

POLIEDROS CONVEXOS, RELAÇÃO DE EULER E APLICAÇÕES.

Ediliane Simão da Silva¹, Fabricio de Figueredo Oliveira²

Resumo: Este artigo apresenta uma análise dos poliedros convexos, desde seus fundamentos matemáticos até algumas de suas aplicações práticas das relações existentes entre esses sólidos geométricos e a cartografia e até mesmo nas estruturas químicas moleculares. Inicialmente, foi abordado a dedução e comprovação do teorema de Euler por meio da relação existente entre o número de vértices, faces e arestas e a soma dos ângulos internos das faces de um poliedro convexo. Em seguida, foi discutido o experimento da região iluminada e sombria, que aborda os ângulos a partir de uma nova perspectiva, ainda, foram abordados conceitos de poliedros regulares e o teorema de Euler no plano, todos estudados e exemplificados mediante análise bibliográfica. Além disso, os conceitos de poliedros convexos foram aplicados à química molecular, destacando a relação existente entre os números de faces, vértices e arestas da geometria molecular e dos poliedros. O artigo conclui ressaltando a importância contínua dos usos da definição de poliedros convexos e sua relevância na compreensão do mundo natural e do construído pelos homens. Espera-se que este trabalho contribua para com o aprimoramento de sequências didáticas relacionadas a geometria e para uma melhor compreensão dos fundamentos e aplicações dos poliedros convexos, de maneira que o leitor possa identificar ao longo do trabalho padrões e relações entre os conceitos estudados e possam aplicar esses conhecimentos na resolução de problemas práticos em química e disciplinas relacionadas.

Palavras-chave: Poliedros convexos; Teorema de Euler; Sólidos de Platão; Ângulos; Geometria molecular.

1. INTRODUÇÃO

Poliedro convexo é um termo de grande notoriedade quando se trata de explicações matemáticas, especialmente na área da geometria. Nesse aspecto, esse termo serviu como objeto de estudo para o presente trabalho, abordando desde seus fundamentos matemáticos, como o Teorema de Euler, até o levantamento de algumas aplicações práticas nas estruturas geométricas das moléculas químicas, a fim de realizar uma abordagem interdisciplinar, e evidenciar a possível relação matemática a outras áreas exatas, como é o caso da química.

A escolha do tema foi motivada pela crescente necessidade de aprimoramento didático com linguagens simplificadas para todos os tipos de leitores. Sendo assim, o problema da pesquisa reside na necessidade de aprimoramento dos conceitos matemáticos de maneira mais compreensível e exploratória, que aborde de forma sistemática e integrada os conceitos matemáticos dos poliedros convexos buscando identificar padrões e relações em diversos campos e aos assuntos cotidianos, que inicialmente podem parecer distintos, porém possuem conectividade.

Portanto, o objetivo deste artigo é fornecer uma compreensão abrangente dos poliedros convexos de maneira simplificada e abordar uma de suas várias aplicações na geometria molecular e no Teorema de Euler no plano, destacando sua importância e relevância nas diferentes áreas do conhecimento; afim de criar uma sequência didática que auxilie no ensino de geometria e revele suas participações no dia a dia de pesquisadores.

Para alcançar este objetivo, utilizou-se da metodologia que combina revisão da literatura sobre poliedros convexos e suas propriedades geométricas com exemplos e experimentação, também, foram realizados estudos de semelhança entre os conceitos abordados e as formas de geometrias moleculares tridimensionais. Ao final, os resultados a serem apresentados ao leitor incluem a identificação de padrões e relações entre os conceitos que envolvem os poliedros estudados e visualizados no dia a dia.

Logo, espera-se que este trabalho forneça percepções valiosas aos interessados no estudo dos poliedros e em sua exemplificação de aplicabilidade química, contribuindo para uma compreensão mais profunda acerca do tema e servindo como inspiração para realização de novos trabalhos que abordem e aprimorem a pesquisa em outras áreas, principalmente exatas.

2. POLIEDROS CONVEXOS

Tem-se como poliedro uma figura tridimensional formada por um conjunto finito de faces planas, onde cada uma delas é um polígono formado por vértices e arestas, mais precisamente tem-se a:

Definição 1: Poliedro é um sólido formado por polígonos chamados de faces, onde, cada lado de um destes polígonos é lado de uma e somente uma outra face, ainda, chama-se aresta o lado comum a duas faces e

consequentemente, cada vértice presente nas faces, será também vértice do poliedro (figura 1).

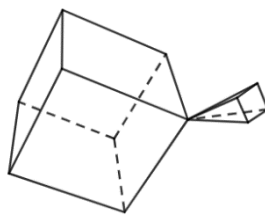


Figura 1. Poliedro. (Adaptado de LIMA, E.L; et. al., 2006).

