

DETERMINAÇÃO DAS REAÇÕES DE APOIO E DO DIAGRAMA DE CORPO LIVRE PARA UMA VIGA BIAPOIADA POR MEIO DE UM PROGRAMA COMPUTACIONAL

Matheus Ananias de Moraes¹, Filipe Lima dos Santos², Matheus da Silva Menezes³

¹ Graduando do Curso Bacharelado em Ciência e Tecnologia, UFRSA, Mossoró – Rio Grande do Norte.

E-mail: ananiasmatheus@hotmail.com

² Professor - UFRSA, Mossoró – Rio Grande do Norte. E-mail: felipelima.f9@hotmail.com

³ Professor Doutor - UFRSA, Mossoró – Rio Grande do Norte. E-mail: matheus@ufrsa.edu.br

Resumo: O trabalho o qual se trata esse artigo consiste na criação de uma ferramenta computacional, desenvolvida em *MatLab*[®], com o intuito de auxiliar na determinação dos valores das reações de apoio de uma viga simplesmente apoiada. Por meio do programa desenvolvido é possível analisar uma estrutura horizontal com esforços verticais, momentos pontuais e carregamentos distribuídos com formato trapezoidal ao longo da viga, de modo que a quantidade de tais elementos seja ditada pelo usuário em questão. Ao final da execução serão exibidos na janela de comando do software os valores de ambas as forças necessárias para manter a viga estática. Também será possível a visualização do Diagrama de Corpo Livre da estrutura descrita ao programa, por meio de uma função de plotagem gráfica, de modo que seja possível verificar se o modelo que se pretende estudar está de acordo com o que foi processado virtualmente. A tecnologia se mostrou eficaz na resolução de casos condizentes com suas limitações, ao mesmo tempo em que demonstra ser uma alternativa mais rápida e prática para a execução de suas tarefas quando comparado com métodos manuais de resolução de problemas.

Palavras-chave: Diagrama de corpo livre. Viga biapoiada. Reações de apoio. *MatLab*[®].

1. INTRODUÇÃO

Uma tarefa importante para o projeto de uma edificação é o dimensionamento dos pilares que fazem parte da obra. Segundo Hibbeler [1], a escolha de suas dimensões deve levar em conta as intensidades das cargas que nela atuam. Cargas essas que são providas do peso da própria coluna e das reações oriundas da(s) viga(s) por ela suportada(s). Essas forças geram tensões na estrutura, e o conhecimento delas auxilia para o projeto consciente e seguro. Caso ocorra o mau dimensionamento da estrutura, ela pode vir a falhar, e uma falha comumente conhecida é a chamada “flambagem”, que ocorre quando as forças externas se mostram maiores do que a carga crítica da peça.

Considerando o caso de uma viga biapoiada, onde a peça é mantida por dois pilares localizados em cada uma de suas extremidades, a tensão normal nos pilares é proporcional à intensidade dos carregamentos dispostos na viga. E, visto que essa tensão, para as colunas, se mostra preponderante em relação às demais, a análise destes carregamentos deve ser levada em conta.

O presente artigo teve por finalidade a obtenção de um programa computacional, alcançado através do software *Matlab*[®]. Seu objetivo é o cálculo e demonstração dos valores das forças das reações de apoio para uma viga biapoiada, assim como a expressa imagem gráfica do diagrama de corpo livre (DCL), de modo que o usuário possa conferir se a estrutura a qual ele deseja analisar está de acordo com a processada pelo programa. Para tanto, é necessário que a estrutura informada seja uma viga de primeiro gênero (biapoiada) com tantas forças pontuais verticais, carregamentos trapezoidais verticais e momentos pontuais quanto o usuário determinar.

2. METODOLOGIA

2.1. Visão geral

Em seu livro - Resistência dos materiais -, Hibbeler [1] divide os tipos de vigas em três gêneros. O primeiro se refere a uma estrutura apoiada por dois suportes, cada qual localizado em uma das extremidades da viga, a qual é denominada “viga simplesmente apoiada”. O segundo se diferencia apenas pelo fato de que seus apoios podem estar situados em outro ponto da viga que não sejam suas extremidades. No terceiro caso, a viga não se encontra sobre apoios, e sim engastada em uma de suas extremidades. Seguem exemplos desses três gêneros.

