



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIAS
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

KELVIS DE PAIVA OLIVEIRA

**APRIMORAMENTO NA DEFINIÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DE VIGAS EM
CONCRETO ARMADO**

CARAÚBAS

2024

KELVIS DE PAIVA OLIVEIRA

**APRIMORAMENTO NA DEFINIÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DE VIGAS EM
CONCRETO ARMADO**

Monografia apresentada a Universidade
Federal Rural do Semi-Árido como requisito
para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Dr. Gilvan Bezerra dos
Santos Junior

CARAÚBAS

2024

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

O48a Oliveira, Kelvis de Paiva .
 APRIMORAMENTO NA DEFINIÇÃO DA SEÇÃO
 TRANSVERSAL DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO / Kelvis
 de Paiva Oliveira. - 2024.
 106 f. : il.

 Orientador: Gilvan Bezerra dos Santos Junior.
 Monografia (graduação) - Universidade Federal
 Rural do Semi-árido, Curso de Engenharia Civil,
 2024.

 1. Viga. 2. Concreto Armado. 3. Otimização. 4.
 Custos. I. Junior, Gilvan Bezerra dos Santos,
 orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade
com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Biblioteca Campus Caraúbas
Bibliotecária: Dalvanira Brito Rodrigues
CRB: 15/700

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

KELVIS DE PAIVA OLIVEIRA

**APRIMORAMENTO NA DEFINIÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DE VIGAS EM
CONCRETO ARMADO**

Monografia apresentada a Universidade
Federal Rural do Semi-Árido como requisito
para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Defendida em: 19 / 04 / 2024.

BANCA EXAMINADORA



Documento assinado digitalmente
GILVAN BEZERRA DOS SANTOS JUNIOR
Data: 19/04/2024 19:30:49-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Gilvan Bezerra dos Santos Junior (UFERSA)
Presidente



Documento assinado digitalmente
ANTONIVAL LOPES DO NASCIMENTO FILHO
Data: 19/04/2024 20:31:16-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Antonival Lopes do Nascimento Filho (UFERSA)
Membro Examinador



Documento assinado digitalmente
EDUARDO MORAIS DE MEDEIROS
Data: 19/04/2024 19:57:19-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Eduardo Morais de Medeiros (UFCG)
Membro Examinador

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho de conclusão de curso ao meu pai, Severino Elias de Oliveira, minha mãe Joice Miranda de Paiva Oliveira, meu irmão Sonagno de Paiva Oliveira e a minha noiva Debora Daila Dias da Mota, que sempre contribuíram de forma significativa para o meu crescimento de forma pessoal e acadêmico no decorrer da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Dedico a minha gratidão a Deus por todas as ajudas e forças, que o senhor concedeu e todas as batalhas vencidas no meu percurso de vida, sendo crucial para o meu crescimento.

Agradeço a minha família pai, mãe e irmão, por todo apoio e fortalecimento em todos os momentos da minha vida acadêmica. Ao meu orientador, professor Dr. Gilvan Bezerra, grato por todas as orientações e conhecimento transmitido, neste trabalho um verdadeiro profissional.

À banca examinadora, por todo tempo dedicado a leitura deste trabalho e por toda colaboração no aperfeiçoamento desta pesquisa.

Agradeço a minha noiva Daila por estar ao meu lado em todos os momentos, por todas as ajudas e empenho em minha trajetória acadêmica.

Agradeço ao meu amigo Maciel, por toda força e incentivo que teve em minha vida acadêmica.

“Mas, para quem tem pensamento forte o impossível é só questão de opinião”.

(Alexandre Magno e Thiago Castanho)

RESUMO

Este trabalho baseia-se em abordagens teóricas e prática de otimização de viga à flexão simples de vigas em concreto armado com seção retangular, com o objetivo de otimizar os seus custos. Variou-se suas dimensões (base e altura) e a resistência característica do concreto a compressão (f_{ck}), e verificou-se as implicações nos custos de aço, concreto e fôrma. A otimização foi feita através do *Software MATLAB*, com um algoritmo por meio de interações. A estrutura analisada trata-se de uma viga (V6) com 7,6 metros de comprimento, 0,2 metros de base e 0,9 metros de altura com 3 barras de 20 milímetros na flexão simples tendo um custo inicial de R\$ 2.452,95. Através do algoritmo de programação foi possível reduzir o custo de V6 para R\$ 2.206,11 após a otimização. Os resultados foram analisados para comprovar que ajustando a base, altura e resistência característica à compressão do concreto é possível reduzir os custos da viga em uma otimização estrutural, respeitando os critérios de segurança.

Palavras-chave: Viga. Concreto Armado. Otimização. Custos.

ABSTRACT

This work is based on theoretical and practical beam optimization approaches for simple bending of reinforced concrete beams with rectangular section, with the aim of updating their costs. Its dimensions (base and height) and the concrete's characteristic resistance to updates (fck) were varied, and the implications for steel, concrete and formwork costs were reinforced. The optimization was done using MATLAB Software, with an algorithm through interactions. The beam (V6) is a beam with 7.6 meters in length, 0.2 meters of base and 0.9 meters in height with 3 bars of 20 millimeters in simple bending at a cost of 2,452.95 reais. Where it was possible to reduce the cost of the beam (V6) to 2,206.11 reais after optimization. The results were analyzed to prove that depending on the base, height and characteristic strength of the compression of the concrete it is possible to reduce the costs of the beam in a structural optimization, respecting the safety criteria.

Keywords: Beam. Reinforced concrete. Optimization. Costs

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Curva de Gauss para CPs ensaio em concreto para compressão, resistência característica.	27
Figura 2 – Diagrama tensão-deformação idealizado.	31
Figura 3 – Diagrama tensão-deformação para análises não linear.	33
Figura 4 – Diagrama de tensão-deformação bilinear de tração.	34
Figura 5 – Diagrama do esforço cortante e momento fletor máximo para uma viga com carga distribuída uniformemente.	46
Figura 6 – Viga de seção retangular e diagramas de deformações e tensões na seção solicitada pelo o momento de cálculo (M_d).	47
Figura 7 – Altura útil de uma viga de seção retangular.	48
Figura 8 – Linha neutra de uma viga retangular submetida a flexão.	51
Figura 9 – Linha neutra em uma viga retangular.	52
Figura 10 – Concreto de envolvimento da armadura.	58
Figura 11 – Planta baixa projeto estrutural.	61
Figura 12 – Carga total inserida no FTOOL.	62
Figura 13 - Momento fletor máximo na viga.	63
Figura 14 – Fluxograma para a otimização da viga V6.	69

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Custos de aço em relação aos casos 1 ao 9.....	80
Gráfico 2 – Custos da concretagem em relação aos casos 1 ao 9.....	80
Gráfico 3 – Custos da fôrma em relação aos casos 1 ao 9.	81
Gráfico 4 – Custos totais para a viga em relação a aço, concretagem e fôrma dos casos 1 ao 9.	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classe do Concreto.....	28
Tabela 2 - Coeficiente de ponderação para o concreto.	35
Tabela 3 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal.	36
Tabela 4 – Valores dos coeficientes de aderência.....	37
Tabela 5 – Coeficientes de ponderação para o aço.	38
Tabela 6 – Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$	40
Tabela 7 – Valores do coeficiente γ_{f2}	41
Tabela 8 – Combinações últimas.....	42
Tabela 9 – Combinações de Serviço.....	43
Tabela 10 – Valor de KL para o comportamento dúctil.	56
Tabela 11 – Dados de entrada inicial.	60
Tabela 12 – Dados de entrada inicial.	60
Tabela 13 – Valores de área de aço, diâmetro, quantidade de barras e custos.	64
Tabela 14 – Dados de entrada: dimensões da viga, resistências e coeficientes.....	64
Tabela 15 – Dados de entrada.....	65
Tabela 16 – Dados de entrada: custos do aço, custo fôrma e custo da concretagem.....	65
Tabela 17 – Parâmetros, equações, verificações e condições.	66
Tabela 18 - Parâmetros, equações, verificações e condições.....	66
Tabela 19 – Restrições (funções objetivo).....	67
Tabela 20 – Dados de entrada para custos de f_{ck}	67
Tabela 21 – Áreas de aço, quantidade de barras e diâmetro da barra.	70
Tabela 22 – Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.	72
Tabela 23 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.....	72
Tabela 24 – Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.	73
Tabela 25 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.....	73
Tabela 26 - Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.	74
Tabela 27 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.	74
Tabela 28 – Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.	75
Tabela 29 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.....	75
Tabela 30 – Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.	76
Tabela 31 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.....	76
Tabela 32 – Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.	77
Tabela 33 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.....	77
Tabela 34 - Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.	78
Tabela 35 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.....	78

Tabela 36 – Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.	79
Tabela 37 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.	79

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas

$f_{ctk,inf}$	Resistência característica inferior à tração do concreto
$f_{ct,m}$	Resistência média à tração do concreto
$f_{ctk,sup}$	Resistência característica superior à tração do concreto
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_k	Valores característicos das ações consideradas
f_c	Resistência à compressão do concreto.
E_{ci}	Módulo de elasticidade do concreto em ensaio
E_{cs}	Módulo de deformação secante
f_d	Valores de cálculo das ações
M_{sd}	Momento fletor de cálculo
f_{cd}	Resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_{cm}	Resistência média à compressão do concreto
C_{nom}	Cobrimento nominal
f_{yd}	Resistência de cálculo ao escoamento do aço
M_i	Momento fletor de baixa intensidade
f_{tk}	Resistência característica à tração
M_u	Momento fletor até um valor sendo próximo ao da ruína.
b_w	Largura da viga
d	Altura útil
d'	Altura da face inferior da viga até o centro de gravidade da armadura tracionada da viga
M_d	Momento de projeto
$(M_{d(max)})$	Momento fletor máxima
$M_{d(min)}$	Momento mínimo de projeto
x	Posição da linha neutra
$x_{(lim)}$	Posição da linha neutra limite.
h	Altura total da viga

Φ_t	Diâmetro da armadura transversal da viga
Φ_l	Diâmetro da armadura longitudinal da viga
$d_{(mini)}$	Altura útil mínima
F_s	Força atuante na armadura.
F_{co}	Força atuante no concreto.
A_{ser}	Área de aço serviço (adotada)
A_{cri}	Área da região de envolvimento protegida pela barra Φ_i
A_s	Área de aço longitudinal necessária
$A_{s(mini)}$	Área de aço mínimo
$A_{s(cal)}$	Área de aço calculada
M	Momento das forças internas
M_d	Momento de cálculo externo
Z	Braço de alavanca
E_{si}	Módulo de elasticidade do aço da barra Φ_i considerada
Φ_i	Diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada
Φ	Diâmetro da barra adotado na tração da viga
K	Parâmetro adimensional que mede a intensidade do momento fletor externo solicitante de cálculo
K'	Valor máximo do momento interno resistente devido ao concreto
KL	Momento externo limite devido ao concreto.

Letras Gregas

β_a	Coeficiente de dilatação térmica
γ_g	Ações permanentes
γ_q	Ações variáveis
γ_f	Coeficiente de majoração das ações
σ_s	Tensão atuante no aço
ρ_{si}	Taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) em relação à área da região de envolvimento
γ_c	Coeficiente de ponderação do concreto
σ_{si}	Tensão de tração da armadura considerada, calculada no estágio II
η_l	Coeficiente de conformação superficial da armadura considerada.
γ_s	Coeficiente de segurança do aço
φ	Índice da área exposta
ρ_a	Massa específica
σ_c	Tensão de compressão
σ_f	Tensão limite de flambagem
γ_c	Coeficiente de segurança do concreto
α_E	Parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade
α_i	Fator de influência do material componente
ε_c	Deformação específica do aço na ruptura
ε_{c2}	Deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico
ε_{cu}	Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
η_c	Coeficiente de fragilidade
σ_a	Tensão atuante

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	20
2. OBJETIVOS	21
2.1. OBJETIVOS GERAIS	21
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	21
3. REFERENCIAL TEÓRICO	22
3.1. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL	22
3.1.1. Métodos de otimização	23
3.1.2. Formulação matemática para otimização	23
3.2. <i>SOFTWARE MATLAB</i>	24
3.3. ESTRUTURA DE CONCRETO ARMADO	25
3.3.1. Elementos estruturais	25
3.4. Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS)	26
3.5. PROPRIEDADES MECÂNICA DO CONCRETO	27
3.5.1. Resistência característica do concreto à compressão f_{ck}	27
3.5.2. Resistência à tração do concreto	28
3.5.3. Módulo de elasticidade do concreto	29
3.5.4. Diagramas tensão-deformação do concreto	30
3.5.5. Resistência de cálculo do concreto	34
3.5.6. Cobrimento do concreto	35
3.6. AÇO PARA ESTRUTURA EM CONCRETO ARMADO	36
3.6.1. Categorias	36
3.6.2. Tipo de superfície aderente	36
3.6.3. Massa específica	37
3.6.4. Módulo de elasticidade	37
3.6.5. Resistência de cálculo do aço	37
3.7. AÇÕES	38
3.7.1. Ações permanentes	38
3.7.2. Ações variáveis	38
3.7.3. Ações de cálculo e combinações	39
3.7.4. Valores das ações	39
3.7.4.1. Valores característicos:	39
3.7.4.2. Valores representativos	39
3.7.4.3. Valores de Cálculo	40
3.7.4.4. Coeficientes de ponderação das ações	40

3.7.5.	Coeficientes de ponderação das ações no estado-limite último (ELU)	40
3.7.6.	Coeficiente de ponderação das ações no Estado Limite de Serviço (ELS)	41
3.7.7.	Combinações para o Estado Limite Ultimo (ELU)	41
3.7.8.	Combinações do Estado Limite Serviço (ELS).....	42
3.7.9.	Dutilidade de uma viga	43
3.8.	Dimensionamento à flexão simples viga	44
3.8.1.	Análise estrutural	44
3.8.2.	Métodos de cálculo da área de aço para flexão simples	45
3.8.2.1.	Método 1.....	45
3.8.2.1.1.	Momentos de projeto	45
3.8.2.1.1.1.	Momento fletor máximo	45
3.8.2.1.1.2.	Momento mínimo	46
3.8.2.1.1.3.	Momento de cálculo	47
3.8.2.1.2.	Altura útil da viga	48
3.8.2.1.3.	Equilíbrio da seção	50
3.8.2.1.3.1.	Equilíbrio das forças atuantes normais à seção transversal.....	50
3.8.2.1.4.	Equilíbrio de Momento	50
3.8.2.1.5.	Posição da linha neutra.....	51
3.8.2.1.6.	Área de aço a flexão simples.....	54
3.8.2.2.	Método 2.....	56
3.8.3.	Estado-limite de fissuração.....	57
4.	METODOLOGIA	59
4.1.	DADOS UTILIZADOS PARA A OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DA VIGA	60
4.2.	CASOS ANALISADOS	63
4.2.1.	Caso 1	64
4.2.2.	Caso 2	64
4.2.3.	Caso 3-9.....	67
4.3.	FUNÇÃO OBJETIVA	68
4.4.	FLUXOGRAMA	68
5.	RESULTADOS E DISCUSSÕES	71
5.1.	CASO 2:	72
5.1.1.	$F_{ck} = 2.5 \text{ kN/cm}^2$	72
5.2.	CASO 3.....	73
5.2.1.	$f_{ck} = 2 \text{ kN/cm}^2$	73
5.3.	CASO 4.....	74
5.3.1.	$f_{ck} = 2,5 \text{ kN/cm}^2$	74

5.4. CASO 5.....	75
5.4.1. $f_{ck} = 3 \text{ kN/cm}^2$	75
5.5. CASO 6.....	76
5.5.1. $f_{ck} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$	76
5.6. CASO 7.....	77
5.6.1. $f_{ck} = 4 \text{ kN/cm}^2$	77
5.7. CASO 8.....	78
5.7.1. $f_{ck} = 4,5 \text{ kN/cm}^2$	78
5.8. CASO 9.....	79
5.8.1. $f_{ck} = 5 \text{ kN/cm}^2$	79
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	82
6.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	83
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	84
APÊNDICE A – ALGORITMO UTILIZADO NO SOFTWARE MATLAB PARA OTIMIZAR UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO A FLEXÃO SIMPLES.....	86

1. INTRODUÇÃO

Com base no crescimento da população mundial e com expectativa de atingir o maior pico ao final do século XXI, tem-se uma perspectiva de alta demanda para a construção civil, seja em edificações residenciais, comerciais, rodovias, ferroviárias etc. Portanto, será necessário utilizar mais recursos naturais para a produção do concreto e aço, ocasionando impactos ambientais acentuados, destacando a produção do cimento que vem crescendo diante o alto consumo de concreto. Além disso, sua produção é responsável por cerca de 7% das emissões globais de dióxido de carbono (CO₂). (WBCSD,2018) (ONU,2019). Como os impactos ambientais são uma preocupação global nos meios de produção, os engenheiros civis buscam soluções mais eficazes e que, proporcionem reduções nos consumos de materiais e assim reduzam o custo de uma edificação, garantindo segurança e qualidade desde o projeto até a sua entrega.

Os engenheiros projetistas buscam soluções no dimensionamento estrutural, que em inúmeros casos é feito por meio da intuição projetista, para reduzir custos e permitir que a estrutura fique mais leve, ou seja, reduzir o seu peso próprio. Entretanto, as dimensões dos elementos estruturais necessitam ser determinadas seguindo todas as restrições impostas por normas técnicas e algumas vezes mínimos construtivos. Dessa forma, algumas soluções encontradas ou adotadas nem sempre é a mais cabível e aceitável, existindo inúmeras soluções possíveis para um projeto estrutural, sendo os parâmetros de avaliação as interações custo e peso da estrutura. Por isso, é fundamental um auxílio computacional para proporcionar ao profissional uma visão mais ampla em seus projetos. (KRIPKA; MEDEIROS; LEMONGE, 2015).

Para sanar e encontrar um ponto de equilíbrio entre essas interações como custo e peso em um projeto estrutural, a aplicação de uma otimização estrutural é indicada para esta situação. Devido a possibilidade de maximizar a eficiência estrutural, alterando na otimização as dimensões das seções transversais dos elementos estruturais e obtendo respostas como área de aço e volume de concreto, pode-se obter uma solução dita ótima para o projeto estrutural, diante uma função objetivo e com as variáveis de projeto. (HUPPES, 2021).

A otimização é a uma área da ciência que busca de maneira organizada uma solução ótima para um dado problema, desde que sejam atendidas as condições limite para as soluções viáveis. Essas condições são determinadas como restrições do problema, onde a função objetivo é um critério que ajusta a qualidade das soluções possíveis encontradas. A otimização para a

engenharia civil é uma busca pela melhor qualidade dos elementos estruturais com os recursos disponíveis, sendo assim aplica-se ferramentas que podem fornecer resultados de maneira econômica e conveniente. (VANDERPLAATS, 1982).

Para o profissional da área de projetos em concreto armado, devido as características próprias dos materiais como resistência à tração e particularidades dos processos construtivos que limitam as soluções, o processo torna-se mais dificultoso. Dessa forma, a utilização da otimização em projeto de estrutura de concreto armado e sua aplicação prática é um grande desafio em diversas vertentes de pesquisas. (MAIA, 2009).

Nesta pesquisa será realizado uma otimização em estrutura de concreto armado por meio de ferramenta computacional *MATLAB*, onde o custo e segurança é o objetivo principal para ser alcançado.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVOS GERAIS

Este trabalho tem como principal objetivo a utilização de um algoritmo de otimização para obtenção de uma estrutura de concreto armado que atenda aos requisitos de segurança exigidos pelas normas técnicas, partindo do objetivo de minimizar os custos do projeto.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Realizar um levantamento bibliográfico sobre o tema otimização estrutural em concreto armado.
- Utilizar o programa *MATLAB* como *Software* computacional para desenvolver os algoritmos de otimização em estruturas de concreto armado.
- Realizar uma otimização estrutural com o algoritmo desenvolvido com o objetivo de minimizar os custos, comparando com o mesmo projeto estrutural sem a otimização.

3. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste tópico serão abordados temas relevante acerca de otimização e dimensionamento a flexão simples de vigas em concreto armado, com base em reduzir custos.

3.1. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

O procedimento de otimização se baseia em maximizar a eficiência de uma estrutura e ao mesmo tempo minimizar o custo, garantindo toda segurança imposta por norma. Existem maneiras de atingir essa otimização alterando as variáveis de projeto, onde estas podem ser altura ou base do elemento estrutural, diâmetro das bitolas, resistência à compressão do concreto etc. (NOGUEIRA, 2005). Na abordagem de otimização utiliza-se métodos computacionais que busca uma solução dita ótima de maneira iterativa. Ou seja, o algoritmo vai procurar em um espaço de soluções definidos pelas combinações dos parâmetros possíveis, onde as combinações fornecem o melhor desempenho para a estrutura. (NOGUEIRA, 2005).

Pode-se descrever os tipos de otimização estrutural como, otimização de seções transversais dos elementos estruturais, cujo o objetivo é alcançar o menor peso ou custo da estrutura mediante as reduções das seções transversais dos elementos. Em seguida, na otimização geométrica permite a variação no comprimento de cada elemento pela mudança nas coordenadas nodais. E por fim, a otimização topológica que, abrange a determinação de um número e disposição ótimos dos elementos. (NOGUEIRA, 2005). De acordo com Kirsch (1993), a otimização estrutural apresenta ao problema selecionado os valores ditos ótimos para as variáveis de projeto, onde a função objetivo especificada seja minimizada e que um grupo de restrições especificadas sejam satisfeitas. Onde esse problema pode ser classificado como monoobjetivo situação onde existe apenas um objetivo, ou multiobjetivo quando a solução satisfaz dois ou mais objetivos normalmente conflitante. (PENADÉS-PLÀ; GARCÍA-SEGURA; YEPES, 2019).