Embora essa definição englobe grande parte dos sólidos, isso não é suficiente para afirmar que um poliedro é convexo. Assim, além de exibir essas características, o poliedro deve também atender a seguinte definição:

Definição 2: Um poliedro é dito convexo quando o segmento de reta, que conecta dois pontos quaisquer de duas de suas faces estiver totalmente contido dentro dele (figura 2.b).

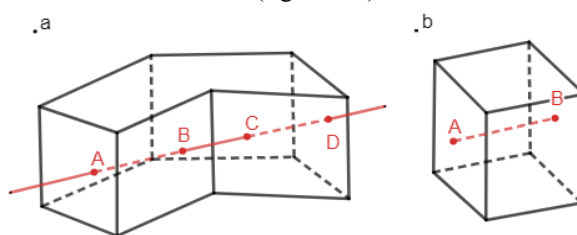


Figura 2. Poliedros. (a) não convexo; (b) convexo. (Adaptado de LIMA, E.L; et. al., 2006).

2.1. Teorema de Euler

O teorema de Euler, nomeado assim em homenagem ao matemático suíço Leonhard Euler, estabelece uma relação fundamental entre vértices, faces e arestas de um poliedro convexo. Tal resultado é essencial para aplicação da teoria dos números e dos grafos. O Teorema de Euler afirma que para qualquer poliedro convexo, a soma dos números de vértices (V) e faces (F), menos o seu número de arestas (A) é igual a dois, assim:

$$V - A + F = 2$$

Dessa maneira, supondo a existência de um poliedro convexo em que F_n é o número de faces com n arestas e V_n são o número de vértices que se conecta a n arestas, ainda, F é a quantidade total de faces e V a soma total de vértices desse poliedro, então:

$$F = F_3 + F_4 + F_5 + \dots + F_n$$

$$V = V_3 + V_4 + V_5 + \dots + V_n$$

Seja ainda A o número de arestas que o poliedro possui. Observe que $n \geq 3$ pois pela Definição 1, poliedros são sólidos formados por polígonos, sendo assim, como o polígono com menor número de lados é o triângulo cada face deve ter pelo menos três lados e cada vértice deve ser ponto de encontro de pelo menos três arestas. Veja a seguir um exemplo que caracteriza a relação acima.

Exemplo 1: Conforme a Figura 2.b, cada face do cubo apresenta 4 lados e em cada vértice concorrem 3 arestas, ou seja, $F = F_4 = 6$ e $V = V_4 = 8$.

Desse modo, separando-se todas as faces de um poliedro, de forma a obter-se apenas polígonos, para saber a quantidade de lados n que um poliedro possui, se faz necessário contar n vezes as faces que possui uma quantidade de lados n . Consequentemente, como cada aresta do poliedro é lado de duas e somente duas dessas faces, será obtido por essa soma, o dobro da quantidade de arestas do poliedro. Assim, matematicamente a expressão será dada por:

$$2A = 3F_3 + 4F_4 + 5F_5 + \dots + nF_n$$

$$2A = 3F_3 + (3 + 1)F_4 + (3 + 2)F_5 + \dots + (3 + n - 3)F_n$$

e,

$$2A = 3V_3 + 4V_4 + 5V_5 + \dots + nV_n$$

$$2A = 3V_3 + (3 + 1)V_4 + (3 + 2)V_5 + \dots + (3 + n - 3)V_n$$

Desenvolvendo a equação, e considerando que F_n são números positivos

$$2A = 3(F_3 + F_4 + F_5 + \dots + F_n) + F_4 + 2F_5 + \dots + (n - 3)F_n$$

$$2A = 3F + F_4 + 2F_5 + \dots + (n - 3)F_n$$

$$2A \geq 3F \quad (1)$$

Consequentemente, a igualdade é atendida se o poliedro for formado exclusivamente por polígonos de 3 lados, ou seja, por triângulos (Figura 3).

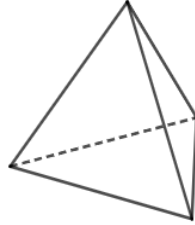


Figura 3. Tetraedro. (Autoria própria)

Portanto, dentro do que já foi mostrado, é válido afirmar que um mesmo tipo de inequação também satisfaz para os vértices, como mostrado abaixo. Assim, por meio das desigualdades mostradas, é possível relacionar a quantidade de faces e arestas, e, também, a quantidade de arestas e vértices.

$$2A = 3(V_3 + V_4 + V_5 + \dots + V_n) + V_4 + 2V_5 + \dots + (n - 3)V_n$$

$$2A = 3V + V_4 + 2V_5 + \dots + (n - 3)V_n$$

$$2A \geq 3V \quad (2)$$

Exemplo 2: Para validar a afirmação de igualdade acima ao se analisar a Figura 3, é possível observar um tetraedro, onde todas as suas faces são compostas por 3 lados, então, $n = 3$. Dessa forma,

$$2A = 3F_3 = 3 \cdot 4 = 12$$

$$A = 6.$$

Analogamente, o mesmo serve para os vértices,

$$2A = 3V_3 = 3 \cdot 4 = 12$$

$$A = 6.$$

2.2. Soma dos ângulos internos de todas as faces de um poliedro convexo

Tendo em mente o conhecimento deferido acima, para estabelecer uma relação entre faces, vértices e arestas e assim realizar a dedução do Teorema de Euler inicialmente deve-se realizar a soma dos ângulos internos de todas as faces do poliedro convexo.