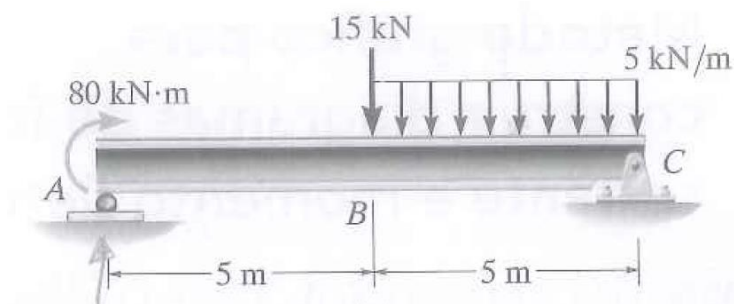


Figura 1. Viga simplesmente apoiada. (R. C. Hibbeler)

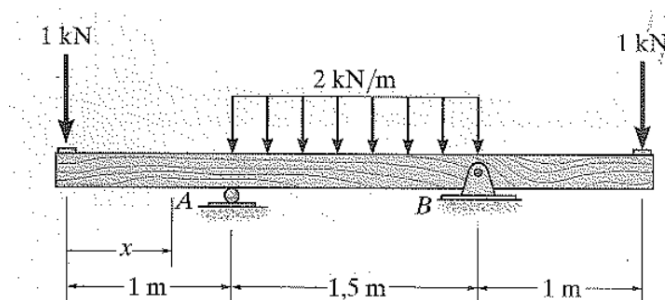


Figura 2. Viga com ambas as extremidades em balanço. (R. C. Hibbeler)

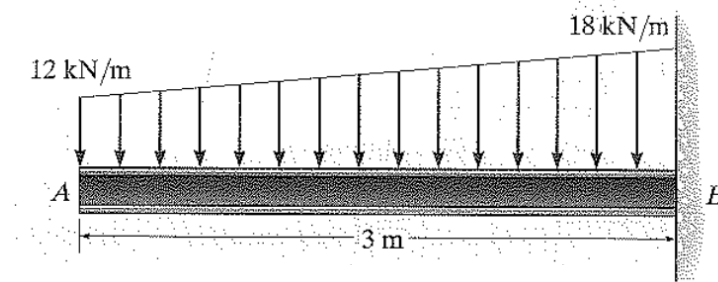


Figura 3. Viga engastada em uma de suas extremidades. (R. C. Hibbeler)

Este trabalho se direciona a análise de vigas simplesmente apoiadas, considerando o ponto “A” como o local de encontro da viga com o apoio situado mais a esquerda da figura, e o ponto “B” o local de encontro da viga com o apoio situado mais a direita, representado como o ponto “C” na Figura 1.

2.2. O Matlab®

A escolha do Matlab® como ferramenta de programação para o desenvolvimento desse projeto se deu pela sua linguagem simples e fácil manuseio quando comparado com outras mais antigas, como C++ ou Java. De acordo com Matsumoto [2], o *software* utilizado neste trabalho é adotado como ferramenta padrão de desenvolvimento pelas principais universidades e empresas, contando com mais de um milhão de usuários no mundo. A autora ainda cita algumas universidades brasileiras que fazem parte desse grupo, como USP, UNICAMP e ITA.

2.3. As unidades

As unidades de distância, força e momento utilizadas no programa respeitam as Unidades do Sistema Internacional (SI). Para a entrada dos dados, o usuário deverá se direcionar ao fato de que os valores de distâncias exigidos deverão ser oferecidos em metros (m); as forças, em kilonewton (kN); os momentos, em kN×m. Ao final da execução, os resultados do processamento dos dados serão explicitados respeitando estas mesmas unidades.

2.4. Os algoritmos

Para a execução do programa é necessário que o usuário exponha uma série de dados acerca da estrutura a ser analisada. Por conta disso, ao iniciar a atividade serão feitas algumas perguntas que o usuário deve responder de forma quantitativa, de modo que essas variáveis sejam processadas e convertidas nas informações desejadas.

2.4.1. Da viga

A primeira informação requerida pelo programa diz respeito ao comprimento da viga, que deve ser um numeral maior que zero. Esse dado será atribuído a uma variável denominada “comprimento”. Caso o usuário insira um numeral menor ou igual a zero, o programa apresentará um alerta informando que o dado apresentado não está de acordo e solicitará, novamente, o valor do comprimento da viga.