Para um dimensionamento estrutural utilizando otimização estrutural, existem elementos de forma geral estão sempre presentes. (CHRISTENSEN; KLARBRING, 2008):

Função objetivo ($f(x)$): uma função usada para classificar projetos. Para todos os possíveis projetos, $f(x)$ retorna um número que indica a qualidade do projeto. Usualmente, [...] escolhemos $f(x)$ tal que um valor pequeno é melhor do que um grande (problema de minimização). Na otimização estrutural, $f(x)$ frequentemente mede o peso, deslocamento em uma determinada direção, tensão ou mesmo custo de produção.

Variável de projeto (x): vetor que descreve o projeto e que pode ser alterado durante a otimização. Pode representar geometria ou escolha de material. Quando descreve a geometria, pode relacionar-se com uma interpolação sofisticada da forma ou pode ser simplesmente a área de uma barra.

3.1.1. Métodos de otimização

Os métodos de otimização são subdivididos em duas categorias, sendo elas métodos analíticos e métodos numéricos. (KIRSCH, 1993).

➤ Método analítico:

No método analítico em tese são empregados a teoria matemática do cálculo, estudos relacionados a formas geométricas de elementos estruturais simples exemplo: vigas, pilares e lajes. Esses métodos se enquadram em estudos fundamentais dos componentes singulares estruturais, entretanto não se enquadra para sistemas estruturais robustas. (KIRSCH, 1993).

➤ Método numérico:

O método numérico está voltado para solucionar os obstáculos da otimização estrutural através de programação matemática, inicialmente é escolhido um palpite e assim será utilizado como ponto inicial para uma busca sistemática com o objetivo de obter projetos estruturais melhores. Essa busca é finalizada a partir do momento que alguns critérios são obedecidos e assim será indicado que o projeto até então atual se aproximará mais do projeto ótimo. (KIRSCH, 1993).

3.1.2. Formulação matemática para otimização

Na área da otimização matemática tem-se diversos modos de abordagens dos problemas estruturais, identificando e classificando o projeto ótimo quanto a sua natureza. Seja em relação as considerações do projeto como determinísticas, probabilísticas, se eles restringem ou não o domínio de soluções etc. Assim, quanto mais complexo se busca representar a melhor realidade do problema de otimização, mais complexo e dificultoso a obtenção de uma solução. (NOGUEIRA, 2005).

De forma resumida a otimização matematicamente busca minimizar ou maximizar uma função que esteja sujeita a restrições em suas variáveis, cujo problema pode ser descrito de acordo com a função $f(x)$ 1 a seguir. (NOGUEIRA, 2005).

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar } f(x): && \text{(Função 1)} \\
 & \text{Sujeita } a_1: g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\
 & \text{Sujeita } a_2: h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, p
 \end{aligned}$$

Onde:

- $f(x)$ é a função objetivo.
- x é o vetor das variáveis de projeto.
- $g_i(x) \leq 0$ são as m restrições de desigualdade.
- $h_j(x) = 0$ as p restrições de igualdade.

É notório que quanto maior for a complexidade de um problema de otimização estrutural maior será as avaliações em termos de número de variáveis e de restrições. Entretanto, com o auxílio de programas computacionais aumenta-se a capacidade de resolver os problemas de otimização estrutural. Existem três escalas distintas de acordo com número de variáveis e restrições que se apresenta, sendo elas: (NOGUEIRA, 2005).

- Pequena escala: apresenta até 5 variáveis e restrições.
- Média escala: variáveis e restrições entre 5 e 100.
- Grande escala: com mais de 100 restrições e variáveis.

3.2. SOFTWARE MATLAB

O *MATLAB* é um *software* de computação numérica que realiza análises e visualizações de dados. Sendo utilizado por engenheiros e cientistas para analisar e projetar sistemas e produtos. Além disso, sua linguagem é baseada em matriz, gráficos integrados, e suas ferramentas e recursos são rigorosamente testados e projetados para funcionar em conjunto. (SPAZZAPAN, 2018).

O *Software MATLAB* mostra uma série de funções matemáticas já incorporadas que podem ser utilizadas por uma rotina construída pelo o usuário. As funções são agrupadas de acordo com a área de interesse em *toolboxes* e armazenadas em diretórios específicos. (SPAZZAPAN, 2018).

Um programa feito no *Software MATLAB* nada mais é que uma sequência de comandos (rotinas), de acordo com um objetivo pré-estabelecido, assim é fundamental que antes de iniciar o desenvolvimento de um programa o usuário já tenha tudo que se deseja que a rotina realize. De forma inicial, para o desenvolvimento de uma rotina é necessário a construção de um

algoritmo cujos comandos sejam explicitados. Uma boa maneira para construir um algoritmo é a partir de um fluxograma, que em seguida o usuário terá o trabalho de traduzir o esquema do fluxograma para a linguagem de programação. (SPAZZAPAN, 2018).

Dentre as diversas possibilidades de utilização do *MATLAB* tem-se o desenvolvimento de ferramentas computacionais para otimização estrutural. Para isso, as funções pré-definidas auxiliam no desenvolvimento do algoritmo deixando o código mais limpo e intuitivo. Nesse sentido, tem-se uma ferramenta poderosa para a otimização de estruturas como aço, madeira, alvenaria e concreto armado.

3.3. ESTRUTURA DE CONCRETO ARMADO

As estruturas em concreto armado é uma união formada por concreto e barras de aço, onde essa união é composta devido o concreto possuir uma parcela baixa de resistência à tração, sendo cerca de 10% de resistência à compressão. Entretanto, nas barras de aço há uma absorção dos esforços de tração, cuja a resistência é notável mesmo que limitada a tensão de escoamento. Dessa forma, diante de uma boa aderência entre o concreto e o aço, os elementos estruturais possam resistir a todos os esforços neles solicitados e projetados. (ARAÚJO, 2010).

Além disso, de acordo com ABNT NBR 6118:2023, é necessário garantir a durabilidade das estruturas de concreto, onde as quais devem ser construídas considerando as condições ambientais no momento que ela é projetada, e ao ser utilizada precisa ser segura, mantendo-se estável e apta em serviço ao decorrer de sua vida útil.

3.3.1. Elementos estruturais

Na construção civil um dos materiais mais utilizados para os feitos de construções de pequeno, médio e grande porte é o concreto armado, todavia para que o concreto armado seja arranjado com o objetivo de trabalhar como um sistema estrutural é necessário que, se estude e analise os elementos estruturais de forma separadas para compor todo o conjunto da estrutura. Pois esses elementos estruturais podem ser de infraestrutura (estacas, sapatas e vigas baldrame) e de superestruturas (lajes, vigas e pilares). Os elementos das superestruturas podem ser descritos: (SENA, 2022).

➤ **Laje**

Nos elementos estruturais as lajes são bidimensionais e o seu comprimento e sua largura são maiores que a sua terceira dimensão (espessura da laje). Para os pisos das edificações as lajes podem ser executadas em três tipos: maciças, nervuradas e pré-moldadas. Para que se possa escolher o tipo da laje necessária para o projeto de estrutura em concreto armado, esta dependerá das considerações feitas pelos os projetistas que, sempre buscam encontrar um ponto de equilíbrio entre a economia e a segurança prevista em normas. (SENA, 2022).

➤ **Vigas**

As vigas como elementos estruturais são responsáveis por receberem as cargas transversais advindas das lajes, sendo utilizadas em sistemas compostas por lajes, vigas e pilares. As vigas podem ser dos tipos: viga em balanço, onde possui somente um apoio e toda carga recebida é transferida para esse apoio de ponto fixo, viga contínua, possuindo múltiplos apoios e vigas biapoiadas, possuindo apoios em suas extremidades. Ademais, a melhor definição da geometria das vigas, para o tipo da laje previamente escolhida, será feita pelo o projetista de forma minuciosa. (SENA, 2022).

➤ **Pilares**

Os pilares nos elementos estruturais são estruturas verticais que, são solicitados a momentos fletores em duas direções e por esforço normal de compressão, configurando uma flexão composta oblíqua. Ressaltando que, os pilares transmitem todas as solicitações provenientes das vigas para os elementos de fundação, sendo elementos de ação de compressão preponderantes. (SENA, 2022).

3.4. Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS)

Em uma estrutura de concreto armado um dos principais fatores que permeia o dimensionamento e desenvolvimento do projeto é a segurança da estrutura. Sendo assim, para que toda a segurança de um projeto estrutural seja garantida é necessário verificar os Estados Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS), que corresponde a carga máxima que a edificação pode suportar. (FRANCO, 2010).

Para qualquer tipo de projeto de estrutura é necessário considerar esses dois estados limites, sendo o ELU relacionado com o colapso total ou de qualquer forma que venha a impedir a utilização da estrutura, e o ELS relacionado as condições do uso das estruturas, ou seja, desconforto nos usuários diante da estrutura. A não verificação desses Estados-Limites podem ocasionar efeitos dos mais adversos como trincas, fissuras, deformações excessivas etc. (CARVALHO; FILHO, 2014).

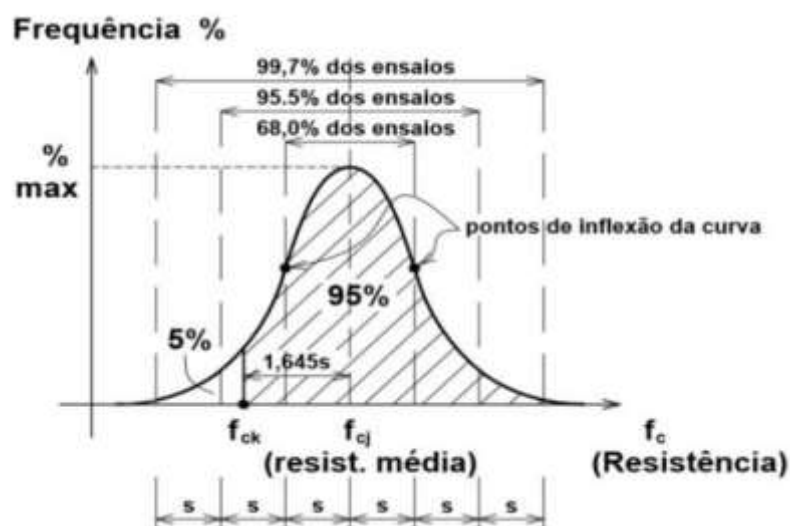
3.5. PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO

Nas propriedades mecânicas do concreto é importante frisar as características físicas que podem afetar o comportamento do material quando é submetido aos esforços mecânicos como, tensão flexão, compressão etc. Neste tópico será abordado temas como estes, sendo relevante para a pesquisa.

3.5.1. Resistência característica do concreto à compressão f_{ck}

A resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}) é determinada por meio de ensaio de corpo de prova, onde é submetido à compressão simples atendendo aos critérios das normas brasileiras. Além disso, é possível através deste ensaio obter outra característica como o módulo de deformação longitudinal (módulo de elasticidade). No momento em que, os resultados dos ensaios à compressão de diversos corpos de provas são inseridos em um gráfico, cuja a abscissa corresponde as resistências obtidas, e as ordenadas a frequência tem-se a determinação do valor do f_{ck} . Este valor é representado em um grau de confiança em 95%, isto é, os resultados obtidos em ensaios precisam estar em 95% acima do (f_{ck}) ou 5% abaixo dele. (CARVALHO; FILHO, 2014). O gráfico final é correspondendo a Figura 1 a seguir, obedecendo a curva de Gauss. (SILVA, 2018).

Figura 1 – Curva de Gauss para CPs ensaio em concreto para compressão, resistência característica.



Fonte: Silva, 2018.

O concreto armado é dividido em dois grupos de acordo com a sua resistência característica à compressão, a Tabela 1 a seguir apresenta as classes do concreto e as respectivas resistências de acordo com a ABNT NBR 8953:2015.

Tabela 1 – Classe do Concreto.

Grupo 1	Resistências Características (MPa)	Grupo 2	Resistências Características (MPa)
C20	20	C55	55
C25	25	C60	60
C30	30	C70	70
C35	35	C80	80
C40	40	C90	90
C45	45	C100	100
C50	50		

Fonte: ABNT NBR 8953:2015.

3.5.2. Resistência à tração do concreto

Conforme dito anteriormente o concreto é um material que é considerado deficiente em relação a resistência à tração. Todavia, é importante que seja determinado de forma correta, pela sua relação com a capacidade resistente do concreto, assim como na resistência à fissuração.

No item 8.2.5 da ABNT NBR 6118:2023, enfatiza-se que a resistência à tração direta ($f_{ct,sp}$) e a resistência à tração na flexão ($f_{ct,f}$), precisam ser obtidas por meio de ensaios realizados de acordo com as normas ABNT NBR 7222:2011 e ABNT NBR 12142:2010. Sendo a tração direto considerada iguais a $0,9 \cdot f_{ct,sp}$ e $0,7 \cdot f_{ct,f}$, respectivamente, quando adotado esses ensaios. Entretanto, situações em que não seja possível realizar o ensaio, é possível obter os valores de das resistências às trações em função do f_{ck} , por meio das Equações 1, 2, 3 e 4 seguintes:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (\text{Eq.1})$$

Sendo:

- $f_{ctk,inf}$ = resistência característica inferior à tração do concreto, em MPa.
- $f_{ct,m}$ = resistência média à tração do concreto, em MPa.

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad (\text{Eq.2})$$

Sendo:

- $f_{ctk,sup}$ = resistência característica superior à tração do concreto, em MPa.
- $f_{ct,m}$ = resistência média à tração do concreto, em MPa.

Para concreto de classe até C50, o valor de $f_{ct,m}$ é calculado por:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (\text{Eq.3})$$

Sendo:

- $f_{ct,m}$ = resistência média à tração do concreto, em MPa.
- f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto, em MPa.

Para concreto com classe de C50 até C90 o valor de $f_{ct,m}$ é calculado por:

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad (\text{Eq.4})$$

3.5.3. Módulo de elasticidade do concreto

O módulo de elasticidade pode ser determinado pelas relações entre as tensões e as deformações dos elementos estruturais. (CARVALHO; FILHO, 2014). De acordo com a NBR 6118:2023 no item 8.2.8, o módulo de elasticidade do concreto (E_{ci}) é obtido de acordo com o ensaio estabelecido na NBR 8522:2012, considerando o módulo de deformação tangente inicial aos 28 dias.

Se não for possível obter os valores do módulo de elasticidade do concreto em ensaio, é possível ser determinado de acordo com a Equação 5 disponível na NBR 6118:2023.

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{Eq.5})$$

Sendo:

- α_E : parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade.
- E_{ci} : módulo de elasticidade do concreto em ensaio, em MPa.
- f_{ck} : resistência característica a compressão do concreto, em MPa.

Onde os parâmetros de E_{ci} e f_{ck} são dados em MPa e o fator de α_E é expresso da seguinte forma:

- α_E é 1,2 para basalto e diabásio.
- α_E é 1,0 para granito e gnaisse.
- α_E é 0,9 para calcário.
- α_E é 0,7 para arenito.

Para o cálculo do módulo de deformação secante pode ser expresso de acordo com a Equação 6 a seguir:

$$E_{cs} = \alpha_I \cdot E_{ci} \quad (\text{Eq.6})$$

Onde:

- E_{cs} : Módulo de deformação secante, em MPa.
- E_{ci} : módulo de elasticidade do concreto em ensaio, em MPa.

Para obter o valor de α_i é possível de acordo com a seguinte equação 7:

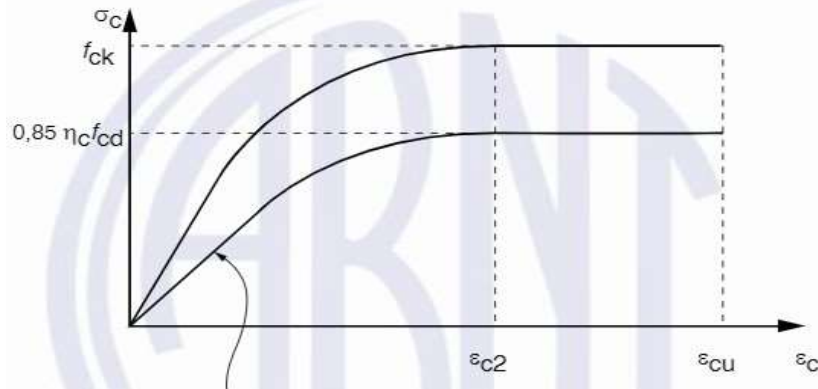
$$\alpha_I = 0,8 + 0,2 \cdot f_{ck} \cdot 80 \leq 1,0 \quad (\text{Eq.7})$$

- f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto, em MPa.
- α_i : fator de influência do material componente.

3.5.4. Diagramas tensão-deformação do concreto

De acordo com a ABNT NBR 6118:2023, para as tensões de compressão menores que $0,5 \cdot f_c$, é permitido assumir uma relação linear entre tensões e deformações. Pode-se adotar para o módulo de elasticidade o valor secante que é dada pela expressão constante, descrito no item 3.1.5 desta pesquisa. Nas análises no Estado-Limite Último pode-se adotar o comportamento à compressão de acordo com o diagrama de tensão-deformação indicado na referida norma, como mostra a Figura 2 a seguir.

Figura 2 – Diagrama tensão-deformação idealizado.



Fonte: ABNT NBR 6118:2023.

Pode-se determinar as tensões de acordo com a Equação 8 a seguir, a depender das condições de cálculo, descritas na ABNT NBR 6118:2023.

$$\sigma_c = 0,85 \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (\text{Eq. 8})$$

- σ_c : tensão de compressão, em MPa.
- f_{cd} : resistência de cálculo à compressão do concreto, em MPa.
- η_c : coeficiente de fragilidade.
- ϵ_c : deformação específica do aço na ruptura.
- ϵ_{c2} : deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico.

O coeficiente de fragilidade η_c só deve ser considerado se o valor de f_{ck} for maior que 40 MPa, reduzindo a resistência do concreto. Onde os valores de η_c e n serão variados de acordo com o f_{ck} do concreto, como podemos observar na Condição 1 a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Para } f_{ck} \leq 40\text{MPa: } \eta_c = 1,0 \\ \text{Para } f_{ck} > 40\text{MPa: } \eta_c = \left(\frac{40}{f_{ck}} \right)^{\frac{1}{3}} \\ \text{Para } f_{ck} \leq 50\text{MPa: } n = 2,0 \\ \text{Para } f_{ck} > 50\text{MPa: } n = 1,4 + 23,4 \left[\left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right) \right]^4 \end{array} \right\} \quad \text{Condição 1}$$

Os valores adotados dos parâmetros ϵ_{c2} (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e de ϵ_{cu} (deformação específica de encurtamento do

concreto na ruptura), são definidos a seguir de acordo com as Condições 2 e 3 e as Equações 9 e 10, respectivamente apresentadas na ABNT NBR 6118:2023.

- Concretos de classes até CA50:

$$\varepsilon_{c2} = 2\%. \quad (\text{Condição 2})$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5\%. \quad (\text{Condição 3})$$

- Concretos de classes CA55 até CA90:

$$\varepsilon_{c2} = 2\% + 0,085\% \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (\text{Eq. 9})$$

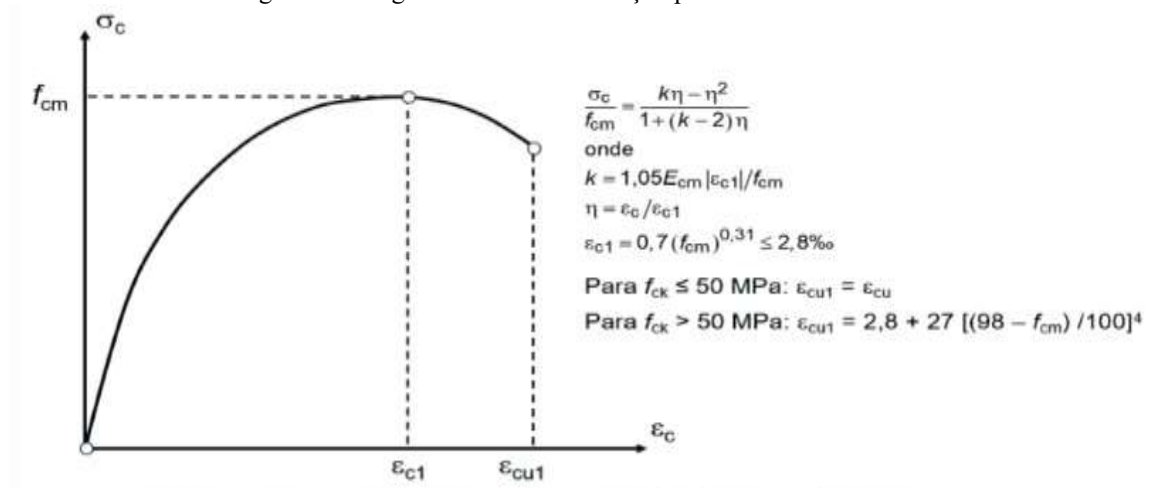
$$\varepsilon_{cu} = 2,6\% + 35\% \cdot \left[\left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right) \right]^4 \quad (\text{Eq. 10})$$

Onde:

- ε_{c2} : deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico.
- ε_{cu} : deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura..
- f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto, em MPa.

A ABNT NBR 6118:2023 permite ainda uma análise estrutural não linear de forma alternativa, onde utiliza-se o diagrama de tensão-deformação para a compressão simples de curta duração, como pode-se observar na Figura 3 a seguir.

Figura 3 – Diagrama tensão-deformação para análises não linear.



Fonte: ABNT NBR 6118:2023.

Para utilizar o gráfico da Figura 3 é necessário que o valor de f_{cm} seja adotado conforme a Equação 11 a seguir.