Por meio da observação da Figura 4, nota-se a relação existente entre o número de lados e de triângulos contidos em um polígono, ou seja, dado um polígono com n lados, será possível desenhar em seu interior $n - 2$ triângulos.

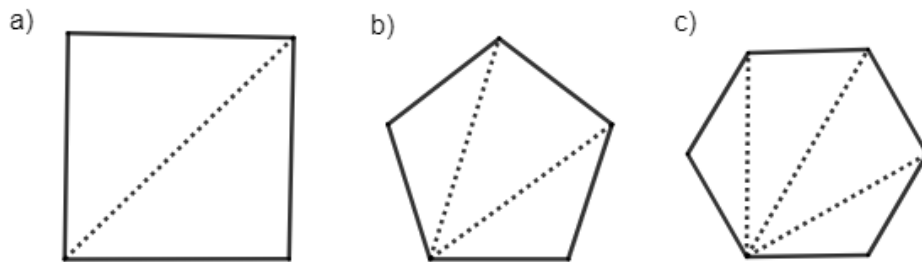


Figura 4. número de triângulos contido nos polígonos. (Autoria própria)

Então como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a π , considerando cada face individualmente e somando seus ângulos internos, pode-se encontrar uma relação dada por:

$$S = (n - 2) \cdot \pi$$

Onde S é a soma dos ângulos internos de uma face e n é o número de lados da mesma. A seguir, encontra-se a exemplificação da afirmação referida acima.

Exemplo 3: Para os polígonos mostrados na Figura 4, tem-se que a soma dos ângulos internos será:

$$a) \quad S = (n - 2) \cdot \pi = (4 - 2) \cdot \pi = 2\pi = 360^\circ$$

$$b) \quad S = (n - 2) \cdot \pi = (5 - 2) \cdot \pi = 3\pi = 540^\circ$$

$$c) \quad S = (n - 2) \cdot \pi = (6 - 2) \cdot \pi = 4\pi = 720^\circ$$

Continuando, se enumeradas todas as faces de um poliedro de 1 a F , chama-se n_k o gênero da k -ésima face, ou seja, a quantidade total de lados que compõem a face k ; assim, k varia de 1 até F . Portanto, somando-se os ângulos internos de todas as faces, tem-se

$$S = \pi(n_1 - 2) + \pi(n_2 - 2) + \pi(n_3 - 2) + \cdots + \pi(n_F - 2) \quad (3)$$

$$S = \pi[(n_1 - 2) + (n_2 - 2) + (n_3 - 2) + \cdots + (n_F - 2)]$$

$$S = \pi[(n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_F) - (2 + 2 + 2 + \cdots + 2)]$$

Como $n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_F$ é a soma dos lados de todas as faces, então, como já mostrado, a soma de todos os lados das faces separadamente será igual à $2A$, e seguindo mesma linha de raciocínio o 2 será repetido conforme o número de faces que compõem o poliedro, sendo assim, $2F$. Portanto,

$$S = \pi(2A - 2F) = 2\pi(A - F) \quad (4)$$

Sendo assim, por meio da análise matemática foi possível criar uma relação entre a soma dos ângulos internos de todas as faces de um poliedro convexo e o número de faces e arestas que os compõe.

2.3. Região iluminada e região sombria

Juntamente com a soma dos ângulos das faces do poliedro, outro ponto que auxilia na demonstração do teorema de Euler é o experimento da região iluminada e região sombria (Figura 5).

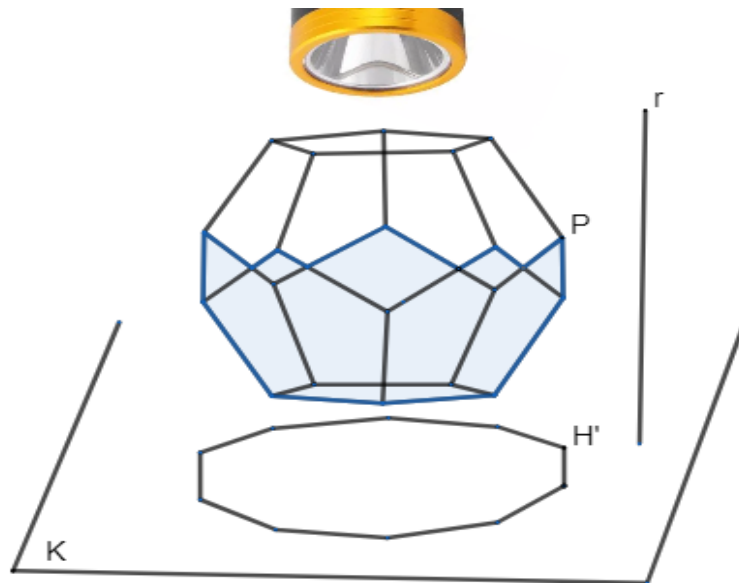


Figura 5. Simulação de experimento região iluminada e sombria utilizando o dodecaedro. (Autoria própria)