A imagem se dará através de uma função de plotagem capaz de representar a área de uma função ou, como é o caso, de segmento. Os pontos definidos para esse caso estão representados pelas Equações (1) e (2). A Figura 4 mostra a execução do programa para uma viga de comprimento igual a 5 metros.

$$Y = \left(\frac{-\text{comprimento}}{20}, \frac{-\text{comprimento}}{20} \right) \quad (1)$$

$$X = (0, \text{comprimento}) \quad (2)$$

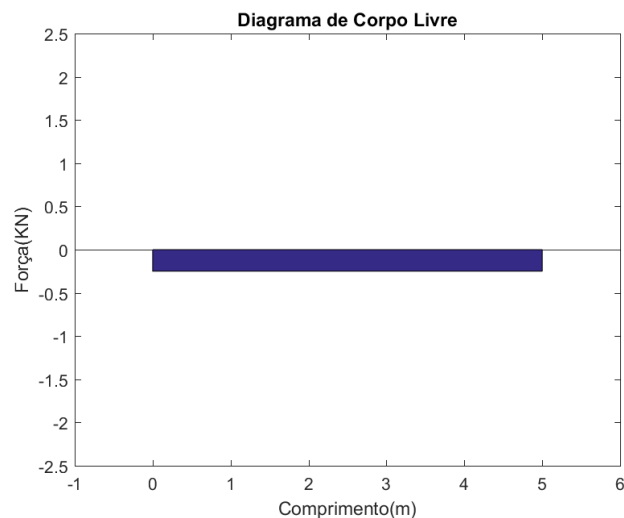


Figura 4. Plotagem da figura da viga. (Autoria própria)

2.4.2. Das cargas pontuais

Nesse caso, tal como em outros abordados a seguir, foi utilizado um sistema de repetição, no qual é perguntado ao usuário o número de cargas pontuais presentes na estrutura (n). A partir daí, deverão ser informadas as intensidades das cargas (Int_F_Pont) e suas respectivas distâncias horizontais do ponto “A” (D_F_Pont). Caso uma distância seja menor que zero ou maior que o comprimento da viga, o programa acusará erro e exigirá nova distância.

Os dados serão armazenados em duas matrizes - uma contendo todas as intensidades das cargas e outra contendo as respectivas distâncias -, as quais serão plotadas ao final da execução do programa, respeitando as Equações (3) e (4). Para tanto, a Figura 5 traz a representação de três cargas pontuais com diferentes módulos de intensidade e localizados em pontos distintos da estrutura.

$$Y = \{[0, \text{Int_F_Pont}_1], [0, \text{Int_F_Pont}_2], \dots, [0, \text{Int_F_Pont}_n]\} \quad (3)$$

$$X = \{[D_F_Pont_1, D_F_Pont_1], [D_F_Pont_2, D_F_Pont_2], \dots, [D_F_Pont_n, D_F_Pont_n]\} \quad (4)$$

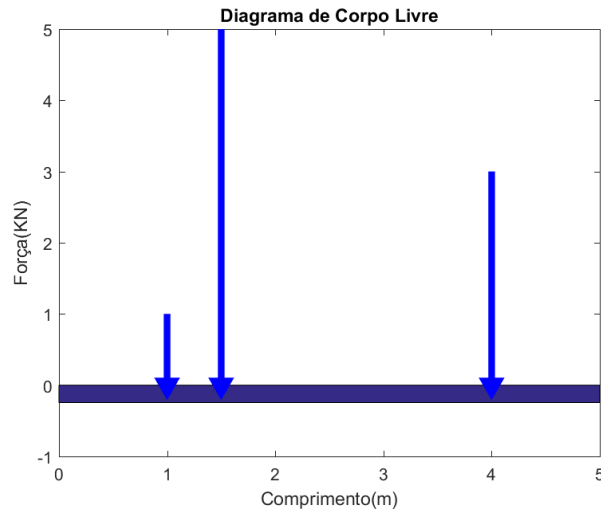


Figura 5. Plotagem da figura das cargas pontuais. (Autoria própria)

2.4.3. Dos carregamentos distribuídos

Caso a estrutura apresente um ou mais carregamentos distribuídos ao longo de seu eixo, deve ser informada, tal como o caso das cargas pontuais, qual a quantidade de tais carregamentos (n), para que seja possível a utilização do sistema de repetição.

