obteve-se o seguinte resultado:

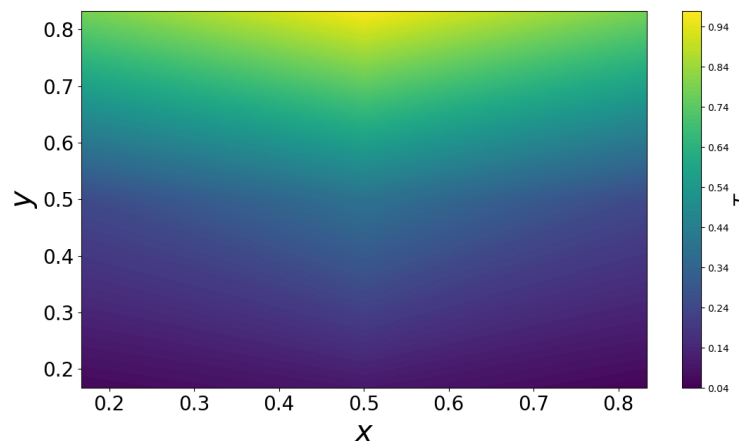


Figura 7. Primeira simulação (Autoria Própria).

Pode-se fazer uma análise dessa Figura 7 e retirar inúmeras informações dela.

Na figura 7 tem-se duas imagens: uma central que representa a localização na placa e a outra, à direita, que representa o valor de temperatura.

Analisando a figura central tem-se dois eixos perpendiculares. O eixo horizontal representa os valores em x , percebe-se que a origem está à esquerda dele, ou seja, da esquerda para a direita ele aumenta, no caso a variação na escala é de 0.1 m . Já o eixo vertical está representando a posição em y , percebe-se que ele cresce de baixo para cima a uma variação na sua escala de 0.1 m .

A segunda imagem, como foi dito anteriormente, representa os valores de temperatura. Vale destacar que a imagem central também representa as temperaturas, porém, não de forma quantitativa, ou seja, apenas é apresentado os lugares em que o fluxo está maior ou menor, mas não tem-se acesso ao seu valor de temperatura. Já na imagem da direita existem esses dados. Perceba que ela inicia com uma temperatura de 0.95°C na região superior da placa e decresce até 0.05°C na região inferior. Mais uma vez mostrando que o fluxo de calor é de cima para baixo, ou seja, o calor está sendo inserido na placa na região superior e se propagando por ela.

Vale destacar que pode-se gerar esse gradiente de temperatura para uma placa maior ou menor, retangular, com dimensões de largura e comprimento distintas. Bastando para isso alterar os dados inseridos em suas constantes, como foi mostrado na metodologia.

Um ponto interessante a ser destacado é os valores que foram colocados nas constantes do algoritmo para gerar a figura 7. Nessa situação tem-se uma placa de $1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m}$, com 3 volumes de controle em x e em y , 1 volume de controle em z , coeficiente de difusividade térmica igual a $1\text{ m}^2/\text{s}$, temperaturas das fronteiras iguais a 0°C , fluxo de calor igual 100 W e condutividade térmica igual a $51.9\text{ W/m} \cdot \text{K}$ (condutividade térmica de um aço SAE 1020) [9].

Em seguida, modificou-se alguns dos valores das constantes para que pudesse ser analisada algum tipo de alteração nos resultados. No caso, modificou-se os valores de n_x e n_y , colocando 50 para cada um.

Todos as condições de contorno estão apresentadas abaixo:

Condições de Contorno	
Termos	Valores
Largura da placa	1 m
Altura da placa	1 m
Espessura	1 m
N° de volumes de controle em x	50
N° de volumes de controle em y	50
N° de volumes de controle em z	1
Temperatura fronteira esquerda	0°C
Temperatura fronteira direita	0°C
Temperatura fronteira sul	0°C
Fluxo térmico	100 W
Coeficiente de condutividade térmica	51.9 W/mK

Figura 8. Condições de contorno para a segunda simulação para um aço SAE 1020 (Autoria Própria)

O resultado está apresentado na figura abaixo:

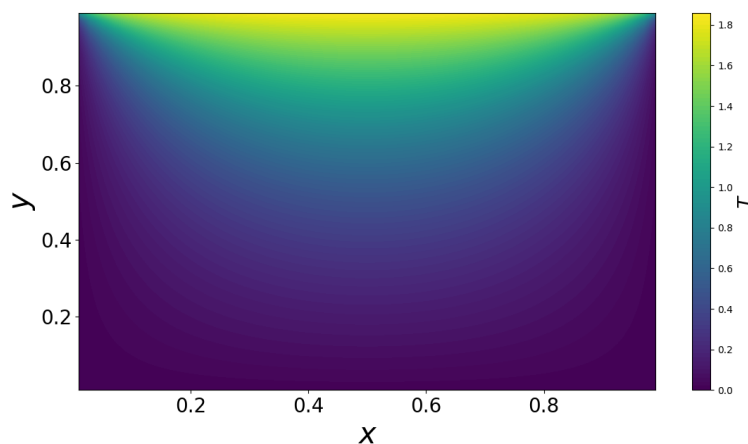


Figura 9. Segunda simulação (Autoria Própria)

Perceba que os valores de temperatura estão maiores, isso se deve ao maior detalhamento da malha. Antes tinha-se uma malha 3×3 , agora ela é 50×50 , logo tem-se mais informações sobre a situação. Note também que o menor valor de temperatura obtido na figura 6 foi de 0.05°C e que nessa figura 7 obteve-se valor igual a 0.0°C . Isso é mais um fator que prova o aumento de detalhes e consequentemente uma maior precisão e veracidade dos dados obtidos.