O ensaio consiste em posicionar um poliedro convexo(P) acima de um plano K e traçar uma reta r que não seja paralela às faces do poliedro, assim, ao colocar-se uma lanterna projetada na direção do poliedro e paralelo a r resultará na projeção H' , que se trata do contorno da projeção aparente H' , do polígono P no plano K, como mostrado na Figura 6.

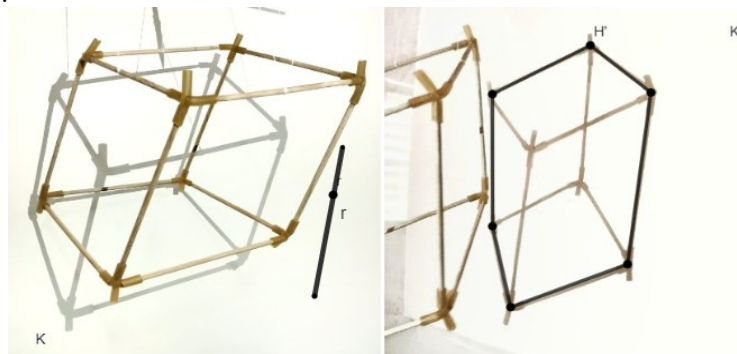


Figura 6. Experimento região iluminada e sombria realizada com o cubo (Autoria própria).

Ao realizar o ensaio, o poliedro será dividido em duas partes, a parte visível ou região iluminada e a parte não visível ou região sombria. Para dar segmento, a partir daqui, entende-se V_0 o número de vértices do contorno projetado H' , V_1 o número de vértices contidos na região iluminada e V_2 o número de vértices contidos na região sombria. Portanto, conforme mostrado na Figura 7, o total de vértices do poliedro será $V = V_0 + V_1 + V_2$.

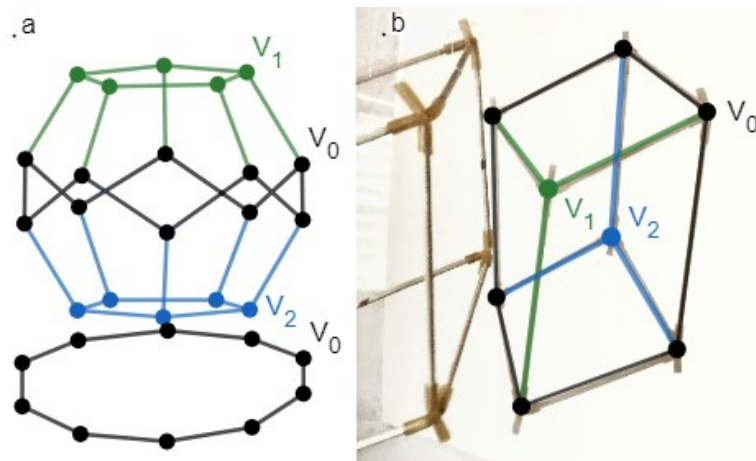


Figura 7. V_0, V_1 e V_2 . (a)simulação usando dodecaedro;(b) experimento com o cubo. (Autoria própria)

Por exemplo, ao analisar as faces da região iluminada (Figura 8) do poliedro percebe-se que ela pode ser relacionada à soma dos ângulos internos de suas faces, uma vez que, forma-se uma angulação de 360° em torno de seus vértices iluminados V_1 .

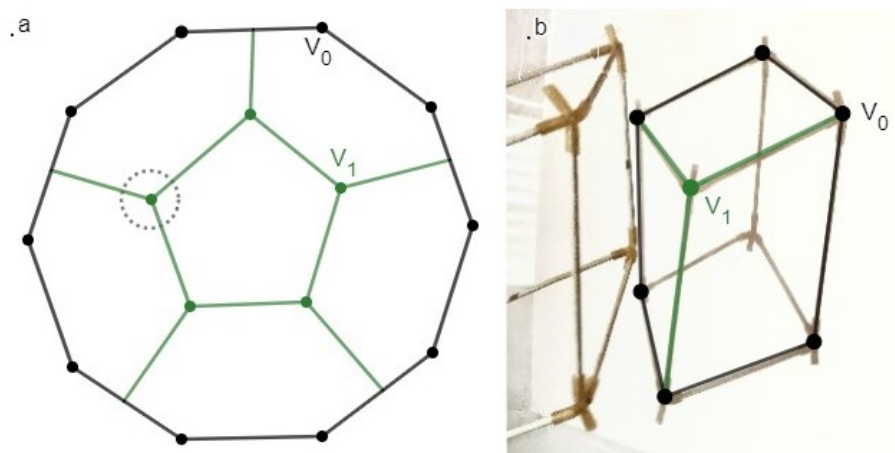


Figura 8. Projeção da região iluminada. (a)visualização teórica usando o dodecaedro; (b)vista prática utilizando o cubo (Autoria própria).