Logo após, serão requeridas algumas informações: a intensidade da carga no ponto mais próximo e no mais afastado da extremidade “A” (W_1 e W_2 , respectivamente), e a distância entre o carregamento e ponto “A” (D_Car), bem como seu comprimento (H_Car).

Para o caso em que haja apenas um carregamento, a equação que foi utilizada para a plotagem da figura no diagrama de corpo livre é representada por “Y”, delimitada pelo intervalo “X”, tal como mostrado nas equações (5) e (6) respectivamente.

$$Y = \left(\frac{W_1 - W_2}{H_Car} \right) \times X + \left[W_1 - \left(\frac{W_1 - W_2}{H_Car} \right) \times D_Car \right] \quad (5)$$

$$X = [D_Car, D_Car + H_Car] \quad (6)$$

Sendo identificada alguma incoerência de dados, esse acontecimento será mostrado ao usuário que deverá repetir os dados inseridos. Incoerências como: “ D_Car ” menor que zero ou “ D_Car ” somado com “ H_Car ” maior que o comprimento da viga.

Existindo mais de um carregamento, o sistema de repetição gerará duas matrizes: uma composta pela união das equações que representam o comportamento linear das cargas (matriz “Y”), e outra composta pelos intervalos numéricos em que tais equações deverão ser expostas (matriz “X”), onde para cada caso unitário de Y e X foram utilizadas as Equações (7) e (8), respectivamente.

$$Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \quad (7)$$

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (8)$$

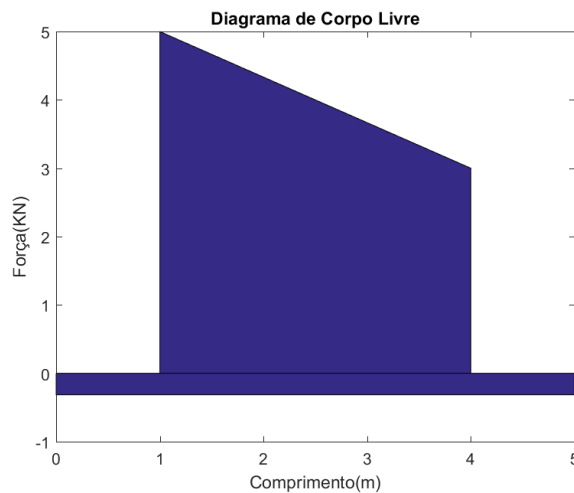


Figura 6. Plotagem da figura do carregamento distribuídos. (Autoria própria)

2.4.4. Dos momentos

O raciocínio para aplicar os momentos concentrados que por ventura venham a compor a viga foi semelhante ao adotado nos demais casos anteriormente abordados: Um sistema de repetição simples levando em conta quantos momentos o usuário ditará (n). A peculiaridade apresentada por esse caso foi a necessidade de se diferenciarem os momentos horários dos anti-horários - em relação ao eixo “Z”, entendido como o eixo tridimensional ao plano do programa -, adotando, para fins de cálculo, os momentos horários gerando reações negativas, e os momentos anti-horários gerando reações positivas.

Portanto, ao final desse processo de repetição dos momentos positivos (no caso de haver tais momentos), serão geradas duas matrizes que serão utilizadas na plotagem do diagrama: Uma composta pelas distâncias de cada um dos momentos positivos informados (X) e outra contendo tantos valores nulos quanto o número de momentos pontuais (Y), de modo que essas coordenadas sejam utilizadas para a plotagem.

$$Y = (0, 0, \dots, 0) \quad (9)$$

$$X = (D_M_Positivo_1, D_M_Positivo_2, \dots, D_M_Positivo_n) \quad (10)$$

Para os momentos negativos, o raciocínio foi o mesmo utilizando o número de momentos negativos ditado pelo usuário.

$$Y = (0, 0, \dots, 0) \quad (11)$$

$$X = (D_M_Negativo_1, D_M_Negativo_2, \dots, D_M_Negativo_n) \quad (12)$$

Para que haja a diferenciação dos momentos positivos e negativos na imagem gráfica apresentada ao final da execução, ficou condicionado que todos os momentos horários serão apresentados na cor amarela enquanto os anti-horários adotarão a cor verde. Para melhor entendimento, segue a imagem da representação de dois momentos dispostos sobre uma viga de 7 metros: Um deles em sentido horário e posicionado a uma distância de 2 metros em relação ao ponto “A”, e outro em sentido anti-horário, cuja distância encolhida foi de 6 metros.