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ (MPa)} \quad (\text{Eq. 11})$$

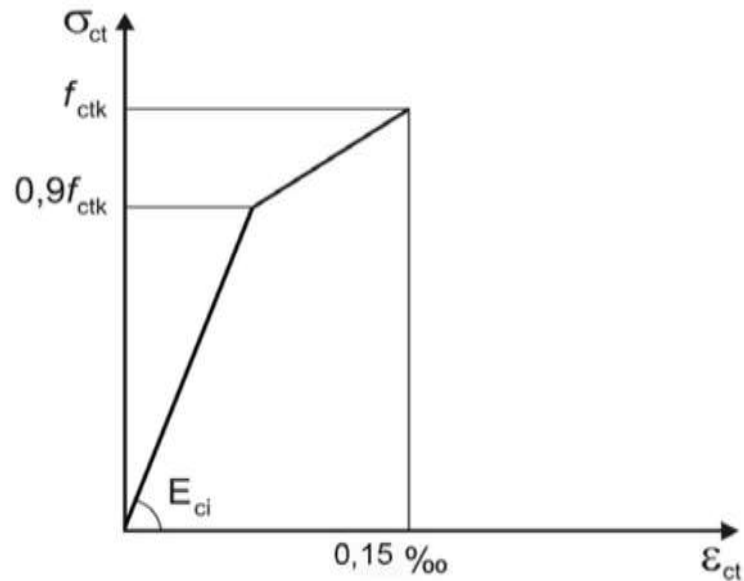
Onde:

- f_{cm} : resistência média à compressão do concreto, em MPa.
- f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto, em MPa.

Se as cargas forem de longa duração, os efeitos da fluência precisam ser convenientemente considerados (ABNT NBR 6118, 2023).

De acordo com a ABNT NBR 6118:2023, no concreto não fissurado poderá ser adotado o diagrama de tensão-deformação bilinear de tração, conforme mostra a Figura 4 a seguir.

Figura 4 – Diagrama de tensão-deformação bilinear de tração.



Fonte: Fonte: ABNT NBR 6118:2023.

3.5.5. Resistência de cálculo do concreto

No dimensionamento de um elemento estrutural é primordial que se use os coeficientes de ponderação para as resistências. Todavia, as aplicações dos coeficientes de segurança são utilizadas neste caso como fatores de minoração das resistências. Na fase de verificação do ELU em edificações usuais, os valores das resistências de cálculo do concreto, podem ser obtidas de acordo com a Equação 12.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{Eq. 12})$$

Sendo:

- f_{cd} : resistência de cálculo a compressão do concreto, em MPa.
- γ_c : coeficiente de segurança do concreto, descrito na Tabela 2.
- f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto, em MPa.

A Tabela 2 a seguir mostra os valores dos coeficientes de ponderação para o concreto dependendo do tipo de combinação.

Tabela 2 - Coeficiente de ponderação para o concreto.

Combinações	Concreto (γ_c)
Normais	1,4
Especiais ou de construção	1,2
Excepcionais	1,2

Fonte: ABNT NBR 6118:2023, adaptado pelo autor, 2024.

3.5.6. Cobrimento do concreto

No item 7.4.7.5 da ABNT NBR 6118:2023 os cobrimento nominais e mínimos são sempre referidos a superfície da armadura externa, que em geral é a face externa do estribo. Para a determinação do cobrimento nominal para uma determinada barra deve ser considerada as seguintes Condições 4, 5 e 6.

$$C_{nom} \geq \Phi \text{ barra} \quad \text{Condição 4}$$

$$C_{nom} \geq \Phi \text{ feixe} = \Phi_n = \Phi \sqrt{n} \quad \text{Condição 5}$$

$$C_{nom} \geq 0,5 \Phi \text{ bainha} \quad \text{Condição 6}$$

Onde:

- C_{nom} : cobrimento nominal, em mm ou cm.

A Tabela 3 a seguir mostra os valores dos cobrimentos nominais segundo o tipo de estrutura, componente ou elemento e a classe de agressividade ambiental.

Tabela 3 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal.

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

Fonte: ABNT NBR 6118:2023.

3.6. AÇO PARA ESTRUTURA EM CONCRETO ARMADO

O aço no concreto armado desempenha uma função fundamental que é resistir aos esforços provenientes de tração, podendo ser armaduras ativas ou passivas. Segundo a ABNT NBR 6118:2023 nos seus itens 3.1.5 e 3.1.6, as armaduras passivas é quaisquer armaduras que, não seja utilizada para produzir forças de protensão. Para as armaduras ativas a armaduras são formadas por barras, fios isolados ou cordoalhas, sendo destinadas para produção de forças de protensão. A seguir apresenta-se as principais características do aço destinado às armaduras de concreto armado.

3.6.1. Categorias

A utilização do aço nos projetos de estrutura em concreto armado pode ser classificada de acordo com o seu valor de resistência característica ao escoamento (f_{yk}), sendo as categorias CA-25, CA-50 e CA-60. Cujas a nomenclatura CA indica que o concreto é do tipo armado. (ABNT, 2024) NBR 7480:2024.

3.6.2. Tipo de superfície aderente

Para os fios ou barras de aço eles podem ser do tipo liso, entalhados ou provido de saliências ou mossas, cuja configuração e a geometria das saliências ou mossas devem satisfazer as especificações de norma. A capacidade de aderência entre o aço e o concreto é descrita pelo

coeficiente de aderência η_1 , cujo seus valores são de acordo com os tipos de superfícies como esta descritos na Tabela 4 a seguir.

Tabela 4 – Valores dos coeficientes de aderência.

Categoria do aço	η_1
CA-25	1,00
CA-50	2,25
CA-60	1,00

Fonte: ABNT NBR 6118:2023.

3.6.3. Massa específica

Para a massa específica do aço em relação a armadura passiva pode ser adotada em 7.850,00 kN/m², de acordo com o item 8.3.3 da ABNT NBR 6118:2023.

3.6.4. Módulo de elasticidade

No módulo de elasticidade do aço pode ser admitido como sendo em 210 GPa, de acordo com o item 8.3.5 da ABNT NBR 6118:2023.

3.6.5. Resistência de cálculo do aço

Para determinar o valor da resistência de cálculo ao escoamento do aço utiliza-se a Equação 13 a seguir.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (\text{Eq. 13})$$

Sendo:

- f_{yd} : a resistência de cálculo ao escoamento do aço, em MPa.
- γ_s : coeficiente de segurança do aço, descrito na Tabela 5.
- f_{yk} : resistência característica de escoamento do aço de armadura passiva, em MPa;

A Tabela 5 a seguir mostra os valores dos coeficientes de ponderação para o aço dependendo do tipo de combinação, de acordo com a ABNT NBR 6118:2023.

Tabela 5 – Coeficientes de ponderação para o aço.

Combinações	Concreto (γ_s)
Normais	1,15
Especiais ou de construção	1,15
Excepcionais	1,0

Fonte: ABNT NBR 6118:2023 adaptado pelo autor, 2024.

3.7. AÇÕES

De acordo com o item 3.1 da ABNT NBR 6120:2019, as ações são causas que provocam esforços solicitantes que atuam sobre a estrutura capazes de produzir ou alterar as deformações ou o estado de tensão nos elementos estruturais. Na análise estrutural, precisam ser levadas em considerações alguns tipos de ações, dentre elas as permanentes e as variáveis.

3.7.1. Ações permanentes

Em um projeto estrutural as ações permanentes ocorrem com valores constante ou em pequenas variações diante de toda vida útil da estrutura. Além disso, é necessário considerar as ações permanentes cujos valores crescem ao longo do tempo, tendendo a um valor limite e constante. São classificados dois tipos de ações permanentes nas estruturas sendo elas, as diretas e indiretas. Onde, a ação permanente direta está relacionada ao peso próprio da estrutura e o peso de todos os elementos construtivos (alvenarias, revestimentos, instalações) e a ação permanente indireta com a deformação proveniente da retração, fluência do concreto, deslocamento de apoio etc. (SENA, 2022).

3.7.2. Ações variáveis

As ações variáveis ocorrem com variações de intensidade de formas significativas ao longo da vida útil da estrutura, podendo ser descritas as ações variáveis como diretas e indiretas. As ações variáveis diretas são consideradas as cargas acidentais de utilização como peso próprio de pessoas, móveis, veículos etc. e as ações variáveis indiretas as ações provenientes de frenação, vento, variação de temperatura etc. (SENA, 2022).

3.7.3. Ações de cálculo e combinações

Para alcançar as ações de cálculo é necessário utilizar fatores de majorações de cargas, sendo denominado de coeficientes de ponderação. Considerando que nas estruturas existem tipos diferentes de cargas atuantes. Cujo os coeficientes de ponderação podem ser representados como a seguir. (SENA, 2022).

- γ_g : ações permanentes.
- γ_q : ações variáveis.

3.7.4. Valores das ações

Segundo a ABNT NBR 6118:2023, pode ser considerado quatro definições para os valores das ações, sendo elas:

3.7.4.1. Valores característicos:

Segundo a ABNT NBR 6118:2023, os valores característicos (f_k) das ações são consideradas em função da variabilidade de suas intensidades.

3.7.4.2. Valores representativos

Os valores das ações são quantificados através dos seus valores representativos, sendo:

- Os valores característicos estão descritos conforme definido no item 11.6.1 da ABNT NBR 6118:2023.
- Os valores convencionais excepcionais, são valores arbitrados para as ações excepcionais.

Em relação aos valores reduzidos, em função da combinação de ações, tem-se:

- As verificações de Estados Limites Últimos, quando a ação considerada combina com a ação principal. Para os valores reduzidos eles são determinados a partir dos valores característicos, através da expressão $\psi_0 F_k$, pois é considerado muito baixa a probabilidade de ocorrência simultânea dos valores característicos de duas ou mais ações variáveis de naturezas diferentes. Podendo ser estudado no item 11.7 das ABNT NBR 6118:2023.
- Para as verificações de Estados Limites de Serviço, onde estes valores são reduzidos e determinados a partir dos valores característicos pelas expressões $\psi_1 F_k$ e $\psi_2 F_k$. Pois

estimam os valores frequentes e quase permanentes respectivamente, de uma ação que acompanha a ação principal.

3.7.4.3. Valores de Cálculo

Nos valores de cálculo (F_d) das ações são obtidas através dos valores representativo, que são multiplicados pelos respectivos coeficientes de ponderação (γ_f), podendo ser estudado no item 11.7 da ABNT NBR 6118:2023.

3.7.4.4. Coeficientes de ponderação das ações

As ações precisam de majorações através do coeficiente γ_f , onde os valores para as majorações podem ser encontrados nos itens 11.7.1 e 11.7.2 da ABNT NBR 6118:2023. Onde a equação utilizada para o coeficiente de ponderação é dada pela Equação 14 a seguir.

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3} \quad (\text{Eq. 14})$$

3.7.5. Coeficientes de ponderação das ações no estado-limite último (ELU)

Os valores-base de verificação das ponderações γ_{f1} e γ_{f3} , pode-se observar na Tabela 6 a seguir.

Tabela 6 – Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$.

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ^a	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0
onde <i>D</i> é desfavorável, <i>F</i> é favorável, <i>G</i> representa as cargas variáveis em geral e <i>T</i> é a temperatura. ^a Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.								

Fonte: ABNT NBR 6118:2023.

Para obter os valores-base de verificação das ponderações γ_{f2} , pode-se adotar os valores da Tabela 7 a seguir.

Tabela 7 – Valores do coeficiente γ_{f2} .

Ações		γ_{f2}		
		ψ_0	ψ_1^a	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^b	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ^c	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

^a Para os valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente para os problemas de fadiga, ver Seção 23.
^b Edifícios residenciais.
^c Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

Fonte: ABNT NBR 6118:2023.

3.7.6. Coeficiente de ponderação das ações no Estado Limite de Serviço (ELS)

De forma geral o coeficiente de ponderação das ações para o Estado Limite de Serviço é dado pela seguinte Equação 15.

$$\gamma_f = \gamma_{f2} \quad (\text{Eq.15})$$

Os valores para o coeficiente de ponderação variável (γ_{f2}) variam conforme o tipo de verificação que se necessita realizar, como está descrito na Tabela 6.

- $\gamma_{f2} =$ para combinações raras.
- $\gamma_{f2} = \psi_1$ para combinações frequentes.
- $\gamma_{f2} = \psi_2$ para combinações quase permanentes.

3.7.7. Combinações para o Estado Limite Último (ELU)

Nas combinações últimas são realizadas as verificações de segurança do Estado Limite Último (ELU), relacionada com o colapso da estrutura. Nas combinações últimas normais as

ações permanentes precisam ser majoradas pelos seus coeficientes de segurança correspondente. Para as ações variáveis serão divididas em principal e secundária, onde na principal a atuação acontece com o seu valor característico e nas secundárias possuem seus valores reduzidos na combinação de ψ_0 . Portanto, a ação de cálculo que será considerada no dimensionamento da estrutura precisa ter como maior de todas as combinações, pois será considerada a pior situação para ser contemplada. (SENA, 2022).

A Tabela 8 a seguir mostra as equações das combinações últimas de acordo com a descrição e o tipo de combinação, seja ela normais, especiais ou de construção e excepcionais.

Tabela 8 – Combinações últimas.

Combinações últimas (ELU)	Descrição	Cálculo das solicitações
Normais	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto armado ^a	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eq} F_{eqk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk}$
	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto protendido	Deve ser considerada, quando necessário, a força de protensão como carregamento externo com os valores P_{kmax} e P_{kmin} para a força desfavorável e favorável, respectivamente, conforme definido na Seção 9
	Perda do equilíbrio como corpo rígido	$S(F_{sd}) \geq S(F_{nd})$ $F_{sd} = \gamma_{gs} G_{sk} + R_d$ $F_{nd} = \gamma_{gn} G_{nk} + \gamma_q Q_{nk} - \gamma_{qs} Q_{s,min}$, onde: $Q_{nk} = Q_{1k} + \sum \psi_{0j} Q_{jk}$
Especiais ou de construção ^b		$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eq} F_{eqk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk}$
Excepcionais ^b		$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eq} F_{eqk} + F_{q1exc} + \gamma_q \sum \psi_{0j} F_{qjk} + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk}$

Fonte: ABNT NBR 6118:2023.

3.7.8. Combinações do Estado Limite Serviço (ELS)

O cálculo das deformações de serviço é utilizado para realizar as verificações no ELS, sendo relacionado ao conforto do usuário e a durabilidade da estrutura. Dentre as combinações de serviço, pode-se destacar as combinações quase permanente de serviço necessária para a verificação do Estado-Limite de deformação excessiva. Sendo consideradas para esta combinação todas as ações variáveis, com seus valores quase permanente, pois sua atuação

ocorre em grande parte da vida útil do elemento estrutura. (SENA, 2022). A seguir tem-se os tipos de combinações para o ELS.

➤ **Quase permanente:**

Podendo atuar durante grande parte da vida útil da estrutura, sendo considerado se necessária na verificação do Estado Limite de deformações excessivas. (ABNT, 2023)

➤ **Frequentes:**

Pode ser repetida por diversas vezes durante o período de vida útil da estrutura, sendo considerada na verificação do Estado Limite de formação de fissuras, abertura de fissura e de vibrações excessivas. Assim como, pode ser considerada nas verificações do Estado Limite de deformação excessiva proveniente de vento ou temperatura, podendo prejudicar a vedação. (ABNT, 2023)

➤ **Raras:**

Se dá em alguns momentos durante a vida útil da estrutura e sua consideração leva o projetista a verificá-lo no Estado Limite de formação de fissuras.

A Tabela 9 a seguir mostra as equações para as combinações usuais de serviços para o ELS.

Tabela 9 – Combinações de Serviço.

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \psi_2 F_{qj,k}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_2 F_{qjk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \psi_1 F_{qjk}$

onde

$F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;

F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas;

ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS;

ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.

Fonte: ABNT NBR 6118:2023.

3.7.9. Dutilidade de uma viga

Para vigas em concreto armado é necessário garantir que se apresente boas condições de ductilidade, respeitando os limites da posição da linha neutra (x/d). Nesse caso, a capacidade

de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no Estado Limite Último, ou seja, quanto menor for a relação (x/d) tanto maior será a capacidade de rotação. Desse modo, para que ocorra um bom comportamento adequado dútil seja em vigas ou lajes será necessário que a posição da linha neutra obedeça às seguintes Condições 7 e 8, descrito no item 14.6.4.3 da ABNT NBR 6118:2023.

$$\frac{x}{d} \leq 0,45, \text{ para concretos com } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad \text{Condição 7}$$

$$\frac{x}{d} \leq 0,35, \text{ para concretos com } 50 \text{ MPa} < f_{ck} < 90 \text{ MPa} \quad \text{Condição 8}$$

3.8. Dimensionamento à flexão simples viga

Em um dimensionamento de viga o cálculo da armadura se faz necessário para o elemento estrutural resistir ao esforço de momento fletor, sendo considerado um ponto de suma importância no dimensionamento. O cálculo é feito através de um estudo das seções do concreto armado, onde busca-se comprovar que sob os efeitos das ações nas peças não seja superado os ELU e ELS. Além disso, no dimensionamento o concreto e o aço têm suas resistências características minoradas e os efeitos das ações sendo majoradas para que o cálculo possa ser efetuado. (BASTOS, 2023).

Por mais que as vigas possam ter sua seção transversal em diversas formas geométricas, de forma usual a viga retangular é a mais comum nas edificações. As vigas com armadura simples é quando sua seção necessita apenas de uma armadura longitudinal resistente tracionada. Em situações construtivas são adicionadas barras longitudinais na região comprimida, para que seja feita a amarração dos estribos, não havendo a necessidade de considerar essa armadura no cálculo de flexão como armadura resistente. Sendo assim, na seção com armadura simples as tensões de compressão são resistidas de forma única pelo o concreto. (BASTOS, 2023).

3.8.1. Análise estrutural

De acordo com a ABNT NBR 6118:2023, o objetivo da análise estrutural é determinar os efeitos das ações em uma estrutura, com a finalidade que se efetue as verificações do ELU e ELS. Além disso, permite estabelecer as distribuições dos esforços internos, tensões,

deformações e deslocamentos, seja em uma parte da estrutura ou em toda a estrutura. Portanto, o dimensionamento estrutural possui a finalidade de garantir que, a estrutura de concreto armado resista a todas as solicitações decorrentes a vida útil da edificação, assegurando que não sofra deformações excessivas. (CARVALHO; FILHO, 2014).

3.8.2. Métodos de cálculo da área de aço para flexão simples

Neste tópico será abordado os métodos de cálculo utilizados para calcular a área de aço para uma viga em concreto armado submetida a flexão simples.

3.8.2.1. Método 1

Para realizar o cálculo da quantidade de barras necessárias para uma armadura longitudinal de seção transversal retangular deve-se adotar alguns parâmetros que permitem realizar de maneira simples o cálculo a partir das equações de equilíbrio das forças atuantes na seção. A seguir tem-se os principais parâmetros a serem adotados. (CARVALHO; FILHO, 2007).

- f_{ck} : resistência característica a compressão do concreto.
- b_w : largura da viga.
- d : altura útil.
- M_d : momento de projeto.
- Tipo do aço (f_{yd} e ϵ_{yd}).

3.8.2.1.1. Momentos de projeto

Neste tópico serão descritos os momentos de projetos abordados para o dimensionamento a flexão simples de viga em concreto armado.

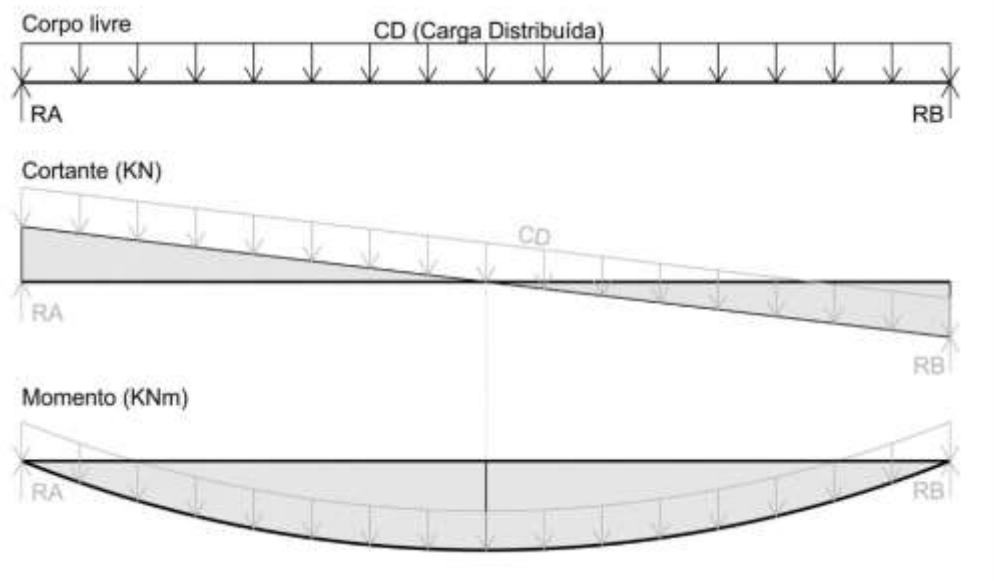
3.8.2.1.1.1. Momento fletor máximo

Para dimensionar a área de aço de uma viga a flexão simples é necessário conhecer o momento fletor máximo ($M_{d(max)}$) no qual a viga está submetida. Quando a carga é distribuída ao longo do comprimento de uma viga o momento fletor varia ao longo do seu comprimento, ou seja, o momento fletor máximo estará em algum ponto específico da viga. Sua importância em um projeto estrutural é crucial, pois permite ao projetista conhecer qual é a capacidade de carga da viga e assim entender a influência desta carga no dimensional estrutural, seja em relação ao concreto ou aço. (CARVALHO; FILHO, 2007).

Para o cálculo do momento fletor máximo submetida a flexão simples em uma viga de carga distribuída, pode ser por meio de diagramas e equações seguindo as etapas. (CARVALHO; FILHO, 2007).

A Figura 5 a seguir mostra como o momento fletor máximo $M_{d(máx)}$ se comporta no diagrama, percebe-se que ponto onde o momento fletor máximo é o mesmo ponto que a reta do esforço cortante cruza o eixo x. (CARVALHO; FILHO, 2007).

Figura 5 – Diagrama do esforço cortante e momento fletor máximo para uma viga com carga distribuída uniformemente.



Fonte: Schneider, 2019.

3.8.2.1.1.2. Momento mínimo

Em situações simples de carregamento a estrutura deverá ser capaz de resistir as solicitações sem apresentar falhas na estrutura ou deformações excessivas. Para se garantir que está sendo considerado o mínimo de ações possíveis de ocorrer deve-se verificar o momento mínimo. A Equação 16 a seguir mostra como calcular o momento mínimo. (ROLIM, 2022).