Ainda, ao realizar uma análise é possível verificar que o número de vértices do contorno projetado será igual a quantidade total de lados que compõem a projeção, ou seja, o perímetro da projeção resultará em um polígono que possui um total de F lados, desse modo, $n_k = n_F = V_0$. Valendo a seguinte afirmação matemática,

$$S_1 = \pi(n_F - 2) + 2\pi V_1$$

$$S_1 = \pi(V_0 - 2) + 2\pi V_1 \quad (5)$$

Onde novamente S_1 é a soma dos ângulos internos de todas as faces da região iluminada. E S_2 a soma dos ângulos internos da região sombria.

Observe que a primeira parcela corresponde a soma dos ângulos do contorno aparente V_0 e a segunda aos ângulos formados em torno dos vértices iluminados V_1 . (Figura 8.a)

A mesma situação será válida para a região escura,

$$S_2 = \pi(n_F - 2) + 2\pi V_2$$

$$S_2 = \pi(V_0 - 2) + 2\pi V_2 \quad (6)$$

Ao somar a equação (5) e (6), tem-se a soma dos ângulos internos de todas as faces de um poliedro convexo, obtido a partir do experimento:

$$S = \pi(V_0 - 2) + 2\pi V_1 + \pi(V_0 - 2) + 2\pi V_2$$

$$S = 2\pi(V_0 - 2) + 2\pi V_1 + 2\pi V_2$$

$$S = 2\pi(V_0 + V_1 + V_2 - 2)$$

$$S = 2\pi(V - 2). \quad (7)$$

Como as equações (4) e (7) correspondem a mesma variável, igualando-as, encontra-se,

$$2\pi(A - F) = 2\pi(V - 2)$$

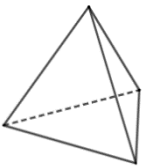
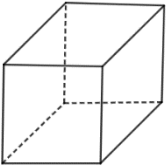
$$A - F = V - 2$$

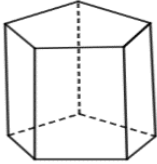
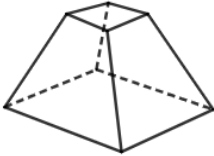
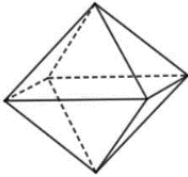
Portanto, obtém-se a relação de Euler e consequentemente a conclusão do teorema.

$$V - A + F = 2.$$

O qual, pode ser verificado mediante a análise da Tabela 1, inserida abaixo:

Tabela 1. Números de faces, vértices e arestas dos poliedros. (Autoria própria)

POLIEDRO	V	A	F
	4	6	4
	8	12	6

	10	15	7
	8	12	6
	6	12	8

2.4. Poliedros regulares

Tendo estudado a relação de Euler para poliedros convexos, agora o estudo será restringido à análise daqueles que possuem todas as faces iguais, os chamados poliedros regulares. Eles possuem uma longa história e participação na matemática e na geometria. Foram estudados pelos gregos antigos e suas propriedades foram analisadas por muitos outros ao decorrer dos séculos, como, Pitágoras, Platão e Euclides. Sendo também conhecido como Sólidos Platônicos ou Sólidos de Platão, esses sólidos geométricos tridimensionais são compostos por faces planas regulares e o mesmo número de faces se encontram em cada vértice. Ainda, em seu livro *Elementos* (XIII) Euclides destaca a existência de apenas cinco desses sólidos, são eles: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro [2] (Figura 9). Vejamos agora a definição de poliedro regular.