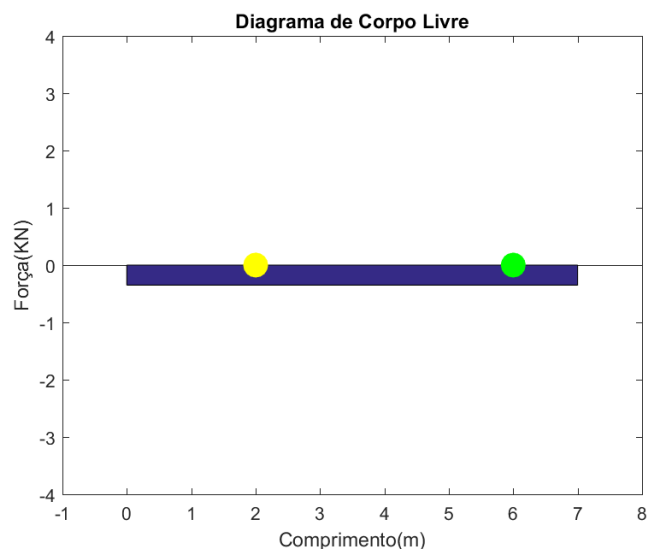


Figura 7. Plotagem da figura dos momentos pontuais. (Autoria própria)

2.4.5. Das reações de apoio

O programa apresenta tanto o valor numérico das reações de apoio quanto sua representação gráfica no diagrama de corpo livre. O algoritmo utilizado para o cálculo da reação “By” tem sua base na condição de que o somatório dos momentos no ponto “A” de acordo com o eixo “Z” é igual à zero (Equação 13). Por sua vez, o valor de “Ay” vem do entendimento de que os valores vetoriais das forças do sistema devem se anular (Equação 14).

$$By = \frac{\sum(Int_F_Pont \times D_F_Pont) + \sum(Int_F_Car \times D_F_Car) - \sum M}{comprimento} \quad (13)$$

$$Ay = \sum Int_F_Pont + \sum Int_F_Car - By \quad (14)$$

Onde “Int_F_Car” representa a força resultante de um carregamento distribuído e “D_F_Car” representa a distância entre a referida força e o ponto “A”.

Para a plotagem, foram utilizadas as matrizes “Ya” e “Yb” com as matrizes “Xa” e “Xb”, respectivamente.

$$Ya = [-Ay, 0] \quad (15)$$

$$Yb = [-By, 0] \quad (16)$$

$$Xa = [0, 0] \quad (17)$$

$$Xb = [comprimento, comprimento] \quad (18)$$

A imagem gráfica é proporcional ao valor, em módulo, de cada uma das reações de apoio, obtido ao final do processamento, e é caracterizada pela cor vermelha. Vide exemplo a seguir (Figura 8), adotando um caso em que haja apenas uma carga pontual de 50 kN localizada a 2 metros do ponto “A”.

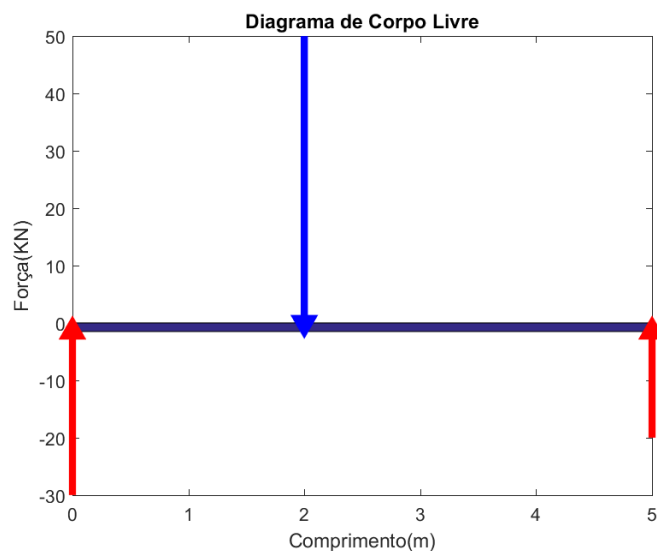


Figura 8. Plotagem da figura das reações de apoio (Autoria própria)