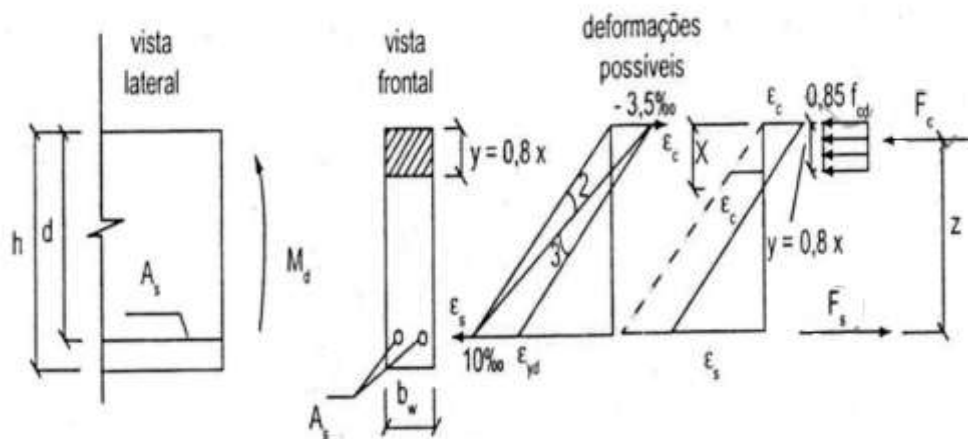
$$M_{(mín)} = \frac{13 \cdot b_w \cdot h^2 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{2500} \quad (\text{Eq. 16})$$

- $M_{d(mín)}$: momento mínimo, kN·m.
- b_w : base da viga, cm ou m.
- h : altura da viga, cm ou m.
- f_{ck} : resistência característica a compressão do concreto, MPa.

3.8.2.1.1.3. Momento de cálculo

Com estes parâmetros é possível determinar a área de aço longitudinal necessária (A_s) e a posição da linha neutra (x). A Figura 6 a seguir mostra uma viga de seção retangular e diagramas de deformações e tensões na seção solicitada pelo o momento de cálculo (M_d). (CARVALHO; FILHO, 2007).

Figura 6 – Viga de seção retangular e diagramas de deformações e tensões na seção solicitada pelo o momento de cálculo (M_d).



Fonte: (CARVALHO; FILHO, 2007).

A Equação 17 a seguir mostra a equação do momento de cálculo M_d , onde o momento fletor máximo $M_{d(máx)}$ será majorado pelo o coeficiente de segurança das ações no ELU γ_f .

$$M_d = M_{d(máx)} \cdot \gamma_f \quad (\text{Eq. 17})$$

Onde:

- M_d : momento de projeto, kN·m.
- γ_f : coeficiente de majoração (segurança) das ações no ELU, como está descrito na Tabela 6.
- $M_{d(máx)}$: momento fletor máximo, kN·m.

Em seguida, o projetista precisa realizar a verificação entre o momento de cálculo e o momento mínimo, onde essa verificação pode ser de acordo com a Condição 9 a seguir. (ROLIM, 2007).

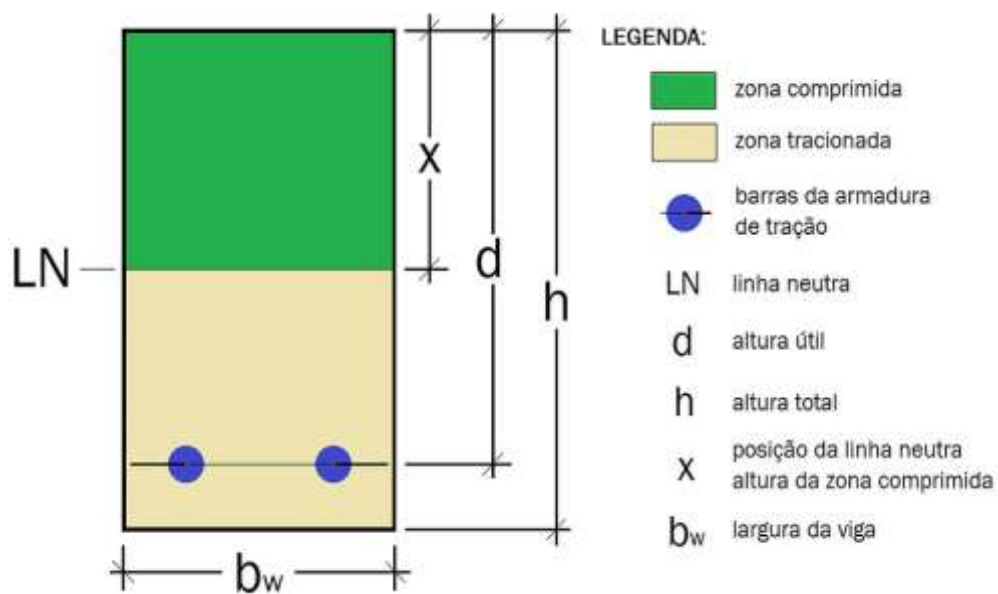
$$M_d \geq M_{d(min)} \quad (\text{Condição 9})$$

Caso o projetista não consiga em seu dimensionamento estrutural atender a Condição 9 é necessário para efeito de cálculo adotar o momento mínimo. (ROLIM, 2007).

3.8.2.1.2. Altura útil da viga

Segundo Rolim (2022), para calcular a altura útil “d” da viga é necessário determinar a distância entre o centro de gravidade da armadura a tração e a face da fibra mais comprimida da viga. Deve-se atentar para não confundir com a altura total da viga tomada como a distância entre a base até o topo da viga, como pode ser visto na Figura 7.

Figura 7 – Altura útil de uma viga de seção retangular.



Fonte: Rolim, 2022.

Onde:

- h : altura total da viga, cm ou m.
- b_w : base da viga, cm ou m.
- d' : altura da face inferior da viga até o centro de gravidade da armadura tracionada da viga, cm ou m.
- d : altura útil da viga, cm ou m.

Para calcular o d' utiliza-se a Equação 18 a seguir, onde dependerá do cobrimento nominal e do diâmetro da armadura transversal e longitudinal da viga. (ROLIM, 2007).

$$d' = C_{nom} + \phi t + \frac{1}{2} \cdot \phi l \quad (\text{Eq. 18})$$

Onde:

- d' : altura da face inferior da viga até o centro geométrico da barra de aço, cm ou m.
- $C_{(nom)}$: cobrimento nominal, mm ou cm.
- Φt : diâmetro da armadura transversal da viga, mm ou cm.
- ϕl : diâmetro da armadura longitudinal da viga, mm ou cm.

A altura útil da viga é calculada pela Equação 19 a seguir, e função do d' e da altura (h) da viga, cm ou m.

$$d = h - d' \quad (\text{Eq. 19})$$

A altura útil mínima de uma viga com seção retangular, pode ser calculada de acordo com a Equação 20 a seguir. (ROLIM, 2007).

$$d_{(mín)} = 2 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}}} \quad (\text{Eq. 20})$$

Onde:

- $d_{(mín)}$: altura útil mínima, cm ou m.
- b_w : base da viga, cm ou m.
- M_d : momento de projeto, kN·m.
- f_{cd} : resistência de cálculo a compressão do concreto, em MPa.

Para efeito de cálculo a verificação da Condição 10 a seguir deve ser atendida, pois a altura útil “ d ” não pode ser menor que a altura útil mínima da viga. Garantindo assim uma ductilidade adequada ao longo da viga útil da viga. (ROLIM, 2007).

$$d \geq d_{(mín)} \quad (\text{Condição 10})$$

3.8.2.1.3. Equilíbrio da seção

O equilíbrio de uma estrutura é verificado de acordo com o equilíbrio de suas seções. Tem-se que se todas as seções estão em equilíbrio pode-se considerar que a estrutura como um todo também está.

3.8.2.1.3.1. Equilíbrio das forças atuantes normais à seção transversal

Considerando a solicitação de flexão simples, levando em conta que não existe força normal externa atuando, deve-se garantir que a força interna resultante no concreto (F_{co}) precisa ser igual a força interna resultante na armadura (F_s), como apresentado na Equação 21. (CARVALHO; FILHO, 2007).

$$\sum F = 0 \rightarrow F_s - F_{co} = 0 \rightarrow F_s = F_{co} \quad (\text{Eq. 21})$$

Onde:

- F_s : força atuante na armadura, N ou kN.
- F_{co} : força atuante no concreto, N ou kN.

3.8.2.1.4. Equilíbrio de Momento

Ou verificação que deve ser feita para garantir o equilíbrio das seções é que o momento proveniente das forças internas em relação a qualquer ponto, sendo aqui considerado em relação ao centro de gravidade da armadura, deve ser igual ao momento de cálculo externo, como mostra a Equação 22 a seguir. (CARVALHO; FILHO, 2007).

$$\sum M = M_d \rightarrow M_d = F_{co} \cdot Z \quad (\text{Eq. 22})$$

Como a força atuante na armadura (F_s) é igual a força atuante no concreto (F_{co}), podemos reformular a Equação 22, e assim obtemos a Equação 23 a seguir.

$$\sum M = M_d \rightarrow M_d = F_s \cdot Z \quad (\text{Eq. 23})$$

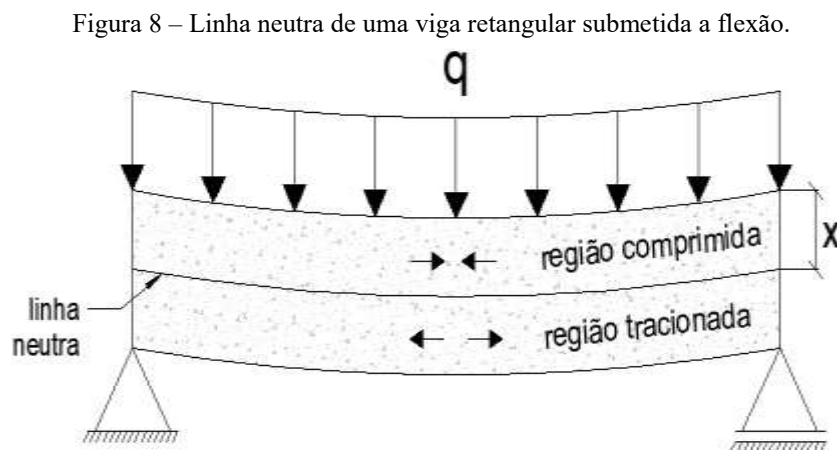
Onde:

- M : momento das forças internas, em $\text{kN}\cdot\text{m}$.
- M_d : momento de cálculo externo, em $\text{kN}\cdot\text{m}$
- Z : braço de alavanca, cm ou m.
- F_s : força atuante na armadura, N ou kN.

3.8.2.1.5. Posição da linha neutra

A linha neutra é dita como um plano onde separa duas regiões, onde uma região pode ser comprimida e outra tracionada. Usualmente determinamos a altura da linha neutra em elementos estruturais como vigas e lajes quando forem submetidas à flexão.

A Figura 8 a seguir apresenta essas regiões em uma viga de seção retangular com carregamento uniforme, cuja as cargas transversais proporcionam um momento fletor que indica a posição da linha neutra. (MOURA, 2019).



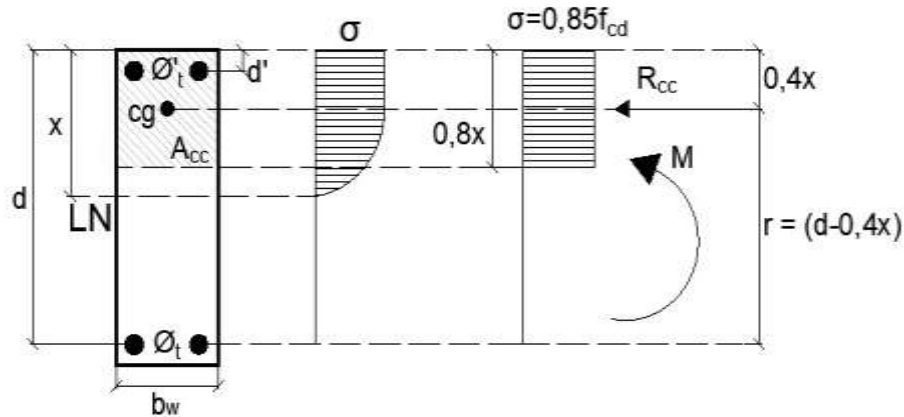
Fonte: Moura, 2019.

Para esses elementos, a linha neutra é obtida em função do momento fletor na seção transversal, realizando o equilíbrio desse momento em relação a região comprimida do concreto e ao aço tracionado. Ressaltando que, na determinação da altura da linha neutra a ABNT NBR 6118:2023, no item 8.2.10, define que a tensão no pico do diagrama de compressão no concreto é 85% da tensão de cálculo, sendo uma consideração normativa que visa garantir a segurança da região. (MOURA, 2019).

Na determinação da força resultante de compressão a posição da linha é considerada em 80% do real, cujo esse modelo de cálculo visa garantir de forma homogênea que ocorra uma distribuição uniforme da tensão de compressão. (CARVALHO; FILHO, 2007). Como pode-se

observar na Figura 9, o diagrama de tensão real do concreto é substituído por outro equivalente de forma retangular. (MOURA, 2019).

Figura 9 – Linha neutra em uma viga retangular.



Fonte: Moura, 2019.

Por mais que a distribuição de tensões de compressão no concreto seja no formato parábola-retângulo, será adotado um diagrama retangular de tensão constante. Como o cálculo da tensão é força dividido pela área, podemos isolar a força e obter a Equação 24. (CARVALHO; FILHO, 2007).

$$F_s = \sigma_s \cdot A_s \quad (\text{Eq. 24})$$

Onde:

- F_s : força atuante na armadura, N ou kN.
- σ_s : tensão atuante no aço, em MPa ou kN/cm².
- A_s : área de aço, cm² ou m².

A Equação 25 a seguir mostra o cálculo da força do concreto de acordo com a tensão de compressão constante no concreto e da área do concreto comprimida de acordo com o diagrama da Figura 11. (CARVALHO; FILHO, 2007).

$$F_{co} = (0,85 \cdot F_{cd}) \cdot (b_w \cdot 0,8 \cdot x) \quad (\text{Eq. 25})$$

Onde:

- f_{cd} : resistência de cálculo a compressão do concreto, MPa ou kN/cm²
- b_w : base da viga, cm ou m.

- x: posição da linha neutra, cm ou m.

Dada as considerações de uniformidade das tensões, o braço de alavanca pode ser calculado de acordo com a Equação 26 a seguir. (CARVALHO; FILHO, 2007).

$$Z = (d - 0,4 \cdot x) \quad (\text{Eq. 26})$$

Onde:

- Z: braço de alavanca, cm ou m.
- d: altura útil da viga, cm ou m.
- x: posição da linha neutra, cm ou m.

Retornando a Equação 23 onde ocorre o equilíbrio dos momentos, pode-se substituir a Equação 25 e 26 nela, resultando na Equação 27 a seguir.

$$M_d = (0,85 \cdot F_{cd}) \cdot (b_w \cdot 0,8 \cdot x) \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad (\text{Eq. 27})$$

Reorganizando os parâmetros da Equação 27, tem-se a Equação 28.

$$\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}} = -0,272 \cdot x^2 + 0,68 \cdot d \cdot x \quad (\text{Eq. 28})$$

Pode-se obter também a Equação 28 no formato de uma equação de 2º grau, como mostra a Equação 29 a seguir. (CARVALHO; FILHO, 2007).

$$0,272 \cdot x^2 - 0,68 \cdot d \cdot x + k = 0 \quad (\text{Eq. 29})$$

Reorganizando a Equação 29 com o objetivo de resolver a equação do 2 grau em termo de “x”, que será nossa posição da linha neutra, tem-se a Equação 30 a seguir.

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(-0,68 \cdot d)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot k}}{2 \cdot (0,272)} \quad (\text{Eq. 30})$$

Agora é necessário calcular a posição da linha neutra limite para garantir o critério de ductilidade, de acordo com a Equação 31 a seguir.

$$x_{lim} = 0,45 \cdot d \quad \text{Eq. 31}$$

Para efeito de cálculo é necessário realizar a verificação da Condição 11 a seguir, sendo necessária ser atendida, para que o dimensionamento trabalhe com armadura simples.

$$x < x_{lim} \quad (\text{Condição 11})$$

3.8.2.1.6. Área de aço a flexão simples

Após determinar o valor da posição da linha neutra (x), é possível calcular a área de aço para armadura à flexão simples (A_s), onde a força atuante na armadura (F_s) é obtido pelo produto da área de aço (A_s) pela tensão atuante no aço (σ_s), como descrito na Equação 24. Desse modo, reorganizando a Equação 22 do equilíbrio de momento, tem-se a Equação 32 a seguir. (CARVALHO; FILHO, 2007).

$$M_d = \sigma_s \cdot A_s \cdot Z \quad (\text{Eq. 32})$$

Onde:

- M_d : momento de cálculo externo, em kN·m
- Z : braço de alavanca, cm ou m.
- σ_s : tensão atuante no aço, MPa ou kN/cm².
- A_s : área de aço, cm² ou m².

Como a finalidade é determinar A_s , basta isolar o termo da área de aço da Equação 32, e assim obtém-se a Equação 33 a seguir. (CARVALHO; FILHO, 2007).

$$A_s = \frac{M_d}{Z \cdot \sigma_s} \quad (\text{Eq. 33})$$

Onde:

- M_d : momento de cálculo externo, em kN/m²
- Z : braço de alavanca, cm ou m.
- σ_s : tensão atuante no aço, MPa ou kN/cm²

- A_s : área de aço, cm^2 ou m^2 .

Assegurando o critério de ductibilidade pode-se admitir que a tensão atuante no aço (σ_s) será igual a tensão de escoamento de cálculo do aço (f_{yd}). Dessa forma, como $\sigma_s = f_{yd}$ pode-se reformular a Equação 34 e assim obtém-se a Equação 34. (CARVALHO; FILHO, 2007).

$$A_s = \frac{M_d}{z \cdot f_{yd}} \quad (\text{Eq. 34})$$

- M_d : momento de cálculo externo, $\text{kN} \cdot \text{m}$.
- Z : braço de alavanca, cm ou m .
- f_{yd} : tensão de escoamento de cálculo do aço, em MPa ou kN/cm^2 .
- A_s : área de aço, cm^2 ou m^2 .

De acordo com a ABNT NBR 6118:2023, para o cálculo da área de aço mínima é realizado através da Equação 35 a seguir, para resistências à compressão de até 30MPa . (CARVALHO; FILHO, 2007).

$$A_{s(\text{mín})} = 0,15\% \cdot b_w \cdot h \quad (\text{Eq. 35})$$

Onde:

- $A_{s(\text{mín})}$: área de aço mínimo, cm^2 ou m^2 .
- b_w : base da viga, cm ou m .
- h : altura da viga, cm ou m .

Para o dimensionamento à flexão simples de uma viga em concreto armado é necessário realizar a verificação de A_s e $A_{s(\text{mín})}$, que pode ser de acordo com a Condição 12 a seguir.

$$A_s \geq A_{s(\text{mín})} \quad (\text{Condição 12})$$

Caso a Condição 12 não seja atendida é necessário adotar a área de aço mínima ou redimensionar a estrutura em concreto armado para que, seja atendida esta condição.

3.8.2.2. Método 2

As vigas em concreto armado com seções de armaduras simples são aquelas que, possuem armaduras somente na área da seção tracionada do elemento estrutural (A_s). Dessa forma, o momento externo solicitante M_d (adimensionalmente K) ficará em equilíbrio internamente apenas pelo o momento devido ao concreto comprimido (adimensionalmente K'). (SILVA, 2018).

No item 14.6.4.3 da ABNT NBR 6118:2023, os valores limites para $\xi_L = 0,45$ fornecem um comportamento dúctil da seção de forma adequado.

A Tabela 10 a seguir mostra o valor de K_L para concreto com classe até CA-50. (SILVA, 2018).

Tabela 10 – Valor de K_L para o comportamento dúctil.

CLASSE	λ	$\xi_L = (X/d)_L$	$\alpha_L = \lambda(X/d)_L$	$K_L = \alpha_L(1 - \alpha_L/2)$
Até C50	0,8000	0,45	0,360	0,295

Fonte: Silva, 2018.

Para a máxima profundidade relativa da linha neutra é possível determinar o valor máximo do momento interno resistente devido ao concreto K' , sendo necessário está equilibrado pelo o momento externo limite K_L . Os limites que o valores de K devem atender para uma seção retangular é dada pelas Condições 13 e 14 a seguir. (SALES, 2010).

$$K \leq K_L \rightarrow K' = K$$

Condição 13

$$K > K_L \rightarrow K' = K_L$$

Condição 14

Para calcular o parâmetro adimensional que mede a intensidade do momento fletor externo solicitante de cálculo, tem-se a Equação 36 a seguir. (SALES, 2010).

$$K = \frac{M_d}{f_c \cdot b_w \cdot d^2} \quad (\text{Eq. 36})$$

Onde:

- K: parâmetro adimensional que mede a intensidade do momento fletor externo solicitante de cálculo.
- M_d : momento solicitante de cálculo, kN·m.
- f_c : resistência à compressão do concreto, em MPa ou kN/cm².
- b_w : base da viga, cm ou m.
- d: altura útil da viga, cm ou m.