Se continuar a aumentar o detalhamento da malha consegue-se cada vez mais um nível maior de precisão e veracidade, porque como foi explicado anteriormente tem-se mais detalhes, ou seja, mais informações sobre cada região da placa.

Uma outra situação que pode ser estudada é variar o valor da condutividade térmica do material. Nas duas situações anteriores analisou-se a transferência de calor para um aço SAE 1020, agora analisa-se para uma liga de cobre (11000), onde sua condutividade térmica é de $388 \text{ W/m} \cdot \text{K}$.

As condições de contorno podem ser vistas na figura abaixo:

Condições de Contorno	
Termos	Valores
Largura da placa	1 m
Altura da placa	1 m
Espessura	1 m
N° de volumes de controle em x	50
N° de volumes de controle em y	50
N° de volumes de controle em z	1
Temperatura fronteira esquerda	0°C
Temperatura fronteira direita	0°C
Temperatura fronteira sul	0°C
Fluxo térmico	100 W
Coefficiente de condutividade térmica	388 W/mK

Figura 10. Condições de contorno para a terceira simulação para o cobre (Autoria Própria)

A figura abaixo mostra o resultado:

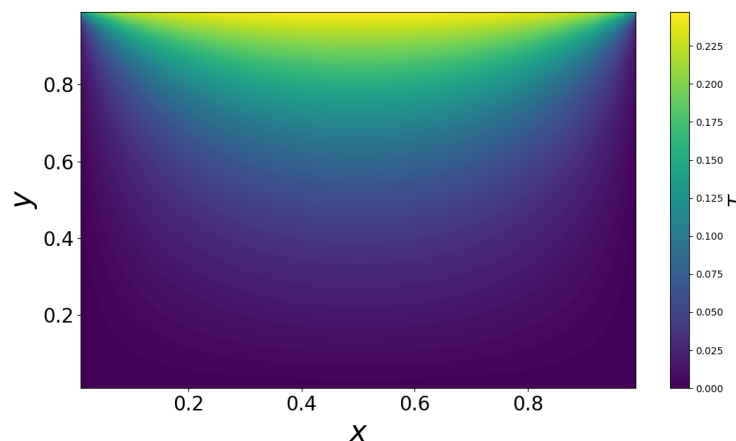


Figura 11. Terceira simulação (Autoria Própria)

Perceba que na figura 11 tem-se uma grande alteração dos resultados. A temperatura máxima foi de 0.225°C , ou seja, tem-se uma temperatura menor quando aumenta-se o valor da condutividade térmica (k). Isso se deve ao fato de na discretização da equação da conservação da energia para os volumes 7, 8 e 9 o termo da condutividade térmica manteve-se no denominador das frações existentes nas equações das condições de contorno em B. Esse fato está melhor demonstrado na equação (21).

Lembre-se que definiu-se a temperatura da fronteira esquerda (T_{fw}) como sendo 0, logo o primeiro termo da equação depois da igualdade é zerado. Sendo assim, no volume 7, 8 e 9, caso o valor de k seja elevado haverá uma diminuição dos valores de B7, B8 e B9, alterando-se assim os valores das temperaturas desses volumes.

4. CONCLUSÃO

Pode-se concluir que essa ferramenta desenvolvida no presente trabalho é de grande utilidade na área da engenharia, principalmente em situações de peças submetidas a altas temperaturas, pois assim pode-se prever o comportamento da mesma em sua atuação antes mesmo de colocá-la em atividade. Ou seja, não precisa-se gastar dinheiro construindo a peça, colocando-a em serviço para analisar como ela reagirá àquela situação, basta modelá-

la em um software e tem-se essa simulação em um lugar que não trará riscos para os operadores ou riscos econômicos para a empresa.

Sendo assim, pode-se modelar a peça de interesse em um software de programação e com a simulação obter os dados de que necessita-se para o projeto. Vale ainda lembrar que pode-se fazer isso para qualquer tipo de peça ou situação exigida, bastando modificar determinados termos do algoritmo, pois ele está pronto para ser usado em uma placa quadrada ou retangular. E por fim, precisa-se ter em mente que a quantidade de informações obtidas é proporcional a quantidade de detalhamento da simulação.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] INCROPERA, F. P. et al. Fundamentos de Transferência de Calor e Massa, 7º edição. Rio de Janeiro, 2014.
- [2] ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J.: Transferência de Calor e Massa. 4ª edição. São Paulo: Mc GrawHill, 2009, 928p.
- [3] INCROPERA, F. P. et al. Fundamentos de Transferência de Calor e Massa, 7º edição. Rio de Janeiro, 2014.
- [4] ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. Mecânica dos Fluidos: Fundamentos e Aplicações. 3º edição. Porto Alegre: Mc Graw-Hill, 2015, 1016p.
- [5] MOUKALLED, F. et al. The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction With OpenFOAM and Matlab. Springer International Publishing, 2016. V. 113.
- [6] MALISKA, C. R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. 2º edição ver. e ampliada. Rio de Janeiro: LTC, 2017.
- [7] FRANCO, N. M. B. Cálculo Numérico. 1º edição. São Paulo: Prentice Hall, 2010.
- [8] ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. Equações Diferenciais vol. 1. Ed. Pearson, 2001.
- [9] CALLISTER, WILLIAM D. JR. Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução. Rio de Janeiro, RJ. Editora LTC. 2007.