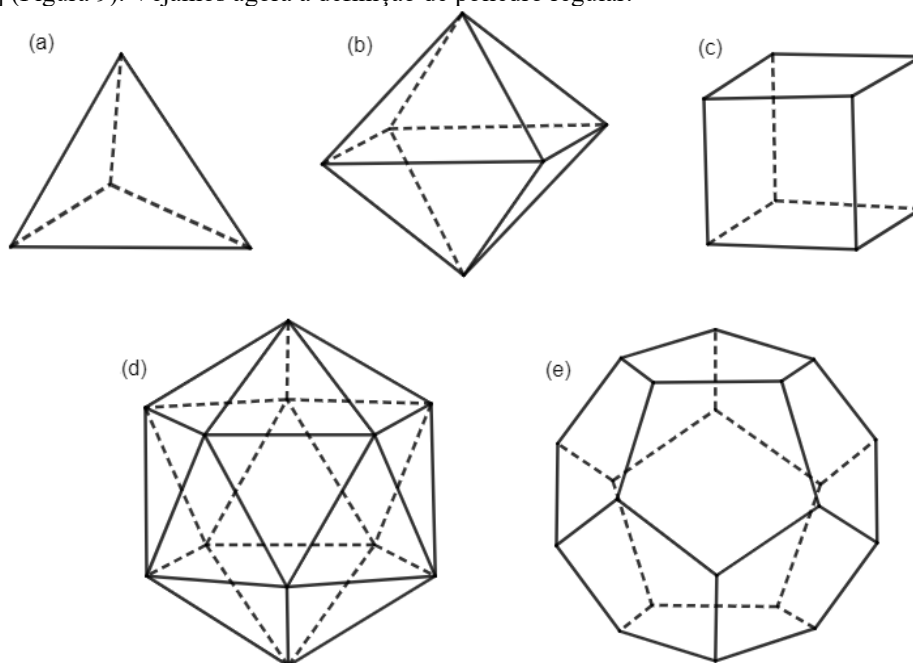


Figura 9. Poliedros regulares. (a)tetraedro; (b)octaedro; (c)cubo; (d)icosaedro; (e)dodecaedro; (Adaptado de LIMA, E.L; et. al., 2006).

Definição 3: Poliedros regulares são aqueles em que todas as faces são polígonos regulares iguais; e, que em todos os vértices coincidem o mesmo número de arestas.

Para justificar a existência de apenas 5 poliedros regulares, é preciso partir da relação existente entre o número de vértices/faces e o número de arestas, conforme mostrado na equação 1.

Então, como apresentado na Definição 3, todas as faces são polígonos regulares iguais. Sendo assim, considere l a quantidade de lados de qualquer uma dessas faces, e c o número de arestas que incidem em cada vértice. Isso implica dizer que a relação entre o número de vértices/faces e de arestas (apresentada nas equações (1) e (2)) será dada por,

$$2A = lF \text{ e } 2A = cV$$

Consequentemente, vale a seguinte afirmação:

$$lF = cV.$$

Deixando arestas e vértices em função das faces tem-se,

$$A = \frac{lF}{2} \text{ e } V = \frac{lF}{c}$$

Substituindo no teorema de Euler, e desenvolvendo a equação:

$$\begin{aligned} \frac{lF}{2} - \frac{lF}{2} + F &= 2 \\ \frac{2lF - clF + 2cF}{2c} &= 2 \\ F \cdot (2l - cl + 2c) &= 4c \\ F &= \frac{4c}{2l - cl + 2c}. \end{aligned} \tag{8}$$

Obrigatoriamente, para satisfazer a igualdade $l, c > 0$, portanto $2l - cl + 2c > 0$. Sendo assim,

$$2l > cl - 2c$$

$$2l > c \cdot (l - 2)$$

$$\frac{2l}{l-2} > c.$$

Conforme as definições 1 e 2, o número de arestas que concorrem um vértice deve ser pelo menos três, portanto, $c \geq 3$. Desse modo, para enquadrar todas as possibilidades, deve-se utilizar a menor delas, então:

$$\frac{2l}{l-2} > c \geq 3$$

$$2l > 3(l-2)$$

$$2l > 3l - 6$$

$$2l - 3l > -6$$

$$l < 6.$$

Ou seja, por meio do estudo e demonstração da equação 8, a partir da análise das inequações (1) e (2) pode-se concluir que para ser considerado um poliedro regular o número de lados das faces que compõem o poliedro deve ser menor que seis, o Exemplo 4 demonstra de maneira prática usando o dodecaedro.

Exemplo 4: Dado o dodecaedro mostrado na Figura 9.e, cada face possui cinco lados e em cada vértice coincide três arestas, então, $l = 5$ e $c = 3$. Resolvendo por meio da utilização da equação 8, tem-se:

$$\begin{aligned} F &= \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 5 - 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3} = \frac{12}{10 - 15 + 6} = \frac{12}{1} \\ F &= 12(\text{dodecaedro}) \end{aligned}$$

O mesmo se aplica aos outros sólidos platônicos, resultando, respectivamente, $F = 4$ (tetraedro), $F = 6$ (cubo), $F = 8$ (octaedro) e $F = 20$ (icosaedro).

2.5. Teorema de Euler no Plano

Dando seguimento nas características e apresentações dos poliedros convexos, vale ressaltar a aplicabilidade do teorema de Euler no plano, como, por exemplo, na cartografia. Inicialmente, considere um poliedro convexo P posicionado acima de um plano K localizado dentro de um círculo (conforme mostrado na Figura 10.a). Supondo que o sólido seja maleável, ao realizar um furo em uma de suas faces e esticá-lo de maneira a sobrepor totalmente o plano, o poliedro passará a ser uma superfície plana P' (Figura 10.b).