Para calcular a área de aço à flexão simples pode ser utilizado a Equação 37. (SALES, 2010).

$$A_{s1} = \frac{f_c \cdot b_w \cdot d}{f_{yd}} * (1 - \sqrt{1 - 2K'}) \quad (\text{Eq. 37})$$

Onde:

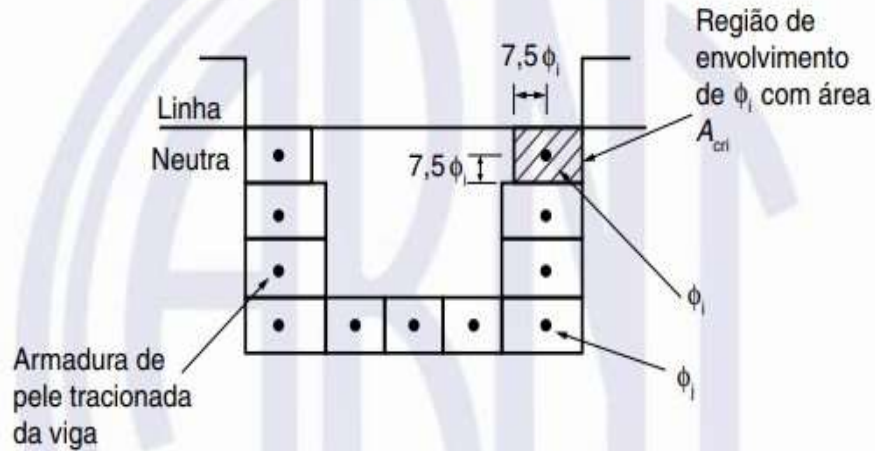
- A_{s1} : área de aço, cm² ou m².
- f_c : resistência à compressão do concreto, MPa ou kN/cm²
- b_w : base da viga, cm ou m.
- d: altura útil da viga, cm ou m.
- K': valor máximo do momento interno resistente devido ao concreto.

O cálculo da área de aço mínima ($A_{s(\text{mín})}$) será de acordo com Equação 34, assim como a verificação em relação entre A_s e $A_{s(\text{mín})}$ é como está descrito na Condição 12.

3.8.3. Estado-limite de fissuração

Na verificação do ELS o valor da abertura de fissuras pode receber influência de restrições relativas as variações volumétricas da estrutura, assim como aquelas causadas pelos métodos de execução da estrutura. Tais considerações são difíceis de serem mensuradas de forma precisa, portanto faz a verificação para cada elemento ou grupo de elementos das armaduras passiva e ativa aderente para a determinação dos efeitos que controlam a fissuração do elemento estrutural considera-se uma área do concreto de envolvimento (A_{rc}). Esta área é constituída por um retângulo cujos lados não distem mais de $7,5\phi$ do eixo da barra da armadura, como mostra a Figura 10.

Figura 10 – Concreto de envolvimento da armadura.



Fonte: ABNT NBR 6118:2023.

Para a determinação do valor característico da abertura da fissura (w_k), cada parte da região de envolvimento deverá ser o menor entre os obtidos pela Equação 38 a seguir.

$$\left\{ \begin{array}{l} W_k \leq \left[\frac{\Phi}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{s1}}{E_{s1}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \right] \\ W_k \leq \left[\frac{\Phi}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{s1}}{E_{s1}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{s1}}{f_{ctm}} \right] \end{array} \right\} \quad (\text{Eq. 38})$$

Onde:

Os valores dos parâmetros Φ_i , σ_{si} , E_{si} , ρ_{si} são definidos para cada área de envolvimento em exame.

- Φ_i : diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada, mm ou cm.
- σ_{si} : tensão de tração da armadura considerada, calculada considerando a seção fissurada, Mpa ou kN/cm².
- E_{si} : módulo de elasticidade do aço da barra Φ_i considerada, Mpa ou kN/cm²
- ρ_{si} : taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) em relação à área da região de envolvimento (A_{cri}).
- A_{cri} : área da região de envolvimento protegida pela barra Φ_i , cm² ou m².
- f_{ctm} – resistência média do concreto à tração, Mpa ou kN/cm²
- η_1 : coeficiente de conformação superficial da armadura considerada.

Para realizar o cálculo da tensão de tração da armadura considerada é realizado de acordo com Equação 39 a seguir.

$$\Sigma_{si} = \frac{f_{yd}}{\gamma_c} \cdot \frac{A_{s(cal)}}{A_{ser}} \quad (\text{Eq. 39})$$

Onde:

- f_{yd} : a resistência de cálculo ao escoamento do aço, que pode ser calculada de acordo com a Equação 13, em Mpa ou kN/cm².
- γ_c : coeficiente de ponderação do concreto, podendo ser escolhido de acordo com a Tabela 2.
- $A_{s(cal)}$: área de aço calculada, cm² ou m²
- A_{ser} : área de aço de serviço (adotado), cm² ou m².

Para calcular a taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) ρ_{si} , em relação à área da região de envolvimento (A_{cri}), utiliza-se a Equação 40 a seguir.

$$\rho_r = \frac{A_{ser}}{A_{cr}} \quad (\text{Eq. 40})$$

Onde:

- ρ_{si} : taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) em relação à área da região de envolvimento (A_{cri}).
- A_{ser} : área de aço serviço (adotada), cm² ou m².
- A_{cri} : área da região de envolvimento protegida pela barra Φ_i , cm² ou m².

4. METODOLOGIA

Apresenta-se a execução do trabalho consistiu em desenvolver um algoritmo por meio de processo iterativo para a otimização estrutural de uma viga à flexão simples utilizando o *Software MATLAB*. Inicialmente buscou-se estudar a ferramenta, suas funções, para em seguida elaborar o algoritmo baseado nas funções objetivo do problema em questão. A seguir serão apresentados o problema que foi otimizado, assim como os parâmetros adotados.

4.1. DADOS UTILIZADOS PARA A OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DA VIGA

Os dados utilizados foram obtidos do projeto de “Cálculo e Detalhamento de Lajes e Vigas em Concreto Armado do Andar Tipo de um Edifício Residencial” apresentado no trabalho de conclusão de curso de Oliveira (2013).

A Tabela 11 mostra os dados de entrada inicial de acordo com o projeto de Oliveira, 2013. Sobre as dimensões da viga, resistências e coeficientes.

Tabela 11 – Dados de entrada inicial.

Dados de Entrada									
Dimensões da Viga			Resistências				Coeficientes		
Comprimento (l)	Base (bw)	Altura (h)	Característica a compressão do concreto (f_{ck})	Compressão do concreto (f_c)	Característica de escoamento do aço de armadura passiva (f_{yk})	De cálculo ao escoamento do aço (f_{yd})	Segurança do concreto (γ_c)	Segurança do aço (γ_s)	Aderência (η_1)
cm	cm	cm	kN/cm ³	kN/cm	kN/cm ²	kN/cm ²	-	-	-
760	20	90	2,5	1,52	50	43,05	1,4	1,15	2,5

Fonte: Autor, 2024.

A Tabela 12 mostra os dados de entrada inicial de Oliveira, 2013. Como módulo de elasticidade momento externo limite, classe de agressividade, abertura de fissuração limite, cobrimento nominal, tipo de aço, momento fletor máximo, peso específico do concreto e tijolo vazado cerâmico.

Tabela 12 – Dados de entrada inicial.

Dados de Entrada								
Módulo de elasticidade do aço (E_s)	Momento externo limite (KL)	Classe de agressividade II	Abertura de fissuração limite $W_{k(lim)}$	Cobrimento nominal $C_{(nom)}$	Tipo do aço	Momento fletor máximo $M_{d(máx)}$	Peso específico do concreto $\gamma_{concreto}$	Peso específico do tijolo vazado cerâmico γ_{tijolo}
kN/cm ²	-		cm	cm	CA50	kN·m	kN/m ³	kN/m ³
21000	0,295		0,3	0,3		204,6	25	13

Fonte: Autor, 2024.

A planta baixa do projeto estrutural é apresentado de acordo com a Figura 11 a seguir. (OLIVEIRA, 2013).

$$AL = 0,15 \cdot 2,8 \cdot 13 = 5,46 \text{ kN/m} \quad (\text{Eq. 42})$$

Onde:

- Espessura da parede (E_p) = 0,15 m
- Pé direito (P_d) = 2,8 m
- Peso específico do tijolo vazado cerâmico $\gamma_{(\text{tijolo})} = 13 \text{ kN/m}$.

➤ **Reações na laje L3:**

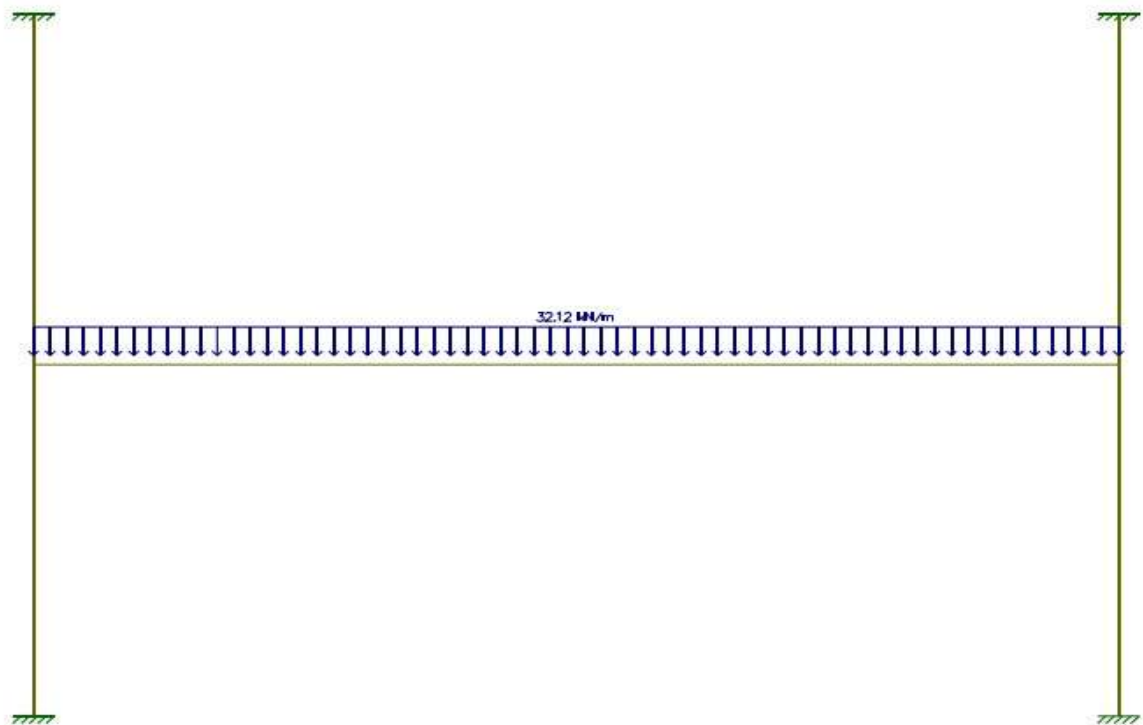
- $L3 = 22,16 \text{ kN/m}$ (obtido em Oliveira (2013))

➤ **Carga total (C_{tot}):**

$$C_{tot} = 4,5 + 5,46 + 22,16 = 32,12 \text{ kN/m} \quad (\text{Eq. 43})$$

Carga total foi inserida no *Software FTOOL* para obtenção dos esforços, e assim obter o momento fletor máximo ($M_{d(\text{máx})}$) da viga, como mostra a Figura 12 a seguir.

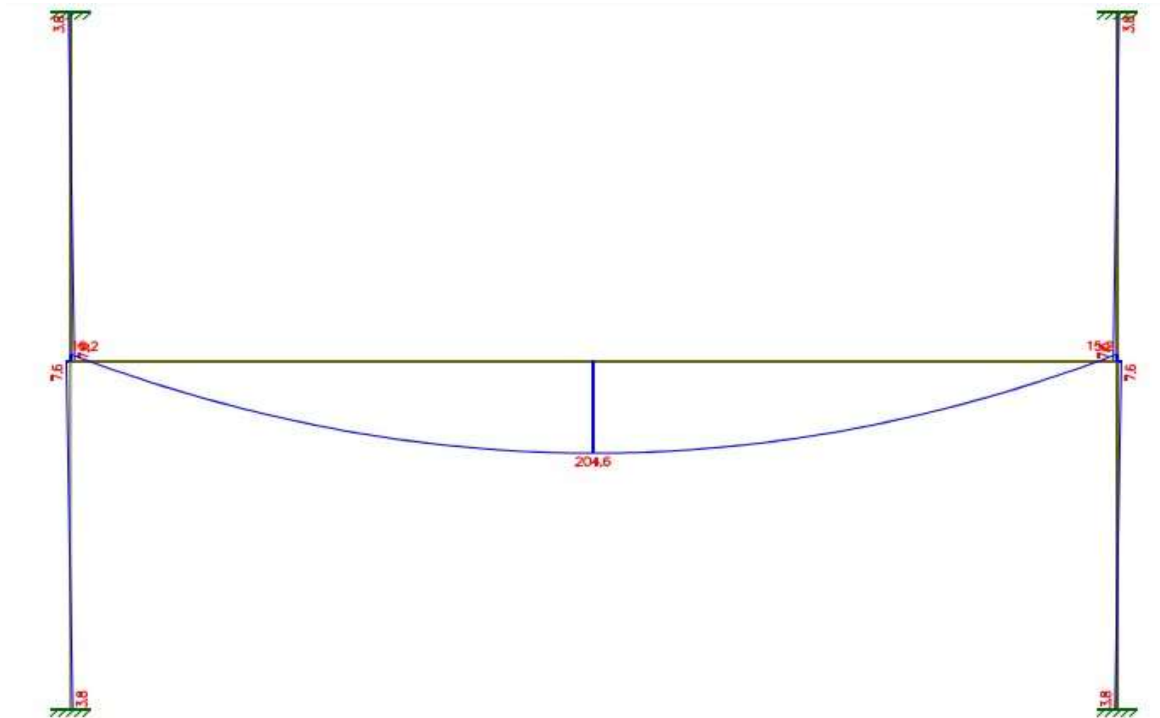
Figura 12 – Carga total inserida no *FTOOL*.



Fonte: Oliveira, 2013.

A Figura 13 a seguir mostra o diagrama do momento fletor obtido no *Software FTOOL*, cujo valor máximo ($M_{d(máxi)}$) foi de 204,6 kN·m.

Figura 13 - Momento fletor máximo na viga.



Fonte: Oliveira, 2013.

4.2. CASOS ANALISADOS

Nesta pesquisa serão analisadas o caso 1, cujos parâmetros estão de acordo com dimensionamento da viga segundo o projeto de Oliveira, (2013), e demais 8 casos de otimização da viga em estrutura de concreto armado à flexão simples. Através do *Software MATLAB* buscou-se reduzir os custos da estrutura dimensionada no caso 1. Nos itens a seguir serão descritos cada caso.

Para o caso 2, a otimização da viga (V6) foi realizada utilizando o roteiro de cálculo dos métodos 1 e 2 descritos nos itens 3.8.2.1 e 3.8.2.2. Os casos 3 ao 9 serão otimizados o dimensionamento da viga (V6) de acordo os dados de entrada utilizados por Oliveira (2013), porém utilizando o dimensionamento do método 1. Em todos os casos tem-se as variáveis de projeto e restrições com o objetivo de reduzir os custos com uma função objetivo.

4.2.1. Caso 1

Com base nos valores e dimensionamento utilizados no projeto de Oliveira (2013), descritos no item 4.1, através da tabela SINAPI, 2024. Realizou-se uma pesquisa de preço para a quantidade total de aço, volume de concreto e área de fôrma que seria necessário para executar a viga (V6). Os custos determinados para a viga (V6) estão descritos na Tabela 13 e serão tomados como referência para as análises de otimização.

Tabela 13 – Valores de área de aço, diâmetro, quantidade de barras e custos.

Área de Aço, Diâmetro, Quantidade de Barras e Custos.									
Área de aço				Diâmetro da barra	Quantidade de barras	Custos			
cm²	cm²	verificação	cm²	mm	-	Aço	Concretagem	Fôrma	Total
A _s	A _{s(mini)}	A _s ≥ A _{s(mini)}	A _(adot)	Φ		\$	\$	\$	\$
8,300	2,7	OK	9,42	20	3	512,77	766,44	1.173,74	2.452,95

Fonte: Autor, 2024.

4.2.2. Caso 2

➤ Dados de entrada

A Tabela 14 a seguir mostra os dados de entrada em relação as dimensões da viga, as resistências e os coeficientes que foram utilizados para o caso 2.

Tabela 14 – Dados de entrada: dimensões da viga, resistências e coeficientes.

Dados de Entrada								
Dimensões da Viga		Resistências				Coeficientes		
Base (bw)	Altura (h)	Característica a compressão do concreto (f _{ck})	Compressão do concreto (f _c)	Característica de escoamento do aço de armadura passiva (f _{yk})	De cálculo ao escoamento do aço (f _{yd})	Segurança do concreto (γ _c)	Segurança do aço (γ _s)	Aderência (η1)
cm	cm	kN/cm³	kN/cm	kN/cm².	kN/cm².	-	-	-
20	90	2,5	1,52	50	43,05	1,4	1,15	2,5

Fonte: Autor, 2024.

Os dados de entrada da Tabela 15 são os valores do módulo de elasticidade do aço, momento externo limite, classe de agressividade, abertura de fissuração limite, cobrimento nominal, diâmetro da armadura transversal e longitudinal da vida.

Tabela 15 – Dados de entrada.

Dados de Entrada						
Módulo de elasticidade do aço (E_s)	Momento externo limite (KL)	Classe de agressividade II	Abertura de fissuração limite $W_{k(lim)}$	Cobrimento nominal $C_{(nom)}$	Diâmetro da armadura transversal da viga (Φ_t)	Diâmetro da armadura longitudinal da viga (Φ_l)
kN/cm ²	-		cm	cm	cm	cm
21000	0,295		0,3	0,3	0,5	12,5

Fonte: Autor, 2024.

A Tabela 16 mostra os dados de entrada em relação a custos de aço, custos de fôrmas e custos de concretagem.

Tabela 16 – Dados de entrada: custos do aço, custo fôrma e custo da concretagem.

Dados de Entrada					
Custos do Aço			Custo Fôrma	Custo Concretagem	
Diâmetro	Preço por quilo	Peso por metro	Madeira plastificada 2200 x 1100 mm, e = 12 mm	Concreto usinado bombeável, com bombeamento, resistência c25, brita 0 e 1, slump = 100 +/- 20 mm	
mm	\$/kg	kg/m	\$/m ²	\$/m ³	
6,3	9,63	0,245	77,22	560,27	
8	9,69	0,395			
10	9,69	0,617			
12,5	7,91	0,963			
16	7,91	1,578			

Fonte: Autor, 2024.

A Tabela 17 mostra os parâmetros, equações, verificações e condições que foram obtidos de acordo com as equações do método 1 do subtópico 3.8.2.1.

Tabela 17 – Parâmetros, equações, verificações e condições.

Parâmetros Obtidos de Acordo com o Método 1			
Parâmetro	Equação	Verificação	Condição
f_{cd}	12	-	-
$M_{d(min)}$	16	$M_d \geq M_{d(min)}$	9
M_d	17		
d'	18	-	-
d	19	$d \geq d_{(min)}$	10
$d_{(min)}$	20		
Linha neutra x	30	$x < x_{lim}$	11
Linha neutra limite x_{lim}	31		

Fonte: Autor, 2024.

A Tabela 18 mostra os parâmetros, equações, verificações e condições obtidos de acordo com as equações contidas no método 2 do subtópico 3.8.2.2.

Tabela 18 - Parâmetros, equações, verificações e condições.

Parâmetros Obtidos de Acordo com o Método 2			
Parâmetro	Equação	Verificação	Condição
K	36	-	-
K_L	-	$K \leq K_L \rightarrow K' = K$	13
K'	-	$K > K_L \rightarrow K' = K_L$	14
A_s	37	$A_s \geq A_{s(min)}$	12
$A_{s(min)}$	35		

Fonte: Autor, 2024.

➤ Abertura de fissuração

No cálculo da abertura de fissuração (w_k) será utilizada a Equação 38, cujo apresentando dois valores e adotando-se o menor entre eles.

➤ Variáveis de projeto

- Altura da viga (h): entre 25 cm e 120 cm.
- Base da viga (b_w) = entre 12 cm e 40 cm.
- Variando essas dimensões a cada 1 cm.

As restrições (funções objetivo) utilizadas para a otimização esta descritas de acordo com a Tabela 19, onde tem os parâmetros utilizadas as verificações e condições.

Tabela 19 – Restrições (funções objetivo).

Restrições (funções objetivo)		
Parâmetro	Verificação	Condição
Md(min)	$Md \geq Md_{(min)}$	9
Md		
d	$d \geq d_{(min)}$	10
d(min)		
Linha neutra x	$x < x_{lim}$	11
Linha neutra limite x _{lim}		
K	$K \leq K_L \rightarrow K' = K$	13
K _L	$K > K_L \rightarrow K' = K_L$	14
A _s	$A_s \geq A_{s(lim)}$	12
A _{s(lim)}		
x/d	$\leq 0,45$	7

Fonte: Autor, 2024.

4.2.3. Caso 3-9.

➤ Dados de entrada

Para os dados de entrada no caso 3 até o caso 9 serão utilizados os mesmos do caso 1, porém o f_{ck} será variado em 20, 25, 30, 35, 40, 45 e 50 (MPa), devido a tabela SINAPI 2024, fornecer os custos para esses valores de resistência. As características para todos os f_{ck} é concreto usinado bombeável, brita 0 e 1, slump = 100 +/- 20 mm, com bombeamento (disponibilização de bomba), sem o lançamento, cujo os valores esta descritos na tabela 20.

Tabela 20 – Dados de entrada para custos de f_{ck} .

Dados de Entrada						
Custo	Custo	Custo	Custo	Custo	Custo	Custo
Resistência c20	Resistência c25	Resistência c30	Resistência c35	Resistência c40	Resistência c45	Resistência c50
\$/m³	\$/m³	\$/m³	\$/m³	\$/m³	\$/m³	\$/m³
543,03	560,27	577,51	594,75	611,99	639,46	683,21

Fonte: Autor, 2024.

Os parâmetros utilizados foram obtidos de acordo com as equações do método 1 do subtópico 3.8.2.1, assim como a abertura de fissuração, as variáveis de projeto e as restrições (funções objetivo), acima mencionados.