3. RESULTADOS

3.1. Atuação do programa

Para verificar a atuação do programa, foi utilizada como modelo a Figura 1, disposta no exemplo 6.6 do livro Resistência dos materiais – 7ª edição, Hibbeler [1]. No referido livro, o autor apresenta para o leitor os valores de ambas as reações de apoios como sendo de 5,75 kN e 34,25 kN, para as reações nos pontos “A” e “C” da figura, respectivamente.

Ao inserir os dados do exemplo no programa, o mesmo apresentou os valores das reações e a plotagem do DCL em conformidade com os demonstrados pelo autor do livro. As imagens do diagrama e da janela de comando do *MatLab*® após a execução são mostradas pelas Figuras 9 e 10, respectivamente.

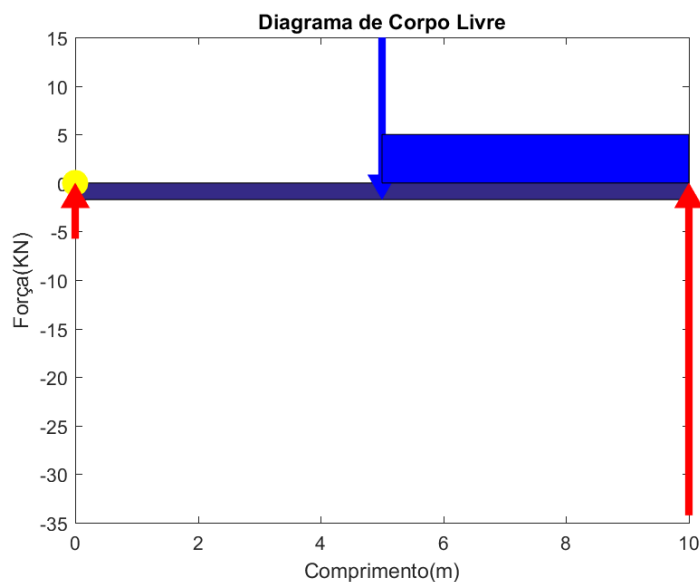


Figura 9. Plotagem da figura do exemplo 6.6 [1]. (Autoria própria)

```

Command Window

Qual o comprimento da viga (m)? >> 10
Quantas cargas pontuais? 1
Qual a intensidade da força (KN)? 15
Qual a distância "d" (m)? 5
Quantos carregamentos? 1
Qual a intensidade do carregamento na posição W1 (KN/m)? 5
Qual a intensidade do carregamento na posição W2 (KN/m)? 5
Qual a distância "d" (m)? 5
Qual o comprimento "h" (m)? 5
Quantos momentos externos anti-horários? 0
Quantos momentos externos horários? 1
Qual a intensidade do momento (KN*m)? 80
Qual a distância "d" (m)? 0
fx Ay = 5.750000 KN. By = 34.250000 KN. Programa finalizado!!! >> |

```

Figura 10. Plotagem da figura da viga. (Autoria própria)

3.2. Eficiência do programa

Para testar a eficiência do programa, foi realizado um estudo de caso, no qual foram selecionados ao acaso seis estudantes do sexto período do curso de Ciência e Tecnologia da UFERSA – Campus Mossoró. A esses alunos foi requisitado que determinassem os valores das reações de apoio para a estrutura apresentada na Figura 1, com a condição de realizarem essa tarefa sem o uso de programas computacionais ou tecnologias para cálculos matemáticos além de calculadora capaz de resolver as quatro operações elementares, de modo que os respectivos tempos de resolução foram medidos para análise.

Nessas condições, todos os discentes alcançaram o resultado correto e os períodos que passaram para executar tal tarefa está disposto a seguir na Tabela 1.

Tabela 1. Períodos de tempo decorrentes da resolução do exemplo proposto aos estudantes. (Autoria própria)

Aluno	Tempo
1	1 minuto e 14 segundos
2	2 minutos e 17 segundos
3	3 minutos e 34 segundos
4	4 minutos e 0 segundos
5	2 minutos e 34 segundos
6	2 minutos e 9 segundos

Por meio de tais dados é possível estimar que o tempo médio de resolução foi de 2 minutos e 38 segundos.