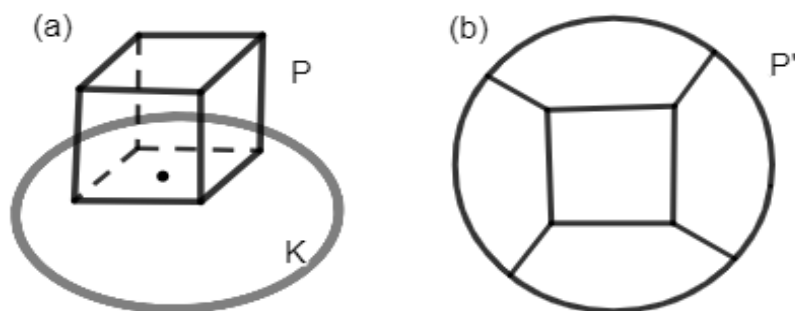


Figura 10. Demonstração do experimento utilizando o cubo. (a) poliedro sobreposto no plano; (b) poliedro plano. (Adaptado de LIMA, E.L; et. al., 2006).

Assim, nessa região, as arestas passarão a serem as retas representadas no plano, os vértices serão o ponto de encontro entre três ou mais retas; e, por fim, tendo em mente que uma das faces foi “desmanchada” para realizar a planificação do poliedro, o plano terá o total do número de faces do sólido tridimensional, menos um, ou seja, $F - 1$.

Portanto, a região que circunda o poliedro planificado, será considerada como a face que foi desfeita, conforme mostrado na Figura 11.

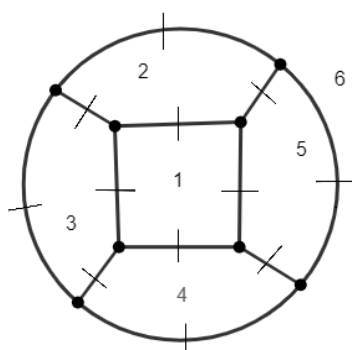


Figura 11. Demonstração de faces, vértices e arestas no plano. (Autoria própria)

Observe que as faces estão sendo representadas por algarismos, os vértices estão sendo representados por pontos e as arestas por traços. Desse modo, o teorema de Euler $V - A + F = 2$ continua valendo. Conforme mostrado no Exemplo 5 abaixo.

Exemplo 5: Conforme o experimento representado na Figura 10, ao se aplicar o teorema de Euler tem-se:

$$8 - 12 + 6 = 2$$

2.6. Aplicações da definição de poliedros convexos na estrutura de moléculas químicas

Como já estudado anteriormente, poliedros convexos são sólidos tridimensionais os quais as arestas são segmentos de reta que conectam os vértices desses polígonos. Dentro dessa perspectiva, torna-se possível relacioná-los a várias áreas de aplicações distintas, como em construções de casas, prédios e pontes, bem como também nos setores de designer. Nesse contexto o estudo aqui referido irá deter-se a aplicabilidade desses conceitos na química, especificamente no campo da geometria molecular.

Assim como todos os poliedros convexos possuem faces planas e arestas, as moléculas químicas também se assemelham e podem ser classificadas de acordo com a angulação de seus átomos. Por meio dessa concepção, vale

ressaltar que existem um total de cinco geometrias fundamentais para a formação das moléculas, são elas: linear, trigonal planar, tetraédrica, bipiramidal trigonal e octaédrica (UFJF, 2015), como mostrado na Figura 12 abaixo.

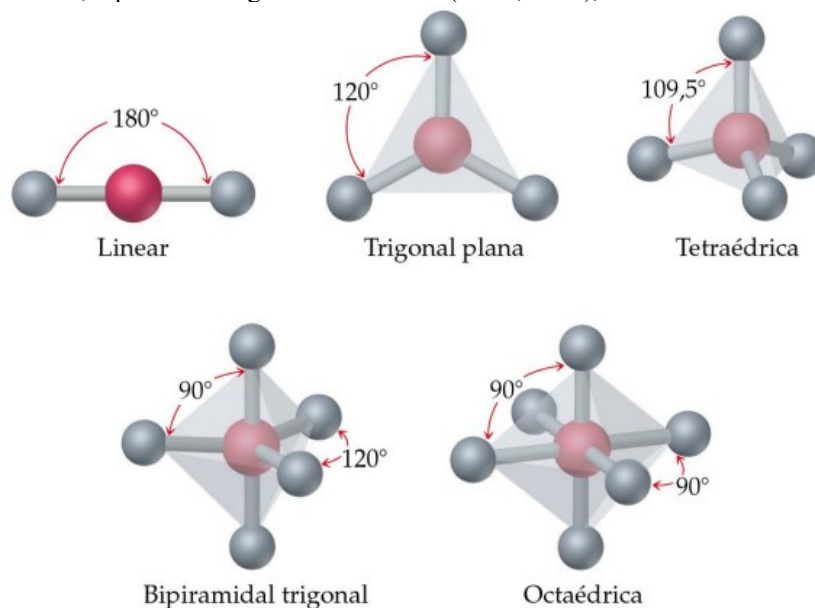


Figura 12. Tipos de geometrias moleculares. (Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015)