4.3. FUNÇÃO OBJETIVA

A função objetiva será a função de custos, pois o objetivo desta pesquisa é otimizar por meio de um algoritmo de programação do *MATLAB* os custos da viga submetida à flexão simples. Assim a equação que será inserida como função objetiva é a Equação 44 a seguir.

$$F_{ob} = \text{custo do aço} + \text{custo de fôrma} + \text{custo de concretagem} \quad (\text{Eq.44})$$

O custo do aço será calculado de acordo com a Equação 45 a seguir.

$$\begin{aligned} \text{Custo do aço} = & \text{preço por quilo} * (\text{quantidade de barras} \\ & * \text{comprimento total das barras} \\ & * \text{massa da barra por metro}) \end{aligned} \quad (\text{Eq.45})$$

O custo da fôrma é calculado de acordo com a Equação 46 a seguir.

$$\begin{aligned} \text{Custo fôrma} = & \text{área da fôrma} (b_w * l + 2 * (h * l)) \\ & * \text{custo da área da fôrma} \end{aligned} \quad (\text{Eq.46})$$

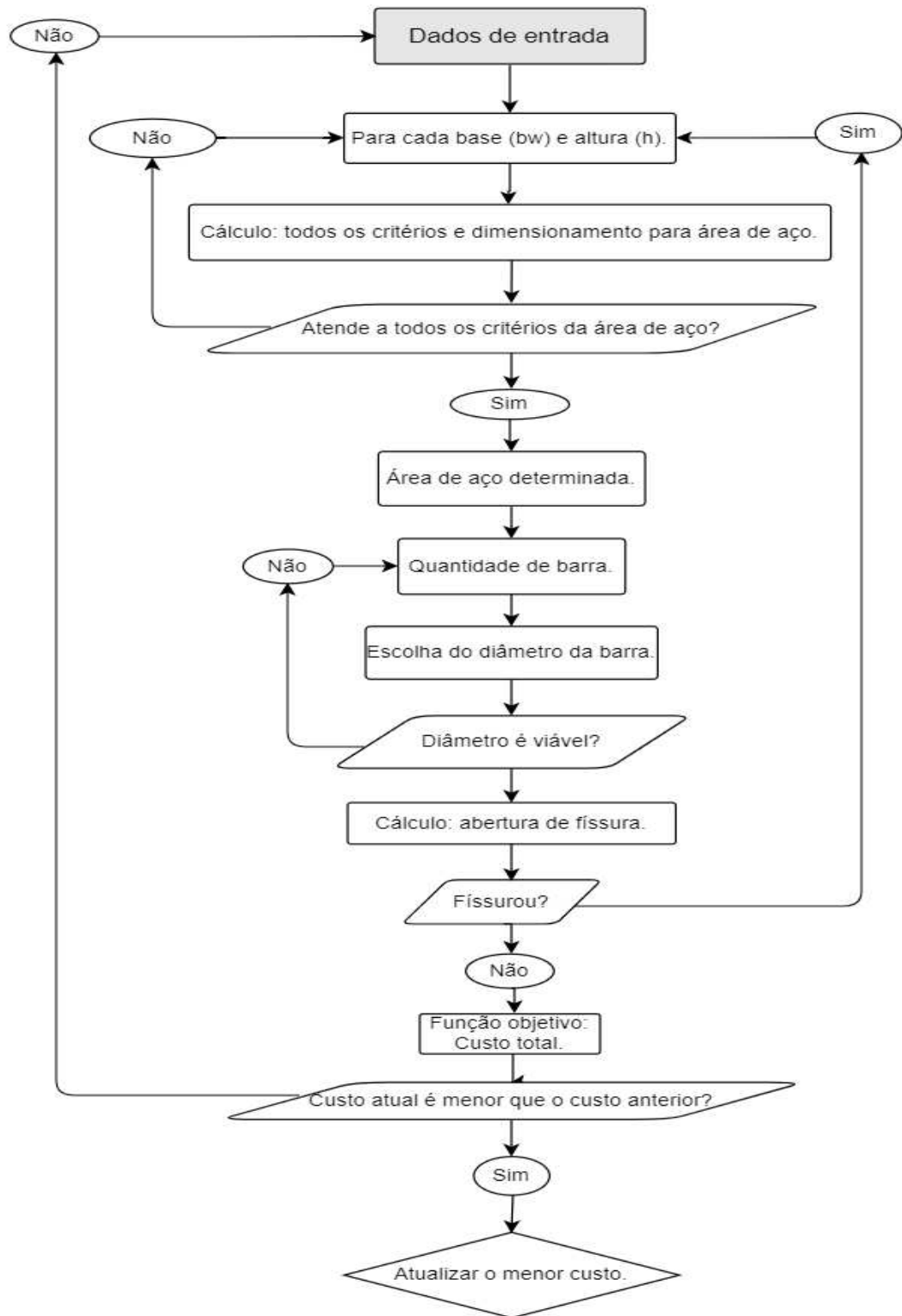
O custo da concretagem é obtido de acordo com a Equação 47 a seguir.

$$\begin{aligned} \text{Custo concretagem} \\ = & \text{volume de concreto} (b_w * l * h) * \text{custo da concretagem} \end{aligned} \quad (\text{Eq.47})$$

4.4. FLUXOGRAMA

O algoritmo utilizado no *Software MATLAB* para otimizar a viga segue o fluxograma da Figura 14. Cujo o fluxograma possui os dados de entrada para cada base (b_w) e altura (h) da viga será variado a cada 1 cm como descritos nas restrições. O cálculo para os critérios e dimensionamento da área de aço se todos esses critérios forem atendidos a área de aço é determinada, se não volta-se para as dimensões da viga. A quantidade de barras de aço é escolhida e o diâmetros, se o diâmetro for viável é realizado o cálculo da abertura de fissuração se não retorna-se a quantidade de barras. Se a estruturar fissurar é iniciado novamente desde as dimensões da viga se não é calculado a função objetivo, onde o valor do custo total final é sempre atualizado se for menor do que o custo total anterior.

Figura 14 – Fluxograma para a otimização da viga V6.



Fonte: Autor, 2024.

O algoritmo foi desenvolvido para otimizar uma viga submetida à flexão simples, onde foi utilizado no algoritmo interações para que o menor custo em relação a função objetiva fosse alcançado. O algoritmo foi alimentado com os dados de entrada descritos no fluxograma e a partir daí realizado o dimensionamento para os casos 2 ao 9 descritos nos itens 4.2.2 e 4.2.3, respectivamente.

O algoritmo após dimensionar a área de aço busca por meio de uma matriz no *MATLAB* a melhor quantidade de barras ajustado de acordo com o diâmetro comercial adotado. A Tabela 21 a seguir apresenta as áreas de aço, quantidade de barras e diâmetros utilizados no *MATLAB*.

Tabela 21 – Áreas de aço, quantidade de barras e diâmetro da barra.

Área de aço da seção conforme espaçamento – A_s [cm²/m]						
Espaçamento (cm)	φ diâmetro (mm)					
	5	6,3	8	10	12,5	16
7,5	2,67	4,20	6,67	10,67	16,67	26,67
10,0	2,00	3,15	5,00	8,00	12,50	20,00
12,5	1,60	2,52	4,00	6,40	10,00	16,00
15,0	1,33	2,10	3,33	5,33	8,33	13,33
17,5	1,14	1,80	2,86	4,57	7,14	11,43
20,0	1,00	1,58	2,50	4,00	6,25	10,00
22,5	0,89	1,40	2,22	3,56	5,56	8,89
25,0	0,80	1,26	2,00	3,20	5,00	8,00
27,5	0,73	1,15	1,82	2,91	4,55	7,27
30,0	0,67	1,05	1,67	2,67	4,17	6,67

Fonte: Google Imagem, 2024.

Após o algoritmo determinar o diâmetro da barra de aço, ele verifica a abertura de fissuração, onde se o algoritmo identificar a solução não atende a esse critério retorna-se para as variáveis de projetos base da viga (b_w) e altura da viga (h) e recalcula-se todo o procedimento. Porém se não houver fissuras significativas, o algoritmo calcula a função objetiva que é o custo total em relação ao aço, concreto e fôrma.

O custo da viga (V_6) é atualizado e armazenado caso seja menor que o custo calculado anteriormente, caso o custo não seja menor o algoritmo retornar aos dados de entrada e repete as interações.

O código do algoritmo utilizado para o dimensionamento à flexão simples no *software MATLAB*, está descrito no apêndice A.

Para validar o algoritmo o caso 2 foi otimizado pelos métodos 1 e 2 e o caso 4 foi otimizado com o método 1. Buscou-se dessa forma comprovar que por mais que o caso 2 e caso

4 tenham sido dimensionados por equações diferentes os mesmos devem apresentar valores idênticos.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nas Tabelas 22 a 37 a seguir serão apresentados os resultados dos casos 2 ao 9, onde os custos em relação a aço, concretagem, fôrma e o custo total foram obtidos. Os Gráficos 1 ao 4 relacionam os custos dos casos 1 ao 9.

A Tabela 22 apresenta as dimensões da viga com base (bw) de 12 cm e uma altura (h) de 109 cm e atendendo a todas as verificações de cálculo, cuja a Tabela 23 mostra que foi determinado 4 barras de 16 mm, onde a viga terá um custo final de \$ 2.590,45.

As tabelas 24, 26, 28, 30, 32, 34 e 36 mostram que as vigas tiveram as mesmas dimensões de base (bw) 12 cm e altura (h) de 87 cm, porém os custos finais foram se alterando devido a mudança nos custos para a concretagem devido a mudança nos valores de f_{ck} . Ressaltando que a abertura de fissuração reduziu os valores de acordo com o aumento dos valores de f_{ck} . Para as tabelas 25, 27, 29, 31, 33, 35 e 37 as barras determinadas foram de 16 mm e com 4 barras para suprir a flexão simples da viga. Ressaltando que todas as verificações de cálculo foram atendidas. Os custos para a fôrma permaneceram iguais pois as dimensões da viga se manteve iguais na otimização destes casos. Assim como os custos do aço, tendo em vista que se manteve as 4 barras de 16 mm.

5.1. CASO 2:

5.1.1. $F_{ck} = 2.5 \text{ kN/cm}^2$

Tabela 22 – Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.

Momentos de projeto, Dimensões da viga, Posição da Linha Neutra, Dutilidade, Parâmetro Adimensional e Abertura de Fissuração.																				
Momentos de projeto			Dimensões da viga						Posição da linha neutra			Dutilidade			Parâmetro Adimensional			Abertura de fissuração		
kN*cm		verificação	cm					verificação	cm		verificação	Du	Du(limi)	verificação	K=K'	KL	verificação	cm		verificação
Md	Md(min)	Md ≥ Md(min)	b _w	h	d	d(min)	d'	d ≥ d(min)	x	x(limi)	x < x(limi)	-	-	Du < Du(limi)	-	-	K ≤ KL	W _k	W _k (limi)	W _k ≤ W _k (limi)
28.640,00	1.365,623	OK	12	109	104,875	73,12	4,125	OK	28,32	65,882	OK	0,19	0,45	OK	0,14	0,295	OK	0,0142	0,03	OK

Fonte: Autor, 2024.

Tabela 23 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.

Área de Aço, Diâmetro, Quantidade de Barras, Custos e Interações.										
Área de aço				Diâmetro da barra	Quantidade de barras	Custos				Interações
cm²	cm²	verificação	cm²	mm	-	Aço	Concretagem	Fôrma	Total	-
A _s	A _s (míni)	A _s ≥ A _s (míni)	A _s (adot)	Φ		\$	\$	\$	\$	
7,999	1,962	OK	8	16	4	683,694	556,95	1.349,81	2.590,45	2.784,00

Fonte: Autor, 2024.

5.2. CASO 3

5.2.1. $f_{ck} = 2 \text{ kN/cm}^2$

Tabela 24 – Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.

Momentos de projeto, Dimensões da viga, Posição da Linha Neutra, Dutilidade, Parâmetro admimensional e Abertura de Fissuração.																	
Momentos de projeto			Dimensões da viga						Posição da linha neutra			Dutilidade			Abertura de fissuração		
kN*cm		verificação	cm					verificação	cm		verificação	Du	Du _(limi)	verificação	cm		verificação
M _d	M _{d(min)}	M _d ≥ M _{d(min)}	b _w	h	d	d _(min)	d'	d ≥ d _(min)	x	x _(limi)	x < x _(limi)	-	-	Du < Du _(limi)	W _k	W _{k(limi)}	W _k ≤ W _{k(limi)}
28.644,00	749,738	OK	12	87	82,875	81,75	4,125	OK	35,85	52,045	OK	0,43	0,45	OK	0,0163	0,03	OK

Fonte: Autor, 2024.

Tabela 25 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.

Área de Aço, Diâmetro, Quantidade de Barras, Custos e Interações.										
Área de aço				Diâmetro da barra	Quantidade de barras	Custos				Interações
cm²	cm²	verificação	cm²	mm	-	Aço	Concretagem	Fôrma	Total	-
A _s	A _{s(mini)}	A _s ≥ A _{s(mini)}	A _(adot)	Φ		\$	\$	\$	\$	
7,949	1,566	OK	8	16	4	683,69	430,84	1.091,58	2.206,11	2.784,00

Fonte: Autor, 2024.

5.3. CASO 4

5.3.1. $f_{ck} = 2,5 \text{ kN/cm}^2$

Tabela 26 - Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.

Momentos de projeto, Dimensões da viga, Posição da Linha Neutra, Dutilidade, Parâmetro admimensional e Abertura de Fissuração.																	
Momentos de projeto			Dimensões da viga						Posição da linha neutra			Dutilidade			Abertura de fissuração		
kN*cm		verificação	cm				verificação	cm		verificação	Du	Du(limi)	verificação	cm		verificação	
Md	Md(min)	Md ≥ Md(min)	b _w	h	d	d(min)	d'	d ≥ d(min)	x	x(limi)	x < x(limi)	-	-	Du < Du(limi)	W _k	W _{k(limi)}	W _k ≤ W _{k(limi)}
28.644,00	869,994	OK	12	87	82,875	73,12	4,125	OK	27,32	52,045	OK	0,43	0,45	OK	0,014	0,03	OK

Fonte: Autor, 2024.

Tabela 27 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.

Área de Aço, Diâmetro, Quantidade de Barras, Custos e Interações.										
Área de aço				Diâmetro da barra	Quantidade de barras	Custos				Interações
cm²	cm²	verificação	cm²	mm	-	Aço	Concretagem	Fôrma	Total	-
A _s	A _{s(míni)}	A _s ≥ A _{s(míni)}	A _(adot)	Φ		\$	\$	\$	\$	
7,999	1,962	OK	8	16	4	683,694	556,95	1.349,81	2.590,45	2.784,00

Fonte: Autor, 2024.

5.4. CASO 5

5.4.1. $f_{ck} = 3 \text{ kN/cm}^2$

Tabela 28 – Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.

Momentos de projeto, Dimensões da viga, Posição da Linha Neutra, Dutilidade e Abertura de Fissuração.																	
Momentos de projeto			Dimensões da viga						Posição da linha neutra			Dutilidade			Abertura de fissuração		
kN*cm		verificação	cm				verificação	cm		verificação	Du	Du(limi)	verificação	cm		verificação	
M _d	M _{d(min)}	M _d ≥ M _{d(min)}	b _w	h	d	d _(min)	d'	d ≥ d _(min)	x	x(lími)	x < x(lími)	-	-	Du < Du _(lími)	W _k	W _{k(lími)}	W _k ≤ W _{k(lími)}
28.644,00	982,435	OK	12	87	82,875	66,75	4,125	OK	22,13	52,045	OK	0,27	0,45	OK	0,0124	0,03	OK

Fonte: Autor, 2024.

Tabela 29 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.

Área de Aço, Diâmetro, Quantidade de Barras, Custos e Interações.										
Área de aço				Diâmetro da barra	Quantidade de barras	Custos				Interações
cm²	cm²	verificação	cm²	mm	-	Aço	Concretagem	Fôrma	Total	-
A_s	$A_{s(mini)}$	$A_s \geq A_{s(mini)}$	$A_{(adot)}$	Φ		\$	\$	\$	\$	
7,949	1,566	OK	8	16		683,69	457,82	1.091,58	2.233,09	

Fonte: Autor 2024.

5.5. CASO 6

5.5.1. $f_{ck} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$

Tabela 30 – Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.

Momentos de projeto, Dimensões da viga, Posição da Linha Neutra, Dutilidade, Parâmetro admimensional e Abertura de Fissuração.																	
Momentos de projeto			Dimensões da viga						Posição da linha neutra			Dutilidade			Abertura de fissuração		
kN*cm		verificação	cm					verificação	cm		verificação	Du	Du(limi)	verificação	cm		verificação
M _d	M _{d(min)}	M _d ≥ M _{d(min)}	b _w	h	d	d _(min)	d'	d ≥ d _(min)	x	X _(limi)	X < X _(limi)	-	-	Du < Du _(limi)	W _k	W _{k(limi)}	W _k ≤ W _{k(limi)}
28.644,00	1.088,767	OK	12	87	82,875	61,8	4,125	OK	18,62	52,045	OK	0,23	0,45	OK	0,0112	0,03	OK

Fonte: Autor, 2024.

Tabela 31 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.

Área de Aço, Diâmetro, Quantidade de Barras, Custos e Interações.										
Área de aço				Diâmetro da barra	Quantidade de barras	Custos				Interações
cm ²	cm ²	verificação	cm ²	mm	-	Aço	Concretagem	Fôrma	Total	-
A_s	$A_{s(mini)}$	$A_s \geq A_{s(mini)}$	$A_{(adot)}$	Φ		\$	\$	\$	\$	
7,949	1,566	OK	8	16	4	683,69	471,90	1.091,58	2.247,17	2.784,00

Fonte: Autor, 2024.

5.6. CASO 7

5.6.1. $f_{ck} = 4 \text{ kN/cm}^2$

Tabela 32 – Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.

Momentos de projeto, Dimensões da viga, Posição da Linha Neutra, Dutilidade e Abertura de Fissuração.																	
Momentos de projeto			Dimensões da viga						Posição da linha neutra			Dutilidade			Abertura de fissuração		
kN*cm		verificação	cm				verificação	cm		verificação	Du	Du(limi)	verificação	cm		verificação	
Md	Md(min)	Md ≥ Md(min)	b _w	h	d	d _(min)	d'	d ≥ d _(min)	x	x(limi)	x < x(limi)	-	-	Du < Du _(limi)	W _k	W _k (limi)	W _k ≤ W _k (limi)
28.644,00	1.190,136	OK	12	87	82,875	57,81	4,125	OK	16,07	52,045	OK	0,19	0,45	OK	0,0102	0,03	OK

Fonte: Autor, 2024.

Tabela 33 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.

Área de Aço, Diâmetro, Quantidade de Barras, Custos e Interações.										
Área de aço				Diâmetro da barra	Quantidade de barras	Custos				Interações
cm²	cm²	verificação	cm²	mm	-	Aço	Concretagem	Fôrma	Total	-
A_s	$A_{s(mini)}$	$A_s \geq A_{s(mini)}$	$A_{(adot)}$	Φ		\$	\$	\$	\$	
7,949	1,566	OK	8	16	4	683,69	485,58	1.091,58	2.260,85	2.784,00

Fonte: Autor, 2024.

5.7. CASO 8

5.7.1. $f_{ck} = 4,5 \text{ kN/cm}^2$

Tabela 34 - Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.

Momentos de projeto, Dimensões da viga, Posição da Linha Neutra, Dutilidade e Abertura de Fissuração.																	
Momentos de projeto			Dimensões da viga						Posição da linha neutra			Dutilidade			Abertura de fissuração		
kN*cm		verificação	cm				verificação	cm		verificação	Du	Du(limi)	verificação	cm	verificação		
M _d	M _{d(min)}	M _d ≥ M _{d(min)}	b _w	h	d	d _(min)	d'	d ≥ d _(min)	x	x(limi)	x < x(limi)	-	-	Du < Du _(limi)	W _k	W _{k(limi)}	W _k ≤ W _{k(limi)}
28.644,00	1.287,354	OK	12	87	82,875	54,5	4,125	OK	14,14	52,045	OK	0,17	0,45	OK	0,0095	0,03	OK

Fonte: Autor, 2024.

Tabela 35 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.

Área de Aço, Diâmetro, Quantidade de Barras, Custos e Interações.										
Área de aço				Diâmetro da barra	Quantidade de barras	Custos				Interações
cm²	cm²	verificação	cm²	mm	-	Aço	Concretagem	Fôrma	Total	-
A _s	A _{s(mini)}	A _s ≥ A _{s(mini)}	A _(adot)	Φ		\$	\$	\$	\$	
7,949	1,566	OK	8	16	4	683,69	507,37	1.091,58	2.282,65	2.784,00

Fonte: Autor, 2024.

5.8. CASO 9

5.8.1. $f_{ck} = 5 \text{ kN/cm}^2$

Tabela 36 – Valores obtidos para momentos de projeto, dimensões da viga, posição da linha neutra, ductilidade, parâmetro adimensional e abertura de fissuração.

Momentos de projeto, Dimensões da viga, Posição da Linha Neutra, Dutilidade e Abertura de Fissuração.																	
Momentos de projeto			Dimensões da viga						Posição da linha neutra			Dutilidade			Abertura de fissuração		
kN*cm		verificação	cm					verificação	cm		verificação	Du	Du(limi)	verificação	cm		verificação
M _d	M _{d(min)}	M _d ≥ M _{d(min)}	b _w	h	d	d _(min)	d'	d ≥ d _(min)	x	x(limi)	x < x(limi)	-	-	Du < Du _(limi)	W _k	W _{k(limi)}	W _k ≤ W _{k(limi)}
28.644,00	1.381,030	OK	12	87	82,875	51.705	4,125	OK	12.630	52,045	OK	0,15	0,45	OK	0,0088	0,03	OK

Fonte: Autor, 2024.

Tabela 37 - Valores obtidos área de aço diâmetro, quantidade de barras, custos e interações.

Área de Aço, Diâmetro, Quantidade de Barras, Custos e Interações.										
Área de aço				Diâmetro da barra	Quantidade de barras	Custos				Interações
cm²	cm²	verificação	cm²	mm	-	Aço	Concretagem	Fôrma	Total	-
A _s	A _{s(míni)}	A _s ≥ A _{s(míni)}	A _(adot)	Φ		\$	\$	\$	\$	
7,949	1,566	OK	8	16	4	683,69	542,09	1.091,58	2.317,36	2.784,00

Fonte: Autor, 2024.