Ao analisar o modelo por meio do programa, tal como apresentado no tópico anterior deste trabalho, também foi efetuada a medição do tempo necessário para que se alcançasse o resultado já mencionado. Tal período foi de 41 segundos.

3. CONCLUSÕES

Através do presente trabalho foi possível, como planejado, realizar a obtenção de uma ferramenta computacional, fazendo uso da linguagem de programação disponível pelo *software Matlab®*, capaz de determinar os valores das forças de apoio necessárias para manter a característica estática de uma viga simplesmente apoiada. A tecnologia se mostrou apta a auxiliar na resolução de exemplos que se enquadrem nas condições exigidas para o seu funcionamento, condições essas que abrangem uma estrutura genérica no que diz respeito ao seu comprimento, número de cargas e momentos pontuais e carregamentos distribuídos. Apresentando os valores propostos de forma precisa e satisfatória.

A plotagem do Diagrama de Corpo Livre se mostrou condizente com os modelos analisados, quando os dados inseridos pelo usuário na janela de comando estão em conformidade com a estrutura de interesse.

Quanto a sua eficácia, o resultado observado através do estudo de caso é que, para uma estrutura com carga e momento pontuais e carregamento distribuído retangular, o tempo necessário para efetuar a tarefa quando se utiliza a ferramenta computacional é inferior quando comparado com o método manual tradicional. Demonstrando, para a pesquisa realizada, ser de 44,59% a economia de tempo em relação ao período mais rápido de resolução.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]HIBBELER, Russell Charles. Resistência dos materiais. Tradução: Arlete Simille Marques; Revisão Técnica: Sebastião Simões da Cunha Jr. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. 641 p.
- [2]MATSUMOTO, Élia Yathie. Matlab® 7: Fundamentos. 2. ed. São Paulo: Érica, 2008. 377 p.
- [3]GILAT, Amos. Matlab®: com aplicações em engenharia. Tradução: Rafael Silva Alípio; revisão técnica: Antonio Pertence Júnior. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012. 417 p.
- [4]HIBBELER, Russell Charles. Estática: Mecânica para engenharia. Tradução: Daniel Vieira; Revisão Técnica: José Maria Campos dos São Santos. 12. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011. 512 p.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA
Centro de Ciências Exatas e Naturais – CCEN

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Às 17:00 horas do dia vinte de março de dois mil e dezenove, na Sala 26 do C.E – Centro de Engenharias da UFERSA – Universidade Federal Rural do Semi-Árido, reuniu-se a Banca Examinadora de defesa de trabalho de conclusão de curso de autoria do aluno **Matheus Ananias de Moraes**, aluno do curso de Bacharelado em Ciência e Tecnologia desta universidade, N° de matrícula **2016010379**, com o título **“DETERMINAÇÃO DAS REAÇÕES DE APOIO E DO DIAGRAMA DE CORPO LIVRE PARA UMA VIGA BIPOIADA POR MEIO DE UM PROGRAMA COMPUTACIONAL”**. A Banca Examinadora ficou assim constituída por três membros: Prof. Filipe Lima dos Santos, presidente da banca e orientador do Trabalho de Conclusão de Curso; Prof. Prince Azsemergh Nogueira de Carvalho e Eng(a). Mec. Liliane Ferreira Araújo de Almada, como membros. Concluída a defesa, procedeu-se o julgamento pelos membros da banca examinadora, tendo o aluno obtido as seguintes notas: 10,0; 10,0; 10,0. Apuradas as notas verificou-se que o aluno foi aprovado com média geral 10,0. E para constar, eu, Filipe Lima dos Santos, lavrei a presente ata que, após lida e aprovada pelos membros da banca examinadora, será assinada por todos.

Mossoró, 20 de março de 2019.

Assinatura dos membros da Banca Examinadora.

Filipe Lima dos Santos

Prof. Filipe Lima dos Santos – UFERSA
Presidente e orientador

Prince Azsemergh Nogueira de Carvalho

Prof. Prince Azsemergh Nogueira de Carvalho – UFERSA
Primeiro Membro

Liliane Ferreira Araújo de Almada

Eng(a). Mec. Liliane Ferreira Araújo de Almada
Segundo Membro