Vale ainda ressaltar que a geometria molecular é a forma em que os átomos estão distribuídos no espaço e é ocasionado pelo rearranjo dos elétrons em busca da minimização da repulsão elétron-elétron (UFJF, 2015). Sendo assim, enquadrando a geometria molecular dentro do conceito de poliedros convexos, três dessas principais geometrias se enquadram na Definição 1, são elas: tetraédrica, bipiramidal trigonal e octaédrica. Com base nisso, pode-se citar como exemplo o hexafluoreto de enxofre (SF_6) que possui a geometria de um octaedro e se enquadra dentro de suas características, ou seja, 8 faces, 12 arestas e 6 vértices. A tabela 2 abaixo evidencia alguns exemplos.

Tabela 2. Geometrias moleculares e suas semelhanças com poliedros convexos. (Dados adaptados do livro de Química Orgânica 1, 2015)

MOLÉCULA	GEOMETRIA	F	V	A
CH_4	Tetraédrica	4	4	6
PH_5	Bipiramidal	6	5	9
SF_6	Tetraédrica	8	6	12

Outrossim, a relação geométrica existente interfere em algumas propriedades das moléculas, como é o caso da polaridade molecular, reatividade química e as forças intermoleculares. Por esse motivo a estrutura geométrica em que uma molécula permanece está ligada essencialmente ao conforto, ou seja, é a posição em que ela sofre menos ação de repulsão, sendo assim, é possível notar que a relação entre poliedros convexos está relacionada até mesmo aos fenômenos microscópicos que ocorrem no mundo.

3. CONCLUSÕES

O presente artigo realizou a exploração de diversas características e aspectos dos poliedros convexos, desde sua definição até a evidência de sua aplicabilidade na química molecular. Ainda, o Teorema de Euler foi evidenciado como uma das ferramentas mais importantes para se entender as características físicas desses sólidos, pois fornece a relação entre faces, vértices e arestas de um poliedro convexo. Além disso, também foram abordados ao decorrer do trabalho as conexões existentes entre os ângulos internos de um poliedro e seus componentes, através do experimento da região iluminada e região sombria e da exemplificação das definições. O trabalho foi estendido para o caso do teorema de Euler no plano de maneira a se aprofundar ainda mais na temática e finalizado com a aplicabilidade dos conceitos de convexidade dos poliedros para um entendimento prévio da geometria química molecular.

Ainda, a investigação e a aplicabilidade dos conceitos aqui abordados, foram destacados através de definições e amostras simples de usabilidade utilizando imagens e tabelas, bem como a apresentação de desenvolvimento das equações passo a passo a fim de facilitar o entendimento do leitor e tornar o material redigido mais compreensível.

Portanto, a melhoria do conhecimento dos poliedros convexos não apenas contribuiu para com o aprimoramento do conhecimento científico, matemático e geométrico, como também para ressaltar algumas aplicações significativas em várias áreas do conhecimento humano, evidenciando que a compreensão acerca desses conceitos é essencial para a compreensão do mundo natural, bem como aquele construído pelo homem.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BARBOZA, Talita Bernardi et al. USO DE UM APLICATIVO NA CONSTRUÇÃO DE REPRESENTAÇÕES DE MOLÉCULAS ORGÂNICAS DURANTE O ENSINO REMOTO. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista–ENCITEC**, v. 12, n. 3, p. 131-148, 2022.
- [2] COSTA DE SOUSA, G.; JANUÁRIO DA COSTA, A. E.; PINHEIRO DOS SANTOS, Y. UMA INVESTIGAÇÃO HISTÓRICA BIBLIOGRÁFICA DE PORQUÊS MATEMÁTICOS SOBRE POLIEDROS REGULARES. *Revista Prática Docente, [S. l.]*, v. 3, n. 1, p. 19–31, 2018. DOI: 10.23926/RPD.2526-2149.2018.v3.n1.p19-31.id128. Disponível em: <https://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/597>. Acesso em: 27 fev. 2024.
- [3] LIMA, E.L; et. al. *A Matemática do Ensino Médio - volume 2*. 6.ed. SBM: Rio de Janeiro, 2006. 308 p. (coleção do Professor de Matemática).
- [4] Universidade Federal de Juiz de Fora. *Geometria molecular e teorias de ligação*, 2015. Disponível em: <http://www.ufjf.br>. Acesso em: 15 março 2024.
- [5] MARQUES, J. A. *Práticas de Química Orgânica*. Campinas-SP: Editora Átomo, 2007 DIAS, A. G.; COSTA, M. A.; GUIMARÃES, P. I. C. *Guia Prático de Química Orgânica*. Rio de Janeiro: editora Interciência Ltda. 2008.
- [6] SOLOMONS, T. W.; GRAHAM; CRAIG FRYHLE. *Química Orgânica*. 8. Ed. Rio de janeiro: LTC, 2005. 1 e 2 v.