O Gráfico 1 a seguir apresenta os valores dos custos de aço em relação aos casos 1 ao 9, o menor custo foi em relação ao caso 1 com R\$ 512,77 e o maior custo foi do caso 2 ao 9, porém se mantendo constante no valor de R\$ 683,68.

Gráfico 1 - Custos de aço em relação aos casos 1 ao 9.



Fonte: Autor, 2024.

O Gráfico 2 apresenta os valores dos custos de concretagem em relação aos casos 1 a 9, onde o menor custo é para o caso 3 com valor de R\$ 430,84 e o maior custo de R\$ 766,44 no caso 1.

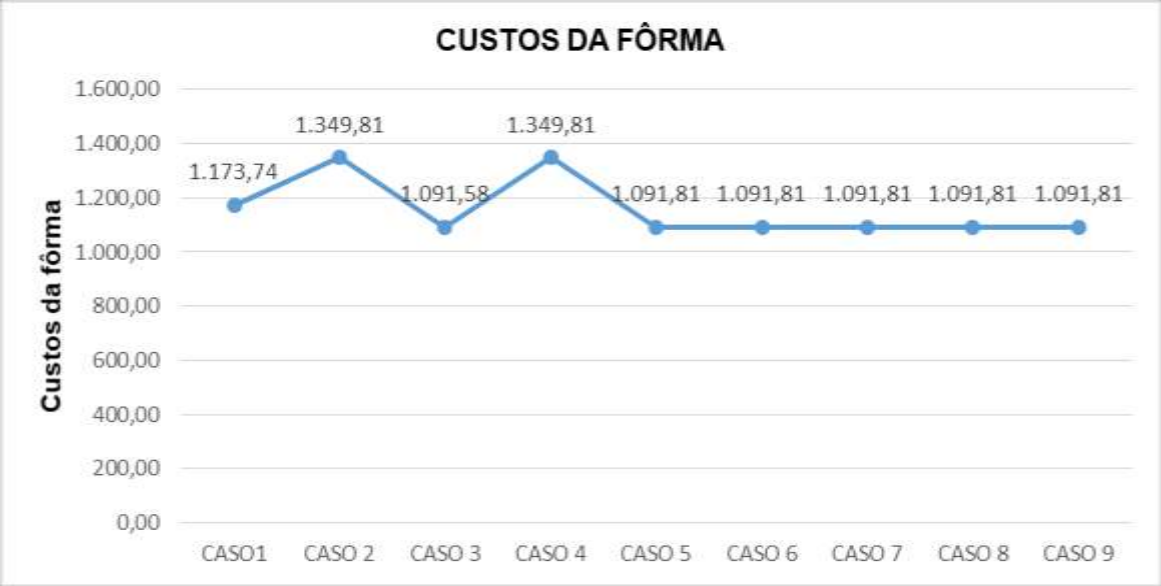
Gráfico 2 – Custos da concretagem em relação aos casos 1 ao 9.



Fonte: Autor, 2024.

O Gráfico 3 a seguir mostra os custos das fôrmas utilizadas na viga em relação aos casos 1 a 9. O menor custo R\$ 1.091,58 para o caso 3, 5, 6,7,8 e 9 e o maior custo para o caso 2 e 4 com valores de R\$ 1.349,81.

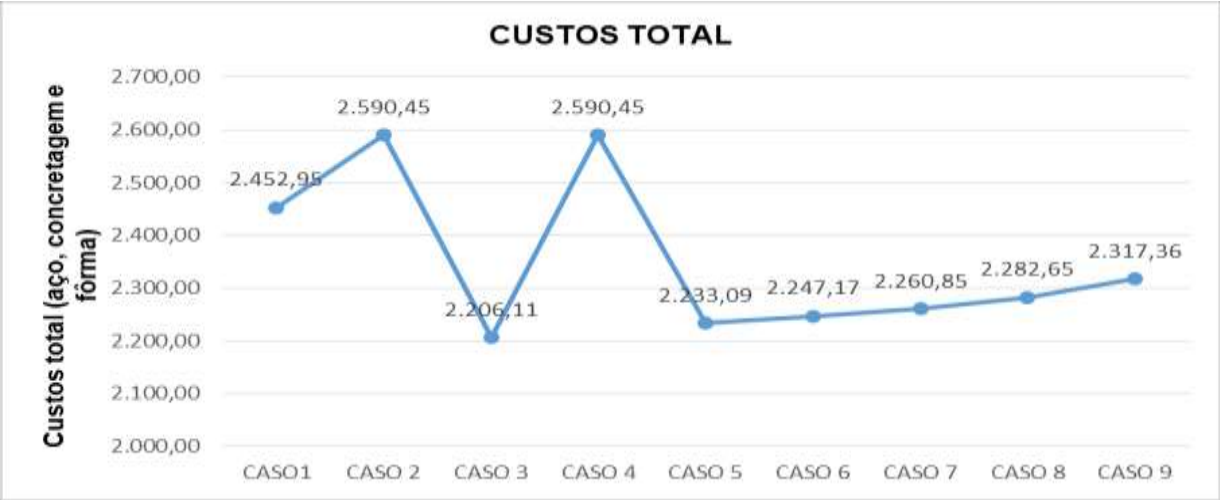
Gráfico 3 – Custos da fôrma em relação aos casos 1 ao 9.



Fonte: Autor, 2024.

O gráfico 4 a seguir mostra os custos totais para a viga em todos os 9 casos em relação a aço, concretagem e fôrma. Onde a viga que apresentou o menor custo foi a do caso 3 com valor de R\$ 2.206,11 e os maiores custos foram nos casos 2 e 4 com valor de R\$ 2.590,45. Verificou-se que nos casos 5 ao 9 os custos se mantiveram com valores baixos.

Gráfico 4 – Custos totais para a viga em relação a aço, concretagem e fôrma dos casos 1 ao 9.



Fonte: Autor, 2024.

Percebe-se que nos Gráficos 2 ao 4 os casos 2 e 4 mantiveram os mesmos valores em relação aos seus custos, consolidando a validação do algoritmo em relação aos métodos 1 e 2

De acordo com o projeto inicial de Oliveira (2013), o custo de aço foi de R\$ 512,77 e ao otimizar a viga (V6) o custo do aço elevou-se para R\$ 683,69. Entretanto, o custo total no projeto inicial da viga (V6) foi de R\$ 2.452,96 e o custo total otimizado foi de R\$ 2.206,11. Ou seja, verificou-se que reduzindo o custo da fôrma e de concretagem devido a redução das dimensões é compensatório em relação ao aumento do custo do aço.

Com as alterações dos valores de f_{ck} de 2,5 kN/cm² referente do caso 4 ao caso 9 os custos em todos os gráficos tenderam a se manter de fôrma linear, ou seja, não apresentaram variações elevadas.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os projetistas da engenharia civil buscam incessantemente alcançar projetos econômicos respeitando todos os aspectos de segurança estrutural. A otimização é uma ferramenta que auxilia os projetistas a alcançar esses projetos de forma mais rápida ao comparar-se com um dimensionamento com ajustes individuais. Pois com os recursos naturais cada vez mais escassos implicando que, quanto menor for a oferta e maior for a demanda das edificações esses dois parâmetros precisam se manter em equilíbrio para não gerar custos elevados e desequilibrados. A otimização estrutural é uma solução para que os projetos ofereçam um melhor custo e assim utilizar menos materiais que são produzidos a partir de recursos naturais.

Ao utilizar um programa computacional que realize otimização, o projetista precisará fornecer todos os parâmetros necessários ao programa e analisar que tipo de técnica será utilizada. Que nesta pesquisa utilizou-se o *Software MATLAB* e o algoritmo desenvolvido realiza interações em busca da solução ótima. Verificou-se que os resultados objetivos em relação aos custos foram satisfatórios, pois reduziram o valor que seria necessário para produzir a viga (V6).

A otimização realizada na viga submetida à flexão simples mostrou-se que, é possível reduzir o custo total, deve-se, porém, avaliar quais os parâmetros que estão ocasionando a economia. Verificou-se que o custo total reduziu, todavia, o custo do aço elevou em relação ao projeto inicial, onde se adotou 3 barras de 20 mm e com a otimização ficaram 4 barras de 16 mm. A solução ótima ocorreu reduzindo as dimensões da viga que possuía base de 20 cm e

altura de 90 cm e passou a ter base mínima de 12 cm e uma altura de 87 cm, diminuindo os custos da área de fôrma e concretagem.

O custo necessário para produzir a viga (V6) no projeto de Oliveira (2013) foi de R\$ 2.452,95, após a otimização a estrutura submetida a flexão simples apresentou um custo no valor de R\$ 2.206,11, uma economia de R\$ 246,84, ou seja, uma redução de 10,06% no valor da produção da viga (V6).

Pode-se analisar que, em uma suposta produção de grande escala uma redução 10,06% para uma viga, quando computado as diferenças para a estruturas como um todo, pode-se produzir um impacto de forma positiva no orçamento da obra. Todavia, é importante que haja motivação nas pesquisas científicas no campo da otimização estrutural, sempre buscando mecanismos que possam produzir redução de custos e garantindo todos os critérios de segurança impostos pelas Normas Técnicas Brasileiras.

6.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com os resultados obtidos fica-se como sugestão realizar a verificação da flecha e contra flecha, dimensionamento do esforço cortante e o detalhamento da viga. Para assim entender como se comportaria a viga sujeita a todos os critérios de segurança e com seus custos reduzidos, verificando se ocorreria um equilíbrio total entre esses dois parâmetros de forma satisfatória.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Concreto para Fins Estruturais- Classificação pela Massa Específica, por Grupos de Resistência e Consistência**, NBR 8953. 2015.

ABNT, NBR. 7222. **Concreto e argamassa-Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos**, Associação Brasileira de Normas Técnicas: Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7480: **Aço destinado às armaduras para estruturas de concreto armado - Requisitos**. 4 ed. Rio de Janeiro: Abnt, 2024.

ABNT, NBR. 6120: **Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Associação Brasileira de Normas Técnicas—ABNT: Rio de Janeiro, Brazil, 2019.

ABNT, NBR. **Concreto–Determinação Dos Módulos Estáticos de Elasticidade e de Deformação à Compressão**. ABNT NBR 8522, 2017.

ABNT, NBR. 12142. **Concreto Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2010.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. 3a ed. Rio Grande: Dunas, v.1., 2010.

BASTOS, PAULO SÉRGIO. **VIGAS DE CONCRETO ARMADO**. 2017.

CHRISTENSEN, Peter W.; KLARBRING, Anders. **Uma introdução à otimização estrutural . Springer Ciência e Mídia de Negócios**, 2008.

CARVALHO, R.C.; FIGUEIREDO, J.R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado** segundo a NBR 6118:2014. 4. Ed. São Carlos: Edufscar, 2014.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 1ª ed. 2007.

CAMACHO, Jefferson Sidney. **Concreto armado: Estados limites de utilização**. UNESP. Ilha Solteira-SP, 2005.

CAIXA. **Preços de insumos**. 2024. p.131.

DA SILVA MAIA, Cleuciane et al. **Análise comparativa do dimensionamento à flexão normal simples em seções retangulares considerando as tensões no concreto com distribuição retangular e parábola retângulo**. 2022.

DE OLIVEIRA, Shirlei Costa. **Cálculo e detalhamento de lajes e vigas em concreto armado do andar tipo de um edifício residencial**. 2013.

FRANCO, Rodrigo Martins De. **Avaliação da segurança em seções de concreto armado sob solicitações normais com base na teoria da confiabilidade**. 2010.

HUPPES, Fábio Augusto Henkes et al. **Otimização estrutural de edificações em concreto armado com o emprego dos softwares MATLAB e Robot**. 2021.

KIRSCH, Uri. **Structural Optimization - Fundamentals and Applications**. 1. ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1993.

KRIPKA, M.; MEDEIROS, G. F.; LEMONGE, A. C. C. **Use of optimization for automatic grouping of beam cross-section dimensions in reinforced concrete building structures.** *Engineering Structures*, v. 99, p. 311–318, 2015.

MAIA, João Paulo Ribeiro. **Otimização estrutural: estudo e aplicações em problemas clássicos de vigas utilizando a ferramenta solver.** Universidade de São Paulo, 2009.

MOURA, Tiago Rodrigues Coelho de. **Demonstração do cálculo da linha neutra em vigas submetidas à flexão.** *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento*. Ano 04, Ed. 10, Vol. 10, pp. 99-115. Outubro de 2019.

NOGUEIRA, Caio Gorla. **Um modelo de confiabilidade e otimização aplicado às estruturas de barras de concreto armado.** 2005. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

ONU (ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS). **População mundial deve ter mais 2 bilhões de pessoas nos próximos 30 anos.** 2019.

PENADÉS-PLÀ, V.; GARCÍA-SEGURA, T.; YEPES, V. **Accelerated optimization method for low-embodied energy concrete box-girder bridge design.** *Engineering Structures*, v. 179, n. June 2018, p. 556–565, 2019.

ROLIM, Antonio Carlos Ramos da Silva. **Estruturas de Concreto Armado Para Edificações: com roteiros práticos para o dimensionamento dos elementos estruturais.** Leud, 2022. 304 p.

SALES, Rogerio Pedrosa. **Uma ferramenta 3D, via web, para dimensionamento de seções retangulares de concreto armado com esboço da armadura.** 2010.

SANTANA, Danilo Fernandes. **Comparação entre estruturas e fundações dimensionadas automaticamente por software e métodos de cálculos tradicionais.** *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento*. Ano 04, Ed. 10, Vol. 02, pp. 138-175. Outubro de 2019. ISSN: 2448-0959, Link de acesso:

SCHNIDER, Nelso. **Diagrama de Esforço Cortante.** 2019. Disponível em: <https://nelsoschneider.com.br/diagrama-esforco-cortante/>. Acesso em: 15 abr. 2024.

SILVA, Ney Amorim. **ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS: CONCRETO ARMADO I.** 2018. ed. Belo Horizonte, ed 2018. 337p.

SENA, Fillipe Matheus Silva de. **Dimensionamento de vigas de concreto armado submetidas a flexão simples utilizando otimização.** 2022.

SPAZZAPAN, Aline Alves. **Otimização de vigas retangulares de concreto armado.** 2018. **Trabalho de Conclusão de Curso.** Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

VANDERPLAATS, G. **Structural optimization-past, present, and future.** *AIAA*, v. 20, n. 7, p. 992–1000, 1982.

WBCSD (WORLD BUSINESS COUNCIL FOR SUSTAINABLE DEVELOPMENT). **Cement technology roadmap shows how the path to achieve CO2 reductions up to 24% by 2050.** 2018.

APÊNDICE A – ALGORITMO UTILIZADO NO SOFTWARE MATLAB PARA OTIMIZAR UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO A FLEXÃO SIMPLES

➤ Algoritmo utilizado para calcular o CASO 1.

```
function main()
clear all;clc;
melhor_resultado = Inf; % Inicializa com infinito
melhor_bw = 0;
melhor_h = 0;
num_iteracoes = 0; % Inicializa o contador de iterações
% Dados iniciais
h_range = 25:120; % Variando a altura de 25 a 120 (cm)
bw_range = 12:40; % Variando a base de 12 a 40 (cm)
l = 760; % Comprimento (cm)
fck = 2.5; % Resistência Característica do Concreto à Compressão (kN/cm²)
gamma_f = 1.4; % Coeficiente de ponderação concreto
Cnom = 3; % Cobrimento (cm)
Mmax = 20460; % Momento fletor máximo (kN*cm)
Dt = 0.5; % Diâmetro da armadura transversal da viga (cm)
Dl = 1.25; % Diâmetro da armadura longitudinal da viga (cm)
KL = 0.295; % Parâmetro adimensional KL
gamma_s = 1.15; % Coeficiente de ponderação aço
fyk = 50; % Resistência característica ao escoamento do AÇO CA50 (kN/cm²)
num_barras_range = 2:4; % Variando de 2 a 4
fc = 1.52; % Resistência a compressão do concreto (kN/cm²)
invalido = false;
for i = 1:length(bw_range)
    bw = bw_range(i);

    for j = 1:length(h_range)
        h = h_range(j);
        num_iteracoes = num_iteracoes + 1; % Incrementa o contador de iterações
```

```

% Chamar a função para verificar os critérios e obter a área de aço escolhida
[area_aco,fyd,d_linha,fcd,Md,Md_min,d,d_min,k,x,x_lim,Du,As_min,K,K_linha] =
verificar_criterios(h, bw, l, fck, fc, Mmax, KL, gamma_s, gamma_f, Cnom, Dt, Dl, fyk);

% Exibir os resultados
if ~isnan(area_aco)

    fprintf('Área de aço escolhida: %.3f cm²\n', area_aco);
    for num_barras_desejado = num_barras_range
        % Calcular o diâmetro correspondente
        [diametro_escolhido, As_adotado] = calcular_diametro(area_aco,
num_barras_desejado);
        if diametro_escolhido <= 16 % 16mm diametro maximo permitido
            invalido = false;
            if ~isnan(diametro_escolhido)
                fprintf('Diâmetro escolhido: %.1f mm\n', diametro_escolhido);
            else
                fprintf('Não foi possível determinar o diâmetro correspondente.\n');
            end
        else
            fprintf('Diametro não viavel comercialmente para a região.\n');
            invalido = true;
        end
    end
    if invalido == false

        [abertura_fissura,W] = calculo_abertura_fissura(fck,fyd,gamma_f,As_adotado,
area_aco, bw, d_linha, diametro_escolhido);
        if abertura_fissura
            % Chamada da função para calcular o custo
            [custo_total,custo_aco_total,custo_forma,custo_concretagem] =
calcular_custo(bw, l, h, num_barras_desejado);
            % Exibição do resultado
            fprintf('O custo total é de: %.2f reais.\n', custo_total);
        end
    end
end

```

```

if custo_total < melhor_resultado
    melhor_area_aco = area_aco;
    melhor_fyd = fyd;
    melhor_d_linha = d_linha;
    melhor_fcd = fcd;
    melhor_Md = Md;
    melhor_Md_min = Md_min;
    melhor_d = d;
    melhor_d_min = d_min;
    melhor_k = k;
    melhor_x = x;
    melhor_x_lim = x_lim;
    melhor_Du = Du;
    melhor_As_min = As_min;
    melhor_resultado = custo_total;
    melhor_custo_aco_total = custo_aco_total;
    melhor_custo_forma = custo_forma;
    melhor_custo_concretagem = custo_concretagem;
    melhor_bw = bw;
    melhor_h = h;
    melhor_numero_de_barras = num_barras_desejado;
    melhor_As_adotado = As_adotado;
    melhor_diametro = diametro_escolhido;
    melhor_K = K;
    melhor_K_linha = K_linha;
    melhor_W = W;

    end
end
end
else

    fprintf('Não foi possível calcular a área de aço com os critérios fornecidos.\n');
end

```



```

    end
end

fprintf('O menor custo total encontrado é: %.2f reais, com largura de %.3f cm e altura de %.3f
cm.\n', melhor_resultado, melhor_bw, melhor_h);
fprintf('Número total de iterações realizadas: %.3f\n', num_iteracoes); % Exibe o número total
de iterações
fprintf('Custo de aço: %.3f\n', melhor_custo_aco_total);
fprintf('Custo de forma: %.3f\n', melhor_custo_forma);
fprintf('Custo de concretagem: %.3f\n', melhor_custo_concretagem);
fprintf('fcd: %.3f kN/cm²\n', melhor_fcd);
fprintf('Md: %.3f kN*cm\n', melhor_Md);
fprintf('Md_min: %.3f kN*cm\n', melhor_Md_min);
fprintf('d_linha: %.3f cm\n', melhor_d_linha);
fprintf('d: %.3f cm\n', melhor_d);
fprintf('d_min: %.3f cm\n', melhor_d_min);
fprintf('K : %.3f\n', melhor_K);
fprintf('K_linha: %.3f\n ', melhor_K_linha);
fprintf('x: %.3f cm\n', melhor_x);
fprintf('x_lim: %.3f cm\n', melhor_x_lim);
fprintf('Du: %.3f\n', melhor_Du);
fprintf('fyd: %.3f kN/cm²\n', melhor_fyd);
fprintf('As: %.3f cm²\n', melhor_area_aco);
fprintf('As_min: %.3f cm²\n', melhor_As_min);
fprintf('As adotado: %.3f\n', melhor_As_adotado);
fprintf('W : %.3f\n', melhor_W);
fprintf('k: %.3f\n', melhor_k);
fprintf('Numero de barras adotado: %.3f\n', melhor_numero_de_barras);
fprintf('Diametro encontrado: %.3f\n', melhor_diametro);
end

```

```

function [area_aco,fyd,d_linha,fcd,Md,Md_min,d,d_min,k,x,x_lim,Du,As_min,K,K_linha] =
verificar_criterios(h, bw, l, fck,fc, Mmax, KL, gamma_s, gamma_f, Cnom, Dt, Dl, fyk)

    % Cálculo da resistência de cálculo à compressão do concreto (fcd)
    fcd = fck / gamma_f;
    fprintf('fcd: %.3f kN/cm²\n', fcd);

    % Cálculo do momento de projeto (Md)
    Md = Mmax * gamma_f;
    fprintf('Md: %.3f kN*cm\n', Md);

    % Cálculo do momento de projeto mínimo (Md_min)
    Md_min = (13 * bw * h^2 * (fck)^(2/3)) / 2500;
    fprintf('Md_min: %.3f kN*cm\n', Md_min);

    % Verificação se Md é maior que Md_min
    if Md > Md_min

        % Cálculo da altura da face inferior da viga até o centro geométrico da barra de aço (d')
        d_linha = Cnom + Dt + (1/2) * Dl;
        fprintf('d_linha: %.3f cm\n', d_linha);

        % Cálculo da altura útil da viga (d)
        d = h - d_linha;
        fprintf('d: %.3f cm\n', d);

        % Cálculo da altura útil mínima da viga (d_min)
        d_min = 2 * sqrt(Md / (bw * fcd));
        fprintf('d_min: %.3f cm\n', d_min);

        % Verificação se d é maior que d_min
        if d > d_min

            % Cálculo do k
            k = Md/(bw*fcd)

```

```

% Cálculo da posição da linha neutra (x)
% Calcula as duas possíveis soluções para x
x1 = (0.68*d + sqrt(0.4624*d^2 - 1.088*k)) / 0.544;
x2 = (0.68*d - sqrt(0.4624*d^2 - 1.088*k)) / 0.544;
x = min(x1,x2);
fprintf('x: %.3f cm\n', x);

% Cálculo da posição da linha neutra limite no momento do vão positivo (x_lim)
x_lim = 0.628 * d;
fprintf('x_lim: %.3f cm\n', x_lim);

% Verificação se x é menor que x_lim
if x < x_lim
    % Cálculo da ductilidade (Du)
    Du = x / d;
    fprintf('Du: %.3f\n', Du);

% Verificação da ductilidade
if Du <= 0.45
    % Cálculo do parâmetro adimensional K
    K = Md / (fc * bw * d^2); % Verificação da condição de K em relação a KL
    fprintf('K: %.3f\n', K);
    if K <= KL
        K_linha = K;
    else
        K_linha = KL;
    end
    fprintf('K_linha: %.3f\n', K_linha);

% Cálculo do valor característico da resistência de escoamento do AÇO
fyd = fyk / gamma_s;
fprintf('fyd: %.3f kN/cm²\n', fyd);

% Cálculo da área de aço (As) para armadura à flexão simples

```

```

As = ((fcd * bw * d) / (fyd)) * (1 - sqrt(1 - 2 * K_linha));
fprintf('As: %.3f cm²\n', As);

% Cálculo da área de aço mínima (As_min)
As_min = 0.0015 * bw * h;
fprintf('As_min: %.3f cm²\n', As_min);

if As > As_min
    % Adotar As
    area_aco = As;
else
    % Adotar As_min
    area_aco = As_min;
end
return;
end
end
end
end

% Se os critérios não forem atendidos, retornar NaN
area_aco = NaN;
fyd = NaN;
d_linha = NaN;
fcd = NaN;
Md = NaN;
Md_min = NaN;
d = NaN;
d_min = NaN;
k = NaN;
x = NaN;
x_lim = NaN;
Du = NaN;
As_min = NaN;
K = NaN;

```

```
K_linha=NaN;
```

```
end
```

```
function [diametro,As_adotado] = calcular_diametro(area_aco, num_barras)
```

```
    % Tabelas de áreas de aço correspondentes para 2, 3 e 4 barras
```

```
    tabela_areas_2_barras = [0.40, 0.63, 1.00, 1.60, 2.50, 4.00, 6.3, 10.00, 16.00, 25.00];
```

```
    tabela_areas_3_barras = [0.60, 0.945, 1.5, 2.4, 3.75, 6.00, 9.45, 15.00, 24.00, 37.5];
```

```
    tabela_areas_4_barras = [0.80, 1.26, 2.00, 3.2, 5.00, 8.00, 12.6, 20.00, 32.00, 50.00];
```

```
    diametros = [5, 6.3, 8, 10, 12.5, 16, 20, 25, 32, 40];
```

```
    % Verificar o número de barras e usar a tabela correspondente
```

```
    if num_barras == 2
```

```
        tabela = tabela_areas_2_barras;
```

```
    elseif num_barras == 3
```

```
        tabela = tabela_areas_3_barras;
```

```
    elseif num_barras == 4
```

```
        tabela = tabela_areas_4_barras;
```

```
    else
```

```
        disp('Número de barras inválido');
```

```
        return;
```

```
    end
```

```
    % Verificar se a área de aço está presente na tabela
```

```
    if any(area_aco == tabela)
```

```
        % Encontrar o diâmetro correspondente
```

```
        idx = find(area_aco == tabela);
```

```
        diametro = diametros(idx(1)); % Seleciona o primeiro valor encontrado
```

```
    else
```

```
        % Encontrar o próximo elemento da tabela se a área de aço desejada for maior que o  
        elemento atual da tabela
```

```
        idx = find(tabela < area_aco, 1, 'last');
```

```
        if isempty(idx)
```

```
            disp('Área de aço desejada é menor que a menor área da tabela.');
```

```
            diametro = diametros(1);
```

```
        elseif idx == numel(tabela)
```

```

disp('Área de aço desejada é maior que a maior área da tabela. O diâmetro sugerido é o
maior da tabela.');
```

$$\text{diametro} = \text{diametros}(\text{end});$$

```

else
    disp('Área de aço desejada não está na tabela. Será adotado o próximo valor disponível
na tabela.');
```

$$\text{diametro} = \text{diametros}(\text{idx} + 1);$$

$$\text{As_adotado} = \text{tabela}(\text{idx}+1);$$

```

end
end
end
function [abertura_fissura,W] = calculo_abertura_fissura(fck,fyd,gamma_f,As_adotado,
area_aco, bw, d_linha, diametro_escolhido)
    % Parâmetros
    Es1 = 21000; % módulo de elasticidade do aço (kN/cm²)
    eta1 = 2.25 % Coeficiente de conformação superficial
    % Cálculo de A_cr
    A_cr = (d_linha + 7.5 * diametro_escolhido) * bw; % área da região do envolvimento crítico
    (cm²)

    % Cálculo de Sigmas1
    sigma_s1 = (fyd/gamma_f)*(area_aco/As_adotado);
    % Cálculo de rho_r
    rho_r = As_adotado / A_cr; % taxa de armadura da região de envolvimento crítico

    % Cálculo de W1
    W1 = (diametro_escolhido / (12.5 * eta1)) * (sigma_s1 / Es1) * (4 / rho_r + 45); % (mm)

    % Cálculo de f_ctm
    fctm = 0.3 * fck^(2/3); % resistência média à tração do concreto (kN/cm²)

    % Cálculo de W2
    W2 = (diametro_escolhido / (12.5 * eta1)) * (sigma_s1 / Es1) * (3 * sigma_s1 / fctm); %
    (mm)

```

```

% Escolha do menor valor entre W1 e W2
W = min(W1, W2); % (mm)

% Verificação de abertura de fissura
Wk = 0.3; % (mm)
if Wk > W
    abertura_fissura = true;
    W=W;
    disp('Estrutura não abriu para fissura.');
```

```

else
    abertura_fissura = false;
    W=W;
    disp('Estrutura abriu para fissura.');
```

```

end
end

function [custo_total,custo_aco_total,custo_forma,custo_concretagem] = calcular_custo(bw, l,
h, num_barras_desejado)
    bw = bw/100;
    l= l/100;
    h= h/100;
    massa_barra = 2.466; % kg/m
    preco_quilo_aco = 9.12; % reais
    preco_m2_forma = 77.22; % reais
    preco_m3_concreto = 517.17; % reais

    % Cálculo do custo do aço
    comprimento_barra = 1; % considerando uma barra padrão de 1 metro
    custo_aco_total = preco_quilo_aco * (num_barras_desejado * l * massa_barra);
    fprintf('Custo aço: %.3f cm²\n', custo_aco_total);
    % Cálculo da área da fôrma
    area_forma = bw * l + 2 * (h * l);

```

```

% Cálculo do custo da fôrma
custo_forma = area_forma * preco_m2_forma;
fprintf('Custo forma: %.3f cm²\n', custo_forma);

% Cálculo do volume de concreto necessário
volume_concreto = bw * l * h;

% Cálculo do custo da concretagem
custo_concretagem = volume_concreto * preco_m3_concreto;
fprintf('Custo concretagem: %.3f cm³\n', custo_concretagem);
% Cálculo do custo total
custo_total = custo_aco_total + custo_forma + custo_concretagem;
end

```

➤ **Algoritmo utilizado para calcular o CASO 2.**

```

function main2()
clear all; clc;
melhor_resultado = Inf; % Inicializa com infinito
melhor_bw = 0;
melhor_h = 0;
num_iteracoes = 0; % Inicializa o contador de iterações
% Dados iniciais
h_range = 25:120; % Variando a altura de 25 a 120 (cm)
bw_range = 12:40; % Variando a base de 12 a 40 (cm)
l = 760; % Comprimento (cm)
fck = 5; % Resistência Característica do Concreto à Compressão (kN/cm²)
gamma_f = 1.4; % Coeficiente de ponderação concreto
Cnom = 3; % Cobrimento (cm)
Mmax = 20460; % Momento fletor máximo (kN*cm)
Dt = 0.5; % Diâmetro da armadura transversal da viga (cm)
Dl = 1.25; % Diâmetro da armadura longitudinal da viga (cm)
KL = 0.295; % Parâmetro adimensional KL

```



```

gamma_s = 1.15; % Coeficiente de ponderação aço
fyk = 50; %Resistência característica ao escoamento do AÇO CA50 (kN/cm²)
num_barras_range = 2:4; % Variando de 2 a 4
fc = 1.52; %Resistencia a compressão do concreto (kN/cm²)
invalido = false;
for i = 1:length(bw_range)
    bw = bw_range(i);

    for j = 1:length(h_range)
        h = h_range(j);
        fprintf('Base: %d , Altura: %d \n',bw,h);
        num_iteracoes = num_iteracoes + 1; % Incrementa o contador de iterações
        % Chamar a função para verificar os critérios e obter a área de aço escolhida
        [area_aco,fyd,d_linha,fcd,Md,Md_min,d,d_min,k,x,x_lim,Du,z,As_min] =
verificar_criterios(h, bw, l, fck, fc, Mmax, KL, gamma_s, gamma_f, Cnom, Dt, Dl, fyk);

        % Exibir os resultados
        if ~isnan(area_aco)

            fprintf('Área de aço escolhida: %.3f cm²\n', area_aco);
            for num_barras_desejado = num_barras_range
                % Calcular o diâmetro correspondente
                [diametro_escolhido, As_adotado] = calcular_diametro(area_aco,
num_barras_desejado);
                if diametro_escolhido <= 16 % 16mm diametro maximo permitido
                    invalido = false;
                    if ~isnan(diametro_escolhido)
                        fprintf('Diâmetro escolhido: %.1f mm\n', diametro_escolhido);
                    else
                        fprintf('Não foi possível determinar o diâmetro correspondente.\n');
                    end
                else
                    fprintf('Diametro não viavel comercialmente para a região.\n');
                    invalido = true;
                end
            end
        end
    end
end

```

```

end
end
if invalido == false
    [abertura_fissura,W] = calculo_abertura_fissura(fck,fyd,gamma_f,As_adotado,
area_aco, bw, d_linha, diametro_escolhido);
    if abertura_fissura
        % Chamada da função para calcular o custo
        [custo_total,custo_aco_total,custo_forma,custo_concretagem] =
calcular_custo(bw, l, h, num_barras_desejado);
        % Exibição do resultado
        fprintf('O custo total é de: %.2f reais.\n', custo_total);
        if custo_total < melhor_resultado
            melhor_area_aco = area_aco;
            melhor_fyd = fyd;
            melhor_d_linha = d_linha;
            melhor_fcd = fcd;
            melhor_Md = Md;
            melhor_Md_min = Md_min;
            melhor_d = d;
            melhor_d_min = d_min;
            melhor_k = k;
            melhor_x = x;
            melhor_custo_aco_total = custo_aco_total;
            melhor_custo_forma = custo_forma;
            melhor_custo_concretagem = custo_concretagem;
            melhor_x_lim = x_lim;
            melhor_Du = Du;
            melhor_z = z;
            melhor_As_min = As_min;
            melhor_resultado = custo_total;
            melhor_bw = bw;
            melhor_h = h;
            melhor_numero_de_barras = num_barras_desejado;
            melhor_As_adotado = As_adotado;

```

```

        melhor_diametro=diametro_escolhido;
        melhor_W = W;
    end
end
end
else

    fprintf('Não foi possível calcular a área de aço com os critérios fornecidos.\n');
end

end
end

fprintf('O menor custo total encontrado é: %.2f reais, com largura de %d cm e altura de %d
cm.\n', melhor_resultado, melhor_bw, melhor_h);
fprintf('Número total de iterações realizadas: %d\n', num_iteracoes); % Exibe o número total
de iterações
fprintf('Custo de aço: %.3f\n', melhor_custo_aco_total);
fprintf('Custo de forma: %.3f\n', melhor_custo_forma);
fprintf('Custo de concretagem: %.3f\n', melhor_custo_concretagem);
fprintf('fcd: %.3f kN/cm²\n', melhor_fcd);
fprintf('Md: %.3f kN*cm\n', melhor_Md);
fprintf('Md_min: %.3f kN*cm\n', melhor_Md_min);
fprintf('d_linha: %.3f cm\n', melhor_d_linha);
fprintf('d: %.3f cm\n', melhor_d);
fprintf('d_min: %.3f cm\n', melhor_d_min);
fprintf('x: %.3f cm\n', melhor_x);
fprintf('x_lim: %.3f cm\n', melhor_x_lim);
fprintf('Du: %.3f\n', melhor_Du);
fprintf('z: %.3f\n', melhor_z);
fprintf('fyd: %.3f kN/cm²\n', melhor_fyd);
fprintf('As: %.3f cm²\n', melhor_area_aco);
fprintf('As_min: %.3f cm²\n', melhor_As_min);
fprintf('W : %.3f\n',melhor_W);

```

```

fprintf('k: %.3f\n',melhor_k);
fprintf('As adotado: %d\n',melhor_As_adotado);
fprintf('Numero de barras adotado: %d\n',melhor_numero_de_barras);
fprintf('Diametro encontrado: %d\n',melhor_diametro);

```

```

end

```

```

function [area_aco,fyd,d_linha,fcd,Md,Md_min,d,d_min,k,x,x_lim,Du,z,As_min] =
verificar_criterios(h, bw, l, fck,fc, Mmax, KL, gamma_s, gamma_f, Cnom, Dt, Dl, fyk)

% Cálculo da resistência de cálculo à compressão do concreto (fcd)
fcd = fck / gamma_f;
fprintf('fcd: %.3f kN/cm²\n', fcd);

% Cálculo do momento de projeto (Md)
Md = Mmax * gamma_f;
fprintf('Md: %.3f kN*cm\n', Md);

% Cálculo do momento de projeto mínimo (Md_min)
Md_min = (13 * bw * h^2 * (fck)^(2/3)) / 2500;
fprintf('Md_min: %.3f kN*cm\n', Md_min);

% Verificação se Md é maior que Md_min
if Md > Md_min
    % Cálculo da altura da face inferior da viga até o centro geométrico da barra de aço (d')
    d_linha = Cnom + Dt + (1/2) * Dl;
    fprintf('d_linha: %.3f cm\n', d_linha);

    % Cálculo da altura útil da viga (d)
    d = h - d_linha;
    fprintf('d: %.3f cm\n', d);

    % Cálculo da altura útil mínima da viga (d_min)
    d_min = 2 * sqrt(Md / (bw * fcd));
    fprintf('d_min: %.3f cm\n', d_min);

```

```

% Verificação se d é maior que d_min
if d > d_min

    % Cálculo do k
    k = Md/(bw*fcd)

    % Cálculo da posição da linha neutra (x)
    % Calcula as duas possíveis soluções para x
    x1 = (0.68*d + sqrt(0.4624*d^2 - 1.088*k)) / 0.544;
    x2 = (0.68*d - sqrt(0.4624*d^2 - 1.088*k)) / 0.544;
    x = min(x1,x2);
    fprintf('x: %.3f cm\n', x);

    % Cálculo da posição da linha neutra limite no momento do vão positivo (x_lim)
    x_lim = 0.628 * d;
    fprintf('x_lim: %.3f cm\n', x_lim);

    % Verificação se x é menor que x_lim
    if x < x_lim
        % Cálculo da ductilidade (Du)
        Du = x / d;
        fprintf('Du: %.3f\n', Du);

        % Verificação da ductilidade
        if Du <= 0.45
            % Cálculo braço de alavanca
            z = d - 0,4*x;

            % Cálculo do valor característico da resistência de escoamento do AÇO
            fyd = fyk / gamma_s;
            fprintf('fyd: %.3f kN/cm²\n', fyd);

            % Cálculo da área de aço (As) para armadura à flexão simples

```

```

As = Md/(z*fyd);
fprintf('As: %.3f cm²\n', As);

% Cálculo da área de aço mínima (As_min)
As_min = 0.0015 * bw * h;
fprintf('As_min: %.3f cm²\n', As_min);

if As > As_min
    % Adotar As
    area_aco = As;
else
    % Adotar As_min
    area_aco = As_min;
end
return;
end
end
end
end

% Se os critérios não forem atendidos, retornar NaN
area_aco = NaN;
fyd = NaN;
d_linha = NaN;
fcd = NaN;
Md = NaN;
Md_min = NaN;
d = NaN;
d_min = NaN;
k = NaN;
x = NaN;
x_lim = NaN;
Du = NaN;
z = NaN;
As_min = NaN;

```

end

function [diagnostico, As_adotado] = calcular_diagnostico(area_aco, num_barras)

% Tabelas de áreas de aço correspondentes para 2, 3 e 4 barras

tabela_areas_2_barras = [0.40, 0.63, 1.00, 1.60, 2.50, 4.00, 6.3, 10.00, 16.00, 25.00];

tabela_areas_3_barras = [0.60, 0.945, 1.5, 2.4, 3.75, 6.00, 9.45, 15.00, 24.00, 37.5];

tabela_areas_4_barras = [0.80, 1.26, 2.00, 3.2, 5.00, 8.00, 12.6, 20.00, 32.00, 50.00];

diagnosticos = [5, 6.3, 8, 10, 12.5, 16, 20, 25, 32, 40];

% Inicializar As_adotado

As_adotado = NaN;

% Verificar o número de barras e usar a tabela correspondente

if num_barras == 2

tabela = tabela_areas_2_barras;

elseif num_barras == 3

tabela = tabela_areas_3_barras;

elseif num_barras == 4

tabela = tabela_areas_4_barras;

else

disp('Número de barras inválido');

return;

end

% Verificar se a área de aço está presente na tabela

if any(area_aco == tabela)

% Encontrar o diâmetro correspondente

idx = find(area_aco == tabela);

diagnostico = diagnosticos(idx(1)); % Seleciona o primeiro valor encontrado

else

% Encontrar o próximo elemento da tabela se a área de aço desejada for maior que o elemento atual da tabela

idx = find(tabela < area_aco, 1, 'last');

if isempty(idx)

disp('Área de aço desejada é menor que a menor área da tabela.');

```

    diametro = diametros(1);
    As_adotado = tabela(1); % Definir As_adotado para o menor valor disponível na tabela
elseif idx == numel(tabela)
    disp('Área de aço desejada é maior que a maior área da tabela. O diâmetro sugerido é o maior da tabela.');
```

$$\text{diametro} = \text{diametros}(\text{end});$$

```

    As_adotado = tabela(end); % Definir As_adotado para o maior valor disponível na tabela
else
    disp('Área de aço desejada não está na tabela. Será adotado o próximo valor disponível na tabela.');
```

$$\text{diametro} = \text{diametros}(\text{idx} + 1);$$

```

    As_adotado = tabela(idx+1); % Definir As_adotado para o próximo valor disponível na tabela
end
end
end
function [abertura_fissura,W] = calculo_abertura_fissura(fck,fyd,gamma_f,As_adotado,
area_aco, bw, d_linha, diametro_escolhido)
    % Parâmetros
    Es1 = 21000; % módulo de elasticidade do aço (kN/cm²)
    eta1 = 2.25 % Coeficiente de conformação superficial
    % Cálculo de A_cr
    A_cr = (d_linha + 7.5 * diametro_escolhido) * bw; % área da região do envolvimento crítico (cm²)

    % Cálculo de Sigmas1
    sigma_s1 = (fyd/gamma_f)*(area_aco/As_adotado);
    % Cálculo de rho_r
    rho_r = As_adotado / A_cr; % taxa de armadura da região de envolvimento crítico

    % Cálculo de W1
    W1 = (diametro_escolhido / (12.5 * eta1)) * (sigma_s1 / Es1) * (4 / rho_r + 45); % (mm)

```



```

% Cálculo de f_ctm
fctm = 0.3 * fck^(2/3); % resistência média à tração do concreto (kN/cm²)

% Cálculo de W2
W2 = (diametro_escolhido / (12.5 * eta1)) * (sigma_s1 / Es1 ) * (3 * sigma_s1 / fctm); %
(mm)

% Escolha do menor valor entre W1 e W2
W = min(W1, W2); % (mm)

% Verificação de abertura de fissura
Wk = 0.3; % (mm)
if Wk > W
    abertura_fissura = true;
    W=W;
    disp('Estrutura não abriu para fissura. ');
else
    abertura_fissura = false;
    W=W;
    disp('Estrutura abriu para fissura. ');
end
end

function [custo_total,custo_aco_total,custo_forma,custo_concretagem] = calcular_custo(bw, l,
h, num_barras_desejado)
    bw = bw/100;
    l= l/100;
    h= h/100;
    massa_barra = 2.466; % kg/m
    preco_quilo_aco = 9.12; % reais
    preco_m2_forma = 77.22; % reais
    preco_m3_concreto = 683.21; % reais

% Cálculo do custo do aço

```

```

comprimento_barra = 1; % considerando uma barra padrão de 1 metro
custo_aco_total = preco_quilo_aco * (num_barras_desejado * l * massa_barra);
fprintf('Custo aço: %.3f cm²\n', custo_aco_total);

% Cálculo da área da fôrma
area_forma = bw * l + 2 * (h * l);

% Cálculo do custo da fôrma
custo_forma = area_forma * preco_m2_forma;
fprintf('Custo forma: %.3f cm²\n', custo_forma);

% Cálculo do volume de concreto necessário
volume_concreto = bw * l * h;

% Cálculo do custo da concretagem
custo_concretagem = volume_concreto * preco_m3_concreto;
fprintf('Custo concretagem: %.3f cm²\n', custo_concretagem);

% Cálculo do custo total
custo_total = custo_aco_total + custo_forma + custo_concretagem;

end

```